Конечные поля — 3

1. Докажите, что факторкольцо $\mathbb{F}_p[x]/(x+a)$ изоморфно $\mathbb{F}_p$.

2. Пусть $u(x)$ и $v(x)$ взаимно простые многочлены в $\mathbb{F}_p[x]$. Докажите, что имеет место изоморфизм $\mathbb{F}_p[x]/(u(x)\cdot v(x)) \cong \mathbb{F}_p[x]/(u(x)) \times \mathbb{F}_p[x]/(v(x))$.

3. Докажите, что в любом конечном поле найдется подполе $\mathbb{F}_p$.

4. Докажите, что любое конечное поле содержит p^n элементов, где p — простое число, а n — натуральное.

5. Пусть $\Bbbk$ — конечное поле. Докажите, что $\Bbbk$ изоморфно $\mathbb{F}_p[x]/(\pi(x))$, где $\pi(x)$ — неприводимый многочлен в $\mathbb{F}_p[x]$.

6. Докажите, что для любого простого p и натурального n существует поле из p^n элементов.

7. Пусть $\mathbb{F}$ и $\mathbb{L}$ — конечные поля с одинаковым количеством элементов. Докажите, что они изоморфны.