

Στο πλαίσιο της δηλωτικής σημασιολογίας της $WHILE^{cons}$, ορίστηκαν οι παρακάτω τύποι δεδομένων:

```
data Data = Data_Int Integer | Data_Bool Bool | Data_Cell (Data, Data)
          | Null
type S     = (Var, Data) -> Data
```

και συντακτικό:

```
data C = Cskip | Cassign Var E | Cseq C C | Cfor E C | Cif E C C
      | Cwhile E C
data E = Ezero | Esucc E | Epred E | Eif E E E | Evar Var
      | Etrue | Efalse | Elt E E | Eeq E E | Enot E
      | Econs E E | Ehd E | Etl E
```

Σημασιολογικές Συναρτήσεις

- $C[C] : S \rightarrow S$
- $E[E] : S \rightarrow Data$

Σημασιολογικές Εξισώσεις

- $C[C_{skip}]s = s$
- $C[C_{assign} \text{ Var } E]s = \text{update}[s] (\text{Var}, \text{Null}) E[E]s$
- $C[C_{seq} C_1 C_2]s = C[C_2] C[C_1]s$
- $C[C_{for} E C]s = \text{expon}[i \ C[C]s]$, where $i = \text{toInt}[E[E]s]$
- $C[C_{if} E C_1 C_2]s = \begin{cases} C[C_1]s & \text{if } B = \text{True, where } Data_Bool \ B = E[E]s \\ C[C_2]s & \text{otherwise} \end{cases}$
- $C[C_{while} E C]s = \text{fix}[bigF]s$,
where $bigF[f]s = \begin{cases} f[C[C]s] & \text{if } B = \text{True, where } Data_Bool \ B = E[E]s \\ s & \text{otherwise} \end{cases}$
- $E[E_{zero}]s = Data_Int \ 0$
- $E[E_{succ} E]s = Data_Int \ (N + 1)$, where $Data_Int \ N = E[E]s$
- $E[E_{pred} E]s = Data_Int \ (N - 1)$, where $Data_Int \ N = E[E]s$
- $E[E_{if} E_1 E_2 E_3]s = \begin{cases} E[E_2]s & \text{if } B = \text{True, where } Data_Bool \ B = E[E_1]s \\ E[E_3]s & \text{otherwise} \end{cases}$
- $E[E_{var} v]s = s \ (v, \text{Null})$
- $E[E_{true}]s = Data_Bool \ \text{True}$
- $E[E_{false}]s = Data_Bool \ \text{False}$
- $E[E_{lt} E_1 E_2]s = \begin{cases} Data_Bool \ \text{True} & \text{if } \text{toInt}[E[E_1]s] < \text{toInt}[E[E_2]s] \\ Data_Bool \ \text{False} & \text{otherwise} \end{cases}$

- $E[E_{eq} E_1 E_2]s = \begin{cases} Data_Bool\ True & \text{if } toInt[E[E_1]s] = toInt[E[E_2]s] \\ Data_Bool\ False & \text{otherwise} \end{cases}$
- $E[E_{not} E]s = Data_Bool\ (not\ B)$, where $Data_Bool\ B = E[E]s$
- $E[E_{cons} E_1 E_2]s = Data_Cell\ ((E[E_1]s), (E[E_2]s))$
- $E[E_{hd} E]s = \begin{cases} E[E_1]s & \text{if } E = E_{cons}\ E_1\ E_2 \\ E[E]s & \text{otherwise} \end{cases}$
- $E[E_{tl} E]s = \begin{cases} E[E_2]s & \text{if } E = E_{cons}\ E_1\ E_2 \\ E[E]s & \text{otherwise} \end{cases}$

Βοηθητικές Συναρτήσεις

- $toInt[Data_Int\ n] = n$
- $toInt[Data_Bool\ b] = toInteger[b]$
- $toInt[Data_Cell\ (n1, n2)] = toInt[n1]toInt[n2]$
- $toInteger[True] = 1$
- $toInteger[False] = 0$
- $expon[0\ f] = id$
- $expon[n\ f] = f[expon[(n - 1)\ f]]$
- $update[s\ (v_1, d_1)\ n\ (v_2, d_2)] = \begin{cases} n & \text{if } v_1 = v_2 \\ s\ (v_2, d_2) & \text{otherwise} \end{cases}$
- $fix[f] = f[fix[f]]$

Πεδίο D

Data = Data_Int Integer | Data_Bool Bool | Data_Cell (Data, Data)
| Null

Παραδοχές/Σχεδιαστικές Επιλογές

1. Η τιμή ενός cons cell αποτιμάται από την ένωση των συμβολοσειρών του head και του tail και τέλος την αριθμητική τιμή αυτής της ένωσης.
2. Οι εντολές hd και tl δεν έχουν καμία σημασιολογική επίδραση σε άλλους τύπους εκτός των cons cells. Δηλαδή, αν εφαρμοστεί σε τιμές τύπου Data_Int ή Data_Bool, θα επιστραφεί η ίδια τιμή αναλλοίωτη.
3. Οι εντολές succ και pred έχουν δηλωτική σημασία μόνο για τύπους Data_Int.
4. Η εντολή not έχει δηλωτική σημασία μόνο για τύπους Data_Bool.