

PARCIAL 1 - ESTADÍSTICA II

ITAM, Primavera 2020

26/02/2020

Instrucciones

El examen consta de dos secciones. La primera es opción múltiple con 4 opciones cada una donde se deberá seleccionar la opción correcta. Para cada pregunta hay una sola respuesta correcta. Si se selecciona más de una opción será considerada como incorrecta. En la segunda sección se deberá desarrollar el problema planteado. Se debe cuidar la formalidad al escribir los resultados, ya que es parte de la calificación del problema. En caso de no tener el desarrollo de la pregunta, o bien se llegó a la respuesta sin una justificación se podrá anular la respuesta.

El examen tiene una duración de 1:45 horas. Una vez comenzado el examen, no se podrá salir del aula salvo por un motivo justificado. En caso contrario, se deberá entregar el examen. Esta prohibido el uso de electrónicos como computadoras, celulares o tablets. Solamente se pueden utilizar calculadoras y las hojas brindadas por el profesor. Favor de no desengrapar el examen. Cualquier práctica fraudulenta será sancionada de acuerdo al reglamento del departamento.

Seccion A: Opción múltiple (30 pts)

1. MUESTREO: Son colecciones no traslapadas de elementos de la población que cubren la población completa.
 - ☐ Marcos muestrales
 - ☐ Unidades de muestreo
 - ☐ Elemento muestral
 - ☐ Muestra
2. MUESTREO: Es una lista de unidades de muestreo.
 - ☐ Marcos muestrales
 - ☐ Unidades de muestreo
 - ☐ Elemento muestral
 - ☐ Muestra
3. MUESTREO: Consiste en seleccionar una muestra mediante la separación de los elementos de la población en grupos que no presenten traslapes, de manera que cada grupo sea homogéneo entre sus elementos, pero heterogéneo entre grupos.
 - ☐ Muestreo aleatorio simple
 - ☐ Muestreo aleatorio estratificado
 - ☐ Muestreo por conglomerados

☐ Muestreo por cuotas

4. DISTRIBUCIONES MUESTRALES: Es una función de las variables aleatorias observables en una muestra y de constantes conocidas.

☐ Estadístico

☐ Parámetro

☐ Distribución

☐ Media poblacional

5. DISTRIBUCIONES MUESTRALES: Sean Y_1, Y_2, \dots, Y_n variables iid distribuidas normalmente con $E(Y_i) = \mu_i$ y $V(Y_i) = \sigma_i^2$ para $i = 1, 2, \dots, n$. Definiendo $Z_i = \frac{Y_i - \mu_i}{\sigma_i}$, entonces $\sum_{i=1}^n Z_i^2$ sigue una distribución:

☐ t-student con $n - 1$ g.l.

☐ Normal con $\mu = 0$ y $\sigma = 1$

☐ F con $n - 1$ y $m - 1$ g.l.

☐ χ^2 con $n - 1$ g.l.

6. DISTRIBUCIONES MUESTRALES: Sean W_1 y W_2 v.a. independientes con distribución χ^2 con v_1 y v_2 g.l. respectivamente. Entonces se dice que: $\frac{W_1/v_1}{W_2/v_2}$ sigue una distribución:

☐ t-student con v_1 g.l.

☐ Normal con $\mu = 0$ y $\sigma = 1$

☐ F con v_1 y v_2 g.l.

☐ χ^2 con v_1 g.l.

Seccion B: Preguntas a desarrollar (70 pts)

1. (20 pts) Suponga que una variable aleatoria puede tomar los valores $\{1, 3, 5\}$. Considere muestras de tamaño 2 con reemplazo.

1. Calcule $E(X)$ y $V(X)$

2. Obtenga distribución de muestreo de \bar{X} , $E(\bar{X})$ y $V(\bar{X})$

3. Obtenga distribución de muestreo de S^2 , $E(\bar{S}^2)$ y $V(\bar{S}^2)$

4. Calcule la probabilidad que S^2 tome valores entre 1 y 3

5. ¿Las distribuciones de S^2 y \bar{X} son distribuciones exactas? Justifique

2. (15 pts) Suponga que se tienen 5 vehículos V_1, V_2, V_3, V_4, V_5 . Los vehículos V_3 y V_4 requieren reparación.

1. Obtenga la distribución de muestreo de la proporción de vehículos \hat{p} que necesitan reparación, si se toman muestras de dos vehículos sin reemplazo

2. Calcule el valor esperado de la distribución de muestreo y la varianza de la distribución de muestreo $E(\hat{p})$ y $V(\hat{p})$

3. (15 pts) En la torre de control de un aeropuerto se contaron cuantos aviones despegaban durante 40 periodos de una hora seleccionados al azar durante un mes. Supongase que la distribución del número de aviones (X) que despegan por hora es normal con $\mu = 50$ y desviación estándar $\sigma = 7$.

1. ¿Cuál es la probabilidad de que la media muestral para $n = 40$ periodos de una hora sea mayor a 55?
 2. Suponga que $n = 5$, ¿Cuál es la probabilidad que \bar{X} sea mayor que 55?
 3. ¿La distribución presentada para $n = 40$ es una distribución exacta o aproximada? ¿Para $n = 5$ es una distribución exacta o aproximada?
 4. ¿Cuál es la probabilidad que el número total de aviones para un periodo de 4 horas sea mayor que 180?
4. (10 pts) En una caja, las variaciones en el número personas atendidas por los cajeros A y B es la misma. Se obtuvo el número promedio de personas manejadas por día por cada cajero, así como la varianza muestral. Esto se realizó durante 16 y 21 días respectivamente.
1. ¿Cuál es la probabilidad que el cociente de varianzas muestrales exceda 0.52 suponiendo que, los números de unidades manejadas por día por los cajeros son v.a. independientes que se distribuyen normal?
5. (10 pts) El peso de unas computadoras que se distribuye de forma normal con media 10 kgs y desviación estándar de 3.
1. ¿Cuál es la probabilidad que un producto seleccionado al azar pese más de 12 kg?
 2. ¿Si se toma una muestra de 9 productos, ¿Cuál es la probabilidad que la varianza de la muestra sea menor a 3?

Pregunta de rescate (5pts)

1. DISTRIBUCIONES MUESTRALES: Sea Z una v.a. normal estándar y sea W una variable con distribución χ^2 con v g.l. Entonces si W y Z son independientes, se dice que $\frac{Z}{\sqrt{W/v}}$ sigue una distribución:
- ☐ t-student con v g.l.
 - ☐ Normal con $\mu = 0$ y $\sigma = 1$
 - ☐ F con $v - 1$ y $w - 1$ g.l.
 - ☐ χ^2 con $w - 1$ g.l.