ITAM - Métodos Estadísticos para C.Pol y R.I.

Assignment 02 - Respuestas

1. • Sabemos que:

   Los estimadores de mínimos cuadrados de α y β son

$$b = \frac{S_{xy}}{S_{xx}}$$

   y

$$a = \bar{y} - b\bar{x}$$

   Entonces, para encontrar la recta de predicción de mínimos cuadrados para los datos de la tabla:

   Paso 1:

   $S_{xx} = \sum x_i^2 - \frac{\sum x_i{}^2}{n} = 23634 - \frac{460^2}{10} = 2474$

   $S_{xy} = \sum x_i y_i - \frac{\sum x_i \sum y_i}{n}$

   $= 36854 - \frac{460*760}{10} = 1894$

   $\bar{y} = \frac{\sum y_i}{n} = \frac{760}{10} = 76$

   $\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{460}{10} = 46$

   Paso 2:

   $b = \frac{S_{xy}}{S_{xx}} = \frac{1894}{2474} = 0.76556$

   y

$$a = \bar{y} - b\bar{x} = 76 - (0.76556)(46) = 40.78424$$

   Entonces, la recta de regresión de mínimos cuadrados es:

$$\hat{y} = a + bx$$

   o bien:

$$\hat{y} = \beta_0 + \beta_1 x = 40.78424 + 0.76556x$$

   •

   • que "hay una relación lineal significativa entre las calificaciones esperadas y la puntuación final del examen.

   • Para estimar el promedio de las calificaciones cuyo aprovechamiento es de 50, con un intervalo de confianza debemos:

   La estimación puntual de $E(y \mid x_0 = 50)$ el promedio de calificación es:

   $\hat{y} = 40.78424 + 0.76556(50) = 79.06$

2. - Sabemos que:
   $S_{xx} = \sum x_i^2 - \frac{\sum x_i{}^2}{n}$
   $S_{xy} = \sum x_i y_i - \frac{\sum x_i \sum y_i}{n}$
   $S_{yy} = \sum y_i^2 - \frac{\sum y_i{}^2}{n}$
   Entonces: $S_{xx} = 60.4$ $S_{xy} = 328$
   $S_{yy} = 2610$

   $$r = \frac{S_{xy}}{\sqrt{S_{xx}S_{yy}}}$$

   Entonces:
   $r = \frac{328}{\sqrt{60.4*2610}} = 0.8261$
   El valor obtenido para r es cerca a 1, indica que hay una relación lineal positiva bastante fuerte entre estatura y peso

   - Para probar si es significativamente diferente de cero, tenemos:
   $H_o : \rho = 0$ contra $H_a : \rho \neq 0$
   El valor del estadístico de prueba es
   $t = r\sqrt{\frac{n-2}{1-r^2}}$
   $= 0.8261 * \sqrt{(}\frac{10-2}{1-(0.8261)^2}) = 4.15$
   La t observada o el valor de tablas: tiene una distribución, con $n = 10$, de 8 grados de libertad.
   Dado que la t observada es mayor que
   $t_0.005 = 3.355$
   y el $valorp$ es menor a $2(0.005) = 0.01$, entonces rechazamos Ho. Concluimos que la correlación es significativamente diferente de 0

3. - Tenemos que:

$$\hat{\beta}_1 = \frac{S_x y}{S_x x}$$

$$\hat{\beta}_0 = \bar{y} - \hat{\beta}_1 \bar{x}$$

Entonces:
$S_{xx} = \sum x_i^2 - \frac{\sum x_i{}^2}{n}$
$S_{xy} = \sum x_i y_i - \frac{\sum x_i \sum y_i}{n}$
$S_{yy} = \sum y_i^2 - \frac{\sum y_i{}^2}{n}$

$$\hat{\beta}_1 = \frac{7 - \frac{1}{5}(0)(5)}{10 - \frac{1}{5}(0)^2} = 0.7$$

Ahora:
$\bar{y} = \frac{\sum(y_i)}{n} = 0.7$
$\bar{x} = \frac{\sum(x_i)}{n} = 0$

$$\hat{\beta}_0 = \frac{5}{5} - (0.7)(0) = 1$$

Entonces, la recta de regresión de mínimos cuadrados es:

$$\hat{y} = \bar{y} + \hat{\beta}_0 x$$

$$\hat{y} = 1 + 0.7x$$

- Ahora, para determinar el intervalo de confianza al 90% para E(y) cuando x= 1 tenemos que:

$E(y) = \beta_0 + \beta_1 x$

Para estimar dicho valor fijo, usaremos el estimador insesgado $\hat{E(Y)} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x*$ Entonces:

$\hat{E(Y)} = 1 + 0.7x*$ En este caso, $x* = 1$ y como $n = 5$, $\bar{x} = 0$ y $S_x x = 10$

Entonces, el error estándar es

$\frac{1}{n} + \frac{(x-\bar{x})^2}{S_x x} = \frac{1}{5} + \frac{(1-0)^2}{10} = 0.3$

Ahora bien, el valor de la $t_0.05$ de tablas es con n-2= 3 graods de libertad es 2.353

El intervalo está dado por:

$$\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x * \pm t_{\alpha/2} * S * \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{(x - \bar{x})^2}{S_x x}}$$

Bibliografía Wackerly. (2008). Estadística Matemática con Aplicaciones (7.a ed.). Cengage Learning.