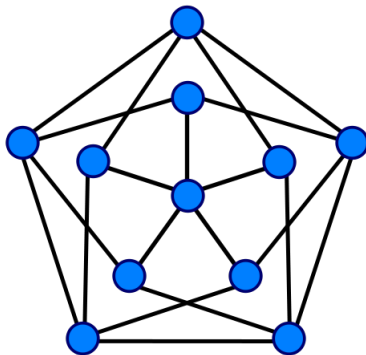
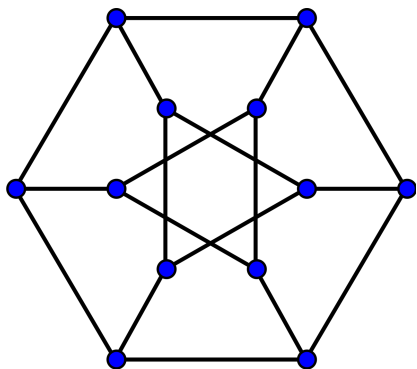


Планарность

1. Докажите непланарность графа $V_{3,3}$.
2. Изобразите графы $V_{3,3}$, V_5 , V_6 и V_7 без пересечений ребер на развертке тора.
3. Докажите, что в планарном графе всегда найдется вершина с валентностью, не превосходящей 5.
4. Докажите, что дополнение планарного графа на $n \geq 11$ вершинах непланарно. (Дополнение графа — граф, полученный стиранием всех существующих ребер и добавлением всех отсутствующих. Например, для графа в виде квадрата дополнением будет граф с двумя ребрами — диагоналями стертого квадрата).
5. Верно ли, что произвольный трехмерный выпуклый многогранник можно изобразить в виде графа на плоскости (где ребра многогранника — ребра графа) без пересечения ребер?
6. Докажите, что любой граф с цикломатическим числом $g \leq 3$ планарен. Приведите примеры графов с $g = 1, 2, 3$.
7. Исследуйте следующие графы на планарность:



8. а) Добавьте в планарный граф из предыдущей задачи наименьшее количество ребер так, чтобы он стал непланарным.
- б) Удалите из непланарного графа из предыдущей задачи наименьшее количество ребер так, чтобы он стал планарным.