

本节内容

# 红黑树

## 插入操作

# 红黑树的插入

从一棵空的红黑树开始，插入：20, 10, 5, 30, 40, 57, 3, 2, 4, 35, 25, 18, 22, 23, 24, 19, 18

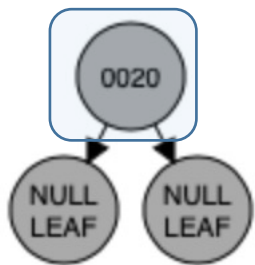
- 先查找，确定插入位置（原理同二叉排序树），插入新结点
- 新结点是根——染为黑色
- 新结点非根——染为红色
  - 若插入新结点后依然满足红黑树定义，则插入结束
  - 若插入新结点后不满足红黑树定义，需要调整，使其重新满足红黑树定义
    - 黑叔：旋转+染色
      - LL型：右单旋，父换爷+染色
      - RR型：左单旋，父换爷+染色
      - LR型：左、右双旋，儿换爷+染色
      - RL型：右、左双旋，儿换爷+染色
    - 红叔：染色+变新
      - 叔父爷染色，爷变为新结点

如何调整：看新结点叔叔的脸色

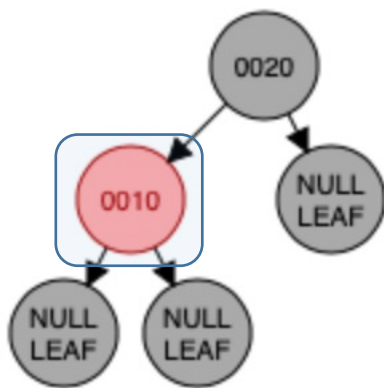


# 红黑树的插入

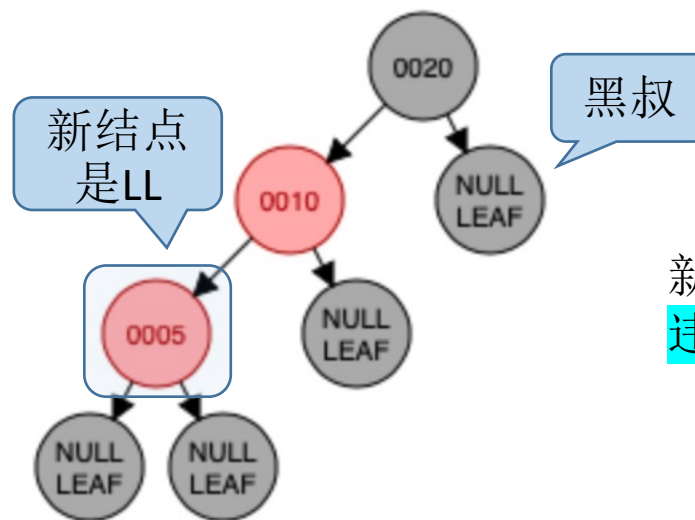
从一棵空的红黑树开始，插入：20, 10, 5, 30, 40, 57, 3, 2, 4, 35, 25, 18, 22, 23, 24, 19, 18



新结点是根，染黑

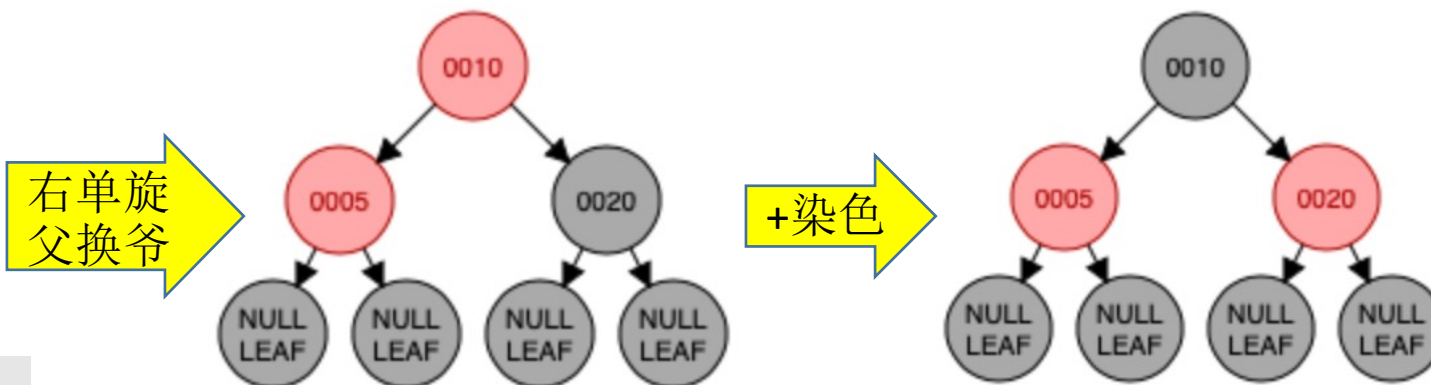


新结点非根，染红  
依然满足红黑树



黑叔

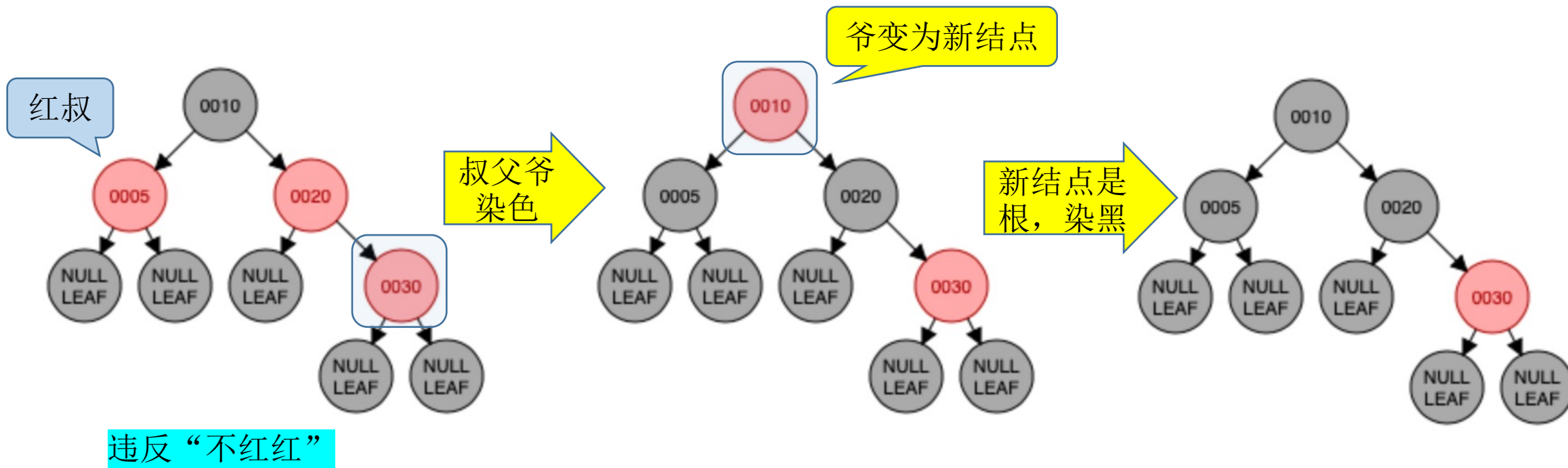
新结点非根，染红  
违反“不红红”



- 黑叔：旋转+染色
  - LL型：右单旋，父换爷+染色

# 红黑树的插入

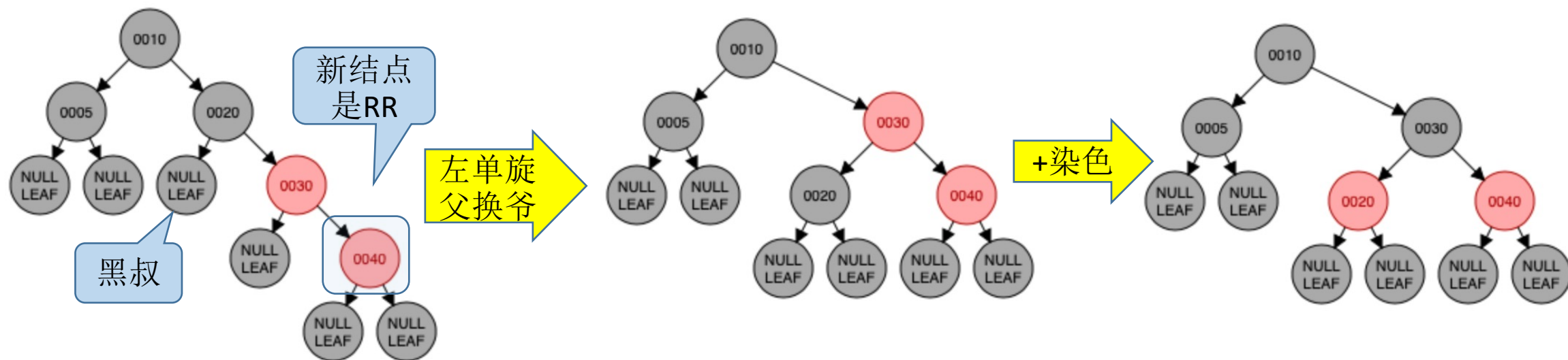
从一棵空的红黑树开始，插入：20, 10, 5, 30, 40, 57, 3, 2, 4, 35, 25, 18, 22, 23, 24, 19, 18



- 红叔：染色+变新
  - 叔父爷染色，爷变为新结点

# 红黑树的插入

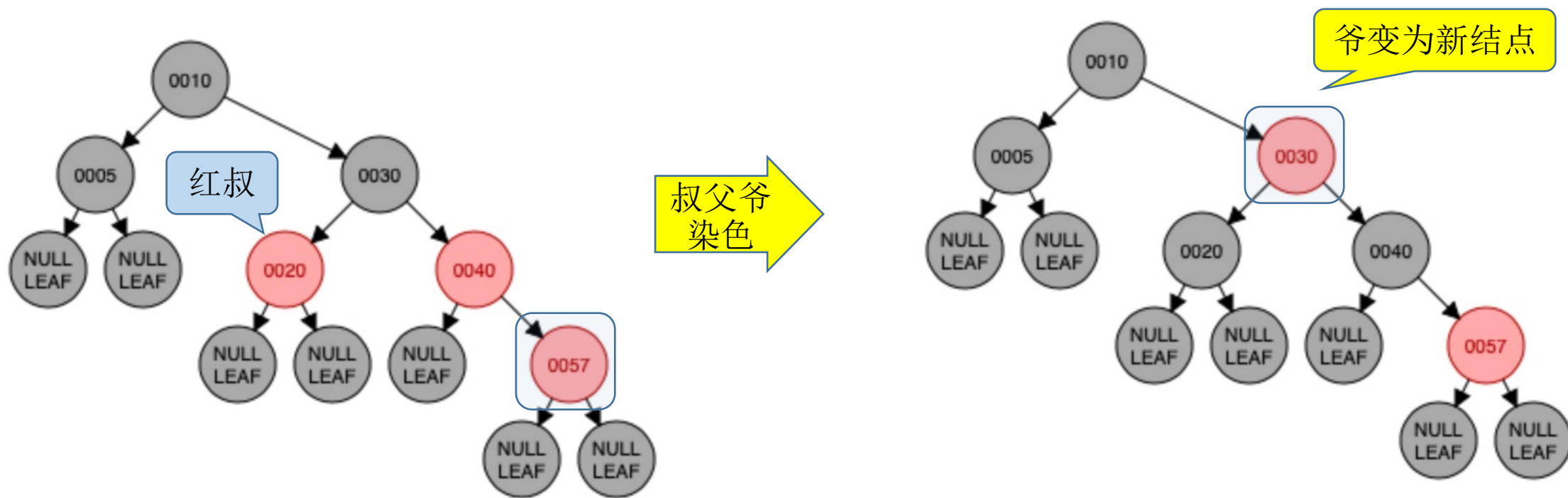
从一棵空的红黑树开始，插入：20, 10, 5, 30, 40, 57, 3, 2, 4, 35, 25, 18, 22, 23, 24, 19, 18



- 黑叔: 旋转+染色
  - RR型: 左单旋, 父换爷+染色

# 红黑树的插入

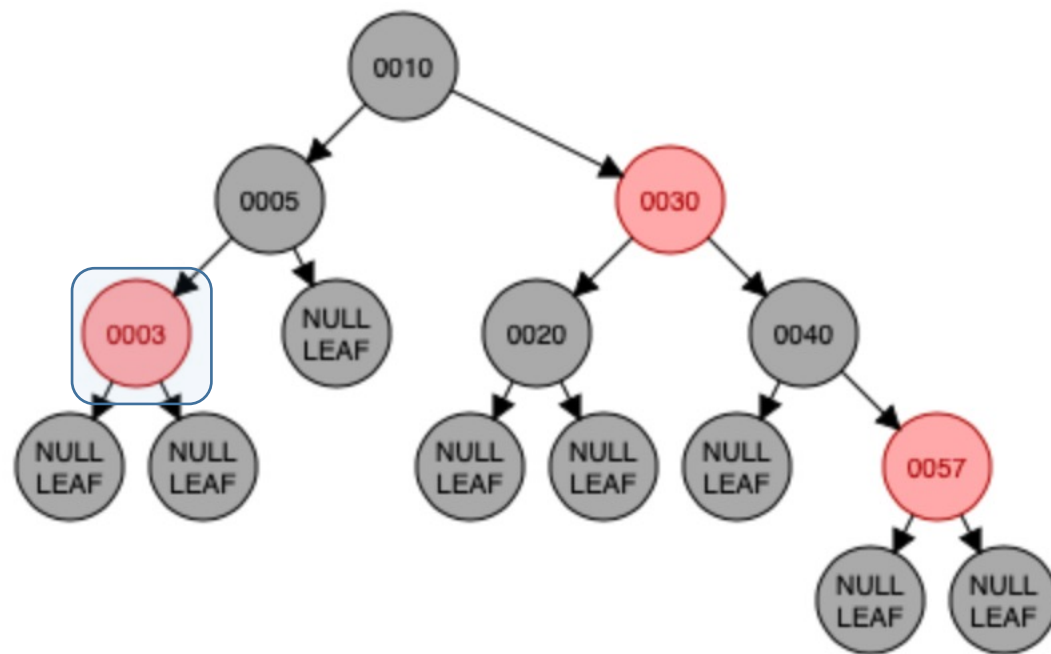
从一棵空的红黑树开始，插入：20, 10, 5, 30, 40, 57, 3, 2, 4, 35, 25, 18, 22, 23, 24, 19, 18



- 红叔: 染色+变新
  - 叔父爷染色, 爷变为新结点

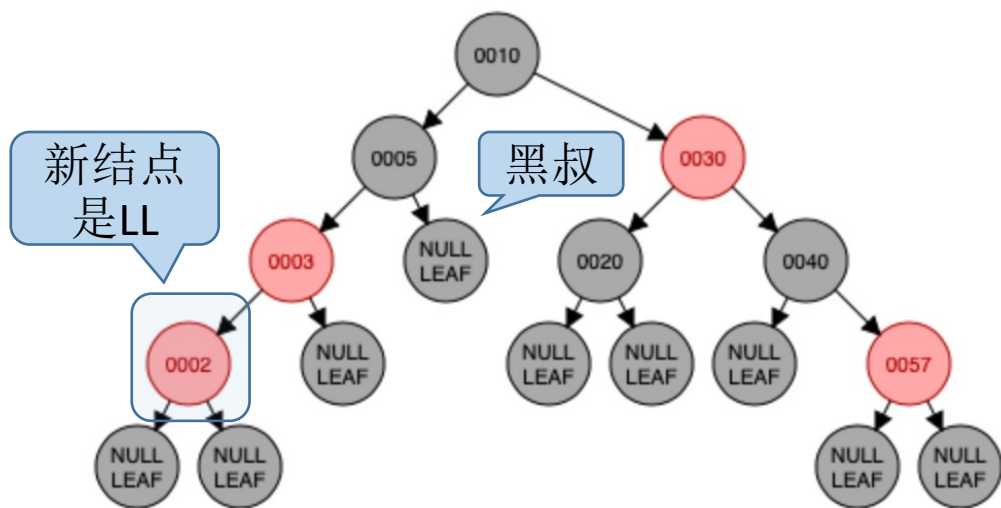
## 红黑树的插入

从一棵空的红黑树开始，插入：20, 10, 5, 30, 40, 57, 3, 2, 4, 35, 25, 18, 22, 23, 24, 19, 18

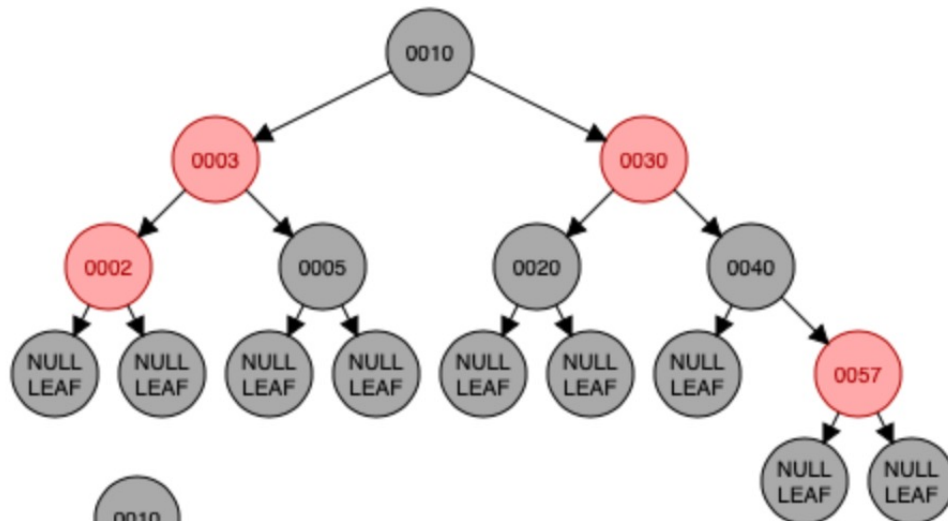


# 红黑树的插入

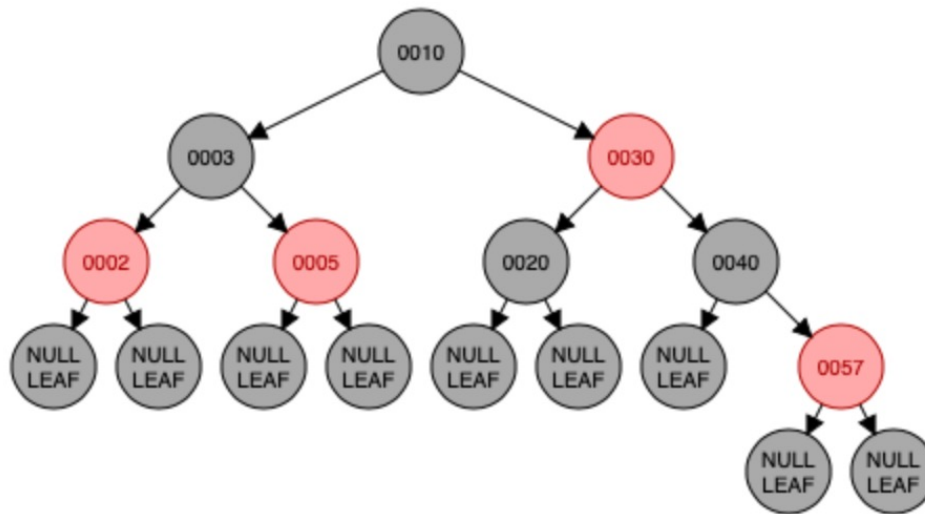
从一棵空的红黑树开始，插入：20, 10, 5, 30, 40, 57, 3, 2, 4, 35, 25, 18, 22, 23, 24, 19, 18



右单旋  
父换爷



+染色

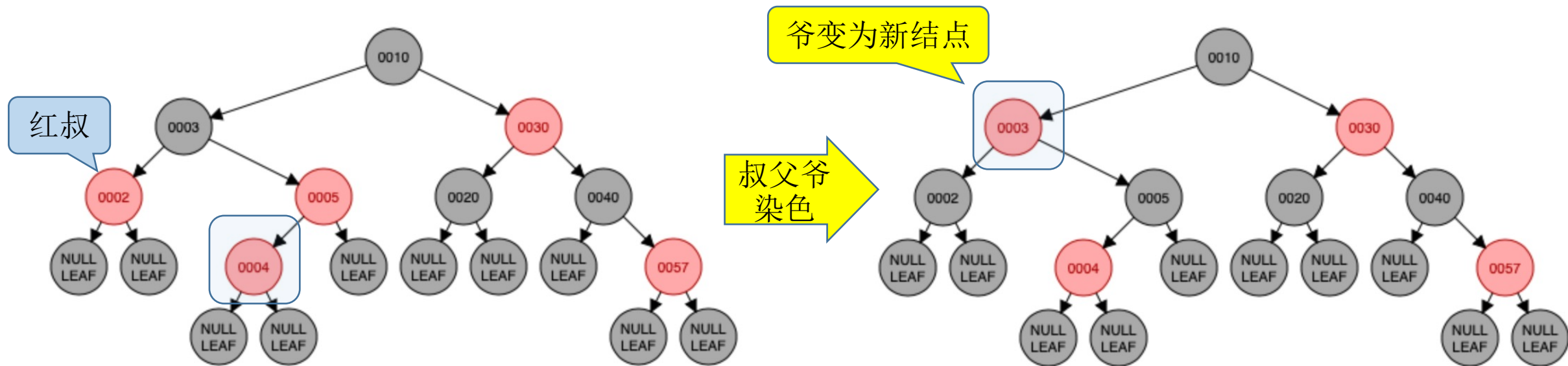


- 黑叔：旋转+染色
  - LL型：右单旋，父换爷+染色



# 红黑树的插入

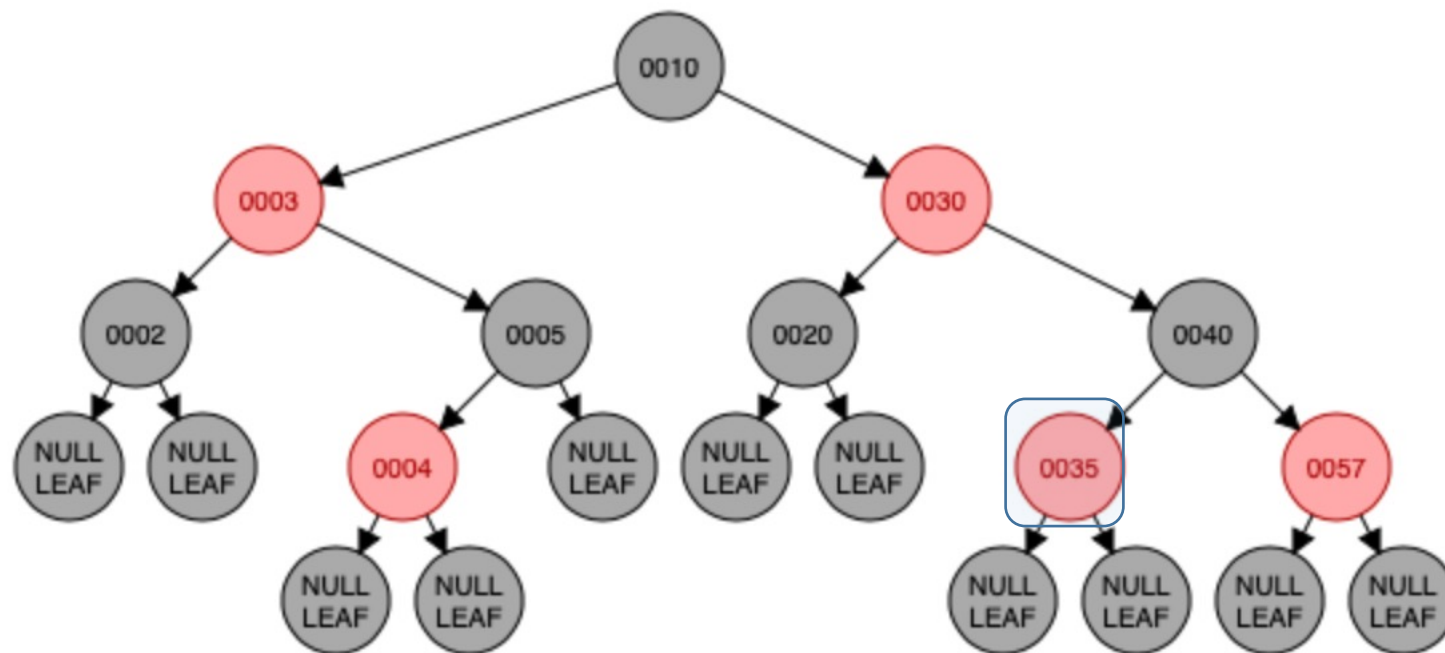
从一棵空的红黑树开始，插入：20, 10, 5, 30, 40, 57, 3, 2, 4, 35, 25, 18, 22, 23, 24, 19, 18



- 红叔：染色+变新
  - 叔父爷染色，爷变为新结点

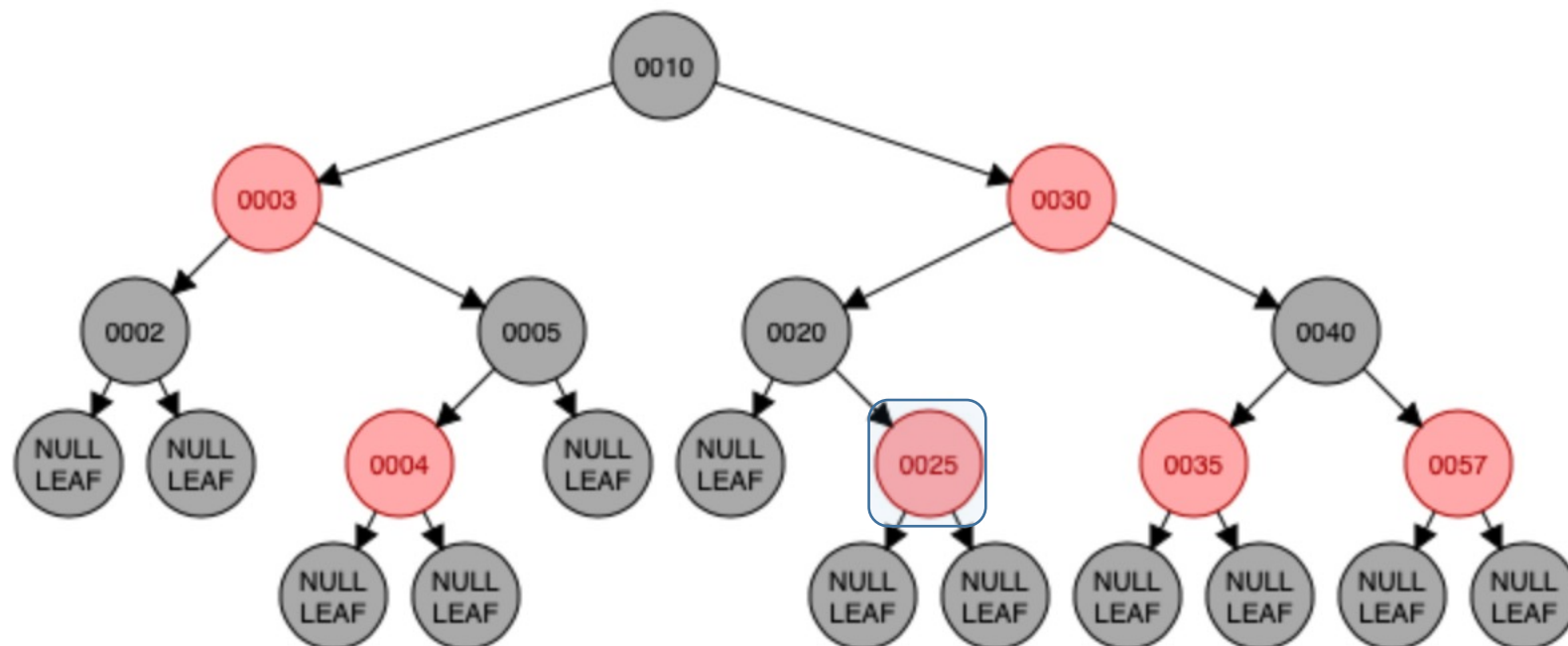
## 红黑树的插入

从一棵空的红黑树开始，插入：20, 10, 5, 30, 40, 57, 3, 2, 4, 35, 25, 18, 22, 23, 24, 19, 18



## 红黑树的插入

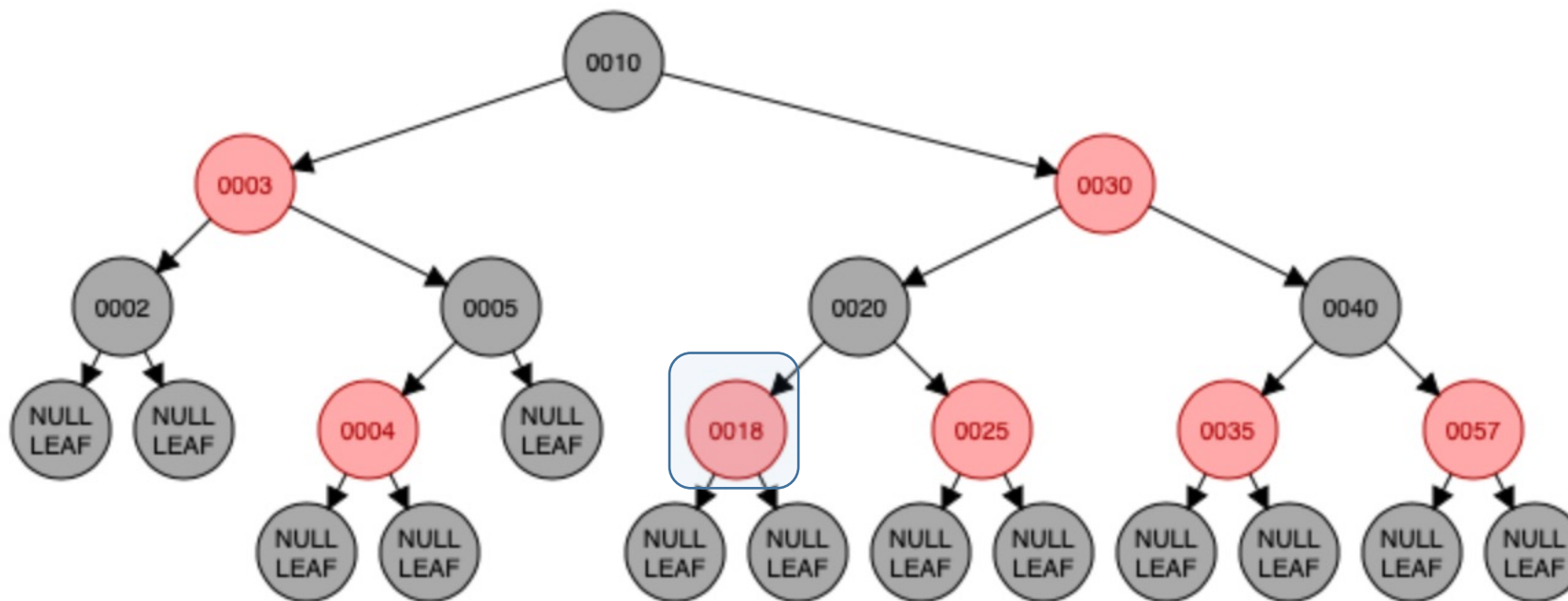
从一棵空的红黑树开始，插入：20, 10, 5, 30, 40, 57, 3, 2, 4, 35, 25, 18, 22, 23, 24, 19, 18



花里胡哨的肯定

## 红黑树的插入

从一棵空的红黑树开始，插入：20, 10, 5, 30, 40, 57, 3, 2, 4, 35, 25, 18, 22, 23, 24, 19, 18

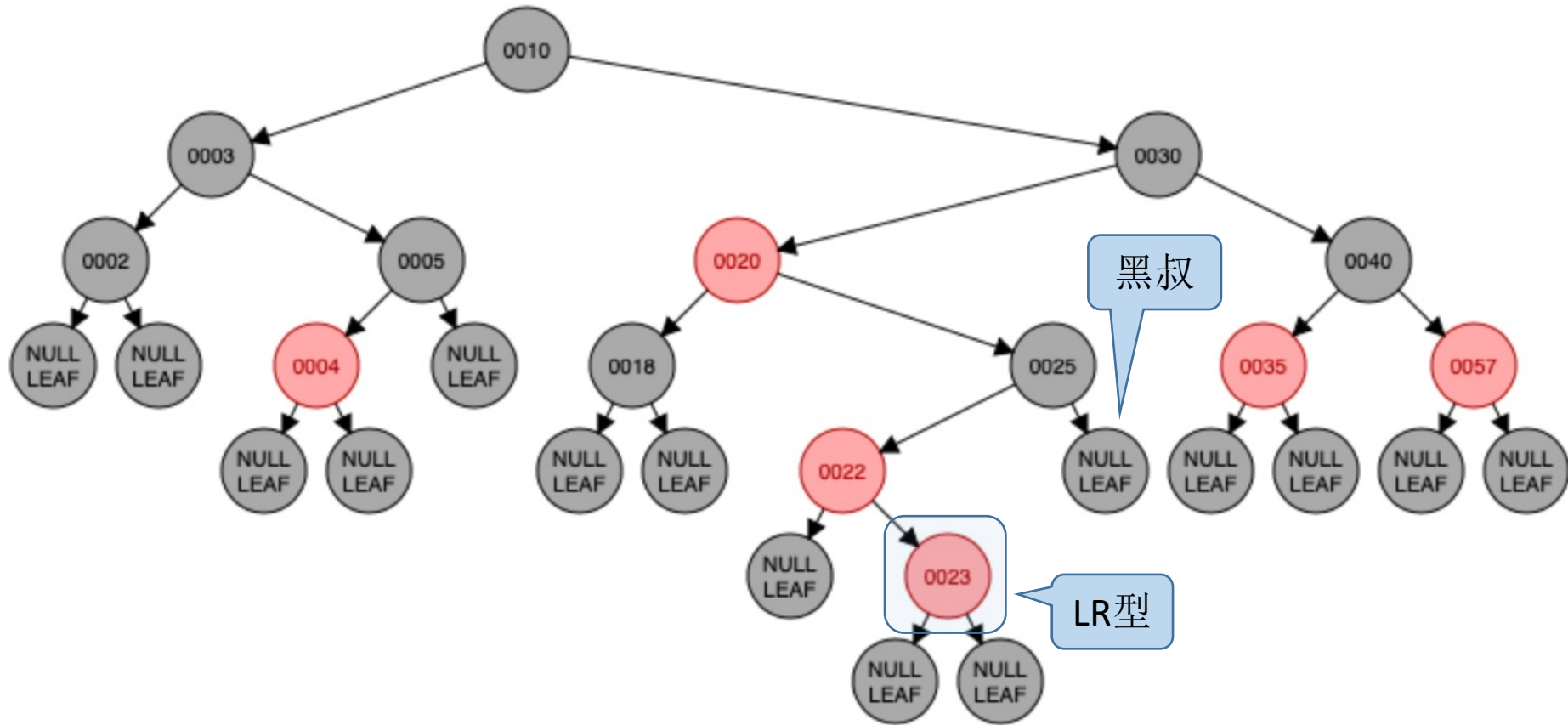


花里胡哨的肯定



# 红黑树的插入

从一棵空的红黑树开始，插入：20, 10, 5, 30, 40, 57, 3, 2, 4, 35, 25, 18, 22, 23, 24, 19, 18



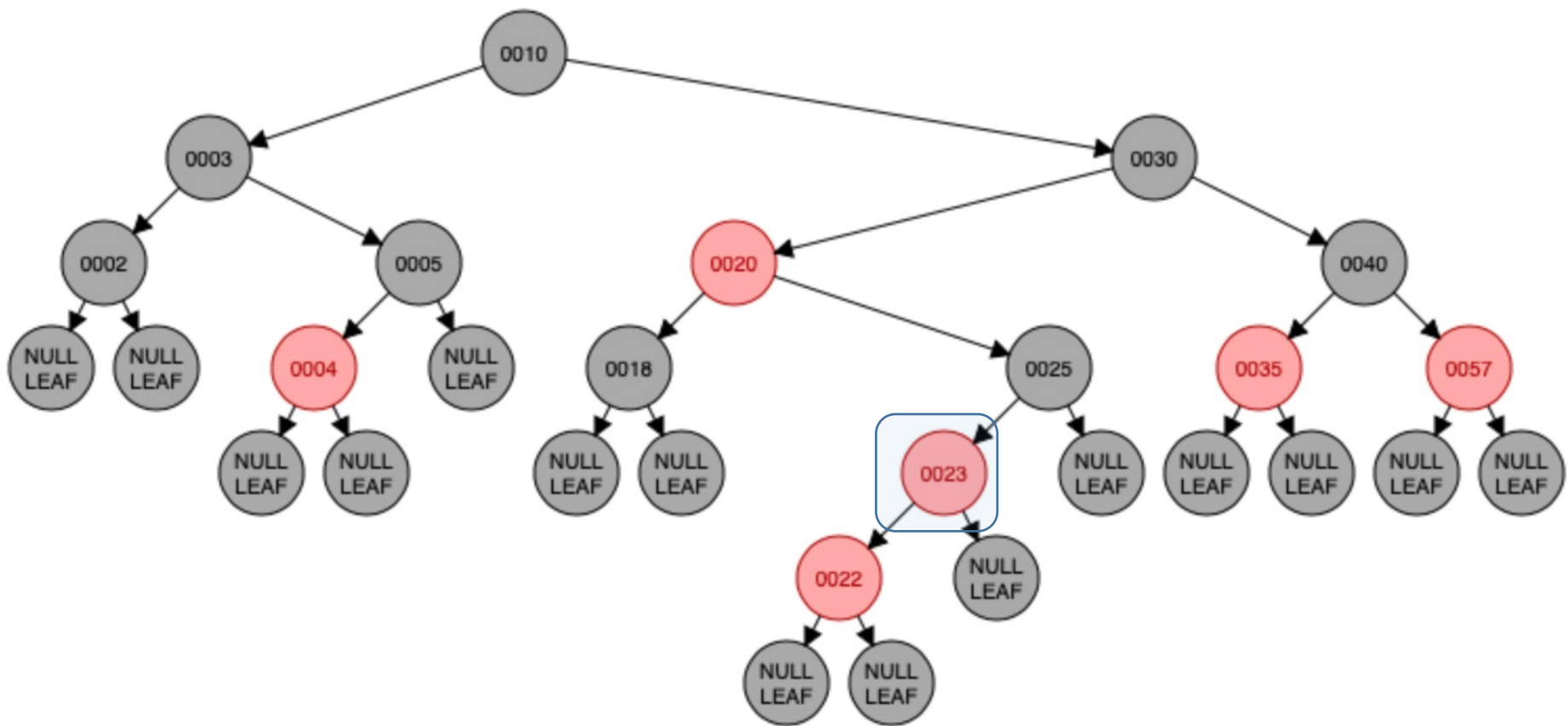
- 黑叔：旋转+染色
  - LR型：左、右双旋，儿换爷+染色



# 红黑树的插入

从一棵空的红黑树开始，插入：20, 10, 5, 30, 40, 57, 3, 2, 4, 35, 25, 18, 22, 23, 24, 19, 18

左单旋

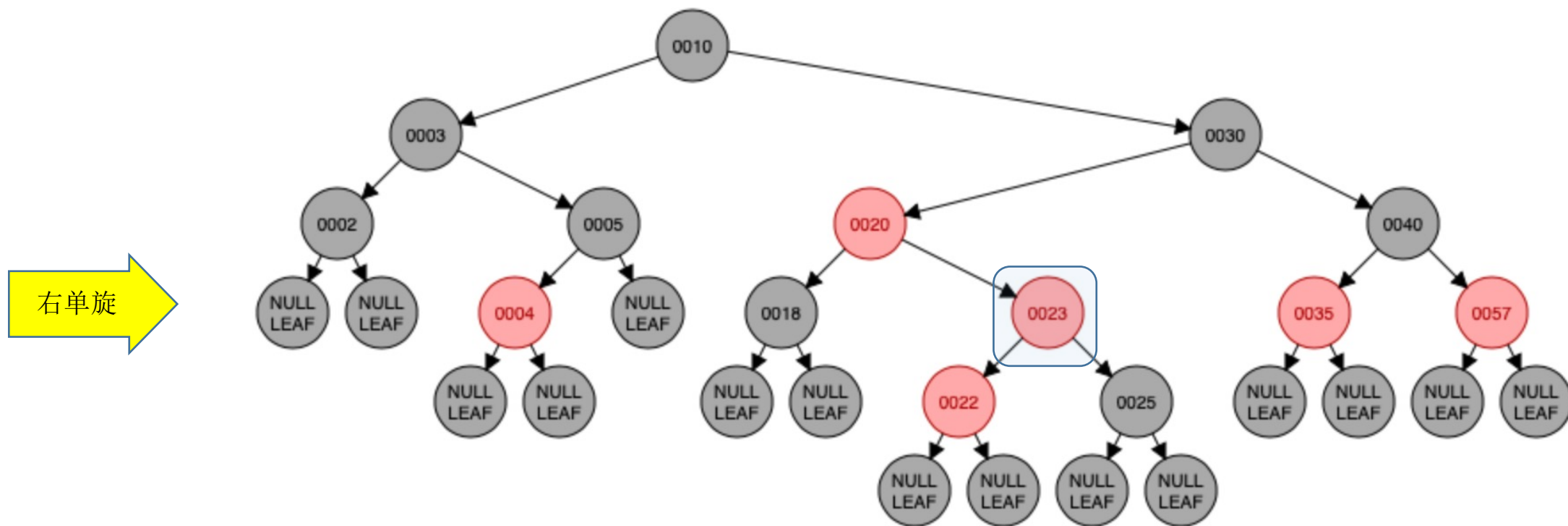


①左单旋的结果：儿子辈分升高

- 黑叔：旋转+染色
  - LR型：左、右双旋，儿换爷+染色

# 红黑树的插入

从一棵空的红黑树开始，插入：20, 10, 5, 30, 40, 57, 3, 2, 4, 35, 25, 18, 22, 23, 24, 19, 18



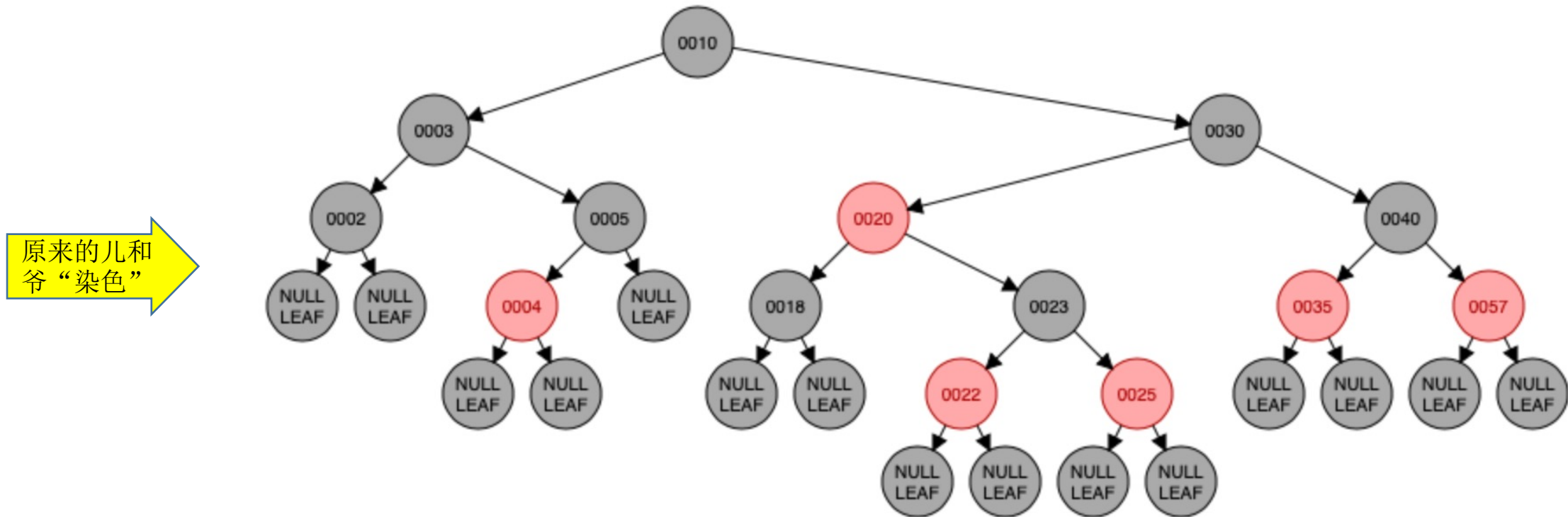
②右单旋的结果：儿子辈分再升高

- 黑叔：旋转+染色
  - LR型：左、右双旋，儿换爷+染色



# 红黑树的插入

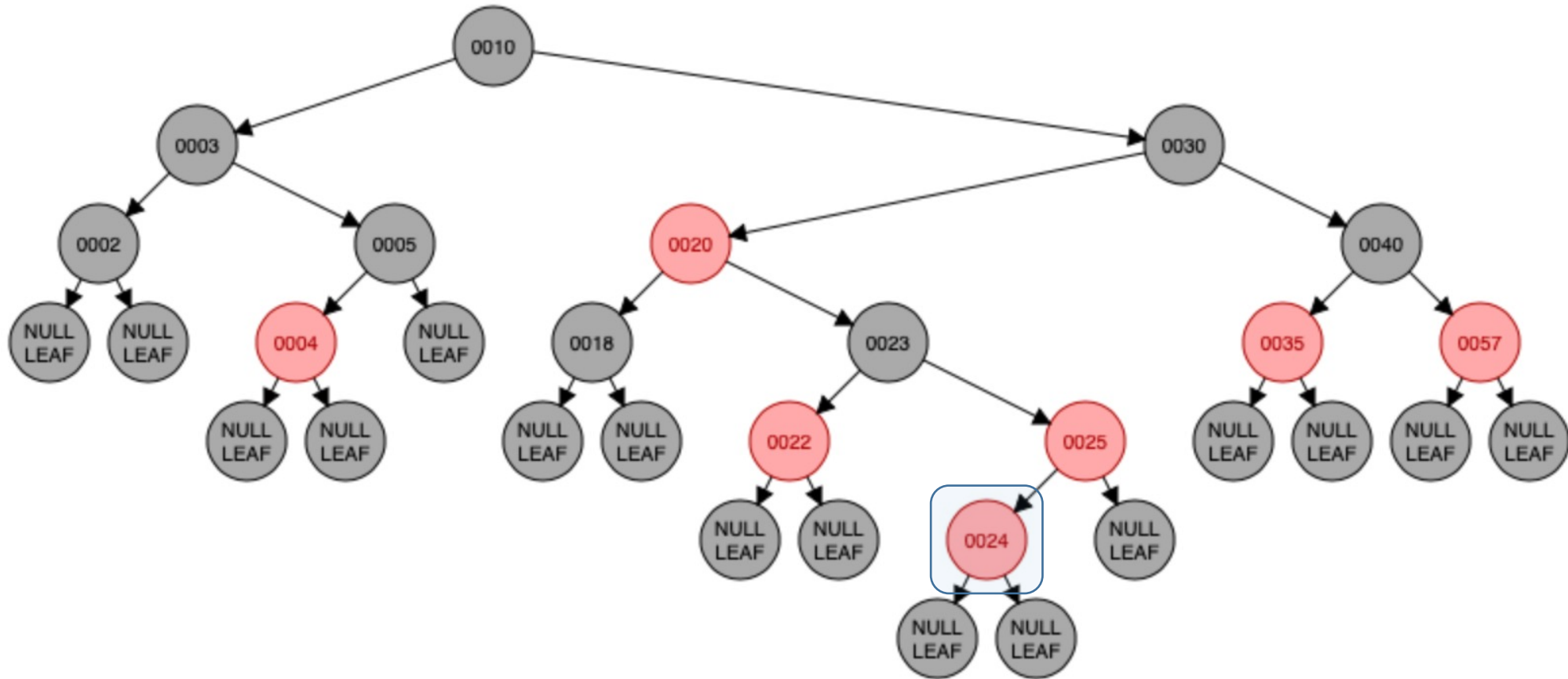
从一棵空的红黑树开始，插入：20, 10, 5, 30, 40, 57, 3, 2, 4, 35, 25, 18, 22, 23, 24, 19, 18



- 黑叔：旋转+染色
  - LR型：左、右双旋，儿换爷+染色

# 红黑树的插入

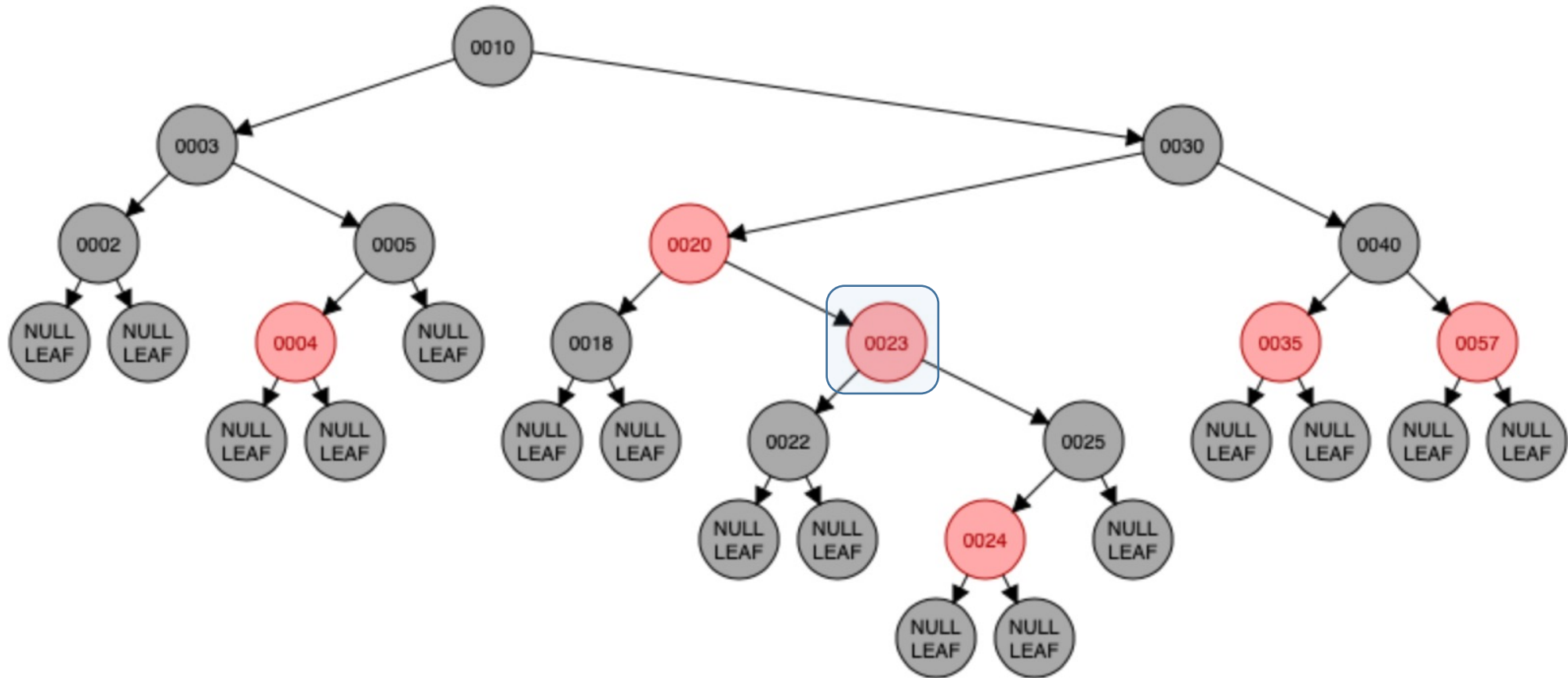
从一棵空的红黑树开始，插入：20, 10, 5, 30, 40, 57, 3, 2, 4, 35, 25, 18, 22, 23, 24, 19, 18



- 红叔：染色+变新
  - 叔父爷染色，爷变为新结点

# 红黑树的插入

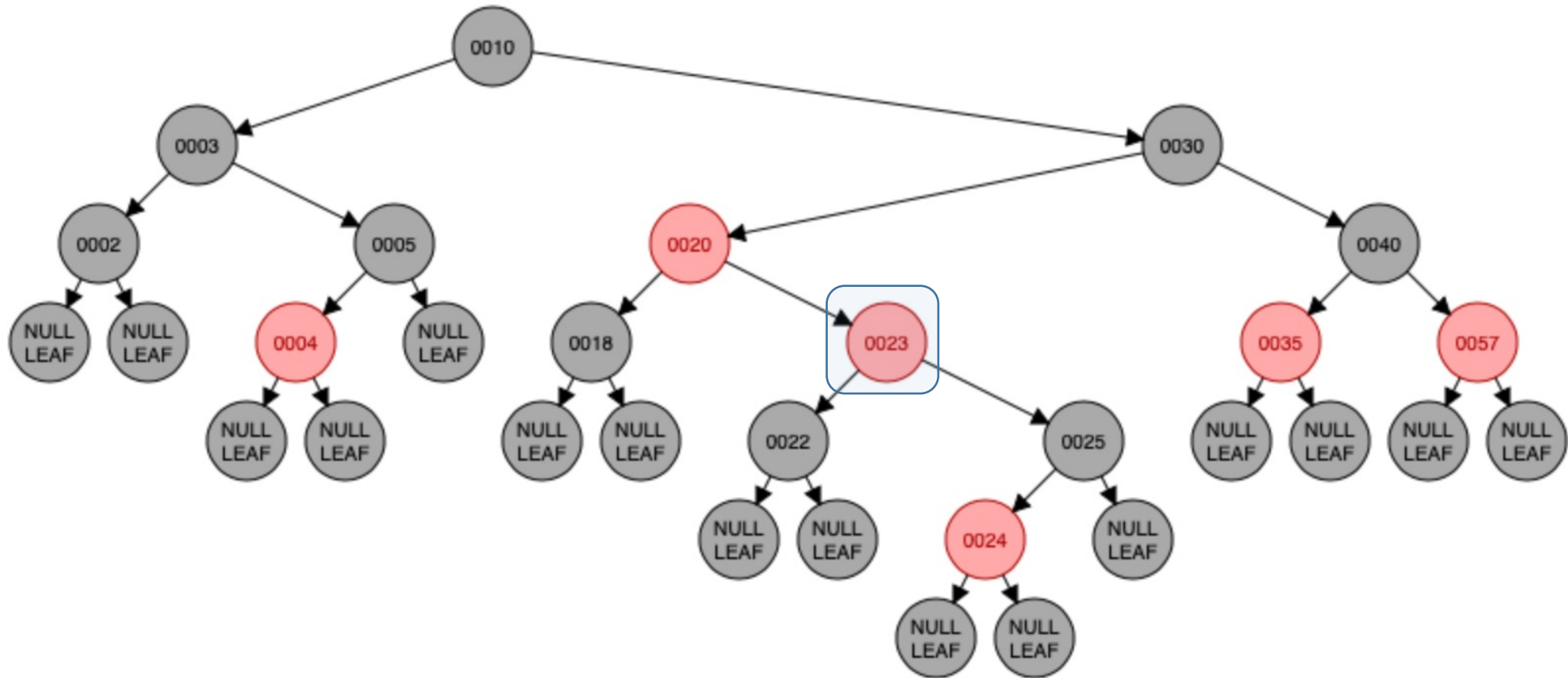
从一棵空的红黑树开始，插入：20, 10, 5, 30, 40, 57, 3, 2, 4, 35, 25, 18, 22, 23, 24, 19, 18



- 红叔：染色+变新
  - 叔父爷染色，爷变为新结点

# 红黑树的插入

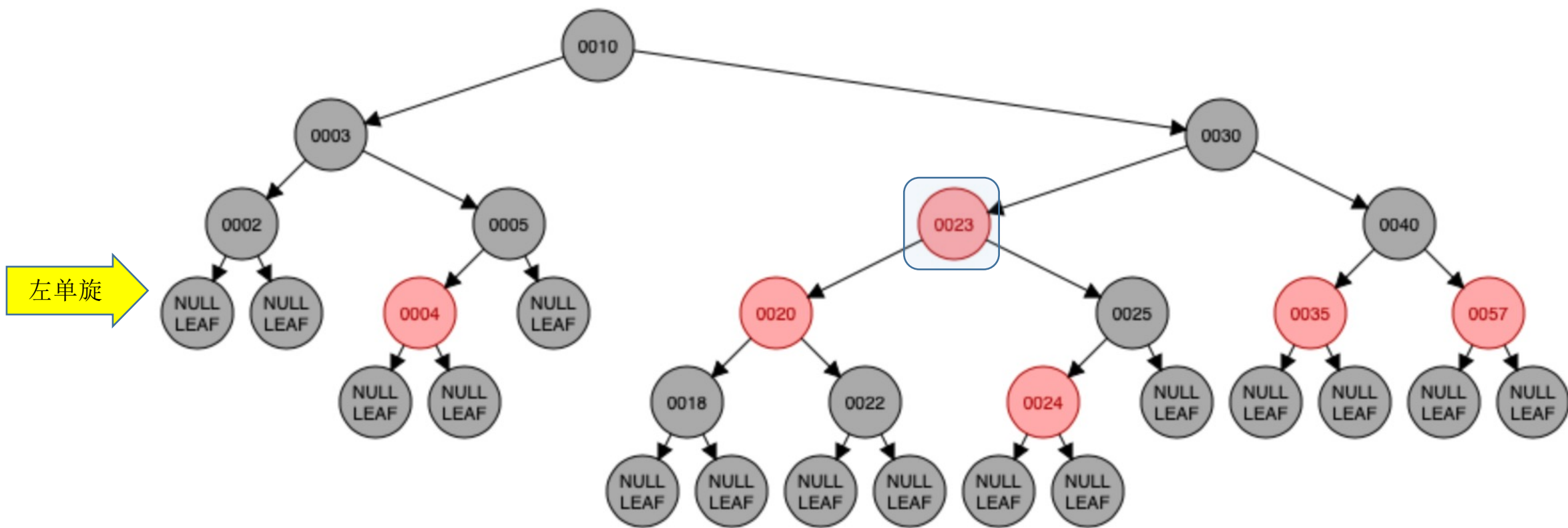
从一棵空的红黑树开始，插入：20, 10, 5, 30, 40, 57, 3, 2, 4, 35, 25, 18, 22, 23, 24, 19, 18



- 黑叔：旋转+染色
  - LR型：左、右双旋，儿换爷+染色

## 红黑树的插入

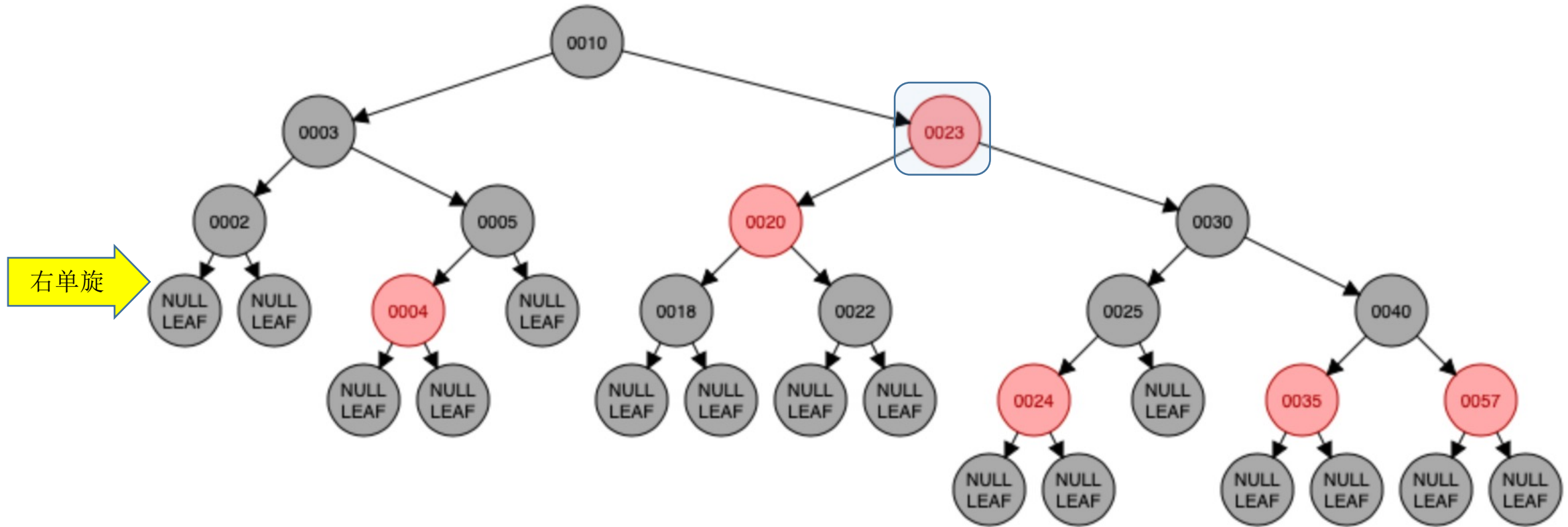
从一棵空的红黑树开始，插入：20, 10, 5, 30, 40, 57, 3, 2, 4, 35, 25, 18, 22, 23, 24, 19, 18



- 黑叔：旋转+染色
  - LR型：左、右双旋，儿换爷+染色

# 红黑树的插入

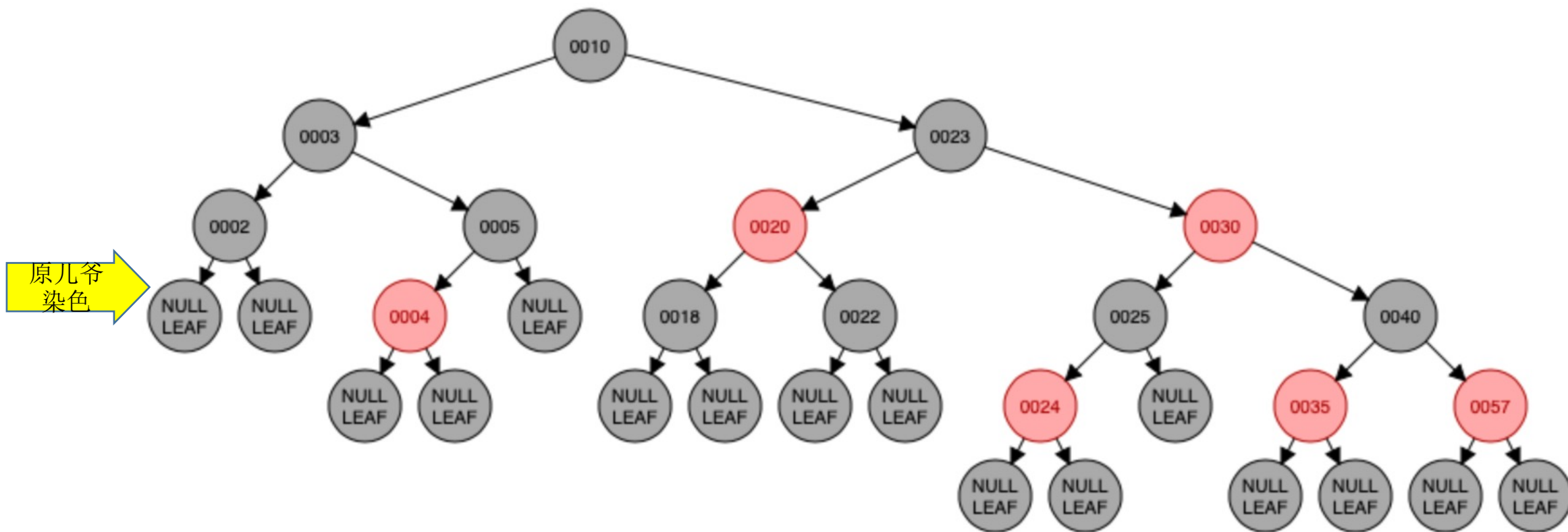
从一棵空的红黑树开始，插入：20, 10, 5, 30, 40, 57, 3, 2, 4, 35, 25, 18, 22, 23, 24, 19, 18



- 黑叔：旋转+染色
  - LR型：左、右双旋，儿换爷+染色

# 红黑树的插入

从一棵空的红黑树开始，插入：20, 10, 5, 30, 40, 57, 3, 2, 4, 35, 25, 18, 22, 23, 24, 19, 18

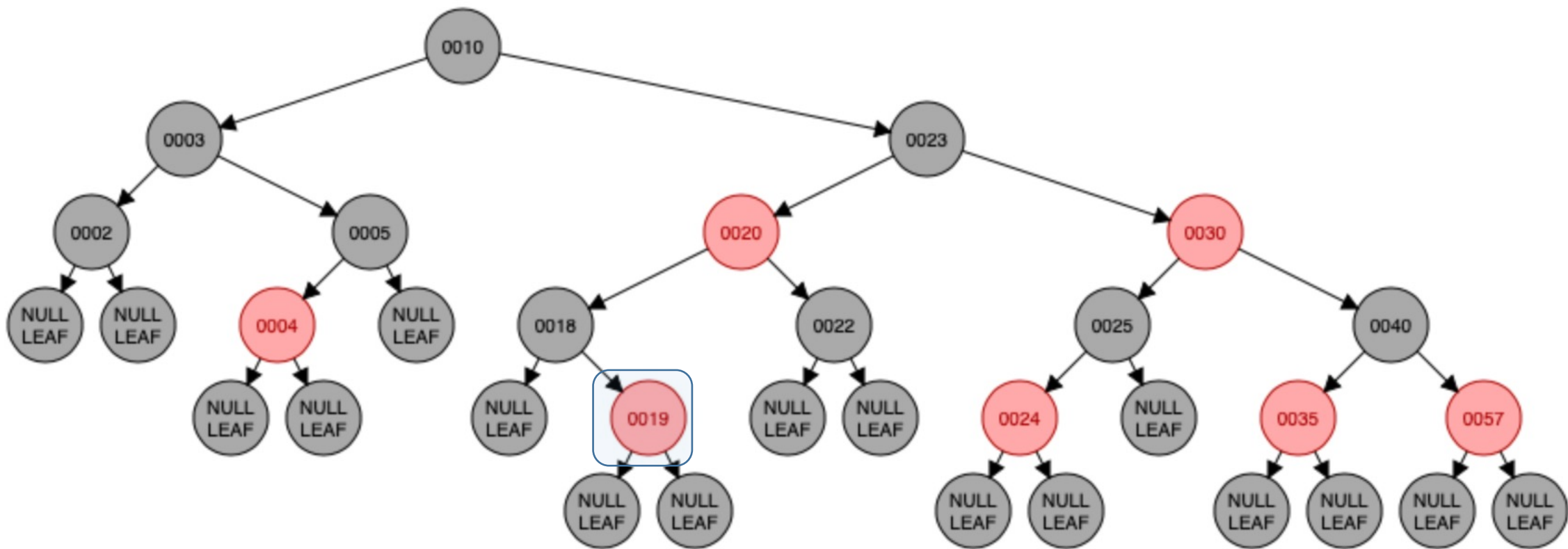


- 黑叔：旋转+染色
  - LR型：左、右双旋，儿换爷+染色



# 红黑树的插入

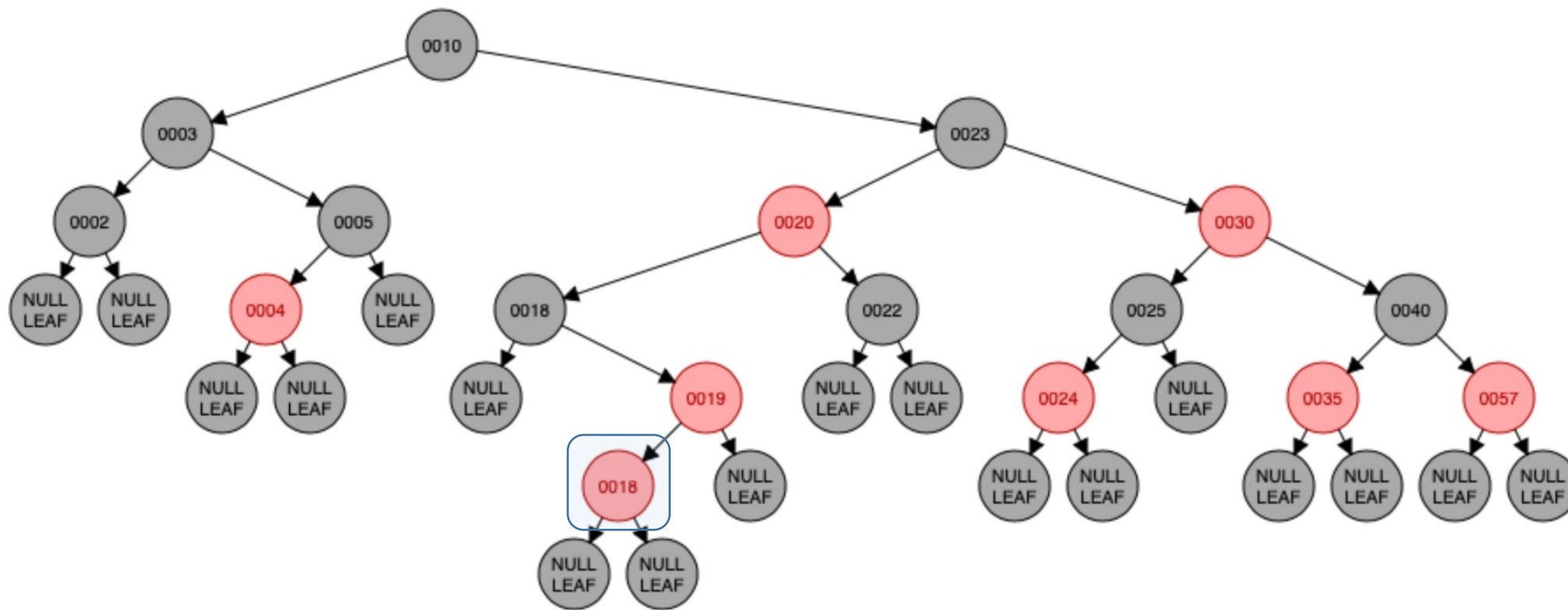
从一棵空的红黑树开始，插入：20, 10, 5, 30, 40, 57, 3, 2, 4, 35, 25, 18, 22, 23, 24, 19, 18





# 红黑树的插入

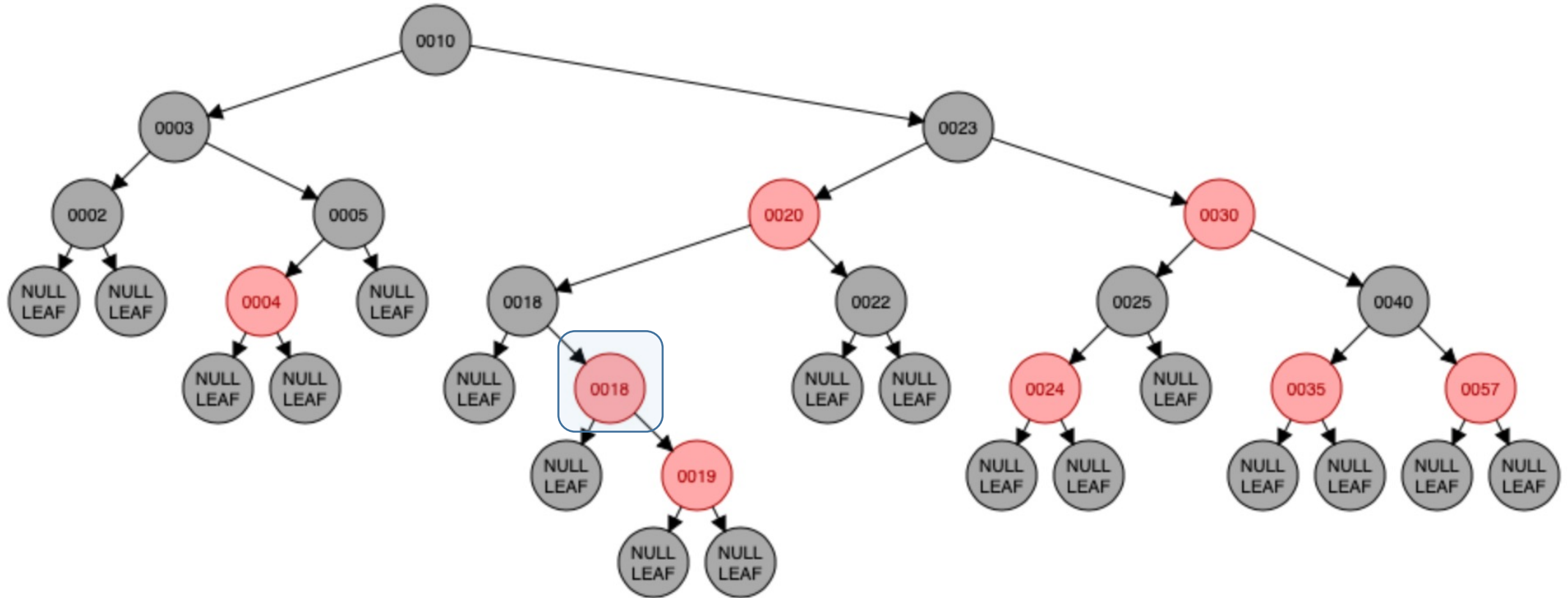
从一棵空的红黑树开始，插入：20, 10, 5, 30, 40, 57, 3, 2, 4, 35, 25, 18, 22, 23, 24, 19, 18



- 黑叔：旋转+染色
  - RL型：右、左双旋，儿换爷+染色

# 红黑树的插入

从一棵空的红黑树开始，插入：20, 10, 5, 30, 40, 57, 3, 2, 4, 35, 25, 18, 22, 23, 24, 19, 18

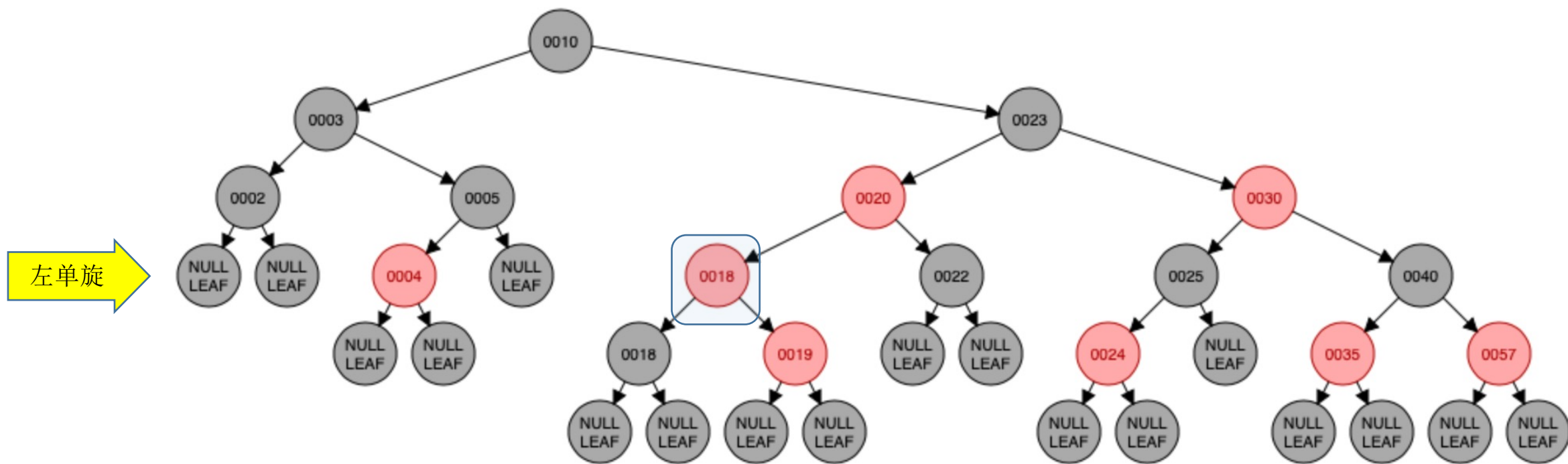


右单旋

- 黑叔：旋转+染色
  - RL型：右、左双旋，儿换爷+染色

# 红黑树的插入

从一棵空的红黑树开始，插入：20, 10, 5, 30, 40, 57, 3, 2, 4, 35, 25, 18, 22, 23, 24, 19, 18

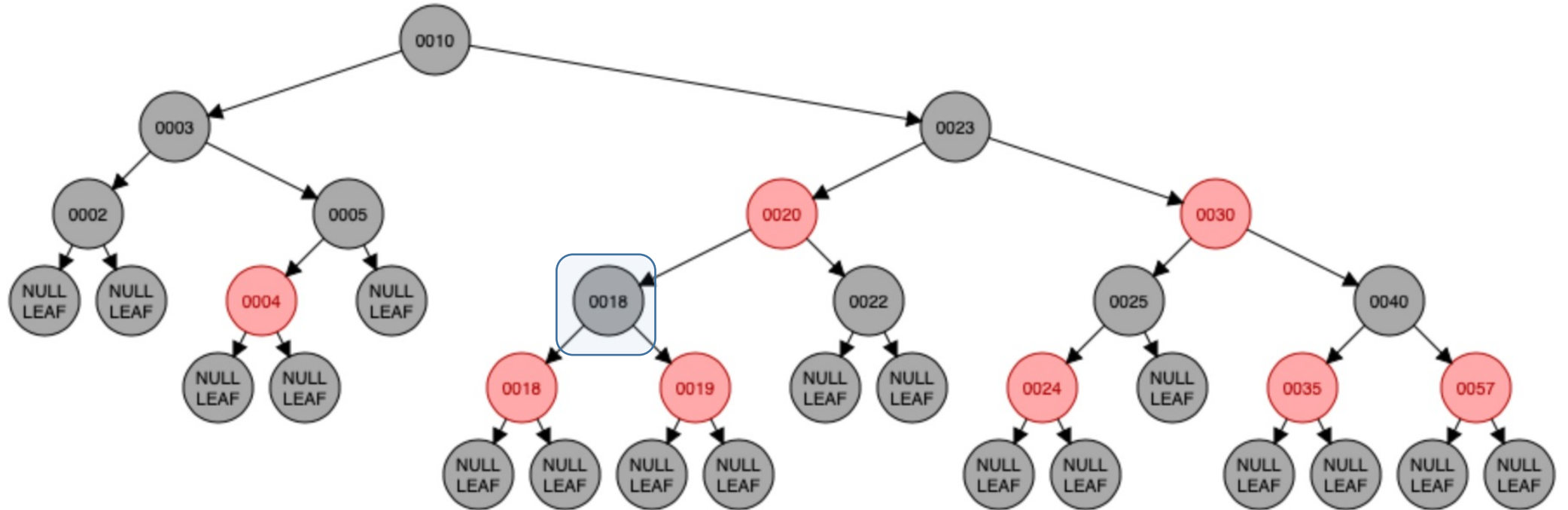


- 黑叔：旋转+染色
  - RL型：右、左双旋，儿换爷+染色

# 红黑树的插入

从一棵空的红黑树开始，插入：20, 10, 5, 30, 40, 57, 3, 2, 4, 35, 25, 18, 22, 23, 24, 19, 18

原爷爷  
染色



- 黑叔：旋转+染色
  - RL型：右、左双旋，儿换爷+染色

# 知识回顾与重要考点



# 红黑树练习方法（插入操作）

课件中的例子，插入：20, 10, 5, 30, 40, 57, 3, 2, 4, 35, 25, 18, 22, 23, 24, 19, 18

## Red/Black Tree

☒ Show Null Leaves

①打上勾，显示空叶结点

```
graph TD; 0023((0023)) --> 0011((0011)); 0023 --> 0123((0123)); 0011 --> N1((NULL LEAF)); 0011 --> N2((NULL LEAF)); 0123 --> 0055((0055)); 0123 --> 0234((0234)); 0055 --> N3((NULL LEAF)); 0055 --> N4((NULL LEAF)); 0234 --> N5((NULL LEAF)); 0234 --> 0999((0999)); 0999 --> N6((NULL LEAF)); 0999 --> N7((NULL LEAF));
```

②选择 pause，使用 Step Forward/Step Back 进行单步演示

Animation Completed

Animation Speed

w: 800 h: 300 Change Canvas Size Move Controls

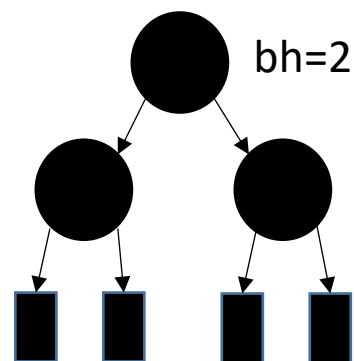
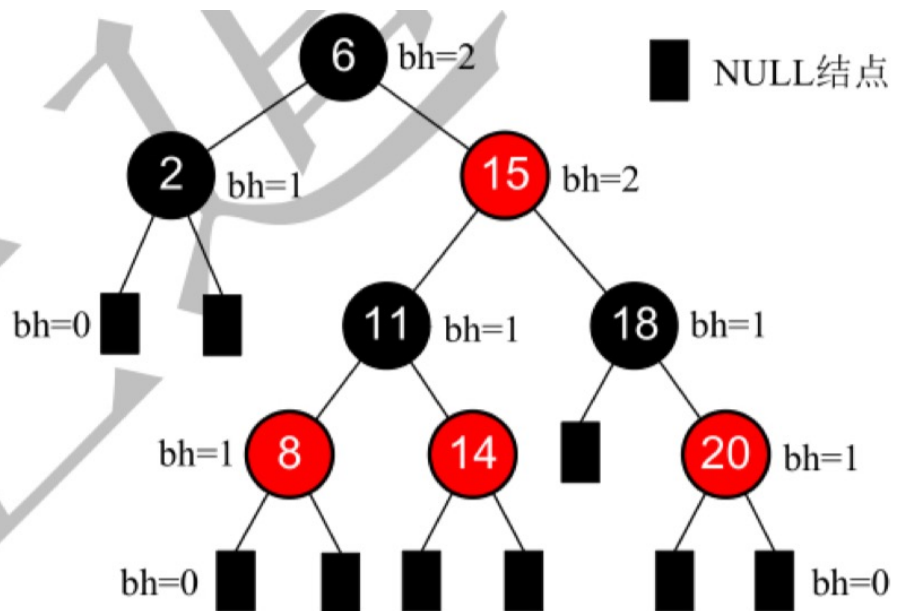
Algorithm Visualizations

③插入关键字

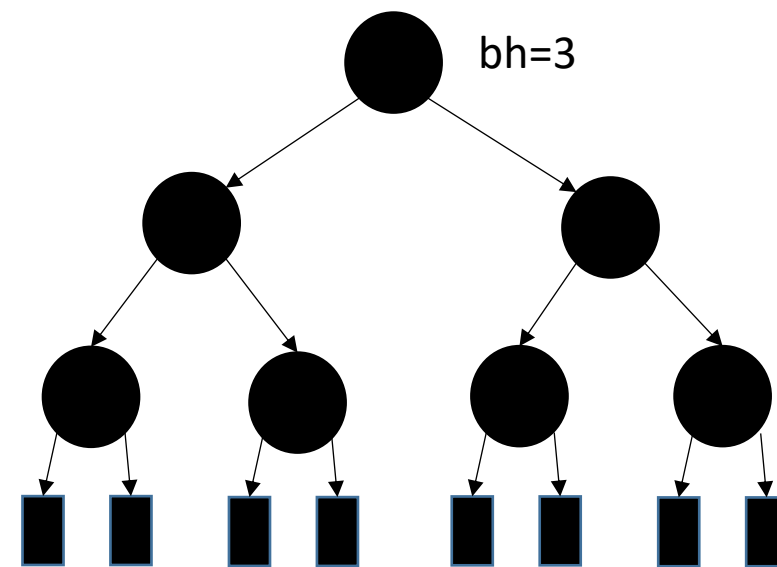
自我训练方法：你可以自己设计一些插入序列，每一次插入后，都先思考应该如何调整，然后在网站中演示验证。插入新元素时，尽可能覆盖 黑叔LL/RR/LR/RL、红叔 的情况。

<https://www.cs.usfca.edu/~galles/visualization/RedBlack.html>

## 与“黑高”相关的推论



根节点黑高=2，  
内部结点数最少  
的情况



根节点黑高=3，内部结点数最少  
的情况

结点的**黑高**  $bh$  —— 从某结点出发（不含该结点）到达任一叶结点的路径上黑结点总数

思考：根节点黑高为  $h$  的红黑树，内部结点数（关键字）至少有多少个？

回答：内部结点数最少——总共  $h$  层黑结点的满树形态

结论：若根节点黑高为  $h$ ，内部结点数（关键字）最少有  $2^h - 1$  个



## 红黑树的定义→性质

红黑树是二叉排序树 → 左子树结点值  $\leq$  根结点值  $\leq$  右子树结点值

与普通BST相比，有什么要求 →

左根右，根叶黑  
不红红，黑路同



张口就是freestyle

- ①每个结点或是红色，或是黑色的
- ②根节点是黑色的
- ③叶结点（外部结点、NULL结点、失败结点）均是黑色的
- ④不存在两个相邻的红结点（即红结点的父节点和孩子结点均是黑色）
- ⑤对每个结点，从该节点到任一叶结点的简单路径上，所含黑结点的数目相同

→ 性质1：从根节点到叶结点的最长路径不大于最短路径的2倍  
性质2：有n个内部节点的红黑树高度  $h \leq 2\log_2(n + 1)$

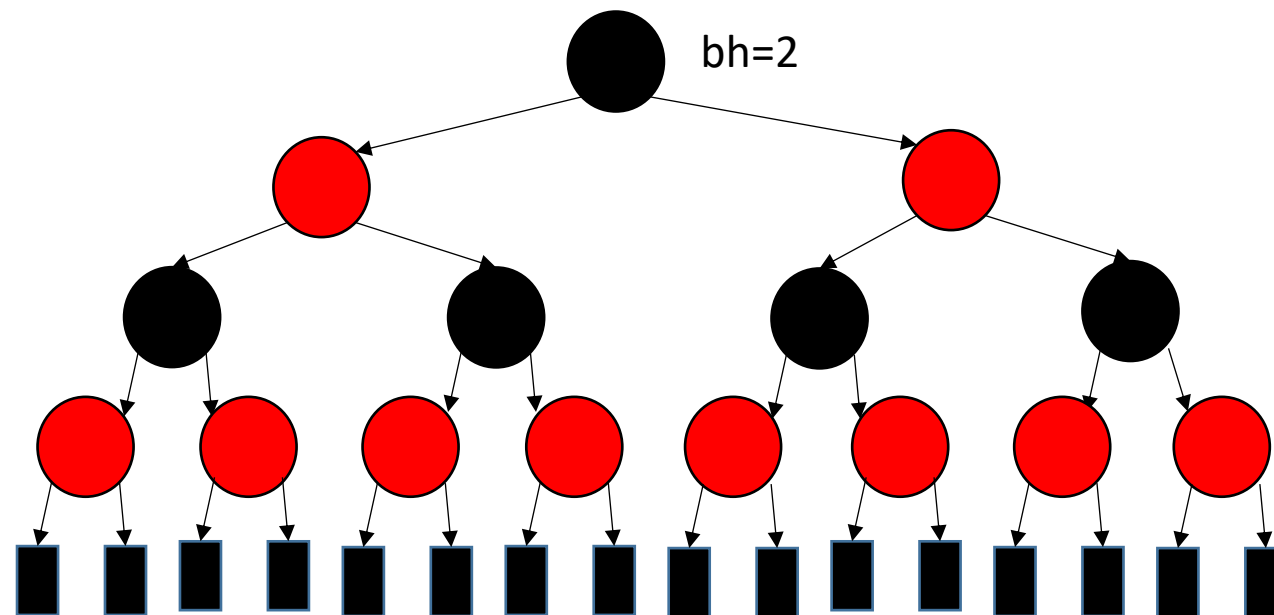
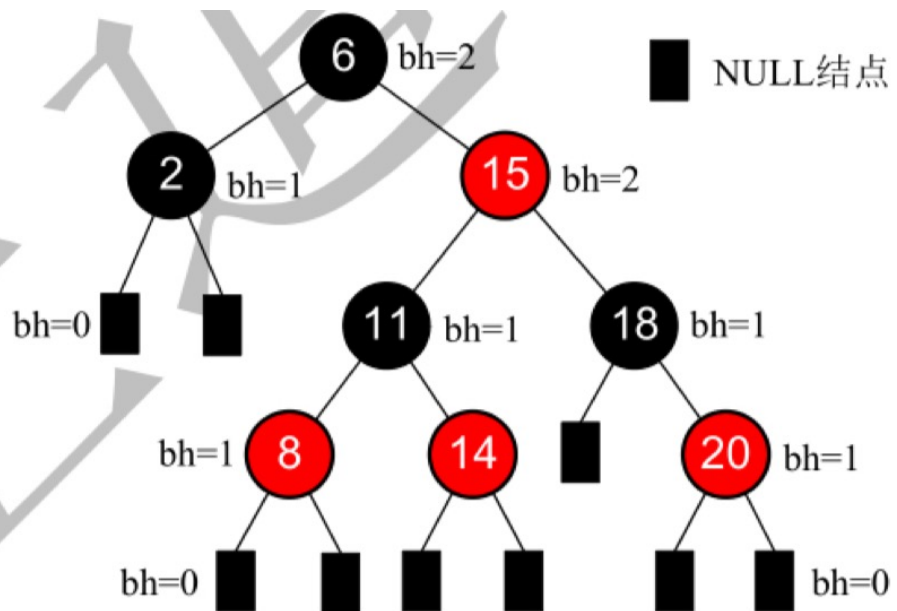
→ 红黑树查找操作时间复杂度 =  $O(\log_2 n)$

性质1证明：任何一条查找失败路径上黑结点数量都相同，而路径上不能连续出现两个红结点，即红结点只能穿插在各个黑结点中间

性质2证明：若红黑树总高度=h，则根节点黑高  $\geq h/2$ ，因此内部结点数  $n \geq 2^{h/2}-1$ ，由此推出  $h \leq 2\log_2(n + 1)$



## 与“黑高”相关的推论



结点的**黑高**  $bh$  —— 从某结点出发（不含该结点）到达任一叶结点的路径上黑结点总数

思考：根节点黑高为  $h$  的红黑树，内部结点数（关键字）至多有多少个？

回答：内部结点数**最多**的情况—— $h$ 层黑结点，每一层黑结点下面都铺满一层红结点。共 $2h$ 层的满树形态

结论：若根节点黑高为 $h$ ，内部结点数（关键字）最多有  $2^{2h}-1$  个

# 欢迎大家对本节视频进行评价~



学员评分：7.3.3\_2 红...

扫一扫二维码打开或分享给好友



— 腾讯文档 —

可多人实时在线编辑，权限安全可控



公众号：王道在线



b站：王道计算机教育



抖音：王道计算机考研