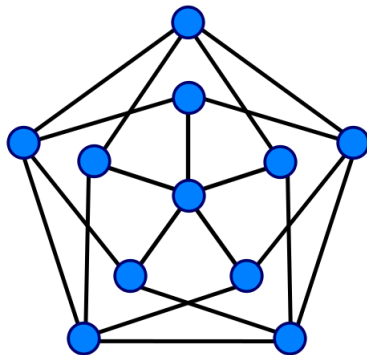
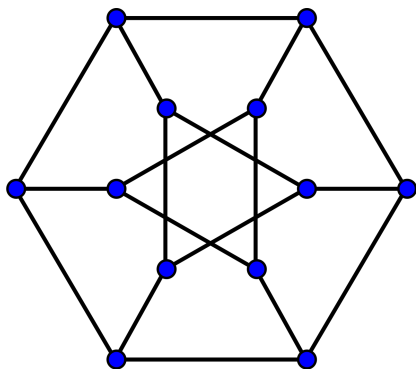


## Планарность

1. Докажите непланарность графа  $V_{3,3}$ .
2. Изобразите графы  $V_{3,3}$ ,  $V_5$ ,  $V_6$  и  $V_7$  без пересечений ребер на развертке тора.
3. Докажите, что в планарном графе всегда найдется вершина с валентностью, не превосходящей 5.
4. Докажите, что дополнение планарного графа на  $n \geq 11$  вершинах непланарно. (Дополнение графа — граф, полученный стиранием всех существующих ребер и добавлением всех отсутствующих. Например, для графа в виде квадрата дополнением будет граф с двумя ребрами — диагоналями стертого квадрата).
5. Верно ли, что произвольный трехмерный выпуклый многогранник можно изобразить в виде графа на плоскости (где ребра многогранника — ребра графа) без пересечения ребер?
6. Докажите, что любой граф с цикломатическим числом  $g \leq 3$  планарен. Приведите примеры графов с  $g = 1, 2, 3$ .
7. Исследуйте следующие графы на планарность:



8. а) Добавьте в планарный граф из предыдущей задачи наименьшее количество ребер так, чтобы он стал непланарным.
- б) Удалите из непланарного графа из предыдущей задачи наименьшее количество ребер так, чтобы он стал планарным.