Gramáticas Libres de Contexto y Autómatas de Pila

Matemáticas Computacionales (TC2020)

M.C. Xavier Sánchez Díaz
sax@itesm.mx

Tecnológico de Monterrey

Crecimiento y no-determinismo en GLCs

Compiladores LL y LR

Recordemos una GLC, por ejemplo, para generar palabras del lenguaje $\{a^n b^n\}$:

1. $S \rightarrow aSb$
2. $S \rightarrow \varepsilon$

¿Hacia dónde **crece** la palabra? Deriva usando $w = \langle 1, 1, 1, 2 \rangle$.
Sin usar una secuencia dada, al momento de derivar una palabra usando las reglas de la gramática, tenemos que decidir entre cuál de las reglas disponibles usar.

Crecimiento y no-determinismo en GLCs

Compiladores LL y LR

1. $S \rightarrow aSb$
2. $S \rightarrow \varepsilon$

¿Cómo sabemos qué regla utilizar?

Nosotros podemos decidir porque sabemos a la palabra a la que queremos llegar. Un compilador no puede hacer eso, por lo que necesita de algún otro mecanismo para **prever** qué regla utilizar.
Generar la función de transición completa para un autómata de pila para $\{a^n b^n\}$.

Crecimiento y no-determinismo en GLCs

Compiladores LL y LR

Tape	Pop	Move	Push
$aabb$	\$	R	A
abb	A	R	AA
bb	A	R	ε
b	A	R	ε
$\blacksquare$	\$	N	ε

Hay muchas reglas que no estamos utilizando, y nos guiamos por el hecho de ver hacia *adelante*. Sabiendo que busco $aabb$, entonces lo más lógico es usar $S \to aSb$ dos veces, para poder *finalizar* con $S \to \varepsilon$.

Este tipo de compiladores, que leen de izquierda a derecha, y que tienen una ventana de "predicción" se conocen como *Left to right Leftmost derivation*, o LL por sus siglas en inglés.

Crecimiento y no-determinismo en GLCs

Compiladores LL y LR

Por el contrario, hay compiladores que leen *al revés*, de derecha a izquierda (con respecto a las reglas de la gramática, primero aSB y luego $S \to$). De este modo, el árbol de derivación se recorre hacia atrás.

Este tipo de compiladores se conoce como *Left to right Rightmost derivation*, o LR por sus siglas en inglés.

¿Pero cómo convertimos de una GLC a un AP y viceversa?

Múltiples maneras en la literatura

Compiladores LL y LR

Como en el caso pasado, distintas personas lo manejan de distinta manera:

1. Brena (2003) diferencia entre el tipo de compilador, y convierte una gramática de cierto tipo a un AP utilizando un algoritmo que depende del tipo de compilador.
2. Ullman (1979), uno de los autores del libro más usado para este curso a nivel mundial, utiliza otra versión, sólo para compiladores LL y es la que utilizaremos.

Conversión GLC a AP

Sea L un lenguaje de una GLC G.

Para construir un AP M que acepte L, hay que considerar lo siguiente:

- M tiene **un estado** q
- El **alfabeto de la cinta** de M, Σ es igual a las terminales de G
- El **alfabeto de la pila** de $M, \Gamma \subseteq V \cup \Sigma$
- El **símbolo inicial (de la pila)** de M sigue siendo $\$$ (como antes)

La **función de transición** puede calcularse con respecto a eso (como antes)

Las **condiciones de aceptación** son:

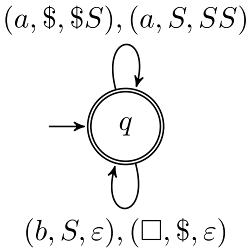
- La pila está vacía (como antes)
- La cinta llegó al final (como antes)

Ejemplo: $\{a^n b^n\}$

Formalización y diseño de APs

1. $S \to aSb$
2. $S \to ab$

- $Q = \{q\}$
- $\Sigma = \{a, b\}$
- $\Gamma = \{\$, S\}$
- $\delta =$
  - $((q, a, \$)(q, \$S))$
  - $((q, a, S)(q, SS))$
  - $((q, b, S)(q, \varepsilon))$
  - $((q, \Box, \$), (q, \varepsilon))$
- $q = q$
- $F = \{q\}$



¿Es este enfoque correcto? ¿Qué pasa con $aabb$? ¿Y con abab?

Ejemplo: $\{a^n b^n\}$

Formalización y diseño de APs

Claramente hemos agotado las combinaciones posibles entre $\Sigma \times \Gamma$ ...

¿Con cuál otro conjunto que tenga el AP podemos hacer producto cartesiano para obtener más posibilidades de cómputo?

Con el **conjunto de estados**.