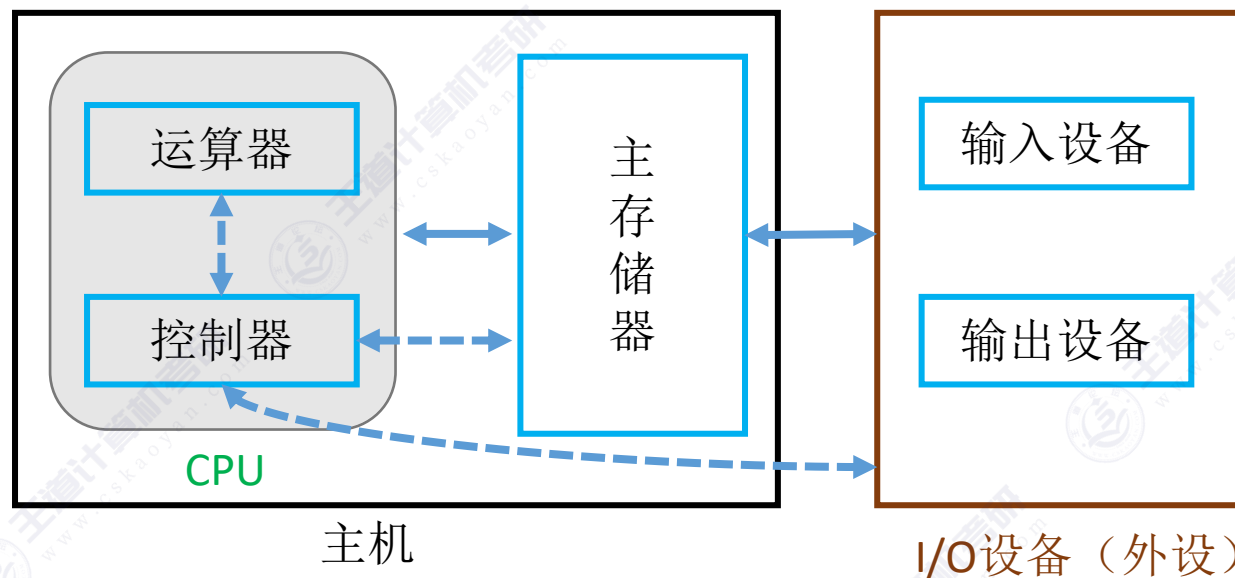


王道考研——计算机组成原理

WWW.CSKAOYAN.COM

第二章 数据的表示和运算

现代计算机的结构



数据如何在计算机中表示?

运算器如何实现数据的算数、逻辑运算?



本节内容

进位计数制

知识总览

进位计数制

十进制、二进制、八进制、十六进制

★ 其他进制 ——> 十进制

★ 二进制、八进制、十六进制之间的相互转换

★ 十进制 ——> 其他进制

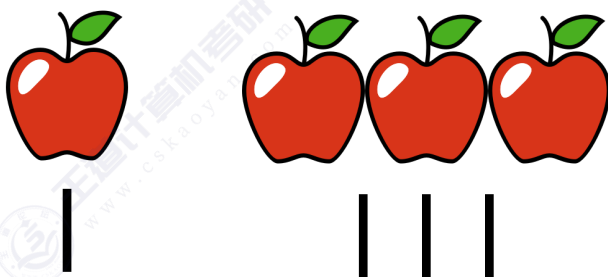
真值和机器数

最古老的计数方法

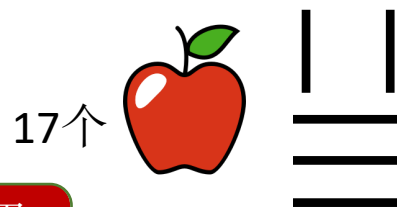
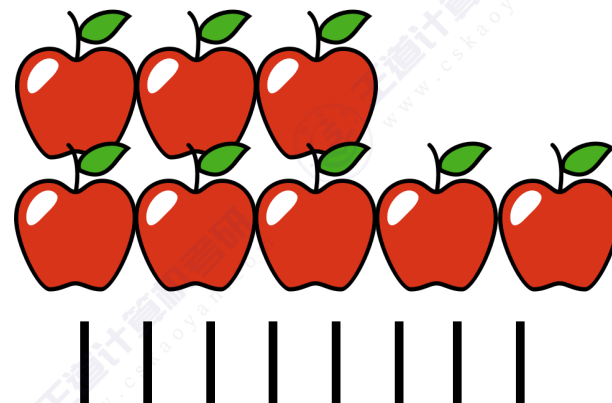


罗马数字的几种符号与对应权重

基本字符	I	V	X	L	C	D	M
相应的阿拉伯数字表示为	1	5	10	50	100	500	1000



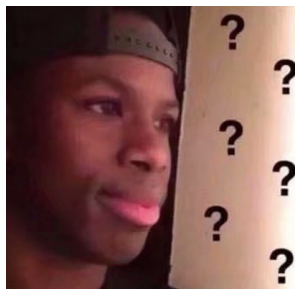
符号反映权重



基于“加法”思想的计数方法

I—1、II—2、III—3、IIII—4 (IV)、V—5
X—10、XI—11、XII—12、XIII—13
MDCLXVI—1666、MDCCCLXXXVIII—1888

十进制计数法



古印度人发明的阿拉伯数字：0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

符号反映权重

十进制：

975.36

符号所在的位置也反映权重

$$9 \times 100 + 7 \times 10 + 5 \times 1 + 3 \times 0.1 + 6 \times 0.01$$

基于“乘法”思想的计数方法

$$9 \times 10^2 + 7 \times 10^1 + 5 \times 10^0 + 3 \times 10^{-1} + 6 \times 10^{-2}$$

八进制发明者？（误）



十进制： $K_n K_{n-1} \dots K_2 K_1 K_0 K_{-1} K_{-2} \dots K_{-m}$

位权

$$= K_n \times 10^n + K_{n-1} \times 10^{n-1} + \dots + K_2 \times 10^2 + K_1 \times 10^1 + K_0 \times 10^0 \\ + K_{-1} \times 10^{-1} + K_{-2} \times 10^{-2} + \dots + K_{-m} \times 10^{-m}$$

“进位计数制”

有0~9，共十种符号。
逢十进一



推广：r 进制计数法

r 进制: $K_n K_{n-1} \dots K_2 K_1 K_0 K_{-1} K_{-2} \dots K_{-m}$ 位权

$$= K_n \times r^n + K_{n-1} \times r^{n-1} + \dots + K_2 \times r^2 + K_1 \times r^1 + K_0 \times r^0 \\ + K_{-1} \times r^{-1} + K_{-2} \times r^{-2} + \dots + K_{-m} \times r^{-m}$$

基数: 每个数码位所用到的不同符号的个数, r 进制的基数为 r

- ① 可使用两个稳定状态的物理器件表示
- ② 0, 1 正好对应逻辑值 假、真。方便实现逻辑运算
- ③ 可很方便地使用逻辑门电路实现算术运算

二进制: 0, 1

八进制: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7

十进制: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

十六进制: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F

二进制: $101.1 \rightarrow 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 + 1 \times 2^{-1} = 5.5$

八进制: $5.4 \rightarrow 5 \times 8^0 + 4 \times 8^{-1} = 5.5$

十进制: $5.5 \rightarrow 5 \times 10^0 + 5 \times 10^{-1} = 5.5$

十六进制: $5.8 \rightarrow 5 \times 16^0 + 8 \times 16^{-1} = 5.5$

任意进制→十进制

r 进制: $K_n K_{n-1} \dots K_2 K_1 K_0 \overset{\text{位权}}{K_{-1} K_{-2} \dots K_{-m}}$

$$= K_n \times r^n + K_{n-1} \times r^{n-1} + \dots + K_2 \times r^2 + K_1 \times r^1 + K_0 \times r^0 \\ + K_{-1} \times r^{-1} + K_{-2} \times r^{-2} + \dots + K_{-m} \times r^{-m}$$

二进制: 10010010.110

$$1 * 2^7 + 1 * 2^4 + 1 * 2^1 + 1 * 2^{-1} + 1 * 2^{-2} = 146.75$$

八进制: 251.5

$$2 * 8^2 + 5 * 8^1 + 1 * 8^0 + 5 * 8^{-1} = 169.625$$

十六进制: AE86.1

$$10 * 16^3 + 14 * 16^2 + 8 * 16^1 + 6 * 16^0 + 1 * 16^{-1} = 44678.0625$$

2^{12}	2^{11}	2^{10}	2^9	2^8	2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0	2^{-1}	2^{-2}	2^{-3}
4096	2048	1024	512	256	128	64	32	16	8	4	2	1	0.5	0.25	0.125

二进制 \leftrightarrow 八进制、十六进制

如: 1111000010.01101

二进制 \rightarrow 八进制

3位一组, 每组转换成对应的八进制符号

001 111 000 010 . 011 010

1 7 0 2 . 3 2 八进制

二进制 \rightarrow 十六进制

4位一组, 每组转换成对应的十六进制符号

0011 1100 0010 . 0110 1000

3 C 2 . 6 8 十六进制

八进制 \rightarrow 二进制

每位八进制对应的3位二进制

$(251.5)_8 \rightarrow (010\ 101\ 001.101)_2$

十六进制 \rightarrow 二进制

每位十六进制对应的4位二进制

$(AE86.1)_{16} \rightarrow (1010\ 1110\ 0110.0001)_2$

各种进制的常见书写方式

二进制—— $(1010001010010)_2$ 1010001010010**B**

八进制—— $(1652)_8$

十六进制—— $(1652)_{16}$ 1652**H** **0x**1652

十进制—— $(1652)_{10}$ 1652**D**

十六进制



adj. **hexadecimal** ;

十进制



n. **decimalism**

r 进制: $K_n K_{n-1} \dots K_2 K_1 K_0 K_{-1} K_{-2} \dots K_{-m}$

$$= K_n \times r^n + K_{n-1} \times r^{n-1} + \dots + K_2 \times r^2 + K_1 \times r^1 + K_0 \times r^0 + K_{-1} \times r^{-1} + K_{-2} \times r^{-2} + \dots + K_{-m} \times r^{-m}$$

任一数码位 $K_j < r$

$$\frac{K_n \times r^n + K_{n-1} \times r^{n-1} + \dots + K_2 \times r^2 + K_1 \times r^1 + K_0 \times r^0}{r} = K_n \times r^{n-1} + K_{n-1} \times r^{n-2} + \dots + K_2 \times r^1 + K_1 \times r^0 \dots K_0$$

商

... 余数

$$r = 2$$

$$75 \div 2 = 37 \dots \boxed{1} K_0$$

$$37 \div 2 = 18 \dots \boxed{1} \quad K_1$$

$$18 \div 2 = 9 \dots \boxed{0} K_2$$

$$9 \div 2 = 4 \dots \boxed{1} \quad K_3$$

$$4 \div 2 = 2 \dots \boxed{0} \quad K_4$$

$$2 \div 2 = 1 \dots \boxed{0} \quad K_5$$

$$1 \div 2 = 0 \dots \boxed{1} K_6$$

75D = 1001011B

$$(75)_{10} = (1001011)_2$$

取余

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 75} \\ 2 \overline{) 37} \\ 2 \overline{) 18} \\ 2 \overline{) 9} \\ 2 \overline{) 4} \\ 2 \overline{) 2} \\ 2 \overline{) 1} \\ 0 \end{array}$$

1
1
0
1
0
0
1

↑ 低位
高位

十进制→任意进制

十进制 → 任意进制

r 进制: $K_n K_{n-1} \dots K_2 K_1 K_0 K_{-1} K_{-2} \dots K_{-m}$

$$= K_n \times r^n + K_{n-1} \times r^{n-1} + \dots + K_2 \times r^2 + K_1 \times r^1 + K_0 \times r^0 + K_{-1} \times r^{-1} + K_{-2} \times r^{-2} + \dots + K_{-m} \times r^{-m}$$

如: 75.3 小数部分=0.3

$$(K_{-1} \times r^{-1} + K_{-2} \times r^{-2} + \dots + K_{-m} \times r^{-m}) \times r = \underbrace{K_{-1} \times r^0}_{\text{整数}} + \underbrace{K_{-2} \times r^{-1} + \dots + K_{-m} \times r^{-(m-1)}}_{\text{小数}}$$

如: 十进制 → 二进制 $r=2$

$$0.3 \times 2 = 0.6 = \boxed{0} + 0.6 \quad K_{-1}$$

$$0.6 \times 2 = 1.2 = \boxed{1} + 0.2 \quad K_{-2}$$

$$0.2 \times 2 = 0.4 = \boxed{0} + 0.4 \quad K_{-3}$$

$$0.4 \times 2 = 0.8 = \boxed{0} + 0.8 \quad K_{-4}$$

$$0.8 \times 2 = 1.6 = \boxed{1} + 0.6 \quad K_{-5}$$

.....

$$0.3D = 0.01001... B$$

乘基	取整
0.3	
$\times 2$	
0.6	0
$\times 2$	
1.2	1
$\times 2$	
0.4	0
...	

高位
↓
低位

十进制→二进制（拼凑法）



十进制：260.75、533.125

2^{12}	2^{11}	2^{10}	2^9	2^8	2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0	2^{-1}	2^{-2}	2^{-3}
4096	2048	1024	512	256	128	64	32	16	8	4	2	1	0.5	0.25	0.125

真值和机器数

15 \rightarrow 1111

8 \rightarrow 1000

+15 \rightarrow 0 1111

- 8 \rightarrow 1 1000

真值 机器数

原码、反码、补码、移码

真值：符合人类习惯的数字

机器数：数字实际存到机器里的形式，正负号需要被“数字化”

知识回顾与重要考点

进位计数值

r进制数 ⊖ 基数=r, 每个数码位可能出现r种字符。逢r进1

r进制数→十进制 ⊖

$$\begin{aligned} & K_n K_{n-1} \dots K_2 K_1 K_0 . K_{-1} K_{-2} \dots K_{-m} \\ &= K_n \times r^n + K_{n-1} \times r^{n-1} + \dots + K_2 \times r^2 + K_1 \times r^1 + K_0 \times r^0 \\ & \quad + K_{-1} \times r^{-1} + K_{-2} \times r^{-2} + \dots + K_{-m} \times r^{-m} \end{aligned}$$

r进制数的数值=各数码位与位权的乘积之和

二进制↔八进制 ⊖

每3个二进制位对应一个八进制位

二进制↔十六进制 ⊖

每4个二进制位对应一个十六进制位

注意“补位”

十进制→r进制 ⊖

整数部分：除基取余法，先取得的“余”是整数的低位

小数部分：乘基取整法，先取得的“整”是小数的高位

真值和机器数 ⊖

真值：实际的带正负号的数值（人类习惯的样子）

机器数：把正负号数字化的数（存到机器里的样子）

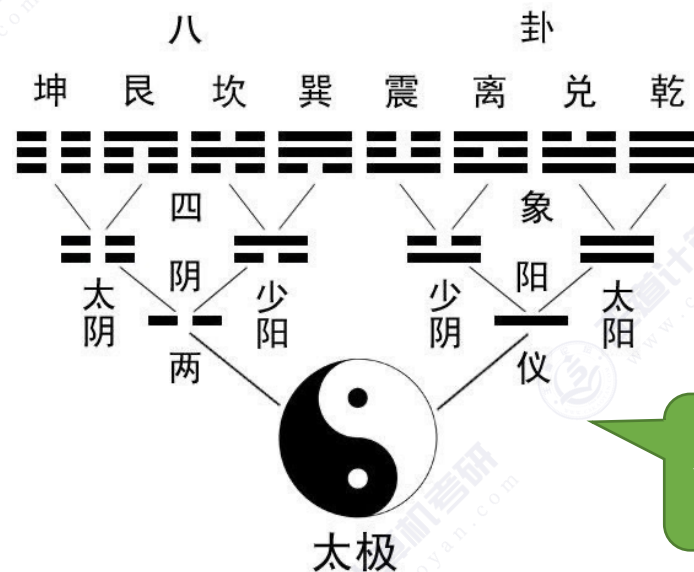
注意：有的十进制小数无法用二进制精确表示，如：0.3

2^{12}	2^{11}	2^{10}	2^9	2^8	2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0	2^{-1}	2^{-2}	2^{-3}
4096	2048	1024	512	256	128	64	32	16	8	4	2	1	0.5	0.25	0.125

中国古代的二进制系统



算命 十元一次
你算什么东西?



太极生两仪，两仪生四象，四象生八卦



公众号：王道在线



b站：王道计算机教育



抖音：王道计算机考研