

本节内容

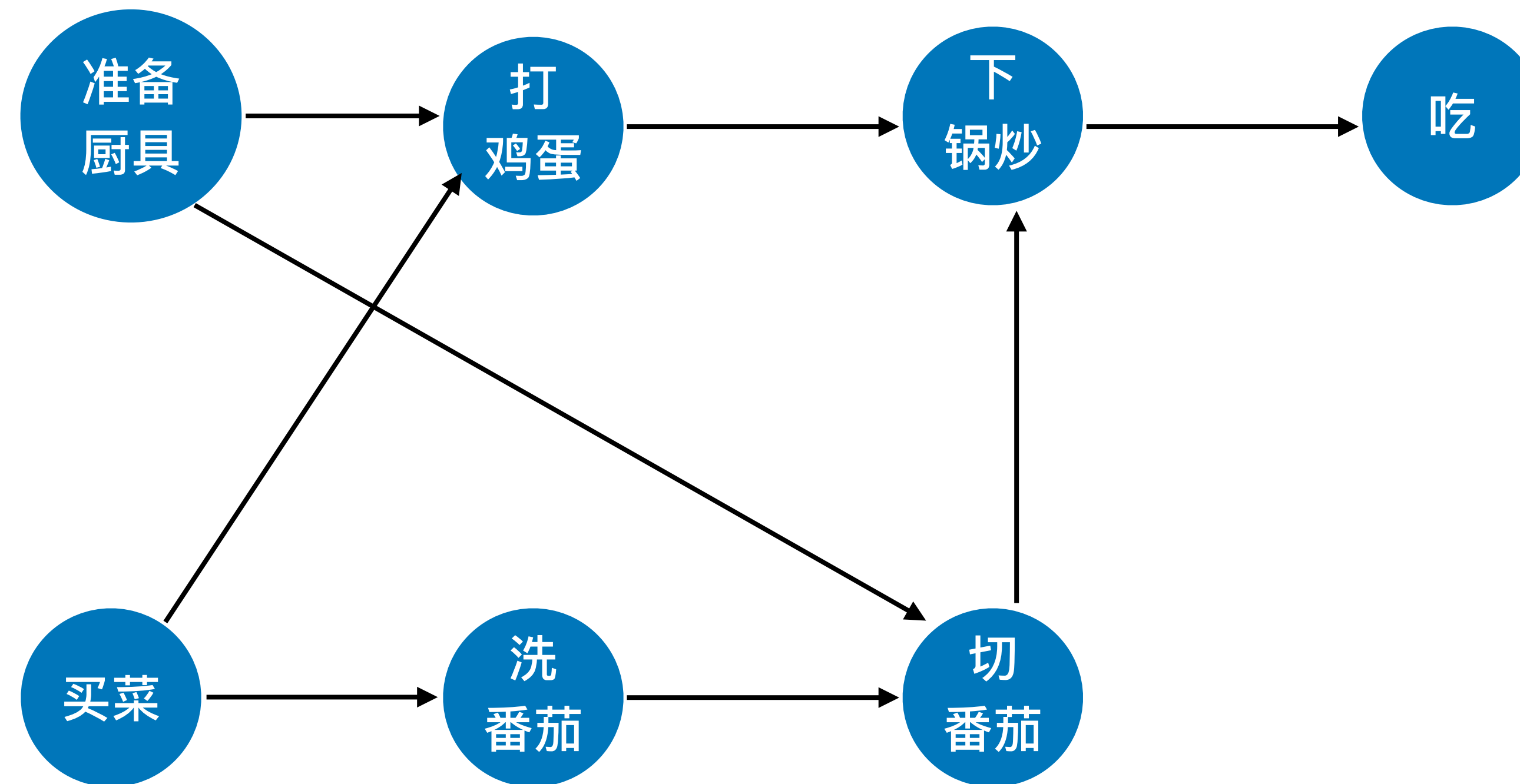
拓扑排序

AOV网



AOV网(Activity On Vertex NetWork, 用顶点表示活动的网):

用DAG图(有向无环图)表示一个工程。顶点表示活动, 有向边 $\langle V_i, V_j \rangle$ 表示活动 V_i 必须先于活动 V_j 进行



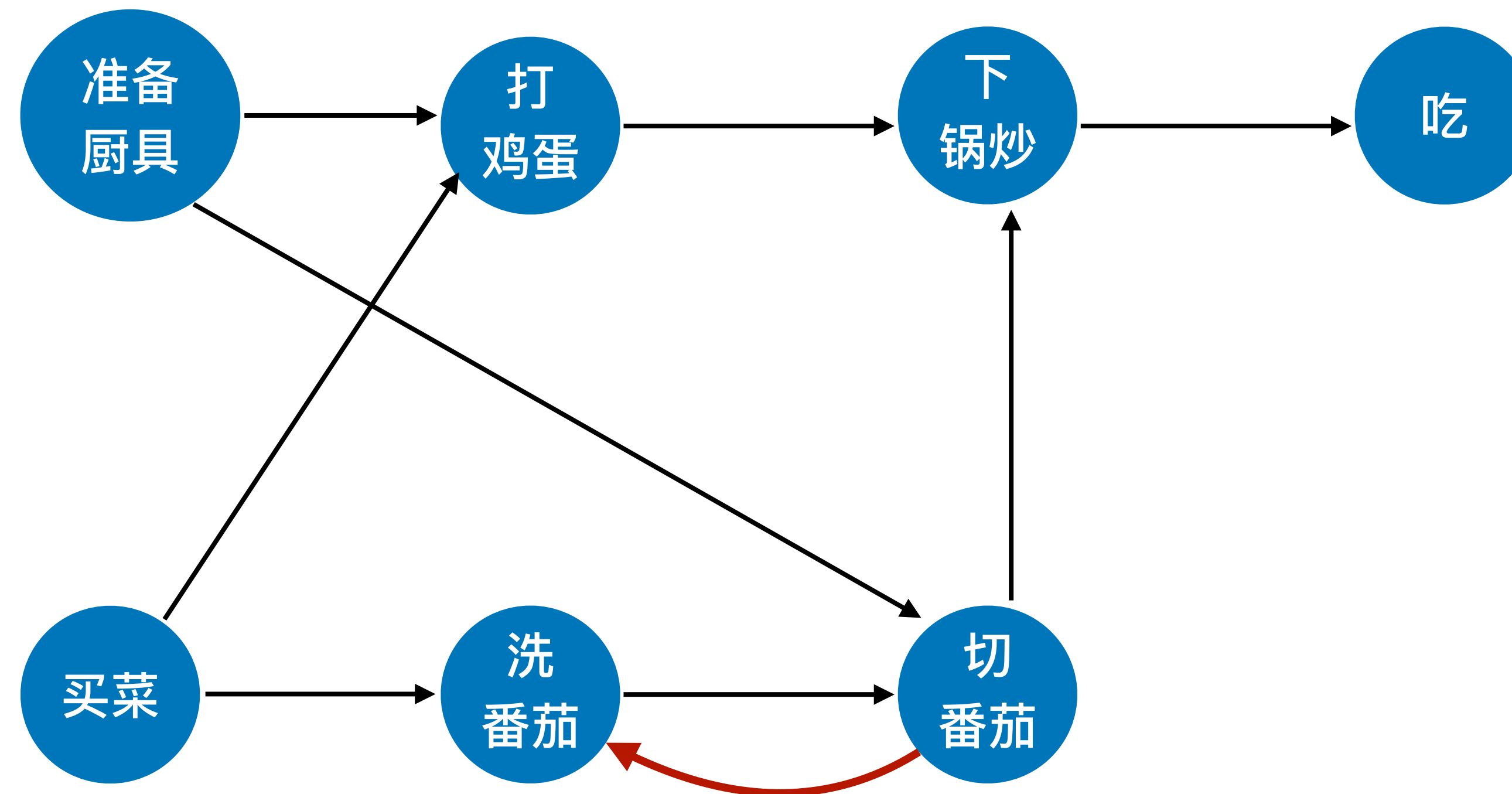
表示“番茄炒蛋工程”的AOV网

AOV网



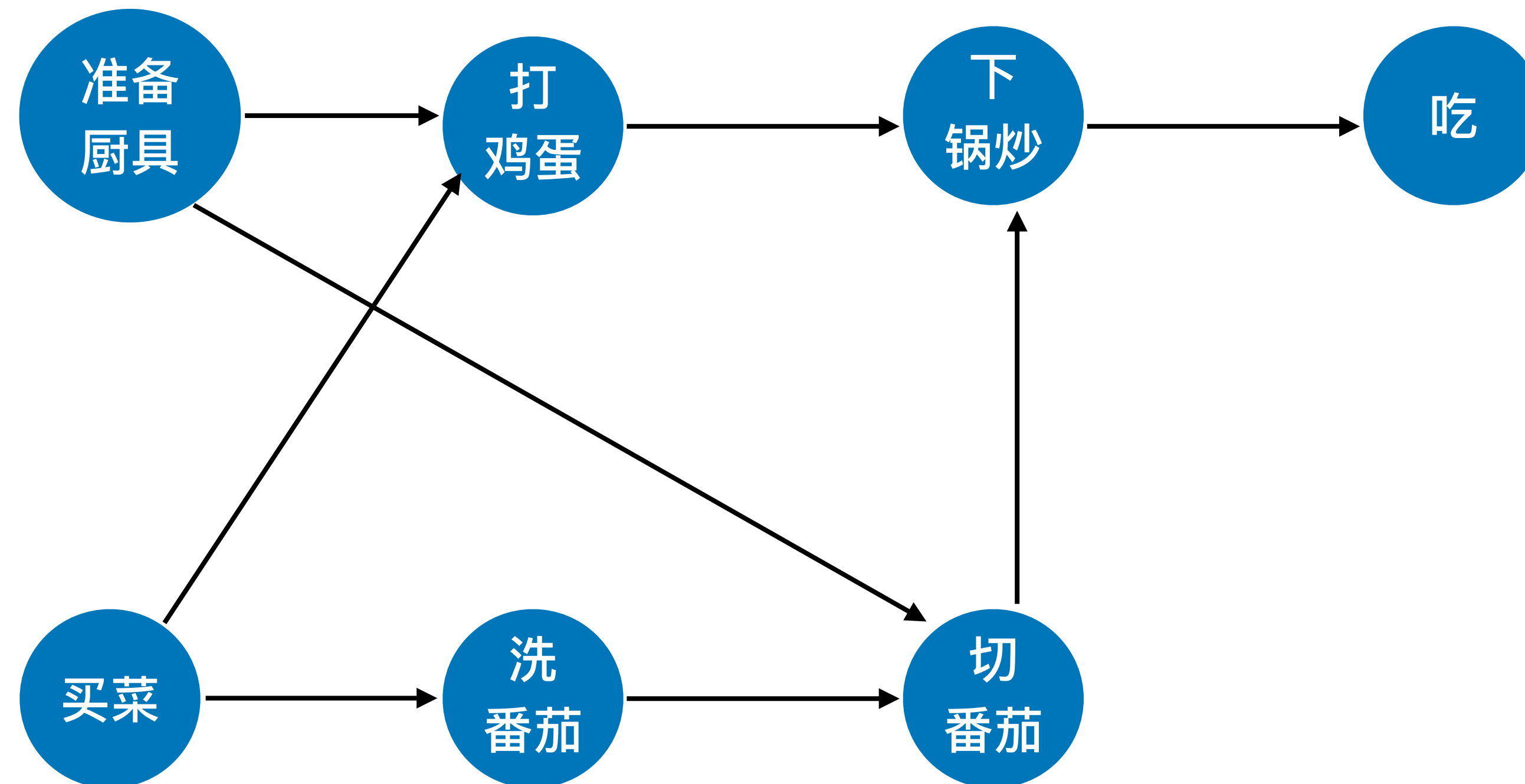
AOV网(Activity On Vertex NetWork, 用顶点表示活动的网):

用DAG图(有向无环图)表示一个工程。顶点表示活动, 有向边 $\langle V_i, V_j \rangle$ 表示活动 V_i 必须先于活动 V_j 进行



不是AOV网

拓扑排序

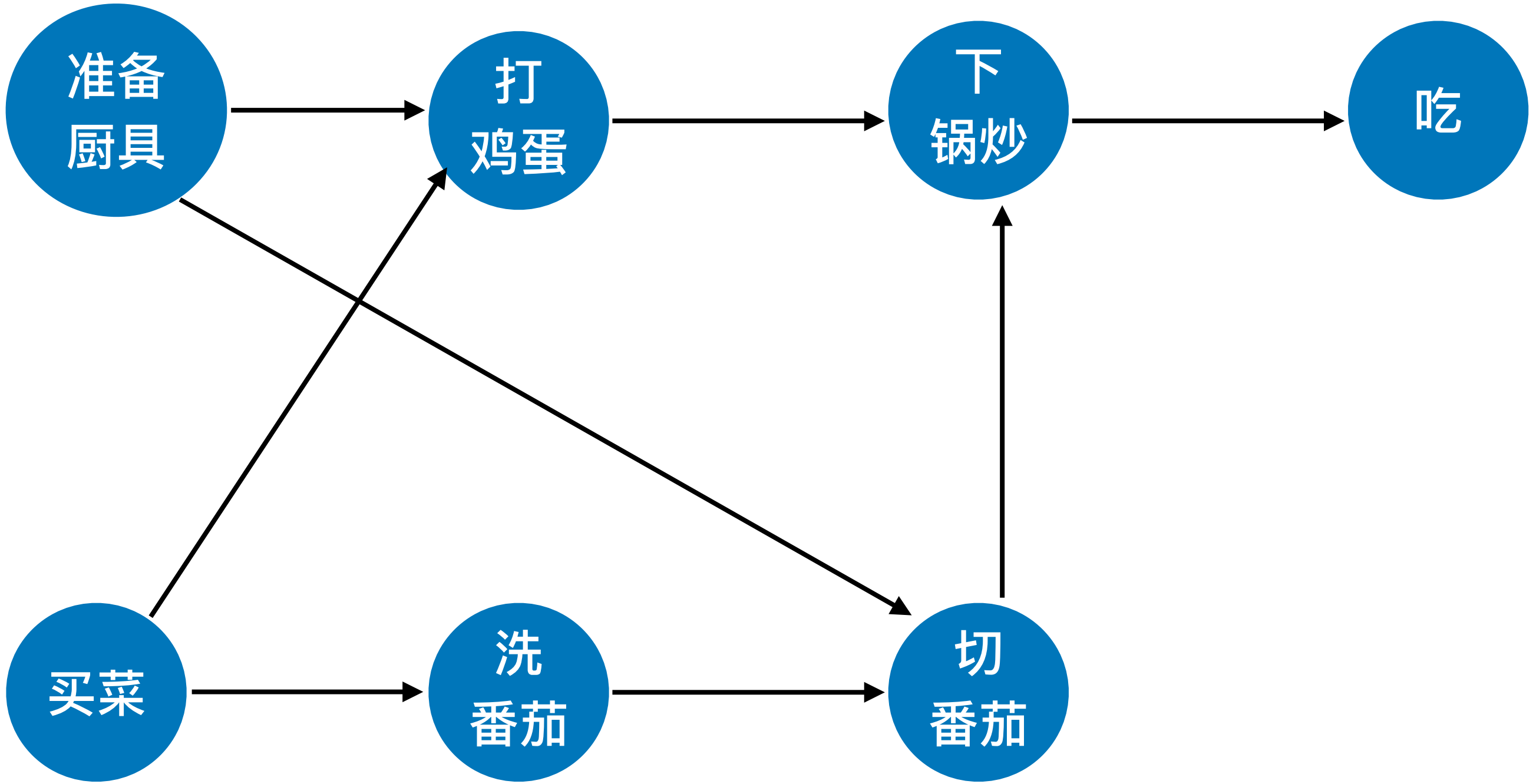


拓扑排序：在图论中，由一个**有向无环图**的顶点组成的序列，当且仅当满足下列条件时，称为该图的一个拓扑排序：

- ① 每个顶点出现且只出现一次。
- ② 若顶点 A 在序列中排在顶点 B 的前面，则在图中不存在从顶点 B 到顶点 A 的路径。

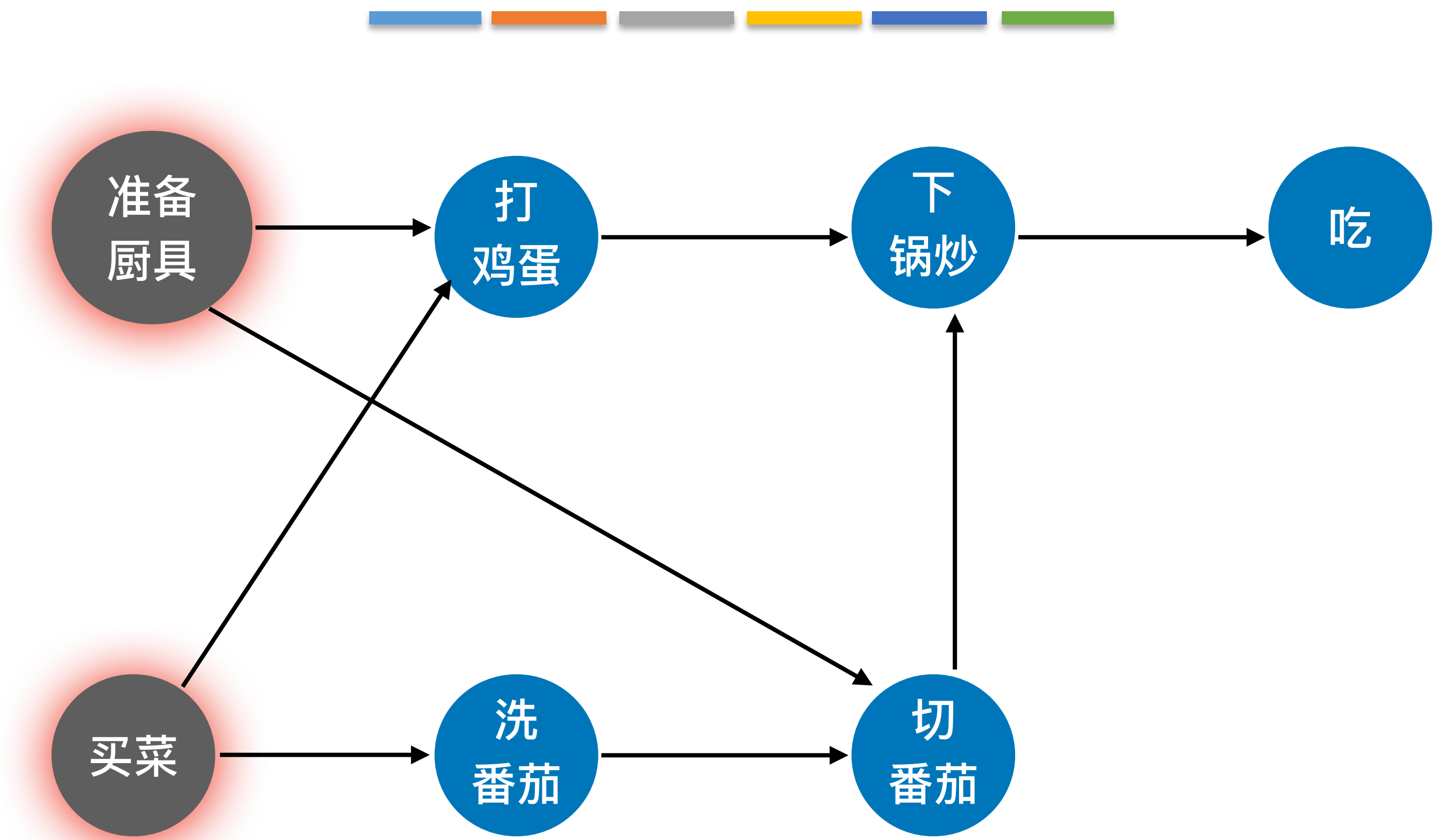
或定义为：拓扑排序是对有向无环图的顶点的一种排序，它使得若存在一条从顶点 A 到顶点 B 的路径，则在排序中顶点 B 出现在顶点 A 的后面。每个AOV网都有一个或多个拓扑排序序列。

拓扑排序



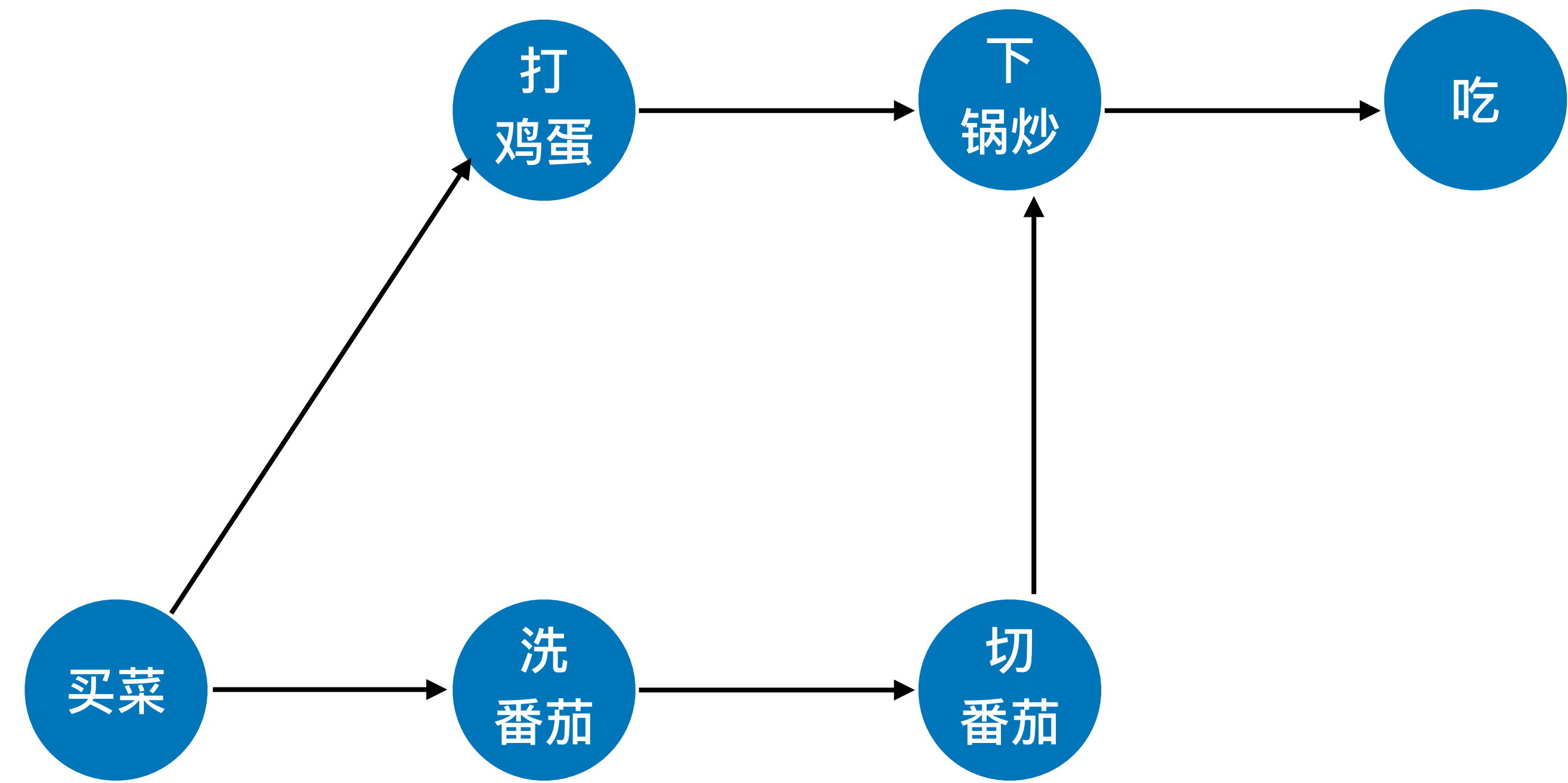
拓扑排序：找到做事的先后顺序

拓扑排序



拓扑排序：找到做事的先后顺序

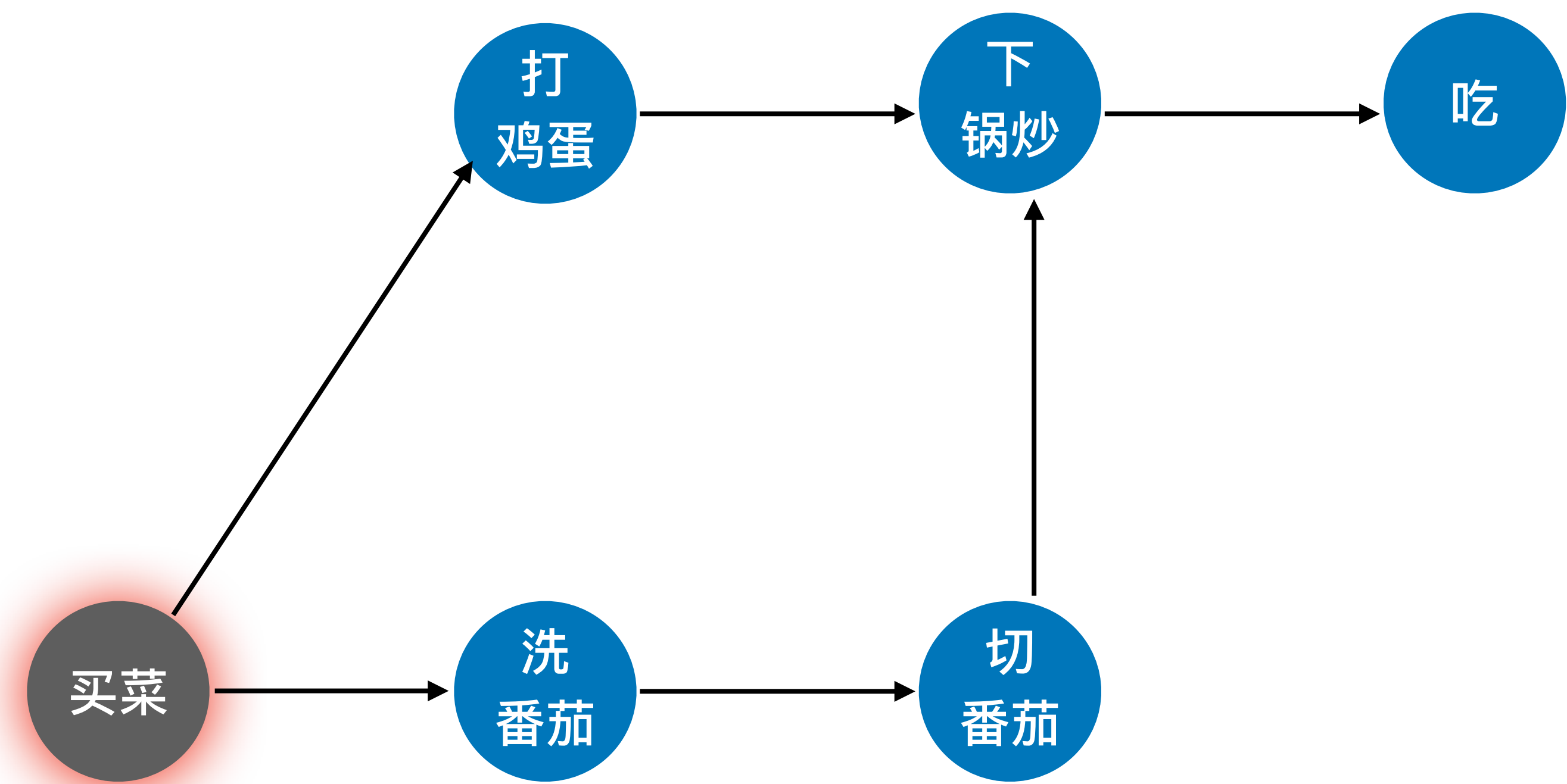
拓扑排序



拓扑排序：找到做事的先后顺序

准备
厨具

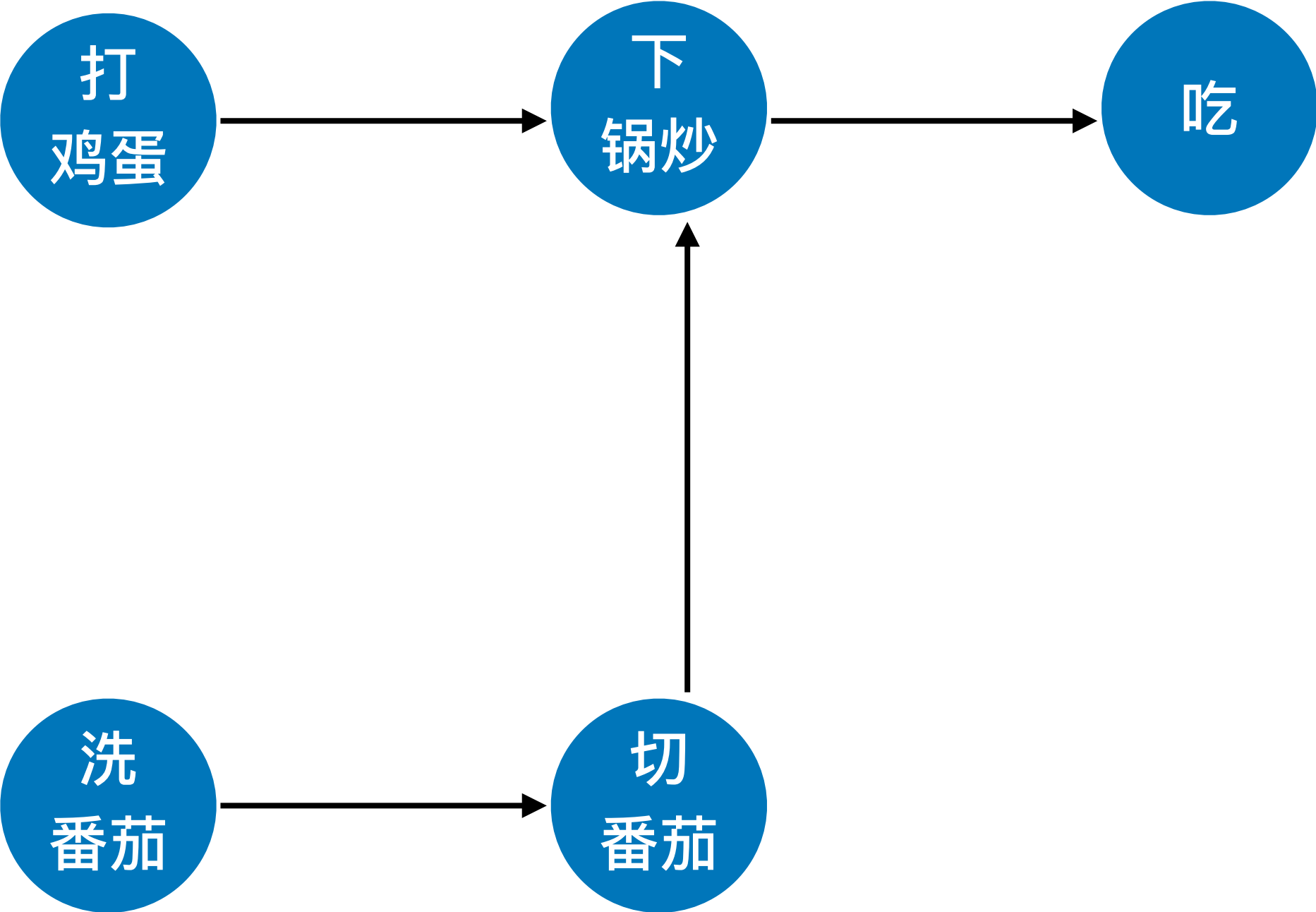
拓扑排序



拓扑排序：找到做事的先后顺序

准备
厨具

拓扑排序

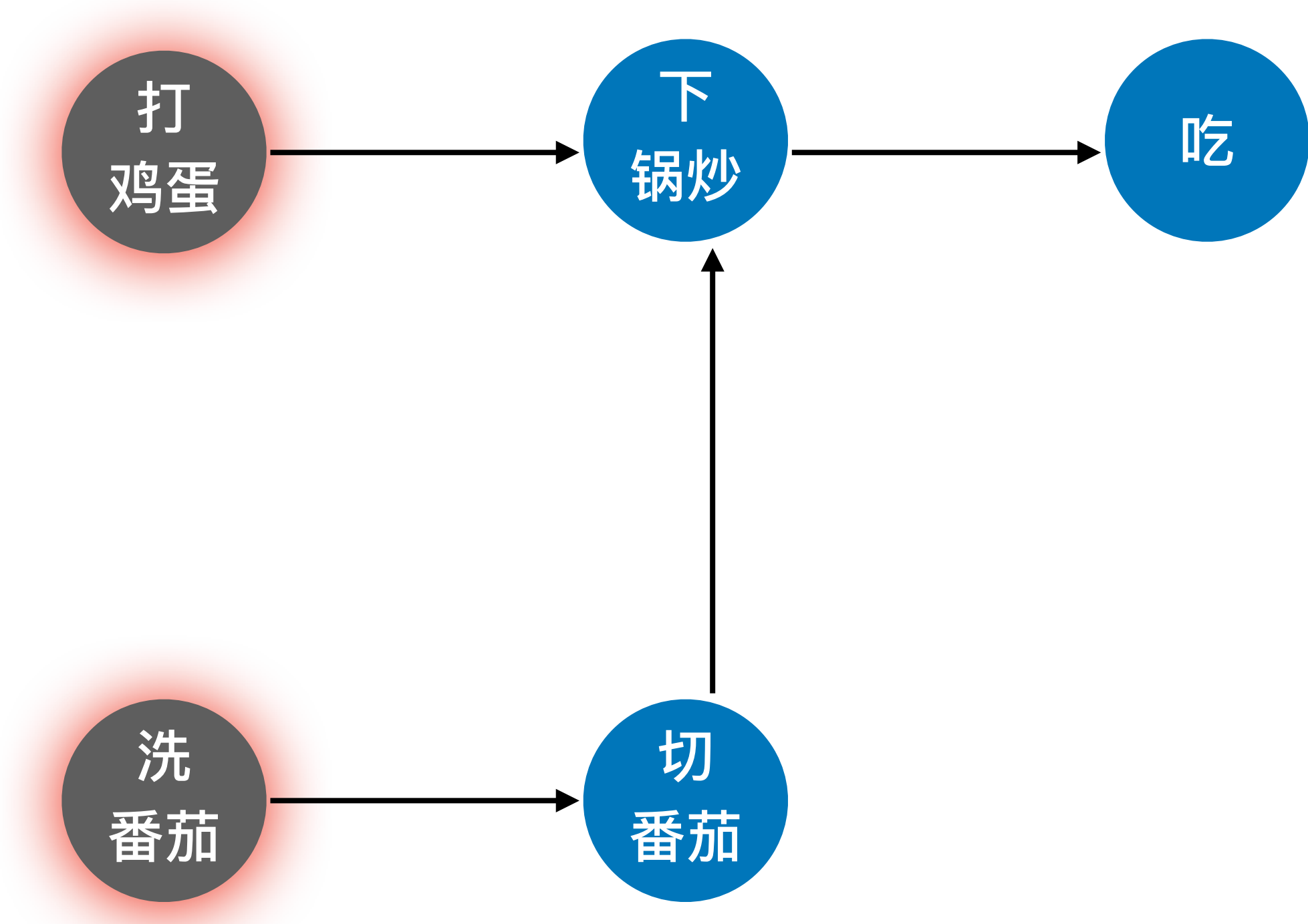


拓扑排序：找到做事的先后顺序

准备
厨具

买菜

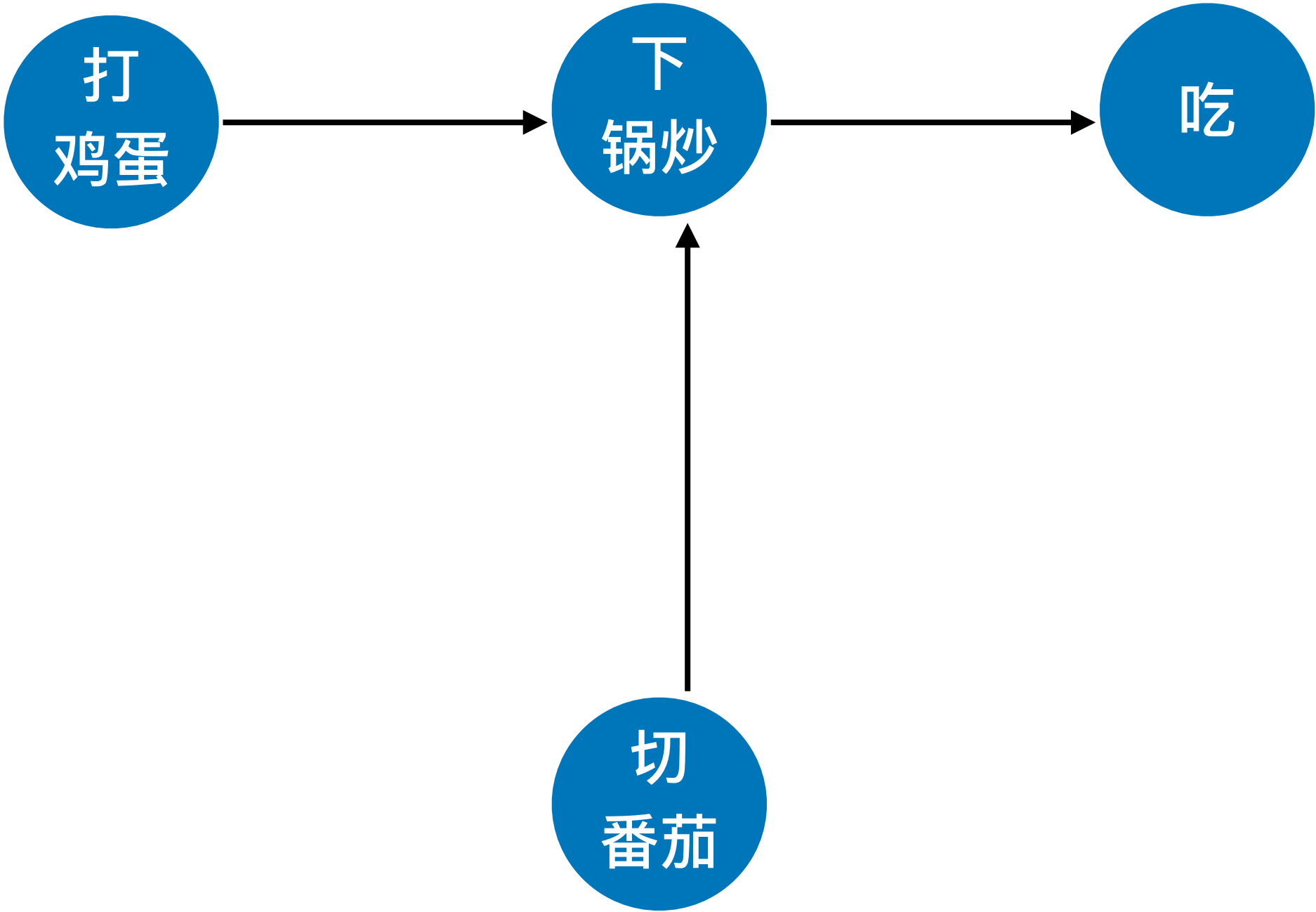
拓扑排序



拓扑排序：找到做事的先后顺序



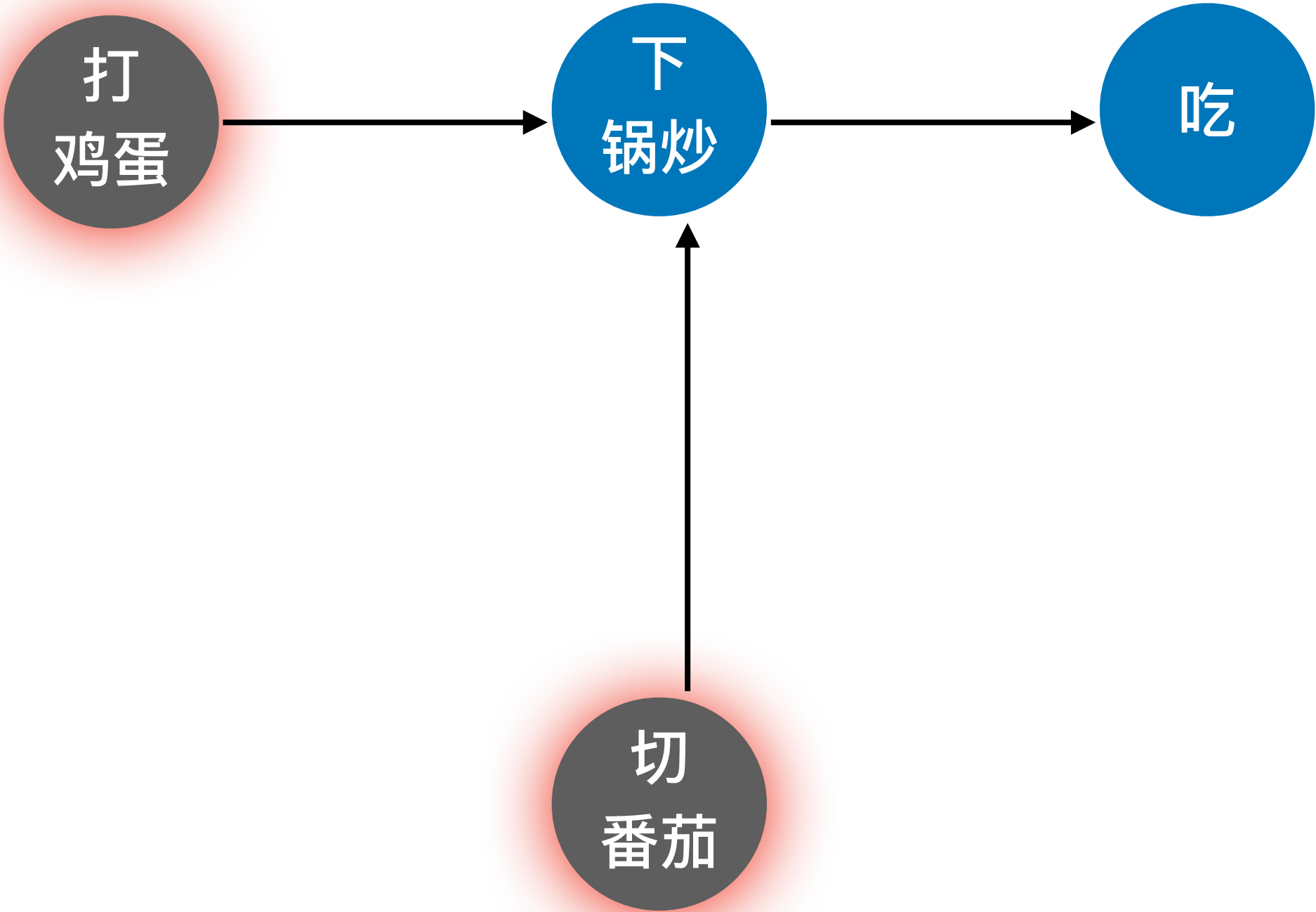
拓扑排序



拓扑排序：找到做事的先后顺序



拓扑排序



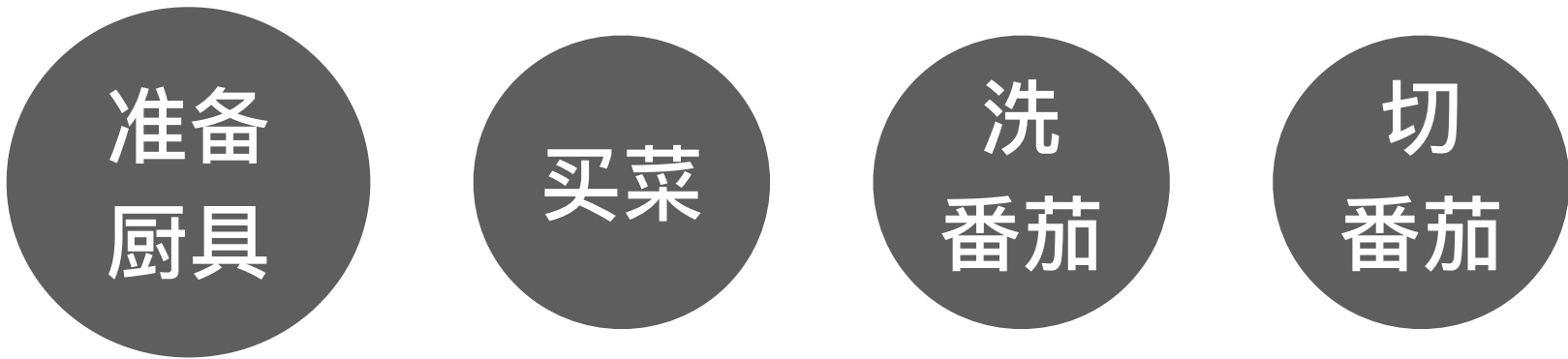
拓扑排序：找到做事的先后顺序



拓扑排序



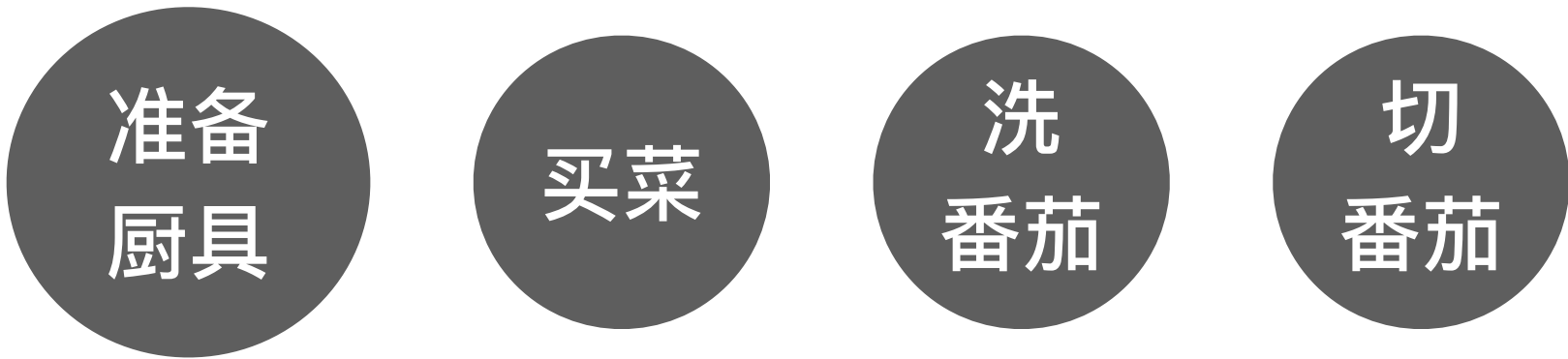
拓扑排序：找到做事的先后顺序



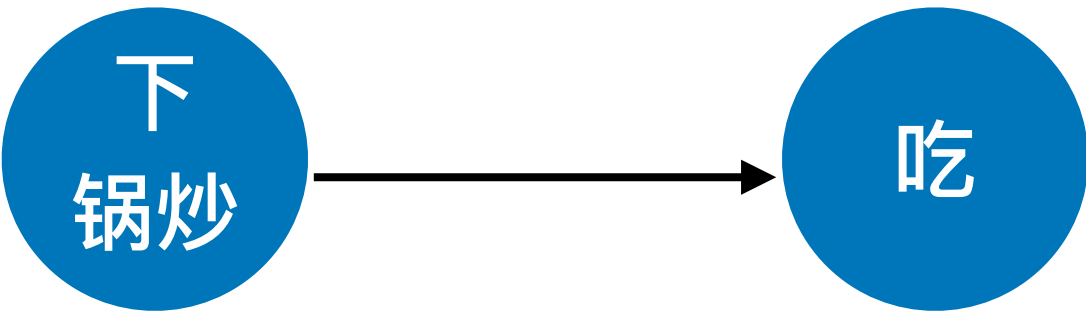
拓扑排序



拓扑排序：找到做事的先后顺序



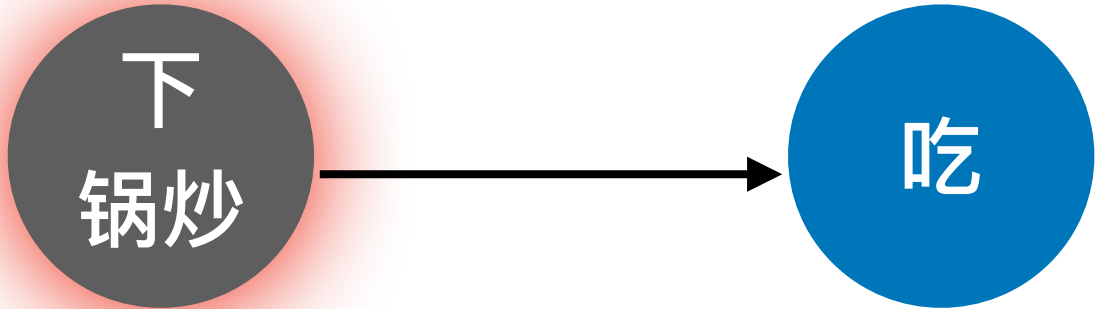
拓扑排序



拓扑排序：找到做事的先后顺序



拓扑排序



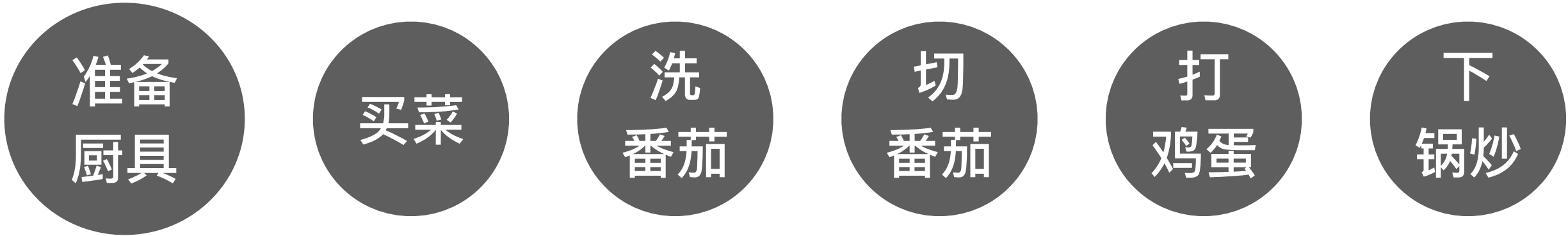
拓扑排序：找到做事的先后顺序



拓扑排序



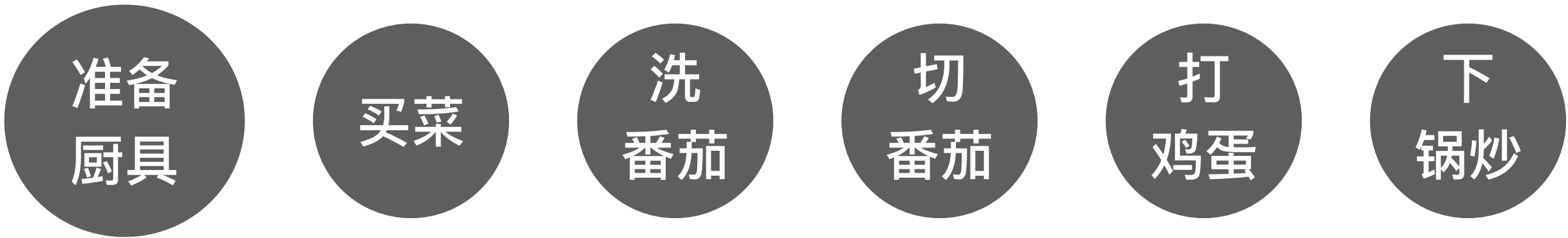
拓扑排序：找到做事的先后顺序



拓扑排序



拓扑排序：找到做事的先后顺序



拓扑排序

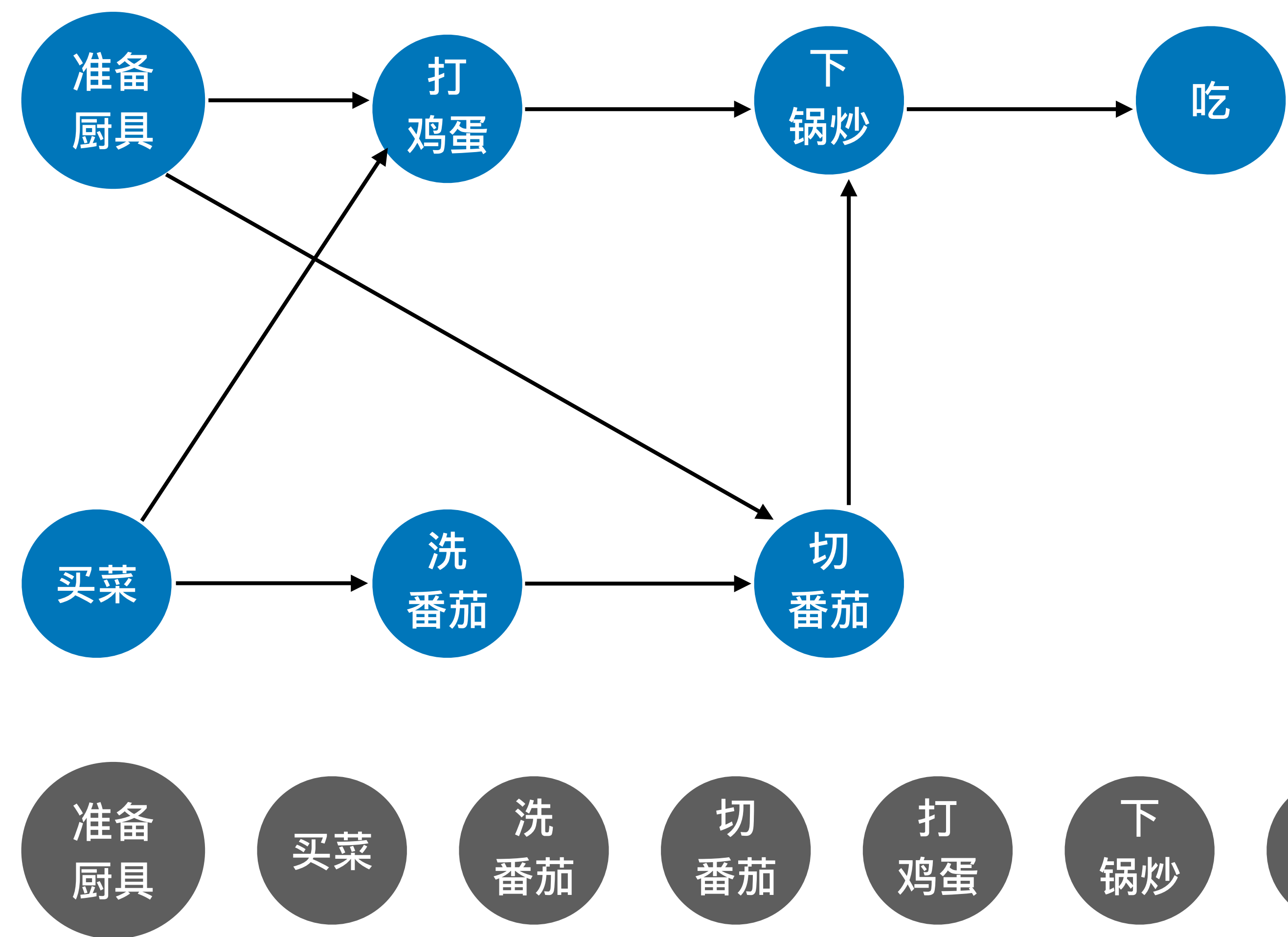


拓扑排序的实现：

- ① 从AOV网中选择一个没有前驱（入度为0）的顶点并输出。
- ② 从网中删除该顶点和所有以它为起点的有向边。
- ③ 重复①和②直到当前的AOV网为空或当前网中不存在无前驱的顶点为止。



拓扑排序

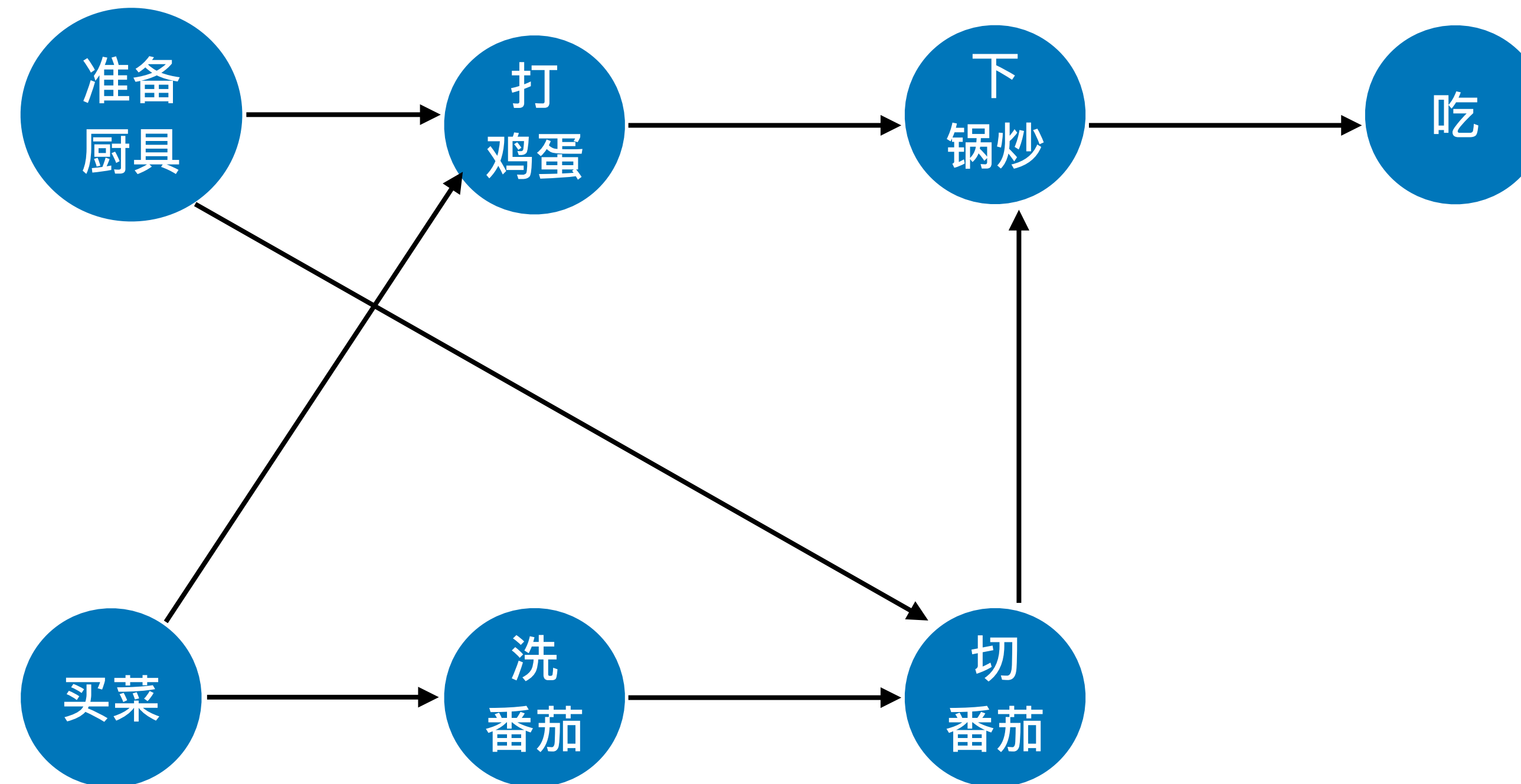


拓扑排序：在图论中，由一个**有向无环图**的顶点组成的序列，当且仅当满足下列条件时，称为该图的一个拓扑排序：

- ① 每个顶点出现且只出现一次。
- ② 若顶点A在序列中排在顶点B的前面，则在图中不存在从顶点B到顶点A的路径。

或定义为：拓扑排序是对有向无环图的顶点的一种排序，它使得若存在一条从顶点A到顶点B的路径，则在排序中顶点B出现在顶点A的后面。**每个AOV网都有一个或多个拓扑排序序列。**

拓扑排序

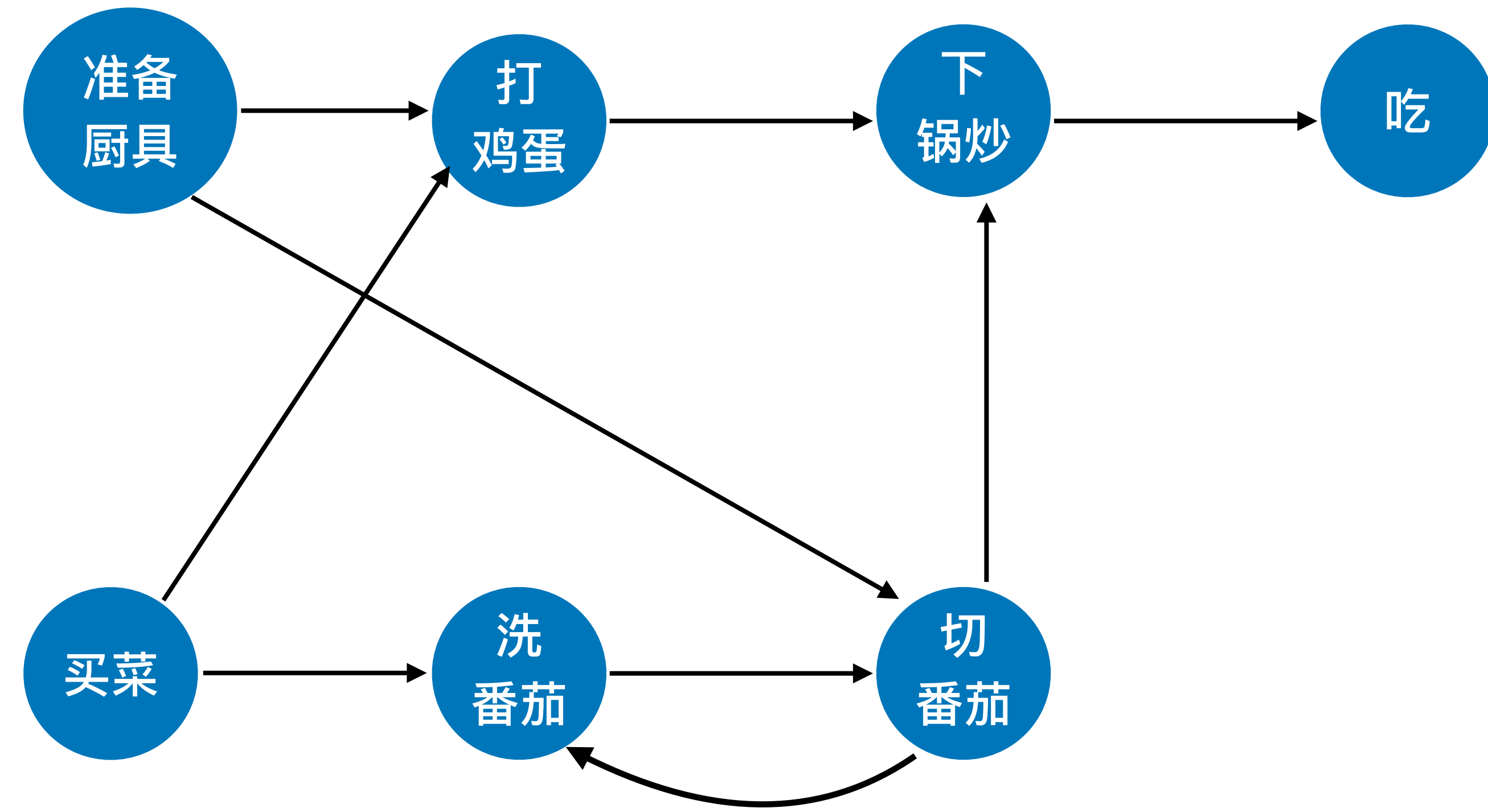


拓扑排序的实现:

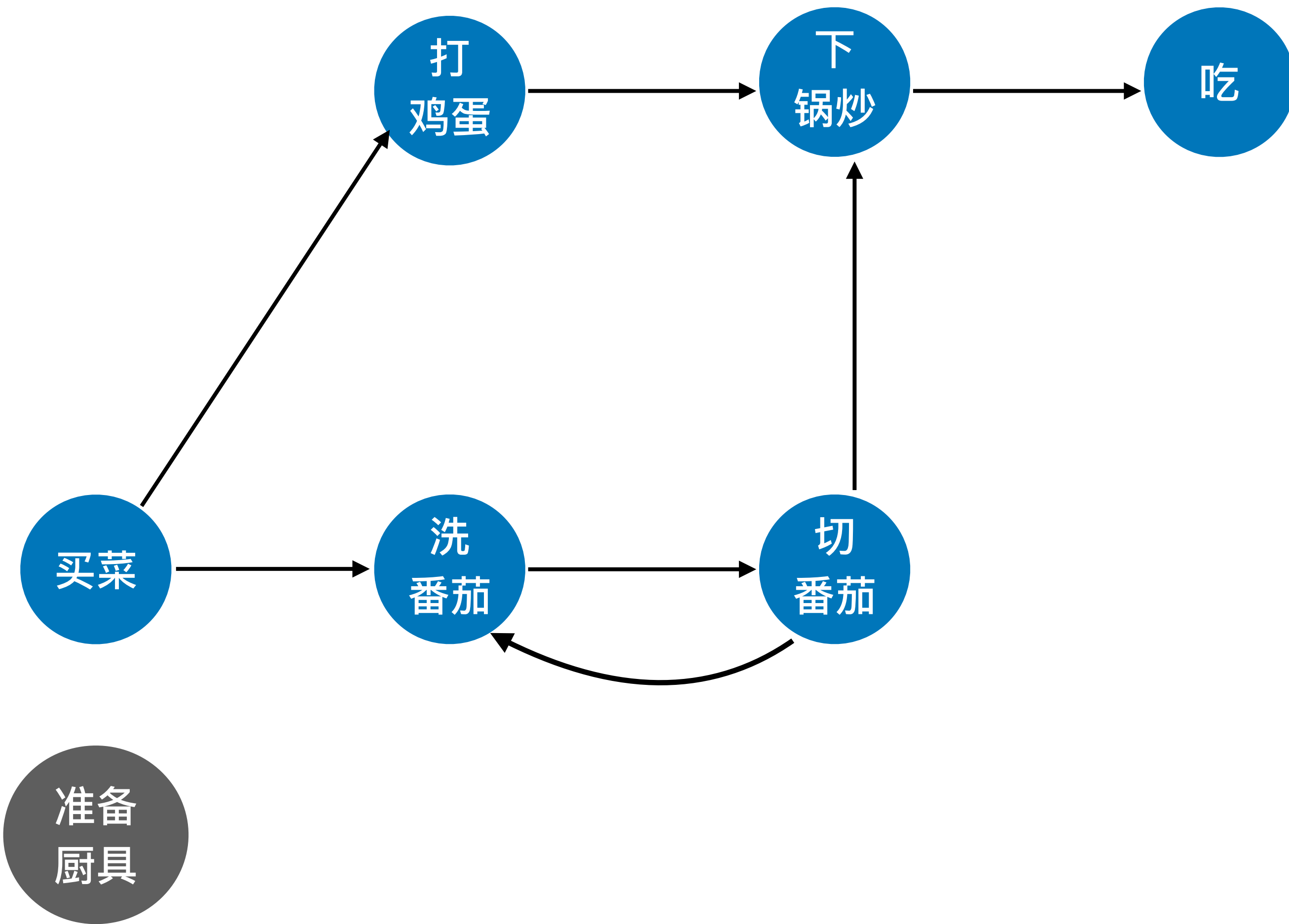
- ① 从AOV网中选择一个没有前驱的顶点并输出。
- ② 从网中删除该顶点和所有以它为起点的有向边。
- ③ 重复①和②直到当前的AOV网为空或当前网中不存在无前驱的顶点为止。

说明有回路

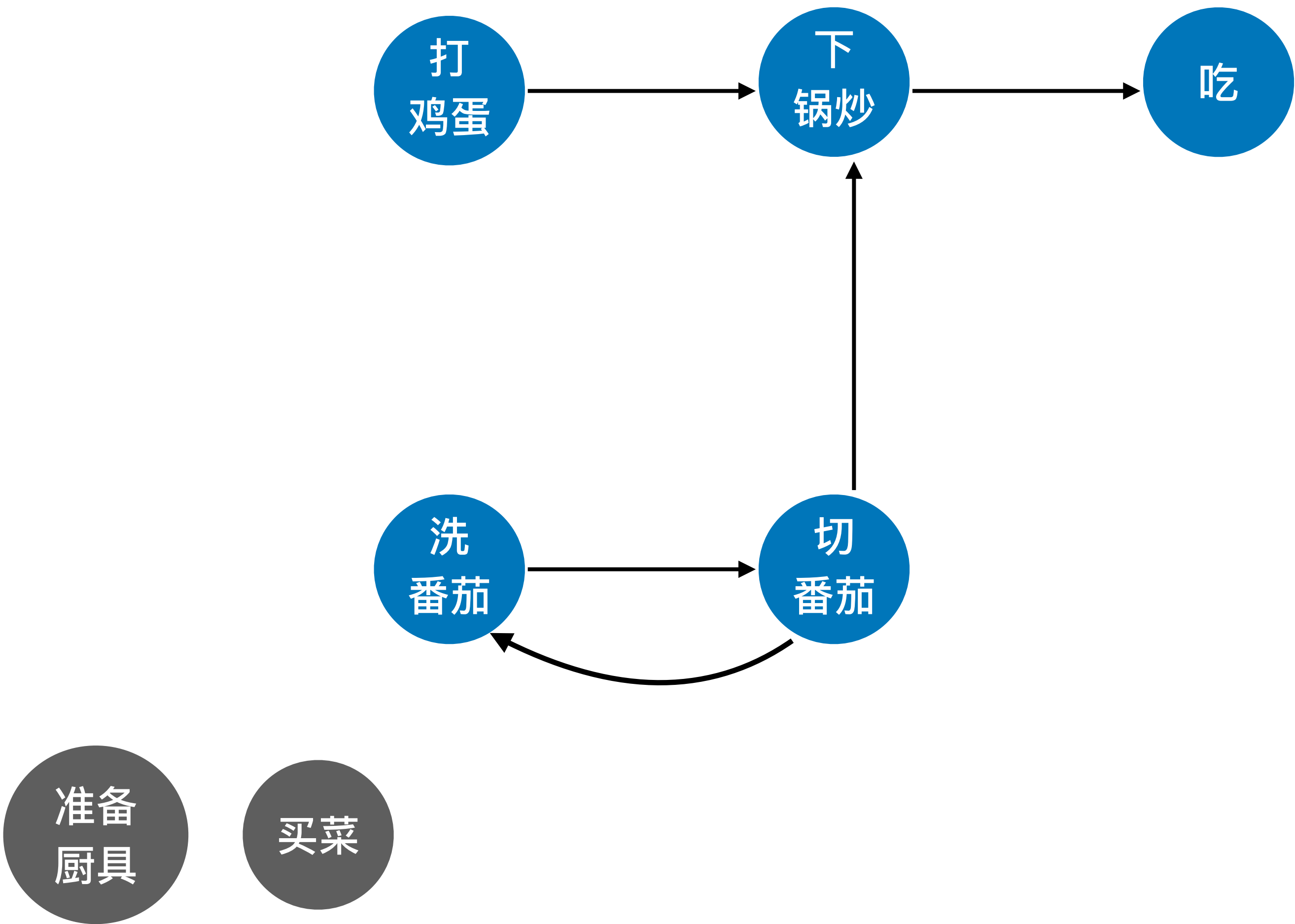
对有回路的图进行拓扑排序



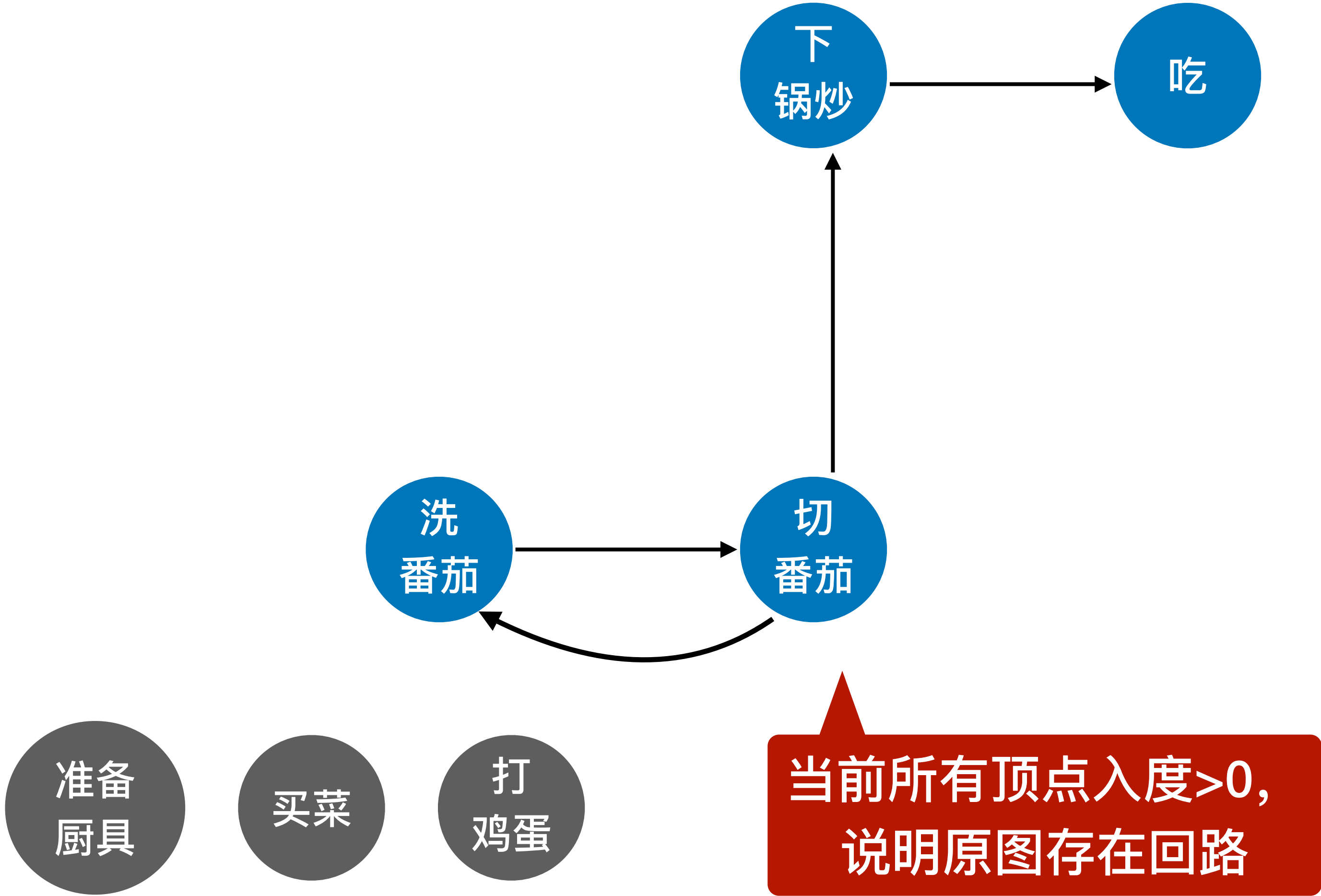
对有回路的图进行拓扑排序



对有回路的图进行拓扑排序



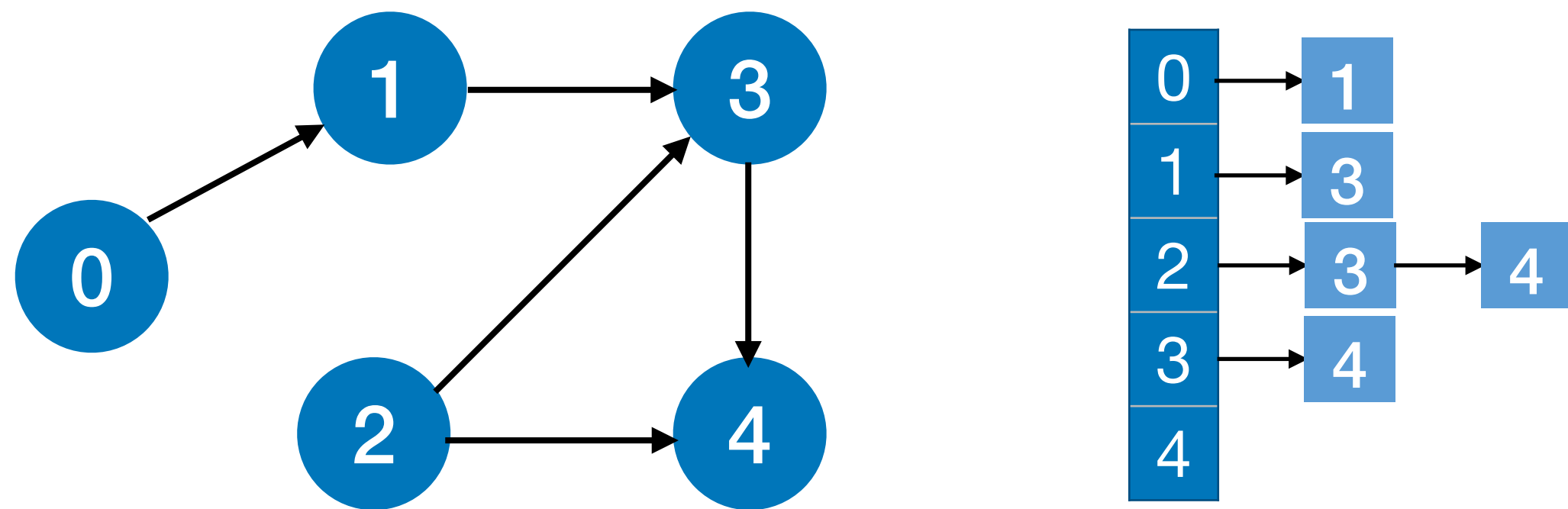
对有回路的图进行拓扑排序



```

#define MaxVertexNum 100      //图中顶点数目的最大值
typedef struct ArcNode{      //边表结点
    int adjvex;              //该弧所指向的顶点的位置
    struct ArcNode *nextarc;  //指向下一条弧的指针
    //InfoType info;         //网的边权值
}ArcNode;
typedef struct VNode{        //顶点表结点
    VertexType data;         //顶点信息
    ArcNode *firstarc;       //指向第一条依附该顶点的弧的指针
}VNode, AdjList[MaxVertexNum];
typedef struct{
    AdjList vertices;        //邻接表
    int vexnum, arcnum;      //图的顶点数和弧数
} Graph;                    //Graph是以邻接表存储的图类型

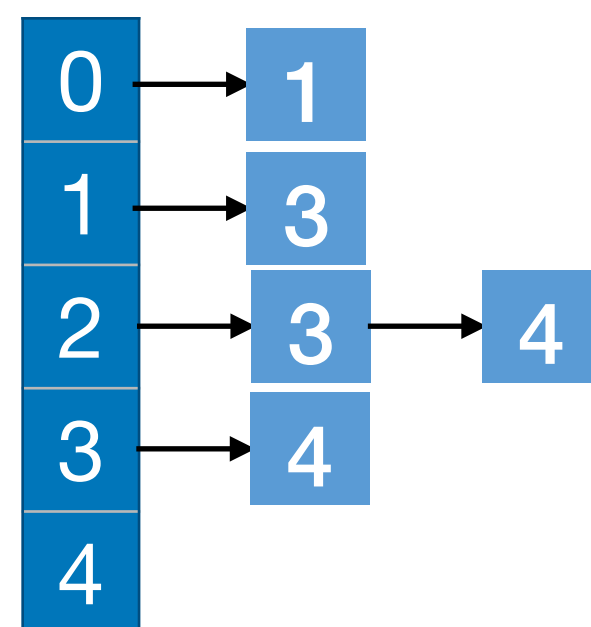
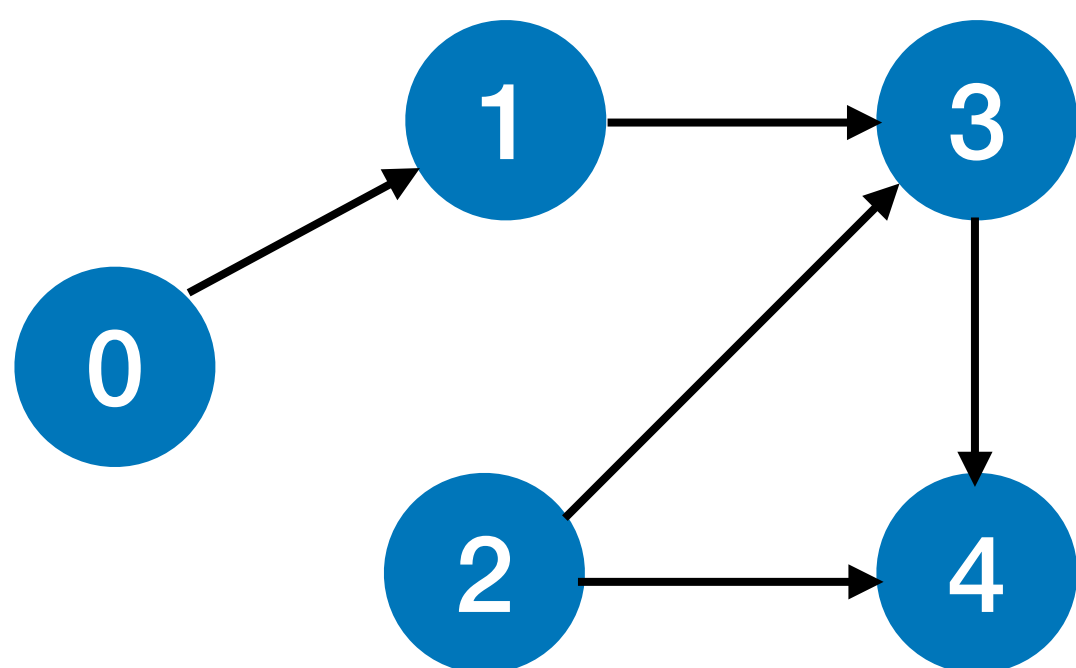
```



```

bool TopologicalSort(Graph G){
    InitStack(S);          //初始化栈，存储入度为0的顶点
    for(int i=0;i<G.vexnum;i++){
        if(indegree[i]==0)
            Push(S,i);     //将所有入度为0的顶点进栈
    }
    int count=0;          //计数，记录当前已经输出的顶点数
    while(!IsEmpty(S)){    //栈不空，则存在入度为0的顶点
        Pop(S,i);          //栈顶元素出栈
        print[count++]=i;   //输出顶点i
        for(p=G.vertices[i].firstarc;p;p=p->nextarc){
            //将所有i指向的顶点的入度减1，并且将入度减为0的顶点压入栈s
            v=p->adjvex;
            if(!(--indegree[v]))
                Push(S,v);  //入度为0，则入栈
        }
    }
    //while
    if(count<G.vexnum)
        return false;      //排序失败，有向图中有回路
    else
        return true;       //拓扑排序成功
}

```



indegree[]

0
1
0
2
2

当前顶
点入度

print[]

-1
-1
-1
-1
-1

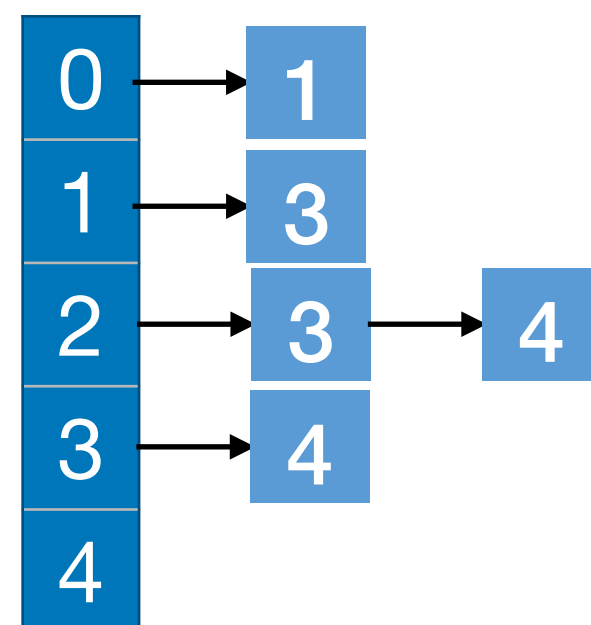
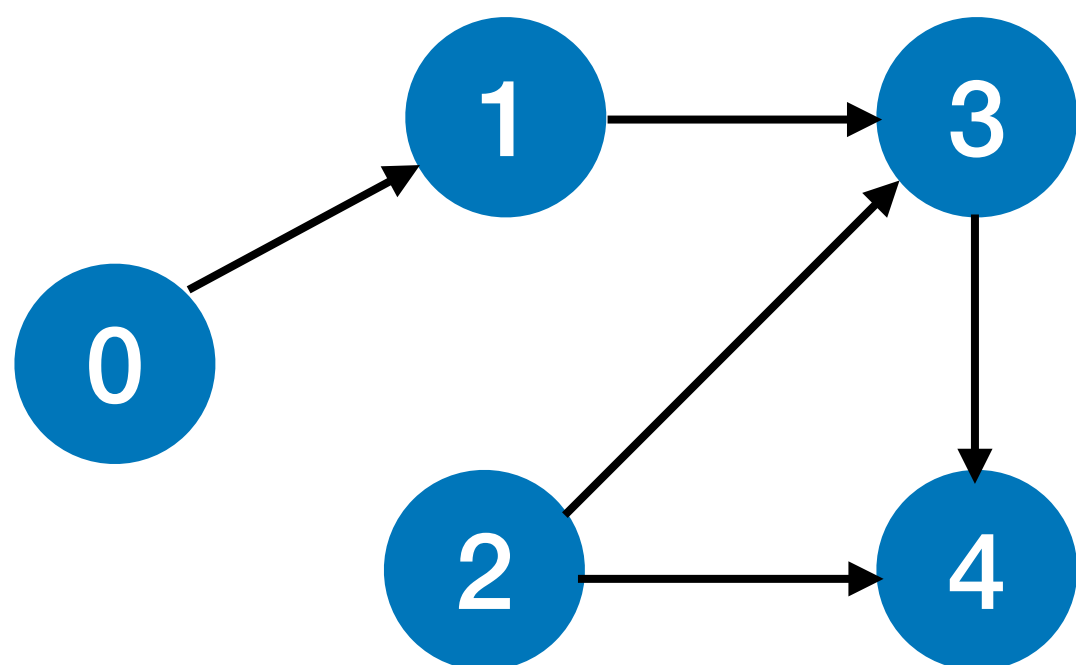
记录拓
扑序列



保存度为0的顶点
(也可用队列)

```

bool TopologicalSort(Graph G){
    InitStack(S);           //初始化栈，存储入度为0的顶点
    for(int i=0;i<G.vexnum;i++){
        if(indegree[i]==0)
            Push(S,i);       //将所有入度为0的顶点进栈
    }
    int count=0;           //计数，记录当前已经输出的顶点数
    while(!IsEmpty(S)){    //栈不空，则存在入度为0的顶点
        Pop(S,i);          //栈顶元素出栈
        print[count++]=i;   //输出顶点i
        for(p=G.vertices[i].firstarc;p;p=p->nextarc){
            //将所有i指向的顶点的入度减1，并且将入度减为0的顶点压入栈s
            v=p->adjvex;
            if(!(--indegree[v]))
                Push(S,v);   //入度为0，则入栈
        }
    }
    if(count<G.vexnum)
        return false;      //排序失败，有向图中有回路
    else
        return true;       //拓扑排序成功
}
  
```

indegree[]

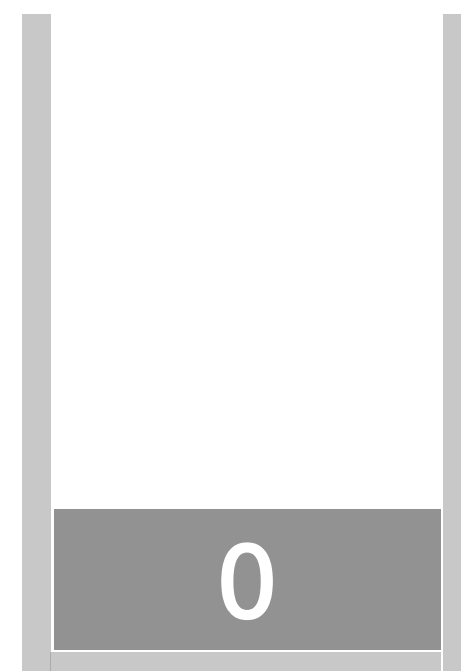
0
1
0
2
2

当前顶
点入度

print[]

-1
-1
-1
-1
-1

记录拓
扑序列

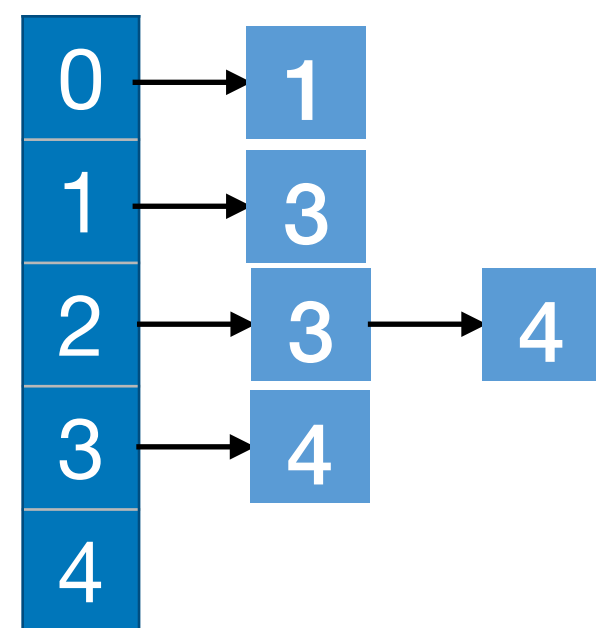
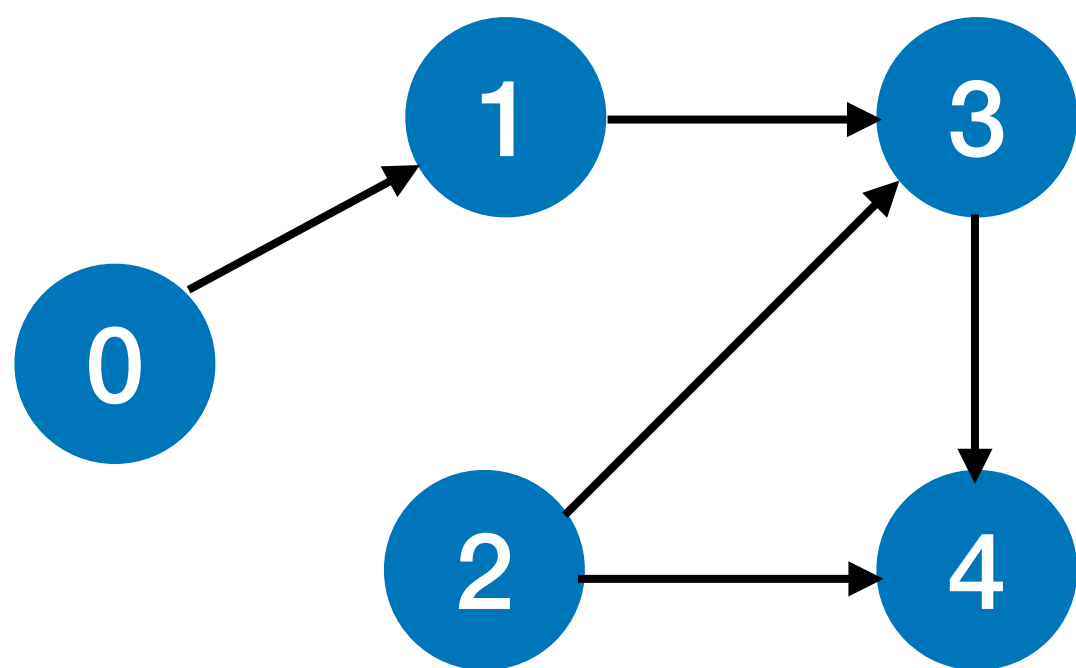


S

保存度为0的顶点
(也可用队列)

```

bool TopologicalSort(Graph G){
    InitStack(S);           //初始化栈，存储入度为0的顶点
    for(int i=0;i<G.vexnum;i++){
        if(indegree[i]==0)
            Push(S,i);       //将所有入度为0的顶点进栈
    }
    int count=0;           //计数，记录当前已经输出的顶点数
    while(!IsEmpty(S)){    //栈不空，则存在入度为0的顶点
        Pop(S,i);          //栈顶元素出栈
        print[count++]=i;   //输出顶点i
        for(p=G.vertices[i].firstarc;p;p=p->nextarc){
            //将所有i指向的顶点的入度减1，并且将入度减为0的顶点压入栈s
            v=p->adjvex;
            if(!(--indegree[v]))
                Push(S,v);   //入度为0，则入栈
        }
    }
    if(count<G.vexnum)
        return false;      //排序失败，有向图中有回路
    else
        return true;       //拓扑排序成功
}
  
```



indegree[]

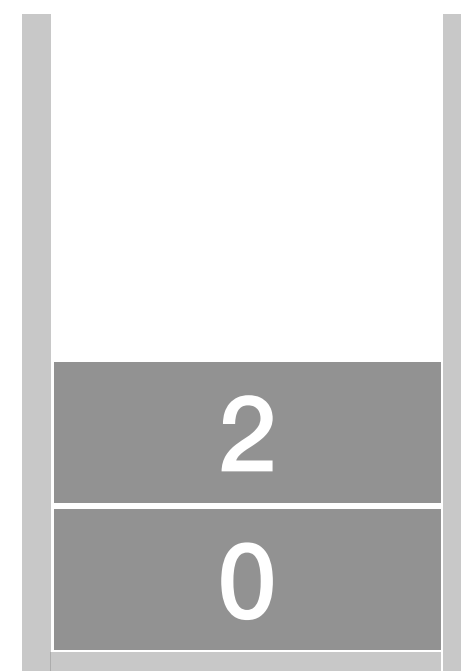
0
1
0
2
2

当前顶
点入度

print[]

-1
-1
-1
-1
-1

记录拓
扑序列

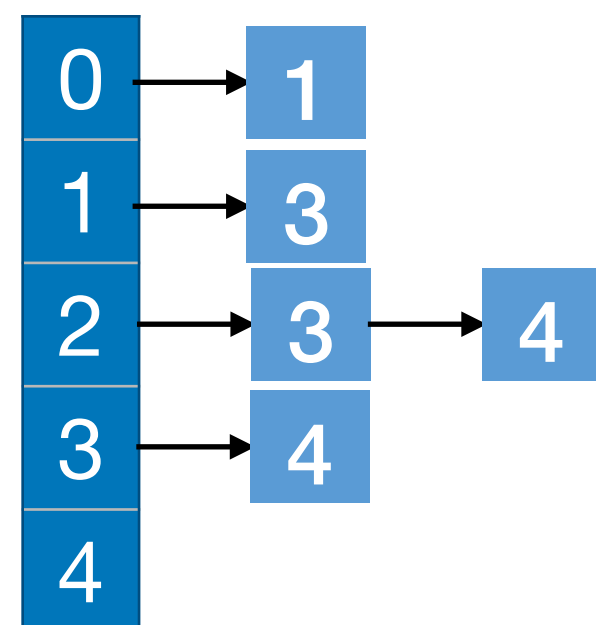
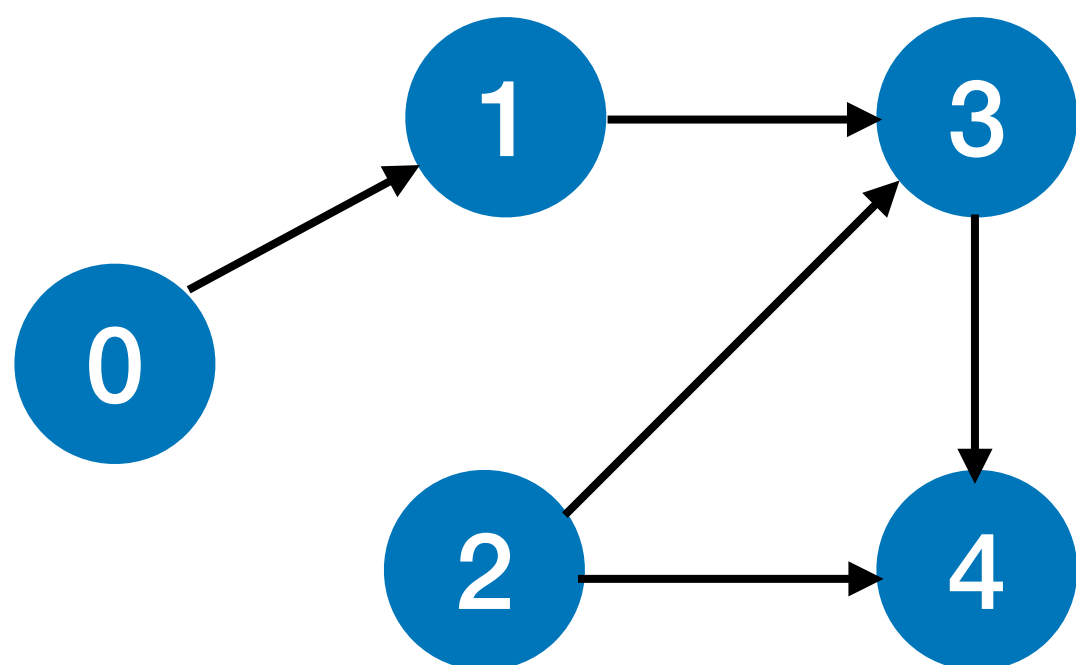


S

保存度为0的顶点
(也可用队列)

```

bool TopologicalSort(Graph G){
    InitStack(S);           //初始化栈，存储入度为0的顶点
    for(int i=0;i<G.vexnum;i++){
        if(indegree[i]==0)
            Push(S,i);      //将所有入度为0的顶点进栈
    }
    int count=0;           //计数，记录当前已经输出的顶点数
    while(!IsEmpty(S)){    //栈不空，则存在入度为0的顶点
        Pop(S,i);          //栈顶元素出栈
        print[count++]=i;   //输出顶点i
        for(p=G.vertices[i].firstarc;p;p=p->nextarc){
            //将所有i指向的顶点的入度减1，并且将入度减为0的顶点压入栈s
            v=p->adjvex;
            if(!(--indegree[v]))
                Push(S,v);  //入度为0，则入栈
        }
    }
    if(count<G.vexnum)
        return false;      //排序失败，有向图中有回路
    else
        return true;       //拓扑排序成功
}
  
```



indegree[]

0
1
0
2
2

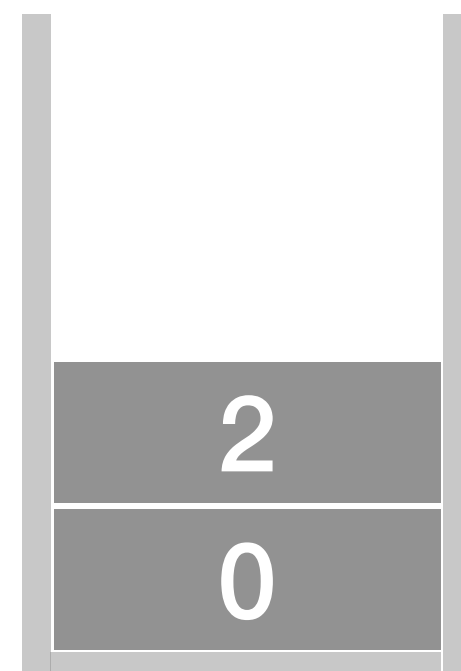
当前顶
点入度

print[]

-1
-1
-1
-1
-1

记录拓
扑序列

← count

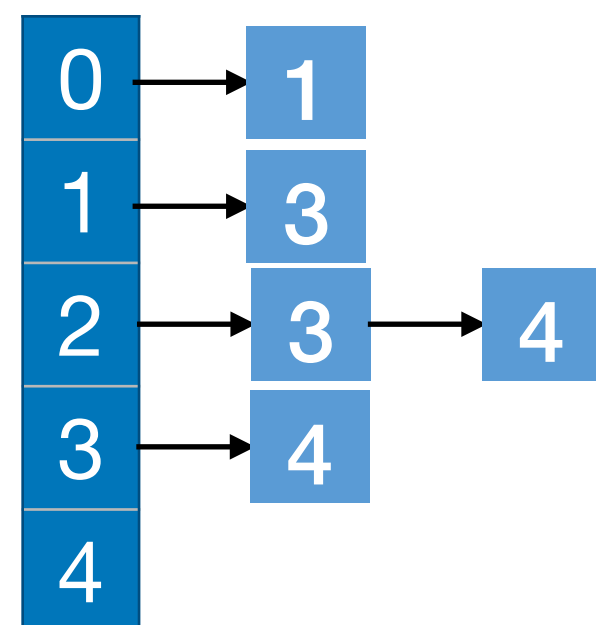
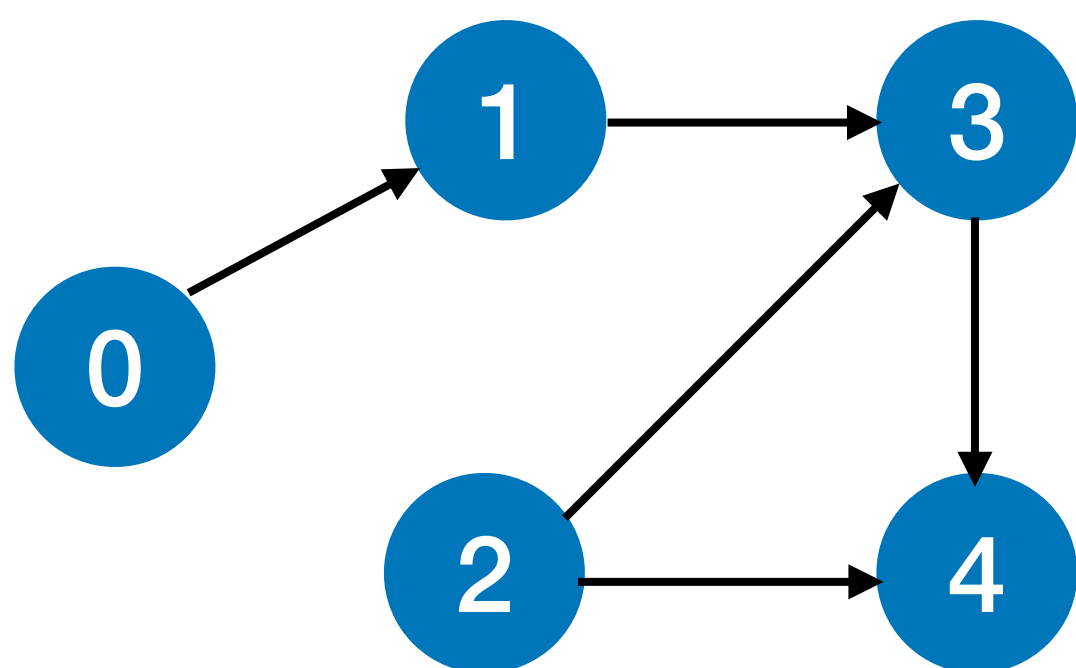


S

保存度为0的顶点
(也可用队列)

```

bool TopologicalSort(Graph G){
    InitStack(S);           //初始化栈，存储入度为0的顶点
    for(int i=0;i<G.vexnum;i++){
        if(indegree[i]==0)
            Push(S,i);       //将所有入度为0的顶点进栈
    }
    int count=0;           //计数，记录当前已经输出的顶点数
    while(!IsEmpty(S)){    //栈不空，则存在入度为0的顶点
        Pop(S,i);          //栈顶元素出栈
        print[count++]=i;   //输出顶点i
        for(p=G.vertices[i].firstarc;p;p=p->nextarc){
            //将所有i指向的顶点的入度减1，并且将入度减为0的顶点压入栈s
            v=p->adjvex;
            if(!(--indegree[v]))
                Push(S,v);   //入度为0，则入栈
        }
    }
    if(count<G.vexnum)
        return false;      //排序失败，有向图中有回路
    else
        return true;       //拓扑排序成功
}
  
```

indegree[]

0
1
0
2
2

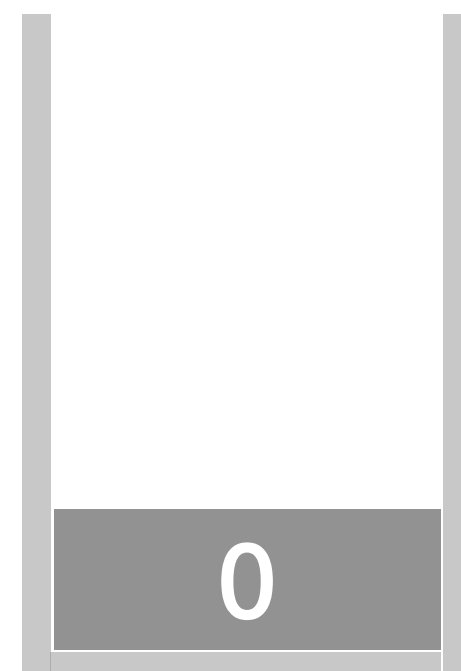
当前顶
点入度

print[]

2
-1
-1
-1
-1

记录拓
扑序列

← count

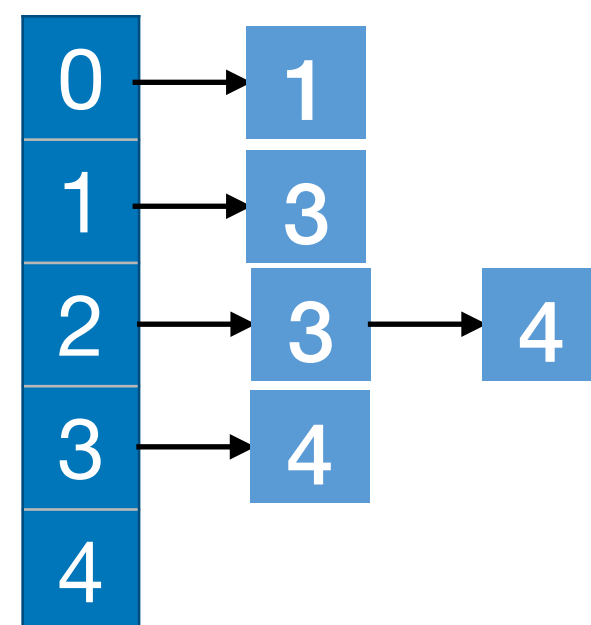
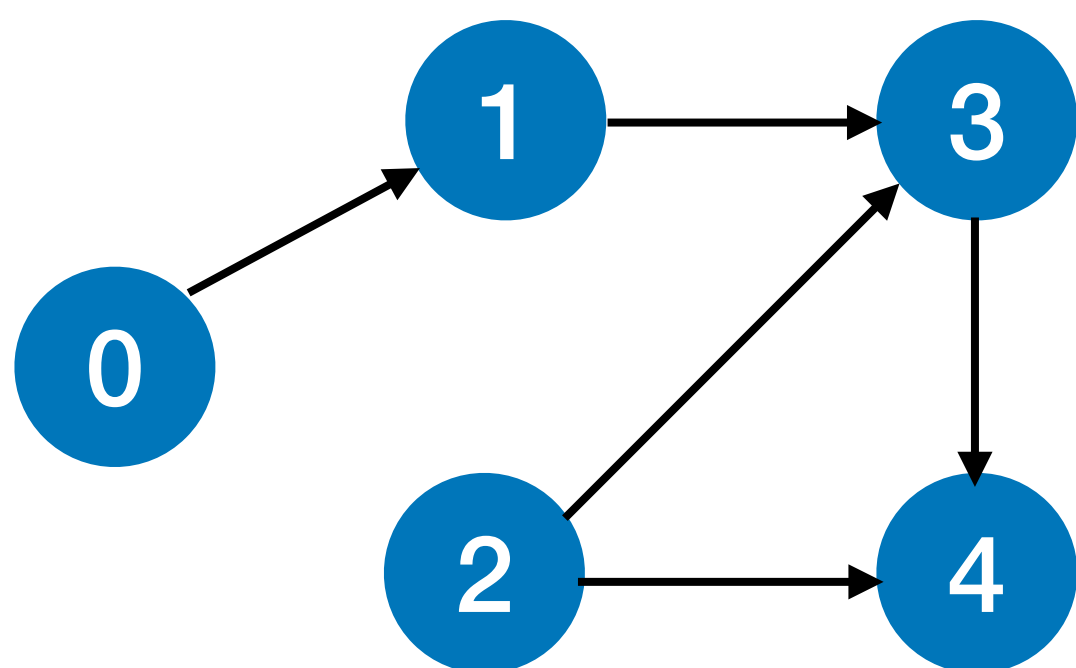


S

保存度为0的顶点
(也可用队列)

```

bool TopologicalSort(Graph G){
    InitStack(S);           //初始化栈，存储入度为0的顶点
    for(int i=0;i<G.vexnum;i++){
        if(indegree[i]==0)
            Push(S,i);       //将所有入度为0的顶点进栈
    }
    int count=0;           //计数，记录当前已经输出的顶点数
    while(!IsEmpty(S)){    //栈不空，则存在入度为0的顶点
        Pop(S,i);          //栈顶元素出栈
        print[count++]=i;   //输出顶点i
        for(p=G.vertices[i].firstarc;p;p=p->nextarc){
            //将所有i指向的顶点的入度减1，并且将入度减为0的顶点压入栈s
            v=p->adjvex;
            if(!(--indegree[v]))
                Push(S,v);   //入度为0，则入栈
        }
    } //while
    if(count<G.vexnum)
        return false;      //排序失败，有向图中有回路
    else
        return true;       //拓扑排序成功
}
  
```



indegree[]

0
1
0
2
2

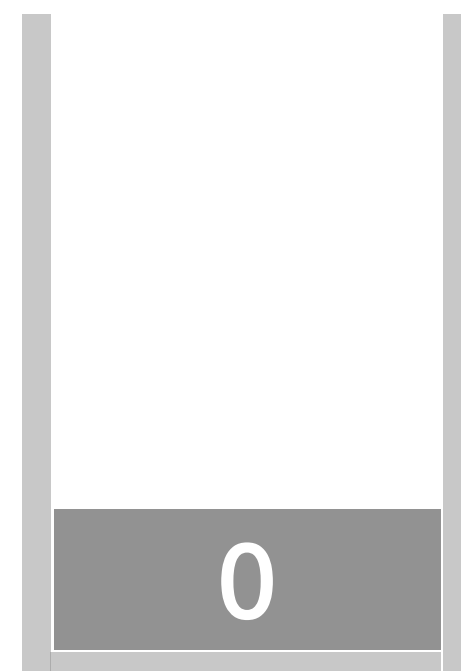
当前顶
点入度

print[]

2
-1
-1
-1
-1

记录拓
扑序列

count

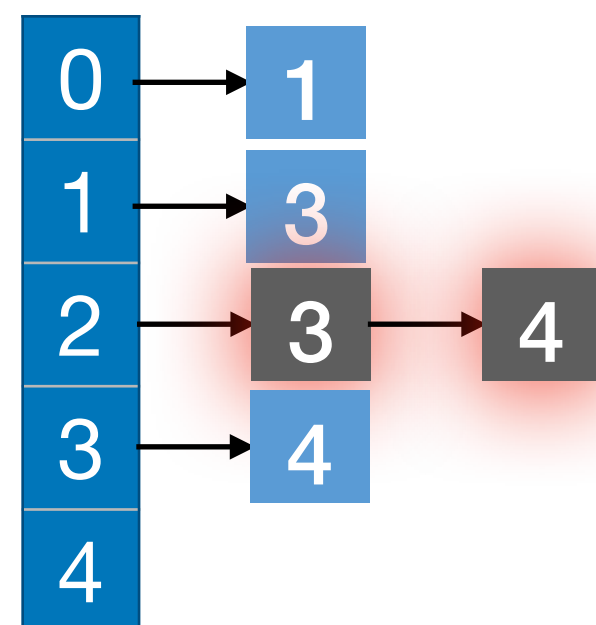
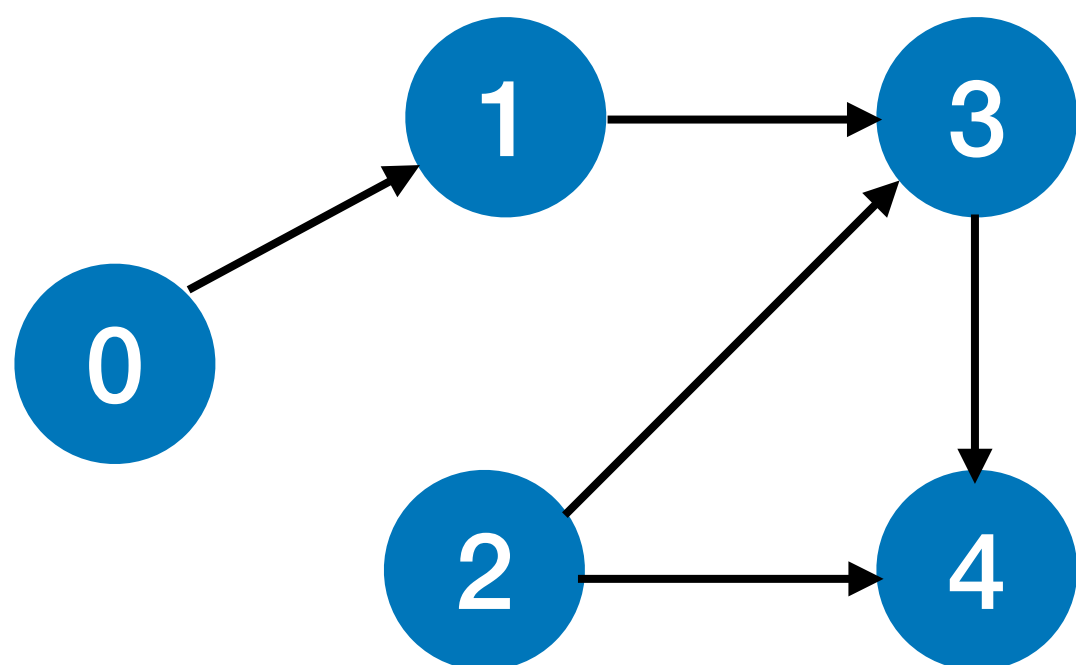


S

保存度为0的顶点
(也可用队列)

```

bool TopologicalSort(Graph G){
    InitStack(S);           //初始化栈，存储入度为0的顶点
    for(int i=0;i<G.vexnum;i++)
        if(indegree[i]==0)
            Push(S,i);       //将所有入度为0的顶点进栈
    int count=0;            //计数，记录当前已经输出的顶点数
    while(!IsEmpty(S)){     //栈不空，则存在入度为0的顶点
        Pop(S,i);           //栈顶元素出栈
        print[count++]=i;    //输出顶点i
        for(p=G.vertices[i].firstarc;p;p=p->nextarc){
            //将所有i指向的顶点的入度减1，并且将入度减为0的顶点压入栈s
            v=p->adjvex;
            if(!(--indegree[v]))
                Push(S,v);   //入度为0，则入栈
        }
    }//while
    if(count<G.vexnum)
        return false;       //排序失败，有向图中有回路
    else
        return true;        //拓扑排序成功
}
  
```

indegree[]

0
1
0
2
2

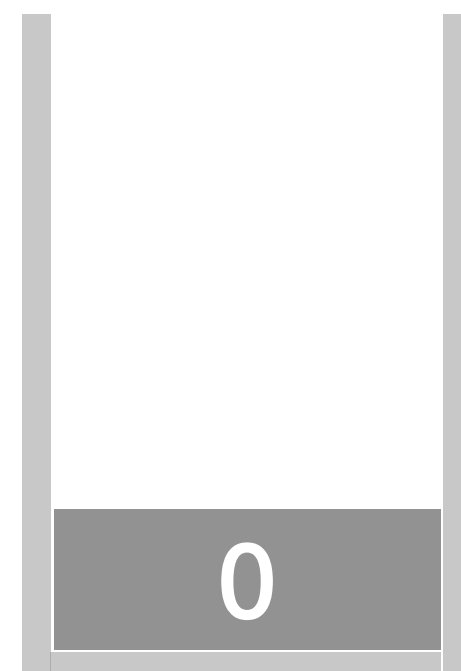
当前顶
点入度

print[]

2
-1
-1
-1
-1

记录拓
扑序列

count

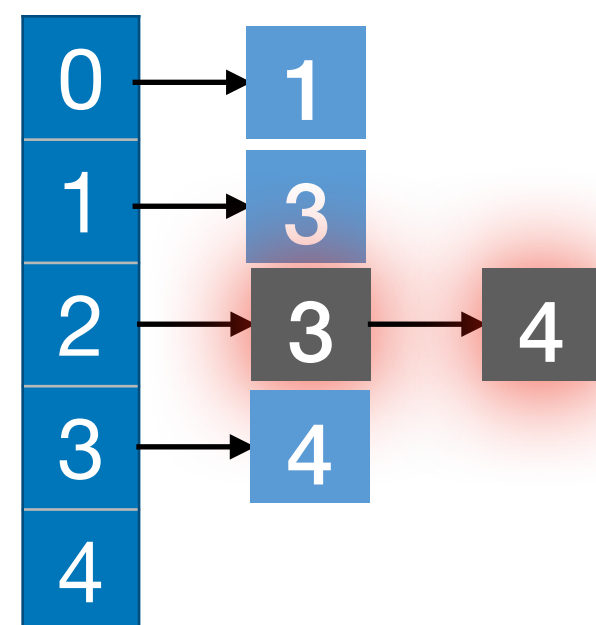
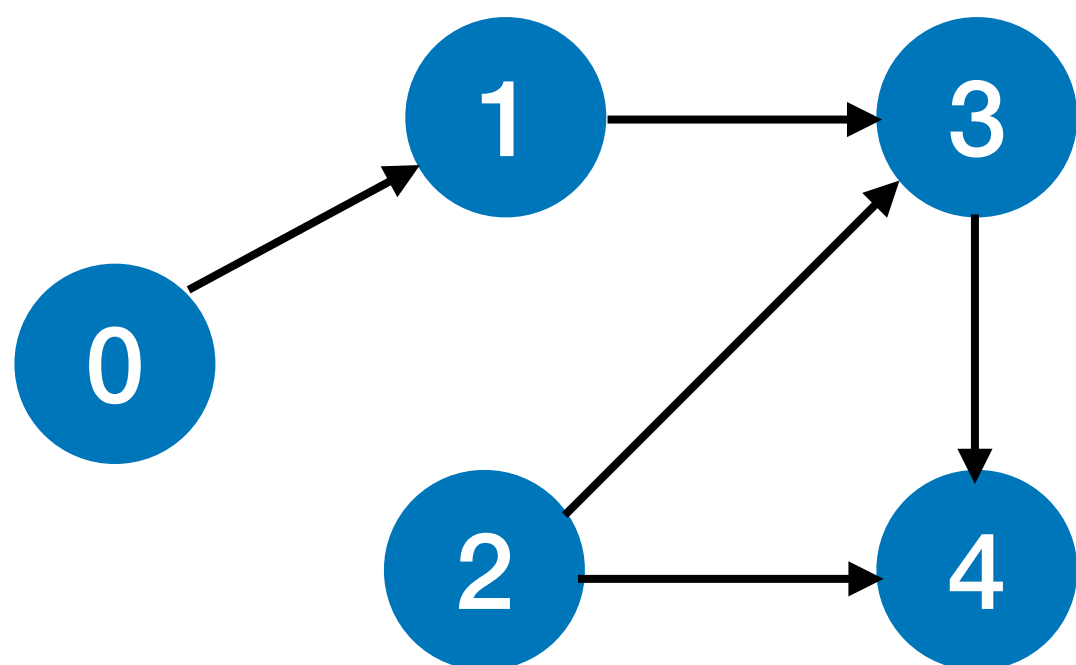


S

保存度为0的顶点
(也可用队列)

```

bool TopologicalSort(Graph G){
    InitStack(S);           //初始化栈，存储入度为0的顶点
    for(int i=0;i<G.vexnum;i++){
        if(indegree[i]==0)
            Push(S,i);       //将所有入度为0的顶点进栈
    }
    int count=0;           //计数，记录当前已经输出的顶点数
    while(!IsEmpty(S)){    //栈不空，则存在入度为0的顶点
        Pop(S,i);          //栈顶元素出栈
        print[count++]=i;   //输出顶点i
        for(p=G.vertices[i].firstarc;p;p=p->nextarc){
            //将所有i指向的顶点的入度减1，并且将入度减为0的顶点压入栈s
            v=p->adjvex;
            if(!(--indegree[v]))
                Push(S,v);   //入度为0，则入栈
        }
    }
    if(count<G.vexnum)
        return false;      //排序失败，有向图中有回路
    else
        return true;       //拓扑排序成功
}
  
```



indegree[]

0
1
0
1
1

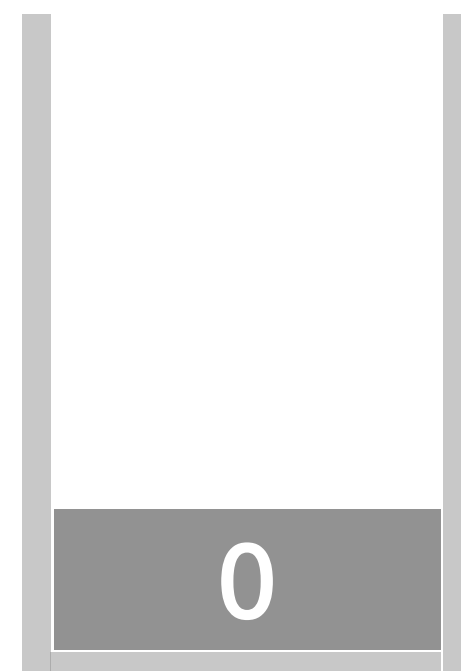
当前顶
点入度

print[]

2
-1
-1
-1
-1

记录拓
扑序列

← count

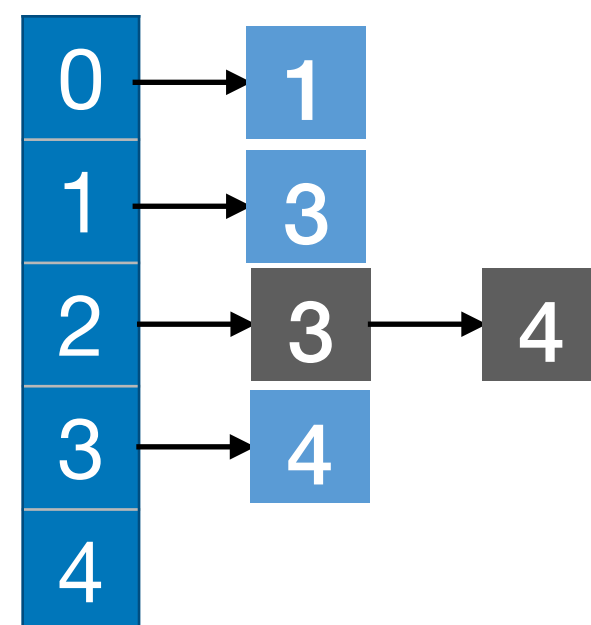
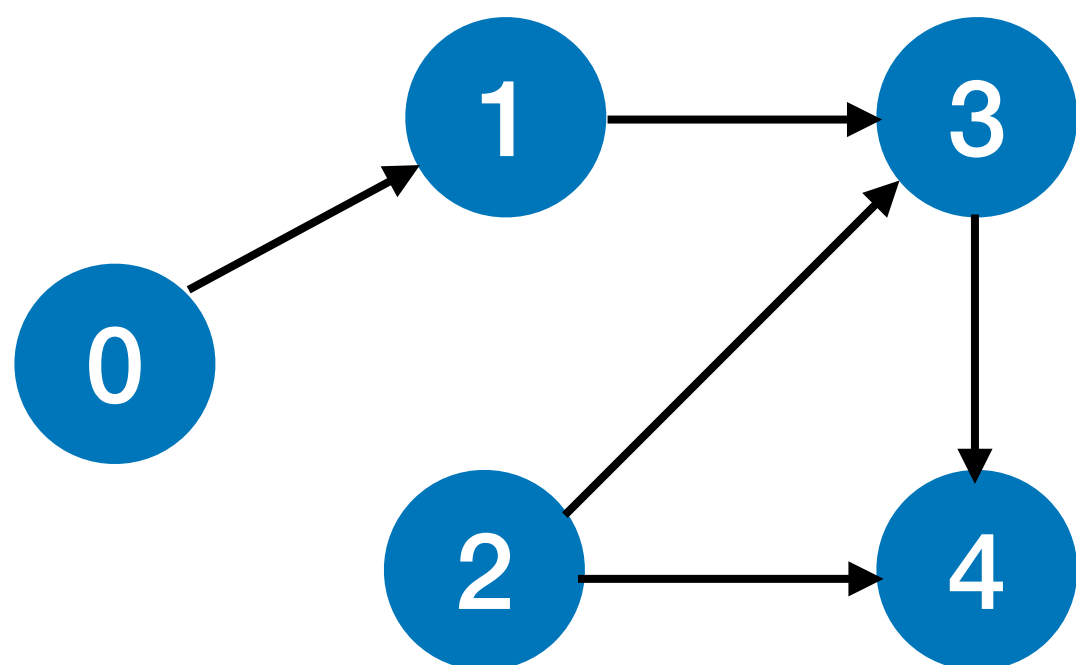


S

保存度为0的顶点
(也可用队列)

```

bool TopologicalSort(Graph G){
    InitStack(S);           //初始化栈，存储入度为0的顶点
    for(int i=0;i<G.vexnum;i++){
        if(indegree[i]==0)
            Push(S,i);       //将所有入度为0的顶点进栈
    }
    int count=0;           //计数，记录当前已经输出的顶点数
    while(!IsEmpty(S)){    //栈不空，则存在入度为0的顶点
        Pop(S,i);          //栈顶元素出栈
        print[count++]=i;   //输出顶点i
        for(p=G.vertices[i].firstarc;p;p=p->nextarc){
            //将所有i指向的顶点的入度减1，并且将入度减为0的顶点压入栈s
            v=p->adjvex;
            if(!(--indegree[v]))
                Push(S,v);   //入度为0，则入栈
        }
    }
    if(count<G.vexnum)
        return false;      //排序失败，有向图中有回路
    else
        return true;       //拓扑排序成功
}
  
```



indegree[]

0
1
0
1
1

当前顶
点入度

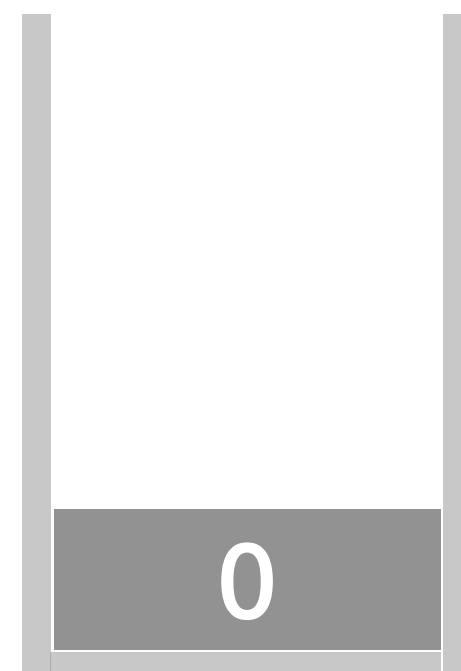
print[]

2
-1
-1
-1
-1

记录拓
扑序列

count

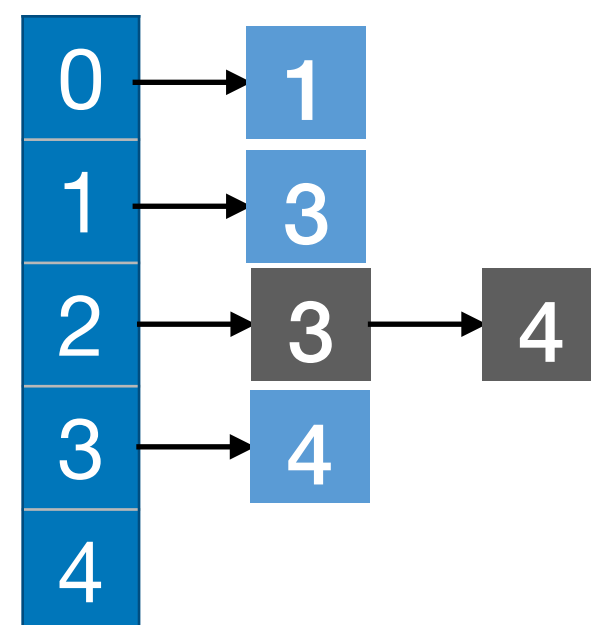
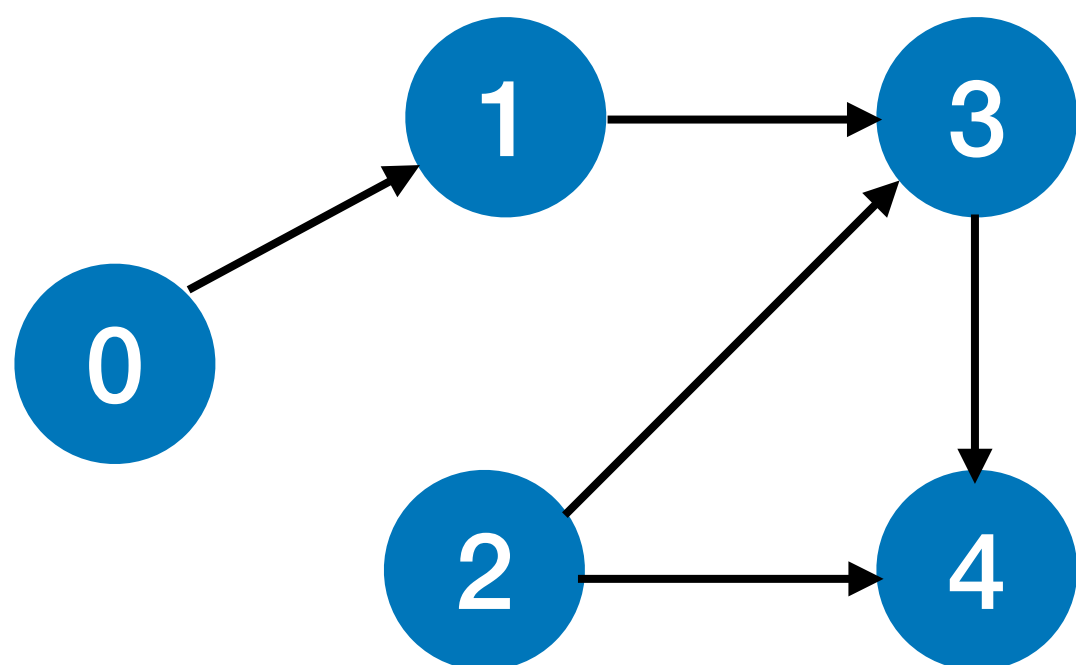
S



保存度为0的顶点
(也可用队列)

```

bool TopologicalSort(Graph G){
    InitStack(S);           //初始化栈，存储入度为0的顶点
    for(int i=0;i<G.vexnum;i++){
        if(indegree[i]==0)
            Push(S,i);       //将所有入度为0的顶点进栈
    }
    int count=0;           //计数，记录当前已经输出的顶点数
    while(!IsEmpty(S)){    //栈不空，则存在入度为0的顶点
        Pop(S,i);          //栈顶元素出栈
        print[count++]=i;   //输出顶点i
        for(p=G.vertices[i].firstarc;p;p=p->nextarc){
            //将所有i指向的顶点的入度减1，并且将入度减为0的顶点压入栈s
            v=p->adjvex;
            if(!(--indegree[v]))
                Push(S,v);   //入度为0，则入栈
        }
    }
    if(count<G.vexnum)
        return false;      //排序失败，有向图中有回路
    else
        return true;       //拓扑排序成功
}
  
```

indegree[]

0
1
0
1
1

当前顶
点入度

print[]

2
0
-1
-1
-1

记录拓
扑序列

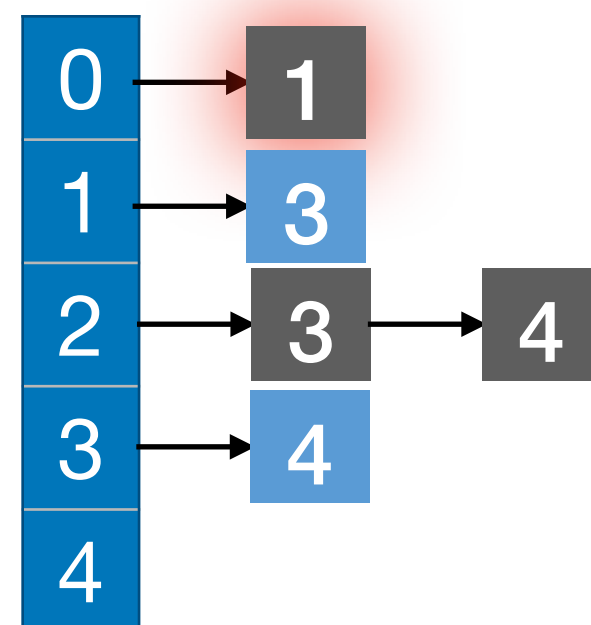
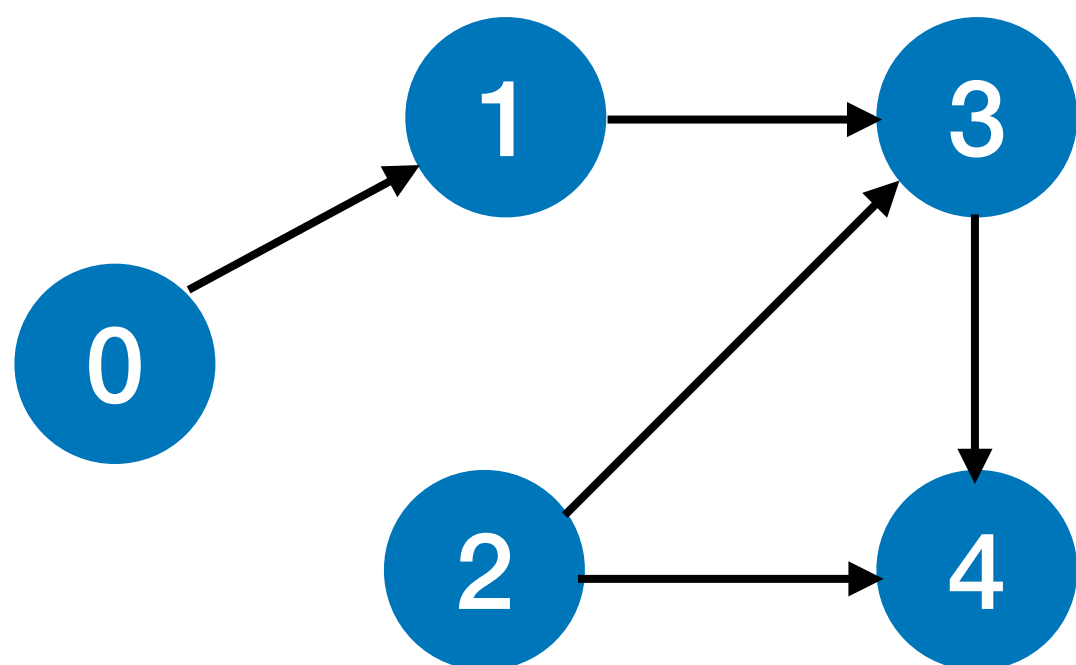
count

S

保存度为0的顶点
(也可用队列)

```

bool TopologicalSort(Graph G){
    InitStack(S);           //初始化栈，存储入度为0的顶点
    for(int i=0;i<G.vexnum;i++){
        if(indegree[i]==0)
            Push(S,i);       //将所有入度为0的顶点进栈
    }
    int count=0;           //计数，记录当前已经输出的顶点数
    while(!IsEmpty(S)){    //栈不空，则存在入度为0的顶点
        Pop(S,i);          //栈顶元素出栈
        print[count++]=i;   //输出顶点i
        for(p=G.vertices[i].firstarc;p;p=p->nextarc){
            //将所有i指向的顶点的入度减1，并且将入度减为0的顶点压入栈s
            v=p->adjvex;
            if(!(--indegree[v]))
                Push(S,v);   //入度为0，则入栈
        }
    }
    if(count<G.vexnum)
        return false;      //排序失败，有向图中有回路
    else
        return true;       //拓扑排序成功
}
  
```



indegree[]

0
1
0
1
1

当前顶
点入度

print[]

2
0
-1
-1
-1

记录拓
扑序列

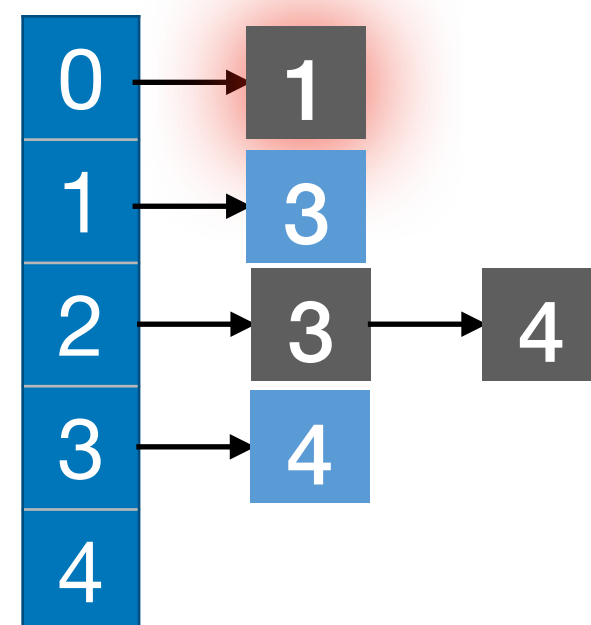
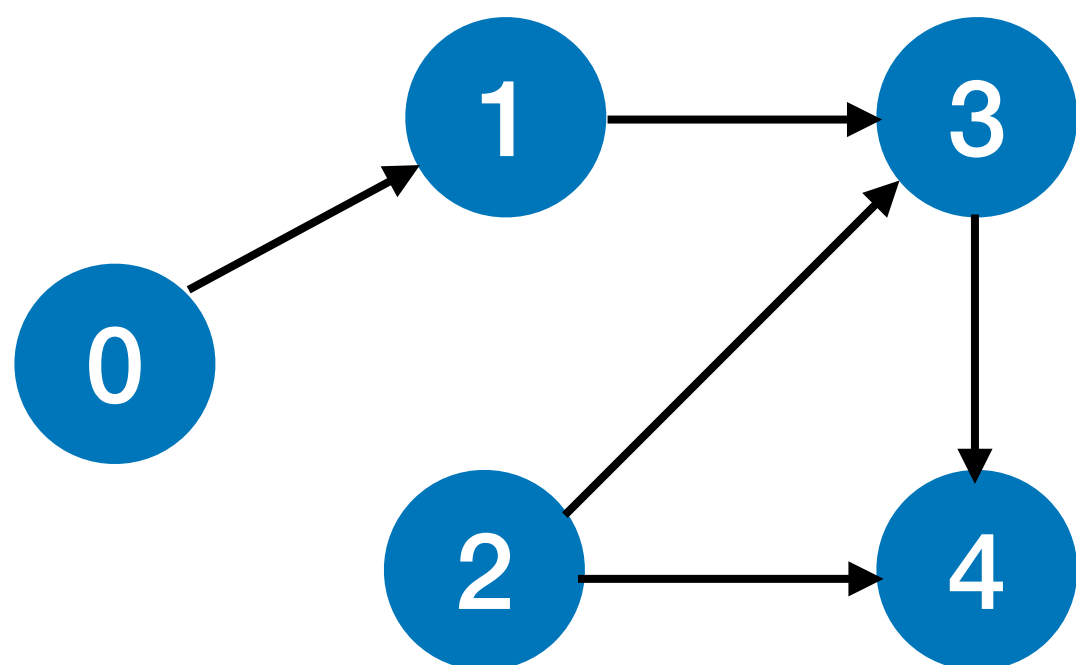
count

S

保存度为0的顶点
(也可用队列)

```

bool TopologicalSort(Graph G){
    InitStack(S);           //初始化栈，存储入度为0的顶点
    for(int i=0;i<G.vexnum;i++)
        if(indegree[i]==0)
            Push(S,i);       //将所有入度为0的顶点进栈
    int count=0;           //计数，记录当前已经输出的顶点数
    while(!IsEmpty(S)){    //栈不空，则存在入度为0的顶点
        Pop(S,i);          //栈顶元素出栈
        print[count++]=i;   //输出顶点i
        for(p=G.vertices[i].firstarc;p;p=p->nextarc){
            //将所有i指向的顶点的入度减1，并且将入度减为0的顶点压入栈s
            v=p->adjvex;
            if(!(--indegree[v]))
                Push(S,v);   //入度为0，则入栈
        }
    }//while
    if(count<G.vexnum)
        return false;      //排序失败，有向图中有回路
    else
        return true;       //拓扑排序成功
}
  
```



indegree[]

0
0
0
1
1

当前顶
点入度

print[]

2
0
-1
-1
-1

记录拓
扑序列

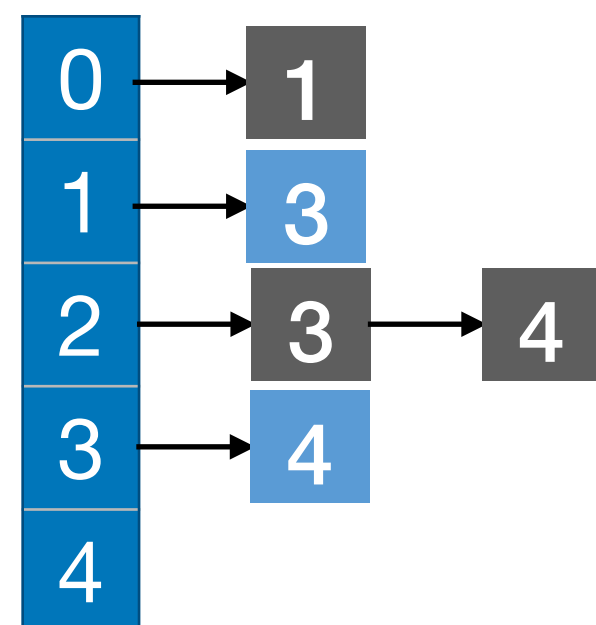
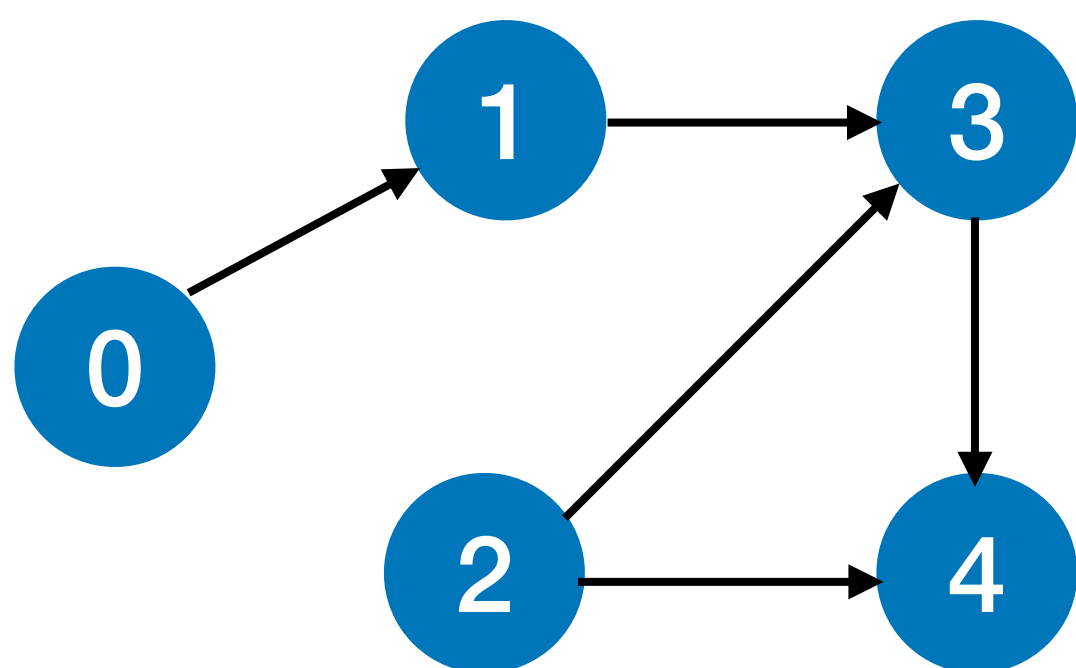
count

S

保存度为0的顶点
(也可用队列)

```

bool TopologicalSort(Graph G){
    InitStack(S);           //初始化栈，存储入度为0的顶点
    for(int i=0;i<G.vexnum;i++)
        if(indegree[i]==0)
            Push(S,i);       //将所有入度为0的顶点进栈
    int count=0;           //计数，记录当前已经输出的顶点数
    while(!IsEmpty(S)){    //栈不空，则存在入度为0的顶点
        Pop(S,i);          //栈顶元素出栈
        print[count++]=i;   //输出顶点i
        for(p=G.vertices[i].firstarc;p;p=p->nextarc){
            //将所有i指向的顶点的入度减1，并且将入度减为0的顶点压入栈s
            v=p->adjvex;
            if(!(--indegree[v]))
                Push(S,v);   //入度为0，则入栈
        }
    }//while
    if(count<G.vexnum)
        return false;      //排序失败，有向图中有回路
    else
        return true;       //拓扑排序成功
}
  
```

indegree[]

0
0
0
1
1

当前顶
点入度

print[]

2
0
-1
-1
-1

记录拓
扑序列

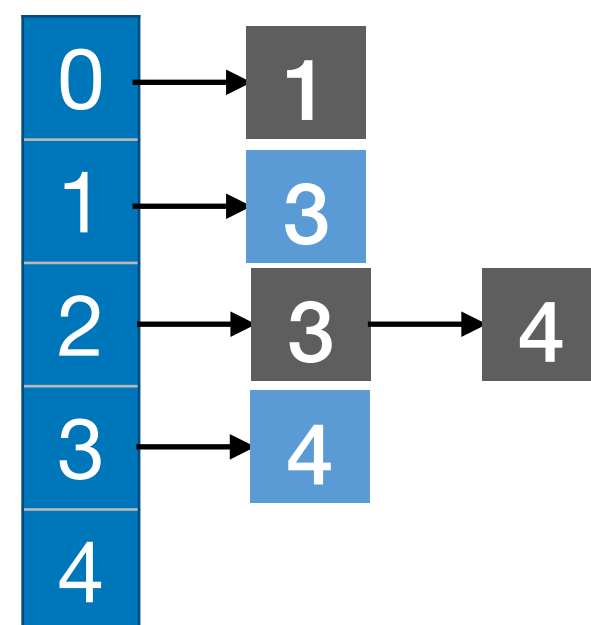
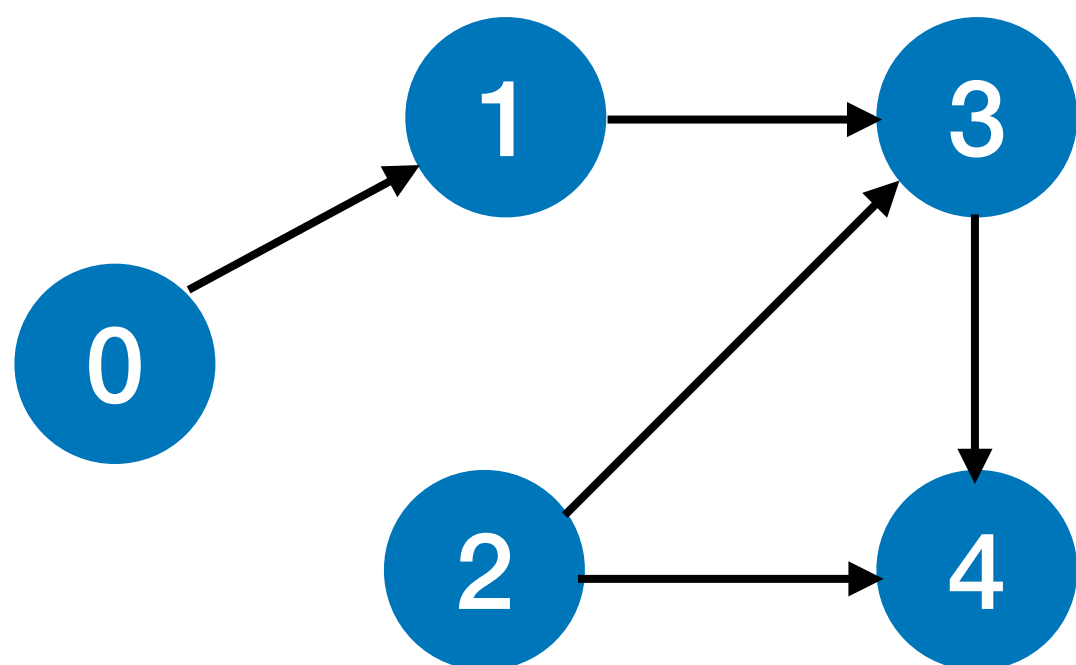
count

S

保存度为0的顶点
(也可用队列)

```

bool TopologicalSort(Graph G){
    InitStack(S);           //初始化栈，存储入度为0的顶点
    for(int i=0;i<G.vexnum;i++){
        if(indegree[i]==0)
            Push(S,i);       //将所有入度为0的顶点进栈
    }
    int count=0;           //计数，记录当前已经输出的顶点数
    while(!IsEmpty(S)){    //栈不空，则存在入度为0的顶点
        Pop(S,i);          //栈顶元素出栈
        print[count++]=i;   //输出顶点i
        for(p=G.vertices[i].firstarc;p;p=p->nextarc){
            //将所有i指向的顶点的入度减1，并且将入度减为0的顶点压入栈s
            v=p->adjvex;
            if(!(--indegree[v]))
                Push(S,v);   //入度为0，则入栈
        }
    }
    if(count<G.vexnum)
        return false;      //排序失败，有向图中有回路
    else
        return true;       //拓扑排序成功
}
  
```



indegree[]

0
0
0
1
1

当前顶
点入度

print[]

2
0
1
-1
-1

记录拓
扑序列

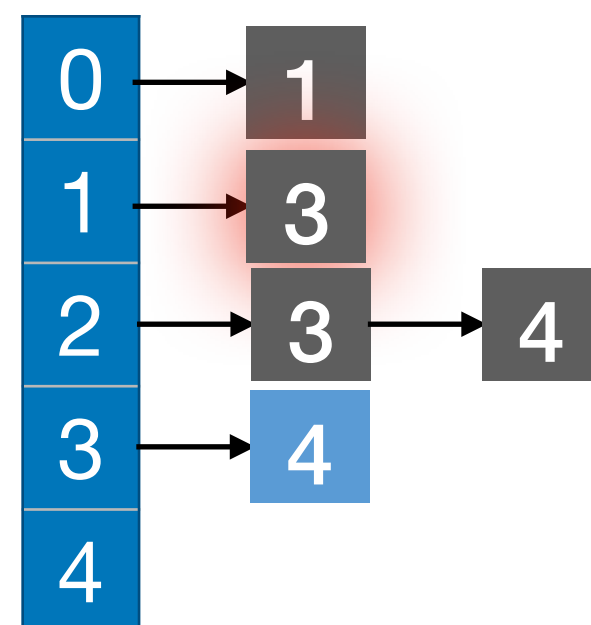
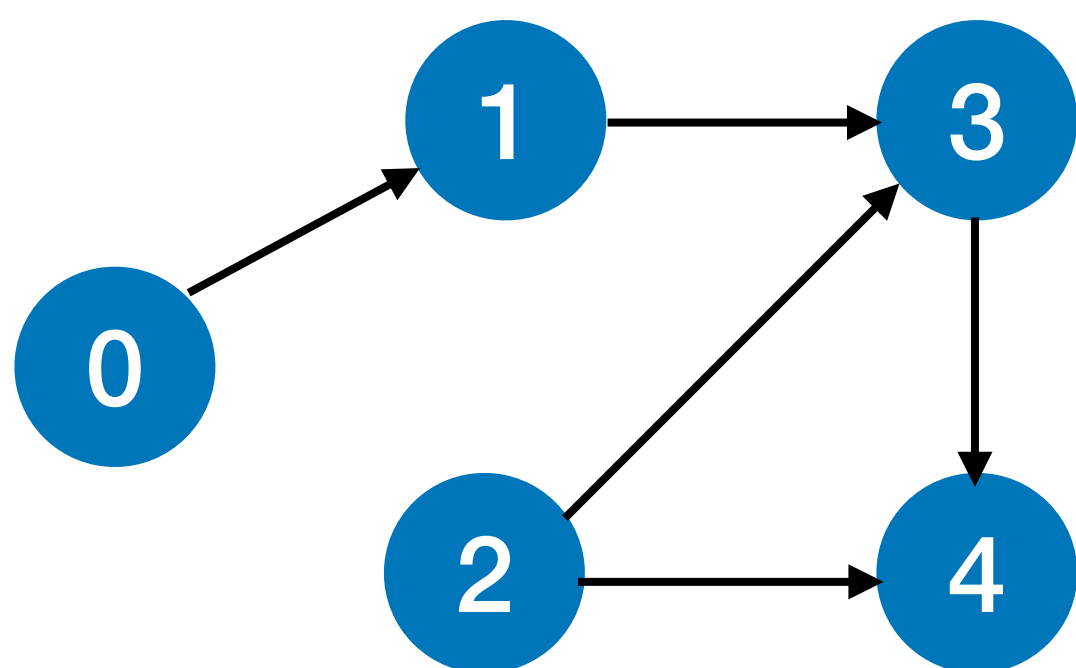
count

S

保存度为0的顶点
(也可用队列)

```

bool TopologicalSort(Graph G){
    InitStack(S);           //初始化栈，存储入度为0的顶点
    for(int i=0;i<G.vexnum;i++)
        if(indegree[i]==0)
            Push(S,i);       //将所有入度为0的顶点进栈
    int count=0;           //计数，记录当前已经输出的顶点数
    while(!IsEmpty(S)){    //栈不空，则存在入度为0的顶点
        Pop(S,i);          //栈顶元素出栈
        print[count++]=i;   //输出顶点i
        for(p=G.vertices[i].firstarc;p;p=p->nextarc){
            //将所有i指向的顶点的入度减1，并且将入度减为0的顶点压入栈s
            v=p->adjvex;
            if(!(--indegree[v]))
                Push(S,v);   //入度为0，则入栈
        }
    }//while
    if(count<G.vexnum)
        return false;      //排序失败，有向图中有回路
    else
        return true;       //拓扑排序成功
}
  
```

indegree[]

0
0
0
1
1

当前顶
点入度

print[]

2
0
1
-1
-1

记录拓
扑序列

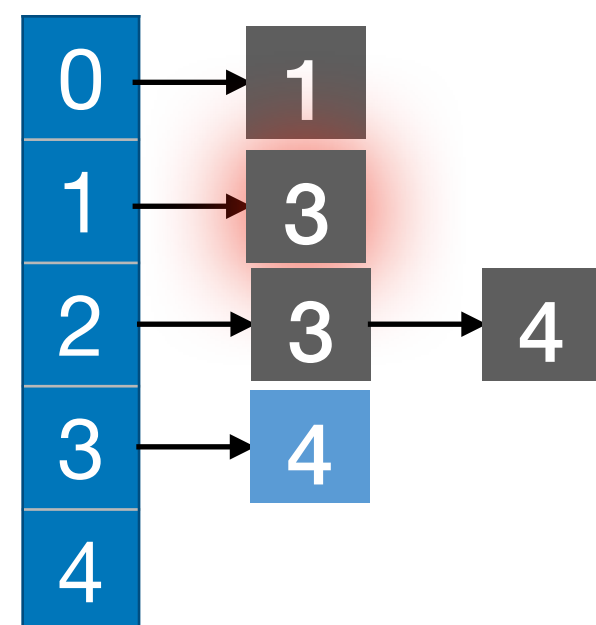
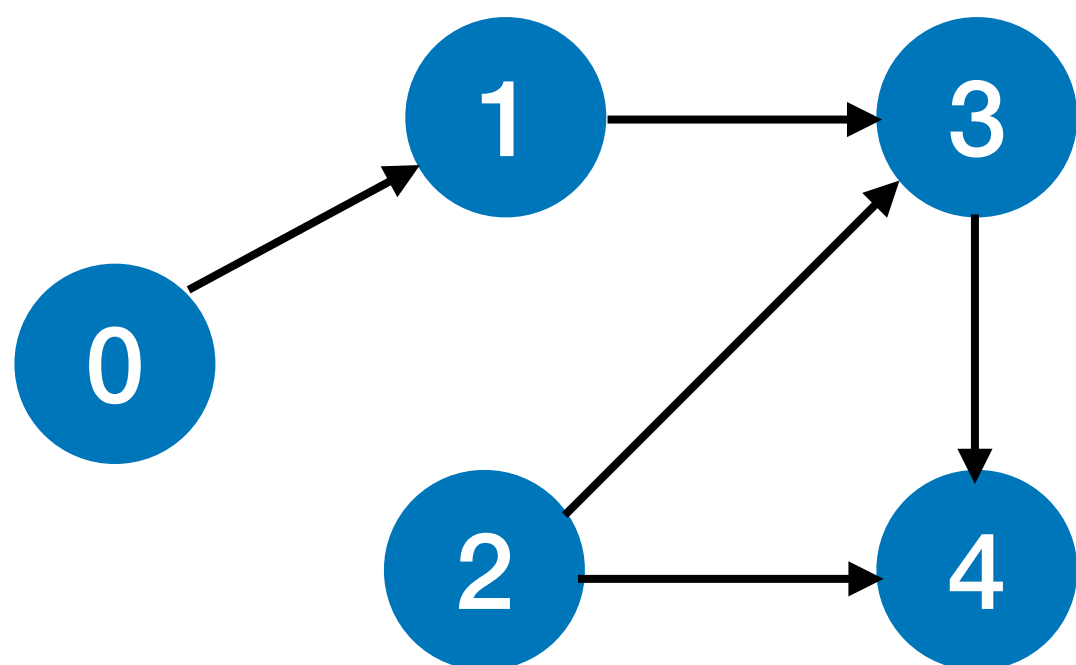
count

S

保存度为0的顶点
(也可用队列)

```

bool TopologicalSort(Graph G){
    InitStack(S);           //初始化栈，存储入度为0的顶点
    for(int i=0;i<G.vexnum;i++)
        if(indegree[i]==0)
            Push(S,i);      //将所有入度为0的顶点进栈
    int count=0;           //计数，记录当前已经输出的顶点数
    while(!IsEmpty(S)){    //栈不空，则存在入度为0的顶点
        Pop(S,i);          //栈顶元素出栈
        print[count++]=i;   //输出顶点i
        for(p=G.vertices[i].firstarc;p;p=p->nextarc){
            //将所有i指向的顶点的入度减1，并且将入度减为0的顶点压入栈s
            v=p->adjvex;
            if(!(--indegree[v]))
                Push(S,v);  //入度为0，则入栈
        }
    }//while
    if(count<G.vexnum)
        return false;      //排序失败，有向图中有回路
    else
        return true;       //拓扑排序成功
}
  
```



indegree[]

0
0
0
0
1

当前顶
点入度

print[]

2
0
1
-1
-1

记录拓
扑序列

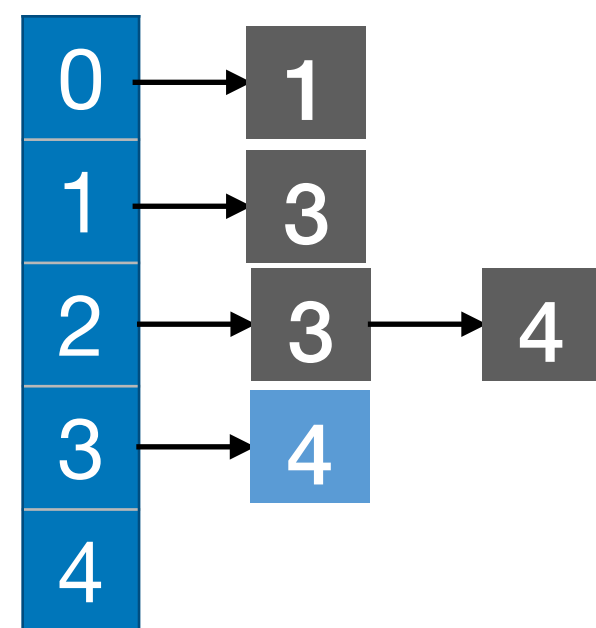
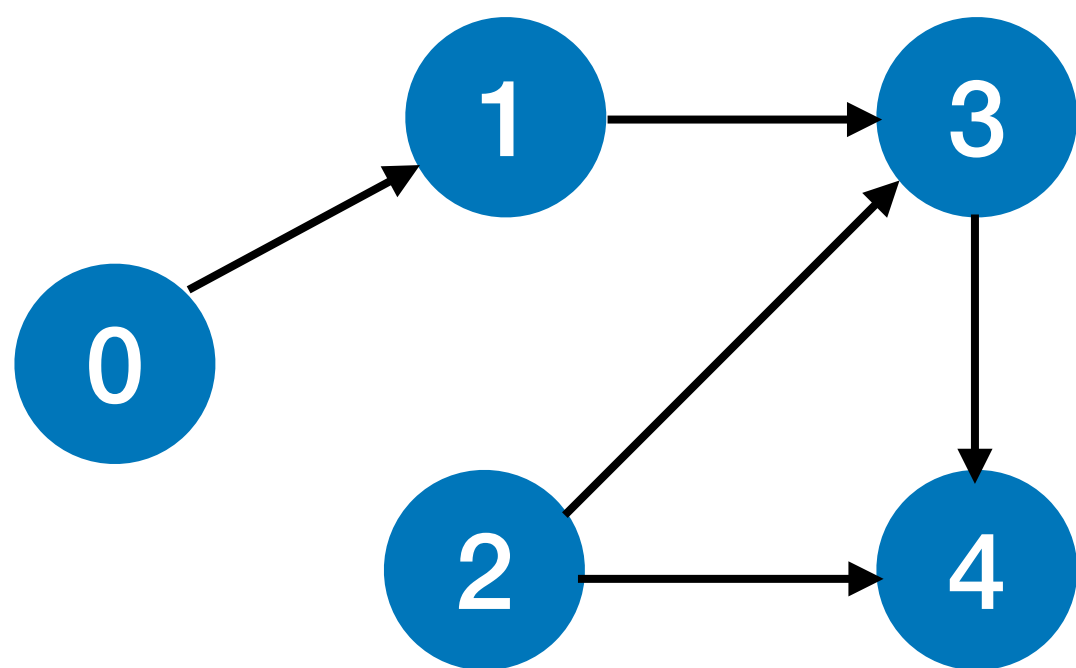
count

S

保存度为0的顶点
(也可用队列)

```

bool TopologicalSort(Graph G){
    InitStack(S);           //初始化栈，存储入度为0的顶点
    for(int i=0;i<G.vexnum;i++)
        if(indegree[i]==0)
            Push(S,i);       //将所有入度为0的顶点进栈
    int count=0;            //计数，记录当前已经输出的顶点数
    while(!IsEmpty(S)){     //栈不空，则存在入度为0的顶点
        Pop(S,i);           //栈顶元素出栈
        print[count++]=i;    //输出顶点i
        for(p=G.vertices[i].firstarc;p;p=p->nextarc){
            //将所有i指向的顶点的入度减1，并且将入度减为0的顶点压入栈s
            v=p->adjvex;
            if(!(--indegree[v]))
                Push(S,v);    //入度为0，则入栈
        }
    }//while
    if(count<G.vexnum)
        return false;       //排序失败，有向图中有回路
    else
        return true;        //拓扑排序成功
}
  
```



indegree[]

0
0
0
0
1

当前顶
点入度

print[]

2
0
1
-1
-1

记录拓
扑序列

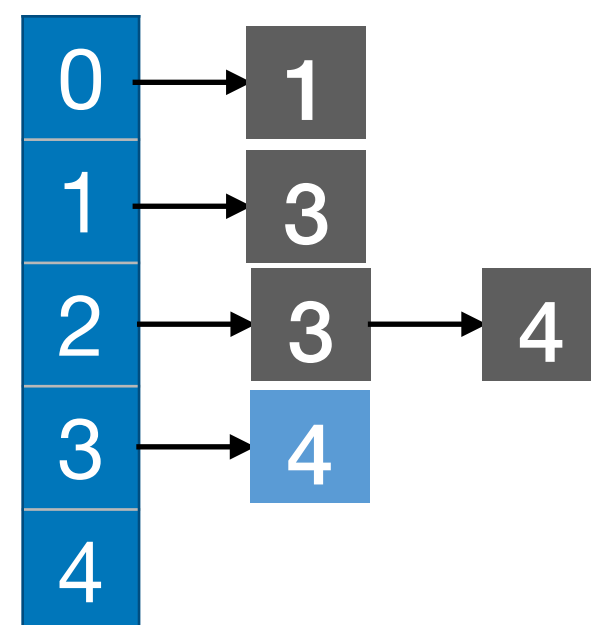
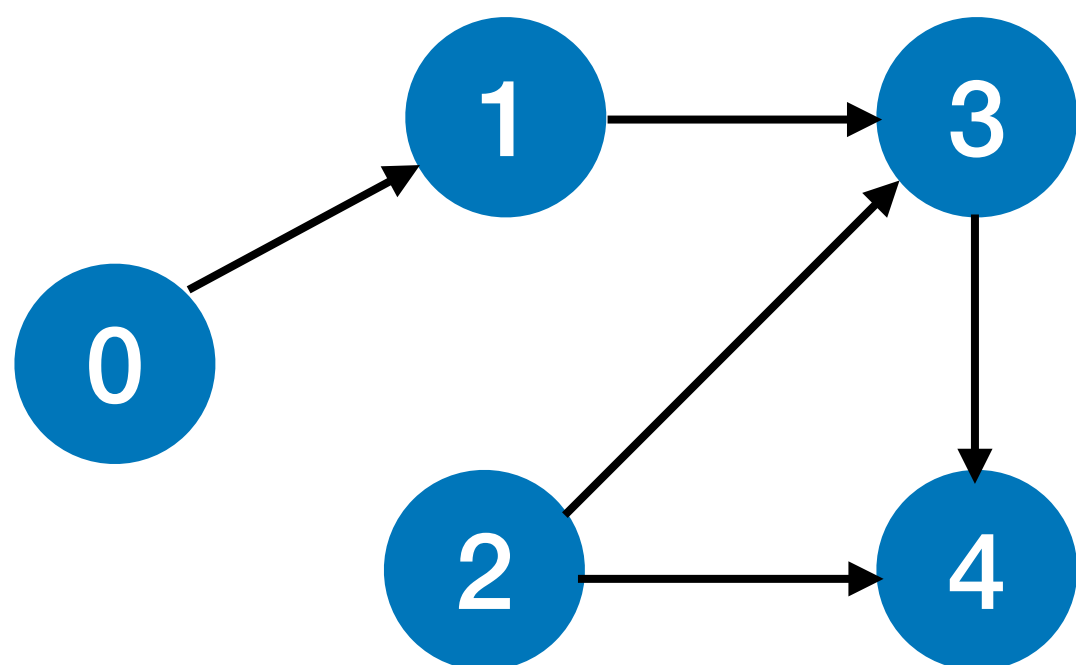
count

S

保存度为0的顶点
(也可用队列)

```

bool TopologicalSort(Graph G){
    InitStack(S);           //初始化栈，存储入度为0的顶点
    for(int i=0;i<G.vexnum;i++){
        if(indegree[i]==0)
            Push(S,i);      //将所有入度为0的顶点进栈
    }
    int count=0;           //计数，记录当前已经输出的顶点数
    while(!IsEmpty(S)){    //栈不空，则存在入度为0的顶点
        Pop(S,i);          //栈顶元素出栈
        print[count++]=i;   //输出顶点i
        for(p=G.vertices[i].firstarc;p;p=p->nextarc){
            //将所有i指向的顶点的入度减1，并且将入度减为0的顶点压入栈s
            v=p->adjvex;
            if(!(--indegree[v]))
                Push(S,v);  //入度为0，则入栈
        }
    }
    if(count<G.vexnum)
        return false;      //排序失败，有向图中有回路
    else
        return true;       //拓扑排序成功
}
  
```

indegree[]

0
0
0
0
1

当前顶
点入度

print[]

2
0
1
3
-1

记录拓
扑序列

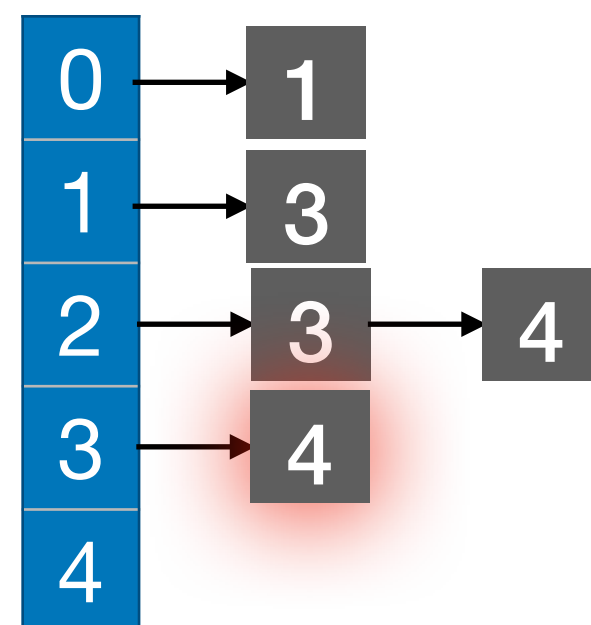
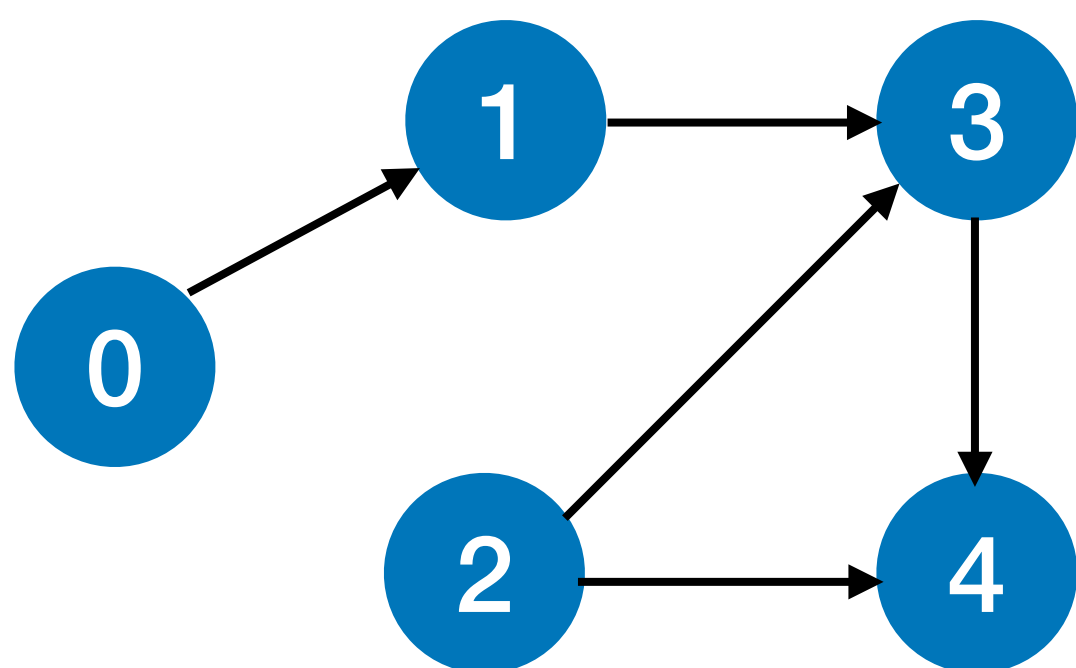
count

S

保存度为0的顶点
(也可用队列)

```

bool TopologicalSort(Graph G){
    InitStack(S);           //初始化栈，存储入度为0的顶点
    for(int i=0;i<G.vexnum;i++)
        if(indegree[i]==0)
            Push(S,i);       //将所有入度为0的顶点进栈
    int count=0;           //计数，记录当前已经输出的顶点数
    while(!IsEmpty(S)){    //栈不空，则存在入度为0的顶点
        Pop(S,i);          //栈顶元素出栈
        print[count++]=i;   //输出顶点i
        for(p=G.vertices[i].firstarc;p;p=p->nextarc){
            //将所有i指向的顶点的入度减1，并且将入度减为0的顶点压入栈s
            v=p->adjvex;
            if(!(--indegree[v]))
                Push(S,v);   //入度为0，则入栈
        }
    }//while
    if(count<G.vexnum)
        return false;      //排序失败，有向图中有回路
    else
        return true;       //拓扑排序成功
}
  
```



indegree[]

0
0
0
0
1

当前顶
点入度

print[]

2
0
1
3
-1

记录拓
扑序列

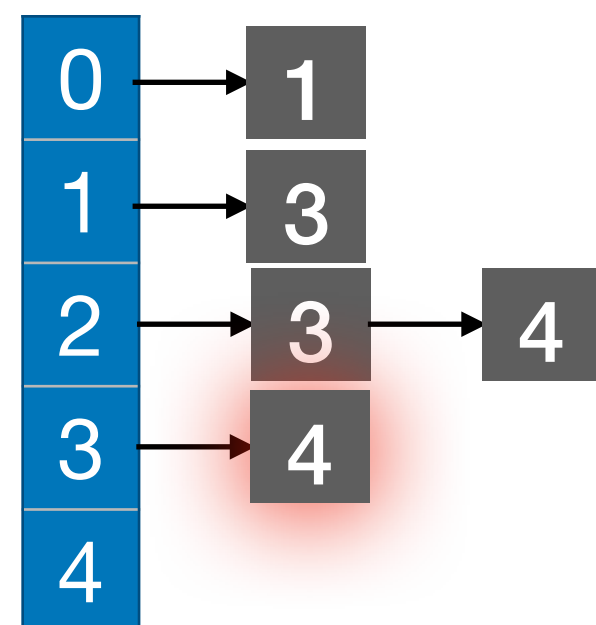
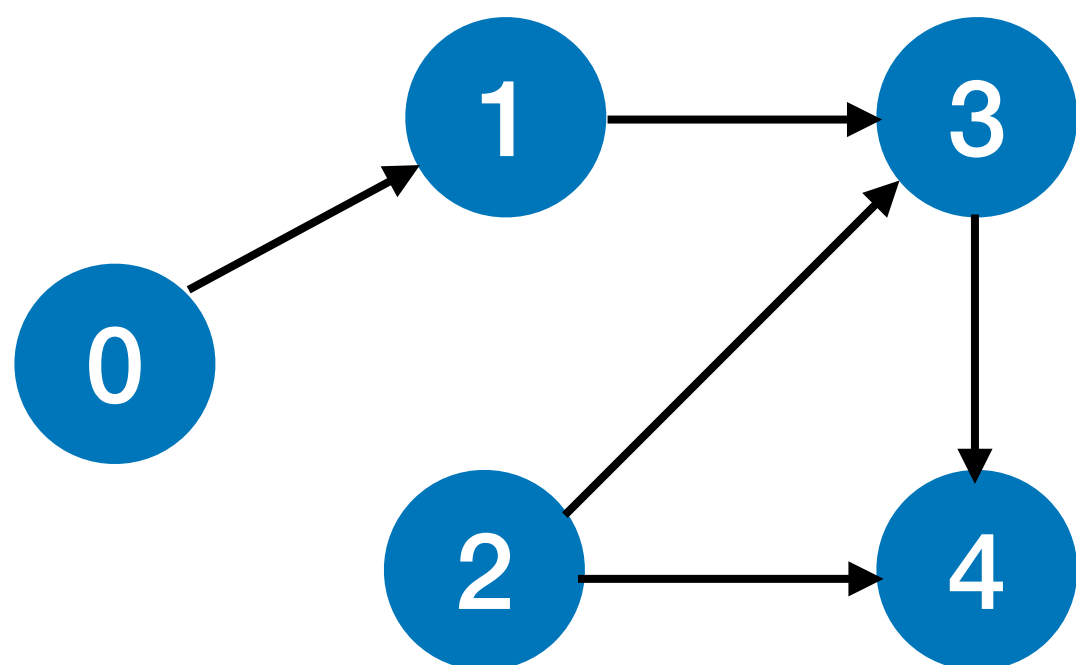
count

S

保存度为0的顶点
(也可用队列)

```

bool TopologicalSort(Graph G){
    InitStack(S);           //初始化栈，存储入度为0的顶点
    for(int i=0;i<G.vexnum;i++){
        if(indegree[i]==0)
            Push(S,i);       //将所有入度为0的顶点进栈
    }
    int count=0;           //计数，记录当前已经输出的顶点数
    while(!IsEmpty(S)){    //栈不空，则存在入度为0的顶点
        Pop(S,i);          //栈顶元素出栈
        print[count++]=i;   //输出顶点i
        for(p=G.vertices[i].firstarc;p;p=p->nextarc){
            //将所有i指向的顶点的入度减1，并且将入度减为0的顶点压入栈s
            v=p->adjvex;
            if(!(--indegree[v]))
                Push(S,v);   //入度为0，则入栈
        }
    } //while
    if(count<G.vexnum)
        return false;      //排序失败，有向图中有回路
    else
        return true;       //拓扑排序成功
}
  
```



indegree[]

0
0
0
0
0

当前顶
点入度

print[]

2
0
1
3
-1

记录拓
扑序列

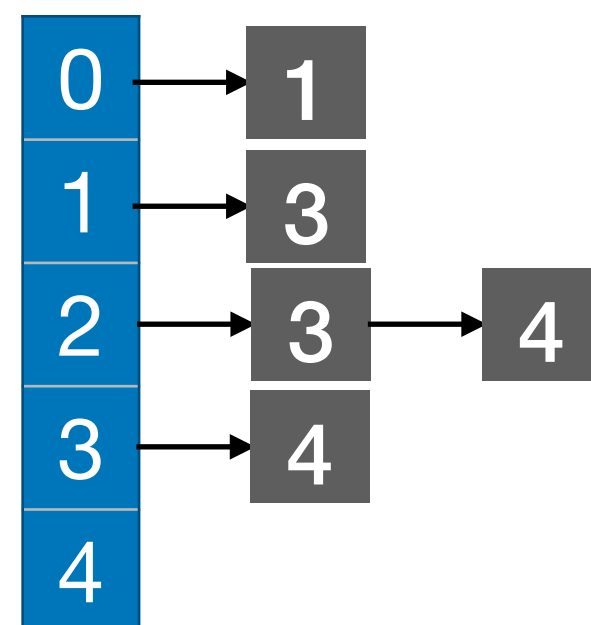
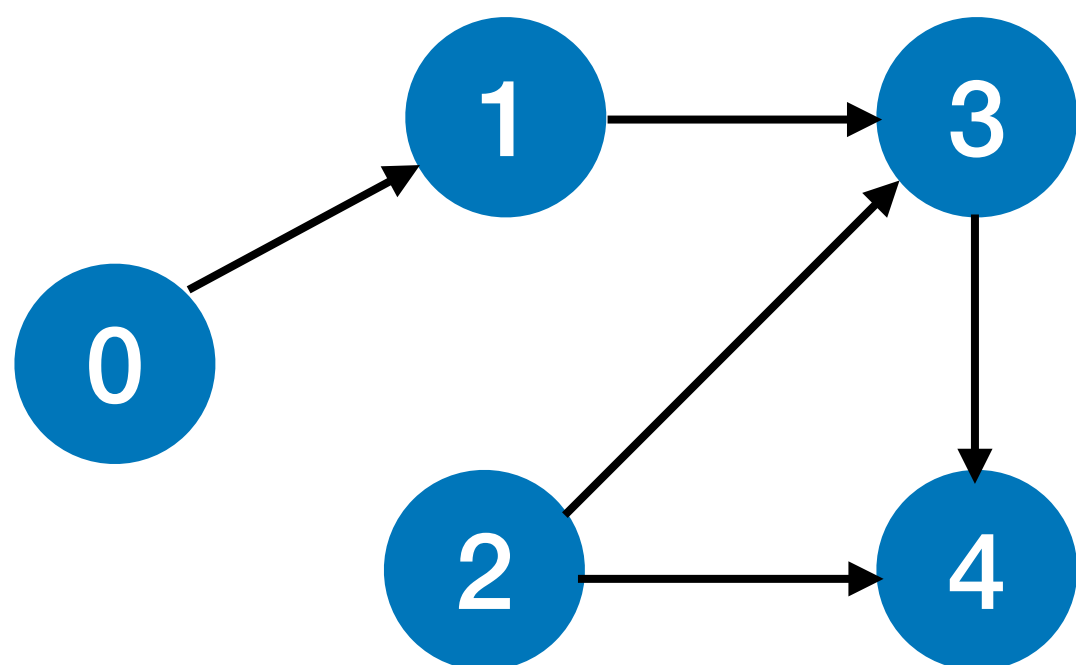
count

S

保存度为0的顶点
(也可用队列)

```

bool TopologicalSort(Graph G){
    InitStack(S);           //初始化栈，存储入度为0的顶点
    for(int i=0;i<G.vexnum;i++){
        if(indegree[i]==0)
            Push(S,i);      //将所有入度为0的顶点进栈
    }
    int count=0;           //计数，记录当前已经输出的顶点数
    while(!IsEmpty(S)){    //栈不空，则存在入度为0的顶点
        Pop(S,i);          //栈顶元素出栈
        print[count++]=i;   //输出顶点i
        for(p=G.vertices[i].firstarc;p;p=p->nextarc){
            //将所有i指向的顶点的入度减1，并且将入度减为0的顶点压入栈s
            v=p->adjvex;
            if(!(--indegree[v]))
                Push(S,v);  //入度为0，则入栈
        }
    }
    if(count<G.vexnum)
        return false;      //排序失败，有向图中有回路
    else
        return true;       //拓扑排序成功
}
  
```

indegree[]

0
0
0
0
0

当前顶
点入度

print[]

2
0
1
3
-1

记录拓
扑序列

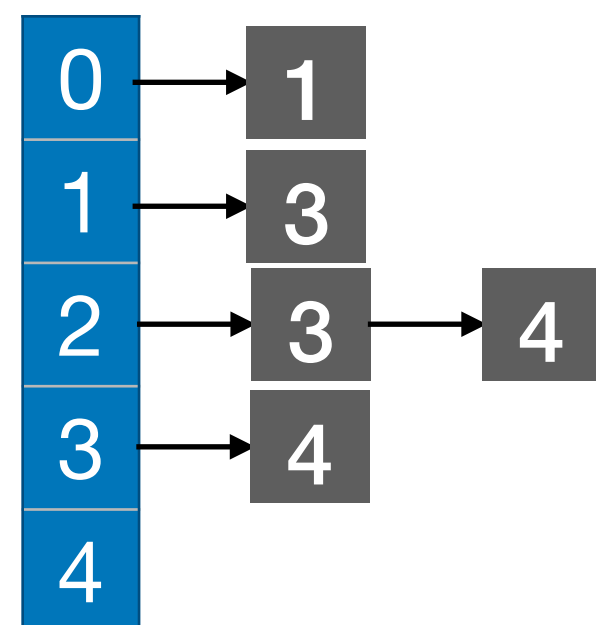
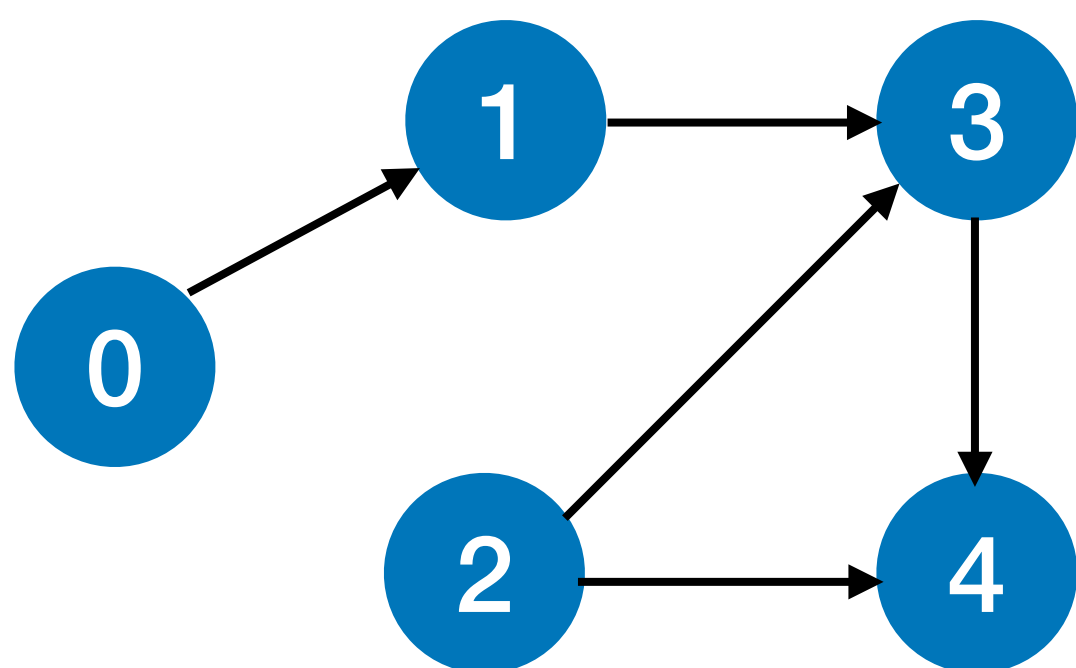
count

S

保存度为0的顶点
(也可用队列)

```

bool TopologicalSort(Graph G){
    InitStack(S);           //初始化栈，存储入度为0的顶点
    for(int i=0;i<G.vexnum;i++){
        if(indegree[i]==0)
            Push(S,i);      //将所有入度为0的顶点进栈
    }
    int count=0;           //计数，记录当前已经输出的顶点数
    while(!IsEmpty(S)){    //栈不空，则存在入度为0的顶点
        Pop(S,i);          //栈顶元素出栈
        print[count++]=i;   //输出顶点i
        for(p=G.vertices[i].firstarc;p;p=p->nextarc){
            //将所有i指向的顶点的入度减1，并且将入度减为0的顶点压入栈s
            v=p->adjvex;
            if(!(--indegree[v]))
                Push(S,v);  //入度为0，则入栈
        }
    }
    if(count<G.vexnum)
        return false;      //排序失败，有向图中有回路
    else
        return true;       //拓扑排序成功
}
  
```



indegree[]

0
0
0
0
0

当前顶
点入度

print[]

2
0
1
3
4

记录拓
扑序列

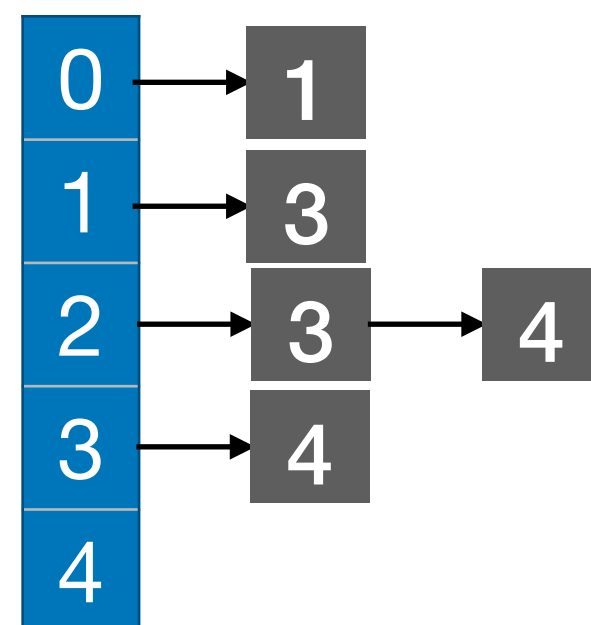
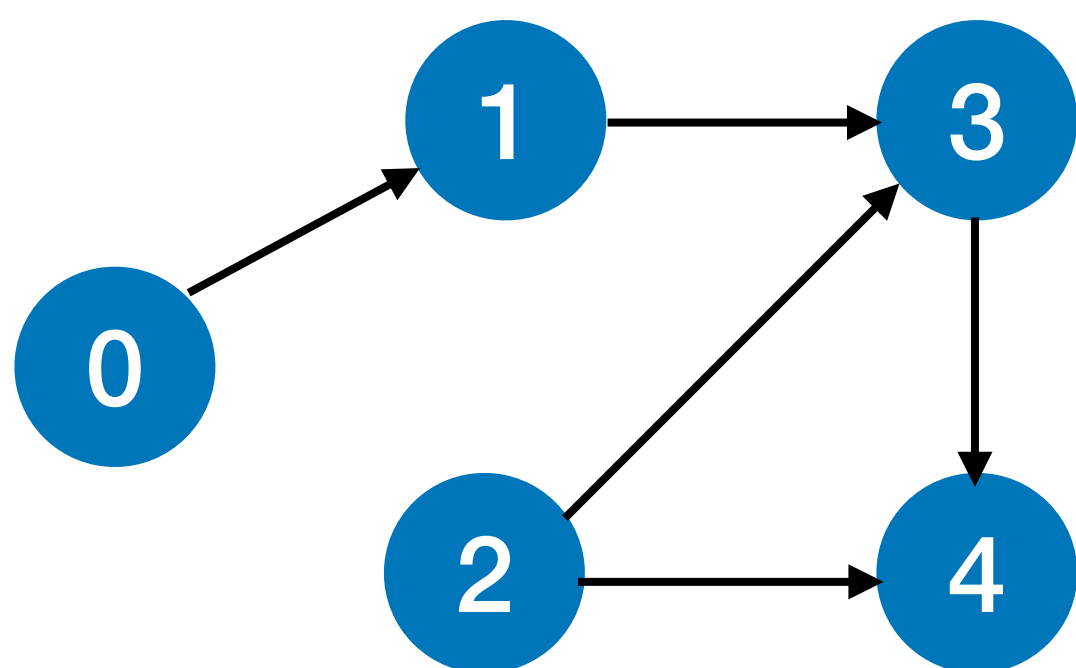
count

保存度为0的顶点
(也可用队列)



```

bool TopologicalSort(Graph G){
    InitStack(S);           //初始化栈，存储入度为0的顶点
    for(int i=0;i<G.vexnum;i++){
        if(indegree[i]==0)
            Push(S,i);      //将所有入度为0的顶点进栈
    }
    int count=0;           //计数，记录当前已经输出的顶点数
    while(!IsEmpty(S)){    //栈不空，则存在入度为0的顶点
        Pop(S,i);          //栈顶元素出栈
        print[count++]=i;   //输出顶点i
        for(p=G.vertices[i].firstarc;p;p=p->nextarc){
            //将所有i指向的顶点的入度减1，并且将入度减为0的顶点压入栈s
            v=p->adjvex;
            if(!(--indegree[v]))
                Push(S,v);  //入度为0，则入栈
        }
    }
    if(count<G.vexnum)
        return false;      //排序失败，有向图中有回路
    else
        return true;       //拓扑排序成功
}
  
```

每个顶点都需要
处理一次

每条边都需要处
理一次

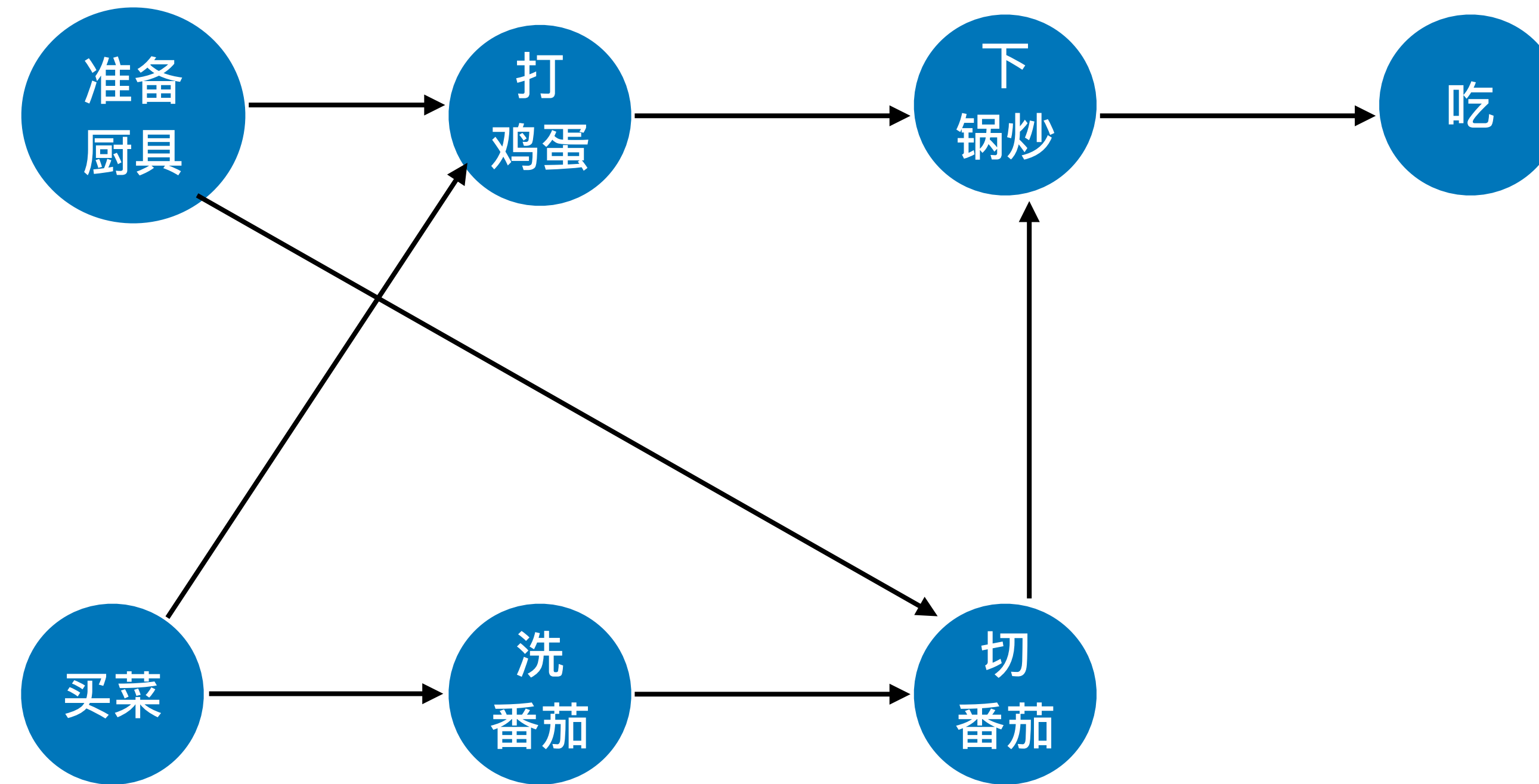
时间复杂度: $O(|V|+|E|)$

若采用邻接矩阵, 则需 $O(|V|^2)$

```

bool TopologicalSort(Graph G){
    InitStack(S);           //初始化栈, 存储入度为0的顶点
    for(int i=0;i<G.vexnum;i++)
        if(indegree[i]==0)
            Push(S,i);       //将所有入度为0的顶点进栈
    int count=0;           //计数, 记录当前已经输出的顶点数
    while(!IsEmpty(S)){    //栈不空, 则存在入度为0的顶点
        Pop(S,i);          //栈顶元素出栈
        print[count++]=i;   //输出顶点i
        for(p=G.vertices[i].firstarc;p;p=p->nextarc){
            //将所有i指向的顶点的入度减1, 并且将入度减为0的顶点压入栈s
            v=p->adjvex;
            if(!(--indegree[v]))
                Push(S,v);   //入度为0, 则入栈
        }
    }//while
    if(count<G.vexnum)
        return false;      //排序失败, 有向图中有回路
    else
        return true;       //拓扑排序成功
}
  
```

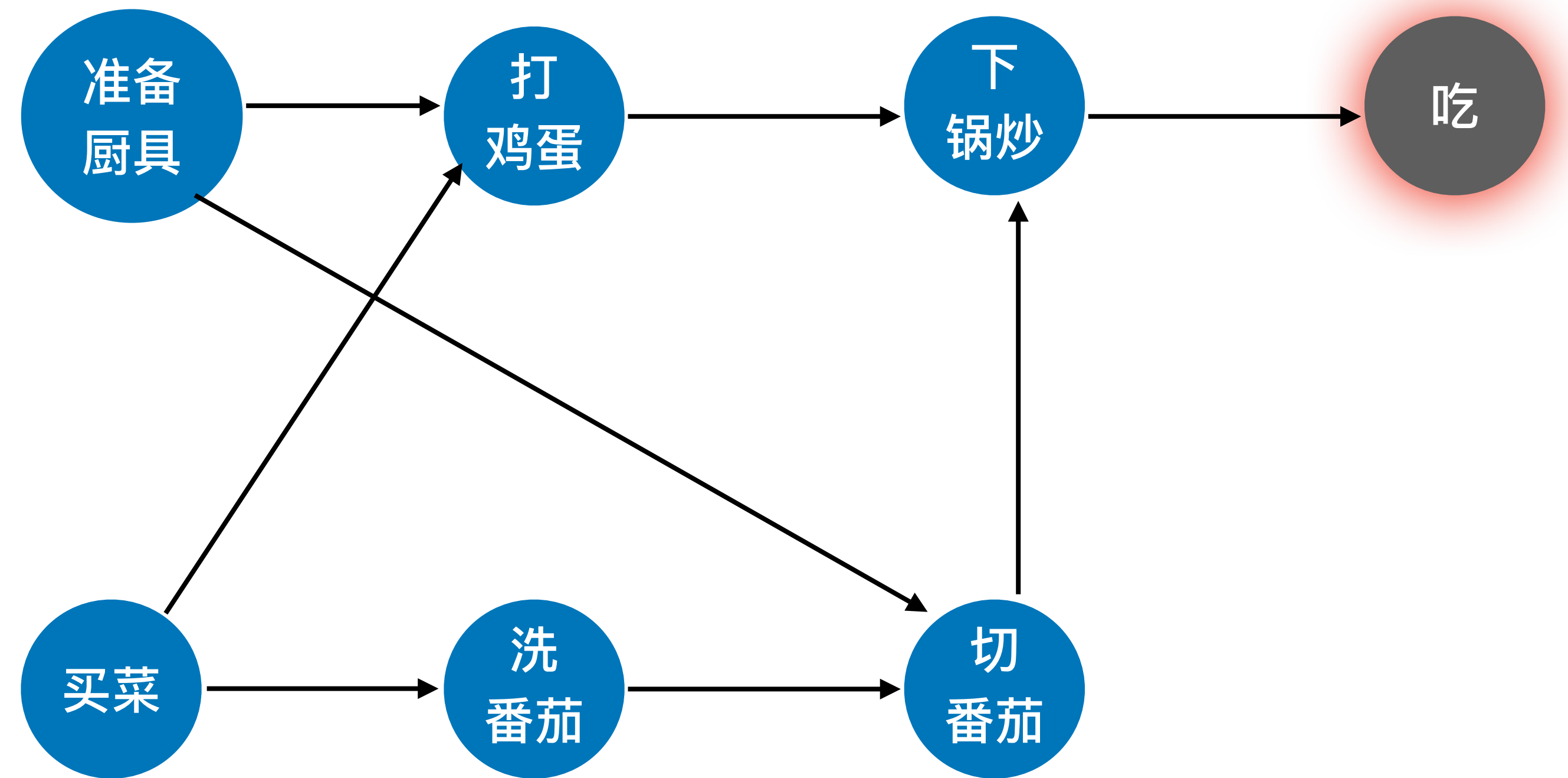
逆拓扑排序



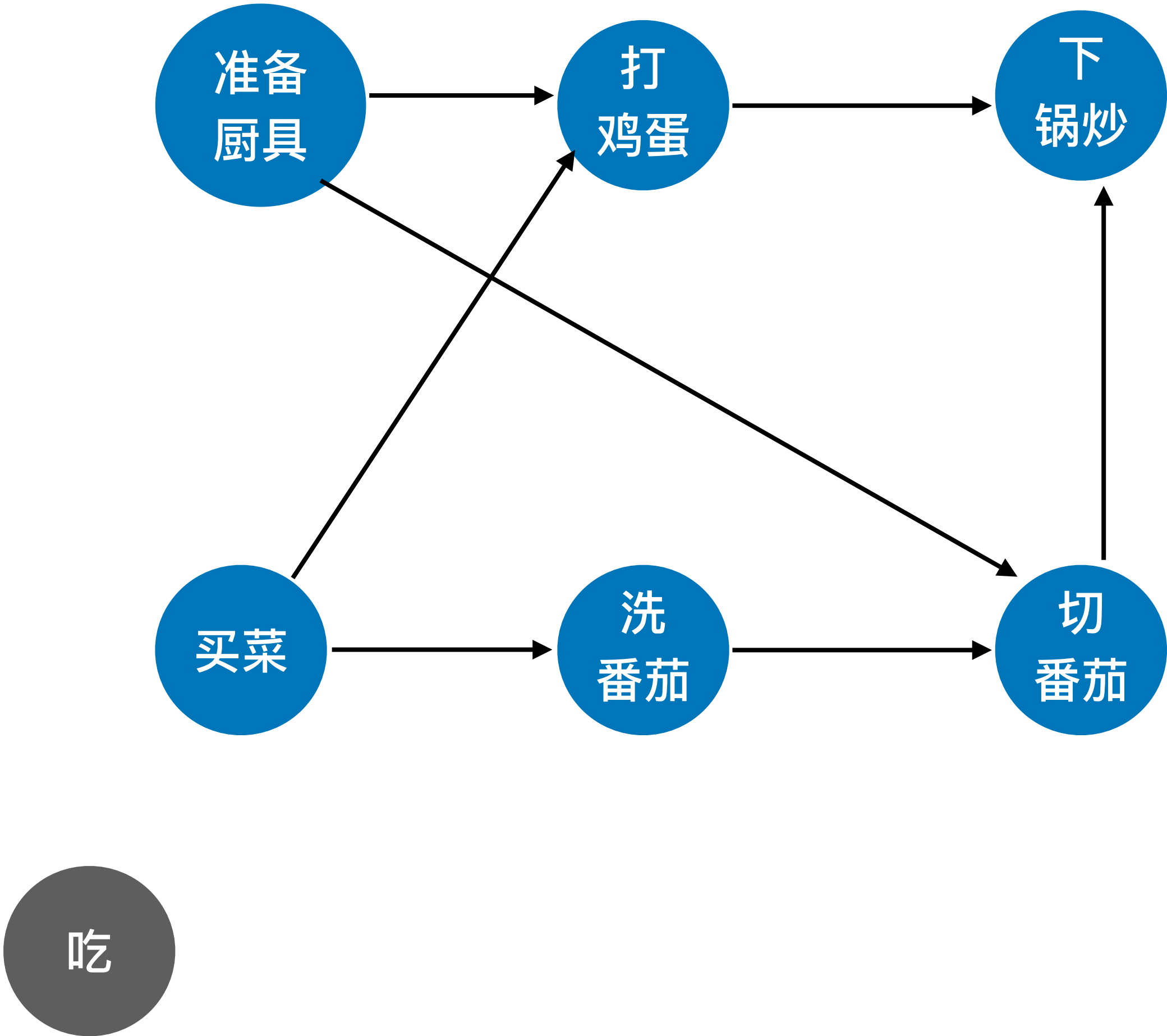
对一个AOV网，如果采用下列步骤进行排序，则称之为**逆拓扑排序**：

- ① 从AOV网中选择一个没有后继（**出度为0**）的顶点并输出。
- ② 从网中删除该顶点和所有以它为终点的有向边。
- ③ 重复①和②直到当前的AOV网为空。

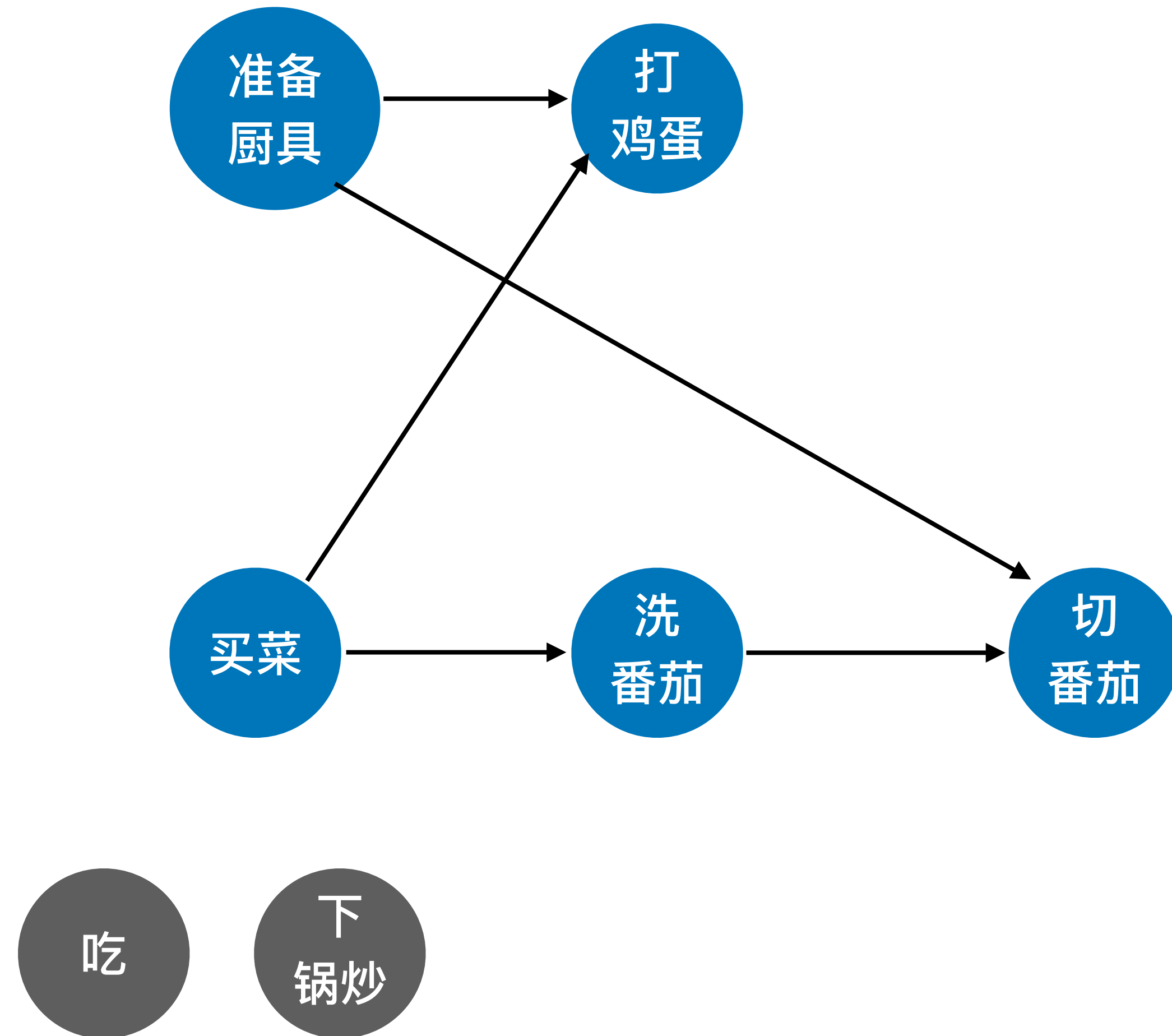
逆拓扑排序



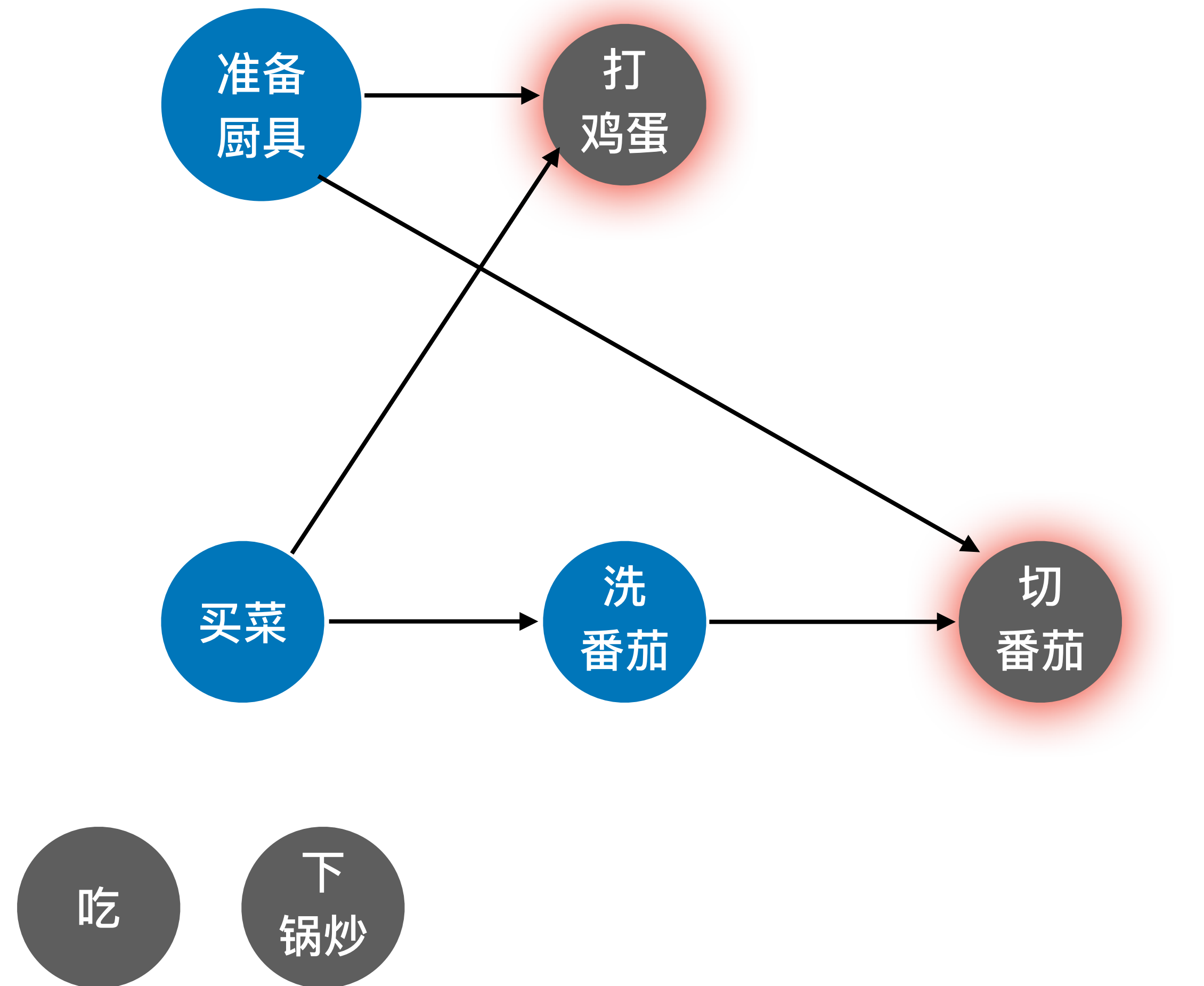
逆拓扑排序



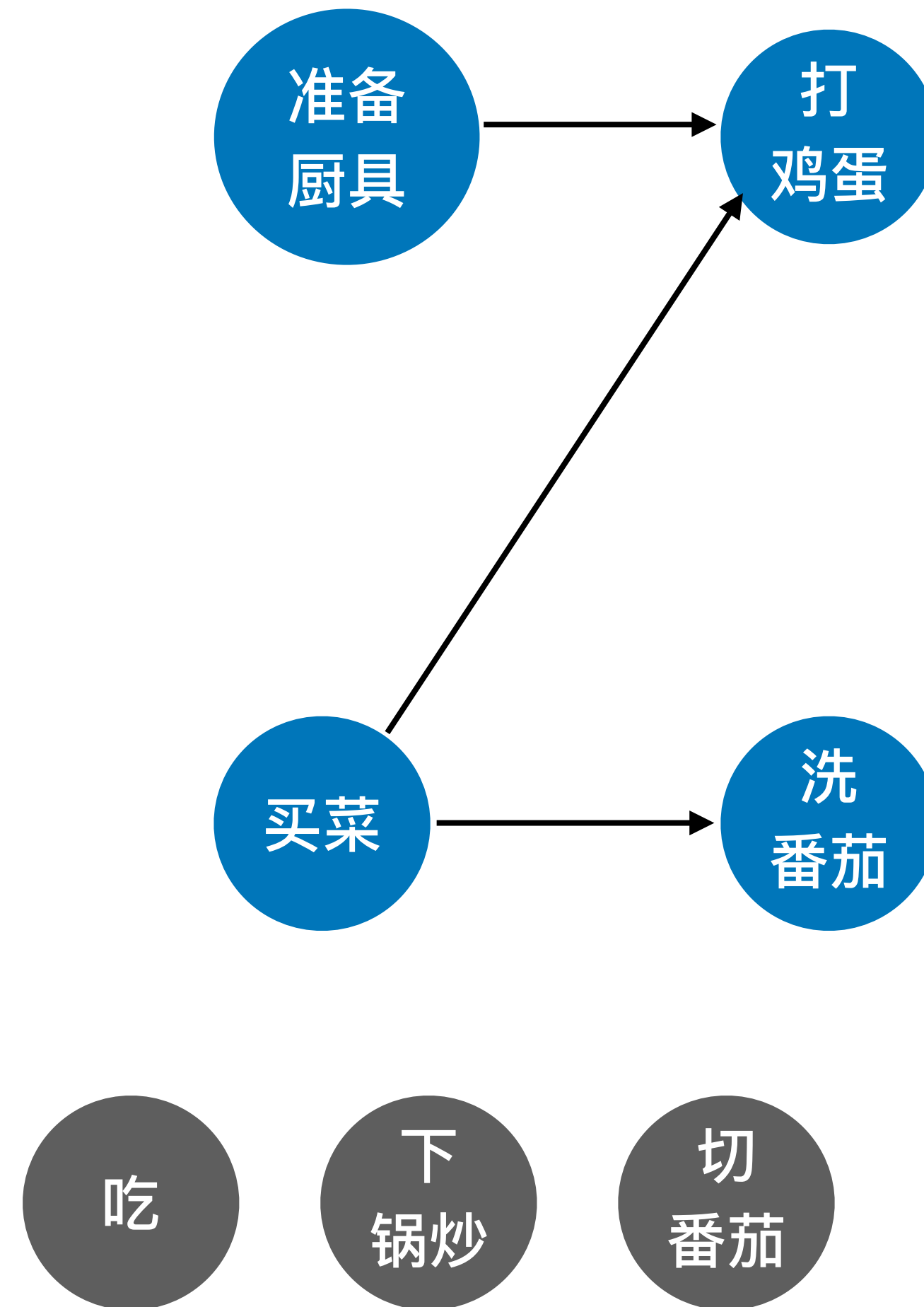
逆拓扑排序



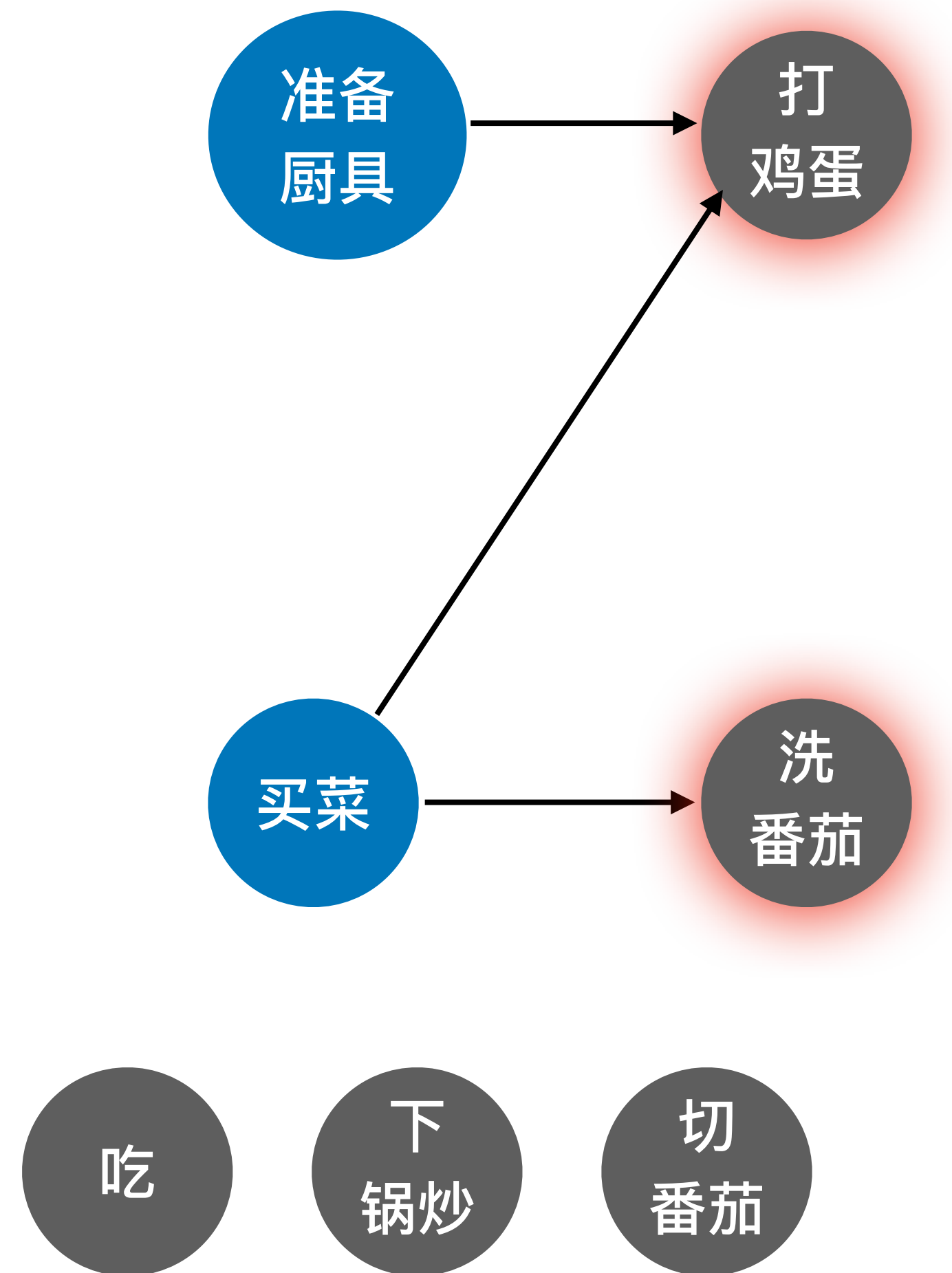
逆拓扑排序



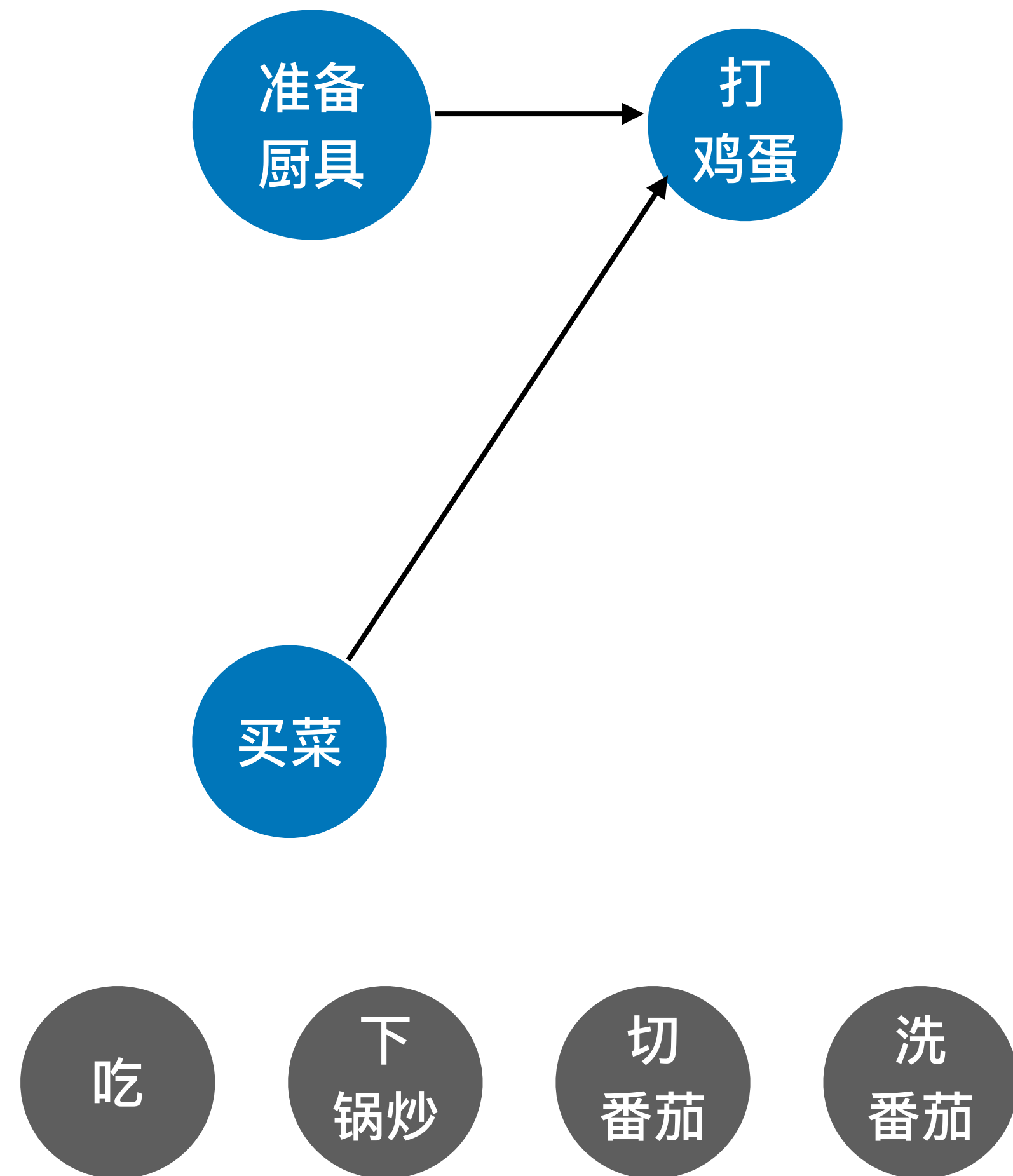
逆拓扑排序



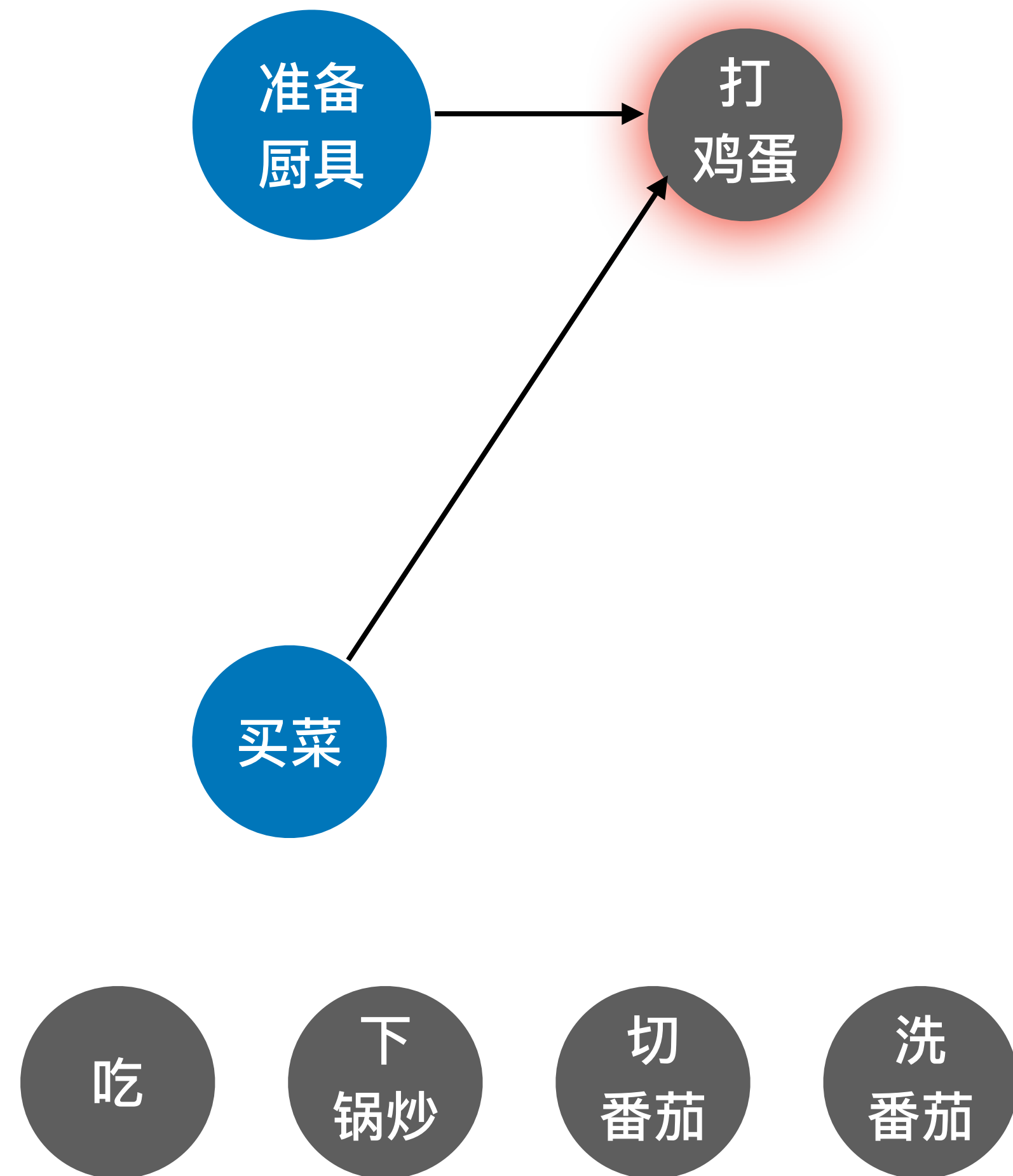
逆拓扑排序



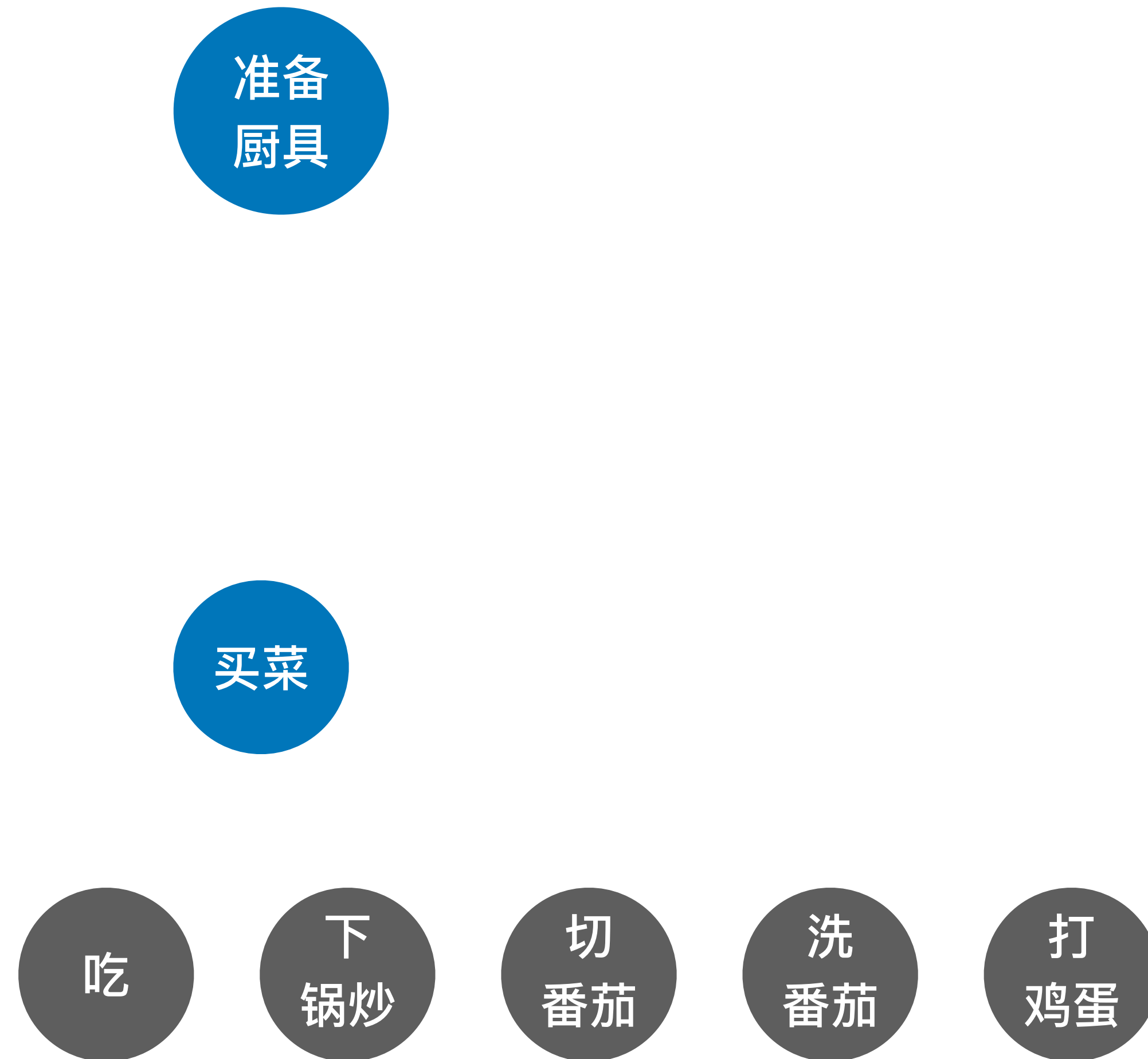
逆拓扑排序



逆拓扑排序



逆拓扑排序



逆拓扑排序



准备
厨具

买菜

吃

下
锅炒

切
番茄

洗
番茄

打
鸡蛋

逆拓扑排序



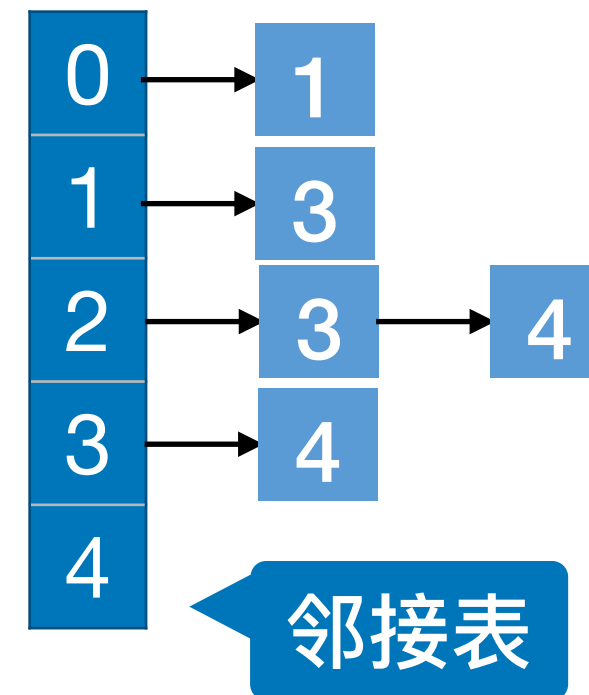
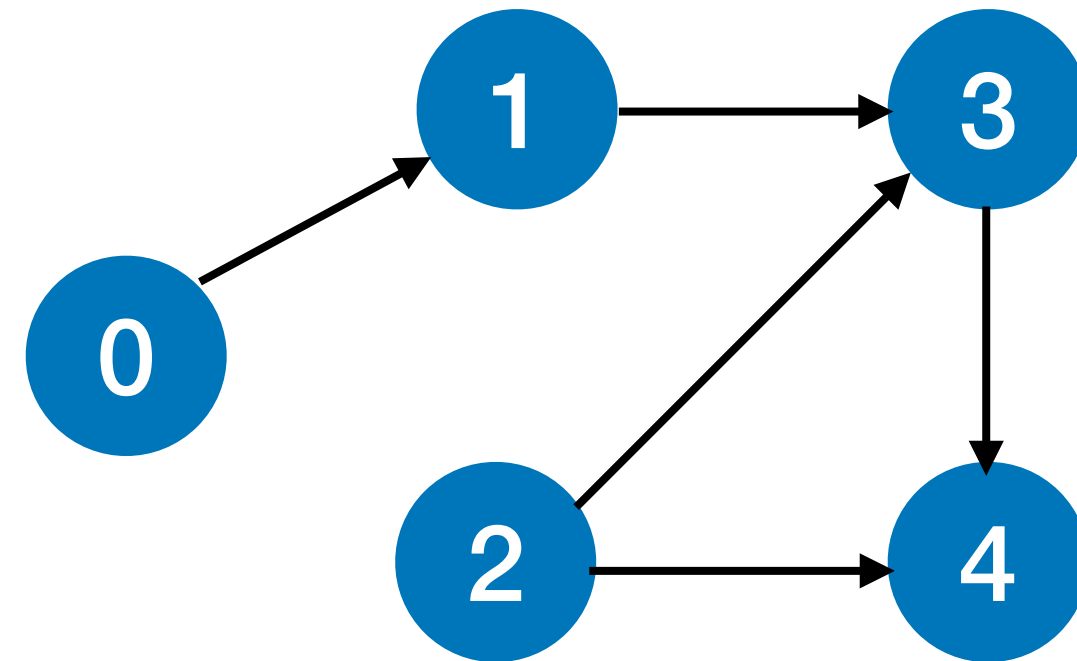
对一个AOV网**逆拓扑排序**:

- ① 从AOV网中选择一个没有后继 (**出度为0**) 的顶点并输出。
- ② 从网中删除该顶点和所有以它为终点的有向边。
- ③ 重复①和②直到当前的AOV网为空。



逆拓扑排序的实现

拓扑排序的实现

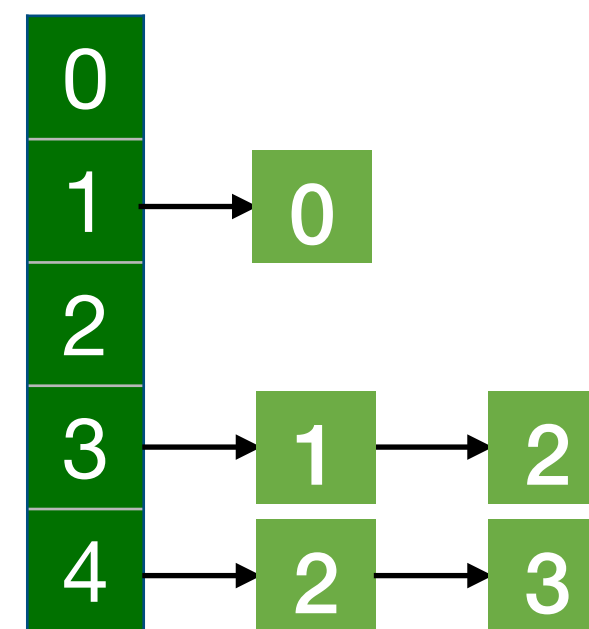


练习：模仿拓扑排序的思想实现**逆拓扑排序**

思考：使用不同的存储结构来对时间复杂度的影响

	0	1	2	3	4
0	0	1	0	0	0
1	0	0	0	1	0
2	0	0	0	1	1
3	0	0	0	0	1
4	0	0	0	0	0

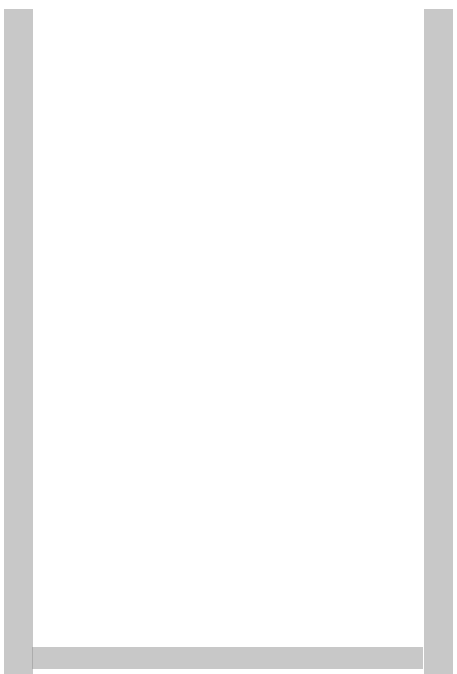
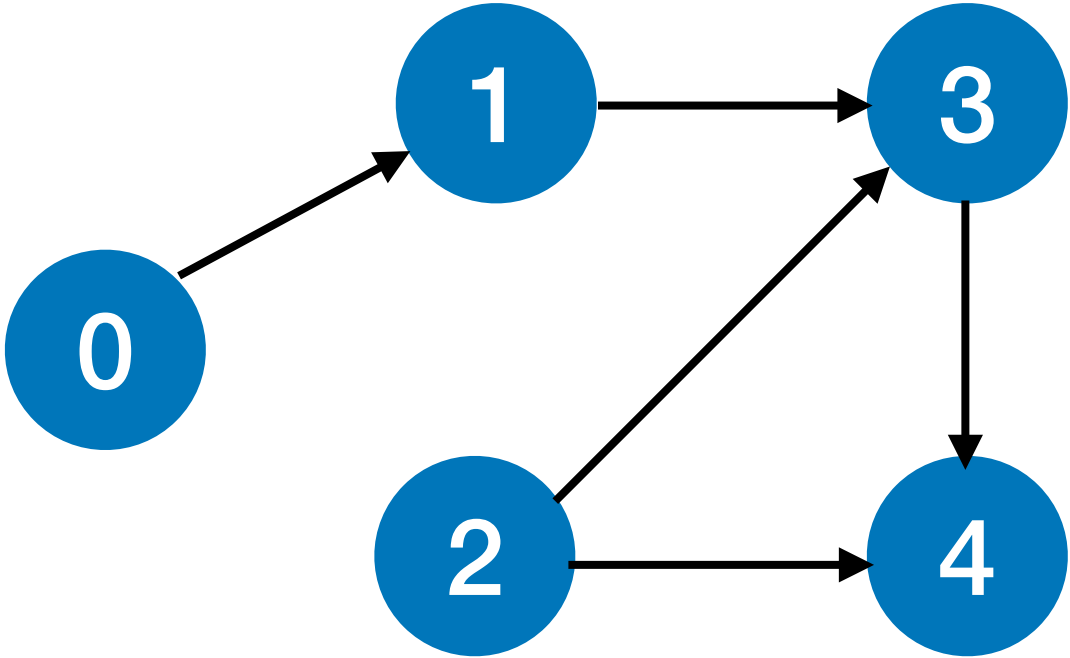
邻接矩阵



逆邻接表

```
bool TopologicalSort(Graph G){
    InitStack(S);           //初始化栈，存储入度为0的顶点
    for(int i=0;i<G.vexnum;i++)
        if(indegree[i]==0)
            Push(S,i);       //将所有入度为0的顶点进栈
    int count=0;            //计数，记录当前已经输出的顶点数
    while(!IsEmpty(S)){     //栈不空，则存在入度为0的顶点
        Pop(S,i);           //栈顶元素出栈
        print[count++]=i;    //输出顶点i
        for(p=G.vertices[i].firstarc;p;p=p->nextarc){
            //将所有i指向的顶点的入度减1，并且将入度减为0的顶点压入栈s
            v=p->adjvex;
            if(!(--indegree[v]))
                Push(S,v);    //入度为0，则入栈
        }
    }//while
    if(count<G.vexnum)
        return false;       //排序失败，有向图中有回路
    else
        return true;        //拓扑排序成功
}
```

逆拓扑排序的实现 (DFS算法)

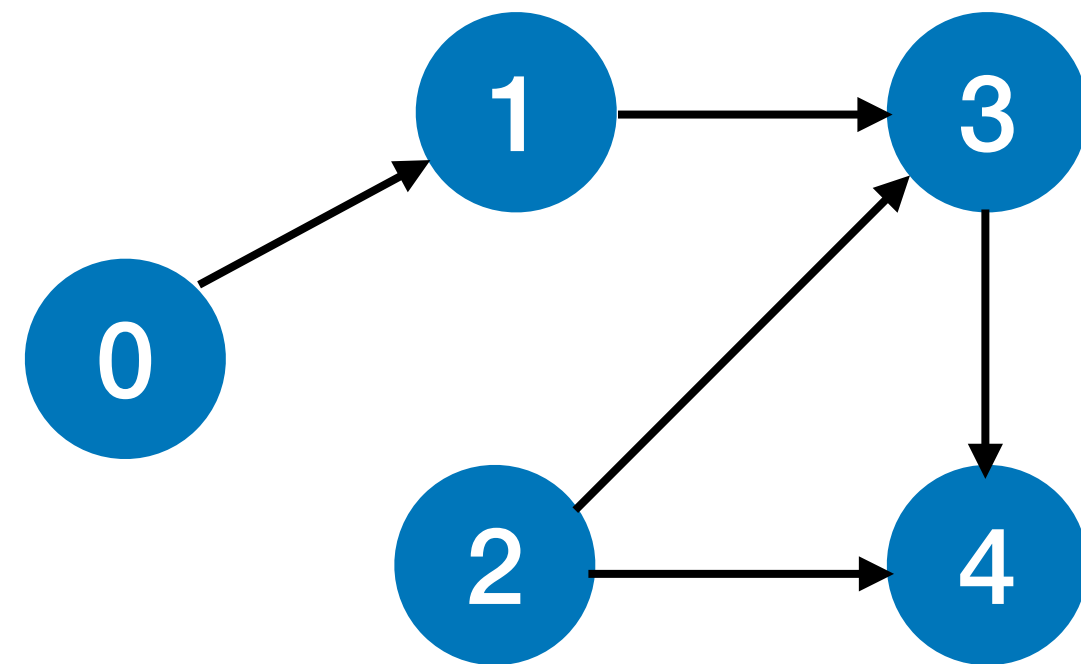


递归栈

```
void DFSTraverse(Graph G){  
    for(v=0;v<G.vexnum;++v)  
        visited[v]=FALSE;  
    for(v=0;v<G.vexnum;++v)  
        if(!visited[v])  
            DFS(G,v);  
}  
  
void DFS(Graph G,int v){  
    visit(v);  
    visited[v]=TRUE;  
    for(w=FirstNeighbor(G,v);w>=0;w=NextNeighbor(G,v,w))  
        if(!visited[w]){  
            DFS(G,w);  
        }  
}
```

//对图G进行深度优先遍历
//初始化已访问标记数据
//本代码中是从v=0开始遍历
//从顶点v出发，深度优先遍历图G
//访问顶点v
//设已访问标记
//w为u的尚未访问的邻接顶点
//if

逆拓扑排序的实现 (DFS算法)

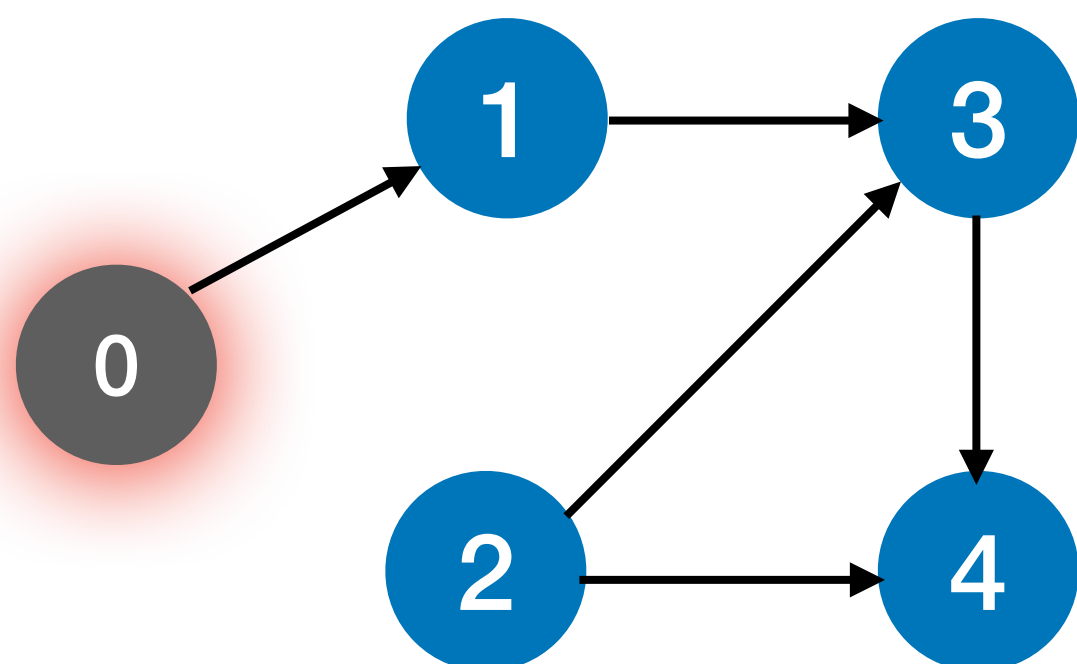


递归栈

```
void DFSTraverse(Graph G){  
    for(v=0;v<G.vexnum;++v)  
        visited[v]=FALSE;  
    for(v=0;v<G.vexnum;++v)  
        if(!visited[v])  
            DFS(G,v);  
}  
  
void DFS(Graph G,int v){  
    visited[v]=TRUE;  
    for(w=FirstNeighbor(G,v);w>=0;w=NextNeighbor(G,v,w))  
        if(!visited[w]){  
            DFS(G,w);  
        }  
    print(v);  
}
```

//对图G进行深度优先遍历
//初始化已访问标记数据
//本代码中是从v=0开始遍历
//从顶点v出发，深度优先遍历图G
//设已访问标记
//w为u的尚未访问的邻接顶点
//输出顶点

逆拓扑排序的实现 (DFS算法)

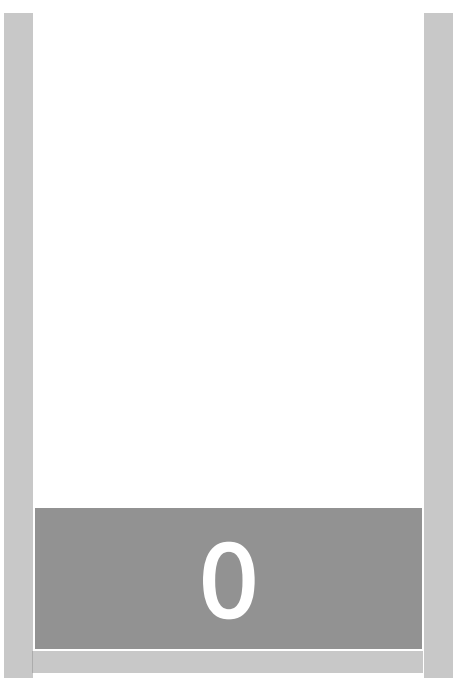
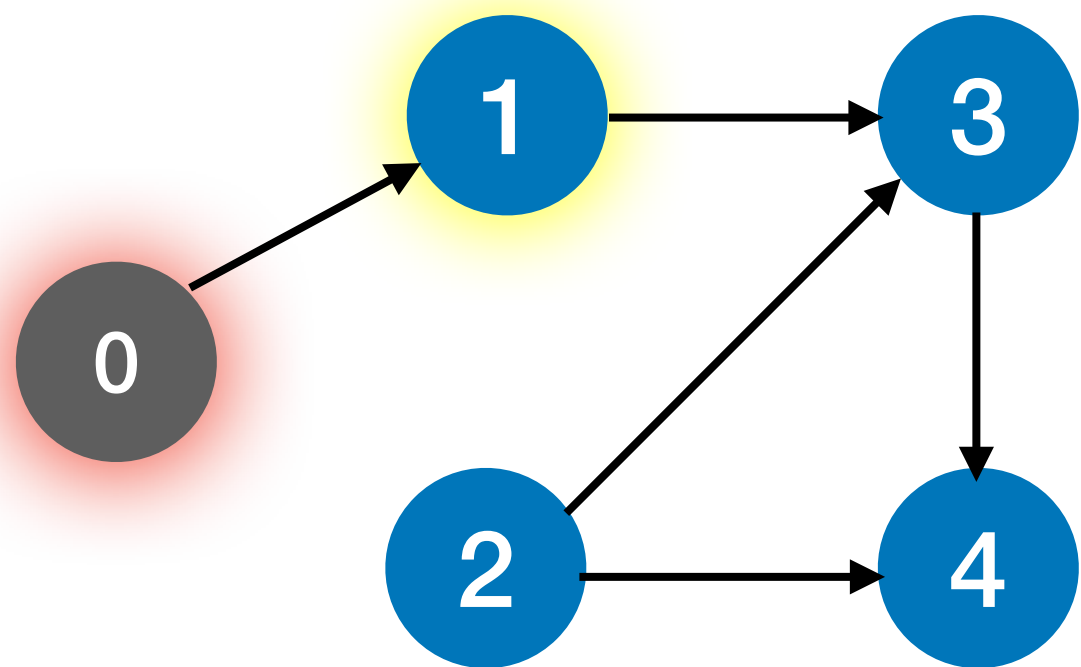


递归栈

```
void DFSTraverse(Graph G){  
    for(v=0;v<G.vexnum;++v)  
        visited[v]=FALSE;  
    for(v=0;v<G.vexnum;++v)  
        if(!visited[v])  
            DFS(G,v);  
}  
  
void DFS(Graph G,int v){  
    visited[v]=TRUE;  
    for(w=FirstNeighbor(G,v);w>=0;w=NextNeighbor(G,v,w))  
        if(!visited[w]){  
            DFS(G,w);  
        }  
    print(v);  
}
```

//对图G进行深度优先遍历
//初始化已访问标记数据
//本代码中是从v=0开始遍历
//从顶点v出发，深度优先遍历图G
//设已访问标记
//w为u的尚未访问的邻接顶点
//输出顶点

逆拓扑排序的实现 (DFS算法)

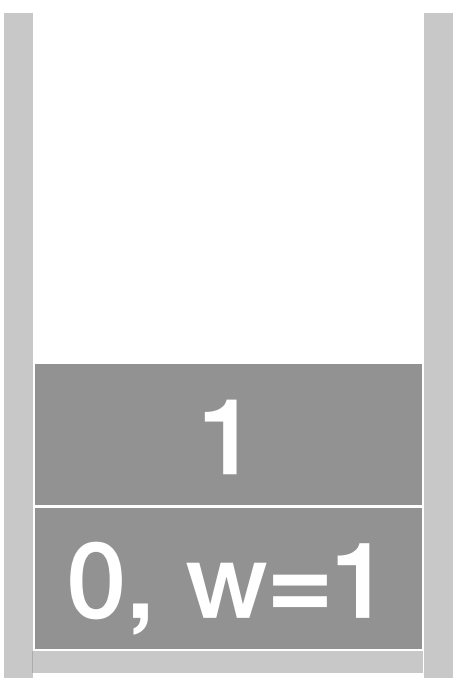
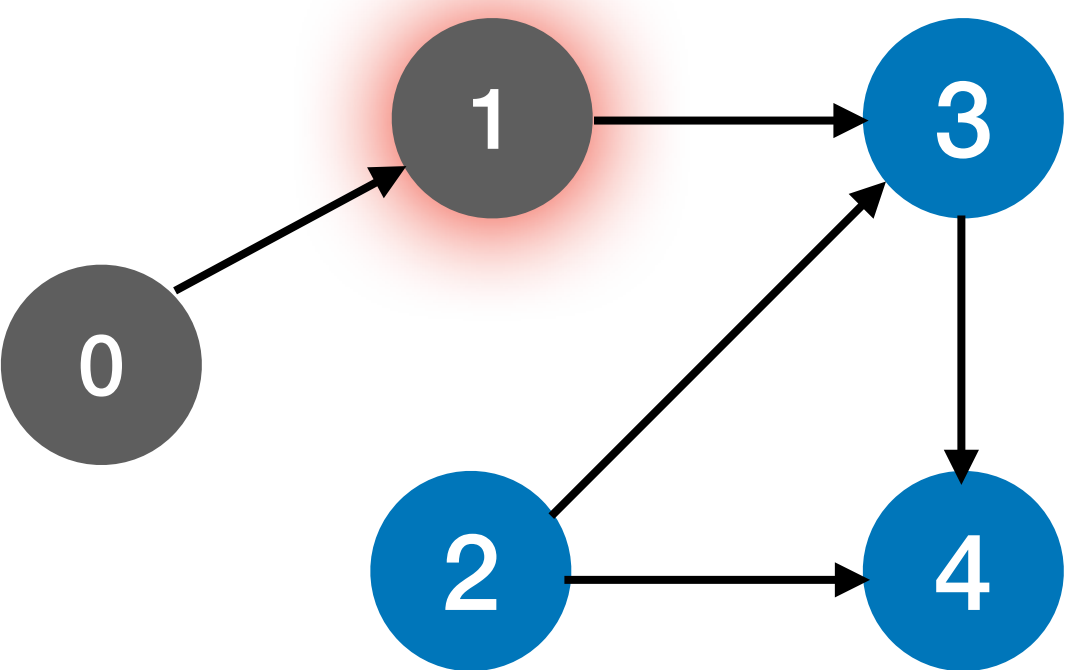


递归栈

```
void DFSTraverse(Graph G){  
    for(v=0;v<G.vexnum;++v)  
        visited[v]=FALSE;  
    for(v=0;v<G.vexnum;++v)  
        if(!visited[v])  
            DFS(G,v);  
}  
  
void DFS(Graph G,int v){  
    visited[v]=TRUE;  
    for(w=FirstNeighbor(G,v);w>=0;w=NextNeighbor(G,v,w))  
        if(!visited[w]){  
            DFS(G,w);  
        }  
    print(v);  
}
```

//对图G进行深度优先遍历
//初始化已访问标记数据
//本代码中是从v=0开始遍历
//从顶点v出发，深度优先遍历图G
//设已访问标记
//w为u的尚未访问的邻接顶点
//输出顶点

逆拓扑排序的实现 (DFS算法)

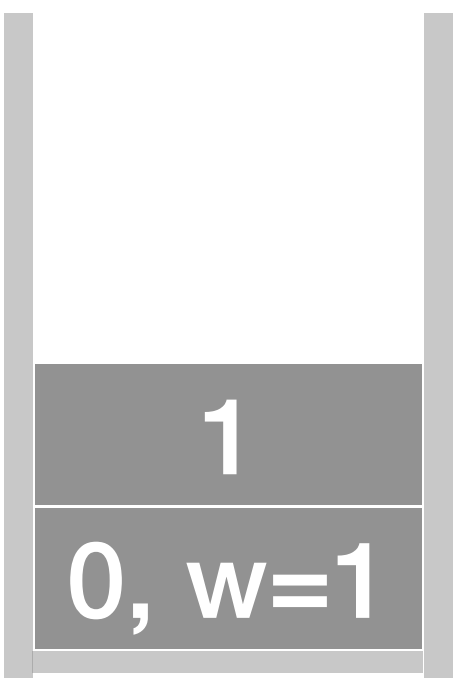
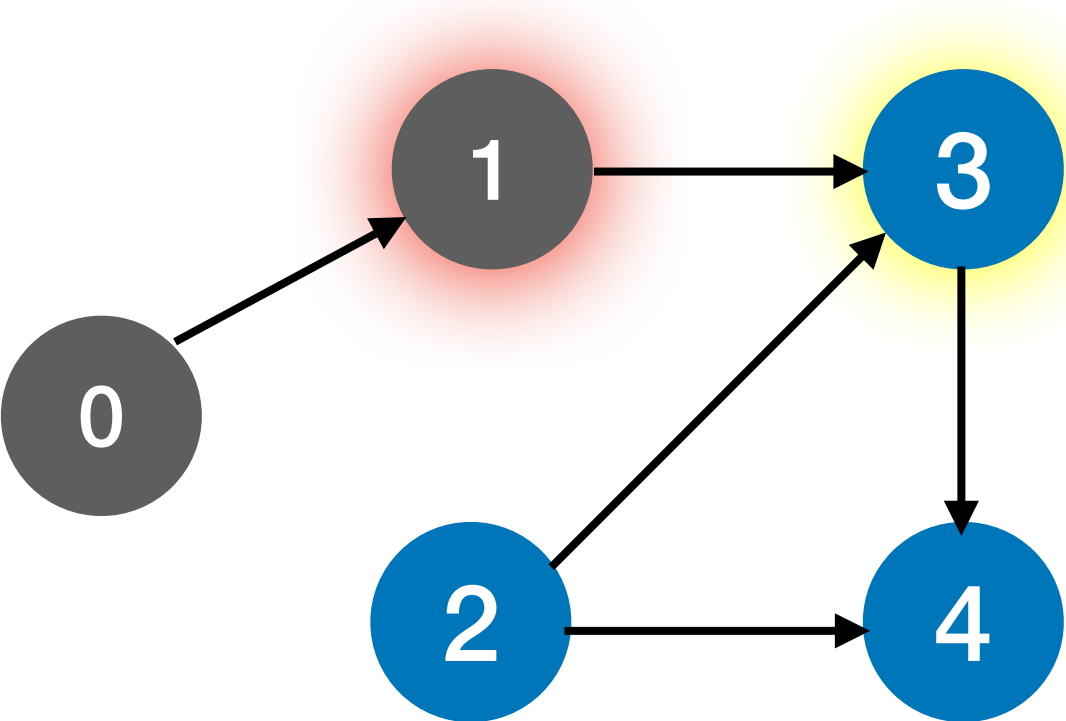


递归栈

```
void DFSTraverse(Graph G){  
    for(v=0;v<G.vexnum;++v)  
        visited[v]=FALSE;  
    for(v=0;v<G.vexnum;++v)  
        if(!visited[v])  
            DFS(G,v);  
}  
  
void DFS(Graph G,int v){  
    visited[v]=TRUE;  
    for(w=FirstNeighbor(G,v);w>=0;w=NextNeighbor(G,v,w))  
        if(!visited[w]){  
            DFS(G,w);  
        }  
    print(v);  
}
```

//对图G进行深度优先遍历
//初始化已访问标记数据
//本代码中是从v=0开始遍历
//从顶点v出发，深度优先遍历图G
//设已访问标记
//w为u的尚未访问的邻接顶点
//输出顶点

逆拓扑排序的实现 (DFS算法)

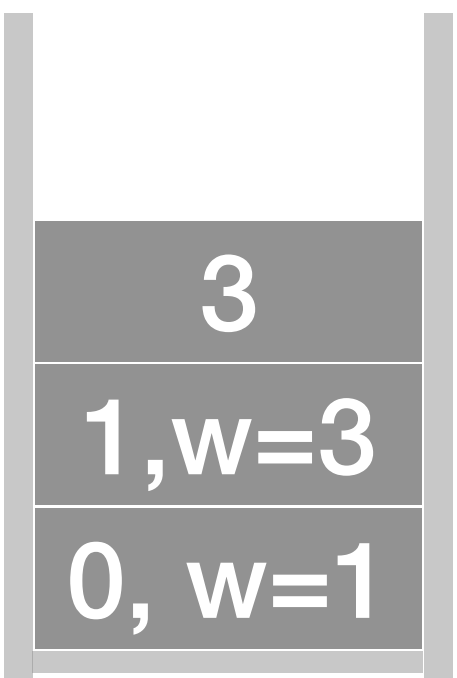
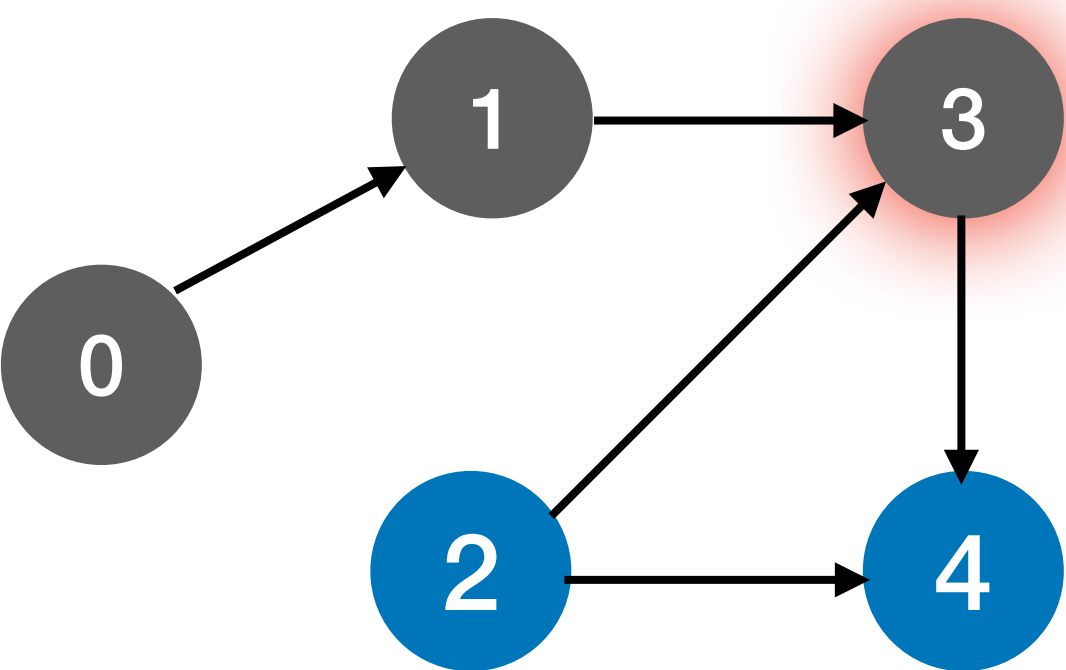


递归栈

```
void DFSTraverse(Graph G){  
    for(v=0;v<G.vexnum;++v)  
        visited[v]=FALSE;  
    for(v=0;v<G.vexnum;++v)  
        if(!visited[v])  
            DFS(G,v);  
}  
  
void DFS(Graph G,int v){  
    visited[v]=TRUE;  
    for(w=FirstNeighbor(G,v);w>=0;w=NextNeighbor(G,v,w))  
        if(!visited[w]){  
            DFS(G,w);  
        }  
    print(v);  
}
```

//对图G进行深度优先遍历
//初始化已访问标记数据
//本代码中是从v=0开始遍历
//从顶点v出发，深度优先遍历图G
//设已访问标记
//w为u的尚未访问的邻接顶点
//输出顶点

逆拓扑排序的实现 (DFS算法)

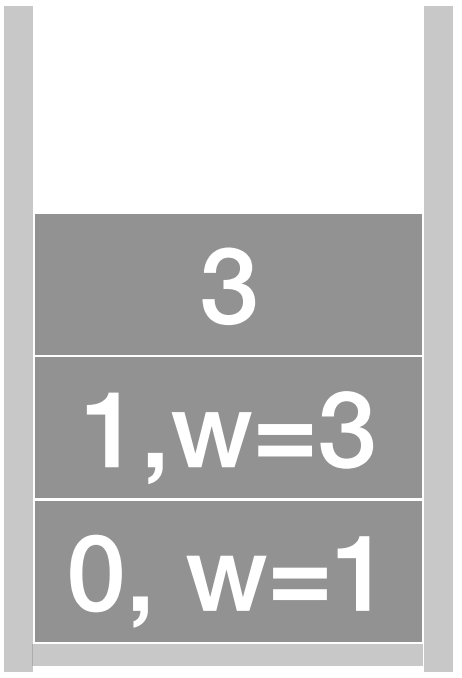
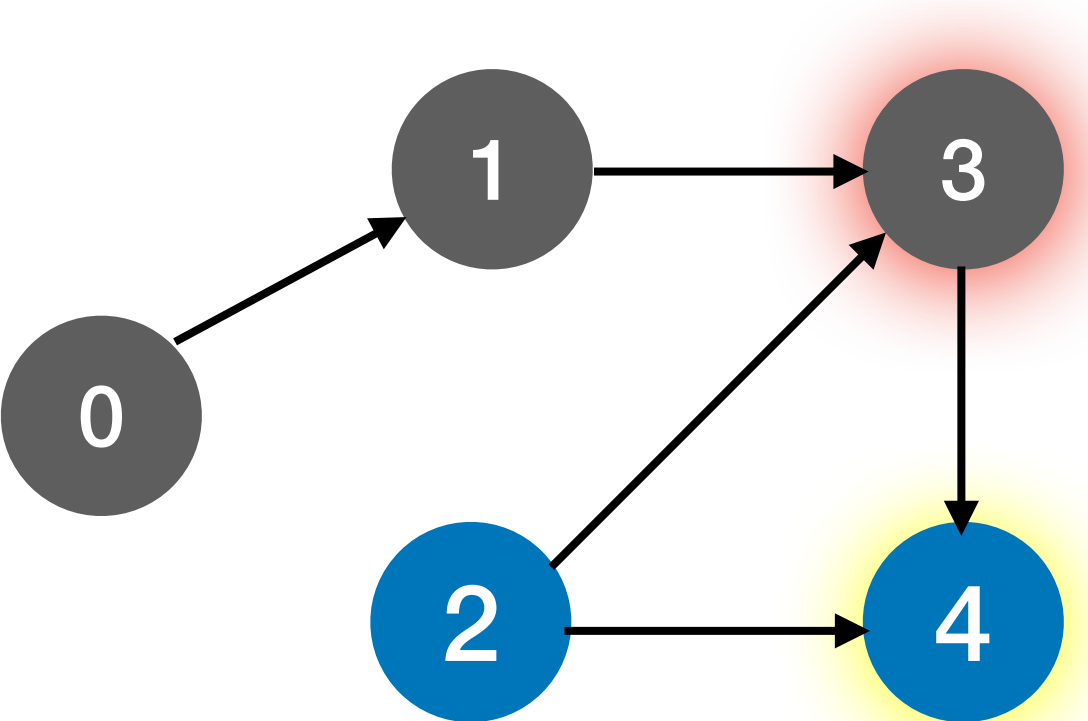


递归栈

```
void DFSTraverse(Graph G){  
    for(v=0;v<G.vexnum;++v)  
        visited[v]=FALSE;  
    for(v=0;v<G.vexnum;++v)  
        if(!visited[v])  
            DFS(G,v);  
}  
  
void DFS(Graph G,int v){  
    visited[v]=TRUE;  
    for(w=FirstNeighbor(G,v);w>=0;w=NextNeighbor(G,v,w))  
        if(!visited[w]){  
            DFS(G,w);  
        }  
    print(v);  
}
```

//对图G进行深度优先遍历
//初始化已访问标记数据
//本代码中是从v=0开始遍历
//从顶点v出发，深度优先遍历图G
//设已访问标记
//w为u的尚未访问的邻接顶点
//输出顶点

逆拓扑排序的实现 (DFS算法)

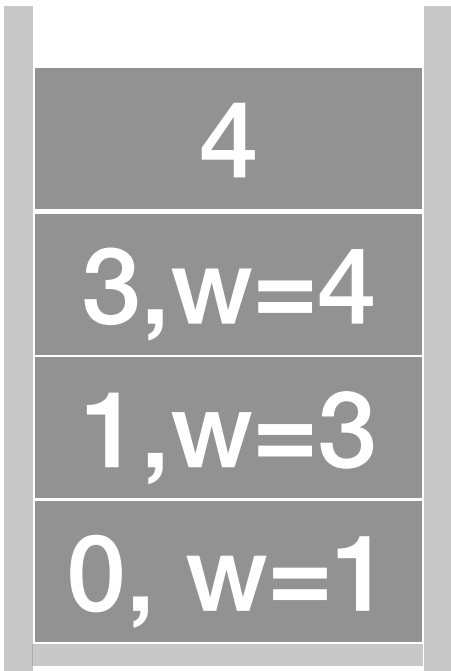
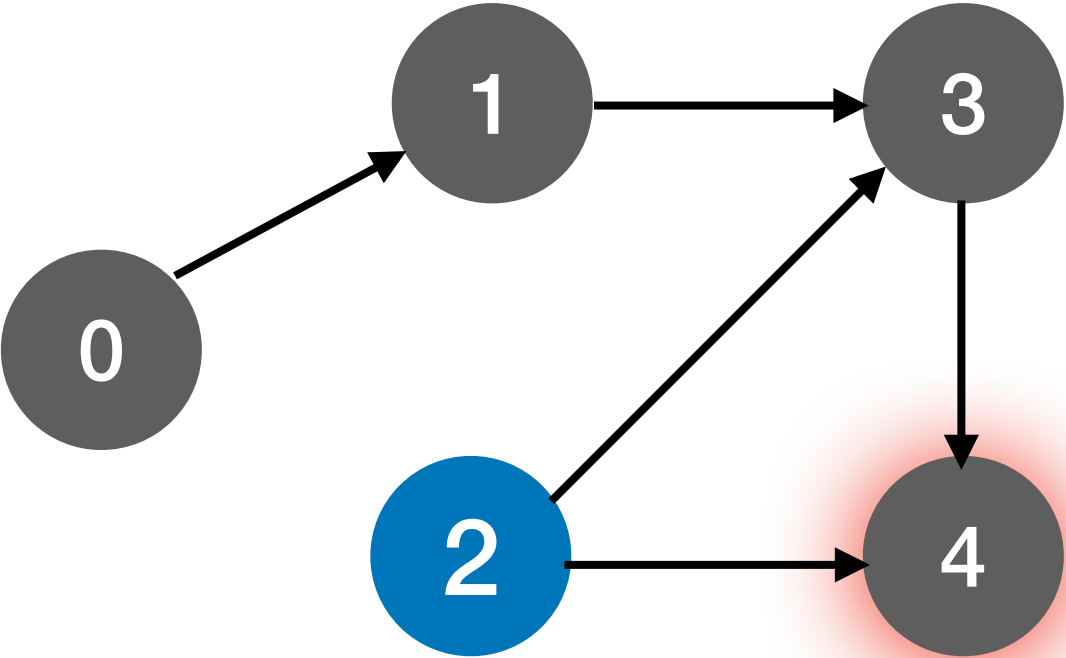


递归栈

```
void DFSTraverse(Graph G){  
    for(v=0;v<G.vexnum;++v)  
        visited[v]=FALSE;  
    for(v=0;v<G.vexnum;++v)  
        if(!visited[v])  
            DFS(G,v);  
}  
  
void DFS(Graph G,int v){  
    visited[v]=TRUE;  
    for(w=FirstNeighbor(G,v);w>=0;w=NextNeighbor(G,v,w))  
        if(!visited[w]){  
            DFS(G,w);  
        }  
    print(v);  
}
```

//对图G进行深度优先遍历
//初始化已访问标记数据
//本代码中是从v=0开始遍历
//从顶点v出发，深度优先遍历图G
//设已访问标记
//w为u的尚未访问的邻接顶点
//输出顶点

逆拓扑排序的实现 (DFS算法)

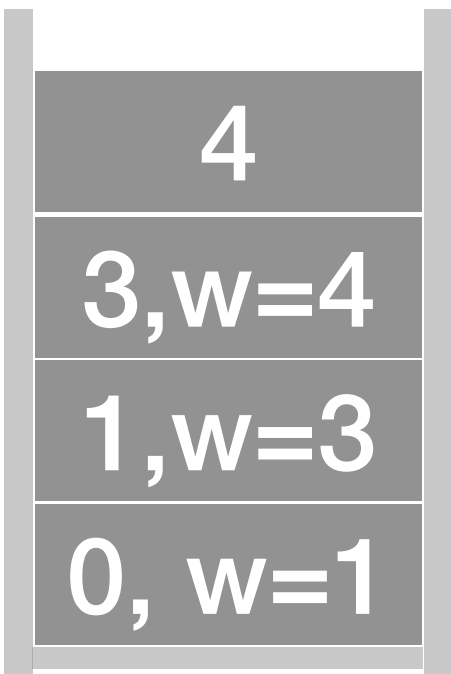
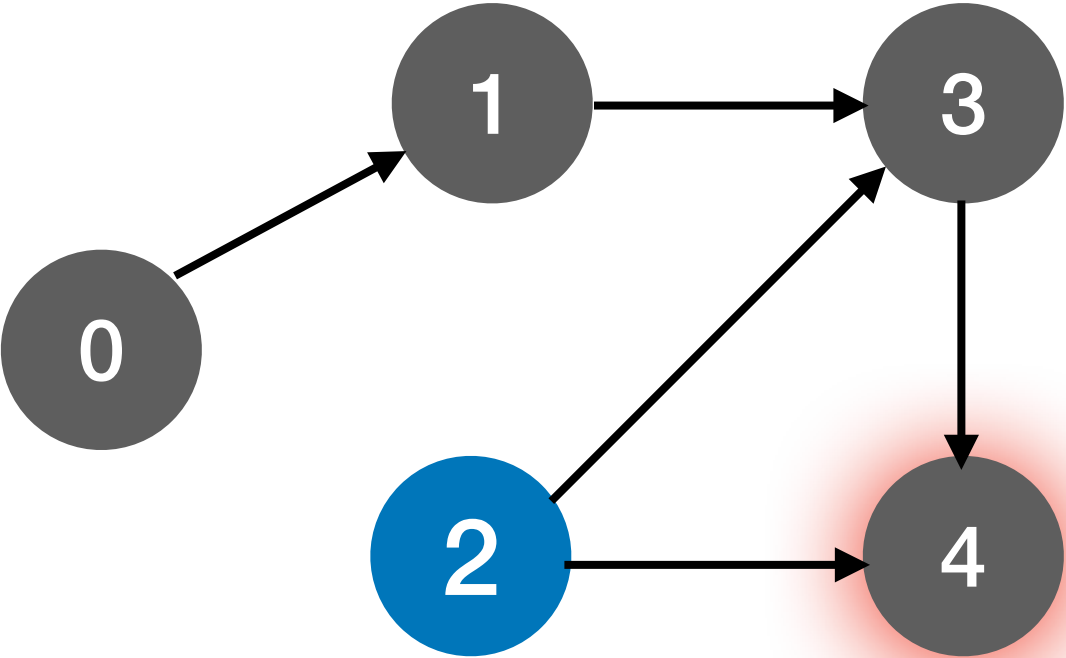


递归栈

```
void DFSTraverse(Graph G){  
    for(v=0;v<G.vexnum;++v)  
        visited[v]=FALSE;  
    for(v=0;v<G.vexnum;++v)  
        if(!visited[v])  
            DFS(G,v);  
}  
  
void DFS(Graph G,int v){  
    visited[v]=TRUE;  
    for(w=FirstNeighbor(G,v);w>=0;w=NextNeighbor(G,v,w))  
        if(!visited[w]){  
            DFS(G,w);  
        }  
    print(v);  
}
```

//对图G进行深度优先遍历
//初始化已访问标记数据
//本代码中是从v=0开始遍历
//从顶点v出发，深度优先遍历图G
//设已访问标记
//w为u的尚未访问的邻接顶点
//输出顶点

逆拓扑排序的实现 (DFS算法)



递归栈

```
void DFSTraverse(Graph G){  
    for(v=0;v<G.vexnum;++v)  
        visited[v]=FALSE;  
    for(v=0;v<G.vexnum;++v)  
        if(!visited[v])  
            DFS(G,v);  
}  
  
void DFS(Graph G,int v){  
    visited[v]=TRUE;  
    for(w=FirstNeighbor(G,v);w>=0;w=NextNeighbor(G,v,w))  
        if(!visited[w]){  
            DFS(G,w);  
        }  
    //if  
    print(v);  
}
```

//对图G进行深度优先遍历

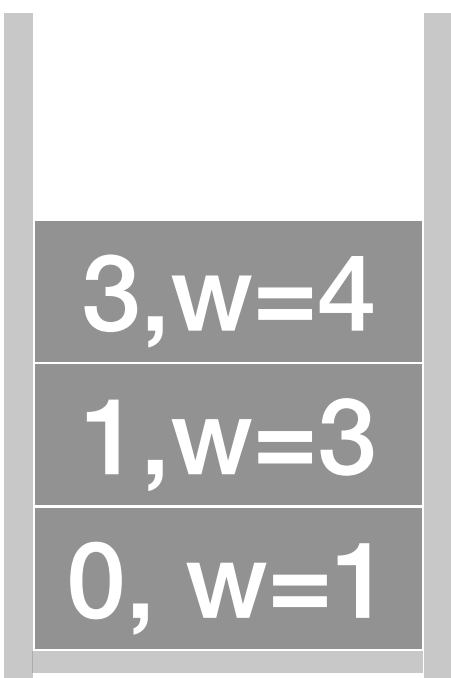
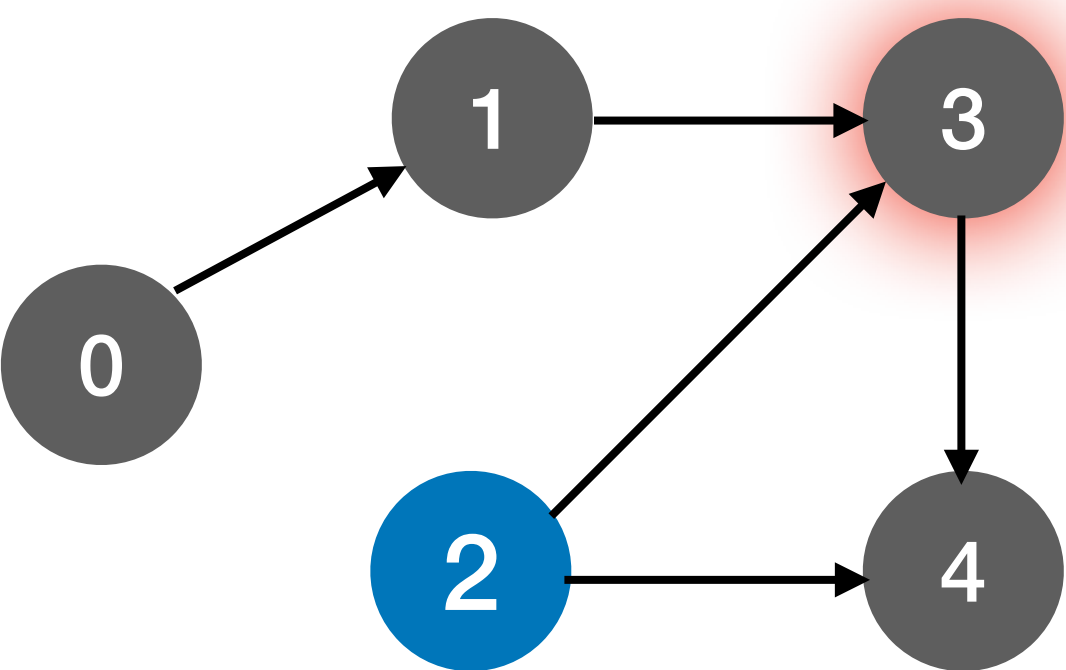
//初始化已访问标记数据
//本代码中是从v=0开始遍历

//从顶点v出发，深度优先遍历图G
//设已访问标记
//w为u的尚未访问的邻接顶点

//输出顶点

逆拓扑排序序列： 4

逆拓扑排序的实现 (DFS算法)



递归栈

```
void DFSTraverse(Graph G){  
    for(v=0;v<G.vexnum;++v)  
        visited[v]=FALSE;  
    for(v=0;v<G.vexnum;++v)  
        if(!visited[v])  
            DFS(G,v);  
}  
  
void DFS(Graph G,int v){  
    visited[v]=TRUE;  
    for(w=FirstNeighbor(G,v);w>=0;w=NextNeighbor(G,v,w))  
        if(!visited[w]){  
            DFS(G,w);  
        }  
    print(v);  
}
```

//对图G进行深度优先遍历

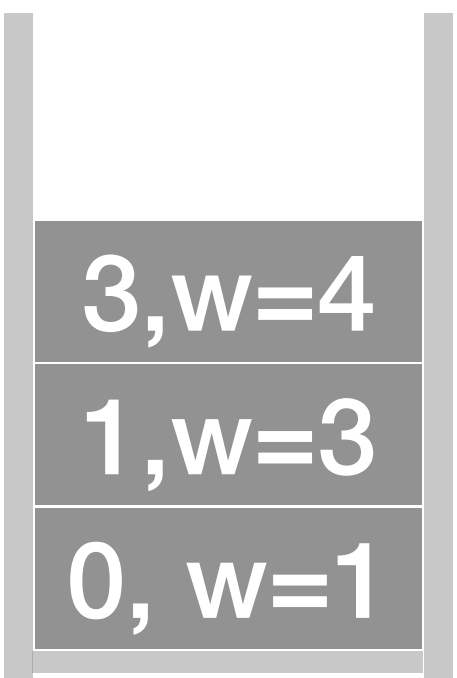
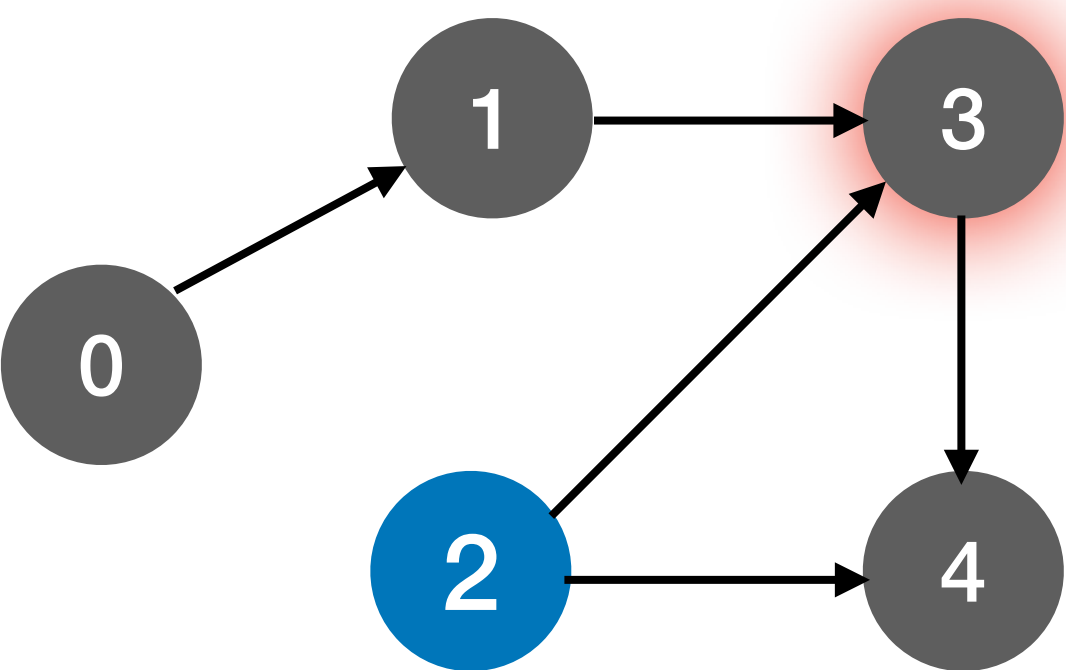
//初始化已访问标记数据
//本代码中是从v=0开始遍历

//从顶点v出发，深度优先遍历图G
//设已访问标记
//w为u的尚未访问的邻接顶点

//输出顶点

逆拓扑排序序列： 4

逆拓扑排序的实现 (DFS算法)



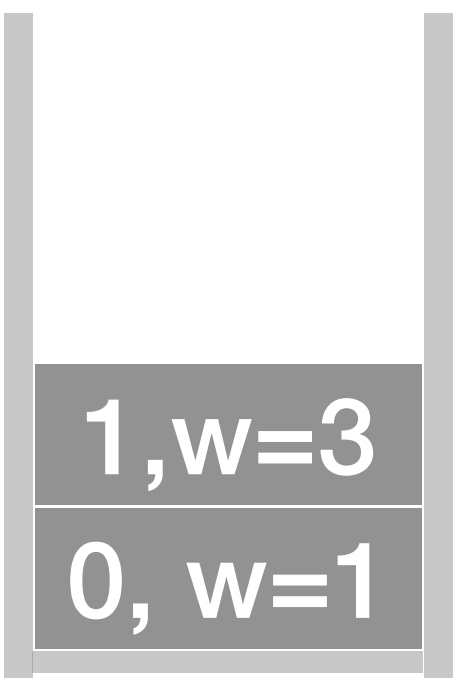
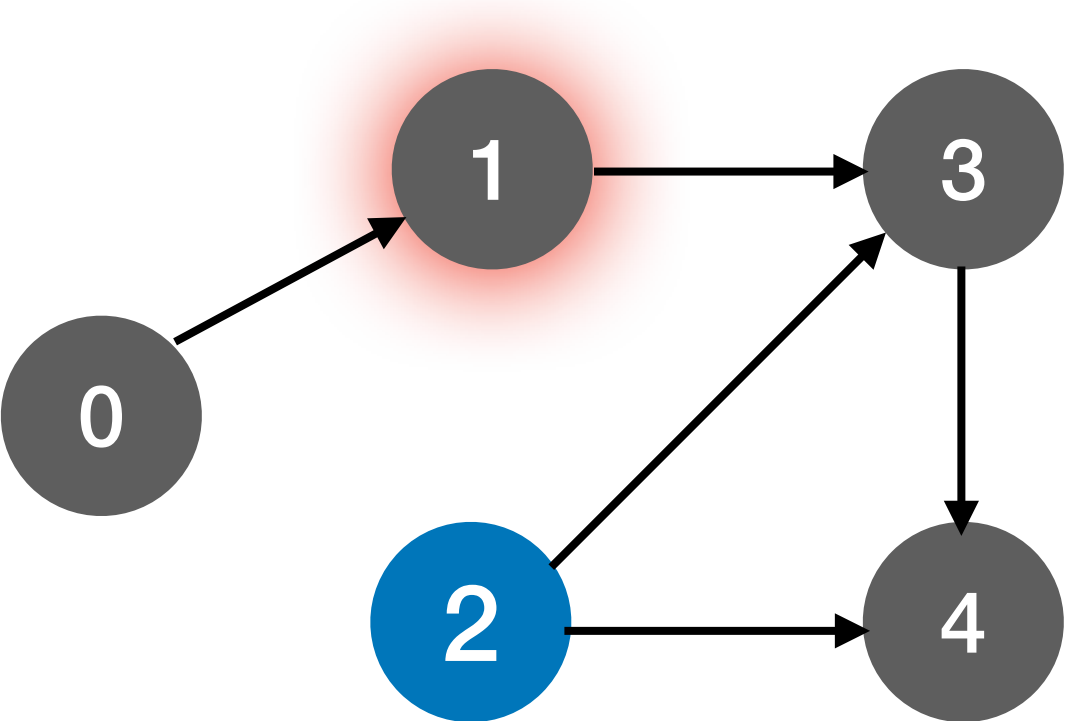
递归栈

```
void DFSTraverse(Graph G){  
    for(v=0;v<G.vexnum;++v)  
        visited[v]=FALSE;  
    for(v=0;v<G.vexnum;++v)  
        if(!visited[v])  
            DFS(G,v);  
}  
  
void DFS(Graph G,int v){  
    visited[v]=TRUE;  
    for(w=FirstNeighbor(G,v);w>=0;w=NextNeighbor(G,v,w))  
        if(!visited[w]){  
            DFS(G,w);  
        }  
    print(v);  
}
```

//对图G进行深度优先遍历
//初始化已访问标记数据
//本代码中是从v=0开始遍历
//从顶点v出发，深度优先遍历图G
//设已访问标记
//w为u的尚未访问的邻接顶点
//输出顶点

逆拓扑排序序列： 4 3

逆拓扑排序的实现 (DFS算法)



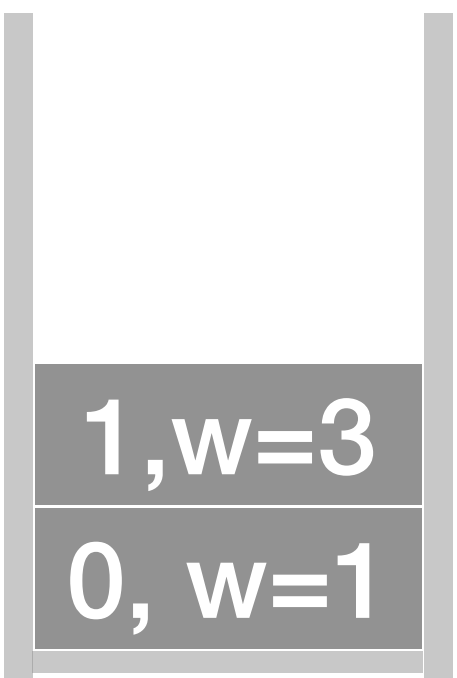
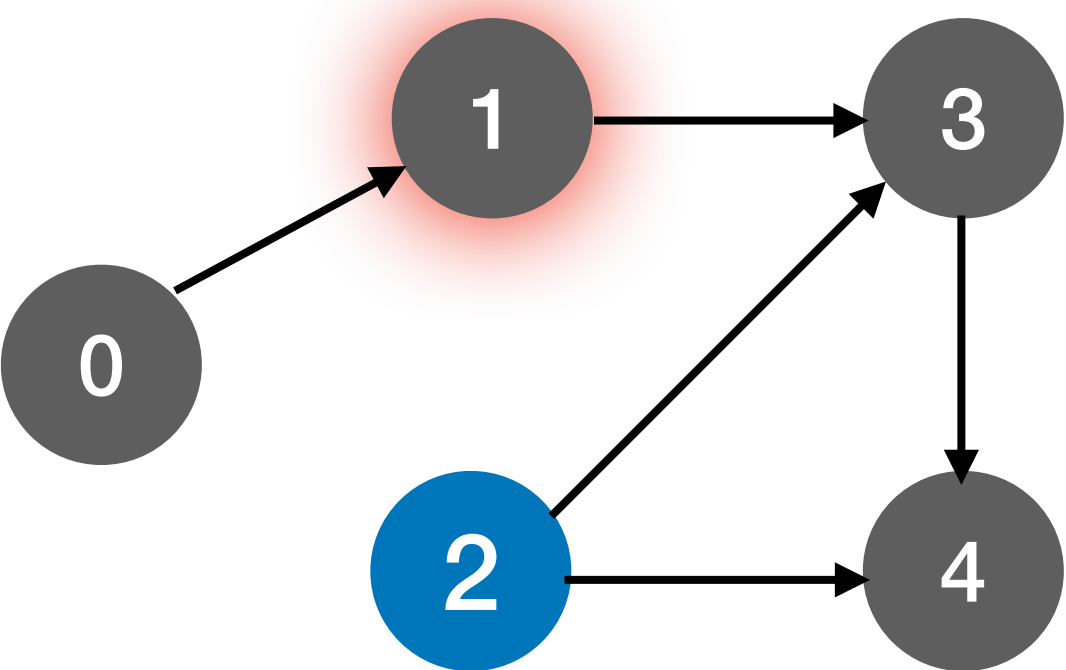
递归栈

```
void DFSTraverse(Graph G){  
    for(v=0;v<G.vexnum;++v)  
        visited[v]=FALSE;  
    for(v=0;v<G.vexnum;++v)  
        if(!visited[v])  
            DFS(G,v);  
}  
  
void DFS(Graph G,int v){  
    visited[v]=TRUE;  
    for(w=FirstNeighbor(G,v);w>=0;w=NextNeighbor(G,v,w))  
        if(!visited[w]){  
            DFS(G,w);  
        }  
    print(v);  
}
```

//对图G进行深度优先遍历
//初始化已访问标记数据
//本代码中是从v=0开始遍历
//从顶点v出发，深度优先遍历图G
//设已访问标记
//w为u的尚未访问的邻接顶点
//输出顶点

逆拓扑排序序列： 4 3

逆拓扑排序的实现 (DFS算法)



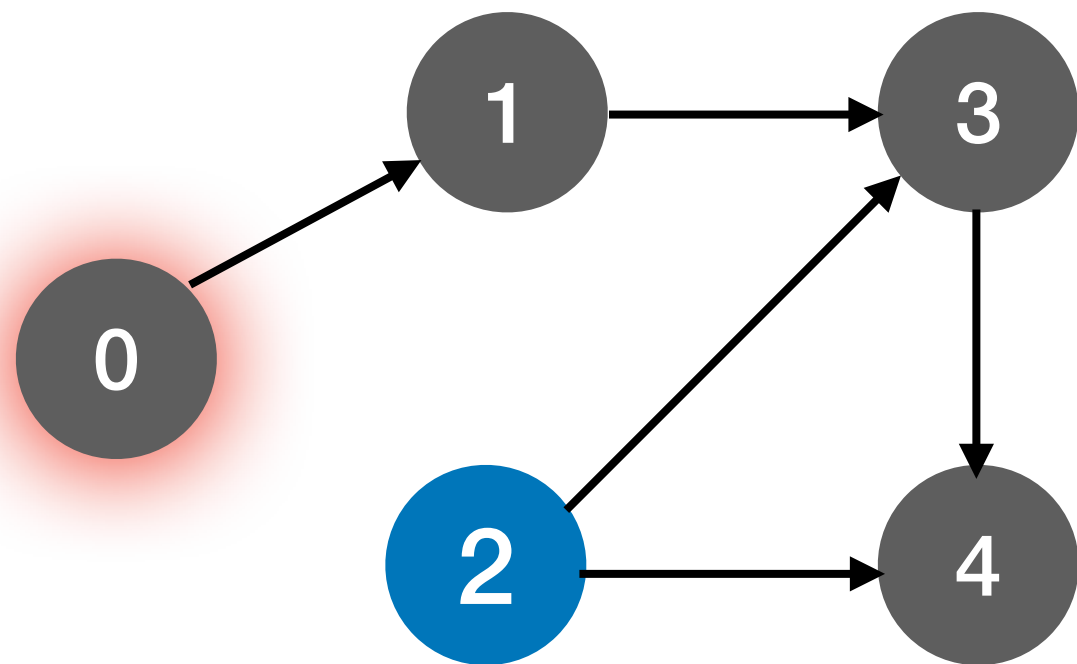
递归栈

```
void DFSTraverse(Graph G){  
    for(v=0;v<G.vexnum;++v)  
        visited[v]=FALSE;  
    for(v=0;v<G.vexnum;++v)  
        if(!visited[v])  
            DFS(G,v);  
}  
  
void DFS(Graph G,int v){  
    visited[v]=TRUE;  
    for(w=FirstNeighbor(G,v);w>=0;w=NextNeighbor(G,v,w))  
        if(!visited[w]){  
            DFS(G,w);  
        }  
    print(v);  
}
```

//对图G进行深度优先遍历
//初始化已访问标记数据
//本代码中是从v=0开始遍历
//从顶点v出发，深度优先遍历图G
//设已访问标记
//w为u的尚未访问的邻接顶点
//输出顶点

逆拓扑排序序列： 4 3 1

逆拓扑排序的实现 (DFS算法)



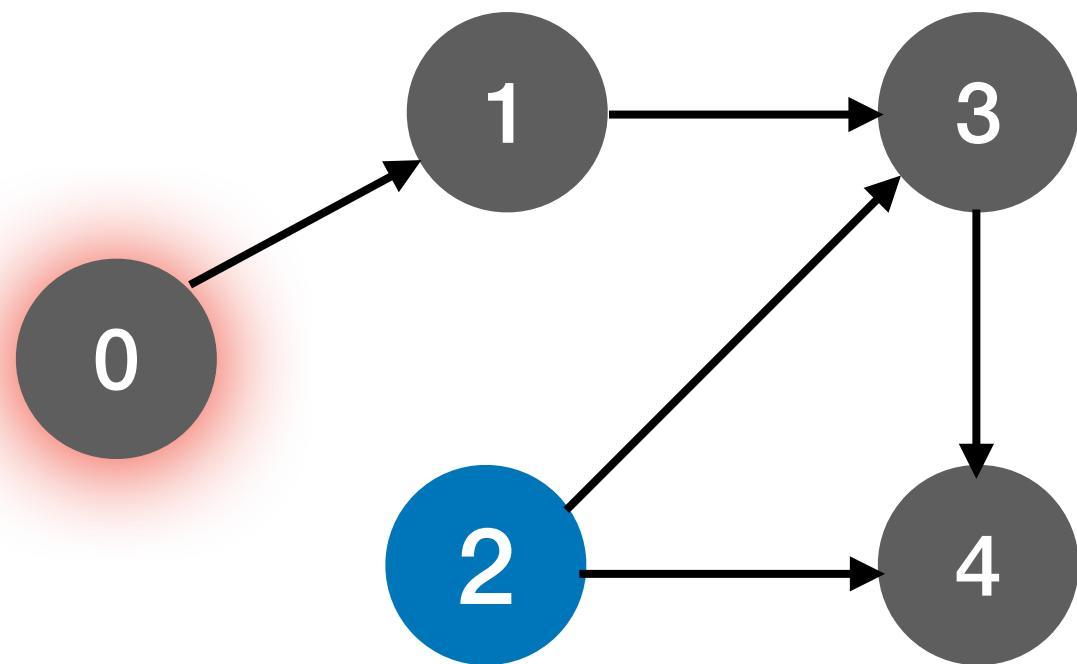
递归栈

```
void DFSTraverse(Graph G){  
    for(v=0;v<G.vexnum;++v)  
        visited[v]=FALSE;  
    for(v=0;v<G.vexnum;++v)  
        if(!visited[v])  
            DFS(G,v);  
}  
  
void DFS(Graph G,int v){  
    visited[v]=TRUE;  
    for(w=FirstNeighbor(G,v);w>=0;w=NextNeighbor(G,v,w))  
        if(!visited[w]){  
            DFS(G,w);  
        }  
    print(v);  
}
```

//对图G进行深度优先遍历
//初始化已访问标记数据
//本代码中是从v=0开始遍历
//从顶点v出发，深度优先遍历图G
//设已访问标记
//w为u的尚未访问的邻接顶点
//输出顶点

逆拓扑排序序列： 4 3 1

逆拓扑排序的实现 (DFS算法)

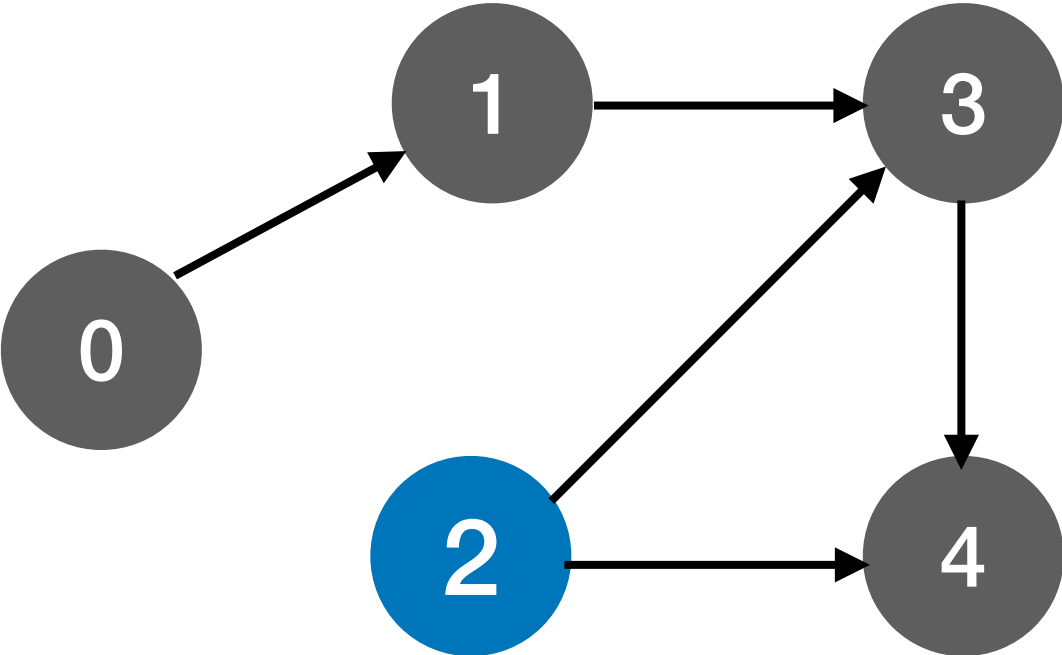


递归栈

```
void DFSTraverse(Graph G){  
    //对图G进行深度优先遍历  
    for(v=0;v<G.vexnum;++v)  
        visited[v]=FALSE;  
    //初始化已访问标记数据  
    //本代码中是从v=0开始遍历  
    for(v=0;v<G.vexnum;++v)  
        if(!visited[v])  
            DFS(G,v);  
}  
  
void DFS(Graph G,int v){  
    //从顶点v出发，深度优先遍历图G  
    //设已访问标记  
    visited[v]=TRUE;  
    for(w=FirstNeighbor(G,v);w>=0;w=NextNeighbor(G,v,w))  
        //w为u的尚未访问的邻接顶点  
        if(!visited[w]){  
            DFS(G,w);  
        }  
    //if  
    print(v);  
    //输出顶点  
}
```

逆拓扑排序序列: 4 3 1 0

逆拓扑排序的实现 (DFS算法)



递归栈

```
void DFSTraverse(Graph G){  
    for(v=0;v<G.vexnum;++v)  
        visited[v]=FALSE;  
    for(v=0;v<G.vexnum;++v)  
        if(!visited[v])  
            DFS(G,v);  
}  
  
void DFS(Graph G,int v){  
    visited[v]=TRUE;  
    for(w=FirstNeighbor(G,v);w>=0;w=NextNeighbor(G,v,w))  
        if(!visited[w]){  
            DFS(G,w);  
        }  
    print(v);  
}
```

//对图G进行深度优先遍历

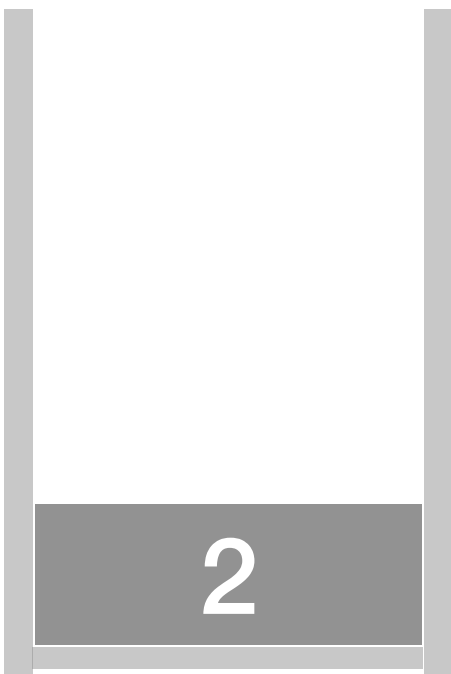
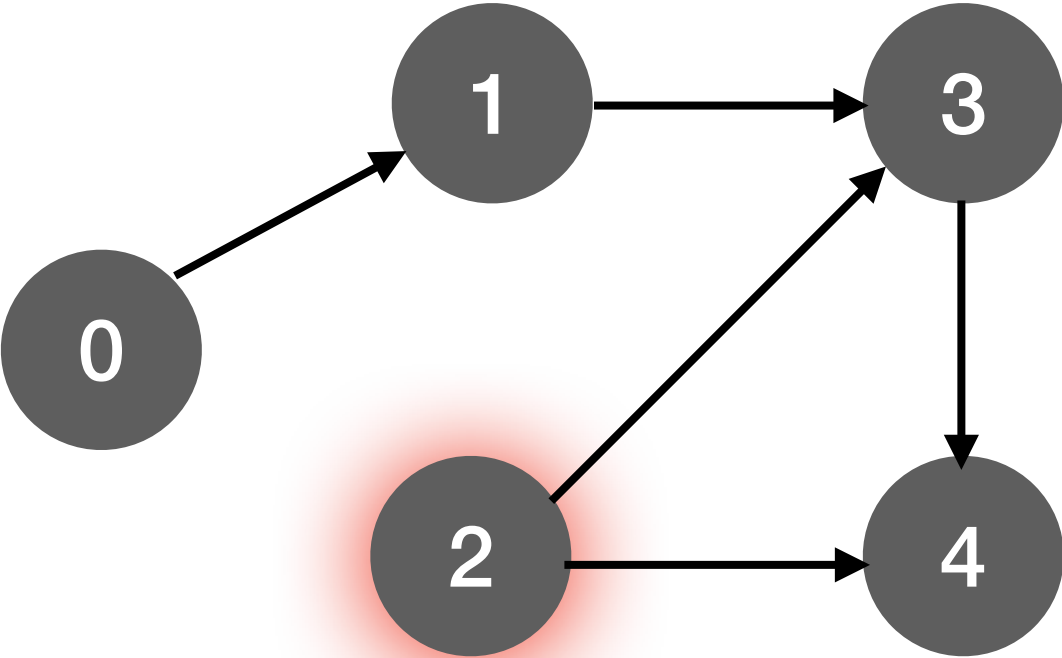
//初始化已访问标记数据
//本代码中是从v=0开始遍历

//从顶点v出发，深度优先遍历图G
//设已访问标记
//w为u的尚未访问的邻接顶点

//输出顶点

逆拓扑排序序列： 4 3 1 0

逆拓扑排序的实现 (DFS算法)



递归栈

```
void DFSTraverse(Graph G){  
    for(v=0;v<G.vexnum;++v)  
        visited[v]=FALSE;  
    for(v=0;v<G.vexnum;++v)  
        if(!visited[v])  
            DFS(G,v);  
}  
  
void DFS(Graph G,int v){  
    visited[v]=TRUE;  
    for(w=FirstNeighbor(G,v);w>=0;w=NextNeighbor(G,v,w))  
        if(!visited[w]){  
            DFS(G,w);  
        }  
    print(v);  
}
```

//对图G进行深度优先遍历

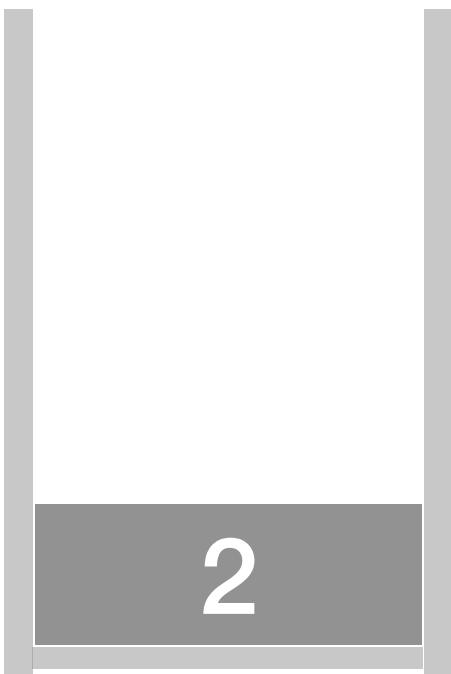
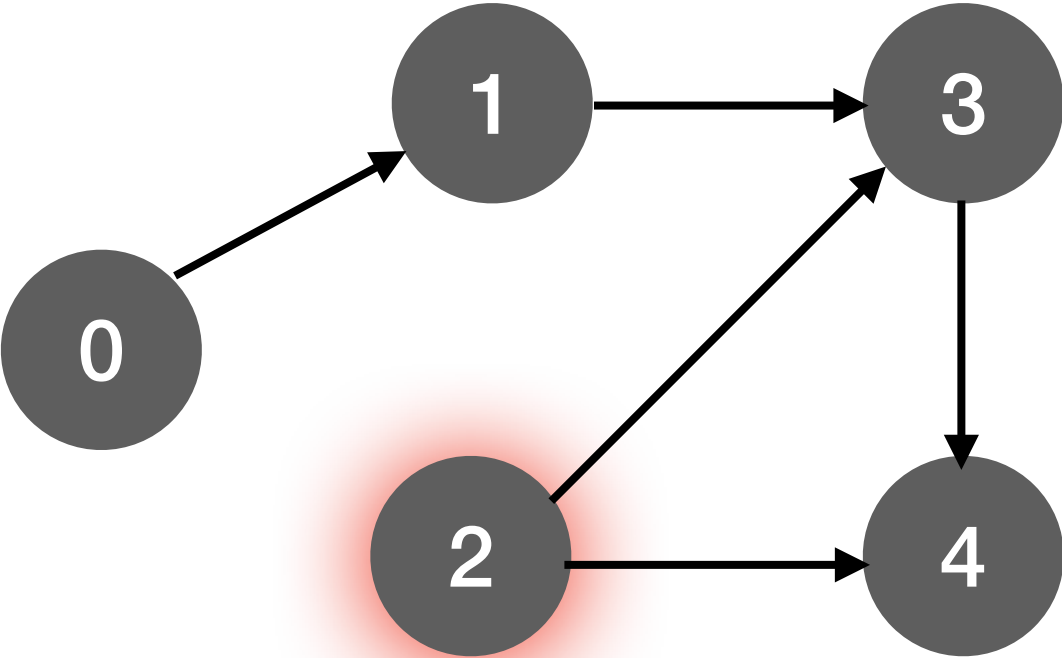
//初始化已访问标记数据
//本代码中是从v=0开始遍历

//从顶点v出发，深度优先遍历图G
//设已访问标记
//w为u的尚未访问的邻接顶点

//输出顶点

逆拓扑排序序列： 4 3 1 0

逆拓扑排序的实现 (DFS算法)



递归栈

```
void DFSTraverse(Graph G){  
    for(v=0;v<G.vexnum;++v)  
        visited[v]=FALSE;  
    for(v=0;v<G.vexnum;++v)  
        if(!visited[v])  
            DFS(G,v);  
}  
  
void DFS(Graph G,int v){  
    visited[v]=TRUE;  
    for(w=FirstNeighbor(G,v);w>=0;w=NextNeighbor(G,v,w))  
        if(!visited[w]){  
            DFS(G,w);  
        }  
    print(v);  
}
```

//对图G进行深度优先遍历

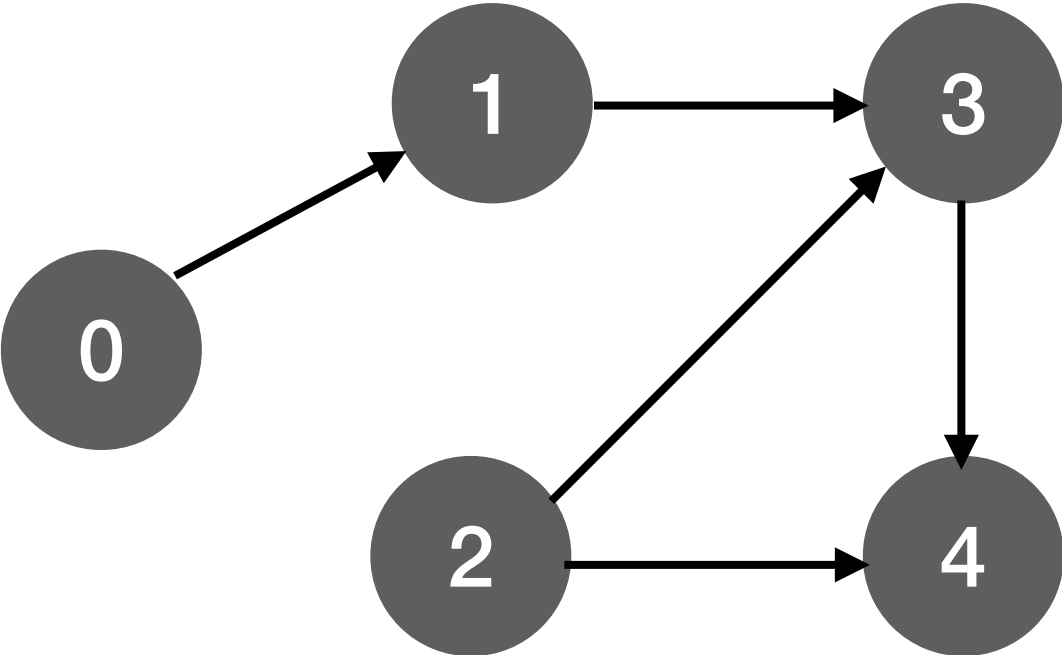
//初始化已访问标记数据
//本代码中是从v=0开始遍历

//从顶点v出发，深度优先遍历图G
//设已访问标记
//w为u的尚未访问的邻接顶点

//输出顶点

逆拓扑排序序列： 4 3 1 0 2

逆拓扑排序的实现 (DFS算法)



递归栈

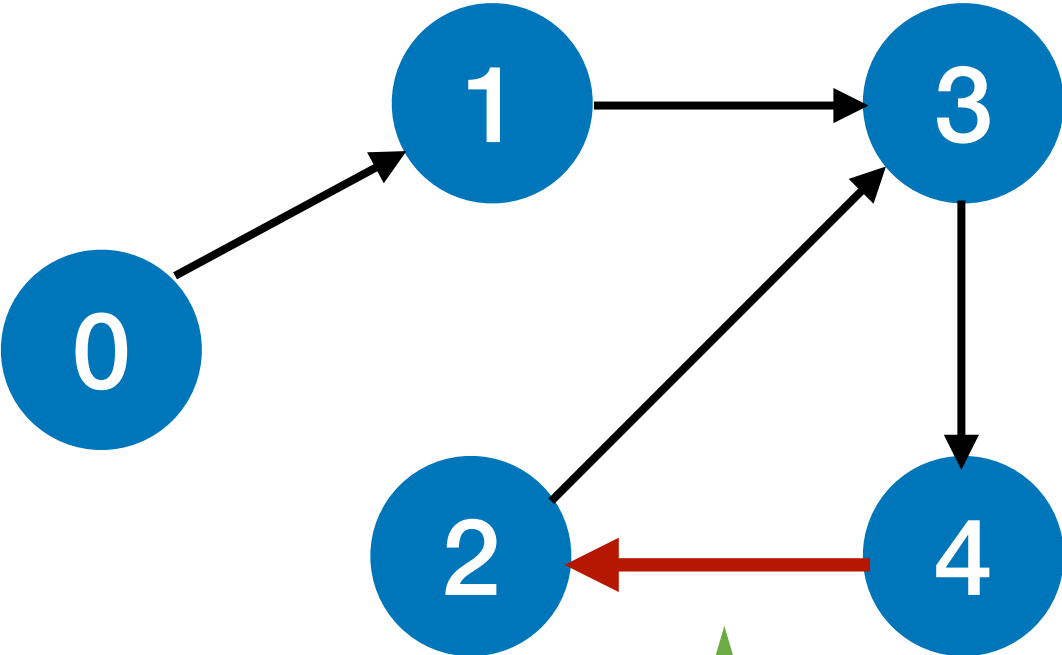
DFS实现逆拓扑排序：
在顶点退栈前输出

```
void DFSTraverse(Graph G){  
    for(v=0;v<G.vexnum;++v)  
        visited[v]=FALSE;  
    for(v=0;v<G.vexnum;++v)  
        if(!visited[v])  
            DFS(G,v);  
}  
  
void DFS(Graph G,int v){  
    visited[v]=TRUE;  
    for(w=FirstNeighbor(G,v);w>=0;w=NextNeighbor(G,v,w))  
        if(!visited[w]){  
            DFS(G,w);  
        }  
    print(v);  
}
```

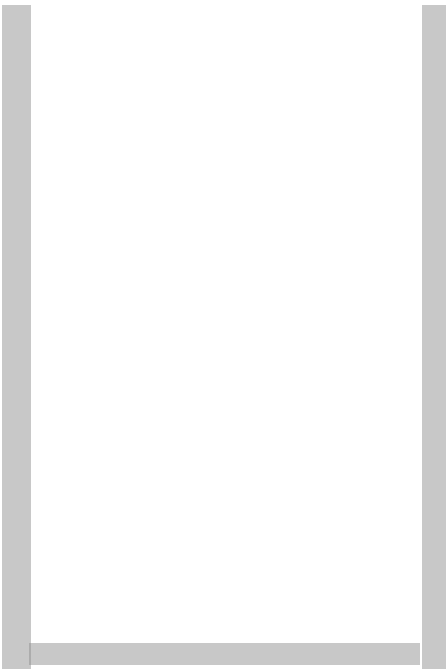
//对图G进行深度优先遍历
//初始化已访问标记数据
//本代码中是从v=0开始遍历
//从顶点v出发，深度优先遍历图G
//设已访问标记
//w为u的尚未访问的邻接顶点
//输出顶点

逆拓扑排序序列： 4 3 1 0 2

逆拓扑排序的实现 (DFS算法)



思考：如果存在回路，则不存在逆拓扑排序序列，如何判断回路？



递归栈

DFS实现逆拓扑排序：
在顶点退栈前输出

```
void DFSTraverse(Graph G){  
    for(v=0;v<G.vexnum;++v)  
        visited[v]=FALSE;  
    for(v=0;v<G.vexnum;++v)  
        if(!visited[v])  
            DFS(G,v);  
}  
  
void DFS(Graph G,int v){  
    visited[v]=TRUE;  
    for(w=FirstNeighbor(G,v);w>=0;w=NextNeighbor(G,v,w))  
        if(!visited[w]){  
            DFS(G,w);  
        }  
    print(v);  
}
```

//对图G进行深度优先遍历
//初始化已访问标记数据
//本代码中是从v=0开始遍历
//从顶点v出发，深度优先遍历图G
//设已访问标记
//w为u的尚未访问的邻接顶点
//输出顶点

知识点回顾与重要考点

顶点代表活动，有向边 $\langle V_i, V_j \rangle$ 表示活动 V_i 必须先于 V_j 进行

AOV 网

AOV 网一定是 DAG 图，不能有环

拓扑排序

① 从 AOV 网中选择一个没有前驱（入度为 0）的顶点并输出

② 从网中删除该顶点和所有以它为起点的有向边

③ 重复 ① 和 ② 直到当前的 AOV 网为空

逆拓扑排序

① 从 AOV 网中选择一个没有后继（出度为 0）的顶点并输出

② 从网中删除该顶点和所有以它为终点的有向边

③ 重复 ① 和 ② 直到当前的 AOV 网为空

另一种实现方式：用 DFS 实现拓扑排序/逆拓扑排序

性质

拓扑排序、逆拓扑排序序列可能不唯一

若图中有环，则不存在拓扑排序序列/逆拓扑排序序列

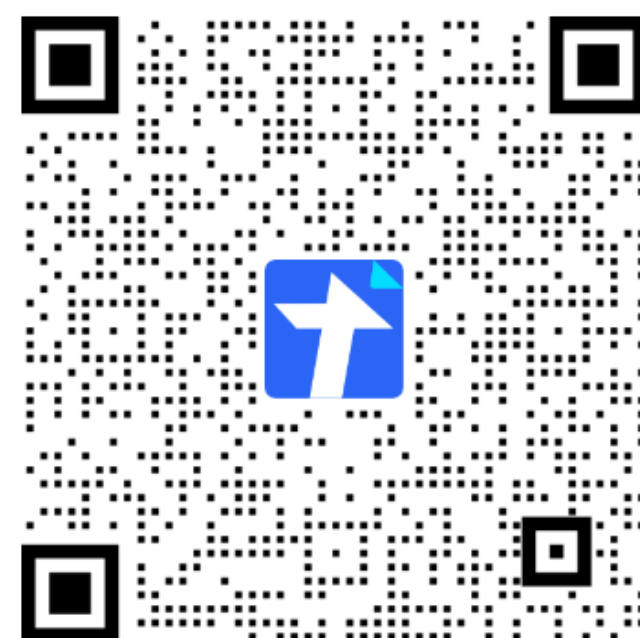
拓扑排序

欢迎大家对本节视频进行评价~



学员评分：6.4.4 拓扑排序

扫一扫二维码打开或分享给好友



— 腾讯文档 —

可多人实时在线编辑，权限安全可控



公众号：王道在线



b站：王道计算机教育



抖音：王道计算机考研