CUADERNO DE EJERCICIOS DEL CURSO DE ESTADISTICA I

DEPARTAMENTO ACADEMICO
DE ESTADISTICA
ITAM

INDICE

TEMA 1: CONCEPTOS DE ESTADISTICA Y DE ANALISIS EXPLORATORIO DE DATOS.

1.1. Sin consultar sus apuntes defina con sus propias palabras lo que es la Estadística. Compárela con la definición dada en clase. Busque la definición en alguna Enciclopedia o Diccionario. ¿Qué diferencias, similitudes, deficiencias o ventajas encuentra entre ellas?

1.2. ¿Cuál es el objetivo de la Estadística? Proporcione tres ejemplos donde la Estadística sea útil.

1.3. ¿Que diferencia existe entre "población" y "población estadística" ?

1.4. ¿Qué diferencia hay entre hacer inferencia estadística y análisis exploratorio de datos?

1.5. ¿Porqué es importante la probabilidad en el proceso de inferencia estadística?

1.6. ¿Cuál es la diferencia entre población y muestra?

1.7. ¿Cuáles son las ventajas y desventajas del muestreo sobre el censo?

1.8. ¿Cómo se clasifican las variables de acuerdo a la escala de medición? Explique y dé un ejemplo de cada caso.

1.9. En la Ciudad de México, se quiere hacer un estudio sobre el porcentaje de coches mal afinados que contaminan. Un delegado propone escoger 10 autos de cada código postal, mientras que otro propone localizar a todos los autos mediante sus placas y revisarlos.

a) Defina la población
b) ¿Cuál propuesta es más exacta? ¿porqué?
c) ¿Cuál propuesta es más práctica? ¿porqué?
d) ¿Usted qué haría?

1.10. Un vendedor de bienes raíces de cierta empresa constructora realizó una encuesta a 500 personas que adquirieron en este año una vivienda en el Distrito Federal. Para analizar los factores que más inciden en la adquisición de la vivienda, se preguntó: zona en donde se prefiere vivir, zona en donde se compró la vivienda, precio de compra, tipo de construcción y número de contrato con la empresa.

Determine, cuál sería, en este caso, la población, la muestra, las variables involucradas, su tipo y su escala de medición. ¿Qué parámetros podrían ser de interés?

1.11. Una agencia para la protección del medio ambiente realiza pruebas sobre el rendimiento de la gasolina en los automóviles nuevos. En una prueba reciente, la agencia reportó que, después de seleccionar aleatoriamente 20 automóviles nuevos de un modelo particular y realizar algunas pruebas, se obtuvo un rendimiento promedio de 14 kilómetros por litro.

a) Especifique la población de interés y la muestra
b) Describa la variable estudiada. ¿Qué tipo de datos fueron utilizados y en qué escala están medidos?
c) ¿Cuál es la población estadística?

1.12. Considere el caso en donde los elementos de interés son los hogares. Identifique en cada caso si la variable de interés es cualitativa o cuantitativa, discreta o continua y la escala de medición correspondiente.

a) Número de teléfonos por hogar
b) Número de llamadas de larga distancia por mes
c) Duración de las llamadas más prolongadas de larga distancia, por mes
d) Costo mensual de las llamadas de larga distancia

1.13. Clasifique las siguientes variables como cualitativas o cuantitativas, y determine que tipo de escala de medición es la más adecuada para cada una de ellas.

a) El área sembrada con frijol en cada estado.
b) Si los residentes de esta ciudad están de acuerdo o no con que continue el programa “Hoy no Circula”.
c) Un editor de periódico desea saber si las opiniones del público sobre el tipo de noticias que publica su diario son buenas, regulares o malas.
d) El consumo bimestral de agua por familia.
e) Una compañía refresquera desea conocer el tipo de televidentes que ven cierto programa de televisión.
f) Se desea determinar cuál es la marca de cigarros que más se vende en las tiendas de la Ciudad.

1.14.Cuál es la opinión de los empresarios en México ante el Tratado de Libre Comercio con Canadá y Estados Unidos? Para responder a esta pregunta, un analista debe utilizar técnicas estadísticas y nos pide que hagamos lo siguiente:

a) Determine la población de interés
b) Defina la(s) característica(s) de interés, así como su escala de medición
c) Decida entre la conveniencia de realizar un muestreo o un censo.
d) En caso de utilizar muestreo, ¿qué factores podrían ser causa de sesgo en la información?, ¿cómo se podrían evitar tales sesgos?

1.15. ¿A qué se deben los abusos de la Estadística?

1.16. Identifique en cada caso si la variable de interés es cualitativa o cuantitativa, discreta o continua y la escala de medición correspondiente:

a) La filiación política de las personas en la Delegación Alvaro Obregón
b) El rendimiento mensual de las acciones de TELEVISA para el próximo mes
c) El puesto de una persona dentro de una empresa
d) El cambio quincenal en el INPC
e) El número de créditos que un estudiante del ITAM ha cubierto
f) Nivel socio-económico de las familias en el D.F.

1.17. Cuando se solicita una tarjeta de crédito se necesita información del solicitante. Para los siguientes atributos indique el tipo de escala de medición que se utilizaría:

a) Ciudad o colonia de residencia.
b) Tiempo de residir en el hogar actual.
c) Tipo de cuenta en algún banco.
d) Tipo de empleo.
e) Salario mensual.
f) Número de dependientes.

1.18. El asistente administrativo del gobernador de un estado desea estimar la proporción de votantes en el estado que estará a favor de la aprobación de una ley :

a) Defina la población y el objetivo del estudio.
b) ¿Cómo obtendría una buena muestra para este estudio?
c) ¿Sería buena una muestra obtenida del directorio telefónico del estado? ¿Porqué?

1.19. El consejo de alumnos desea conocer cuál es el número promedio de alumnos por clase en el ITAM este semestre, incluyendo licenciaturas, maestrías y diplomados. Para ello se seleccionará aleatoriamente una muestra de salones.

a) Describa cuidadosamente la población de interés.
b) Determine cual es el tipo de escala que sería adecuada para medir la característica de interés.
c) Describa de que manera obtendría la muestra aleatoria.

1.20. Busque un artículo en un periódico o revista que ejemplifique el uso de la estadística.

a) Describa la población de interés y la población estadística.
b) Describa la variable bajo estudio.
c) ¿Qué tipo de datos fueron utilizados y en que escala están medidos?

1.21. Un biólogo desea estimar la edad promedio de los alces de cierta reserva canadiense. Para ello debe tranquilizar a los animales y medir la distancia entre sus astas. El biólogo y su equipo de colaboradores tranquilizan a los animales que se acercan a beber a una zona de un río que atraviesa la reserva, durante una semana. Determine :

a) La característica de interés.
b) La población y la población estadística.
c) La muestra.
d) Las unidades elementales.
e) ¿Qué tipo de escala utilizaría para medir la característica de interés?

TEMA 2: ANÁLISIS EXPLORATORIO DE DATOS.

2.1. Indique si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Justifique sus respuestas.

a) La media de un conjunto de datos describe los valores máximos y mínimos de ese conjunto.
b) La distribución de frecuencias es una tabla que organiza los datos en clases. Estas clases pueden o no, ser exhaustivas y mutuamente excluyentes.
c) El polígono de frecuencias relativas utiliza la frecuencia absoluta de datos en cada clase y ofrece la proporción del número total de observaciones que caen en esa clase.
d) Cuando una muestra contiene las características relevantes de cierta población en la misma proporción en que figuran en ésta última, se dice que es una muestra representativa.
e) Siempre es posible construir un histograma con un polígono de frecuencias.
f) La moda siempre tiene un solo valor.
g) El coeficiente de variación es una medida relativa de dispersión
h) Los datos discretos sólo pueden ser expresados por números enteros
i) La media, la mediana y la moda de un conjunto de datos pueden ser muy parecidos, sin embargo nunca llegan a ser iguales.
j) Para obtener el promedio de datos medidos en porcentajes se usa la media aritmética.
k) Las medidas de tendencia central y de dispersión pueden ser calculadas tanto para variables cuantitativas como cualitativas
l) La mediana de un conjunto de datos debe siempre ser igual al menos a uno de los valores observados en el conjunto.

2.2. De acuerdo a una escala Richter, se han medido los 50 temblores más recientes en la Ciudad de México. La distribución de frecuencias es la siguiente:

Clases	f_i
2.25 - 2.75	4
2.75 - 3.25	2
3.25 - 3.75	5
3.75 - 4.25	8
4.25 - 4.75	12
4.75 - 5.25	8
5.25 - 5.75	5
5.75 - 6.25	3
6.25 - 6.75	2
6.75 - 7.25	1
	50

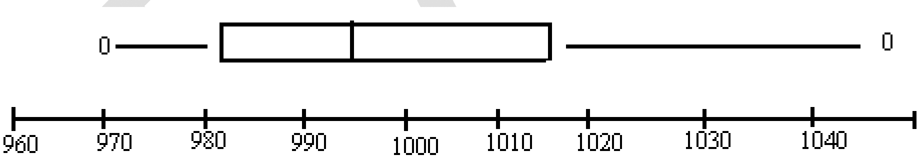
a) Calcule para cada intervalo de clase su frecuencia relativa, su frecuencia absoluta acumulada y su frecuencia acumulada relativa.
b) Obtenga el polígono de frecuencias
c) Calcule la media, mediana, clase modal, desviación estándar y el coeficiente de variación. Interprete cada una de las medidas obtenidas.
d) ¿Qué forma parece tener la distribución de los datos? (Utilice el inciso b)
e) Si se tuvieran los datos de la ciudad de los Angeles ¿qué técnicas utilizaría para comparar los datos?

2.3. No hay dos artículos fabricados por determinado proceso de manufactura que sean idénticos. Alguna variación es inevitable. Por ejemplo, a continuación se presentan datos relacionados con los pesos netos (en gramos) de 20 cajas de galletas de chocolate de la marca A.

```
 97|8 9
 98|5 6 7 8
 99|5 7 7 7 8 8
100|0 2 8 8 9
101|7 8
102|9
```

98|5 significa 985 gramos.

a) Defina la variable de interés (X) y calcule su media, mediana, varianza y coeficiente de variación. Interprete cuidadosamente los resultados.
b) En seguida se presenta el diagrama de caja y brazos para datos observados de la variable X en la marca B.



Construya en la misma escala el diagrama correspondiente a los datos de la marca A.

c) Compare los diagramas anteriores y explique claramente como se comporta X en las dos marcas.

2.4. Un museo de historia natural cuenta con datos del tiempo en minutos que los visitantes ven cierta exhibición de un dinosaurio. La distribución de frecuencias de los datos se presenta a continuación:

Tiempo ante el objeto exhibido *fi*

menos de 2	30
[2,4)	40
[4,6)	40
[6,8)	90
[8,10)	70
[10,12)	50
[12,14)	50
[14,16)	30

a) Construya la ojiva correspondiente.
b) La administración ha decidido que un objeto de exhibición es un fracaso si el 50% de los visitantes pasan menos de 4 minutos viéndolo. ¿Cuál es el porcentaje de personas que lo observan menos de 4 minutos?
c) Obtenga la media, mediana, clase modal y desviación estándar.

2.5. Se tiene la siguiente tabla que reúne la información de 2385 choferes de pick-up. Se han clasificado por su edad y por el número de siniestros que han sufrido en el último año.

	No. de siniestros			
Edad	0	1	2	**Total**
20	585	68	2	655
30	850	30	0	880
40	850	0	0	850
Total	2285	98	2	2385

¿Existe alguna correlación entre estas dos variables?

Nótese que para datos agrupados $\sum_{i=1}^{2385} x_i y_i = \sum_{j=1}^{3}\sum_{k=1}^{3} f_{jk}\; x_j\; y_k$ en donde

f_{jk} son las frecuencias absolutas conjuntas.
x_j son los valores de una de las variables (X).
y_k son los valores de la otra variable (Y).

2.6. Un comprador obtuvo muestras de dos tipos de focos (A y B). El observó que el número de horas de duración de 5 focos de cada tipo fue:

A_i	B_i
1104	1254
1160	1231
1202	1199
1265	1173
1203	1151

¿Si las dos marcas de focos tienen el mismo precio, ¿por cuál debe decidirse el comprador? ¿Porqué?

2.7. Una empresa de televisión por cable encargó a un bufete hacer un estudio de mercado, para conocer el perfil de los clientes potenciales en una zona residencial formada por dos colonias. Cada colonia consta de 12 y 25 manzanas con un total de 236 y 605 hogares respectivamente. Empleando un muestreo probabilístico, cuyos detalles no se discutirán por el momento, el bufete seleccionó una muestra de 8 manzanas y cinco hogares dentro de cada manzana. En cada hogar seleccionado en la muestra los encuestadores del bufete recabaron los datos de las siguientes variables (en realidad se recabaron datos para más variables, pero por simplicidad en este ejercicio sólo se manejarán seis):

Nombre de la Variable	Descripción
1. ADULTOS	número de adultos en el hogar
2. NIÑOS	número de no adultos en el hogar
3. TELES	número de televisores en el hogar
4. TVTOT	suma del número de horas frente al televisor de todos los miembros del hogar en la semana anterior a la encuesta.
5. RENTAMAX	cantidad máxima de renta, que la cabeza del hogar está dispuesta a pagar al mes, por servicio de TV por cable. En múltiplos de 5 pesos.
6. VALOR	valor catastral del hogar (en miles de pesos.

La última variable VALOR se introduce para dar una idea aproximada del ingreso del hogar.

TABLA 1: DATOS COLONIA 1

MANZANA 9

ADULTOS	NIÑOS	TELES	RENTAMAX.	T.V. TOT.	VALOR
3	1	4	65	35	261.763
2	0	3	70	20	357.972
4	0	4	70	32	311.195
2	1	3.	65	27	252.221
3	0	5	85	28	355.641

MANZANA 2

ADULTOS	NIÑOS	TELES	RENTAMAX.	T.V. TOT.	VALOR
3	0	3	70	28	336.290
3	1	3	50	31	216.190

2	0	2	60	20	332.699
3	0	4	70	24	322.652
3	3	3	65	69	279.163

MANZANA 4

ADULTOS	NIÑOS	TELES	RENTAMAX.	T.V. TOT.	VALOR
2	0	2	60	20	329.198
3	0	4	80	28	370.325
3	1	3	60	35	337.752
3	2	3	60	54	299.558
2	0	4	75	16	318.551

TABLA 2: DATOS COLONIA 2

MANZANA 14

ADULTOS	NIÑOS	TELES	RENTAMAX.	T.V. TOT.	VALOR
1	2	0	0	0	147.997
2	3	1	55	86	192.265
2	1	1	55	38	180.437
2	2	1	65	52	269.898
4	2	4	75	84	193.279

MANZANA 22

ADULTOS	NIÑOS	TELES	RENTAMAX.	T.V. TOT.	VALOR
2	1	1	65	30	156.410
2	3	3	40	74	225.694
2	3	4	60	70	271.556
1	1	3	65	42	216.321
4	2	2	75	76	216.465

MANZANA 8

ADULTOS	NIÑOS	TELES	RENTAMAX.	T.V. TOT.	VALOR
2	1	2	45	42	190.314
2	2	2	35	56	132.867
1	3	2	75	54	249.098
2	1	3	45	34	180.124
3	2	1	70	84	162.509

MANZANA 20

ADULTOS	NIÑOS	TELES	RENTAMAX.	T.V. TOT.	VALOR
3	2	2	50	68	79.928
4	3	3	55	114	205.656
3	1	3	45	62	156.841

1	2	1	45	40	120.896
2	2	3	45	60	161.222

MANZANA 25

ADULTOS	NIÑOS	TELES	RENTAMAX.	T.V. TOT.	VALOR
3	3	2	70	82	157.041
1	2	0	0	0	141.901
1	2	3	70	40	192.816
3	3	1	65	82	94.415
1	1	1	55	22	241.531

Con los datos de las tablas 1 y 2 juntos, calcule:

a) El número promedio de niños por hogar y su desviación estándar
b) La proporción de hogares con tres niños
c) La distribución de frecuencias para la variable: valor catastral del hogar (en miles de pesos)
d) Con base en la distribución de frecuencias del inciso c), calcule:
   i) la media
   ii) la mediana
   iii) el coeficiente de variación
   iv) interprete cada uno de los resultados

2.8. De los datos de las tablas 1 y 2, del ejercicio 2.7:

a) Compare el valor catastral del hogar entre ambas colonias utilizando diagramas de caja. ¿Qué sugiere la comparación?
b) Compare la variable RENTAMAX entre ambas colonias utilizando diagramas de punto. ¿Qué sugiere la comparación?
c) Conteste la pregunta ¿Hay asociación entre el número de aparatos de televisión y la cantidad de renta máxima que se está dispuesto a pagar en la zona residencial? Utilice el diagrama que considere conveniente. Obtenga también una medida.
d) Use el diagrama que considere adecuado para ver si hay alguna posible asociación entre el ingreso (representado por VALOR) y la variable RENTAMAX.
e) Use el diagrama de puntos para comparar la variable TVTOT para hogares con y sin niños en la colonia 1. ¿Qué sugiere la comparación?
f) Misma pregunta que en e) pero para la variable RENTAMAX.
g) Construya la tabla de contingencia para las variables ADULTOS y TELES sin tomar en cuenta la colonia. ¿Se sugiere alguna asociación entre estas variables?
h) Compare en las dos colonias la asociación que existe entre el número de aparatos de televisión y la cantidad de renta máxima que están dispuestos a pagar . Utilice el diagrama correspondiente y calcule la medida adecuada para cada colonia.
   ¿Qué puede concluir de la asociación entre el número de aparatos de televisión y la cantidad de renta máxima que están dispuestos a pagar?
i) Resuma en un párrafo no mayor a 100 palabras los hechos más relevantes sugeridos por el análisis exploratorio de los datos de la encuesta.

2.9. El margen de utilidad y las ventas de cuatro líneas de productos, con los que cuenta una compañía, están dados en la siguiente tabla:

línea de prod.	margen de utilidad (%)	Ventas ($)
A	24.2	30,000
B	25.5	20,000
C	27.4	5,000
D	22.9	3,000
Total		58,000

Calcule el margen de utilidad promedio de la compañía.

2.10. Enseguida se presenta una clasificación de una muestra de viviendas en los medios rural y urbano en México. Construya gráficas circulares para los dos medios y diga ¿qué conclusiones se pueden obtener a partir de las gráficas?

	Clasificación de viviendas (%)			
Medio	Buena	Tolerable	Mala	Muy mala
Urbano	11.4	14.21	0.35	74.04
Rural	2.03	3.20	1.35	93.42

2.11. En la siguiente representación tallo - hojas se indica el número de días que pasan los pacientes bajo tratamiento, de acuerdo con una muestra aleatoria seleccionada de los registros de una clínica.

```
1|5 1 3 5
2|0 2 5 0 3 0 4
3|4 4
4|1
5|0
```

1|5 representa 15 días.

a) ¿Cuántos pacientes se observaron?
b) ¿Cuál fue el período de tratamiento más corto?
c) ¿Cuál fue el período de tratamiento más largo?
d) ¿Cuál fue el período de tratamiento más frecuente?
e) ¿Cuál fue el período de tratamiento promedio?

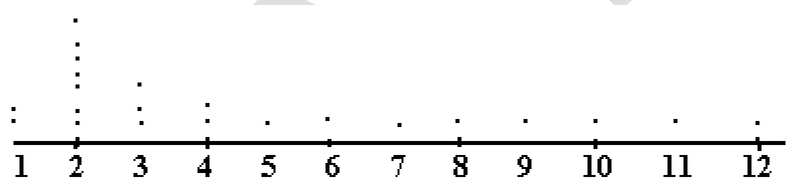
2.12. El director de personal de una empresa les aplica un examen a 20 secretarias. El mide el tiempo (en segundos) que le toma a cada una de ellas copiar un escrito a máquina y el número de errores cometidos. Los datos se dan a continuación:

Secretaria	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Tiempo (seg.)	68	72	35	91	47	52	75	63	55	65
No. de errores	8	2	9	14	9	13	12	3	0	14

Secretaria	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Tiempo (seg.)	84	45	58	61	69	22	46	55	66	71
No. de errores	0	14	14	12	2	2	5	5	13	2

a) Construya un diagrama de dispersión con la información anterior.
b) ¿Qué concluye de dicho diagrama?
c) Calcule una medida que le indique si existe asociación entre el tiempo y el número de errores cometidos.

2.13. A continuación se presenta información sobre los salarios (en miles de $) que están ganando los egresados del ITAM en dos empresas importantes en México. Los datos se colectaron mediante un procedimiento aleatorio.



Salario de la Compañía A

Compañía B (H –Hombre , M – Mujer)

Sexo	M	H	M	H	M	M	H	H	M	H	H	M	M
Salario	1	2	2	3	3	3	3	3	4	4	5	6	7

a) Construya un diagrama de tallo y hojas para la compañía B que permita comparar los salarios de hombres y mujeres
b) ¿Cuáles son su conclusiones en relación al diagrama anterior?
c) Compare los salarios de las Compañías A y B, mediante sus correspondientes diagramas de caja y brazos

2.14. A continuación se presentan datos relacionados con la superficie construida (X) en las casas del D.F. que están en una zona A.

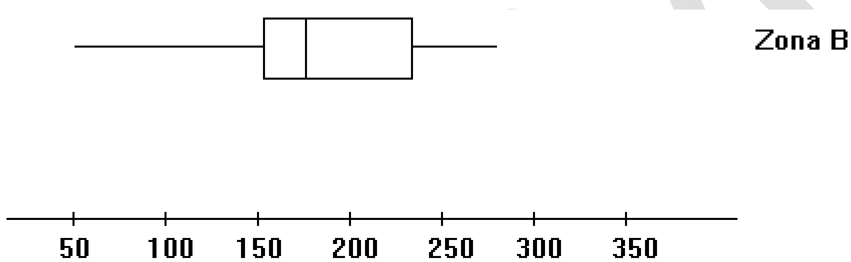
```
0|8 9
1|0 1 2 4
1|5 7 7 8
```

2|0 2 2 3
2|5 6 8
3|3 4
3|6

El tallo está en cientos de m² y las hojas en decenas de m², así que 2|5 representa el valor de 250 m²,

$(\Sigma X_i = 4000 \quad \text{y} \quad \Sigma X_i^2 = 935600)$

a) Calcule la media, mediana, varianza y coeficiente de variación de la variable X.
b) Obtenga el resumen de 5 números para la variable X.
c) Enseguida se presenta el diagrama de caja y brazos para los datos observados de la variable X en la zona B del D.F.



Construya en la misma escala el diagrama correspondiente a los datos de la zona A. Compare los diagramas y explique como se comporta la variable X en las dos zonas.

2.15. El empresario Sr. Masiosare Buenrostro, tiene la opción de invertir parte de su enorme capital en una y sola una de dos compañías que fabrican un mismo producto. Para poder tomar una decisión, recolecta información sobre el total de las ventas mensuales (millones de unidades) de cada una de las compañías, en cierto período de tiempo. Se tiene la siguiente información:

Ventas Cía. 2: 2 2 2 3 3 3 3 3 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 5 5 5 5 5 5

Compañía	n	media	mediana	des.est.	Q1	Q3	Min	Max
1	41	5.122	5	2.4	4	6	1	11
2	24	3.792		0.977	3		2	5

Ventas Cía. 1:

1|0 0 0
2|0 0 0
3|0 0 0
4|0 0 0 0 0 0
5|0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
6|0 0 0 0 0 0

7	0 0 0
8	0 0
9	0
10	0 0
11	0

Nota: 8 | 0 representa el valor 8.0

a) Construya para cada compañía un diagrama de caja y brazos. Utilice la misma escala. Calcule los datos que necesite.
b) Don Masiosare es muy conservador y no le gusta arriesgar su dinero. Con los resultados anteriores, ¿en cuál de las dos compañías le aconsejaría usted que invirtiera? Explique en detalle y con claridad el por que de su respuesta.
c) Usando la información de la Cía. 1, construya una tabla de frecuencias con cuatro clases, iniciando la primera en 1.
d) Calcule el coeficiente de variación para las ventas de la compañía 1 a partir de la tabla de frecuencias del inciso anterior. Interprete este valor e indique cual es su utilidad.

2.16. El responsable de control de calidad de 'Mr. Tuky Hot Dog' debe verificar el peso de las bolsas de 2.27 Kg. de salchicha. Para cumplir con su tarea sin verificar cada bolsa que sale de las 2 plantas de 'Mr. Tuky Hot Dog', el responsable muestrea diariamente algunas bolsas, pesa el contenido y extrae una conclusión sobre el peso promedio de las bolsas que salen de la planta ese día.

En los siguientes diagramas de tallo y hojas se presenta el peso de 15 bolsas seleccionadas como muestra en un día, que fueron tomadas de cada una de las plantas.

PLANTA 1

Contenido de las bolsas de salchicha en Kg.

tallo	Hojas
2.1	5 8 9 9 9 9
2.2	1 7 7 7 7 7 7
2.3	0 3

PLANTA 2

Contenido de las bolsas de salchicha en Kg.

tallo	Hojas
2.2	5 7 7 7 7 7 7 7
2.3	6
2.4	0 0 9
2.5	0 6
2.7	1

a.) Indique que tipo de datos se utilizaron y en que escala se encuentran.

b.) Construya los diagramas de caja y brazos para las dos plantas, utilizando la misma escala.

c) De acuerdo a los diagramas del inciso b, compare los resultados en las dos plantas. ¿Qué puede decir acerca de la tendencia central de los datos?, ¿de la dispersión?, ¿de las observaciones atípicas? y ¿de la simetría de los datos?, etc.

2.17. En un grupo formado por siete empresas se desea saber si existe relación entre la producción (Pi) medida en miles de toneladas y el empleo (Ei), medido en cientos de trabajadores. Algunos resultados obtenidos son

$$\sum_{i=1}^{7} Pi = 63.55 \qquad \sum_{i=1}^{7} Ei = 46.71$$

$$\sum_{i=1}^{7} \left(Pi - \overline{P}\right)^2 = 14\ 654.78 \qquad \sum_{i=1}^{7} \left(Ei - \overline{E}\right)^2 = 1\ 976.23$$

$$\sum_{i=1}^{7} PiEi = 5\ 361.06$$

a) Calcule el coeficiente de correlación lineal.

b) Explique claramente que indica el coeficiente obtenido en el inciso anterior.

2.18. En la Teoría del Portafolio y Mercados de Capital (TPMC) se afirma que existe una asociación lineal positiva entre el retorno o rendimiento esperado y el riesgo (medido con la desviación estándar) de una inversión para portafolios eficientes.

Con el fin de verificar esta teoría se tiene información de portafolios de 34 fondos mutuos de inversión en los Estados Unidos para el período 1954-1963.

	Rendimiento anual promedio %	Desviación estándar del rendimiento anual promedio %
Affiliated Fund	14.6	15.3
American Business Shares	10.0	9.2
Axe-Houghton. Fund A	10.5	13.5
Axe-Houghton. Fund B	12.0	16.3
Axe-Houghton. Stock Fund	11.9	15.6
Boston Fund	12.4	12.1
Board Street Investing	14.8	16.8
Bullock Fund	15.7	19.3
Commonwealth Investment Company	10.9	13.7
Delaware Fund	14.4	21.4
Dividend Shares	14.4	15.9
Eaton and Howard Balanced Fund	11.0	11.9
Eaton and Howard Stock Fund	15.2	19.2
Equity Fund	14.6	18.7
Fidelity Fund	16.4	23.5
Financial Industrial Fund	14.5	23.0
Fundamental Investors	16.0	21.7
Group Securities. Common Stock Fund	15.1	19.1
Group Securities. Fully Administered Fund	11.4	14.1
Incorporated Investors	14.0	25.5
Investment Company of America	17.4	21.8
Investors Mutual	11.3	12.5
Loomis-Sales Mutual Fund	10.0	10.4
Massachusetts Investors Trust	16.2	20.8
Massachusetts Investors-Growth Stock	18.6	22.7
National Investors Corporation	18.3	19.9
National Securities-Income Series	12.4	17.8
New England Fund	10.4	10.2
Putnam Fund of Boston	13.1	16.0
Scudder, Stevens & Clark Balanced Fund	10.7	13.3
Selected American Shares	14.4	19.4
United Funds-Income Fund	16.1	20.9
Wellington Fund	11.3	12.0
Wisconsin Fund	13.8	16.9

Fuente: William F. Sharpe, "Mutual Fund Performance".

a) Realice una gráfica que le ayude a verificar la teoría TPMC.
b) Respalde numéricamente sus conclusiones obtenidas en el inciso anterior.

2.19. De una sección de anuncios clasificados de un periódico del mes de febrero de 1994 se obtuvo la siguiente información sobre el modelo y precio de venta de los automóviles Volkswagen Sedan.

Modelo	**Precio de venta (miles de $)**
91	16200
92	18500
91	14950
91	15000
91	15600
91	17500
91	16900
92	16000
90	13800
90	14400
90	13950
90	14750
90	15500
90	16600
90	14400
90	13000
91	18000
91	18000
91	17500
91	15500
91	17300
91	17500
91	14800
92	17900

Modelo	**Precio de venta (miles de $)**
92	22000
92	18800
92	18500
93	21600
93	24500
93	20500
90	14800
91	16850
91	17000
90	13600
90	14000
90	13500
91	16000
92	18500
91	15300
90	15500
90	14000
91	16500
91	17000
92	18900
93	24000
90	14300
91	18300

a) Realice un diagrama esquemático del precio de venta de los automóviles de acuerdo a los modelos. Comente sus conclusiones.
b) Considere una variable que indique el número de años en uso del automóvil (94-modelo). Realice un diagrama de dispersión entre el número de años en uso y el precio de venta. Comente sus conclusiones.
c) Calcule el coeficiente de correlación entre el número de años en uso y el precio de venta.
d) ¿Qué puede concluir de la asociación entre el número de años en uso y el precio de venta de los automóviles Volkswagen Sedan?

2.20. En el verano de 1994 un viaje a Orlando incluyendo el avión, el hotel por siete noches y la renta de un auto, tenia un precio en dólares de acuerdo al hotel:

Precio por persona en ocupación doble.

	Auto para cuatro pasajeros	**Auto para siete pasajeros**
Ramada Central	545	600
Ramada Int. Drive	635	690
Hilton Gateway	655	710
Tango Bay	825	880

a) Obtenga la media, mediana y desviación estándar del precio en dólares para los dos conjuntos de datos.
b) Si el tipo de cambio promedio en junio de 1994 era de \$3.23, ¿cuál es la media, mediana y desviación estándar en pesos?
c) ¿Existe relación entre los precios que incluyen auto para cuatro pasajeros y los del auto para siete pasajeros? Realice una gráfica y obtenga una medida. Explique.

2.21.En 1995 los cursos intensivos de inglés EF tenían los siguientes costos en dólares:

País	**Lugar**	**28 días**	**21 días**
Canadá	Notario	1745	1440
	Columbia Británica	1890	1390
	Ridley College	2195	1890
Estados Unidos	Boston	1745	1390
	Washington D.C.	1745	1390
	Long Island	2145	1790
Inglaterra	Cambrige	1790	1290
	Oxford	1870	1370
	Brighton	1770	1270
	Londres	1790	1290

a) En el curso de 28 días:
¿En que país en promedio son más baratos los cursos?
b) En el curso de 28 días:
¿En que país hay menos variación en los precios?
c) Si el tipo de cambio promedio en el mes de junio de 1995 fue de \$6.22 por dólar. ¿Cuál es el precio promedio en pesos y la desviación estándar para cada país?
d) ¿Se puede concluir que los lugares que tienen el curso intensivo de 28 días más caro también tienen el curso de 21 días más caro? Realice una gráfica y obtenga una medida.
e) ¿La medida obtenida en el inciso anterior cambiaría su valor si es calculada en dólares o en pesos?

2.22. A continuación se presentan los datos de esperanza de vida (en años), ingreso per cápita (en dólares), porcentaje de analfabetismo y porcentaje de población urbana en el año de 1990 para los 35 países independientes de América.

País	Esperanza de vida (Años)	Ingreso per cápita (U.S. DLLS.)	Analfabetismo (Porcentaje)	Población Urbana (Porcentaje)
1. Canadá	77.0	20,470	4.4	77.0
2. E. Unidos	76.0	21,790	4.5	75.0
3. México	70.3	2,490	12.7	72.6
4. Guatemala	65.0	900	44.9	39.0
5. Belice	68.0	1,990	7.0	51.6
6. Costa Rica	76.3	1,900	7.2	47.0
7. Cuba	75.7	2,000	6.0	72.8
8. El Salvador	66.3	1,110	27.0	44.0
9. Nicaragua	66.6	830	13.0	60.0
10. Honduras	65.8	590	26.9	44.0
11. Argentina	71.4	2,370	4.7	86.0
12. Bolivia	61.1	630	22.5	58.0
13. Brasil	66.0	2,680	19.0	75.0
14. Colombia	69.3	1,200	13.3	70.0
15. Chile	72.0	1,940	6.6	86.0
16. Ecuador	66.6	980	14.2	56.0
17. Paraguay	67.3	1,110	9.9	48.0
18. Perú	64.6	1,160	10.7	72.0
19. Guyana	64.0	330	3.6	31.1
20. Suriname	68.0	3,050	20.8	65.2
21. Uruguay	72.4	2,560	3.8	86.0
22. Venezuela	70.3	2,560	11.9	84.0
23. Antigua	74.0	4,600	10.0	32.0
24. Bahamas	69.0	11,420	5.0	59.1
25. Barbados	75.0	6,540	2.0	44.7
26. Jamaica	73.0	1,500	1.6	77.0
27. Haití	54.0	370	47.0	28.0
28. Dominicana	67.6	830	16.7	60.0
29. Sn. Cristobal	70.0	3,330	10.0	45.0
30. Trinidad y T.	71.0	3,610	3.9	69.0
31. San Vicente	69.0	1,720	15.0	25.7
32. Santa Lucía	72.0	1,900	10.0	46.4
33. Dominica	75.0	2,210	5.6	45.8
34. Granada	70.0	2,190	15.0	35.0
35. Panamá	72.8	1,830	11.9	53.0

Fuente: Almanaque mundial de 1994

a) Obtenga el diagrama de tallo y hojas para cada una de las variables.

b) Obtenga el diagrama de caja y brazos para cada una de las variables. ¿Qué puede concluir para cada variable?
c) ¿Qué variable tiene mayor dispersión, el porcentaje de analfabetismo o el porcentaje de población urbana?
d) Obtenga todos los posibles diagramas de dispersión entre las variables y sus correspondientes coeficientes de correlación. Explique lo que obtuvo.
e) ¿Entre qué variables existe mayor relación?

2.23. En el año de 1987 se determinaron cinco valores para el salario mínimo diario del área geográfica A que se presentan a continuación :

Primer día de vigencia	**Salario mínimo diario ($)**
1o. De enero de 1987	3.05
1o. De abril de 1987	3.66
1o. De julio de 1987	4.50
1o. De octubre de 1987	5.625
1o. De diciembre de 1987	6.47

Obtenga el salario promedio anual considerando los días que estuvo vigente cada uno.

TEMA 3: PROBABILIDAD, VARIABLES ALEATORIAS Y DISTRIBUCIONES DE PROBABILIDAD.

3.1 PROBABILIDAD

3.1.1. Construya el espacio muestral para cada uno de los siguientes experimentos:

a) Se lanzan tres monedas.

b) Se pregunta a cuatro personas si el día en que nacieron es número non o par.

c) Una urna contiene tres bolas rojas, dos blancas y una azul. Una segunda urna contiene dos pelotas blancas y tres azules. Una bola es seleccional al azar de cada urna

d) Las pelotas de las dos urnas del inciso anterior son mezcladas en una sola urna, y posteriormente se extrae una muestra de dos pelotas.

3.1.2. Del conjunto $A=\{a, b, c, d, e\}$ se va a seleccionar una muestra de 3 elementos sin reemplazo.

a) Obtenga el espacio muestral.

b) ¿Cuál es la probabilidad de que la muestra contenga al elemento *a*?

c) ¿Cuál es la probabilidad de que la muestra contenga dos vocales?

d) ¿Cuál es la probabilidad de que no contenga a *b*?

e) ¿Cuál es la probabilidad de que contenga las 3 consonantes?

3.1.3. Sean *A* y *B* dos eventos mutuamente excluyentes tales que P(*A*)>0 y P(*B*)>0. Demuestre que *A* y *B* no pueden ser independientes.

3.1.4. Sean A y B cualesquiera dos eventos. Demuestre, mediante diagramas de Venn que:

$$P\left[(A \cup B)^c\right] = P\left[A^c \cap B^c\right]$$

3.1.5. Sean A y B dos eventos tales que: $P(A) = 1/4$, $P(B|A) = 1/2$ y $P(A|B) = 1/4$ y A no es subconjunto de B

a) Demuestre que $P(A \cap B) > 0$

c) Calcule $P\left(A^c | B^c\right)$

d) Calcule $P(A|B) + P\left(A|B^c\right)$

3.1.6. Sean A y B dos eventos mutuamente excluyentes tales que P(A)=0.3 y P(B)=0.2. Calcule las siguientes probabilidades.

a) $P\left(A^c\right)$

b) $P(A \cup B)$

c) $P(A \cap B)$

d) $P\left(A \cup B^c\right)$

e) $P\left(B|A\right)$

3.1.7. Al lanzar una moneda 3 veces, ¿cuál es la probabilidad de que salgan 2 soles?

3.1.8. El 20% de la población, vió un partido de foot-ball en la televisión el sábado. El 30% vió otro el domingo y el 15% vió ambos juegos.
Calcule la probabilidad de que una persona no haya visto ningún juego en sábado y domingo.

3.1.9. Suponga que hay una prueba para detectar cáncer con la propiedad de que el 90% de aquellas personas con cáncer reaccionan positivamente y el 5% de aquellas sin cáncer reaccionan positivamente. Si el 1% de los pacientes en un hospital tiene cáncer, ¿cuál es la probabilidad de que un paciente seleccionado al azar, que reacciona en forma positiva a la prueba, realmente tenga cáncer?

3.1.10. Una compañía tiene dos puestos disponibles de vicepresidente, los cuales se asignarán escogiendo al azar dos personas de una lista de cuatro candidatos. En la lista, hay dos mujeres y dos hombres, todos ellos con una larga trayectoria dentro de la compañía. ¿Cuál es la probabilidad de que al menos una mujer sea seleccionada?

3.1.11. Sean A y B dos eventos independientes tales que P(A)= 0.3 y P(B) = 0.2. Encuentre:

a) $P\left(A\cap B\right)$

b) $P\left(A\cup B\right)$

c) $P\left(A|B\right)$

3.1.12. A 100 estudiantes del ITAM se les pregunta el transporte que utilizan para llegar al ITAM. Los resultados de las entrevistas han sido clasificadas en la siguiente tabla de contingencia:

	Carro propio	Otro
Hombre	40	22
Mujer	29	9

Se elige aleatoriamente un estudiante. Calcule la probabilidad de que:
a) sea mujer
b) sea hombre y utilice carro propio
c) sea mujer o use carro propio
d) dado que es mujer, que no utilice carro propio
e) dado que no utiliza carro propio que no sea mujer
f) que no sea hombre y no utilice carro propio?

3.1.13. Tres tornillos se extraen aleatoriamente de un lote de 100 tornillos, en el cual hay 10 defectuosos. Calcule la probabilidad de que los tres tornillos no sean defectuosos, si la extracción fue:

a) sin reemplazo b) con reemplazo

3.1.14. En un experimento se utilizan tres condiciones diferentes (*A_1, A_2 y A_3*). Las personas que realizan el experimento son calificadas con el número de errores que cometieron. De los resultados del experimento, aplicado a 200 personas, se obtuvo la siguiente tabla de probabilidad.

	Condición			
No. de errores	A_1	A_2	A_3	
0	0.05	0.02	0.13	
1	0.20		0.10	0.45
2 o más				
	0.30	0.34		

a) Obtenga las probabilidades que faltan.

b) ¿Es la condición del experimento independiente del número de errores? ¿Por qué?

c) ¿A cuántas personas se les aplicó la condición *A_2*?

3.1.15. El gerente de un hotel de Mazatlán sabe que el 45% de sus huéspedes solicitan un cuarto doble, el 35% solicitan suite y el resto suite de lujo. Además sabe que el motivo del viaje del 45% de ellos es tomar vacaciones.
De los huéspedes que solicitan cuarto doble, el 22.22% tiene como motivo del viaje tomar vacaciones y otro 22.22% tiene como motivo asistir a un Congreso.
De los que solicitan suite, únicamente el 20% tiene como motivo negocios.
De los que solicitan una suite de lujo, el motivo es negocios un 40% de las veces y tomar vacaciones un 50%.

a) Construya la tabla de probabilidades conjunta entre tipo de cuarto y motivo del viaje.

b) ¿Cuál es la probabilidad de que una persona que vaya a asistir a un Congreso solicite suite o suite de lujo?

3.1.16 Cada suscriptor anual de Reader's Digest tiene derecho a participar en una rifa donde se elige un número y se gana un auto. ¿tienen todos los suscriptores la misma probabilidad de ganar?

3.1.17. En cierto banco se sabe que 1 de cada 10 personas tarda más de 1 hora en realizar todos sus trámites. Cuatro personas llegan a este banco al mismo tiempo. ¿Cuál es la probabilidad de que :

a) todas salgan en menos de una hora?

b) todas tarden más de una hora?

c) dos de las cuatro personas salgan después de una hora?

3.1.18. Para llegar a su trabajo, una persona puede tomar el metro o el autobús, lo cual decide con probabilidad de 0.4 y 0.6 respectivamente. Si toma el metro, llega a su trabajo antes de las 8:00 AM el 95% de las veces, y si toma el autobús solo llega antes de las 8:00 AM el 90% de las veces, pero prefiere el autobús por ser más cómodo. Si en una ocasión se le ve llegar antes de las 8:00 AM. ¿Cuál es la probabilidad de que haya viajado en autobús?

3.1.19. La cabeza de un misil Patriot contiene dos componentes electrónicos. Un Patriot acierta a un Scud si cualquiera de los dos componentes funciona correctamente. Se sabe que la probabilidad de que el primer componente funcione es de 0.95, la de que el segundo funcione es de 0.88, y la de que ambos a la vez funcionen es de 0.86. ¿Cuál es la probabilidad de que un misil Patriot derribe a un Scud?

3.1.20 Una mano de póker consiste en 5 cartas seleccionadas de una baraja de 52. ¿Son todas las manos de póker igualmente probables?

3.1.21. Una sección de tubería de drenaje se rompió y debe ser reparada por el departamento de obras públicas. La tubería empieza debajo del centro de la calle y se conecta con otra tubería debajo de la pared de enfrente de una bodega. La pared está a 150 pies del centro de la calle.

Los plomeros piensan que la rajadura puede estar en cualquier parte de la tubería y todos los puntos son igualmente probables. Encuentre la probabilidad de que la rajadura se encuentre:

a) a 30 pies o menos de la pared

b) entre 80 y 100 pies de la pared

3.1.22. En el departamento de control de calidad, cada producto inspeccionado está marcado con B (si es bueno) o con M (si es malo). Los ingenieros de control de calidad también determinan si los inspectores en línea aceptaron un producto (A) o si lo rechazaron (R).

Diga si las siguientes aseveraciones son falsas o verdaderas y justifique su respuesta.

a) $P(A) = 1-P(R)$

b) $P(A) = 1 - P(M)$

c) $P(A\cap B) = P(A)\, P(B)$

d) $P(A\cap R) = 0$

e) $P(A \mid B) = 1 - P(R \mid B)$

f) $P(B \mid A) = P(A \mid B)$

g) $P(A) = P(B \mid A) + P(M \mid A)$

h) $P(A) = P(AB) + P(A \mid M)$

3.1.23. Suponga que dos equipos, el A y el B, son igualmente hábiles y por ende, cada uno tiene una probabilidad de 1/2 de derrotar al otro.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que el equipo A gane 4 juegos consecutivos? (Suponga independencia entre los juegos).

b) ¿Cuál es la probabilidad de que A gane 3 de 4 juegos?

3.1.24. Use el sentido común para indicar cuáles de los siguientes eventos A y B son independientes?

a) A- persona que es jugador profesional de basketball
   B- persona cuya estatura es mayor de 1.83 m

b) A- persona con una estatura de más de 1.83 m
   B- persona cuyo padre mide más de 1.83 m

c) A- color de cabello
   B- sabor favorito de helado

d) A- edad del individuo
   B- tipo de música favorita

3.1.25. Alrededor del 5% de la población se marea mientras toma paseos en lancha. Supóngase que una lancha contiene 5 turistas seleccionados aleatoriamente ¿Cuál es la probabilidad de que:

a) ninguno se maree?

b) al menos uno se maree?

3.1.26. Los eventos A y B son tales que P(B)=1/4, y P(A)=1/2. Obtenga $P[A|B]$ e indique si los eventos tienen alguna relación si:

a) P[B|A] = 1/4

b) $P[B|A] = \frac{1}{2}$

c) $P[B|A] = \frac{1}{3}$

3.1.27. Se lanza una moneda cargada de tal forma que la probabilidad de que el resultado sea águila es 2/3. Si aparece águila, se extrae aleatoriamente una pelota de una urna que contiene dos pelotas rojas y tres verdes; si el resultado es sol, se extrae una pelota de otra urna que contiene dos rojas y dos verdes.
¿Cual es la probabilidad de extraer una pelota roja?

3.1.28. Suponga que se tienen cuatro urnas con 10 canicas de colores en cada una de ellas. En la siguiente tabla se resume el contenido de las urnas.

	Color de las canicas			
Urna	Rojas	Blancas	Azules	Total
A	1	6	3	10
B	6	2	2	10
C	8	1	1	10
D	0	6	4	10

Se elige una de las urnas en forma arbitraria y de ella se saca una canica. Si la canica es roja, ¿Cuál es la probabilidad de que se hayan sacado de la urna B?

3.1.29. De los muchos automóviles que se guardan en el estacionamiento de empleados de un edificio de oficinas, el 75% transportan solo a un empleado y el resto transportan a dos o más empleados. El 60% de los automóviles son modelos anteriores a 1999 y el resto son de 1999 o de años más recientes. De los automóviles de modelos anteriores a 1999, dos de tres transportan solo a un empleado y el resto a dos o más empleados. Si se selecciona un automóvil al azar de todos los que están en el estacionamiento, ¿cuál es la probabilidad de que este automóvil :

a) sea de un modelo anterior a 1999 y que transporte solo a un empleado?
b) no transporte a dos o más empleados y no sea un modelo anterior a 1999?
c) transporte a dos o más empleados o sea un modelo anterior a 1999?
d) transporte a dos o más empleados dado que no se trata de un modelo anterior a 1999?

3.1.30. En una bolsa de tejido hay 9 madejas de hilos de color verde, 10 de color rojo, 5 de color azul y 6 amarillas.

Se seleccionan 3 madejas aleatoriamente y sin reemplazo:

a) ¿Cuál es la probabilidad de que las tres madejas sean azules?
b) ¿Cuál es la probabilidad de que no se seleccionen madejas rojas o verdes?
c) ¿Cuál es la probabilidad de que las madejas sean amarillas o verdes?

3.1.31. a) ¿Cuál es la probabilidad de que los últimos 3 dígitos de un número de lotería escogido al azar sean diferentes?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que los últimos 4 dígitos de un número telefónico escogido al azar sean diferentes?

3.1.32. Un ejecutivo de publicidad está estudiando los hábitos de ver televisión de los matrimonios durante las horas llamadas *AAA*. Con base en datos anteriores, ha determinado que durante esas horas el esposo ve la televisión el 60% del tiempo. También ha determinado que cuando el esposo está viendo la televisión, el 40% del tiempo también la está viendo la esposa. Cuando el esposo no ve la televisión, el 30% del tiempo la esposa la está viendo. Encuentre la probabilidad de que :

a) Si la esposa está viendo la televisión, el esposo también la esté viendo.
b) La esposa esté viendo la televisión en las horas *AAA*.

3.1.33. Una fábrica impone los siguientes controles de calidad a sus productos. Una pelota se rechaza si bota demasiado alto o muy poco, o si bien tiene un defecto en su forro. En realidad, el 12% de las pelotas que producen, botan demasiado o muy poco, y el 50% de estas tienen además defectos en su forro. En general el 10% de todas las pelotas producidas tienen defectos en el forro.

En un lote seleccionado aleatoriamente de 1000 pelotas, ¿cuál es la probabilidad de que una pelota seleccionada al azar :

a) tenga defectos de bote?
b) tenga defectos de forro?
c) tenga ambos defectos?
d) tenga alguno de esos defectos?
e) no tenga ningún defecto?

f) de que se presente defecto de bote pero no de forro?

3.1.34. En una planta electrónica, se sabe por experiencia pasada que la probabilidad de que un nuevo trabajador que ha asistido al programa de capacitación de la compañía cumpla con la cuota de producción es 0.84, y que la probabilidad correspondiente para un nuevo trabajador que no ha asistido al programa de capacitación es de 0.49. Si el 10% de todos los trabajadores de nuevo ingreso asisten al programa de capacitación, ¿Cuál es la probabilidad de que un nuevo trabajador cumpla con la cuota de producción?

3.1.35. Sean A y B dos eventos independientes, tales que la probabilidad de que ocurran simultáneamente es 1/6, y de que A ocurra y B no es de un 1/3. Encuentre P[A] y P[B].

3.1.36. Entre las 90 cartas entregadas a una oficina, 50 están dirigidas al Departamento de Contabilidad y 40 al de Mercadotecnia. Si dos de estas cartas se entregan a la Dirección General por error, y se considera que la selección es aleatoria, ¿Cuál es la probabilidad de que :

a) ambas cartas debían haberse entregado al Departamento de Contabilidad.

b) ambas cartas debían haber sido entregadas en el Departamento de Mercadotecnia.

c) una debía haberse entregado al Departamento de Contabilidad y la otra al de Mercadotecnia.

3.1.37. ¿Cuál es la probabilidad de obtener al menos dos águilas si se arroja una moneda no cargada 10 veces?

3.1.38. Isaac Tinoco, un ingeniero de una empresa aeronáutica no está de acuerdo con su supervisor respecto a la probabilidad de una falla en el tren de aterrizaje del nuevo avión de la línea comercial de la compañía. Isaac sostiene que la probabilidad de esa falla es de 0.09, mientras que su supervisor asegura que la probabilidad es de apenas 0.02. Los dos coinciden en que si el tren de aterrizaje falla la probabilidad de que el avión se estrelle es de 0.65 . De lo contrario, la probabilidad de accidente es apenas de 0.05 . Se realiza una prueba de vuelo, y el avión se estrella.

a) De acuerdo con Isaac, ¿cuál es la probabilidad de que haya fallado el tren de aterrizaje?

b) De acuerdo con el supervisor, ¿cuál es la probabilidad de que haya fallado el tren de aterrizaje?

3.1.39. Suponga que un punto es escogido al azar del cuadrado unitario, y que todos los puntos son igualmente probables.

Sea A el evento de que el punto se encuentre en el triángulo limitado por las líneas Y=0, X=1 y X=Y y sea B el evento de que el punto se encuentre en el rectángulo formado por los vértices (0,0), (1,0), (1,1/2), (0,1/2).

Calcule $P[A\cup B]$, $P[A\cap B]$ y $P[A|B]$

3.1.40. A partir de experiencias previas, una casa de bolsa considera que bajo las condiciones actuales, un cliente invertirá en instrumentos de renta fija con una probabilidad de 0.6, en instrumentos de renta variable con una probabilidad de 0.3 y en instrumentos de renta fija o variable, o en ambos, con una probabilidad de 0.8 . ¿Cuál es la probabilidad de que el cliente invierta :
a) en ambos instrumentos?
b) en ninguno de estos instrumentos?

3.1.41. Supongamos que se pide a 3 niños que adivinen en cual de 3 cajas hay una galleta. Si el primero acierta, se queda con la galleta, sino se elimina la caja vacía y el segundo niño tiene que adivinar donde esta la galleta. Si acierta se queda con ella y si falla se le queda el tercer niño. ¿Existe alguna ventaja en ser el primero, el segundo o el tercero? Justifique su respuesta.

3.1.42. Sean A y B dos subconjuntos del espacio muestral S. Dados P[A], P[B] y P[AB] encontrar una expresión, en función de las probabilidades anteriores para :

a) $P\left[A^c \cup B^c\right]$ c) $P\left[A^c \cap B\right]$
b) $P\left[A^c \cap B^c\right]$ d) $P\left[A^c \cup B\right]$

3.1.43. Se lanza un par de dados. Si se sabe que en un dado salió el numero 4, ¿Cuál es la probabilidad de que :
a) el otro número sea un 5?
b) la suma de los números que salieron en los dados sea mayor que 7?

3.1.44. Una empresa utiliza tres hoteles para dar alojamiento a sus clientes. Por experiencias pasadas, se sabe que al 20% de los clientes se les asignan cuartos en el hotel A, al 50% en el hotel B y al 30% restante en el hotel C. Si las tuberías están defectuosas en el 5% de los cuartos del hotel A, en el 4% de los cuartos del hotel B y en el 8% de los cuartos del hotel C, ¿cuál es la probabilidad de que :
a) a un cliente se le asigne un cuarto con la tubería defectuosa?
b) una persona que tiene un cuarto con problemas en la tubería esté hospedado en el hotel C?

3.1.45. En la sección de productos lácteos de un mercado de autoservicio hay 150 litros de leche, 100 de los cuales frescos y 50 litros son del día anterior. Si se seleccionan 2 litros al azar :
a) ¿cuál es la probabilidad de que los dos litros sean frescos?
b) ¿cuál es la probabilidad de que los dos litros sean frescos sabiendo que por lo menos uno de ellos es fresco?

3.1.46. En una fábrica hay 3 máquinas automáticas para producir válvulas. La máquina A produce el 40% de las válvulas, la máquina B el 25% y la máquina C el 35% restante. Se ha observado que el 5% de las válvulas producidas en la máquina A salen defectuosas, al igual que el 7% de las producidas en la máquina B y el 6% de las que se producen en la máquina C.

a) Si se selecciona al azar una válvula del lote combinado de producción de las tres máquinas. ¿Cuál es la probabilidad de que la válvula escogida sea defectuosa?

b) Si se encuentra una válvula defectuosa del total de la producción. ¿Cuál es la probabilidad de que haya sido producida por :

   b.i) la máquina A?

   b.ii) la máquina B?

   b.iii) la máquina C?

3.1.47. Considere el experimento de lanzar 2 dados. Considere así mismo los siguientes eventos :

A={ la suma de los números obtenidos al lanzar los dados es impar }

B={ el número obtenido en el primer dado es 1 }

C={ la suma es 7 }

a) ¿Son A y B independientes?

b) ¿Son A y C independientes?

c) ¿Son B y C independientes?

3.1.48. Se eligen 1600 familias y se clasifican de acuerdo a su nivel socioeconómico y al tipo de escuela en la que están los hijos. En la siguiente tabla se presentan los resultados:

	Escuela		
Nivel socioeconómico	Privada	Pública	Total
Bajo	506	494	1000
Medio-alto	438	162	600
Total	944	656	1600

Si se elige una familia al azar, cacule la probabilidad de que:

a) sea de nivel socioeconómico medio-alto y los hijos estén en escuela privada.

b) sea de nivel bajo o los hijos estén en escuela pública.

c) sea de nivel socioeconómico bajo si se sabe que los hijos están en escuela pública.

d) ¿Es independiente el tipo de escuela del nivel socioeconómico de la familia?

3.1.49. Se carga un dado de manera que los números impares tienen el triple de probabilidad de aparecer que los números pares. Si se lanza el dado una vez, ¿cuál es la probabilidad de que :

a) el número sea par ?

b) el número sea primo?

c) el número sea impar y mayor que dos?

3.1.50. En un salón de 28 alumnos, 7 miden al menos 1.80 metros. Se va a formar un equipo de basquetbol (5 integrantes), pero como todos tienen muchas ganas de jugar, el equipo no se escogerá de acuerdo a las estaturas, sino al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que al menos tres miembros del equipo midan 1.80 metros o más?

3.1.51. Para detectar anemia es necesario contar el número de glóbulos rojos por milímetro cúbico de sangre. Este procedimiento se lleva a cabo en laboratorio y tiene el inconveniente de ser caro. Ante esto, la Dra. Constanza Sánchez ha ideado una prueba barata con diagnóstico instantáneo; la cual consiste en comparar el color de la cara interna del párpado con la escala impresa en una tarjeta. Sin embargo dicha prueba no es tan precisa como la de laboratorio, pues existen anémicos que no son diagnosticados como tales (falsos negativos) y existen personas sanas que son diagnosticadas como anémicas (falsos positivos). Estos errores de diagnóstico ocurren solo el 8% y el 12% de los casos respectivamente. Para un sujeto en particular la prueba resulta positiva. Si se sabe que el 3% de la población es anémica, ¿cuál es la probabilidad de que ese sujeto tenga anemia?

3.1.52. Sea $P\left[A \cup B\right] = 0.68$ y P[A] = 0.25. Determine P[B] si :

a) A y B son mutuamente excluyentes.
b) A y B son independientes.
c) $P\left[B|A\right] = 0.35$

3.1.53. El gerente de una tienda desea emplear a 3 personas de entre 4 solicitantes de sexo masculino y 6 de sexo femenino. Obtener la probabilidad de emplear :

a) solamente un hombre.
b) como máximo a dos hombres.
c) a dos hombres o a dos mujeres.

3.1.54. En una empresa que se dedica a la entrega de paquetes existe la amenaza de que se desencadene una huelga. El transporte de los paquetes puede ser aéreo o terrestre. El gerente de la empresa ha averiguado que la probabilidad de que los pilotos se declaren en huelga es de 0.75 y la probabilidad de que los conductores se declaren en huelga es de 0.65. Sin embargo sabe que si los conductores van a la huelga, hay 90% de probabilidades de que los pilotos hagan lo mismo por solidaridad con sus compañeros.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que ambos grupos se declaren en huelga?
b) Si los pilotos se declaran en huelga, ¿Cuál es la probabilidad de que los conductores también hagan lo mismo por solidaridad?

3.1.55. Tres urnas contienen 5 bolas cada una numeradas del 1 al 5, se extrae una bola de cada urna. ¿Cuál es la probabilidad de que la suma de las tres bolas sea mayor que 4?

3.1.56. La siguiente tabla muestra los resultados de considerar a 100 perros.

	Con pulgas	*Sin pulgas*
Machos	*50*	*15*
Hembras	*25*	*10*

Se selecciona a un perro al azar. Calcule las siguientes probabilidades :
a) que sea macho.
b) que sea hembra y tenga pulgas.
c) que sea hembra o tenga pulgas.
d) que no sea macho y no tenga pulgas.

3.1.57. Una máquina consta de 4 componentes en paralelo, de manera que para si las cuatro fallan. Las fallas de los componentes son independientes y las probabilidades de que fallen son 0.1, 0.2, 0.4 y 0.6 respectivamente.
a) ¿Cuál es la probabilidad de que la máquina deje de funcionar?
b) Si la máquina dejara de funcionar cuando 3 o más componentes fallen, ¿cuál es la probabilidad de que deje de funcionar?

3.1.58. Tres eventos A, B y C se definen en un espacio muestral. Los 3 conjuntos correspondientes a estos 3 eventos no se intersectan y la unión de los 3 es el espacio muestral. El evento B es dos veces más probable que ocurra que el evento A, y el evento C es dos veces más probable que ocurra el evento B. Determine la probabilidad de cada uno de estos eventos.

3.1.59. Hay 4 amigos solteros y la probabilidad de que cualquier de ellos se case en los próximos 5 años es de 0.10. El que se case uno de ellos es independiente de lo que suceda con los demás.
a) ¿Cuál es la probabilidad de que todos estén solteros dentro de 5 años?
b) ¿Cuál es la probabilidad de que 3 sigan solteros y se haya casado uno?
c) ¿Cuál es la probabilidad de que por lo menos uno siga soltero?

3.1.60. Una compañía de seguros seleccionó al azar a 1000 conductores de automóvil en una ciudad particular, con el objeto de determinar la relación existente entre la edad y el número de accidentes. Los datos obtenidos son los siguientes :

	Accidentes en un año				
Edad	0	1	2	3	más de 3
menos de 20	50	62	53	35	20
20 - 29	64	93	67	40	36
30 - 39	82	68	32	14	4
40 - 49	38	32	20	7	3
más de 49	43	50	35	28	24

a) Calcule la probabilidad empírica (frecuentista) de que un conductor seleccionado al azar:
a.i) sea menor de 20 años y haya tenido 3 accidentes en un año.

a.ii) tenga entre 30 y 39 años y haya tenido al menos un accidente en el año.
a.iii) no haya tenido accidentes en el año.
a.iv) sea menor de 20 años o haya tenido 3 accidentes en un año.
a.v) tenga más de 49 años, si se sabe que tuvo más de tres accidentes.

b) ¿Se podría concluir que la edad es independiente del número de accidentes? Justifique su respuesta.

3.1.61. Una persona compra 2 boletos de una rifa. En total hay 60 boletos y hay 5 premios iguales.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que esa persona gane un premio?
b) ¿Cuál es la probabilidad de que al menos gane un premio?

3.1.62. En una bodega de cítricos se recibió un cargamento de toronjas con las siguientes características: 10% son rosadas sin semilla; 20% son blancas sin semilla, 30% son rosadas con semilla y el resto son blancas con semilla. Si seleccionamos aleatoriamente una toronja, encuentra la probabilidad de :

a) que sea sin semilla.
b) que sea blanca.
c) que sea rosada o sin semilla.
d) que sea rosada si se sabe que es sin semilla.
e) que sea sin semilla si se sabe que es rosada.

3.1.63. Cuatro estudiantes se pusieron de acuerdo para resolver esta tarea de estadística en el Vips que se encuentra en Insurgentes Sur, pero resulta que hay 4 restaurantes Vips en este tramo de avenida. ¿Cuál es la probabilidad de que cada uno de ellos escojan un Vips diferente?

3.1.64. Un caricaturista envía su historieta a su editor a través de una empresa de servicio postal. Este servicio utiliza dos tipos de transporte en la región del país donde habita el caricaturista: ferrocarril y camión. En los 20 años que lleva prestando ese servicio de correo, solo el 2% de la correspondencia transportada por ferrocarril y solo el 3.5% de la que se transporta por camión se han extraviado. El gerente del Departamento de Quejas recibe una llamada del señor Ledezma informándole que se extravió un paquete que contenía las historietas de toda una semana. Si la empresa envía el 60% de la correspondencia por ferrocarril en esa zona:

a) ¿En qué tipo de transporte existen mayores posibilidades de que se extravien las historietas?.
b) ¿Cómo cambia la solución del problema si ese servicio de correo pierde solo el 2% de su correspondencia (sin importar el tipo de transporte que use)?

3.1.65. En una escuela primaria el 55% de los niños y niñas son de piel blanca, el 40% tienen el cabello rubio y el 40% tienen ojos de color claro. Se sabe también que el 10% de los alumnos son rubios, de piel blanca y ojos claros. El 15% no son rubios no tienen piel blanca y no tienen ojos de color claro. El 10% tienen ojos claros, no tienen piel blanca y su cabello no es rubio. El 75% tienen piel blanca u ojos claros. ¿Cuál es la probabilidad de que de que un niño(a) seleccionado aleatoriamente :

a) tenga piel blanca, los ojos no sean claros, el cabello no sea rubio?

b) tenga los ojos color claro, el cabello no sea rubio y la piel no sea blanca?

c) cumplan por lo menos con alguna de las siguientes características: ojos claros, piel blanca y cabello rubio?

d) cumplan por lo menos con alguna de las siguientes características: ojos claros, piel blanca y cabello no rubio.

e) cumplan a lo más con alguna de las siguientes características: ojos claros, piel blanca y cabello rubio?

3.2 VARIABLES ALEATORIAS Y FUNCIONES DE PROBABILIDAD DISCRETAS.

3.2.1 Defina el concepto de variable aleatoria.

3.2.2. ¿En qué difieren las variables aleatorias discretas y continuas?

3.2.3. Explique el concepto de función de probabilidad de una variable discreta.

3.2.4. Identifique cada una de las siguientes variables aleatorias como discreta o continua.

a) Las edades de los niños que están en un salón de clases.
b) El número de alumnos que se encuentran en la cafetería.
c) Los litros de gasolina vendidos en un día martes en un gasolinera.
d) La distancia a la que se puede elevar un papalote.
e) El número de pasitas que hay en un paquete de Raisin Bran.
f) El número de robos ocurridos en un almacén en un determinado periodo de tiempo.
g) El número de pólizas vendidas en un periodo de tiempo por un agente de seguros.
h) La cantidad de gasolina consumida por un vehículo en una prueba de 100 km.
i) Las ventas brutas de un supermercado en un día determinado.
j) La demanda diaria de energía eléctrica en una determinada ciudad.
k) El número de clientes atendidos por una cajera en un día.
l) El tiempo que dura una medicina en un estante hasta que la compren o caduque.
m) El peso de la persona mas cercana a usted.
n) El número de bacterias que mueren como consecuencia de usar un antibiótico.
ñ) El número de millas que viaja un vendedor en un mes dado.
o) El tiempo (efectivo) que un alumno tarda en resolver la tarea de Estadística I.
p) La cantidad de efectivo en una sucursal bancaria.
q) El número de días, en el presente año, en los que se aplicará el plan de contingencia en su segunda fase.
r) El ingreso de las personas económicamente activas.
s) El número de accidentes mortales en una planta manufacturera.
t) El número de llamadas que entran al conmutador del ITAM entre las 8 y 10 de la mañana.
u) El valor estimado de una casa (en unidades monetarias).
v) El tiempo por transcurrir hasta el cambio necesario de la banda o correa del ventilador de un automóvil.
w) El número de cuentas que hay en un banco en un momento dado.
x) El tiempo que un consumidor tiene que esperar en la ventanilla de correos.
y) El número de hojuelas de maíz en una cajita de Corn Flakes.

3.2.5 Enseguida se presentan cinco funciones. Determine cuáles son funciones de probabilidad. Justifique.

a) $f(x) = +\sqrt{x}$ x = .01, .04, .09 y .16

b) $f(x) = \frac{x}{5}$ x = 1, 2 y 3

c) $f(x) = \dfrac{x-1}{2}$ x = 0, 1, 2

d) $f(x) = x - x^2 + 0.1$ x = 0.1, 0.2, 0.3, 0.4 y 0.5

e) $f(x) = \dfrac{3/4}{x!(3-x)!}$ x = 0, 1, 2, 3

3.2.6. Un avión tiene probabilidad *p* de llegar a tiempo a su destino, en cuyo caso la variable aleatoria X toma el valor de uno. En caso de llegar retrasado la variable aleatoria toma el valor cero; esto ocurre con probabilidad *1-p*. Obtenga la distribución de probabilidades para X y encuentre E[X y Var[X.

3.2.7. Dos amazonas (A = Paula Z y B = Paula G) que practican el salto con caballos, van a disputar un trofeo que se adjudicará a la primera de ellas que gane 3 competencias. Considere las competencias como una serie de repeticiones de un experimento. En cada repetición sólo hay dos resultados posibles: gana A o gana B. Por ejemplo, si A gana los primeros 3 encuentros, la serie termina y el evento se denota por $\{A, A, A\}$

a) Escriba el espacio muestral (hay 20 resultados posibles)
b) De acuerdo con la historia de encuentros entre A y B, se sabe que A le ha ganado el 60% de las veces a B. Suponiendo que las competencias de la serie son independientes, determine las probabilidades de cada uno de los 20 eventos posibles.
c) Sea X el número de competencias que gana A, y Y el número de competencias que gana B. Obtenga la función de probabilidades de X y la función de probabilidades de Y.
d) Sea Z el número total de competencias. Obtenga la función de probabilidades de Z.

3.2.8. Sea X una variable aleatoria, tal que:

$$p(x) = \begin{cases} \dfrac{2x}{c} & \text{si} \quad x = 1,2,3,4 \\[2ex] \dfrac{9-x}{c} & \text{si} \quad x = 5,6,7,8 \end{cases}$$

a) Calcule el valor de *c* que hace que la función $p(x)$ sea una función de probabilidades. Calcule la distribución de probabilidades de X (Grafiquela).
b) Calcule el valor esperado y la varianza de la variable aleatoria.
c) Obtenga la P[2<X<7]

3.2.9. Se tiene programado un concierto al aire libre con el grupo “Jaguares”. El concierto será un domingo por la tarde en un estadio de futbol. Los promotores preocupados por una posible lluvia contrataron los servicios de predicción metereológica por medio de satélite de una compañía con prestigio en el ramo. Esta compañía dice que

la probabilidad de lluvia durante el concierto es de 0.24. Si no llueve los promotores obtendrán $300’000,000 de pesos. Si llueve estiman que solo recibirán $30’000,000. Una compañía de seguros acepta asegurar el concierto contra lluvia por una suma asegurada de $300’000,000 cobrando una prima de $60’000,000.
¿Deberían comprar el seguro los promotores?
Hint: Encuentra el valor de la ganancia neta esperada si se aseguran y el valor de dicha ganancia si no se aseguran.

3.2.10. Una urna contiene 6 pelotas del 1 al 6. Se extraen simultáneamente 2 pelotas de la urna, que llevan respectivamente los números “a” y “b”. A cada resultado de esta extracción asociamos :

* El número $\frac{a+b}{2}$ si a y b son pares.
* El número cero si a y b son impares.
* El número $|a-b|$ si a y b son de diferentes paridad (uno es par y el otro es impar).

a) ¿Cuáles son los valores de la variable aleatoria X que fue definida de esta manera? Para ello escriba todas las posibles combinaciones.
b) Obtener la función de probabilidad de X y la distribución de probabilidad acumulada. Grafiquelas.
c) Obtener el E[X] y la Var[X].

3.2.11. Un contratista estima que sus tiempos de terminación para un proyecto, con sus respectivas probabilidades, son:

Tiempo de terminación (t)	Probabilidad
10 días	0.3
15 días	0.2
22 días	0.5

a) ¿Cuál es el número esperado de días para la terminación del proyecto? ¿Cuál es su varianza?
b) Si la utilidad, U, que recibe el contratista depende del tiempo de terminación del proyecto, ¿cuál es el valor esperado y la desviación estándar de la utilidad, si ésta última está dada por:

b.1) U(T) = 7503 - 150T
b.2) U(T) = $3T^2$ + 7503

3.2.12 Dada la siguiente función de probabilidad:

$$f(x) = \frac{e^{-1}}{x!} \qquad x = 0, 1, 2, \ldots.$$

Calcule las siguientes probabilidades
a) P[X = 2]
b) P[X < 2]
c) P[X ≥ 3.5]

d) P[2 <X < 5]

3.2.13. Un cliente potencial para una póliza de seguro contra incendio de 20,000 dólares tiene su residencia en un área que, de acuerdo a experiencia pasada, puede tener un incendio que represente una pérdida total en un año determinado con probabilidad .001 y uno que, represente 50% de pérdida con probabilidad .01.
Si se ignoran todas las otras pérdidas parciales, ¿Qué prima anual se le debería de cobrar para que la compañía no pierda ni gane?

3.2.14. Considere la siguiente función de probabilidad.

x	2	6	10	14	20
f (x)	0.1	0.2	0.3	0.3	0.1

Calcule:

a) E[X] y Var[X]

b) E[X+5] y Var[X+5]

c) $E(X^2)$

d) $E[(X-6)^2]$

3.2.15. Supóngase que en una urna se colocan 4 fichas idénticas excepto por el color. Las fichas son de colores amarillo (A), verde (V), blanco (B) y rojo (R). Un niño elige aleatoriamente una ficha y se le entregarán tantos pesos como letras tenga el color de la ficha. Sea X la variable aleatoria que denota el número de pesos recibidos por el niño.

a) Encuentre la función de probabilidades de X.

b) Calcule la media y la varianza de X.

3.2.16. Sea X una variable aleatoria discreta. Mediante la definición de la esperanza matemática, demuestre que:
$E (X+C_1)= E (X) + C_1$
$E (C_1+C_2X) = C_1 + C_2 E (X)$
donde C_1 y C_2 son constantes.

3.2.17. Una urna contiene 4 canicas rojas y 6 canicas blancas, se extraen tres canicas sin reemplazo. Sea X la variable aleatoria que denota el número total de canicas rojas extraídas de la urna.
a) Construya una tabla mostrando la distribución de la probabilidad de X.
b) Encuentre su valor esperado, varianza y desviación estándar.

3.2.18. Una pareja de recién casados ha pensado que tendrán hijos hasta que nazca una niña. Suponga que la probabilidad de que nazca una niña es igual a la de que nazca un niño, y es independiente el sexo de un hijo a otro. Si se define la variable aleatoria X como el número de hijos que tendrá la pareja:

a) Defina el espacio muestral de esta variable aleatoria.
b) Construya y grafique la distribución de probabilidad y la distribución de probabilidad acumulada del número total de hijos.
c) ¿Cuál es la probabilidad de que la pareja sólo tenga un hijo, es decir una niña?
d) ¿Cuál es la probabilidad de que tenga 5 hijos o más?

3.2.19. Una empresa tiene que elegir entre dos proyectos de inversión. El proyecto *A* producirá un beneficio de 20,000 dólares si tiene éxito, o una pérdida de 5,000 dólares si fracasa; mientras que el proyecto *B* producirá 30,000 dólares si tiene éxito o una pérdida de 20,000 dólares si fracasa.
La probabilidad de éxito en los proyectos es la misma en ambos casos. Encuentre esta probabilidad, sabiendo que, con base en el beneficio esperado, los dos proyectos se consideran equivalentes.

3.2.20. De una caja de 100 tubos se seleccionan aleatoriamente 4 con reemplazo. La caja contiene 3 defectuosos y 97 no defectuosos. Si X denota el número de tubos no defectuosos.
a) Defina el espacio muestral del fenómeno aleatorio.
b) Construya una tabla mostrando la distribución de probabilidad de X.
c) Calcule el número esperado de tubos no defectuosos, y su varianza.

3.2.21. Una variable aleatoria X tiene la siguiente función de probabilidades :

x	P[X = x]
0	k
1	0.1
2	0.4
3	2k
4	2k

a) Determine el valor de la constante “k” que hace que $f(x)$ sea una distribución de probabilidad.
b) Encuentre el E[X] y $E\left[X^2\right]$
c) Encuentre el $E\left[(X-\mu)^2\right]$
d) Encuentre la variable $\mathrm{Var}\left[X\right]$

3.2.22. En un temblor cayó un estante en el que estaban acomodados 5 libros. Se vuelven a colocar en el estante pero la persona que lo hace no sabe en que orden estaban los libros, por lo que los acomoda al azar. La función de probabilidad de tener exactamente *x* libros acomodados en sus lugares originales está dada por :

$$P[X = x] = \begin{cases} \dfrac{c}{x!} & \text{si } x = 0,1,2,3,4,5 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

a) Obtenga el valor de *c* que hace que $f(x)$ sea una distribución de probabilidad.

b) Encuentre el número esperado de libros que al acomodarse queden en su lugar original.

3.2.23. En una rifa se van a vender 8000 boletos a $5.00 cada uno. El primer premio son $10,000.00, el segundo premio son $5,000.00.

a) ¿Cuál es el espacio muestral de la ganancia que puede obtener si usted compra 2 boletos de la rifa?

b) ¿Cuál es su ganancia esperada para los posibles premios que obtenga en la rifa? Calcule la desviación estándar.

3.2.24. a) Si X es una variable aleatoria con media μ y varianza σ^2, y se define a *Z* como :

$$Z = \frac{(X-\mu)^2}{\sigma^2} + (X - 12)$$

Encuentre el valor esperado de la variable aleatoria *Z*.

b) Sea *Y* una variable aleatoria con media λ y varianza γ^2 y sea :

$$W = Y + \frac{2Y - \lambda}{\gamma}$$

Encuentre el valor esperado y la varianza de la variable aleatoria *W*.

3.2.25. Una ruleta de casino contiene números marcados del 1 al 36, además de 0 y el 00; los números impares son negros, los pares son rojos, y el 0 y el 00 son verdes.

Si uno le apuesta a un número y éste sale la casa paga 36 a 1 y no se pierde la apuesta. Si uno le apuesta al color negro o rojo y éste sale, la casa paga 1 a 1 y no se pierde la apuesta, pero si sale verde ni se pierde ni se gana. Una persona apuesta $100.00.

a) Obtenga la distribución de probabilidad de la ganancia neta, si la apuesta es a un número. ¿Cuál es el espacio muestral de esta apuesta?. ¿Cuál es la ganancia neta esperada de esta persona?. ¿Con qué varianza?

b) Obtenga la distribución de probabilidad de la ganancia neta si la apuesta es a un color. ¿Cuál es el espacio muestral de esta apuesta?. ¿Cuál es la ganancia neta esperada de esta persona?. ¿Con qué varianza?

c) ¿Qué apuesta le conviene más en base a los resultados obtenidos?

3.2.26. Una persona tiene 5 pilas de las cuales 2 están descargadas. Esta persona va a probar las pilas una por una hasta encontrar las dos descargadas. Una vez que se

encuentra la segunda descargada se concluye la prueba, pero se prueba la segunda descargada como comprobación
Sea X el número de pruebas necesarias hasta encontrar las dos pilas descargadas.
a) Obtenga la distribución de probabilidad de X, la distribución acumulada y grafíquelas.
b) Obtenga el valor esperado y la varianza de X.

3.2.27. Una urna contiene 4 bolas con los números 1, 2, 3 y 4, respectivamente. Si se toman dos bolas de la urna simultáneamente y X es la suma de los números de las dos bolas extraídas:
a) Encuentre la distribución de probabilidades de X y grafíquela.
b) Determine la distribución de probabilidades acumulada de X y grafíquela.
c) Obtenga la probabilidad de que:
   i) la suma sea mayor o igual a 3.
   ii) la suma este entre 4 y 6.
   iii) la suma sea menor o igual que 2.

3.2.28. Un despacho de ingenieros está preparando una propuesta para ganar un contrato de construcción. El costo de prepararla es de $5,000, y las probabilidades de obtener utilidades brutas potenciales de $50,000 , $30,000 , $10,000 y $1000 son respectivamente de 0.20, 0.50, 0.20 y 0.10, suponiendo que la propuesta es aceptada. Si la probabilidad de que la propuesta sea aceptada es de 0.30, ¿Cuál es la utilidad neta esperada?

3.2.29. Sea X una variable aleatoria con función de probabilidad:

x	**P[x]**
0	0.05
1	0.1
2	0.2
3	0.4
4	0.2
5	0.05

a) Grafique la función de probabilidad.
b) Determine el E[X], la Var[X] y la desviación estándar.
c) Obtenga la función de distribución de probabilidad acumulada y grafique.
d) Marque en el eje x de la gráfica del inciso a) el intervalo (μ-2σ , μ+2σ). ¿Cuál es la probabilidad de que el valor de X se encuentre en este intervalo?
e) Obtenga el E[30X-2], Var[30X-2] y Var[6-7X].

3.2.30. Considere la siguiente función de probabilidad:

x	-4	-3	-2	-1	0	1

P(X=x)	0.2	0.3	0.2	0.1	0.1	0.1

a) Represente gráficamente la función de probabilidad

b) Obtenga la función de probabilidad acumulada y construya una gráfica de la misma.

c) Calcule E(X), V(X).

d) Calcule las siguientes probabilidades :

i) $P(X \leq -3)$

ii) $P(X > 1)$

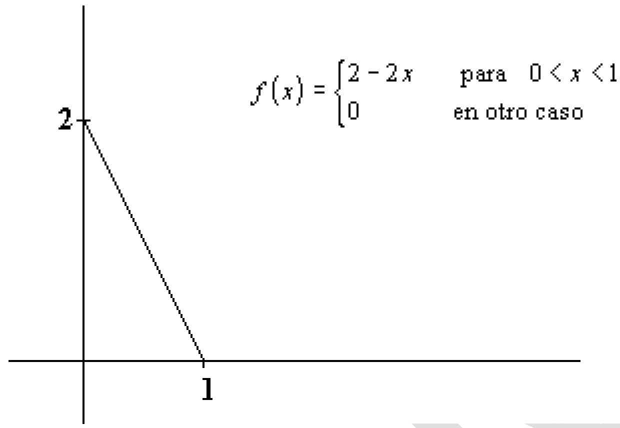
iii) $P(X < -4)$

iv) $P(X \geq -3)$

v) $P(-3 \leq X < 0)$

3.3 VARIABLES ALEATORIAS Y DISTRIBUCIONES DE PROBABILIDAD CONTINUAS.

3.3.1 La función de densidad de probabilidades que se grafica enseguida tiene por ecuación:



a) Verifique que es una función de densidad.
b) Obtenga P(X < 0.2), P(0.3 < X < 0.5) (note que cualquiera de las áreas pedidas puede obtenerse calculando áreas de triángulos rectángulos)
c) Obtenga la función de probabilidad acumulada.

3.3.2. El tiempo requerido por los estudiantes de un curso para resolver un examen es una variable aleatoria con una una función de densidad de probabilidad dada por :

$$f(x) = \begin{cases} x + cx^2 & \text{para } 0 < x < 1 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

a) Determinar el valor de *c* para que sea función de densidad.
b) Obtenga F[x] la función de distribución acumulada.
c) Utilice el inciso b) para obtener P[X <-1], P[X < 0] y P[X < 1].
d) Calcule la probabilidad de que un estudiante termine el examen en menos de media hora.
e) Dado que un estudiante necesita al menos 15 minutos para responder el examen, encuentre la probabilidad de que termine en al menos 30 minutos.

3.3.3. Sea Y la variable aleatoria continua que mide el tiempo en días que tarda una serpiente en digerir un ratón.
a) Determine el valor de k de tal manera que la función $f(y)$ sea la función de densidad de probabilidad de Y, donde :

$$f(y) = \begin{cases} ky^2 & \text{para } 0 < y < 1 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

b) Realice la gráfica con el valor correspondiente de k.

c) Obtenga la función de distribución acumulada de Y, grafiquela.
d) ¿Cuál es la probabilidad de que la digestión del ratón dure más de día y medio?
e) Obtenga el primer cuartil. Interprete su resultado.
f) ¿Cuántos días se espera que tarde la digestión del ratón? ¿Con qué varianza?

3.3.4. El tiempo de retraso (valor negativo) o de adelanto (valor positivo) de los vuelos que llegan a Oaxaca procedentes directamente de París, se pueden modelar con la siguiente función de densidad:

$$f(t) = \begin{cases} 1+t & -1 < t < 0 \\ 1 & 0 \le t < c \\ 0 & \text{de otra forma} \end{cases}$$

a) Encuentre el valor de c que hace que la función sea de densidad.
b) ¿Cuál es la probabilidad de que un vuelo llegue retrasado?
c) La utilidad que se tiene por vuelo depende del tiempo en la siguiente forma :
U(t) = 1 + 0.5T. Calcule la utilidad esperada por vuelo y la varianza.

3.3.5. Suponga que la duración de las llamadas (X) que hacen los estudiantes del ITAM en los teléfonos públicos tiene la siguiente función de densidad:

$$f(x) = \begin{cases} 0.1\,e^{-0.1x} & x > 0 \\ 0 & \text{e.o.c.} \end{cases}$$

a) Encuentre E(X)
b) Encuentre la función de distribución acumulada F(x)
c) Suponga que usted llega al teléfono inmediatamente después de que se ha iniciado una conferencia telefónica. Usando F(x) calcule la probabilidad de que tenga que esperar más de 10 minutos.

3.3.6. Una cadena de víveres ha comprado un gran envío de manzanas y hay interés en el precio en el que se venderán, ya que serán menos atractivas al cliente conforme pierdan frescura.
Sea X la proporción del envío que será vendida dentro de la primera semana y suponga que la función de densidad de X está dada por:

$$f(x) = \begin{cases} 6x(1-x) & para\ \ 0 < x < 1 \\ 0 & \text{de otra forma} \end{cases}$$

a) Encuentre la función de distribución acumulada.
b) Obtenga la media, la mediana, la moda y la desviación estándar.

c) ¿Cuál es la probabilidad de que al finalizar la primera semana se haya vendido menos de la mitad del envío?

3.3.7. La variable aleatoria Y tiene una función de densidad:

$$f(y) = \begin{cases} a + by & 0 < y < 1 \\ 0 & \text{e.o.c.} \end{cases}$$

a) Encuentre los valores de a y b tales que el valor esperado de Y sea 2/3.
b) Calcule la varianza de Y.

3.3.8. En cierta ciudad el consumo diario de agua (en millones de litros) es una variable aleatoria cuya densidad de probabilidad está dada por:

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{9} x e^{-\frac{x}{3}} & x > 0 \\ 0 & x \leq 0 \end{cases}$$

a) Obtenga la función de probabilidad acumulada.

b) ¿Cuál es la probabilidad de que en un día dado el suministro de agua sea insuficiente, si la capacidad diaria de la ciudad es de 9 millones de litros? (Utilice F(x).

c) ¿Cuál es la probabilidad de que en día dado el consumo de agua en la ciudad no sea mayor de 6 millones de litros? (Utilice F(x))

3.3.9. Sea X la variable aleatoria que denota el tiempo en minutos que una persona tiene que esperar hasta que pasa el camión en cierto lugar de la ciudad. Suponiendo que el comportamiento de X es uniforme en el intervalo (0, 30), es decir que la función de densidad de X es:

$$f(x) = \begin{cases} 1/30, & 0 \leq x \leq 30 \\ 0, & \text{e.o.c.} \end{cases}$$

a) Obtenga la función de distribución acumulada de X.
b) Calcule el valor esperado, la desviación estándar, la mediana y el coeficiente de variación de X.
c) Diariamente, una persona se dirige a tomar el camión, pero no está dispuesta a tomar el camión si éste tarda más de 10 min. ¿Cuál es la probabilidad de que en uno de dos días no tome el camión?

3.3.10. Ante la perspectiva de afrontar una seria competencia con bancos extranjeros, un banco mexicano ha puesto a prueba un sistema de servicio a clientes utilizando la más alta tecnología computacional y un programa de calidad total.
El banco estableció una sucursal piloto en la cual el tiempo en minutos (X) necesario para atender a los clientes tiene la siguiente función de densidad.

$$f(x) = \begin{cases} 0.2 & 0 < x \le 1 \\ 0.3 & 1 < x \le 2 \\ -0.5 + 0.4x & 2 < x \le 3 \\ 0 & \text{e.o.c.} \end{cases}$$

a) Grafique la función de densidad.
b) Calcule el tiempo esperado de atención a clientes y la varianza.
c) Obtenga la mediana y la moda de X.
d) El gerente del banco le comunica a un cliente que lo atenderán entre 1.5 y 2.5 minutos. Calcule la probabilidad de que el gerente tenga razón. (Sugerencia: grafique f(x))

3.3.11. La variable aleatoria Z tiene una función de densidad dada por:

$$f(z) = c+dz \qquad 0<z<2$$

a) Calcule los valores de c y d tales que el valor esperado de la variable Z sea igual a 4/3.
b) Obtenga el valor esperado y la varianza de W, si:

$$W = 7-2Z^2$$

3.3.12. Suponga que el tiempo en minutos que una persona tiene que esperar a que pase el tren subterráneo en cierta estación es un fenómeno aleatorio, cuya función de densidad se especifica mediante la función siguiente:

$$f_x(x) = \begin{cases} 0.5 & \text{si} \quad 0 < x < 1 \\ 0.25 & \text{si} \quad 2 < x < 4 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

a) Demuestre que $f_x(x)$ es una función de densidad y grafíquela.
b) Obtenga la función de distribución acumulada.
c) Encuentre el valor esperado, la varianza y la desviación estándar.
d) ¿Cuál es la probabilidad de que el tiempo que la persona tenga que esperar sea :
i) más de tres minutos?
ii) mas de tres minutos si lleva un minuto esperando?
iii) entre uno y tres minutos?

3.3.13. El periodo de funcionamiento hasta su primera falla (en cientos de horas) para cierto transistor es una variable aleatoria *Y* con una función de distribución dada por :

$$F(y)=\begin{cases}0 & \text{para } y<0\\ 1-e^{-y^2} & \text{para } y\geq 0\end{cases}$$

a) Demuestre que $F(y)$ cumple con las propiedades de una función de distribución.

b) Calcule la probabilidad de que el transmisor trabaje por lo menos durante 200 horas hasta tener su primera falla.

c) Obtenga $f(y)$, E[Y] y Var[Y].

3.3.14. Sea X una variable aleatoria con función de densidad:

$$f(x)=\begin{cases}K(1-x^2) & \text{si } |x|<1\\ 0 & \text{en otro caso}\end{cases}$$

a) Encuentre el valor K que hace que $f(x)$ sea función de densidad . Grafiquela.

b) Construya *F(x)*, la función de distribución de *X*. Grafiquela.

c) Encontrar el valor esperado y la desviación estándar de *X*.

3.3.15. El kilometraje (en miles de kilómetros) que resiste cierto tipo de llantas es una variable aleatoria con densidad de probabilidad :

$$f(x)=\begin{cases}0 & \text{si } x\leq 0\\ \dfrac{e^{\left(\frac{-x}{20}\right)}}{20} & \text{si } x>0\end{cases}$$

Utilice F(x) para calcular las probabilidades de que una llanta dure :

a) Obtenga la función de distribución acumulada.

b) a lo sumo 10,000 kilómetros.

c) entre 16,000 y 24,000 kilómetros.

d) al menos 30,000 kilómetros.

e) al menos 30,000 kilómetros si ya ha durado 10,000.

3.3.16. Sea X una variable aleatoria continua con función de densidad :

$$f(x)=\begin{cases}3k|x-1| & \text{si } 0\leq x<3\\ kx^2 & \text{si } 3\leq x\leq 6\\ 0 & \text{en otro caso}\end{cases}$$

a) Encuentre el valor de k que hace que $f(x)$ sea una función de densidad. Grafique $f(x)$.

b) Encuentre la $P[1 \le X \le 2]$ usando el valor de k.
c) Encuentre la $P[2 \le X \le 4]$ usando el valor de k.
d) Obtenga el $E[X]$ y la $Var[X]$
e) Obtenga $F[x]$ y grafiquela.

3.3.17. Una gasolineria tiene 2 bombas, que pueden bombear cada una hasta 10,000 galones de gasolina por mes. La cantidad total de gasolina bombeada en un mes es una variable aleatoria Y (expresada en diez miles de galones) con una función de densidad de probabilidad dada por:

$$f(y) = \begin{cases} y & \text{para } 0 < y < 1 \\ 2 - y & \text{para } 1 \le y \le 2 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

a) Encuentre la función de distribución acumulada de la variable aleatoria Y.
b) Calcule la probabilidad de que la gasolineria bombee entre 8,000 y 12,000 galones en un mes.
c) Si se sabe que la gasolineria ha bombeado más de 10,000 galones en un mes particular, encuentre la probabilidad de que haya bombeado más de 15,000 galones durante el mes.
d) Si se sabe que la gasolineria ya ha bombeado 10,000 galones o más, ¿Cuál es la probabilidad de que la gasolineria bombee 15,000 galones o más?
e) ¿Cuántos galones de gasolina se espera que bombee en un mes? ¿Cuál es la varianza?

3.3.18. El tiempo requerido por los estudiantes (en fracción de hora para presentar un examen de una hora y media, es una variable aleatoria con función densidad:

$$f(x) = \begin{cases} kx^2 + x & 0 \le x \le 1.5 \\ 0 & \text{e.o.c.} \end{cases}$$

a) Determine el valor de k.
b) Calcule el valor esperado y la varianza de la variable aleatoria.
c) Obtenga $E[2-3X]$ y la $Var[2-3X]$
d) Encuentre la función de distribución acumulada.
f) Calcule la probabilidad de que un estudiante termine en menos de media hora.
g) Dado que un estudiante necesita al menos 30 minutos para presentar el examen, encuentre la probabilidad de que necesite por lo menos 50 min. para terminarlo.

3.3.19. Durante cualquier turno de 8 horas, la proporción de tiempo X, que está detenida una máquina por mantenimiento preventivo o correctivo tiene una función de densidad dada por :

$$f(x) = \begin{cases} 2(1-x) & \text{para } 0 < x < 1 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

El costo (en miles de pesos) de esta interrupción debido a la producción perdida y al costo de mantenimiento y reparación, está dada por : $C = 10 + 20X + 4X^2$

a) Calcule el E[X] y la Var[X].

b) Obtenga el costo esperado.

c) ¿Cuál es la probabilidad de que la interrupción dure más de 4 horas?

3.3.20. La ganancia que puede obtener un contratista por una obra de construccion puede considerarse como un variable aleatoria continua con función de densidad :

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x+1}{18} & \text{para } -1 < x < 5 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

a) ¿Cuál es la ganancia esperada del contratista?

b) ¿Cuál es la mediana de la ganancia?

c) ¿Cuál es la desviación estándar de la ganancia?

3.4 VARIABLES ALEATORIAS BIVARIADAS

3.4.1. a) Explique el significado de la magnitud y el signo del coeficiente de correlación.
b) ¿En qué caso la correlación entre dos variables es igual a cero?

3.4.2. Se eligen aleatoriamente algunas familias de un área dada. Sea X el número de carros en la familia y Y el número de conductores con licencia en la familia. Las distribuciones marginales de X y Y son como sigue:

x	1	2
P(X=x)	0.60	0.40

y	1	2	3	4
P(Y=y)	0.10	0.50	0.30	0.10

La probabilidad condicional de que haya un carro en una familia dado que hay tres conductores con licencia es 0.40. La probabilidad condicional de que haya dos conductores con licencia en una familia dado que hay dos carros es 0.30 y, la probabilidad conjunta de que en una familia haya un automóvil y cuatro conductores con licencia es 0.03.

a) Encuentre la distribución conjunta de X y Y.
b) Obtenga el coeficiente de correlación de X y Y e interprete.
c) ¿Son X y Y independientes? Explique.

3.4.3. Una compañía de servicios turísticos debe decidir con 48 horas de anticipación a un día cualquiera, el número de guías de que debe disponer en previsión de solicitudes de última hora para ese día. Un nuevo gerente que desea optimizar el procedimiento, obtiene mediante una muestra de los registros de los últimos 10 años la siguiente distribución conjunta para X y Y, donde X es el número de solicitudes recibidas después de haber contratado al personal para una fecha y Y el número de guías de turistas contratados por la empresa para la fecha en cuestión. Suponga que las frecuencias relativas obtenidas por el gerente pueden tomarse como probabilidades y que cada solicitud únicamente requiere una guía.

y \ x	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
1	0.04	0.20	0.04	0.01	0.01	0.00
2	0.03	0.04	0.30	0.01	0.01	0.01
3	0.00	0.01	0.02	0.15	0.02	0.00
4	0.00	0.00	0.01	0.01	0.06	0.02

a) Obtenga la distribución de probabilidades de la variable aleatoria Z = X-Y, es decir, del número de solicitudes no atendidas por falta de personal disponible.
b) Mediante la distribución de Z compruebe que E(Z) = E(X) - E(Y)
c) Calcule la covarianza entre X y Y.
d) Calcule el coeficiente de correlación entre X y Y. Interpréte su valor en relación con la efectividad del manejo de la empresa en los años en que se tomó la muestra.
e) ¿Son X y Y independientes? (Justifique)
f) Obtenga la varianza de Z.

3.4.4. Cada semana un cliente de una tienda compra bebidas ligeras embotelladas o en lata. El vendedor registra el tipo de bebida ligera en cuatro semanas consecutivas en que el cliente compra. Si compra un tipo diferente de bebida ligera la siguiente semana que la comprada en la semana anterior, se dice que existe un cambio. Sea X el número de cambios y Y el número de compras de bebida ligera embotelladas hechas en las cuatro semanas.

a) Obtenga el espacio muestral del tipo de bebida ligera que compró el cliente en cuatro semanas.
b) Obtenga la distribución de probabilidad conjunta de X y Y.
c) Encuentre la distribución marginal de X y de Y.
d)¿Existe relación entre X y Y? Justifique numericamente su respuesta.

3.4.5. En la siguiente tabla se presentan las distribuciones conjuntas y marginales de las variables X y Y donde:

X = número de años de estudio concluidos por el jefe de familia.
Y = estrato de ingreso del jefe de familia (según veces el salario mínimo general)

		y					
		1	**2**	**3**	**4**	**5**	
x	**0**	.199	.124	.122	.005	0	.450
	3	.177	.034	.009	.003	0	.223
	6	.008	.025	.040	.049	.065	.187
	9	.002	.005	.022	.041	.071	.141
		.386	.188	.193	.098	.136	

a) ¿Son independientes X y Y? Interprete.
b) Calcule e interprete las siguientes probabilidades:
i) $P(Y \leq 3)$
ii) $P(Y \geq 4)$
iii) $P(X < 6)$
iv) $P(Y = 5 | X = 6)$
v) $P(X = 3 | Y = 1)$
c) Calcule E(X) y E(Y)
d) Calcule V(X) y V(Y)
e) Calcule el coeficiente de correlación e interprete su resultado.

3.4.6. De una agencia que vende automóviles se seleccionaron al azar dos coches para ser inspeccionados. La agencia cuenta con 3 Volkswagens, 2 Fords y 4 Chevrolets.

Sean X y Y las variables aleatorias que denotan el número de Volkswagen y el número de Fords seleccionados, respectivamente.

a) Obtenga la distribución de probabilidad conjunta de X y Y.

b) Calcule las siguientes probabilidades y exprese en palabras a qué evento se refiere en cada caso.

i) $P(X = 2 \text{ y } Y = 0)$

ii) $P(X = 2 | Y = 1)$

iii) $P(X + Y \leq 1)$

iv) $P(Y = 0 | X \leq 1)$

c) Si Z es el número de automóviles Chevrolet seleccionados, exprese a Z como una función de X y Y. Obtenga $P[Z \leq 1]$.

d) Obtenga el valor esperado y la desviación estándar de Z.

3.4.7. Suponga que las variables aleatorias X y Y tienen distribución conjunta de probabilidades dada por:

y \ **x**	**-1**	**0**	**1**
-1	1/8	1/8	1/8
0	1/8	0	1/8
1	1/8	1/8	1/8

a) Demuestre que E(XY) = E(X) E(Y) y por lo tanto que $\rho_{xy} = 0$

b) ¿Son X y Y independientes? (Justifique su respuesta)

3.4.8. Sea X el número de hamburguesas que una persona consume dentro de McDonalds y sea Y el número de refrescos. La distribución conjunta de X y Y es la siguiente:

x \ y	0	1	2
0	.10	.03	0
1	0	.50	.17
2	0	.20	0

a) ¿Son X y Y variables aleatorias independientes?

b) Calcule la probabilidad: $P(X<1 | Y\geq 1)$

c) Calcule el coeficiente de correlación e interprete su valor.

3.4.9. Un comerciante vende dos tipos de café. El tipo A tiene un promedio de ventas de 50.8 kg.. con una desviación estándar de 3Kg. El tipo B tiene un promedio de ventas de 51.2 con una desviación estándar de 4.3.
Si el coeficiente de correlación entre las ventas de ambos tipos de café es -0.7 :¿Cuál es el valor esperado y la varianza de la venta total de los dos tipos de café?

3.4.10. Una caja contiene 10 diskettes, 3 de los cuales están defectuosos. Dos diskettes son elegidos al azar y sin reemplazo. Sean:

X: no. de diskettes defectuosos en la 1a. extracción.
Y: no. de diskettes defectuosos en la 2a. extracción.

a) Obtenga la distribución de probabilidad conjunta de X y Y
b) ¿Son X y Y independientes? ¿Porqué?
c) Calcule el coeficiente de correlación lineal entre X y Y e interprete su resultado.
d) Si W es el total de diskettes defectuosos elegidos, expresa a W en términos de X y Y. Obtenga el valor esperado y la varianza de W.

3.4.11 De una caja que contiene 4 monedas de \$10 y 2 monedas de \$5, se seleccionan al azar 3 de ellas simultáneamente. Sea la variable aleatoria X el número de monedas de diez pesos seleccionadas y Y el número de monedas de cinco pesos.
a) Obtenga la distribución de probabilidad conjunta de X y Y.
b) Encuentre la $P[X \geq 2, Y \leq 2]$.
c) Calcule el coeficiente de correlación de X y Y. Interprete su resultado.
d) Sea T la cantidad total de dinero de las tres monedas seleccionadas. Obtenga una expresión en terminos de X y Y para T.
e) Obtenga el valor esperado y la varianza de T.

3.4.12. Si la distribución conjunta de X y Y está dada por :

$$P[X = x, Y = y] = c(x^2 + y^2), \text{ para } x = -1, 0, 1, 3 \quad \text{y para } y = -1, 2, 3$$

Obtenga :
a) el valor de *c* y la tabla de probabilidad conjunta.
b) $P[X = 0, Y \leq 2]$
c) $P[X \leq 0, Y > 2]$
d) $P[X > 2 - Y]$

3.4.13 Si X y Y son dos variables aleatorias discretas en donde:

$$E[X] = 2 \text{ y } E[Y] = -1$$
$$Var[X] = 4 \text{ y } Var[Y] = 6$$
$$Cov[X, Y] = \frac{1}{2}$$

Obtenga el valor esperado y la varianza de las siguientes variables :

a) Z=X+Y
b) W=X-Y
c) U=Y-X
d) T=3X-2Y+2

3.4.14 Se lanzan tres dados. Sea X el número de unos y Y el número de doses que aparecen en los tres dados.
a) Obtenga la función de probabilidad conjunta de X y de Y.
b) Obtenga la función de probabilidad de X si ya se sabe que no hay doses.
c) ¿Son X y Y independientes?
d) Calcule la covarianza y el coeficiente de correlación entre X y Y.
e) Si Z es el número de dados con valor diferente a uno y dos, obtenga el valor esperado y la varianza de Z.

3.4.15. A partir de la siguiente tabla de probabilidad conjunta:

y \ x	**0**	**1**	**2**
0	$\frac{1}{60}$	$\frac{2}{60}$	$\frac{3}{60}$
1	$\frac{2}{60}$	$\frac{4}{60}$	$\frac{6}{60}$
2	$\frac{3}{60}$	$\frac{6}{60}$	$\frac{9}{60}$
3	$\frac{4}{60}$	$\frac{8}{60}$	$\frac{12}{60}$

a) Calcule las siguientes probabilidades :
i) P[X≤1, Y≤1]
ii) P[X+Y≤1]
iii) P[Y-X>2]
iv) P[X>0 | Y=2]
b) Obtenga el coeficiente de correlación de X y Y.
c) Obtenga E[Y-X] y la Var[Y-X]

3.4.16. Sean X y Y dos variables aleatorias tales que X toma valores 1, 2, 3 y los valores de Y son 2, 3 y 4. La función de probabilidad conjunta esta dada por :

$$f(x,y)=\begin{cases} cxy & \text{si } x=1,2,3 \text{ y } y=2,3,4 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

a) Obtenga el valor de *c*.
b) Calcule la P[X≥2, Y≤3]
c) Obtenga la distribución marginal de X, E[X] y Var[X].
d) Obtenga la distribución marginal de Y, E[Y] y Var[Y].

e) Obtenga $P[\ X=2 \mid Y=3\ ]$.
f) Obtenga $P[\ X\geq 2 \mid Y\leq 3\ ]$.
g) Obtenga la covarianza y el coeficiente de correlación de X y Y.
h) ¿Son independientes X y Y? ¿Porqué?
i) Obtenga E[5X-3Y] y Var[5X-3Y].

3.4.17 De un grupo de nueve estudiantes, cuatro mexicanos, dos españoles y tres franceses, se van a elegir a tres estudiantes para otorgarles una beca. Sea X el número de estudiantes mexicanos elegidos y Y el número de estudiantes españoles elegidos.
a) Construya la tabla de probabilidad conjunta de X y Y.
b) Encuentre las distribuciones marginales de X y Y.
c) Calcule el valor esperado y la varianza de X y Y.
d) Obtenga el coeficiente de correlación entre X y Y.
e) Si Z es el número de estudiantes franceses a los que se les otorgó la beca, y Z=3-X-Y. Obtenga el valor esperado y la varianza de Z.

3.4.18 Considere dos eventos A y B tales que P[A]=0.25, P[B|A]=0.5 y P[A|B]=0.25. La variable aleatoria X toma el valor cero si no ocurre el evento A y el valor uno si ocurre. De manera similar la variable aleatoria Y pero con el evento B.
a) Construya la tabla de probabilidad conjunta de X y Y.
b) Indique si cada una de las siguientes afirmaciones es falsa o verdadera:
i) Las variables aleatorias son indepedientes.
ii) $P\left[X^2+Y^2=1\right]=0.25$.
iii) $P\left[XY=X^2Y^2\right]=1$.

3.4.19. Sean X y Y las variables aleatorias que denotan el número de televisores y el número de miembros de una familia, respectivamente. La tabla de distribución conjunta se conoce por la experiencia acumulada en varios estudios de mercado y es la siguiente:

x/y	**1**	**2**	**3**	**4**
0	0.07	0.05	0.03	0.02
1	0.11	0.08	0.09	0.10
2	0.03	0.07	0.09	0.10
3	0.00	0.00	0.05	0.11

a) Obtenga las distribuciones marginales de ambas variables.
b) Encuentre las siguientes probabilidades:
i) P[Y=3]
ii) P[X=2|Y=3]
c) Obtenga el valor esperado de X y el valor esperado de Y.
d) ¿Son independientes las variables aleatorias X y Y?
e) Obtenga el coeficiente de correlación ρ.

f) Obtenga $E\left[\frac{X}{Y}\right]$. ¿Qué significado tiene este valor esperado?

3.4.20. Un sociólogo dice que los padres suelen mimar más a sus hijos aplicados que a sus hijos flojos. Para probarlo, preguntó a 3200 estudiantes cuantos viajes al extranjero habían realizado el año pasado y cuantas materias habían reprobado. Obtuvo los siguientes resultados. Sean X y Y las variables aleatorias que miden el número de viajes y el número de materias reprobadas respectivamente.

y \ x	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**Total**
0	187	300	150	225	338	***1200***
1	156	250	125	189	280	***1000***
2	125	200	100	150	225	***800***
3	32	50	25	36	57	***200***
Total	***500***	***800***	***400***	***600***	***900***	***3200***

a) Obtenga la distribución de probabilidad conjunta.
b) Obtenga las distribuciones marginales.
c) Encuentre las siguientes probabilidades :

i) $P[\ Y<2\ ]$
ii) $P[\ X<2\ ]$
iii) $P[\ Y=0|X=3\ ]$
iv) $P[\ X=0|Y=0\ ]$
v) $P[\ Y=4|X=3\ ]$

d) ¿Son independientes X y Y?
e) Obtenga el coeficiente de correlación entre X y Y.
f) ¿Qué puede concluir el sociólogo?

3.4.21. Si X es una variable aleatoria tal que :

x_i	**-2**	**-1**	**1**	**2**
$P[\ X=x_i\ ]$	1/4	1/4	1/4	1/4

y sea $Y=X^2$

a) Encuentre la distribución de probabilidad conjunta para X y Y.
b) Calcule Cov[X,Y], Corr[X,Y].
c) ¿Son X y Y independientes?

3.4.22. Un investigador decide checar la correlación entre el número de años de experiencia (X) de los abogados de un despacho, y el número de casos que ganaron el mes pasado (Y). Las probabilidades que resultan de la tabulación de las frecuencias relativas es la siguiente :

y	x				
	0	**1**	**2**	**3**	**4**
0	0.1	0	0	0	0
1	0	0.1	0.1	0	0
2	0	0	0	0.2	0
3	0	0	0	0.2	0.3

Calcule ρ_{XY} e interprete su resultado.

3.4.23. Se seleccionan al azar 2 tabletas de un frasco que contiene 3 aspirinas, 2 sedantes y 4 laxantes. Sea X el número de aspirinas seleccionadas y Y el número de sedantes seleccionados.

a) Determine todas las posibles parejas (x,y) del total de pastillas que contiene el frasco.

b) Construya la distribución de probabilidad conjunta para X y Y.

c) Calcule las siguientes probabilidades:

i) P[Y=0, X=2]

ii) P[X=2|Y=1]

iii) P[X+Y<1]

d) Construya la distribución condicional de X dado que Y=1.

e) Si Z es el número de laxantes seleccionados, exprese a Z en términos de X y Y y obtenga su valor esperado y su varianza.

TEMA 4 : ALGUNAS DISTRIBUCIONES DE PROBABILIDAD.

4.1 USO DE TABLAS.

4.1.1. Si X se distribuye como una binomial, obtenga las siguientes probabilidades :

a) $P[\, X \leq 2 \,]$
b) $P[\, X > 5 \,]$
c) $P[\, 2 < X < 5 \,]$
d) $P\,[\, X > 5 \mid X \geq 2 \,]$

i) con n= 8 y p = 0.2.
ii) con n= 8 y p = 0.5.
iii) con n= 8 y p = 0.8.
iv) con n= 10 y p = 0.2.
v) con n= 20 y p = 0.2.
vi) compare las probabilidades obtenidas

4.1.2. Si Y se distribuye como una Poisson, obtenga las siguientes probabilidades:

a) $P[\, Y \leq 4 \,]$
b) $P[\, Y \geq 6 \,]$
c) $P[\, 2 < Y \leq 6 \,]$
d) $P[\, Y \leq 6 \mid Y \geq 3 \,]$

i) con λ=0.6.
ii) con λ=1.9
iii) con λ=8.2
iv) con λ=15
vi) compare las probabilidades obtenidas

4.1.3. Si Z se distribuye como una normal con parámetros μ=0 y σ^2=1. Obtenga las siguientes probabilidades o valores :

a) $P[\, Z > 1.56 \,]$
b) $P[\, Z < 0.28 \,]$
c) $P[\, Z > -2.01 \,]$
d) $P[\, Z > -0.28 \,]$
e) $P[\, Z > -4.39 \,]$
f) $P[\, 0 < Z < 3.51 \,]$
g) $P[\, 1.14 < Z < 2.84 \,]$
h) $P[\, -0.81 < Z < -0.16 \,]$
i) $P[\, -0.29 < Z < 1.70 \,]$
j) $P[\, |Z| < 0.28 \,]$
k) $P[\, Z < a \,]= 0.16$
l) $P[Z > b \,]= 0.88$
m) $P[\, Z < c \,]= 0.71$
n) $P[\, b < Z < 0 \,]= 0.19$
o) $P[\, |Z| < a \,]= 0.46$
p) $P[\, |Z| < b \,]= 0.83$
q) $P[\, |Z| < c \,]= 0.68$
r) $P[\, |Z| < d \,]= 0.95$
s) $P[\, |Z| < b \,]= 0.01$
t) $P[\, 0 < Z < a \,]= 0.49$

4.1.4. Si X se distribuye como una normal con parámetros μ=3 y σ^2=25. Obtenga las siguientes probabilidades o valores :

a) $P[\, X > 0 \,]$
b) $P[\, X < -1 \,]$
c) $P[\, X > 6 \,]$
d) $P[\, X \leq 6 \,]$
e) $P[\, 0.5 < X < 3.9 \,]$
f) $P\,(1.14 < X < 2.84)$
g) $P[\, |X-3| \,] \leq 4 \,]$
h) $P\,(X < 4)$
i) $P\,(X < c) = 0.93$
j) $P\,(X\text{-}3 > d) = 0.12$
k) $P\,(3 < X < a) = 0.12$
l) $P\,(-1 < X < a) = 0.58$

4.1.5. Si X se distribuye como una normal con parámetros =-4 y σ^2=16. Obtenga las siguientes probabilidades o valores :

a) P (X+4 < d) = 0.90
b) P (X > -4)
c) P (a < X < 0) = 0.19
d) P (X < 0)
e) P (X < c) = 0.31
f) P (X < 2)

4.1.6. Si W se distribuye como una normal con varianza igual a 36, y se sabe que P(W > 2) = 0.85 encuentre el valor de μ.

4.1.7. Sea Y una variable aleatoria con distribución de Poisson (λ= 1.5). Calcule:

a) $P\left[\mu_y - \sigma_y \leq Y \leq \mu_y + \sigma_y\right]$

b) P[Y > 2]

c) E[3Y-5] y $V\left[3Y - 5\right]$

4.1.8. X se distribuye como N(μ, σ^2). Calcule las siguientes probabilidades:

a) $P\left[X < \mu\right]$

b) $P\left[X \geq \mu\right]$

c) $P\left[\mu - \sigma \leq X \leq \varpi + \sigma\right]$

d) $P\left[\mu - 3\sigma \leq X \leq \mu + 3\sigma\right]$

e) $P\left[\mu - 1.96\sigma \leq X \leq \mu + 1.96\sigma\right]$

4.1.9. Z se distribuye como N (0,1). Calcule las siguientes probabilidades:

a) P[0 ≤ Z ≤ 1.53]
b) P[-1.67 Z <0]
c) P[-2.25 < Z 1.96]
d) P[Z< -2.44]
e) P [1.31 ≤ Z ≤ 2.42]
f) P [-2.61 < Z -1.44]

4.1.10. Sea X una variable aleatoria que sigue una distribución binomial con parámetros n= 7 y p= 0.4.

a) Calcule las siguientes probabilidades :

i) $P[X \leq 2]$

ii) $P[X > 4]$

iii) $P[X = 5]$

4.1.11. Si X se distribuye normalmente con valor esperado 10 y una desviación estándar 10, compruebe si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones :

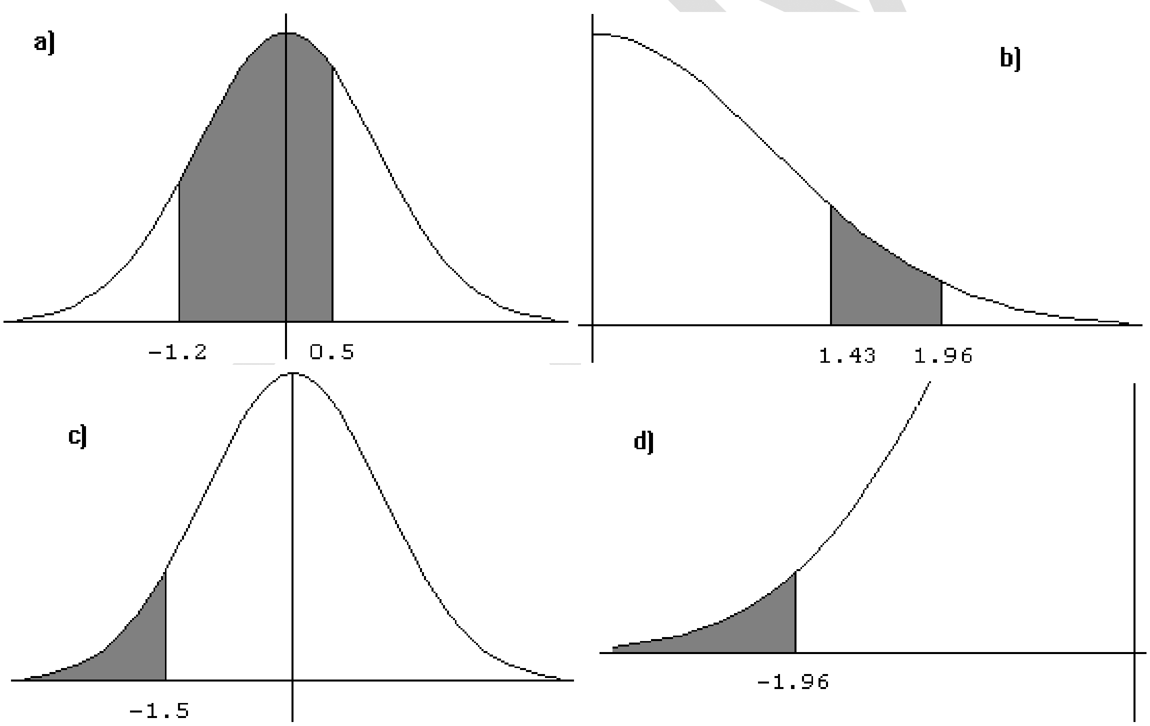
a) $2P[10 < X < 12] = P[2(10) < X < 2(12)]$

b) $2 + P[10 < X < 12] = P[(10+2) < X < (12+2)]$

c) $P[10 < X < 12] = P[2(10) < 2X < 2(12)]$

d) $2P[10 < X < 12] = P[2(10) < 2X < 2(12)]$

4.1.12 Encuentre el área bajo la curva de la normal estándar entre los siguientes puntos :



4.1.13. Sea Z una variable aleatoria que se distribuye normal estándar. Encuentre el valor de z tal que :

a) en el intervalo $[z, \infty)$, el área sea igual a 0.2266

b) en el intervalo $(-\infty, z]$ el área sea igual a 0.0314

c) el área entre -z y z sea 0.96, es decir en el intervalo $[-z, z]$ el área sea 0.96

4.2 APLICACIONES DE ALGUNAS DISTRIBUCIONES DE PROBABILIDAD.

4.2.1. La corporación ALFA vende bicicletas. Basada en su experiencia siente que en los meses de verano es igualmente probable que venda 0, 1, 2, 3 ó 4 bicicletas en un día (la firma nunca ha vendido más de 4 bicicletas por día).

a) ¿Es el número de bicicletas vendidas en un día una variable aleatoria? Justifique su respuesta

b) Si es así, ¿qué valores puede tomar la variable aleatoria?

c) Si el número de bicicletas vendidas en un día es una variable aleatoria, construya una tabla que muestre su distribución de probabilidades.

d) Grafique la distribución de probabilidades del número de bicicletas vendidas en un día; ¿qué función matemática puede representar esta distribución de probabilidades?

e) ¿Cuál es la probabilidad de que el número de bicicletas vendidas en un día dado sea menor que 3?

f) La corporación tiene solo un vendedor cuyo ingreso depende del número de bicicletas que él vende por día, específicamente, el no recibe comisión en la primera bicicleta vendida por día, recibe una comisión de \$20 en la segunda bicicleta vendida en un día, una comisión de \$30 en la tercera bicicleta vendida en un día y una comisión de \$40 en la cuarta bicicleta vendida. Así, si el vende en un día 3 bicicletas, recibe una comisión de \$50. Su ingreso sólo es de las comisiones. ¿Es su ingreso en un día dado una variable aleatoria? (Justifique su respuesta adecuadamente). Si su ingreso es una variable aleatoria, ¿qué valores puede tomar esta variable aleatoria?. Si su ingreso es una variable aleatoria, construya una tabla que muestre su distribución de probabilidad.

g) Grafique la distribución del ingreso del vendedor en un día.

h) ¿Cuál es la probabilidad de que su ingreso en un día en particular exceda \$20?

i) Suponga que el número de bicicletas vendidas el siguiente día es independiente del número vendido el día anterior. Construya una tabla que muestre la distribución de probabilidades del número de bicicletas vendidas en un periodo de dos días. ¿Cuál es la probabilidad de que se vendan mas de 2 bicicletas?

4.2.2. Se sabe por experiencia que el 1.4% de las llamadas telefónicas recibidas en un conmutador son números equivocados. Determine la probabilidad de que entre 150 llamadas recibidas por un conmutador en un día determinado, dos sean equivocadas.

4.2.3. Considere el experimento que consiste en elegir un número al azar del directorio telefónico y registrar el último dígito del número en cuestión. Suponga que los diez dígitos tienen la misma frecuencia relativa. Defina la variable aleatoria X como:

$$X = \text{dígito obtenido} + 1$$

a) Encuentre la función de probabilidades de X.

b) Calcule E[X] y Var[X]

4.2.4. En una concurrida intersección de tráfico, la probabilidad de que un automóvil tenga un accidente es muy pequeña ($p = 0.0001$). Sin embargo entre las 4 P.M y las 6 P.M aproximadamente pasan 1000 autos por dicha intersección. Bajo estas condiciones:

a) ¿Cuál es la probabilidad de que ocurran 2 o más accidentes durante este periodo de tiempo?
b) ¿Cuál es el número esperado de accidentes y la varianza del número de accidentes?

4.2.5. El número de defectos por metro, (Y) un cordón tiene una distribución Poisson con media igual a 2.
La ganancia por metro al vender el cordón está dada por "*X*", donde $X = 50 - 2Y - Y^2$. Encuentre la ganancia esperada por metro vendido de cordón.

4.2.6. Una compañía de seguros está considerando incluir la cobertura de una enfermedad extraña en el campo general de seguros médicos. La probabilidad de que un individuo seleccionado aleatoriamente tenga esta enfermedad es 0.001, y se incluyen 3000 individuos en el grupo asegurado.
a) ¿Cuál es el número esperado de individuos que padecen dicha enfermedad?
b) ¿Cuál es la probabilidad de que "x" personas del grupo asegurado padezcan la enfermedad? Use x = 0, 1, 2, 3.

4.2.7. El agente de compras, encargado de conseguir autos para el centro de vehículos motorizados, está estudiando la conveniencia de adquirir uno de dos modelos diferentes. Ambos tienen 4 puertas y 4 cilindros, con pólizas de servicio muy semejantes. La decisión sería elegir el auto que da mayor rendimiento por litro. El estado ha efectuado algunas pruebas por su cuenta, que aportaron los siguientes resultados :

	No. promedio de Km. por litro	varianza
Automóvil A	17.6	1.66
Automóvil B	16.7	6.63

El agente de compras no estaba satisfecho con la decisión debido a las varianzas observadas, de modo que estableció su propio criterio de decisión respecto del auto que tenía mayores probabilidades de dar 19 km ó más por litro.
a) Considere que el rendimiento se distribuye como normal en ambos casos. ¿Cuál automóvil debería seleccionar?
b) Si el criterio del gerente fue rechazar el automóvil que tuviera mayores probabilidades de rendir menos de 16 kilómetros por litro. ¿Cuál automóvil debería comprar?

4.2.8. Se encuentra que el tiempo (en minutos) que una señorita habla por teléfono es un fenómeno aleatorio, con una función de probabilidad exponencial especificada por :

$$f_x(x) = \begin{cases} Ae^{-\frac{x}{5}} & \text{para x } > 0 \\ 0 & \text{en otro caso.} \end{cases}$$

a) Encuentre el valor de A.
b) Obtenga la función de distribución acumulada y grafíquela.
c) ¿Cuál es la probabilidad de que el número de minutos durante los cuales la señorita habla sea mayor a 10?
d) ¿Cuál es el tiempo esperado de una llamada de la señorita?
e) ¿Cuál es la varianza del tiempo de una llamada de la señorita?

4.2.9. Sea X una variable aleatoria con distribución uniforme en el conjunto {2,4,6,8,10,12}
Calcule:
a) μ_x, σ_x
b) $P[X > 8]$
c) $P[\,2<X<10 \mid X \geq 4\,]$

4.2.10. Se sabe que el 1.5% de las facturas de una compañía tienen errores. Se seleccionan aleatoriamente 100 facturas.
a) ¿Cuál es la probabilidad de que más de tres facturas tengan errores?
b) Utilice la distribución Poisson para aproximar esta probabilidad y compare el resultado con el anterior.

4.2.11. Una máquina funciona con tres pilas. La vida de cada pila se distribuye normalmente con media de 100 horas y una desviación estándar de 7 horas. La vida de cada pila es independiente de la vida de las otras pilas. La máquina deja de funcionar cuando alguna de las pilas no funciona. ¿Cuál es la probabilidad de que la máquina funcione sin detenerse durante las primeras 92 horas?

4.2.12. Sea X una variable aleatoria con una distribución exponencial.
a) ¿Cuál es la probabilidad de que la variable aleatoria tome valores mayores a la media (E[X])?
b) ¿Cuál es la probabilidad de que X tome un valor que esté a menos de una desviación estándar de la media?
c) ¿Cuál es la probabilidad de que X tome un valor que esté a más de dos desviaciones estándar de la media?

4.2.13. a) Explique el significado de la siguiente aseveración:
"No hay una única distribución de probabilidad normal, sino una familia de distribuciones".
b) ¿Cuáles son las características de una distribución de probabilidad normal?
c) La media de una distribución de probabilidad normal es 500 y su desviación estándar es 10.
i) ¿Cuáles son los dos valores que, están a la misma distancia con respecto a la media y entre los cuales se encuentra aproximadamente el 68% de la distribución?
ii) ¿Entre qué valores, ubicados a la misma distancia con respecto a la media, se encuentra aproximadamente el 95% de la distribución?

4.2.14. Arturo Hernández es el encargado de la sección electrónica de Liverpool, y se ha percatado de que 0.30 es la probabilidad de que un cliente, que está curioseando, compre un artículo.

Suponga que 15 clientes están curioseando en la sección de electrónica.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que por lo menos uno de los 15 clientes que curiosean compre algo?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que ningún cliente compre?

c) ¿Cuál es la probabilidad de que no más de 4 clientes compren algo?

4.2.15. Siendo W una variable aleatoria con distribución uniforme en el intervalo $(3,13]$, obtener:

a) μ_W, σ_W

b) $P[W > 7 | W < 11]$

c) El valor de a tal que $P[3 + a < W < 8] = \frac{1}{5}$

4.2.16. Un empleado recibe un sueldo mensual de \$2000. Sea W la variable aleatoria que denota el monto total (en \$) que esta persona obtiene al mes por concepto de propinas. Si W sigue una distribución uniforme en el intervalo $[0,500]$

a) Obtenga la función de distribución acumulada de la variable aleatoria Y que denota el ingreso total de este empleado en un mes.

b) ¿Cuál es la probabilidad de que el ingreso total al mes rebase los \$2300 si ya se sabe que es mayor a \$2150

c) Encuentre el intervalo $[\mu_y - 1.3\sigma_y, \mu_y + 1.3\sigma_y]$. ¿Con qué probabilidad el ingreso mensual caerá en este intervalo?

4.2.17. El gerente de una tienda de vinos garantiza que ninguna de sus cajas de 12 botellas de Champagne contiene más de una botella en mal estado. En caso contrario, él repondrá la docena y regalará la caja original al cliente. La probabilidad de que una botella en particular esté en mal estado es de 0.05.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que el gerente tenga que reponer la caja de champagne?

b) Si el costo por caja es de \$6,500.00 y el precio de venta por caja es de \$10,000.00 ¿Cuál es la ganancia esperada?

4.2.18. El tiempo que tarda una persona en ser atendida en una cafetería es una variable aleatoria que tiene distribución exponencial con una media de 4 minutos. ¿Cuál es la probabilidad de que una persona sea atendida en menos de tres minutos, por lo menos en 4 de 6 días que se eligen aleatoriamente y en los que se toma el tiempo?

4.2.19. El número promedio de barcos-tanque que llegan cada día a un puerto es de 10. Las instalaciones portuarias pueden manejar, a lo más 15 barcos por día.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que en un día determinado el puerto no permita la entrada de más barcos?
b) ¿Cuál es la probabilidad de que en uno de los siete días de la semana el puerto no haya podido recibir a todos los barcos que llegaron?
c) En un año, ¿cuántos días se espera que el puerto reciba a todos los barcos que lleguen?

4.2.20. Un sistema de protección contra cohetes está construido con *n* unidades de radar que funcionan independientemente cada una con probabilidad de 0.9 de detectar un cohete que ingresa en la zona que cubre todas las unidades.
a) Si $n=5$ y un cohete entra en la zona. ¿Cuál es la probabilidad de que exactamente 4 unidades detecten al cohete? ¿Al menos una unidad?
b) ¿Cuál es el número esperado de unidades de radar que detectarán al cohete?
c) ¿Cuál debe ser el valor de *n* es decir, cuantas unidades de radar se deben instalar para que la probabilidad de que al menos una unidad detecte el cohete al entrar en la zona, sea de 0.999?

4.2.21. Suponga que la concentración de ozono en la Ciudad de México se distribuye uniformemente en un intervalo de 1500 a 2500 pmm (partes por millón). Si se considera como tóxica una concentración de 2250 ppm o más.
a) ¿Cuál es la probabilidad de que una muestra de la concentración de ozono sea tóxica?
b) ¿Cuál es la concentración esperada de ozono en la atmósfera de la Cd. de México? ¿Cuál es la varianza?
c) ¿Cuál es la probabilidad de que la concentración de ozono en una muestra sea superior a la media más una desviación estándar?

4.2.22. Un agente de bienes raíces ha vendido una casa en promedio por cada 100 clientes que atiende. Cada cliente solo va a comprar una casa. Con base en esta información,
a) ¿Cuál es la probabilidad que venda una casa a uno de sus próximos 50 clientes.
b) ¿Cuál es la probabilidad de que venda una casa o por lo menos una a uno de sus próximos 50 clientes?
c) ¿Cuál es la probabilidad de que por lo menos venda una casa a uno de sus próximos 50 clientes?

4.2.23. Continuamente los estudios prácticos están conducidos por investigadores que analizan, como por ejemplo, las preferencias con respecto a un candidato, las políticas de protección al consumidor o las preferencias por un determinado producto. Usualmente se utiliza un conjunto de preguntas de opción múltiple, de las cuales el entrevistado selecciona una. Supóngase que al investigador le interesan aquellas personas que adivinan la respuesta por evitar caer en una situación embarazosa. Él puede generar una distribución de probabilidad y compararla con las respuestas que obtuvo, con el objeto de identificar si hubo casos en los que las personas respondieron aleatoriamente.
Si un cuestionario consiste de seis preguntas y cada pregunta tiene 5 respuestas, de las cuales sólo una es la correcta.

a) Obtenga la distribución de probabilidad para la variable aleatoria: número de respuestas correctas.
b) Grafique la distribución de probabilidad obtenida en el inciso a).
c) ¿Qué conclusiones puede obtener de la distribución generada?

4.2.24. Se cree que el tiempo medio para terminar un examen de aprovechamiento académico es de 150 minutos, con una desviación estándar de 20 minutos. Suponga que los tiempos necesarios para terminar el examen se disribuyen normalmente.
a) ¿Cuál es la probabilidad de que un alumno termine el examen en menos de 100 minutos?
b) ¿Cuál es la probabilidad de que un alumno termine el examen en más de 200 minutos?
c) ¿Cuál es la probabilidad de que un alumno termine el examen en más de 140 minutos y menos de 160 minutos?
d) Si se desea dar el tiempo suficiente para que terminen el 80% de los examinados. ¿A los cuántos minutos debe darse por concluido el examen?
e) Si el examen se dá por concluido a los 180 minutos y 60 alumnos lo presentaron. ¿Cuál es la probabilidad de que 5 o más no lo hayan terminado?

4.2.25. El tiempo (en segundos) que un cajero tarda en atender a un cliente en un banco se puede modelar por una distribución Normal con media μ y varianza σ^2.
a) Si la probabilidad de que tarde menos de 150 segundos en ser atendido es de 0.8 y la probabilidad de que tarde más de 100 segundos es de 0.75, encuentre μ y σ^2.
b) En otra sucursal el tiempo de atención al cliente también sigue una distribución Normal con media 5 minutos y desviación estándar 1 minuto. ¿A qué proporción de clientes se les atiende en más de 3 minutos?

4.2.26. La duración promedio de un componente de computadora es de 5 años. Suponga que el periodo de garantía es de tres años.
a) ¿Qué proporción de componentes se espera que fallen en menos de 3 años?
b) ¿Qué tiempo debería durar la garantía para que solamente el 10% de los componentes sean cambiados por el fabricante?

4.2.27. Si el número de automóviles por **hora** que un radar detecta por ir a gran velocidad en cierta localidad de la autopista A-10 es una variable aleatoria con distribución Poisson con λ=8.4,
a) ¿Cuál es la probabilidad de que transcurran menos de 10 minutos entre automóviles sucesivos que circulan a alta velocidad?
b) ¿Cuál es la probabilidad de que transcurran más de 10 minutos entre automóviles sucesivos que circulan a alta velocidad, si ya han transcurrido más de 5 minutos desde la detección del último automóvil que circulaba a gran velocidad?

4.2.28. Suponga que la demanda mensual de cierto producto se encuentra aproximada por una variable aleatoria normal con media de 200 y desviación estándar de 40 unidades.
a) Encuentre la probabilidad de que la demanda mensual:

i) sea mayor que 225 artículos
ii) se encuentre entre 195 y 215 artículos del producto

b) ¿Qué tan grande debe ser el inventario disponible a principios de un mes para que la probabilidad de que la existencia se agote sea de 0.05?

c) Si la demanda de otro producto sigue una distribución normal con media μ y desviación estándar σ. Determinar los valores de μ y σ de tal forma que, las probabilidades de que las demandas sean menores que 50 y 100 artículos, son 0.6 y 0.8, respectivamente.

4.2.29. Suponga que la temperatura medida en grados se distribuye normalmente con media 50 y varianza 4. ¿Cuál es la probabilidad de que la temperatura esté entre 48º y 53º?

4.2.30. En los últimos 20 años, solo el 2% en promedio de los cheques endosados a la asociación de niños minusválidados fueron rechazados. Este mes, la asociación recibió 200 cheques.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que exactamente 10 de ellos sean rechazados?
b) ¿Cuál es la probabilidad de que más de 10 cheques sean rechazados?
c) ¿Cuál es la probabilidad de que menos de 5 cheques sean rechazados?
d) ¿Cuántos cheques debe esperar la asociación que sean rechazados? ¿Cuál es la varianza?

4.2.31. Un abogado viaja diariamente desde su casa hasta su oficina en el centro de la ciudad. Si la distribución del tiempo que tarda en llegar a su oficina es normal con desviación estándar de 4 minutos.

a) Obtenga el tiempo promedio que tarda en llegar a su oficina, si se sabe que el 80% de las veces el viaje toma más de 20 minutos.
b) Si se seleccionan aleatoriamente 5 días, ¿Cuál es la probabilidad de que por lo menos en 3 días llegue en menos 25 minutos a la oficina?

4.2.32. El porcentaje de alumnos que aprueban el examen final de Estadística es de 60%. El examen lo están presentando 20 alumnos

a) ¿Cuál es la probabilidad de que sólo 2 alumnos aprueben?
b) Explique, ¿por qué la probabilidad de que todos los alumnos aprueben no es igual a la que todos reprueben? (Evalúe ambas probabilidades)

4.2.33. Los productores de llantas de la marca Tigre aseguran que la duración de las mismas tienen una distribución normal con media de 3 años y desviación estándar de medio año. Por otro lado, los productores de las llamadas Bad-Year aseguran que la duración de estas llantas también tienen una distribución normal pero con media de 3.1 años y desviación estándar 0.3 años.

El dueño de una agencia que se dedica a la renta de automóviles, quiere equipar sus unidades con las llantas de mayor duración. Para decidir con cual de las dos empresas firmará el contrato para equipar sus automóviles, toma para cada marca una muestra aleatoria de tamaño 10.

a) ¿Cuál será la probabilidad de que más de la mitad de las llantas de la muestra de la marca Tigre duren más de 3.3 años?
b) Calcule la misma probabilidad, pero para las llantas de la marca Bad Year.
c) Si usted fuera el dueño de la agencia, y suponiendo que el precio es el mismo para las dos marcas, ¿con cuál de las dos empresas firmaría el contrato y porqué?

4.2.34. Los clientes de un vendedor de billetes de lotería realizan compras según una ley de probabilidad Poisson, a razón de una compra cada media hora. ¿Cuál es la probabilidad de que transcurran dos horas o más antes de que alguna persona compre un billete?

4.2.35. Una persona gana el derecho a participar en un concurso que consiste en extraer al azar un papel de una urna que contiene 11 papeles con los números del 0 al 10. Sea X el número obtenido. El premio se da conforme a la siguiente regla: se pierden 100X pesos si X es cero o un número par y se ganan 100X pesos si X es impar. Al concursante se le dan $1000 por el solo hecho de participar.
Sea W la variable aleatoria que denota la cantidad de dinero que el concursante tendrá después del concurso.
a) Obtenga la función de probabilidad de W. ¿De cuál distribución se trata?
b) Obtenga la función de distribución acumulada de W.
c) ¿Cuál es el valor esperado y la desviación estándar de W?

4.2.36. Con respecto al ejercicio anterior, suponga que tres personas participan, en forma independiente, en el concurso. ¿Cuál es la probabilidad de que por lo menos una pierda los $1000 que se le dan al inicio del concurso?

4.2.37. Un vendedor de seguros vende pólizas a cinco hombres todos de la misma edad y con buena salud. De acuerdo con las tablas actuariales la probabilidad de que un hombre de esta edad viva por lo menos 30 años más es de 2/3.
a) Obtenga la función de probabilidad del número de hombres de estos cinco que vivan por lo menos 30 años más.
b) Obtenga la función de distribución acumulada.
c) ¿Cuál es la probabilidad de que después de 30 años vivan:
   i) los 5 hombres?
   ii) al menos tres hombres?
   iii) más de un hombre?
d) ¿Cuántos hombres de estos cinco se espera en promedio que vivan después de transcurridos 30 años? ¿Cuál es la varianza?

4.2.38. Cierto estudiante es muy popular con sus compañeros de clase. El recibe en promedio cuatro llamadas telefónicas cada tarde. ¿Cuál es la probabilidad de que en una tarde el número de llamadas que reciba exceda su promedio por más de una desviación estándar?

4.2.39. De los registros de un hospital, se obtiene la siguiente información :
En promedio cada dos días ingresa un paciente a la unidad de cuidados intensivos.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que transcurran al menos tres días antes de que ingrese un nuevo paciente a la unidad de cuidados intensivos?
b) ¿Cuál es la probabilidad de que ingresen al menos 4 pacientes a la unidad de cuidados intensivos en el hospital en una semana?
c) ¿Cuál es la probabilidad de que el tiempo de espera entre le ingreso de un paciente y el siguiente a la unidad de cuidados intensivos sea de más de 5 días, si se sabe que no ha ingresado ningún paciente en por lo menos dos días?

4.2.40. En cierto banco se desea tener una mejor planeación en la asignación de créditos hipotecarios. Entre otras cosas se pretende entender el comportamiento de la variable W: número de solicitudes de crédito aprobadas a la semana. Se propone una distribución Poisson para esta variable.

a) ¿Qué supuestos tienen que cumplirse para justificar el uso de una distribución Poisson?
b) El banco tiene dos tipos de sucursales. En las sucursales tipo 1 se sabe que el promedio de solicitudes de crédito aprobadas a la semana es 3 ó 4 ó 5. ¿Cuál sería el valor de λ (3, 4 ó 5) si se sabe que, en este tipo de sucursales, la proporción de veces en que se han autorizado 2 créditos en una semana es el doble de la proporción de veces en que se ha autorizado sólo un crédito?
c) Utilice el valor elegido en el inciso anterior, para determinar el número de semanas en un año en las que se espera ocurra el evento $\{W_1 > 2\}$
(Considere que el año tiene 52 semanas)

4.2.41. Al terminar una carrera universitaria sólo un 30% de los estudiantes encuentran trabajo. Se eligen aleatoriamente 10 egresados:

a) ¿Cuál será la probabilidad de que exactamente cuatro de ellos encuentren trabajo?
b) ¿Cuál será la probabilidad de que ninguno de ellos encuentre trabajo?
c) ¿Cuál será la probabilidad de que por lo menos tres de ellos encuentren trabajo?
d) ¿Cuál será la probabilidad de que encuentren trabajo 6 ó más de ellos?

4.2.42. Una agencia automotriz cuenta con dos equipos para realizar la verificación de el buen funcionamiento de los autos. El tiempo que le toma a una persona, desde que llega a la agencia hasta que termina la verificación, depende del equipo que se use. La verificación, por medio del equipo 1 y el 2, tarda en promedio 10 y 17 minutos, respectivamente.

a) ¿Qué distribución de probabilidad puede resultar adecuada para modelar el tiempo que tarda la verificación cuando se usa el equipo 1? ¿cuándo se usa el equipo 2? ¿Porqué?
b) Calcule el coeficiente de correlación lineal entre los tiempos asociados a los dos equipos (Suponga que el valor esperado del producto de estos tiempos es 262). Interprete el valor obtenido.
c) ¿En cuántas de 100 verificaciones se espera que el equipo 1 tarde más de 5 minutos?

d) Si en una verificación con el equipo 1 ya han transcurrido por lo menos 8 minutos, ¿cuál es la probabilidad de que se tenga que esperar por lo menos 5 minutos más?. Compare con el inciso anterior.

4.2.43. El tiempo que tarda una persona en ser atendida en una oficina de correos es una variable aleatoria con media de 4 minutos.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que una persona sea atendida en menos de 3 minutos, por lo menos en 4 de 6 días en los que se toma el tiempo?
b) De 600 personas que van a la oficina de correos, ¿Cuántas tendrán que esperar más de 10 minutos para ser atendidas?

4.2.44. Considere que en el ejercicio 4.2.10, la proporción de clientes atendidos en menos de 2 minutos es de 0.5. Suponga que llegan al banco 25 clientes y defina a la variable aleatoria Y como el total de clientes atendidos en menos de 2 minutos.
a) ¿Qué modelo probabilístico propone usted para describir el comportamiento de Y?
b) Calcule la probabilidad de que más de 6 de los 25 clientes que arribaron sean atendidos en menos de 2 minutos cada uno.

4.2.45. Parece que aumentó el número de choques en vuelo. Solamente en la región de Atlanta, hubo 10 en 1985, contra solamente 4 en 1984 (Gainsville Sun, 26 de febrero de 1986). Suponga que se pensaba que el promedio de choques en vuelo por año en el área de Atlanta era 4.
a) ¿Cuál es la probabilidad de que no haya ningún choque de este tipo en el área de Atlanta en un año dado?
b) ¿Es probable que el número de colisiones en el aire por año sea de 10 o más, si se supone que la media es 4?
c) ¿Entonces a que conclusiones se puede llegar? Explique y justifique adecuadamente su respuesta.

4.2.46. Sea Y, una variable aleatoria con distribución uniforme sobre el intervalo (a,b).
a) ¿Cuál es la probabilidad de que Y tome un valor que se encuentre a menos de una desviación estándar de la media?
b) ¿Puede Y tomar un valor que se encuentre a más de dos desviaciones estándar de la media?
c) Obtenga el cuartil uno y el cuartil tres en términos de a y b.

4.2.47. Una persona llego a cierta parada de autobús a las 11:00 horas sabiendo que el tiempo de espera es una variable aleatoria X que se distribuye uniformemente entre las 11:00 y las 11:20
a) ¿Cuál es la probabilidad de que tenga que esperar más de 12 minutos?
b) ¿Cuál es la probabilidad de que tenga que esperar 15 o menos minutos?
c) ¿ Cuál es la probabilidad de que tenga que esperar 15 minutos o menos si ya ha esperado 10 minutos?

4.2.48. El número promedio de reclamos por hora hechos a una compañía por daños o pérdidas incurridas durante una mudanza es 3.1. ¿Cuál es la probabilidad de que, en una hora dada:

a) haya 3 reclamos
b) se hagan por lo menos 3 reclamos

4.2.49. En un proceso fotográfico, el tiempo de revelado de una película es una variable aleatoria cuya distribución normal tiene una media de 16.28 segundos y una desviación estándar de 0.12 segundos. Calcule la probabilidad de que el revelado tarde :

a) entre 16.00 y 16.50 segundos.
b) menos de 16 segundos.
c) a lo más 16.35 segundos.
d) Encuentre el número de segundos a partir del cual el tiempo de revelado excede dicho valor, con una probabilidad de 0.95.

4.2.50. Un comerciante mezcla dos tipos de café para venderlo. Una libra de café de la marca *A* rinde, en promedio, 50.8 tazas con una desviación estándar de 3.3 tazas, mientras que una libra de la marca *B* rinde, en promedio, 51.2 tazas con una desviación estándar de 4.6 tazas de café. Suponiendo que ambas marcas tienen una distribución normal, ¿que marca de café tiene mayores probabilidades de rendir cuando menos 50 tazas de café por libra? Justifique adecuadamente su respuesta.

4.2.51. Suponga que un promedio de 4 avionetas llegan para ser reparadas en un taller cada día. La jornada de trabajo es de 8 horas.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que la primera avioneta para ser reparada llegue después de la primera hora de trabajo?
b) Demuestre que el problema equivalente de Poisson es la probabilidad de que la primera avioneta para ser reparada no llegue durante la primera hora de trabajo.
c) ¿Cuál es la probabilidad de que la primera avioneta para ser reparada llegue en el transcurso de la primera hora?
d) Demuestre que el problema equivalente de Poisson es la probabilidad de que haya una o más llegadas durante el periodo de una hora.

4.2.52. Un criminólogo ha desarrollado un cuestionario para predecir si un adolescente será un delincuente. Las puntuaciones en el cuestionario pueden tomar valores desde 0 hasta 100. Los valores altos reflejan una mayor tendencia a la delincuencia. Como regla el criminólogo decide clasificar a un adolescente como delincuente potencial si su puntuación excede de 75. Por experiencias anteriores se sabe que entre adolescentes no delincuentes las puntuaciones se distribuyen normalmente con media 60 y desviación estándar de 10, y para los adolescentes delincuentes también se distribuyen normal pero con media 80 y varianza 25.

a) ¿Que proporción de las veces el criminólogo clasificará erróneamente a un delincuente como no delincuente?
b) ¿Que puntuación necesitaría tomar como referencia el criminólogo para clasificar erróneamente a un no delincuente como delincuente solo el 5% de las veces?

c) Si se aplica el cuestionario a 10 delincuentes elegidos al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que sean clasificados erróneamente más de 8 delicuentes?

4.2.53. En un astillero el número promedio de accidentes industriales en un día es de 2.4.
a) ¿Cuál es la probabilidad de que en un día seleccionado al azar haya cuando menos dos accidentes industriales?
b) ¿Cuál es la probabilidad de que en un día seleccionado al azar no haya accidentes?
c) Si se seleccionan aleatoriamente 6 días. ¿Cuál es la probabilidad de que no haya accidentes en esos días?
d) ¿Cuál es la probabilidad de que en 3 o más de los 6 días no haya accidentes?

4.2.54. En la Bolsa Mexicana de Valores en un día, el 30% de las acciones incrementaron su valor, el 20% se mantuvieron igual y el 50% disminuyeron su valor. Si se seleccionan 20 acciones al azar, determinar :
a) ¿Cuál es la probabilidad de que por lo menos 10 hayan incrementado su valor en ese día?
b) ¿Cuál es la probabilidad de que por lo menos 10 hayan disminuido su valor en ese día?
c) ¿Cuántas acciones se espera que hayan incrementado su valor ese día? ¿Cuál es su varianza?
d) ¿Cuántas acciones se espera que hayan disminuido su valor ese día? ¿Cuál es su varianza?
e) ¿Cuántas acciones se espera que hayan permanecido sin cambio ese día? ¿Cuál es su varianza?

4.2.55. Un empresa que realiza alquiler de equipo pesado, cobra $600.00 diariamente por la renta de cierta maquinaria. Esta máquina puede fallar varias veces en d días, y el número de fallas se distribuye como una Poisson con parámetro λ=0.8d. Si el equipo fallas X veces durante los d días; la reparación tiene un costo para la compañía de $50X^2$.
a) Obtenga la probabilidad de que el equipo falle 3 veces o menos durante 2 días.
b) Obtenga la utilidad esperada por la compañía si se renta la máquina por 5 días. ¿Cuál es su varianza?
c) Si se renta la máquina d días. ¿Cuál es la utilidad esperada? ¿Para que valor de d se maximiza la utilidad esperada de la compañía?

4.2.56. En una ciudad el equipo de rescate del departamento de bomberos es responsable de aproximadamente 7 millas del río vecino. La distancia entre la estación de bomberos y la localización de una emergencia es una variable aleatoria uniformemente distribuida sobre el intervalo [0,7]
a) Grafique la función de densidad de probabilidad.
b) Encuentre la probabilidad de que una emergencia surja en la milla más alejada que le corresponde atender a estos bomberos
c) Encuentre la probabilidad de que una emergencia surja entre la milla 3 y 5.

d) Suponga que el equipo de rescate tiene su estación en el punto medio del tramo del río considerado. Encuentre la probabilidad de que una emergencia surja a más de dos millas de la estación.

4.2.57. Si la probabilidad de que un individuo sufra una reacción por una inyección de un determinado suero es de 0.002, determine la probabilidad de que de un total de 2000 individuos:
a) exactamente 3 tengan la reacción.
b) más de dos tengan la reacción.

4.2.58. En una gran compañía de camiones de carga hay un promedio de 2 camiones inactivos en un día cualquiera debido a reparaciones. La compañía tiene 2 camiones extras. ¿Cuál es la probabilidad de que en un día :
a) no se necesite ningún camión extra ?
b) el número de camiones extra sea insuficiente para satisfacer la demanda?

4.2.59. El tiempo necesario para ensamblar un avión (en miniatura) se distribuye uniformemente con media de 20 minutos y varianza de 12.
a) ¿Cuál es el intervalo en el que está definida esta distribución?
b) ¿Cuál es la probabilidad de que tome más de 22 minutos ensamblar un avión, si ya se han utilizado 20 minutos en hacerlo?

4.2.60. El tiempo medido en minutos que cierta persona invierte en ir de su casa a la estación del tren es un fenómeno aleatorio que obedece a una función de densidad uniforme en el intervalo de 20 a 25 minutos. ¿Cuál es la probabilidad de que alcance el tren que sale de la estación a las 7:28 A.M. en punto:
a) si deja su casa exactamente a las 7:05 A.M.?
b) si deja su casa exactamente a las 7:10 A.M.?

4.2.61. Se sabe que el número promedio de accidentes aéreos dentro de un areopuerto es de 0.5 accidentes por año.
a) ¿Cuál es la probabilidad de que el siguiente accidente suceda en menos de 3 años?
b) ¿Cuál es la probabilidad de que el tiempo necesario para observar el siguiente accidente sea mayor a 5 años?
c) ¿Cuál es la probabilidad de que el tiempo necesario para observar el siguiente accidente sea menor a 5 años, dado que ya pasaron 3 años y no ha ocurrido uno?
d) ¿Cuál es la probabilidad de que el tiempo que necesitemos esperar para observar un accidente se encuentre entre los próximos 4 y 7 años?
e) ¿Cuál es la probabilidad de que en un año elegido al azar, no ocurran accidentes?
f) ¿Cuál es la probabilidad de observar más de un accidente en un año determinado?

4.2.62. El número de glóbulos rojos en un volumen determinado de sangre es una variable aleatoria con media 9 para personas sanas. Calcule la probabilidad de que el número de glóbulos rojos en ese volumen de sangre de una persona sana se encuentre a:
a) menos de una desviación estándar de la media.

b) menos de dos desviaciónes estándar de la media.
c) entre 7 y 11.

4.2.63. Entre las 2 y las 4 de la tarde el número promedio de llamadas telefónicas que recibe el conmutador del ITAM por minuto es ½.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que en cierto minuto :
   i) No haya llamadas.
   ii) Haya 3 llamadas.
   iii) Haya 4 ó menos llamadas.

b) ¿Cuál es la probabilidad de que entre las 2 y las 2:15 de la tarde se reciban 5 llamadas o más?

4.2.64. Algunos estudios muestran que el rendimiento de gasolina de los autos compactos vendidos en Estados Unidos se distribuye normalmente con una media de 25.5 mpg (millas por galón) y una desviación estándar de 4.5 mpg.

a) ¿Qué porcentaje de autos compactos tienen un rendimiento de 30 mpg o más?

b) En épocas de escasez de fuentes de energía los fabricantes de automóviles que producen vehículos más económicos en lo que se refiere a consumo de gasolina tienen ventajas competitivas con respecto a los demás productores.
Si un fabricante desea diseñar un auto compacto más económico que el 95% de los compactos actuales. ¿Cuál debe ser el rendimiento del nuevo auto?

4.2.65. Un análisis estadístico de 1000 llamadas telefónicas de larga distancia realizadas desde una oficina indica que la duración de esas llamadas tienen una distribución normal con media de 129.5 segundos y una desviación estándar de 30 segundos.

a) ¿Que porcentaje de esas llamadas duró menos de 180 segundos?

b) ¿Cuántas llamadas duraron menos de 60 segundos o más de 150 segundos?

c) ¿Cuál debe ser la duración de una llamada particular, si sólo el 1% de todas las llamadas duran menos tiempo?

4.2.66. En la sala de espera de un aeropuerto hay una máquina que vende café. Por experiencia se puede afirmar, que la cantidad de café (en litros) que se vende por día es una variable aleatoria, que sigue una distribución uniforme en el intervalo [7, 10].

a) Encuentre la probabilidad de que la máquina despache a lo más 8.5 lts. en un día.

b) Si se sabe que al mediodía ya se han vendido al menos 8 lts, ¿cuál es la probabilidad de que al final del día se vendan más de 9 lts?

c) Cada vaso de café de 200 ml. se vende a $1 ¿Cuál es el ingreso esperado por la venta en un día? ¿Cuál es la varianza?

4.2.67. La probabilidad de que una bombilla eléctrica producida por la compañía Lori se funda antes de concluir una semana de estar encendida es de 0.01. En un gran edificio de apartamentos de 60 pisos en la ciudad de Nueva York se instala una bombilla en cada piso en las escaleras (que se mantienen encendidas las 24 horas del día): ¿Cuál es la probabilidad de que

a) un foco se funda antes de finalizar la semana?

b) tres focos se fundan antes de finalizar la semana?

c) más de tres focos se fundan antes de finalizar la semana?
Calcule estas probabilidades en forma exacta y también en forma aproximada.

4.2.68 Un comerciante de fruta se queja con un mayorista de que en el 70% de las cajas de manzanas que le envía hay como mínimo tres manzanas en mal estado. El mayorista esta dispuesto a pagar las pérdidas del comerciante si lo que dice es cierto. Para verificarlo selecciona al azar 12 cajas de manzanas de un embarque, y pagará las pérdidas si 7 cajas o más tienen cuando menos tres manzanas en mal estado; en caso contrario no le pagará nada al comerciante.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que el mayorista no pagué las perdidas al comerciante aunque este último tenga razón?
b) ¿Cuál es la probabilidad de que el mayorista pague las pérdidas del comerciante aunque en realidad sólo el 40% de las cajas contienen 3 o más manzanas en mal estado?
c) ¿Cuál es la probabilidad de que el mayorista pague las pérdidas del comerciante aunque sólo en realidad el 10% de las cajas contienen 3 o más manzanas en mal estado?

TEMA 5 : INFERENCIA ESTADISTICA

5.1. a) ¿Qué es inferencia estadística?
b) Explique el concepto de muestra aleatoria.
c) ¿Qué es población estadística?
d) ¿Cuál es la diferencia entre un parámetro y una estadística?
e) ¿Cuál es la importancia de seleccionar una muestra aleatoria de una población en el proceso de inferencia estadística?

5.2. ¿En cuáles de las siguientes afirmaciones se consideró a la "población" de interés y cuáles a una "muestra".
a) La policía estimó que 60 000 personas asistirán al evento.
b) El promedio de bateo de Babe Ruth en béisbol profesional durante su vida, fue de 0.342.
c) Cuando el avión se estrelló, había en este 126 personas.
d) Sólo se vendieron 12 682 cabezas de ganado vacuno esta mañana.

5.3 Suponga que se desea conocer el consumo promedio de los clientes de la cadena Superama. Para ello se pregunta a los clientes del Superama Pedregal, que salen entre las 10:00 y las 14:00 horas de un cierto día, el monto de su compra.
Determine:
a) La población
b) La muestra. ¿Es representativa de la población? ¿Es aleatoria?
c) Las unidades elementales
d) La variable de interés, su tipo y su escala de medición

5.4. Hace poco una estación de radio presentó un programa de lo mejor de esa estación. Para ello pidieron que los radio-escuchas mandaran una carta con las 3 canciones que a su juicio consideraban las mejores. En base a ello se formó una lista de las canciones y el lugar que ocupaban en la preferencia del público.
¿Considera que las cartas que llegaron a la estación forman la población o una muestra de los radio-escuchas? ¿Porqué?

5.5. Con la ayuda de una tabla de números aleatorios y la lista de alumnos de tu grupo de Estadística, selecciona una muestra aleatoria de 8 personas.

5.6. Suponga que usted forma parte de un equipo interdisciplinario que recibe el encargo de realizar un estudio para pronosticar el resultado de unas votaciones locales que se llevaran a cabo el próximo año. Tomando en cuenta que el reporte del estudio debe entregarse antes de que finalice el año, elabore una propuesta en la que se describan los siguientes elementos:
i) Población Objetivo
ii) Variables a considerar
iii) Parámetros de Interés
iv) Marco de muestreo
v) Tipo de resultados que se obtendrían
vi) Alcances y limitaciones del estudio.

5.7. Indique si las siguientes afirmaciones son falsas o verdaderas:
a) Las muestras de conveniencia y de juicio son ambas muestras probabilísticas.
b) La no representatividad de una muestra puede deberse al azar, o a que la muestra está sesgada.
c) En una muestra aleatoria, todos los elementos seleccionados de la población tienen la misma probabilidad de formar parte de ella.
d) La población y el marco poblacional son lo mismo.
e) La población estadística es el conjunto de unidades elementales.

5.8. Una persona desea conocer el tiempo que los estudiantes del ITAM requieren para trasladarse a la Universidad. Para tal efecto un viernes a las 8 a.m. se para frente a la cafetería y pregunta a las personas que van pasando cuánto tardaron ese día en llegar al ITAM. A las 10 a.m. suspende su sondeo.
a) ¿Cuál es la población bajo estudio? ¿Es ésta finita o infinita?
b) ¿Cuáles son las unidades elementales?
c) ¿Cuál es la muestra?
d) ¿Cree usted que las inferencias de esta persona tengan validez?
e) ¿Podría haber usado un marco muestral?

5.9. Cuatro neumáticos para automóvil de marca A y tres neumáticos de marca B se prueban para determinar su duración en servicio. La duración para los neumáticos marca es de 29,000 , 33,000 , 37,000 , 41,000 , Km; para la marca B es de 30,000 , 32,000 y 34,000 Km. A partir de las siguientes declaraciones hechas con base en estas cifras identifique las que provienen de inferencia estadística y las que provienen de métodos descriptivos.
a) La duración promedio de los cuatro neumáticos marca A es mayor que la de los tres neumáticos marca B.
b) Probablemente la duración promedio de todos los neumáticos marca A sea de casi 35,000 Km, mientras que la de los neumáticos B es de aproximadamente de 32,000 Km.
c) Si el precio de los neumáticos marca A es el mismo que el de los neumáticos marca B, usted recomendaría los neumáticos marca A a todos sus amigos y parientes.

5.10. Un periódico describe una encuesta realizada por la Merit System Protection Board, una agencia gubernamental encargada de la protección de informadores, empleados federales que reportan fraudes observados, así como despilfarradores y mala administración. Solamente constestaron 8,500 de los 13,000 encuestados (probablemente mediante cuestionarios enviados por correo). En respuesta a una pregunta, el 70% de los que contestaron declaró que no informaron a nadie y tampoco hicieron nada, respecto a actividades incorrectas observadas, por miedo a represalias o porque pensaron que no se tomarían acciones al respecto.
a) Describa la población de interés y lo población estadística para la agencia gubernamental.
b) Describa la muestra.
c) Explique por qué los datos muestrales podrían dar una idea distorsionada de la naturaleza de la población.

Anexo I : REPASO DE ALGUNOS CONCEPTOS DE MATEMATICAS

I.1. Sea W={1, 2, 3, 4, 5, 6}, y sean A={1, 2, 4, 5} y B={2, 3, 4}.
Obtenga los siguientes subconjuntos :

a) A^c

b) $B^c \cap A$

c) $A \cup B$

d) $A^c \cap W \cap B$

I.2 Sea U={a, b, c, d, e, f, g, h, i} y sean V={b, c, g, a}, W={f, b, d, g, a} y Z={g, h, i, a}.
Diga si las siguientes afirmaciones son falsas o verdaderas.

a) $W \cup W^c = \varnothing$

b) $Z \cup U = U$

c) $V \cap V^c = U$

d) $(V \cup W)^c = V^c \cap W^c$

e) $V \cap U = U$

f) $V \cap (W \cup Z) = (V \cap W) \cup (V \cap Z)$

g) $V \cup (W \cap Z) = (V \cup W) \cap (V \cup Z)$

I.3. El tiempo que espera una persona en una sucursal bancaria para poder realizar una transacción se encuentra entre 0 y 30 minutos. De aquí se obtiene que el conjunto S que considera todos los tiempos posibles de espera es :

$$S=\{ t \mid 0 \leq t \leq 30 \}$$

Sea A el subconjunto de los tiempos menores que 5 minutos y B el de los tiempos mayores que 15 minutos. Obtenga :

a) $A^c \cap B^c$

b) $A \cup B$

c) $A^c \cap B$

d) $A \cap B$

e) $A^c \cup B^c$

I.4. Suponga que en una familia hay dos niños de diferente edad y que nos interesa el sexo de estos niños. Se utiliza F para designar una niña y una M para indicar niño, y un par FM para denotar que el niño con mayor edad es del sexo femenino y el mas pequeño del sexo masculino. Entonces, en el conjunto S de las observaciones posibles existen cuatro elementos:

$$S=\{FF,FM,MF,MM\}$$

Sea A el subconjunto de todas las posibilidades que no incluyen varones; B, el subconjunto que contiene dos varones, y C el subconjunto que contiene al menos un varón.

Liste los elementos de los siguientes subconjuntos y realice un diagrama en donde los represente:

a) C

b) $A \cap B$

c) $A \cup B$

d) $A \cup C$

e) $B \cap C$

f) $C \cap B^c$

g) $A^c \cup B^c$.

I.5. Sean $X_1 = 3,\ X_2 = 1,\ X_3 = 4,\ X_4 = 2,\ X_5 = -2,\ X_6 = -6$. Calcule las siguientes sumas:

a) $\sum_{i=1}^{6} X_i$

b) $\sum_{i=1}^{6} X_i^2$

c) $\left(\sum_{i=1}^{6} X_i\right)^2$

d) $\sum_{i=1}^{6} (X_i - 3)^2$

e) $\left(\sum_{i=1}^{6} X_i\right) - 3$

f) $\sum_{i=2}^{4} X_i$

g) $\sum_{i=1}^{6} (X_i - 3)$

h) $\left[\sum_{i=1}^{6} (X_i - 3)\right]^2$

I.6. Considere el siguiente conjunto de dos variables X y Y que están asociadas a los mismos elementos.

i	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
$\mathbf{x_i}$	9	6	7	12	11
$\mathbf{y_i}$	13	8	14	11	10

Verifique si las siguientes igualdades son verdaderas o falsas.

a) $\sum_{i=1}^{5} X_i^2 = \left(\sum_{i=1}^{5} X_i\right)^2$

b) $\sum_{i=1}^{5} (Y_i - 3)^2 = \sum_{i=1}^{5} Y_i^2 - 6\sum_{i=1}^{5} Y_i + 45$

c) $\sum_{i=1}^{5} X_i Y_i = \sum_{i=1}^{5} X_i \sum_{i=1}^{5} Y_i$

d) $\sum_{i=1}^{5} (X_i + Y_i)^2 = \sum_{i=1}^{5} X_i^2 + \sum_{i=1}^{5} Y_i^2$

e) $\sum_{i=1}^{5} \frac{X_i}{Y_i} = \frac{\sum_{i=1}^{5} X_i}{\sum_{i=1}^{5} Y_i}$

I.7. Muestre en la recta de los números reales la grafica del conjunto indicado :

a) $\{x \in \Re \| x | < 4\}$

b) $\{x \in \Re \| x | \geq 7\}$

c) $\{x \in \Re | x < 8\} \cap \{x \in \Re | x > -3\}$

d) $\{x \in \Re | x < -8\} \cap \{x \in \Re | x < 8\}$

I.8. Resuelva los siguientes sistemas de ecuaciones :

a) 4x - 3y = -1
5x + 4y = 14

b) 5a - 6b = 35
39b - 8a = -69

c) x + y + z = 2
2x - y + 2z = 4
-3x+ 2y + 3z = 8

I.9. Resuelva las desigualdades siguientes :

a) $|x - 5| \leq 2$

b) $|y + 3| \geq 8$

c) $6x - 1 < \frac{5x - 1}{3}$

I.10. Grafique las siguientes funciones determinando las intersecciones con los ejes, los mínimos y máximos o puntos de inflexión y los intervalos en los cuales es positiva y negativa.

a) $y = e^{-2x}$

b) $y = x^2 - 3x + 2$

c) $y = \begin{cases} 0 & \text{si } x < -1 \\ x^2 - 2 & \text{si } -1 \le x \le 1 \\ 2 & \text{si } x > 1 \end{cases}$

d) $y = \sqrt{x^2 + 1}$

e) $y = \dfrac{x^2 - 3x}{x + 1}$

I.11. Integre :

a) $\int_0^1 y^2\left(1 - y^4\right)dy$

b) $\int_0^2 \left(2 - x\right)dx$

c) $\int_0^\infty xe^{-x}\,dx$

d) $\int_3^5 ye^{-y^2}dy$

I.12. Calcule el área de la región delimitada por el eje x y la función :

a) $f(x) = \begin{cases} x & \text{si } 0 < x < 2 \\ 4 - x & \text{si } 2 < x < 3 \end{cases}$

b) $f(x) = \dfrac{1}{x^3}$ para $x \ge 1$

c) $f(x) = \dfrac{1}{(4 - x)^2}$ para $x < 2$

d) $f(x) = 4 - x^2$ para $x \ge 0.5$

I.13. Sea $f(x) = xe^{-x^2} + 2$ con $x \ge 0$.

a) Construya la grafica de la función $f(x)$ entre x=0 y x=5.

b) Obtenga el área de la región delimitada por la recta *y*=0 y la curva $f(x)$.

Anexo II : REPASO GENERAL DEL CURSO.

II.1. A continuación se presentan seis funciones. Determine cuales son funciones de probabilidad. Justifique.

a) $f(x) = 3(1-x)^2$ para $0 < x < 1$

b) $f(x) = \dfrac{x^2 + 5x}{50}$ para $x = 1, 2, 3, 4, 5$

c) $f(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$ para $0 < x < 4$

d) $f(x) = \dfrac{6 - |7 - x|}{36}$ para $x = 2, 3, 4 \cdots 12$

e) $f(x) = \dfrac{12}{25x}$ para $x = 1, 2, 3, 4$

f) $f(x) = \dfrac{1}{10}$ para $0 < x < 10$

II.2. Dos amazonas (A = Paula Z y B = Paula G) que practican el salto con caballos, van a disputar un trofeo que se adjudicará a la primera de ellas que gane 3 competencias. Considere las competencias como una serie de repeticiones de un experimento. En cada repetición sólo hay dos resultados posibles: gana A o gana B. Por ejemplo, si A gana los primeros 3 encuentros, la serie termina y el evento se denota por $\{A, A, A\}$

a) Escriba el espacio muestral (hay 20 resultados posibles) ó

b) De acuerdo con la historia de encuentros entre A y B, se sabe que A le ha ganado el 60% de las veces a B. Suponiendo que las competencias de la serie son independientes y que las probabilidades son las mismas, determine las probabilidades de cada uno de los 20 eventos posibles.

c) Sea X el número de competencias que gana A, y Y el número de competencias que gana B. Obtenga la distribución de probabilidad conjunta de X y Y.

d) Obtenga el coeficiente de correlación de X y Y. Interprete.

e) Sea Z el número total de competencias, exprese a Z en términos de X y Y. Obtenga el valor esperado y varianza de Z.

II.3 Suponga que tres cartas dirigidas a tres personas diferentes se insertan aleatoriamente en tres sobres con las direcciones. ¿Cuál es la probabilidad de que al menos una carta se inserte en el sobre que le corresponde?

II.4. Una corporación tiene 250 computadoras personales. La probabilidad de que cualquiera de las computadoras requiera reparación en una semana es 0.01. Encuentre la probabilidad de que por lo menos 4 de las computadoras requieran reparación en una semana.

II.5. Sean X y Y dos variables aleatorias que denotan:

X = no. de interrupciones de luz a la semana en la zona A

Y = no. de interrupciones de luz a la semana en la zona B

Si su distribución de probabilidad conjunta está dada por:

y \ x	**0**	**1**	**2**
0	1/36	8/36	6/36
1	6/36	12/36	0
2	3/36	0	0

a) ¿Qué significa en el contexto del problema: P(X= 1 y Y= 0) = 8/36?
b) ¿Son independientes X y Y? ¿Porqué?
c) Obtenga E(X), E(Y), Var(X) y Var (Y)
d) Calcule el coeficiente de correlación e interprete
e) Encuentre $P\left(X \geq 1 \middle| Y = 0\right)$
f) Encuentre P(X+Y>1) e interprete
g) Si Z= 3Y- 5X+2, obtenga E(Z) y Var(Z)

II.6. Suponga que desea conocer el consumo promedio de los clientes de la cadena Superama. Para ello pregunta a los clientes del Superama Pedregal, que salen entre las 10:00 y las 14:00 horas de un cierto día, el monto de su compra. Determine:

a) la población.

b) la muestra. ¿Es representativa de la población?

c) las unidades elementales.

d) la variable de interés, su tipo y su escala de medición.

II.7. Los siguientes datos representan el número de interrupciones por día de trabajo debidas a fallas mecánicas en una planta procesadora de alimentos:

2 3 0 5 4 3

1 3 5 2

Calcule:

a) la media e interprete

b) el coeficiente de variación e interprete

II.8. Un cobrador de una empresa ha registrado el número de días que tarda en cobrar cada una de sus cuentas de crédito. La distribución de frecuencias está dada por:

Clases	fi
70.5 - 74.5	1
74.5 - 78.5	6
78.5 - 82.5	17
82.5 - 86.5	29

86.5 - 90.5	20
90.5 - 94.5	17
94.5 - 98.5	13
98.5 - 102.5	3
102.5 - 106.5	8
	114

a) Grafique la ojiva y el histograma.

b) Calcule la media, mediana y clase modal. Interprete

c) Calcule la varianza y la desviación estándar. Interprete

d) Las cuentas por cobrar con más de 100 días de retraso se consideran incobrables y se envían al departamento legal. ¿Qué porcentaje de las cuentas tendrán que ser enviadas al departamento legal? (Utilice la ojiva para aproximar este porcentaje).

II.9. Sea X una variable aleatoria que sigue una distribución normal con media 5 y varianza 9. Determine el valor de t tal que $P(2.1 \leq X \leq t) = 0.77$

II.10. A 280 empleados de una compañía se les preguntó su estado civil y el plan de vacaciones que piensan seguir en su próximo periodo vacacional.

	Casado	*Soltero*
Plan 1	20	50
Plan 2	140	10
Plan 3	45	15

Si se selecciona a un empleado aleatoriamente:

a) ¿cuál es la probabilidad de que prefiera el plan 2?

b) ¿es la preferencia del plan 1 independiente del hecho de ser casado?

c) ¿cuál es la probabilidad de que el empleado prefiera el plan 3 si se sabe que es casado?

d) ¿cuál es la probabilidad de que el empleado prefiera el plan 2 y sea soltero?

II.11. Sean A y B dos eventos asociados a un experimento.
Si $P(A) = 0.4$, $P(A \cup B) = 0.6$ y $P(B) = q$.

a) Obtenga el valor de q si A y B son eventos independientes.

b) Obtenga el valor de q si A y B son eventos mutuamente excluyentes.

II.12. El Sr. Díaz, quien frecuentemente invierte en el mercado de valores, estudia detenidamente cualquier inversión potencial. En el momento actual está examinando la posibilidad de invertir en cierta empresa. Estudiando las ganancias anteriores, ha dividido los resultados potenciales de la inversión en cinco resultados posibles, con sus respectivas probabilidades. Los resultados son las tasas anuales de rendimiento en una acción individual que hoy cuesta $150.

Rendimiento sobre la inversión (%)	0	10	15	25	50
Probabilidad	.20	.25	.30	.15	.10

a) Encuentre el valor esperado del rendimiento sobre la inversión. El Sr. Díaz adquirirá acciones sólo si la tasa esperada de rendimiento excede del 10%, ¿le conviene comprar las acciones conforme a estos datos? (Justifique)

b) Obtenga la varianza de X, siendo X la variable aleatoria que denota el rendimiento sobre la inversión.

c) Calcule:

$E\left(3X^2 + X - 2\right)$

$V\left(7 - 2X\right)$

II.13. El tiempo necesario para reparar la transmisión de un automóvil en un taller mecánico se distribuye normalmente con media de 45 minutos y desviación estándar igual a 8 min. El mecánico le comunica a un cliente que su auto estará listo en una hora.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que el mecánico no cumpla con lo prometido si éste comenzó a trabajar 13 min. después de que el cliente dejó su automóvil?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que a lo más 5 automóviles, de un total de 15, sean reparados cada uno en más de 45 minutos?

II.14. A continuación se muestra información sobre el precio semanal ($) de marcas de un artículo.

Marca A:	precio (x_i)	90	91	92	93	94	95	97	103
	frecuencia (f_i)	6	4	3	3	2	1	1	1
Marca B:	precio (y_i)	91	92	93	94	95	96	97	100
	frecuencia (g_i)	1	1	2	3	4	3	1	1

$\sum (f_i)(x_i) = 1942$ $\qquad S_x = 3.076$

$\sum (g_i)(y_i) = 1516$ $\qquad S_y = 2.113$

a) Especifique la población que se está considerando en el problema, así como la o las variables de interés y el tipo de escala en que se están midiendo.

b) Construya un diagrama de tallo y hojas para el precio de la marca A y la marca B.

c) Construya un diagrama de caja y brazos para el precio de la marca A y la marca B. Compare.

d) ¿Cuál marca es más barata en promedio? ¿Cuál es más consistente en sus precios?

e) ¿Qué tipo de marca recomendaría elegir? ¿Por qué? Si ha detectado observaciones atípicas, ¿cómo influyen éstas en la elección de la marca?

II.15. Un lote contiene 27 televisores de los cuales 6 son defectuosos. Se extrae una muestra de 4 de ellos. ¿Cuál es la probabilidad de obtener al menos dos defectuosos?

II.16. Las calificaciones de dos alumnos son:

	Alumno A	Alumno B
Economía	7	6
Matemáticas	8	6
Admón.	6	10
Contabilidad	9	8
Estadística	10	10

Compare las calificaciones de los alumnos A y B. ¿Cuál alumno piensa que es más consistente en sus calificaciones? ¿Por qué?

II.17. El tiempo (en horas) que un trabajador tarda en ensamblar un juguete (X) es una variable aleatoria con función de densidad

$$f(x) = \begin{cases} a(2x-1)^3 & \text{para } 1 < x \le 2 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

a) Obtenga el valor de la constante a.

b) ¿Cuál es el tiempo esperado que tarda el trabajador en ensamblar un juguete? ¿Cuál es la varianza?

c) Obtenga la función de distribución acumulada y grafiquela.

d) ¿Cuál es la probabilidad de que el trabajador tarde más de 1.5 horas en ensamblar el juguete?

II.18. Suponga que usted desea ingresar a un programa para bajar de peso. Su tía Clarita y su tía Paty, en iguales circunstancias entran a dos distintos programas. Clarita entra al Weight - Hunters y Paty al Mary - Craig. Después de registrar los kg. perdidos por semana durante 18 semanas le sugieren a usted escoja el **"mejor programa"**.

Los datos se muestran a continuación

0	000005555	0	00556
1	0000577	1	0000557
2	00	2	00005
		3	0

1 | 5 significa 1.5

a) Elabore los diagramas de caja y brazos para ambos programas.

b) ¿Cuál programa escogería usted? ¿Por qué?

II.19. Se supone que los resultados de un examen, tienen una distribución normal con media de 78 y varianza de 36.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que una persona que presenta el examen obtenga una calificación mayor a 72?

b) Suponga que a los estudiantes que se encuentran en el 5% de la parte superior de la distribución se les asigna una calificación de 10. ¿Cuál es la calificación mínima que debe obtener un estudiante para tener una calificación de 10?

c) ¿Cuál debe ser la mínima calificación aprobatoria si el evaluador pretende que solamente el 28.1% de los estudiantes apruebe?

d) Si se sabe que la calificación de un estudiante es mayor que 72. ¿Cuál es la probabilidad de que su calificación sea mayor que 84?

II.20. Sea Y una variable aleatoria con función de densidad

$$f(y) = \begin{cases} cye^{-2y} & y \geq 0 \\ 0 & \text{en cualquier otro punto} \end{cases}$$

a) Determine el valor de c que hace que *f(y)* sea una función de densidad.

b) Obtenga E(Y)

c) Calcule $P[Y>1 \mid Y<3]$

II.21. En una clase que tiene 20 alumnos, 14 están satisfechos con el libro de texto utilizado. Si cinco estudiantes son elegidos aleatoriamente y se les pregunta acerca del texto, determine la probabilidad de que :

a) exactamente 3 estén satisfechos con el libro.

b) al menos 3 estén satisfechos con el libro de texto.

II.22. Una compañía produce pedacería de roca. Se sabe que el tamaño de los pedazos sigue una distribución normal con media 135 y desviación estándar igual a 14. Los pedazos se clasifican en dos categorías según su tamaño:

Categoría	Tamaño (X)
A	115 < x < 160
B	x < 115 ó x > 160

a) ¿Cuál es la probabilidad de que un pedazo sea clasificado en la categoría B?

b) En un lote de 1000 pedazos, ¿Cuántos se esperan de la categoría A?

c) Si la ganancia unitaria de la pedacería tipo A es de 50 y la del tipo B es de -5, ¿cuál es la ganancia esperada de un lote de 500 pedazos de roca? ¿Cuál es la varianza?

II.23. El próximo mes saldrás de vacaciones con tu familia y necesitas llevar agua hervida para tu hermanito pequeño.
La cantidad de agua que toma tu hermanito diariamente se distribuye como normal con media μ desconocida y una desviación estándar de 4 onzas. Obtener:

a) El valor de μ, si se sabe que el 80% de los días tu hermanito toma más de 32 onzas de agua. ¿Qué significa μ?

b) La probabilidad de que por lo menos 5 días (de una semana determinada), tu hermanito tome más de 32 onzas de agua.

II.24. Sea X una variable aleatoria con función de densidad :

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{5}{243}x^4 & \text{si } 0 \le x < 3 \\ 0 & \text{en cualquier otro punto} \end{cases}$$

Obtenga el valor de $\operatorname{Var}[2X - 1]$

II.25. El departamento de mantenimiento de un gran complejo industrial tiene instrucciones de sustituir las lamparas eléctricas antes de que se fundan. Se sabe que la vida útil de éstas tienen una distribución exponencial con una duración media de 0.5 (en miles de horas).
¿Cuándo deben ser reemplazadas las lámparas, para que no más del 10% se funda estando en uso?

II.26. El número de personas que asisten a una exposición es una variable aleatoria Poisson, con una esperanza de 130 personas por hora.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que en un minuto lleguen por lo menos tres personas?

b) ¿Puede esperarse que la frecuencia de llegada de los visitantes a la exposición sea constante en todas las horas de un día cualquiera?

II.27. Un fabricante de calculadoras electrónicas ofrece una garantía de un año. Si la calculadora llega a fallar durante este periodo, se la reemplaza. El tiempo (en años) hasta la falla se modela aceptablemente con la distribución de probabilidad:

$$f(x) = 0.1256\, e^{-0.1256x} \qquad \text{para } x > 0$$

a) ¿Qué porcentaje de las calculadoras se descompondrán dentro del término de la garantía?

b) En estas aplicaciones, al parámetro α $(\alpha = .1256 \text{ en este caso})$ se le llama índice de falla del sistema, y la media de la distribución $1/\alpha$ se denomina tiempo medio hasta la falla. Determine la probabilidad de que la calculadora falle antes de su vida esperada.

II.28. En un conmutador de teléfonos se manejan 300 llamadas en promedio durante una hora de actividad. El tablero del conmutador puede hacer a lo más 10 conexiones por minuto.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que el tablero se sature en un minuto dado?
b) ¿Cuál es la probabilidad de que el conmutador reciba 20 llamadas en 3 minutos?

II.29. Si la función de distribución acumulada de una variable aleatoria Y está definida por :

$$F(y) = \begin{cases} 1 - \dfrac{9}{y^2} & \text{para} \quad y > 3 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

a) Obtenga P[Y ≤5]
b) Obtenga P[Y > 8]
c) Obtenga la función de densidad de Y, haciendo que su valor sea igual a cero donde quiera que este indefinida.
d) Grafique la función de densidad y la función de distribución acumulada.

II.30. Un empresario tiene que decidir entre asegurar o no su planta contra incendio. El valor de la planta es de $1'000,000.00 y la prima del Seguro es de $5,000.00. si la probabilidad de que haya incendio es de .01, evaluar la esperanza de la pérdida en los dos siguientes casos.

a) Si se asegura

b) Si no se asegura

c) Recomiende una opción.

II.31. Un fabricante produce artículos de tal modo que el 10% son defectuosos y el 90% no lo son. Si se produce un artículo defectuoso, el fabricante pierde $1, mientras que un artículo sin defectos le produce una utilidad de $5. Obtenga el valor esperado y la varianza de la utilidad neta por artículo. Interprete.

II.32. Un cliente piensa que en determinado periodo de tiempo, el precio de un producto estará entre $ 420 y $460 y que, todos los precios en el intervalo [$420, $460] son igualmente probables.

a) Calcule la probabilidad de que el precio del producto esté entre $425 y $435.

b) ¿Cuál es el valor esperado del precio? ¿Cuál es la varianza?

II.33. Un agente de bienes raíces estima que la probabilidad de vender cierta casa a un cliente es 0.10. El día de hoy tiene cita con cuatro clientes para ver la casa. El sabe que la decisión de cada cliente es independiente.

a) Obtenga la distribución de probabilidad del número de clientes que necesitan ver la casa hasta que encuentre un comprador.

b) ¿Cuál es la probabilidad de que no necesite la decisión del cuarto cliente porque alguno de los tres primeros decidió comprar la casa?

II.34. Si la función de densidad de una variable aleatoria X está dada por :

$$f_x(x) = \begin{cases} \dfrac{x}{2} & \text{para} \quad 0 < x \le 1 \\ \dfrac{1}{2} & \text{para} \quad 1 < x \le 2 \\ \dfrac{3-x}{2} & \text{para} \quad 2 < x < 3 \\ 0 & \text{para} \quad \text{en otro caso} \end{cases}$$

a) Grafique la función $f_x(x)$.

b) Obtenga la función de distribución acumulada y grafiquela.

c) Obtenga el valor esperado, la varianza y la desviación estándar de la variable.

d) Se define la función $G(x) = x^2 - 5x + 3$, obtenga el valor esperado de la función $G(x)$

II.35. Se descubre que el número de veces que una pieza de cierto equipo, (por ejemplo un interruptor de luz), funciona antes de tener que ser desechada es un fenómeno aleatorio con resultados numéricos que tiene una distribución de probabilidades dada por :

$$p(x) = \begin{cases} k\left(\dfrac{1}{3}\right)^x & \text{para} \quad x = 1,2,3,4,5,6 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

a) Encuentre el valor de k que hace que $p(x)$ sea una distribución de probabilidades bien definida.

b) Obtenga el E[X] y la Var[X] e interprete.

c) Calcule la probabilidad de que el número de veces que opera el interruptor sea mayor o igual que 2, pero no mayor que 5.

d) Marque en el eje x de la gráfica de la función de probabilidades el intervalo $(\mu - 2\sigma,\ \mu + 2\sigma)$. ¿Cuál es la probabilidad de que el valor de X se encuentre en este intervalo?

e) Compare el resultado anterior con el obtenido mediante la regla empírica. ¿Está justificado su uso con esta distribución?

II.38. Un estacionamiento tiene dos entradas. Los coches llegan a la entrada I de acuerdo con una distribución de Poisson con una media de tres por hora, y a la entrada II de acuerdo con una distribución de Poisson con una media de cuatro por hora. ¿Cuál es la probabilidad de que tres coches lleguen al estacionamiento durante una hora dada? (Se supone que los números de coches que llegan a las dos entradas son independientes).

II.39. En la siguiente tabla se presentan algunos datos de los automóviles modelo de 1993.

Automóvil	**Potencia del Motor. (en HP)**	**Capacidad del Motor. (en Litros)**	**Numero de Cilindros.**	**Precio en miles de dólares**
Acura NSX	270	3.0	6	70
Alfa Romeo 164	183	3.0	6	31
Aston Marin Mirage	330	5.3	8	265
Audi 90	172	2.8	6	25
Audi V8	276	4.2	8	50
Bentley	260	6.8	8	265
BMW 325i	134	1.8	4	31
BMW 5-Series	189	2.5	6	60
BMW 7-Series	286	4.0	8	78
BMW 850i	296	5.0	12	82
Ferrari 348	306	3.4	8	120
Ferrari 512-TR	421	4.9	12	220
Ford Crown Victoria	196	4.6	8	24
Infiniti J30	210	3.0	6	35
Infiniti Q45	278	4.5	8	50
Jaguar XJ6	223	4.0	6	60
Jaguar XJ-5	223	4.0	6	69
Lamborghini Diablo	485	5.7	12	250
Lexus LS 400	250	4.0	8	50
Lexus SL 400	250	4.0	8	45
Lotus Spirit Turbo	264	2.2	4	105
Mazda RX-7	255	1.3	4	36
Mercedes Benz 190E	130	2.3	4	30
Mercedes Benz 5-CLASS	389	6.0	12	132
Mercury Grand Marquis	190	4.6	8	21
Mitsubishi 3000GT	300	3.0	6	35
Mitsubishi Eclipse	92	1.8	4	12
Nissan Máxima	190	3.0	6	22
Nissan 300ZX	222	3.0	6	32
Porsche 911 Carrera 2/4	247	3.6	6	110
Porsche 911 Turbo	315	3.3	6	110
Rolls Royce	260	6.8	8	310
Volkswagen GTI	115	2.0	4	11

a) Obtenga el diagrama esquemático del precio clasificando los autos por el número de cilindros. Explique lo que se observa.
b) Se dice que el precio de los autos está en relación directa con el número de cilindros del motor y también la capacidad del motor esta relacionada directamente con el número de cilindros. Por consiguiente el precio está relacionado con la capacidad del motor. Verifique grafica y numéricamente estas afirmaciones para estos autos.
c) Un motor de mayor capacidad necesita mayor potencia para trabajar. Verifique grafica y numericamente si se cumple esta afirmación.

II.40. Se formó un jurado de seis personas de un grupo de 20 posibles miembros, de los cuales 8 eran negros y 12 eran blancos. El jurado se seleccionó aleatoriamente, pero solo contenía a un miembro negro.
a) Construya la distribucion de probabilidad del número de miembros negros que se pueden seleccionar en el jurado.
b) ¿Cuántos miembros negros se esperan seleccionar en el jurado? ¿Cuál es la varianza?
c) ¿Tiene algún motivo para dudar de la aleatoriedad de la selección? Justifique numericamente su respuesta.

II.41. En el inciso b) del ejercicio 4.1.1, suponga que la probabilidad de que una persona nazca en día par es 0.40 y que las fechas de nacimiento de las cuatro personas son independientes.
a) Calcule la probabilidad de cada uno de los elementos del espacio muestral.
b) Encuentre la probabilidad de que exactamente dos, de los individuos entrevistados, hayan nacido en fecha non.
c) Encuentre la probabilidad de que dos o menos de los entrevistados hayan nacido en fecha non.

II.42. Un Estado de la Unión Americana tiene una ley en la cual los motociclistas deben estar asegurados. Se sabe que el 7.5% de los motociclistas en el Estado no están asegurados. El Departamento de Tránsito del Estado selecciona una muestra aleatoria de 60 motociclistas, ¿ cuál es la probabilidad de que más de 5 no estén asegurados?

RESPUESTAS

TEMA 2: ANÁLISIS EXPLORATORIO

2.2 a) frecuencia acumulada relativa
0.08, 0.12, 0.22, 0.38, 0.62, 0.78, 0.88, 0.94, 0.98, 1
c) $\bar{x} = 4.5$, $\tilde{x} = 4.5$, clase modal: de 4.25 a 4.75, s=1.06426 y c.v.=0.2365
d) simétrica

2.3 a) La variable de interés (X) es el peso neto de cajas de galletas de chocolate.
$\bar{x} = 997.8$, $\tilde{x} = 997.5$, $s^2 = 176.69$ y c.v. $= 0.01419$
b) q_1 =986.75 y q_3=1008

2.4 a) Frecuencia acumulada relativa (en %):
7.5, 17.5, 27.5, 50, 67.5, 80, 92.5, 100
b) 17.5%, c) 8.15, 8, de 6 a 8, 3.9263

2.5 r = – 0.2065, el grado de asociación entre estas dos variables es débil.

2.6 $\bar{x}_A = 1186.8$, $c.v._A = 0.05$, $\bar{x}_B = 1201.6$, $c.v._B = 0.035$.
La marca B en promedio dura más y con una menor dispersión.

2.7 a) $\bar{x} = 1.475$, $s = 1.0619$
b) 0.20
c)

clases	fi
(75, 125]	3
(125, 175]	8
(175, 225]	10
(225, 275]	7
(275, 325]	5
(325, 375]	7

d) i) 230
ii) 220
iii) 0.34

2.8 c) r = 0.554, d) r = 0.523, h) $r_1 = 0.744$ $r_2 = 0.395$

2.9 24.86% en promedio

2.11 a) 15 pacientes, b) 11 días, c) 50 días, d) 20 días, e) 24.467 días

2.12 c) r = 0.034

2.13 a)

M		H
0	1	
0	2	0
0 0	3	0 0 0
0	4	0
	5	0
0	6	
0	7	

2.14 a) $\bar{x} = 200,\ \tilde{x} = 190,\ s^2 = 7136.842,\ c.v. = 0.422$

b)

min	q_1	q_2	q_3	max
80	120	190	260	360

2.15 a) $\tilde{x} = 4,\ q_3 = 4.75$

c)

	fi
1.00 - 3.75	9
3.75 - 6.50	23
6.50 - 9.25	6
9.25 - 12.00	3

d) c.v.= 0.422

2.16 a) Datos cuantitativos continuos en escala de razón.

2.17 r = 0.9174

2.18 b) 0.836

2.19 c) -0.8786

2.20 a) $\bar{x}_1 = 665,\ \tilde{x}_1 = 645,\ s_1 = 116.9$

$\bar{x}_2 = 720,\ \tilde{x}_2 = 700,\ s_2 = 116.9$

b) 1

2.21 a) en Inglaterra, b) en Inglaterra, d) 0.919

2.23 4.2884

TEMA 3.1: PROBABILIDAD

3.1.2 b) 0.6, c) 0.3, d) 0.4, e) 0.1

3.1.5 c) 3/4, d) 16/32

3.1.6 a) 0.7, b) 0.5, c) 0, d) 0.8, e) 0

3.1.7 0.375

3.1.8 0.65

3.1.9 0.1538

3.1.10 0.833

3.1.11 a) 0.06, b) 0.44, c) 0.3

3.1.12 a) 0.38, b) 0.4, c) 0.78, d) 0.237, e) 0.71, f) 0.09

3.1.13 a) 0.7265, b) 0.729

3.1.14 b) no son c) De las 100 a 34

3.1.15 a)

		Motivo del Viaje		
		Vacaciones	Congreso	Negocios
Tipo de	Doble	0.10	0.10	0.25
Habitación	Suite	0.25	0.03	0.07
	Suite de Lujo	0.10	0.02	0.08

b) 1/3

3.1.16 Si la selección se realiza aleatoriamente, todos tienen la misma probabilidad de ser seleccionados.

3.1.17 a) 0.6561, b) 0.0001, c) 0.0486

3.1.18 0.587

3.1.19 0.97

3.1.20 Sí, ya que todas las manos de póker tienen una probabilidad de 0.00000038.

3.1.21 a) 0.20, b) 0.133

3.1.22 a) verdadero, b) falso, c) falso, d) verdadero, e) verdadero, f) falso, g) falso, h) falso

3.1.23 a) 0.0625, b) 0.25

3.1.25 a) 0.774, b) 0.226

3.1.26 a) 0.5 son independientes, b) 1 B es subconjunto de A, c) 2/3 no son independientes

3.1.27 0.433

3.1.28 0.40

3.1.29 a) 0.4, b) 0.35, c) 0.65, d) 0.125

3.1.30 a) 0.0025, b) 0.0406, c) 0.1121

3.1.31 a) 0.72, b) 0.504

3.1.32 a) 0.667, b) 0.36

3.1.33 a) 0.12, b) 0.10, c) 0.06, d) 0.16, e) 0.84, f) 0.06

3.1.34 0.525

3.1.35 1/2 y 1/3, respectivamente.

3.1.36 a) 0.306 b) 0.195 c) 0.499

3.1.37 0.9893

3.1.38 a) 0.5625 b) 0.21

3.1.39 0.625, 0.375 y 0.75

3.1.40 a) 0.1 b) 0.2

3.1.41 no existe ventaja, ya que los tres tienen la misma probabilidad de adivinar donde está la galleta.

3.1.42 a) $1-P[A\cap B]$ b) $1-P[A]-P[B]+P[A\cap B]$
c) $P[B]-P[A\cap B]$ d) $1-P[A]+P[A\cap B]$

3.1.43 a) 0.1818 b) 0.4545

3.1.44 a) 0.054 b) 0.4445

3.1.45 a) 0.443 b) 0.497

3.1.46 a) 0.0585 b.i) 0.342 b.ii) 0.299 b.iii) 0.359

3.1.47 a) si b) no c) si

3.1.49 a) 0.25 b) 0.833 c) 0.5

3.1.50 0.0825

3.1.51 0.192

3.1.52 a) 0.43 b) 0.5733 c) 0.5175

3.1.53 a) 0.5 b) 0.9667 c) 0.8

3.1.54 a) 0.585 b) 0.78

3.1.55 0.968

3.1.56 a) 0.65 b) 0.25 c) 0.85 d) 0.10

3.1.57 a) 0.0048 b) 0.0776

3.1.58 0.143, 0.286, 0.571

3.1.59 a) 0.6561 b) 0.2916 c) 0.9999

3.1.60 a.i) 0.035 a.ii) 0.118 a.iii) 0.277 a.iv) 0.309 a.v) 0.276
b) no es independiente

3.1.61 a) 0.1554 b) 0.161

3.1.62 a) 0.3 b) 0.6 c) 0.6 d) 0.333 e) 0.25

3.1.63 0.09375

3.1.64 en el camión, (0.538)

3.1.65 a) 0.25, b) 0.10, c) 0.85, d) 0.9, e) 0.6

TEMA 3.2: VARIABLES ALEATORIAS Y FUNCIONES DE PROBABILIDAD DISCRETAS

3.2.5 a) si, b) no, c) no, d) no, e) si

3.2.6 $E[X] = p \quad V[X] = p(1-p)$

3.2.7 c)

x	0	1	2	3
$P[X = x]$	0.064	0.1152	0.1382	0.6826

y	0	1	2	3
$P[Y = y]$	0.0216	0.2592	0.2074	0.3174

d)

z	3	4	5
$P[Z = z]$	0.28	0.374	0.346

3.2.8 a) 30, b) E[X] = 4 V[X] = 3, c) 0.7

3.2.9 La ganancia neta esperada es mayor si se aseguran, por lo que les conviene asegurarse.

3.2.10 b)

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 0 \\ 3/15 & \text{si } 0 \le x < 1 \\ 8/15 & \text{si } 1 \le x < 3 \\ 12/15 & \text{si } 3 \le x < 4 \\ 13/15 & \text{si } 4 \le x < 5 \\ 1 & \text{si } x \ge 5 \end{cases}$$

c) 2.8667 y 8.9156

3.2.11 a) E[T] = 17 V[T] = 28
b1) E[U] = 4953 $\sigma_u = 793.725$
b.2) E[U] = 8454 $\sigma_u = 517.57$

3.2.12 a) 0.1839, b) 0.735, c) 0.019, d) 0.0766

3.2.13 El valor de la prima debe ser igual a 120 Dólares.

3.2.14 a) E[X] = 10.6 V[X] = 24.04
b) E[X+5] = 15.6 V[X+5] = 24.04
c) 136.4, d) 45.2

3.2.15 a) $f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{4} & \text{si } x = 4,5,6,8\\ 0 & \text{en otro valor}\end{cases}$

b) 5.75 y 2.1875

3.2.17 c)

x	P[X=x]
0	0.1667
1	0.5
2	0.3
3	0.0333

d) 1.2, 0.56 y 0.7483

3.2.18 b)

$$F(x)=\begin{cases}0 & \text{si } x<1\\ 0.5 & \text{si } 1\le x<2\\ 0.75 & \text{si } 2\le x<3\\ 0.875 & \text{si } 3\le x<4\\ 0.9375 & \text{si } 4\le x<5\\ 0.96875 & \text{si } 5\le x<6\\ 0.984375 & \text{si } 6\le x<7\\ \;. & \\ \;. & \\ \;. & \end{cases}$$

c) 0.5, d) 0.0625

3.2.19 0.6

3.2.20

b)

x	P[X = x]
4	.08852928
3	0.1095207
2	0.0050809
1	0.0001048
0	0.0000008

c) 0.12 y 0.1164

3.2.21 a) 0.1, b) 2.3 y 6.7, c) 1.41, d) 1.41

3.2.22 a) 0.37383, b) 0.95

3.2.23 a) g P[G=g] b) -6.25 y 176.746

-10	0.9995
4990	0.00024997
9990	0.00024997
14990	0.00000003

3.2.24 a) $\mu - 11$ b) $\lambda\left(1+\frac{1}{\gamma}\right)$ y $(\gamma+2)^2$

3.2.26

a)

x	P (X = x)
2	1/10
3	2/10
4	3/10
5	4/10

b) E(X) = 40/10
V(X) = 1

TEMA 3.3 VARIABLES ALEATORIAS Y DISTRIBUCIONES DE PROBABILIDAD CONTINUAS

3.3.1 a) $f(x) \geq 0 \quad x$ y además el area bajo la curva es 1.
b) 0.36 y 0.24

3.3.2 a) 1.5, b) $F(x) = \begin{cases} 0 & \text{si} \quad x \leq 0 \\ \dfrac{x^2 + x^3}{2} & \text{si} \quad 0 < x < 1 \\ 1 & \text{si} \quad x \geq 1 \end{cases}$

c) 0, 0 y 1, d) 0.1875, e) 0.8455

3.3.3 a) 3, c) $F(y) = \begin{cases} 0 & \text{si} \quad y \leq 0 \\ y^3 & \text{si} \quad 0 < y < 1 \\ 1 & \text{si} \quad y \geq 1 \end{cases}$

d) 0, e) 0.62996, f) 0.75 días y 0.0375

3.3.4 a) 0.5, b) 0.5, c) 0.9792 y 0.0308

3.3.5 a) 10 y 10, b) $F(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ 1 - e^{-0.1x} & x \geq 0 \end{cases}$
c) 0.3679

3.3.6 a) $F(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x \leq 0 \\ 3x^2 - 2x^3 & \text{si } 0 < x < 1 \\ 1 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$

b) 0.5, 0.5, 0.5 y 0.2236

c) 0.5

3.3.7 a) a = 0 y b = 2, b) 0.0556

3.3.8 a) $F(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 0 \\ 1 - e^{-x/3}\left(\dfrac{x}{3} + 1\right) & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$

b) 0.1991, c) 0.594

3.3.9 a) $F(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 0 \\ x/30 & \text{si } 0 \le x \le 30 \\ 1 & \text{si } x > 30 \end{cases}$

b) 15, 8.66, 15 y 0.577, c) 0.444

3.3.10 a) 1.83 y 0.75, b) 2 y 3, c) 0.35

3.3.11 a) c = 0 y d = 0.5, b) 3 y 5.333

3.3.12 a) Si está bien definida ya que es una función no negativa, y el área bajo la función es uno.

b) $F(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x \le 0 \\ 0.5x & \text{si } 0 < x < 1 \\ 0.5 & \text{si } 1 \le x \le 2 \\ 0.25x & \text{si } 2 < x < 4 \\ 1 & \text{si } x \ge 4 \end{cases}$

c) 1.75, 1.77083 y 1.33073, d.i) 0.25, d.ii) 0.5, d.iii) 0.25

3.3.13 b) 0.0183156 c) $f(y) = \begin{cases} 2ye^{-y^2} & y \ge 0 \\ 0 & y < 0 \end{cases}$, 0.88623 y 0.2146

3.3.14 a) 0.75 b) $F(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x \le -1 \\ \frac{3}{4}x - \frac{1}{4}x^3 + \frac{1}{2} & \text{si } -1 < x < 1 \\ 1 & \text{si } x \ge 1 \end{cases}$ c) 0 y 0.447

3.3.15 a) $F(x) = 1 - e^{-x/20}$ b) 0.3935, c) 0.1481, d) 0.2231, e) 0.3679

3.3.16 a) 0.01418, b) 0.2128, c) 0.2388, d) 4.5142 y 1.4782 e)

$$F(x)=\begin{cases} 0 & \text{si } x<0 \\ \dfrac{3}{141}\left(2x-x^2\right) & \text{si } 0\le x\le 1 \\ \dfrac{3}{141}\left(x^2-2x+2\right) & \text{si } 1<x<3 \\ \dfrac{1}{141}\left(\dfrac{2}{3}x^3-3\right) & \text{si } 3\le x\le 6 \\ 1 & \text{si } x>6 \end{cases}$$

3.3.17 a)

$$F(y)=\begin{cases} 0 & y\le 0 \\ \dfrac{y^2}{2} & 0<y<1 \\ 2y-\dfrac{y^2}{2}-1 & 1\le y\le 2 \\ 1 & y>2 \end{cases}$$

b) 0.36

c) 0.25

d) 0.25

e) 10 000 galones y 16 666 667 galones^2

3.3.18 $k=-1/9$

b) E(X)=0.9844 V(X)=0.12788

d) $F(x)=\begin{cases} 0 & x<0 \\ \dfrac{1}{2}x^2-\dfrac{1}{27}x^3 & 0<x\le 1.5 \\ 1 & x>1.5 \end{cases}$

f) 0.12037

g) 0.3733

TEMA 3.4: VARIABLES ALEATORIAS BIVARIADAS

3.4.2 a)

x\y	1	2	3	4
1	0.07	0.38	0.12	0.03
2	0.03	0.12	0.18	0.07

b) $\rho = 0.33$

c) no son estadísticamente independientes

3.4.3 a)

z	-2	-1	0	1	2	3
$P[Z=z]$	0.05	0.11	0.71	0.09	0.02	0.02

b) -0.02

c) 0.802

d) 0.725

e) no son

3.4.4 a) El espacio muestral consta de 16 elementos

b)

x\y	0	1	2	3	4
0	1/16	0	0	0	1/16
1	0	2/16	2/16	2/16	0
2	0	2/16	2/16	2/16	0
3	0	0	2/16	0	0

c)

x	0	1	2	3
$P[X=x]$	2/16	6/16	6/16	2/16

y	0	1	2	3	4
$P[Y=y]$	1/16	4/16	6/16	4/16	1/16

3.4.5 a) no son independientes

b) i) 0.767, ii) 0.233, iii) 0.673, iv) 0.348, v) 0.459

c) 3.06 y 2.413

d) 10.7964 y 2.02

e) 0.6499

3.4.6 a)

y\x	0	1	2
0	1/6	1/3	1/12
1	2/9	1/6	0
2	1/36	0	0

b) i) 0.0833, ii) 0, iii) 0.7222, iv) 0.5454

c) 0.8333

d) Z=2-X-Y E(Z)=0.88

3.4.7 b) no son independientes

3.4.8 a) no son independientes

b) 0.033

c) 0.3239

3.4.9 102 y 9.43

3.4.10 a)

y\x	0	1
0	0.467	0.233
1	0.233	0.067

b) no son independientes

c) $\rho = -0.11$

3.4.13 a) 1 y 11

b) 3 y 9

c) -3 y 9

d) 10 y 54

3.4.16 a) 1/54
b) 25/54

c) 2.333 y 0.556

d) 3.222 y 0.617

e) 1/3

f) 5/6

g) 0 y 0

i) 2 y 19.445

3.4.19 b) 0.26 y 0.346,

c) 1.44 y 2.71

TEMA 4.1: USO DE TABLAS DE ALGUNAS DISTRIBUCIONES DE PROBABILIDAD

4.1.1	i)	a) 0.7969	b) 0.0012	c) 0.1927	d) 0.0024
	ii)	a) 0.1445	b) 0.1445	c) 0.4922	d) 0.1498
	iii)	a) 0.0012	b) 0.7969	c) 0.0551	d) 0.79698
	iv)	a) 0.6778	b) 0.0064	c) 0.2894	d) 0.0102
	v)	a) 0.2061	b) 0.1958	c) 0.4235	d) 0.2104

4.1.2	i)	a) 0.9997	b) 0.0000	c) 0.0232	d) 1
	ii)	a) 0.956	b) 0.0131	c) 0.2929	d) 0.9889
	iii)	a) 0.0887	b) 0.8264	c) 0.2778	d) 0.2811
	iv)	a) 0.0008	b) 0.9973	c) 0.0075	d) 0.0075

4.1.3	a) 0.0594	b) 0.6103	c) 0.9778	d) 0.6103
	e) 0.999994	f) 0.4998	g) 0.1248	h) 0.2274
	i) 0.5695	j) 0.2206	k) -0.9945	l) -1.175
	m) 0.5534	n) -0.4958	o) 0.6128	p) 1.3722
	q) 0.9945	r) 1.96	s) 0.0125	t) 2.3263

4.1.4	a) 0.7257	b) 0.2119	c) 0.2743	d) 0.7257
	e) 0.2629	f) 0.1323	g) 0.5762	h) 0.4985
	i) 10.379	j) 7.774	k) 4.5274	l) 7.065

4.1.7 a) 0.5857 b) 0.191 c) -0.5

4.1.8 a) 0.5 b) 0.5 c) 0.6826 d) 0.9974 e) 0.95

4.1.9 a) 0.437 b) 0.4525 c) 0.963 d) 0.0073 e) 0.0873 f) 0.0704

4.1.10 a) i) 0.419904 ii) 0.096256 iii) 0.0774144

b) i) 0.4199 ii) 0.0963 iii) 0.0775

TEMA 4.2: APLICACIONES DE ALGUNAS DISTRIBUCIONES DE PROBABILIDAD

4.2.2 0.2718

4.2.9 a) 7 y 3.416

b) 2/6

c) 3/5

4.2.11 0.6651

4.2.13 c) i) entre 490 y 510 ii) entre 480 y 520

4.2.14 a) 0.9953

b) 0.0047

c) 0.5155

4.2.15 a) 8 y 2.887

b) 1/2

c) 3

4.2.16 a) $F(y) = \begin{cases} 0 & y < 2000 \\ (y - 2000)/500 & 2000 \leq y \leq 2500 \\ 1 & y > 2500 \end{cases}$

b) 0.5714

c) 0.748

4.2.19 a) 0.0487

b) 0.2527

c) aproximadamente 347 días

4.2.21 a) 0.25

b) μ=2000 $\sigma^2 = 83333.33$

c) 0.2113

4.2.23

x	0	1	2	3	4	5	6
$P[X = x]$	0.262	0.393	0.246	0.082	0.015	0.002	0.000

4.2.24 a) 0.0062

b) 0.0062

c) 0.383

d) 166.8

e) 0.3711

4.2.25 a) μ = 122.3seg. $\sigma = 33.33$ seg.

b) Aproximadamente al 98%

4.2.27 a) .7535

b) .4965

4.2.28 a) i) 0.2643 ii) 0.1997

b) 265.8

c) μ=28.81 $\sigma = 84.75$

4.2.29 0.7745

4.2.31 a) μ=23.36

b) 0.7788

4.2.32 a) $4.70 \text{ X } 10^{-6}$

b) $P[\text{todos aprueban}] = 0.0000365$
$P[\text{todos reprueben}] = 1.0995116 \text{ X}10^{-8}$

4.2.34 .0183

4.2.35 a) $$f(\omega)=\begin{cases}\dfrac{1}{11} & \text{si } w = 0,200,400,600,800,1000,1100,1300,1500,1700,1900\\ 0 & \text{en otro caso}\end{cases}$$

b) $$F(\omega)=\begin{cases}0 & \text{si } \omega < 0\\ 1/11 & \text{si } 0 \le \omega < 200\\ 2/11 & \text{si } 200 \le \omega < 400\\ 3/11 & \text{si } 400 \le \omega < 600\\ 4/11 & \text{si } 600 \le \omega < 800\\ 5/11 & \text{si } 800 \le \omega < 1000\\ 6/11 & \text{si } 1000 \le \omega < 1100\\ 7/11 & \text{si } 1100 \le \omega < 1300\\ 8/11 & \text{si } 1300 \le \omega < 1500\\ 9/11 & \text{si } 1500 \le \omega < 1700\\ 10/11 & \text{si } 1700 \le \omega < 1900\\ 1 & \text{si } \omega \ge 1900\end{cases}$$

c) 954.54 y 589.86 respectivamente.

4.2.36 0.2487

4.2.37 a)

x	0	1	2	3	4	5
P(X = x)	.004115	.04115	.1646	.3292	.3292	.1316

d) E(X) = 10/3
V(X) = 1.1306

4.2.39 a) 0.2231 b) 0.4633 c) 0.2231

4.2.40 b) $\lambda = 4$

c) Aproximadamente 40 semanas

4.2.41 b) $\rho = 0.54$

c) en 61 verificaciones

d) 0.61

4.2.43 a) $P[T < 3] = 0.5276$, $P[X \geq 4] = 0.3968$

b) Aproximadamente 49 personas.

4.2.44 a) Una distribución binomial siempre y cuando el tiempo de atención de un cliente sea independiente del tiempo de atención de otro cliente.

b) 0.9927

4.2.44 a) 0.0183

b) 0.0081

4.2.53 a) .6916

b) .0907

c) ≈ 0

d) .01210

4.2.57 a) .1954 b) .7619

4.2.66 a) 1/2

b) 1/2

c) $42.5 y 18.75 respectivamente

ANEXO II: REPASO GENERAL DEL CURSO

II.3 2/3

II.5 b) no c) $E[X] = 0.8889, \quad V[X] = 0.4321, \quad E[Y] = 0.6667, \quad V[Y] = 0.3889$

d) $\rho = -0.63$

e) 0.9333 f) 0.5833

g) $E[Z] = -0.4444 \qquad V[Z] = 22.0735$

II.7 a) 2.8 b)0.5786

II.8 b) 88.4649, 87.3 y de 82.5 a 86.5, respectivamente

d) Aproximadamente 8%

II.9 9.56

II.10 a) 0.54

b) no

c) 0.22

d) 0.04

II.11 a) 0.33

b) 0.2

II.12 a) 15.75%, si la compraría

b) 188.19

c) 1322.5 y 752.76

II.13 a) 0.4013

b) 0.1509

II.14 c) A

II.15 a) IPL = 141.5, IPP=140.95 IPF=141.199

b) 1.02, 0.311 y 0.107 $ de 1978.

c) 100 y 126.65

d) 13.5% es el aumento real.

II.16 0.2043

II.17 es más consistente A.

II.18 a) 0.1

b) $E[X] = 1.71$, $V[X] = 0.0526$

c) $$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x \le 1 \\ \dfrac{(2x-1)^4}{80} - \dfrac{1}{80} & \text{si } 1 < x \le 2 \\ 1 & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

d) 0.8125

II.20 a) 0.8413

b) 87.84

c) 81.48

d) 0.1886

II.21 a) 4

b) 1

c) 0.3955

II.22 a) 0.352

b) 0.8687

II.23 a) 0.113

b) 887

c) $E[G] = 21892.5 \quad V[G] = 75\ 799\ 694$

II.24 a) 160

b) Cambio porcentual real: -66.43%, cambio porcetual nominal: 66.67%

II.25 a) 35.56 onzas

b) 0.852

II.26 0.72

II.27 A las 53 horas.

II.28 a) 0.3683

II.29 a) 11.75%

b) 0.6321

II.30 a) 0.0137

b) 0.0418

II.31 a) 0.64

b) 0.8594

c) $f(y) = \begin{cases} 0 & \text{si } y \leq 3 \\ \dfrac{18}{y^3} & \text{si } y > 3 \end{cases}$

II.32 a) $5000

b) $10000

c) asegurarse

II.33 $E[U] = \$4.4 \quad V[U] = 3.24$

II.34 a) 0.25

b) $440 y 133.33

II.35 0.271

II.36 b)

$$F(x)=\begin{cases} 0 & \text{si } x \le 0 \\ \dfrac{x^2}{4} & \text{si } 0 < x \le 1 \\ \dfrac{1}{2}x-\dfrac{1}{4} & \text{si } 1 < x \le 2 \\ \dfrac{3}{2}x-\dfrac{x^2}{4}-\dfrac{5}{4} & \text{si } 2 < x < 3 \\ 1 & \text{si } x \ge 3 \end{cases}$$

c) 1.5, 0.4167, 0.6455

d) d) -7.833

II.38 0.0521