

ITAM - Estadística 1

Respuestas Assignment 07

1. Distribución Uniforme continua.

- a) ¿El tiempo de reacción es una variable aleatoria o continua? ¿Cuál es la distribución de esta variable aleatoria?

Sabemos que:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & (a \leq x \leq b) \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Entonces:

$$[5, 9] = [a, b]$$

$$\Rightarrow a = 5 \quad b = 9$$

\Rightarrow

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{4} & (5 \leq x \leq 9) \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

- b) Determina la probabilidad de que el tiempo de reacción de una persona sea menor a 7 segundos, si se sabe que ya han pasado más de 6 segundos.

$$P(x < 7 \mid x > 6) = \frac{P(x < 7, x > 6)}{P(x > 6)}$$

\Rightarrow

$$\int_5^7 \frac{1}{4} \cdot dx \tag{1}$$

$=$

$$\frac{1}{4} \int_5^7 \cdot dx \tag{2}$$

$$= \frac{1}{4} [x]_5^7 = \frac{1}{4} * (7 - 5) = \frac{1}{2}$$

Ahora:

$$\int_6^9 \frac{1}{4} \cdot dx \tag{3}$$

$=$

$$\frac{1}{4} \int_6^9 \cdot dx \tag{4}$$

$$= \frac{1}{4} [x]_6^9 = \frac{1}{4} * (9 - 6) = \frac{3}{4}$$

\Rightarrow

$$P(x < 7 \mid x > 6) = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{4}} = \frac{2}{3}$$

- c) Valor esperado y desviación estándar del tiempo de reacción

$$E(x) = \frac{a+b}{2} = \frac{5+9}{2} = 7$$

Ahora para la varianza

$$\sigma_x^2 = \frac{(b-a)^2}{12} = \frac{(9-5)^2}{12} = 1.33$$

Entonces la desviación estándar es :

$$\sqrt{1.33} = 1.1532$$

2. Distribución Uniforme continua.

- a) El valor de k

$$f_x(x) =$$

$$\begin{cases} \frac{1}{b-a} & (5 \leq x \leq 9) \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

\Rightarrow

$$K = \frac{1}{40}$$

- b) Obtener la función de distribución acumulada de X

$$\frac{x-a}{b-a} \text{ para : } a \leq x \leq b$$

\Rightarrow

$$F_x(x) = \frac{x+20}{20-(-20)} = \frac{x+20}{40}$$

- c) ¿Cuál es la probabilidad de que en un mes se tengan dos semanas con valores positivos de x?

$$P(x \geq 2) = 1/20$$

3. • a) La probabilidad de que la concentración de monóxido exceda las 6 partes por millón

$$P(x > 6) =$$

$$\frac{1}{2.5} \int_6^{\infty} e^{\frac{-x}{2.5}} \cdot dx \quad (5)$$

$$= 0.0907$$

- b) En un momento dado se cuenta con la información de que w está entre 3 y 9. ¿Cuál es la probabilidad de que w sea mayor a 6?

$$P(3 < x < 9) =$$

$$\frac{1}{2.5} \int_6^{\infty} e^{\frac{-x}{2.5}} \cdot dx \quad (6)$$

$$= 0.5$$