

# PARCIAL 1 - ESTADÍSTICA II

ITAM, Primavera 2021

23/03/2021

## Instrucciones

La sección a) y b) son para resolver en clase (Hora de entrega 9:00 del miércoles 24 marzo 2021). La sección c) es para casa (Hora de entrega: 22:00 del viernes 26 marzo 2021). Se debe contestar individualmente. La entrega será via email a la dirección: salvador.garcia.gonzalez@itam.mx. Se debe cuidar la formalidad al escribir los resultados, ya que es parte de la calificación del problema. En caso de no tener el desarrollo de la pregunta, o bien se llegó a la respuesta sin una justificación se anulará la respuesta. Cualquier práctica fraudulenta será sancionada de acuerdo al reglamento del departamento.

## Seccion A: Preguntas de teoría (30 pts)

1. Consiste en seleccionar una muestra mediante la separación de los elementos de la población en grupos que no presenten traslapes, de manera que cada grupo sea homogéneo entre sus elementos, pero heterogéneo entre grupos.
  - ☐ Muestreo por cuotas
  - ☐ Muestreo aleatorio estratificado
  - ☐ Muestreo por conglomerados
  - ☐ Muestreo aleatorio simple
2. Es una función de variables aleatorias observables en una muestra y de constantes conocidas.
  - ☐ Estadístico
  - ☐ Parámetro
  - ☐ Distribución
  - ☐ Media poblacional
3. Es una lista de unidades de muestreo
  - ☐ Marcos muestrales
  - ☐ Unidades de muestreo
  - ☐ Elemento muestral
  - ☐ Muestra
4. Son colecciones no traslapadas de elementos de la población que cubren la población completa.
  - ☐ Marcos muestrales
  - ☐ Unidades de muestreo
  - ☐ Elemento muestral

☐ Muestra

5. ¿Para cuáles se requiere un supuesto de normalidad para poderlo ocupar? (Seleccione las que apliquen)

☐ Z

☐ T

☐ J

☐ F

6. El error de estimación y el sesgo son conceptos equivalentes

☐ Verdadero

☐ Falso

7. El que un estimador sea insesgado, significa que cualquier estimación del parámetro siempre va a ser igual al parámetro poblacional.

☐ Verdadero

☐ Falso

8. Si el  $ECM(\hat{\theta}_1) < ECM(\hat{\theta}_2)$  y ambos son insesgados entonces  $V(\hat{\theta}_1) < V(\hat{\theta}_2)$

☐ Verdadero

☐ Falso

## Seccion B: Preguntas a desarrollar (70 pts)

1. (20 pts) Si  $X_1$  y  $X_2$  son dos variables aleatorias independientes tales que  $E(X_1) = E(X_2) = \mu$  y  $V(X_1) = V(X_2) = \sigma^2$ , determine si el siguiente estimador es un estimador insesgado para  $\sigma^2$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{(X_1 - X_2)^2}{2}$$

2. (20 pts) Se elige una muestra aleatoria independiente de 3 observaciones de una población con una función de distribución uniforme  $f(x)$ :

$$\begin{aligned} \frac{1}{a} & \text{ si } x \in [0, a] \\ 0 & \text{ si } x \notin [0, a] \end{aligned}$$

1. Calcule la media y varianza de la función de distribución

2. Se define el siguiente estimador para la media de la distribución. Calcule su ECM.

$$\hat{\mu}_1 = \frac{1}{2}X_1 + \frac{1}{4}X_2 + \frac{1}{4}X_3$$

3. (15) Un centro de rescate de guacamayas rojas y azules desea medir la correlación entre ambos. Se observan 5 de cada uno con los siguientes datos:

| Guacamaya Roja | 10 12 15 15 17 |

| Guacamaya Azul | 30 60 50 12 10 |

1. Estime el coeficiente de correlación
4. (15) La variación en el peso de los manatíes que viven en cautiverio y lo que viven en la naturaleza es la misma. Se obtuvo la varianza muestral de una muestra de cada grupo, de 16 y de 21 manatíes respectivamente. ¿Cuál es la probabilidad que el cociente de varianzas muestrales exceda de 0.52 suponiendo que el peso de los manatíes se distribuye de manera normal?

## Seccion C: Examen a casa (100 pts)

1. (20 pts) Se desea comparar la cantidad de venados con la cantidad de lobos en un parque estatal. Se supone que la cantidad de venados  $N_V$  **depende** de la cantidad de lobos  $N_L$ , por lo que se quiere estimar la diferencia en el número de lobos vs el número de venados  $N_V - N_L$ . Se tienen los siguientes datos obtenidos en distintos sectores del parque:

Sector	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$N_V$	110	66	44	49	49	49	52	61	64	65	64	56
$N_L$	81	102	37	44	44	43	44	48	67	69	74	60

Encuentre un IC al 90 % para la diferencia de lobos y venados en el parque. Determine si podemos afirmar que hay una diferencia.

2. (20 pts) Los pangolines son unos mamíferos que pasan durmiendo la mayor parte del día. Pero se cree que los pangolines machos duermen más, pero con una varianza mayor que las pangolines hembras. Se tienen los siguientes datos para una muestra de 40 pangolines macho y 40 pangolines hembra:

Hembras	Machos
$\bar{x} = 5.35$	$\bar{y} = 4.31$
$s_x^2 = 2.31$	$s_y^2 = 1.21$

Construya un intervalo de confianza del 99 % para el cociente de varianzas  $\frac{\sigma_x^2}{\sigma_y^2}$ . Con base en este intervalo concluya si el supuesto de que las varianzas poblacionales son distintas.

3. (15 pts) El jefe del departamento de estadística va a estimar la calificación promedio de los estudiantes de estadística 2. Para ello, desea usar una muestra lo suficientemente grande para que la probabilidad que la media muestral no difiera de la media poblacional en más del 25 % de la desviación estándar poblacional. Tome  $(1 - \alpha) = 95 \%$ . ¿De qué tamaño debe elegir la muestra?
4. (15 pts) Los empleados de una app de reparto de comida quieren conocer el tiempo promedio de entrega. Eligen aleatoriamente 16 pedidos y toman el tiempo promedio. Los resultados son:  $\sum X_i = 336$  y  $\sum X_i^2 = 7116$ . Determine el intervalo de confianza del 99 % del tiempo promedio de entrega.
5. (15 pts) En una muestra aleatoria de 100 empleados de una empresa 50 están a favor del home office. Obtenga un intervalo de confianza (IC) del 95 % de probabilidad para la proporción poblacional.
6. (15 pts) Se seleccionó una muestra aleatoria de 21 repartidores de pizza y se les preguntó el número de horas que trabajan a la semana. La desviación estándar muestral fue de 7 horas. Determine un IC del 90 % para la varianza de las horas de trabajo de todos los repartidores de pizza. (Asuma normalidad)