ITAM - Métodos Estadísticos para C.Pol y R.I.

Assignment 02 - Respuestas

1. - Sabemos que:

     Los estimadores de mínimos cuadrados de α y β son

     $$b = \frac{S_{xy}}{S_{xx}}$$

     y

     $$a = \bar{y} - b\bar{x}$$

     Entonces, para encontrar la recta de predicción de mínimos cuadrados para los datos de la tabla:

     Paso 1:

     $S_{xx} = \sum x_i^2 - \frac{\sum {x_i}^2}{n} = 23634 - \frac{460^2}{10} = 2474$

     $S_{xy} = \sum x_i y_i - \frac{\sum x_i \sum y_i}{n}$

     $= 36854 - \frac{460*760}{10} = 1894$

     $\bar{y} = \frac{\sum y_i}{n} = \frac{760}{10} = 76$

     $\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{460}{10} = 46$

     Paso 2:

     $b = \frac{S_{xy}}{S_{xx}} = \frac{1894}{2474} = 0.76556$

     y

     $$a = \bar{y} - b\bar{x} = 76 - (0.76556)(46) = 40.78424$$

     Entonces, la recta de regresión de mínimos cuadrados es:

     $$\hat{y} = a + bx$$

     o bien:

     $$\hat{y} = \beta_0 + \beta_1 x = 40.78424 + 0.76556x$$

   - Para determinar si hay una relación lineal significativa entre las calificaciones realizamos una prueba de hipótesis:

     La hipótesis a probar son

     $H0 : \beta = 0$ contra $Ha : \beta \neq 0$

     y el valor observado del estadístic de prueba se calcula como:

     $t = \frac{b-0}{\sqrt{MSE/S_xx}} = \frac{0.7656-0}{\sqrt{75.7532/2474}} = 4.38$

     con $(n-2) = 8$ grados de libertad. Con $\alpha = 0.05$, se puede rechazar Ho cuando $t > 2.306$ o $t < -2.306$

     Como el valor observado (el estadístico de prueba) cae en la región de rechazo, Ho es rechazada y se puede concluir que "hay una relación lineal significativa entre las calificaciones esperadas y la puntuación final del examen.

- Para estimar el promedio de las calificaciones cuyo aprovechamiento es de 50, con un intervalo de confianza debemos:

  La estimación puntual de $E(y \mid x_0 = 50)$ el promedio de calificación es:

  $\hat{y} = 40.78424 + 0.76556(50) = 79.06$

2. - Sabemos que:
     $S_{xx} = \sum x_i^2 - \frac{\sum x_i{}^2}{n}$
     $S_{xy} = \sum x_i y_i - \frac{\sum x_i \sum y_i}{n}$
     $S_{yy} = \sum y_i^2 - \frac{\sum y_i{}^2}{n}$
     Entonces: $S_{xx} = 60.4$ $S_{xy} = 328$

     $S_{yy} = 2610$

     $$r = \frac{S_{xy}}{\sqrt{S_{xx} S_{yy}}}$$

     Entonces:
     $r = \frac{328}{\sqrt{60.4 * 2610}} = 0.8261$
     El valor obtenido para r es cerca a 1, indica que hay una relación lineal positiva bastante fuerte entre estatura y peso

   - Para probar si es significativamente diferente de cero, tenemos:

     $Ho:$

Bibliografía Wackerly. (2008). Estadística Matemática con Aplicaciones (7.a ed.). Cengage Learning.