

## План семинарских занятий по дискретной математике. Часть 2

**Семинар 1.** Повторение: кольца и поля. Кольцо многочленов, определение сложения и умножения. Деление с остатком. Теорема Безу, ее следствия. Примеры однозначного и неоднозначного разложения на множители над кольцом.

**Семинар 2.** Связь многочленов и функций. Многочлен Лагранжа. Задачи на построение многочлена Лагранжа. Кольцо многочленов от нескольких переменных.

**Семинар 3.** Булевы функции. Многочлен Жегалкина. Отрицание, конъюнкция, дизъюнкция, импликация. Способы задания булевых функций: вектор значений, носитель, таблица истинности, булев куб, карта Карно.

**Семинар 4.** Свойства булева куба, количество граней размерности  $k$ . СДНФ, СокрДНФ, ТДНФ, их геометрический смысл. Задача о минимизации.

**Семинар 5.** Минимизация БФ на булевом кубе, карте Карно, метод Квайна-Макласки. Схема из функциональных элементов.

**Семинар 6.** Полнота системы булевых функций. Замкнутые классы булевых функций.

**Семинар 7.** Теорема Поста. Решение задачи из ТР.

**Семинар 8.** Графы. Основные определения и примеры. Матрица смежности и матрица инцидентности. Ориентированные и неориентированные графы, цикл, паспорт графа. Теорема о рукопожатиях. Задача о компании из 6 человек и другие задачи, которые можно свести к исследованию графа.

**Семинар 9.** Поиск в графе. Поиск в ширину, поиск в глубину. Нахождение кратчайшего пути в нагруженном графе.

**Семинар 10.** Изоморфизм и автоморфизм графа. Некоторые инварианты графа (паспорт, цикломатическое число, обхват и диаметр). Группа автоморфизмов. Задачи на определение порядка группы автоморфизмов.

**Семинар 11.** Теорема Кёнига. Планарность. Эйлерова характеристика для сферы и тора. Развертка тора. Доказательство непланарности графов  $V_5$  и

$V_{3,3}$ . Укладка графов  $V_5$ ,  $V_6$ ,  $V_{3,3}$  на торе. Теорема Понтрягина-Куратовского. Теорема Вагнера. Непланарность графа Петерсена. Задачи на планарность.

**Семинар 12.** Теорема Кэли о количестве деревьев. Перечисление деревьев с небольшим ( $n \leq 7$ ) количеством вершин. Понятие остовного дерева. Матроиды (примеры, матроид Фано).

**Семинар 13.** Алгоритм нахождения минимального остовного дерева в нагруженном графе. Понятие потока на графе.

**Семинар 14.** Пространство потоков, его размерность и базис. Решение задач на задание потока на графе и разложение его по базису пространства потоков. Градиент. Пример (с обоснованием) ортогональности потока и градиента.

**Семинар 15.** Прием типового расчета и программ.

**Семинар 16.** Прием типового расчета и программ.

## Основные алгоритмы

1. Деление многочленов в кольце  $\mathbb{F}_p[x]$ .
2. Построить многочлен Лагранжа по заданным точкам в  $\mathbb{F}_p$ .
3. Построить многочлен Жегалкина по заданному вектору значений булевой функции.
4. Поиск в ширину.
5. Поиск в глубину.
6. Поиск кратчайшего пути в нагруженном графе.
7. Поиск минимального остовного дерева.