

PARCIAL 1 - ESTADÍSTICA II

ITAM, Primavera 2020

10/02/2021

Instrucciones

El examen es para resolver en casa. Se debe contestar individualmente y entregarse a más tardar a las 23:59 del jueves 11 de febrero. La entrega será vía email a la dirección: salvador.garcia.gonzalez@itam.mx (la misma que aparece en comunidad). El examen cuenta dos secciones, la segunda con preguntas a desarrollar. Se debe cuidar la formalidad al escribir los resultados, ya que es parte de la calificación del problema. En caso de no tener el desarrollo de la pregunta, o bien se llegó a la respuesta sin una justificación se podrá anular la respuesta. Cualquier práctica fraudulenta será sancionada de acuerdo al reglamento del departamento.

Seccion A: Preguntas de teoría (45 pts)

1. Propiedades varianza y esperanza

Sea X una variable aleatoria con $E(X) = \mu$ y $V(X) = \sigma^2$. Y se distribuye igual a X . Se toma n muestras de X y m de Y . Calcule las siguientes expresiones:

1. Usando X calcule la esperanza de la media muestral: $E(\bar{X})$
2. Usando X calcule la esperanza de la varianza muestral (sesgada): $E(S_n^2)$
3. Usando X calcule la esperanza de la varianza muestral (insesgada): $E(S^2)$
4. Usando X calcule la varianza de la media muestral: $V(\bar{X})$
5. Usando X y Y calcule la esperanza de la diferencia de medias muestrales: $E(\bar{X} - \bar{Y})$
6. Usando X y Y calcule la varianza de la suma de medias muestrales: $V(\bar{X} + \bar{Y})$

2. Teoría Explique los siguientes puntos:

1. Describe la diferencia entre un estimador y un estadístico y como se relacionan
2. Describe la diferencia entre un parámetro y un estimador y como se relacionan
3. Explique el proceso de inferencia estadística y de un ejemplo de inferencia
4. Justifique la razón por la cual nos interesa conocer la distribución de los estadísticas
5. Explique las diferencias entre distribución muestral exacta y aproximada

3. Verdadero/Falso Justifique si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas y justifique

1. Si se tiene una población de tamaño 10 y se toman muestras de tamaño 1, la distribución de muestreo con reemplazo y sin reemplazo son iguales.
2. El teorema central del limite se puede utilizar siempre y cuando tengamos muestras de tamaño pequeñas.

3. Suponga una muestra de tamaño 40. Para encontrar la distribución de \bar{X} , donde cada X_i se distribuye normal, es necesario utilizar el TCL.
4. La importancia del Teorema Central del Límite radica en encontrar la distribución de estadísticos solamente cuando las distribuciones son normales, exponenciales y poisson.

Seccion B: Preguntas a desarrollar (55 pts)

1. (20 pts) Suponga que una variable aleatoria puede tomar los valores $\{1,3,5\}$. Considere muestras de tamaño 2 con reemplazo.
 1. Calcule $E(X)$ y $V(X)$
 2. Obtenga distribución de muestreo de \bar{X} , $E(\bar{X})$ y $V(\bar{X})$
 3. Obtenga distribución de muestreo de S^2 , $E(\bar{S^2})$ y $V(\bar{S^2})$
 4. Calcule la probabilidad que S^2 tome valores entre 1 y 3
 5. ¿Las distribuciones de S^2 y \bar{X} son distribuciones exactas? Justifique
2. (15 pts) Suponga que se tienen 5 vehiculos V_1, V_2, V_3, V_4, V_5 . Los vehículos V_3 y V_4 requieren reparación.
 1. Obtenga la distribución de muestreo de la proporción de vehículos \hat{p} que necesitan reparación, si se toman muestras de dos vehiculos sin reemplazo
 2. Calcule el valor esperado de la distribución de muestreo y la varianza de la distribución de muestreo $E(\hat{p})$ y $V(\hat{p})$
3. (15 pts) En la torre de control de un aeropuerto se contaron cuantos aviones despegaban durante 40 periodos de una hora seleccionados al azar durante un mes. Supongase que la distribución del número de aviones (X) que despegan por hora es normal con $\mu = 50$ y desviación estándar $\sigma = 7$.
 1. ¿Cuál es la probabilidad de que la media muestral para $n = 40$ periodos de una hora sea mayor a 55?
 2. Suponga que $n = 5$, ¿Cuál es la probabilidad que \bar{X} sea mayor que 55?
 3. ¿La distribución presentada para $n = 40$ es una distribución exacta o aproximada? ¿Para $n = 5$ es una distribución exacta o aproximada?
 4. ¿Cuál es la probabilidad que el número total de aviones para un periodo de 4 horas sea mayor que 180?
4. (15 pts) El peso de unas computadoras que se distribuye de forma normal con media 10 kgs y desviación estándar de 3.
 1. ¿Cuál es la probabilidad que un producto seleccionado al azar pese más de 12 kg?
 2. ¿Si se toma una muestra de 9 productos, ¿Cuál es la probabilidad que la media de la muestra sea menor a 10?