

本节内容

定点数的 表示

定点数 v.s. 浮点数

定点数：小数点的位置固定

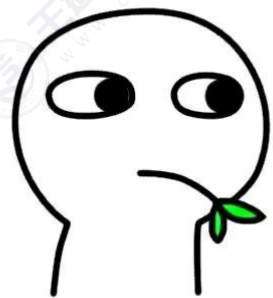
Eg: 996.007

——常规计数

浮点数：小数点的位置不固定

Eg: 9.96007×10^2

——科学计数法



二进制的定点数、浮点数也类似

本节总览

定点数的表示

无符号数

有符号数

原码

反码

补码

移码

无符号数的表示

通常只有无符号整数，而没有无符号小数

无符号数：整个机器字长的全部二进制位均为数值位，没有符号位，相当于数的绝对值。

1001 1100B

$$= 1 \times 2^7 + 0 \times 2^6 + 0 \times 2^5 + 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 0 \times 2^0$$

=156D

2^{16}	2^{15}	2^{14}	2^{13}	2^{12}	2^{11}	2^{10}	2^9	2^8	2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
65536	32768	16384	8192	4096	2048	1024	512	256	128	64	32	16	8	4	2	1

表示范围

8位二进制数： 2^8 种不同的状态

$$\begin{array}{lcl} 0000 \ 0000 & \sim & 1111 \ 1111 \\ 0 & \sim & 255 \end{array} \quad \begin{array}{lcl} = & 1 \ 0000 \ 0000 & - 1 \\ = & 2^8 & - 1 \end{array}$$

$$S_n = a_1 \cdot \frac{1 - q^n}{1 - q}$$

n位的无符号数表示范围为：0 \sim $2^n - 1$

有符号数的表示

+ 19.75 D = 0 10011.11 B

- 19.75 D = 1 10011.11 B

真值

机器数

8位机器字长

1	1	0	0	1	1	1	1
---	---	---	---	---	---	---	---

小数点隐藏在此

+ 2.875 D = 0 10.111 B

真值

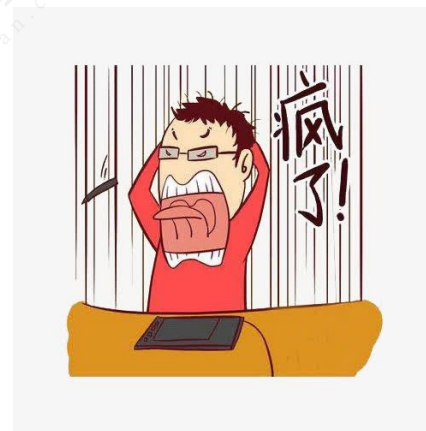
机器数

8位机器字长

0	0	0	1	0	1	1	1
---	---	---	---	---	---	---	---

小数点隐藏在此

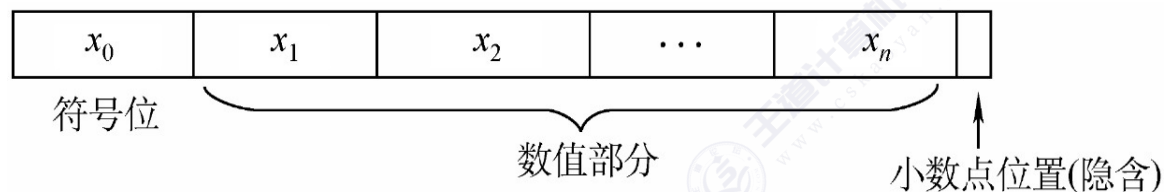
0	1	0	1	1	1	0	0
---	---	---	---	---	---	---	---



应固定好小数点的位置

有符号数的定点表示

定点整数



定点小数



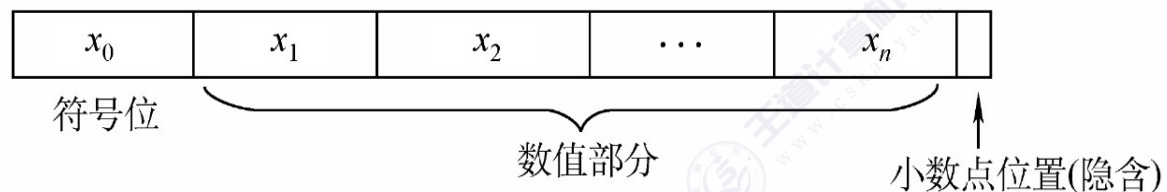
注：可用 **原码**、**反码**、**补码** 三种方式来表示定点整数和定点小数。还可用 **移码** 表示定点整数。

若真值为 x ，则用 $[x]_{\text{原}}$ 、 $[x]_{\text{反}}$ 、 $[x]_{\text{补}}$ 、 $[x]_{\text{移}}$ 分别表示真值所对应的原码、反码、补码、移码

原码

尾数的位权

定点整数



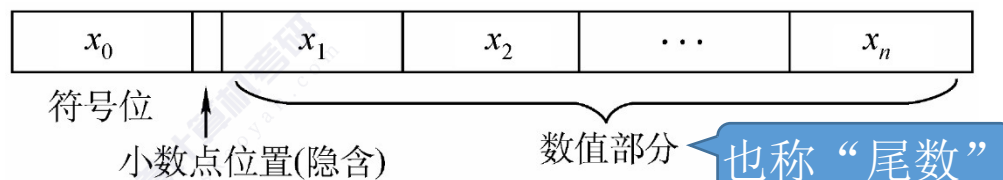
符	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
+19D	0	0	0	1	0	0	1
-19D	1	0	0	1	0	0	1

常写为: $[x]_{\text{原}} = 1,0010011$

原码: 用尾数表示真值的绝对值, 符号位“0/1”对应“正/负”

若未指明机器字长, 也可写为: $[x]_{\text{原}} = 1, 10011$

定点小数



也称“尾数”

符	2^{-1}	2^{-2}	2^{-3}	2^{-4}	2^{-5}	2^{-6}	2^{-7}
+0.75D	0	1	1	0	0	0	0
-0.75D	1	1	1	0	0	0	0

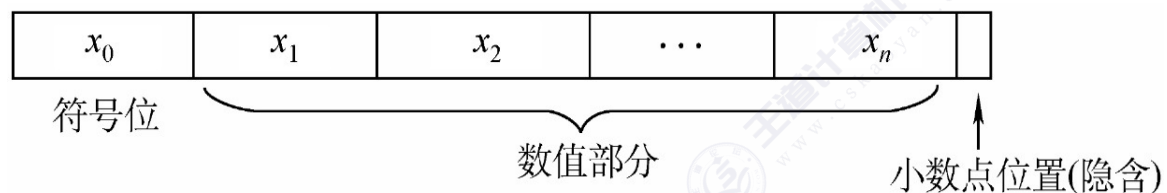
常写为: $[x]_{\text{原}} = 1.1100000$

若机器字长为 $n+1$ 位, 则尾数占 n 位

如: 机器字长为8位

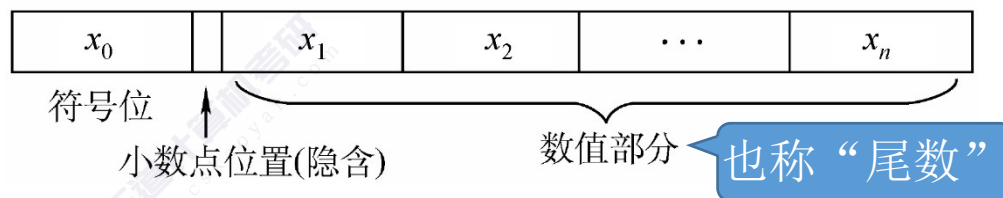
原码

定点整数



原码：用尾数表示真值的绝对值，符号位“0/1”对应“正/负”

定点小数



若机器字长为n+1位，则尾数占n位

符	2 ⁶	2 ⁵	2 ⁴	2 ³	2 ²	2 ¹	2 ⁰
---	----------------	----------------	----------------	----------------	----------------	----------------	----------------

若机器字长n+1位，**原码整数**的表示范围：
 $-(2^n-1) \leq x \leq 2^n-1$ （关于原点对称）

真值0有 +0 和 -0 两种形式

符	2 ⁻¹	2 ⁻²	2 ⁻³	2 ⁻⁴	2 ⁻⁵	2 ⁻⁶	2 ⁻⁷
---	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------

若机器字长n+1位，**原码小数**的表示范围：
 $-(1-2^{-n}) \leq x \leq 1-2^{-n}$ （关于原点对称）

真值0有 +0 和 -0 两种形式

反码

反码： 若符号位为0，则反码与原码相同
若符号位为1，则数值位全部取反

x = +19D [x]_原 = 0,0010011

[x]_反 = 0,0010011

x = -19D [x]_原 = 1,0010011

[x]_反 = 1,1101100

定点整数
的表示

x = +0.75D [x]_原 = 0.1100000

[x]_反 = 0.1100000

x = -0.75D [x]_原 = 1.1100000

[x]_反 = 1.0011111

定点小数
的表示

“反码”只是“原码”转变为“补码”的一个中间状态，实际中并没有什么卵用

若机器字长n+1位，反码整数的表示范围：
 $-(2^n - 1) \leq x \leq 2^n - 1$ （关于原点对称）

真值0有 +0 和 -0 两种形式

[+0]_原 = 00000000

[-0]_原 = 10000000

[+0]_反 = 00000000

[-0]_反 = 11111111

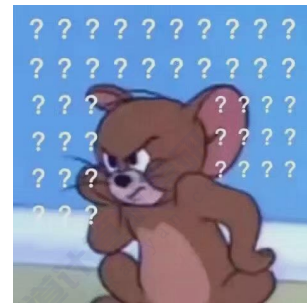
若机器字长n+1位，反码小数的表示范围：
 $-(1 - 2^{-n}) \leq x \leq 1 - 2^{-n}$ （关于原点对称）

真值0有 +0 和 -0 两种形式

补码

补码：正数的补码 = 原码
负数的补码 = 反码末位+1（要考虑进位）

将负数补码转回原码的方法相同：尾数取反，末位+1



x = +19D
[x]_原 = 0,0010011
[x]_反 = 0,0010011
[x]_补 = 0,0010011

x = -19D
[x]_原 = 1,0010011
[x]_反 = 1,1101100
[x]_补 = 1,1101101

定点整数的表示

x = +0.75D
[x]_原 = 0.1100000
[x]_反 = 0.1100000
[x]_补 = 0.1100000

x = -0.75D
[x]_原 = 1.1100000
[x]_反 = 1.0011111
[x]_补 = 1.0100000

定点小数的表示

[+0]_原 = 00000000

[-0]_原 = 10000000

[+0]_反 = 00000000

[-0]_反 = 11111111

[+0]_补 = [-0]_补 = 00000000

注意！补码的真值0只有一种表示形式

定点整数补码 $[x]_{\text{补}} = 1,0000000$ 表示 $x = -2^7$

若机器字长n+1位，补码整数的表示范围：
 $-2^n \leq x \leq 2^n - 1$ （比原码多表示一个 -2^n ）

定点小数补码 $[x]_{\text{补}} = 1.0000000$ 表示 $x = -1$

若机器字长n+1位，补码小数的表示范围：
 $-1 \leq x \leq 1 - 2^{-n}$ （比原码多表示一个 -1 ）

移码

移码：补码的基础上将符号位取反。注意：移码只能用于表示整数

x = +19D

$[x]_{\text{原}} = 0,0010011$

$[x]_{\text{反}} = 0,0010011$

$[x]_{\text{补}} = 0,0010011$

$[x]_{\text{移}} = 1,0010011$

x = -19D

$[x]_{\text{原}} = 1,0010011$

$[x]_{\text{反}} = 1,1101100$

$[x]_{\text{补}} = 1,1101101$

$[x]_{\text{移}} = 0,1101101$

定点整数的表示

$[+0]_{\text{原}} = 00000000$

$[-0]_{\text{原}} = 10000000$

$[+0]_{\text{反}} = 00000000$

$[-0]_{\text{反}} = 11111111$

$[+0]_{\text{补}} = [-0]_{\text{补}} = 00000000$

注意！补码的真值0只有一种表示形式

$[+0]_{\text{移}} = [-0]_{\text{移}} = 10000000$

若机器字长n+1位，移码整数的表示范围：
 $-2^n \leq x \leq 2^n - 1$ （与补码相同）

移码

真值(十进制)	补码	移码
-128	1000 0000	0000 0000
-127	1000 0001	0000 0001
-126	1000 0010	0000 0010
...
-3	1111 1101	0111 1101
-2	1111 1110	0111 1110
-1	1111 1111	0111 1111
0	0000 0000	1000 0000
1	0000 0001	1000 0001
2	0000 0010	1000 0010
3	0000 0011	1000 0011
...
124	0111 1100	1111 1100
125	0111 1101	1111 1101
126	0111 1110	1111 1110
127	0111 1111	1111 1111

真值
增大

移码表示的整数
很方便对比大小

用几种码表示定点整数

行数	机器数	真值(十进制)				
		无符号数	原码	反码	补码	移码
1	0000 0000	0	+0	+0	+0, -0	-128
2	0000 0001	1	+1	+1	+1	-127
3	0000 0010	2	+2	+2	+2	-126
...
126	0111 1101	125	+125	+125	+125	-3
127	0111 1110	126	+126	+126	+126	-2
128	0111 1111	127	+127	+127	+127	-1
129	1000 0000	128	-0	-127	-128	0
130	1000 0001	129	-1	-126	-127	1
131	1000 0010	130	-2	-125	-126	2
...
253	1111 1100	252	-124	-3	-4	124
254	1111 1101	253	-125	-2	-3	125
255	1111 1110	254	-126	-1	-2	126
256	1111 1111	255	-127	-0	-1	127

原码和反码的真值0有两种表示

补码和移码的真值0只有一种表示
补码和移码可以多表示一个负数

练习

定点整数 $x=50$ ，用8位原码、反码、补码、移码表示。

$[x]_{\text{原}} = 00110010$; $[x]_{\text{反}} = 00110010$; $[x]_{\text{补}} = 00110010$; $[x]_{\text{移}} = 10110010$;

定点整数 $x=-100$ ，用8位原码、反码、补码、移码表示。

$[x]_{\text{原}} = 11100100$; $[x]_{\text{反}} = 10011011$; $[x]_{\text{补}} = 10011100$; $[x]_{\text{移}} = 00011100$;

求下列各种码对应的真值:

$[x]_{\text{原}} = 10001101 \rightarrow x = -13$

$[x]_{\text{反}} = 10001101 \rightarrow x = -114$

$[x]_{\text{补}} = 10001101 \rightarrow x = -115$

$[x]_{\text{移}} = 10001101 \rightarrow x = 13$

$[x]_{\text{原}} = 00001101 \rightarrow x = 13$

$[x]_{\text{反}} = 00001101 \rightarrow x = 13$

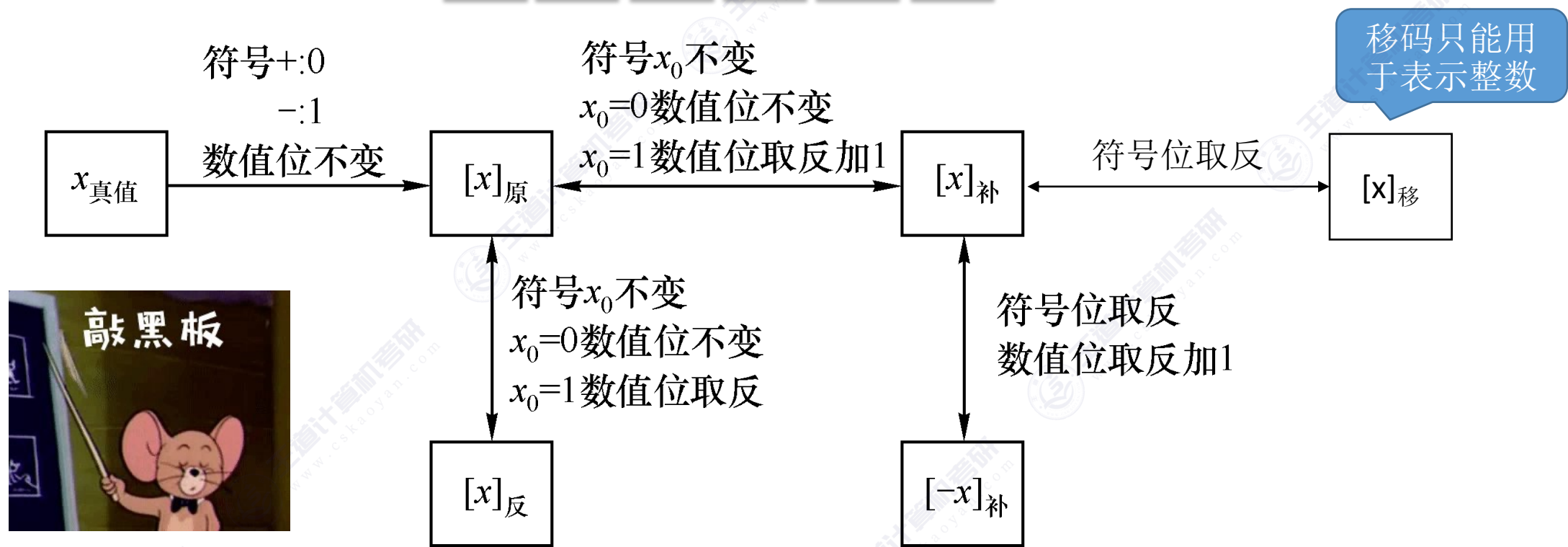
$[x]_{\text{补}} = 00001101 \rightarrow x = 13$

$[x]_{\text{移}} = 00001101 \rightarrow x = -115$

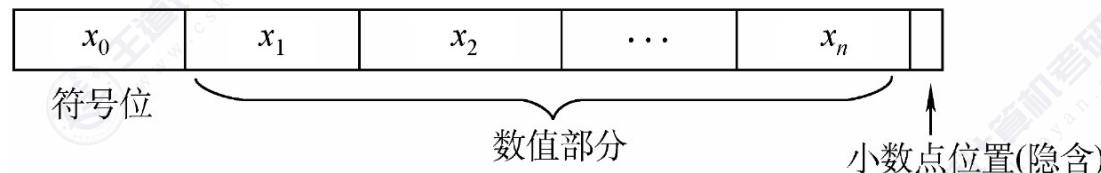
技巧：由 $[x]_{\text{补}}$ 快速求 $[-x]_{\text{补}}$ 的方法

符号位、数值位全部取反，末位+1

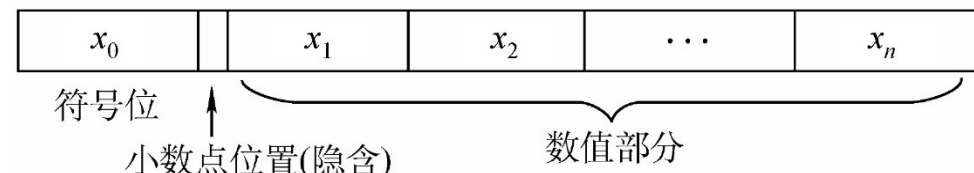
知识回顾



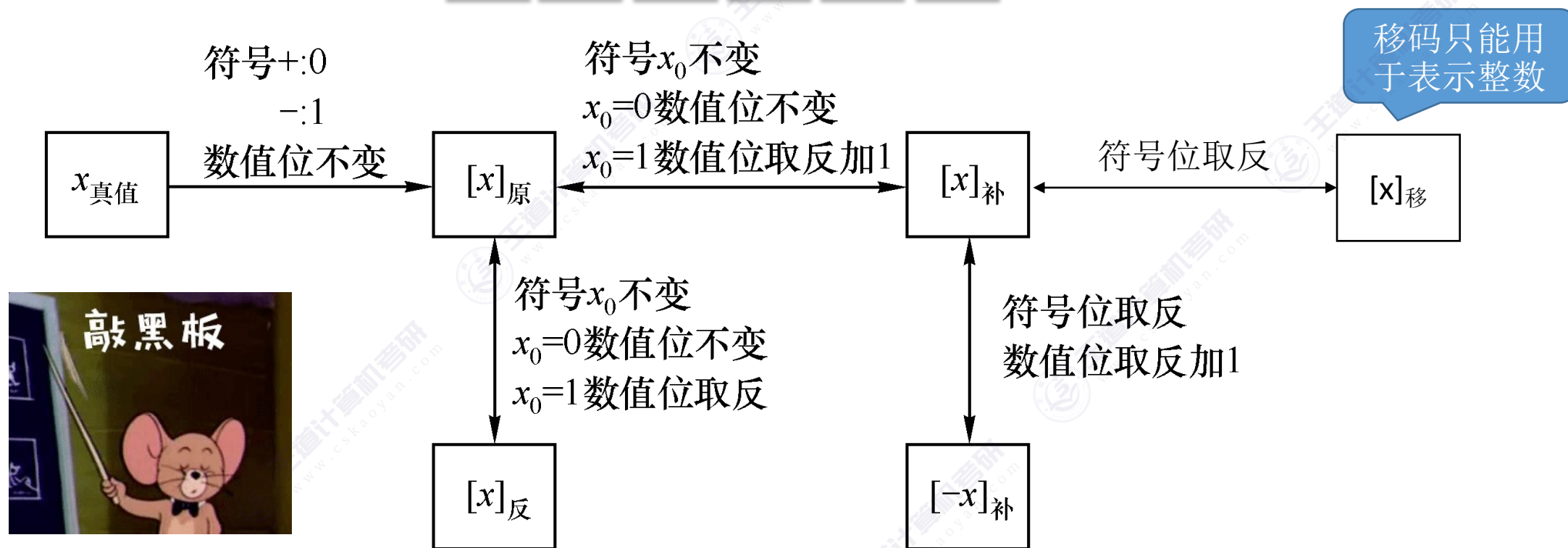
定点整数



定点小数



知识回顾



原码和反码的真值0有两种表示；补码和移码的真值0只有一种表示。若机器字长为 $n+1$ 位，则：

原码和反码

——整数表示范围 $-(2^n-1) \leq x \leq 2^n-1$ ；小数表示范围 $-(1-2^{-n}) \leq x \leq 1-2^{-n}$

补码

——整数表示范围 $-2^n \leq x \leq 2^n-1$ ；小数表示范围 $-1 \leq x \leq 1-2^{-n}$

移码

——整数表示范围 $-2^n \leq x \leq 2^n-1$ ；移码全0真值最小，移码全1真值最大



公众号：王道在线



b站：王道计算机教育



抖音：王道计算机考研