

Lenguajes y Modelado

Matemáticas Computacionales (TC2020)

M.C. Xavier Sánchez Díaz
sax@itesm.mx



Tabla de contenidos

1 Lenguajes

- Elementos básicos de un lenguaje
- Operaciones con lenguajes

2 Modelado con Autómatas

¿Qué es un lenguaje?

Elementos básicos de un lenguaje

Según la RAE, un lenguaje es un conjunto de signos y reglas que permite la comunicación (con una computadora). A nivel matemático, usamos otra definición:

Definición 1

Un **lenguaje** es un conjunto de **palabras**.

Ejemplo de lenguaje

$$L = \{hola, pueblo\}$$

¿Qué es una palabra?

Elementos básicos de un lenguaje

La RAE define a **palabra** como una unidad lingüística dotada generalmente de significado, que se separa de las demás mediante pausas potenciales en la pronunciación y blancos en la escritura.

Definición 2

Una **palabra** es una sucesión de símbolos de algún **alfabeto**.

Ejemplos de palabras

Tanto *hola* como *pueblo* son palabras.

¿Qué es un alfabeto?

Elementos básicos de un lenguaje

Definición 3

Un **alfabeto** es un conjunto finito no vacío de **símbolos**.

Ejemplo de alfabeto

$\Sigma = \{a, b, c, \dots, z\}$ es un alfabeto

Definición 4

Un **símbolo** es una unidad atómica de información.

Ejemplos de símbolos

a, b, e, h, l, o, p, u son todos símbolos del **alfabeto** Σ .

Recapitulación

Elementos básicos de un lenguaje

Es decir, los **símbolos** h, o, l, a, p, u, e, b son elementos del **alfabeto** $\Sigma = \{a, b, c, \dots, z\}$.

Dos palabras que podemos formar con Σ son *hola* y *pueblo*.

Podemos agrupar *hola* y *pueblo* en un lenguaje: $L = \{hola, pueblo\}$

¿Qué podemos hacer con los lenguajes?

Operaciones con lenguajes

Cuando dos lenguajes son definidos con respecto al mismo alfabeto, podemos aplicarles las mismas operaciones de conjuntos que ya conocemos.

- Unión
- Intersección
- Diferencia

Sin embargo también hay otras operaciones que aplican a los lenguajes (y también a las palabras y a los símbolos).

Concatenación

Operaciones con lenguajes

Definición 5

La **concatenación** de dos lenguajes A y B se define como

$$AB = \{ww' : w \in A, w' \in B\}$$

Es decir, AB es el conjunto de todas las palabras obtenidas tomando una palabra arbitraria w en A y otra palabra arbitraria w' en B , y juntándolas.

Ejemplo de concatenación

$$A = \{hola, chao\} \quad B = \{pueblo, mundo\}$$

$$AB = \{holapueblo, holamundo, chaopueblo, chaomundo\}$$

Cerradura de Kleene

Operaciones con lenguajes

Definición 6

La **Kleene Star** (también llamada **estrella de Kleene**) de un lenguaje A se define como

$$A^* = \{u_1 u_2 u_3 \dots u_k : k \geq 0, u_i \in A, i = 1, 2, 3, \dots, k\}$$

En otras palabras, la concatenación de **todas** las palabras **posibles** en A , incluyendo la **palabra vacía** (de longitud 0, que representamos con ε).

Ejemplo de Kleene Star

$$A^* = \{\varepsilon, hola, ola, holaola, holahola, olaolaola, olaholaolahola, \dots\}$$

Kleene Plus

Operaciones con lenguajes

Existe una variante de la cerradura de Kleene llamada **Kleene Plus**:

Definición 7

$$A^+ = \{u_1u_2u_3 \dots u_k : k \geq 1, u_i \in A, i = 1, 2, 3, \dots, k\}$$

Es decir, $A^+ = A^* - \{\varepsilon\}$

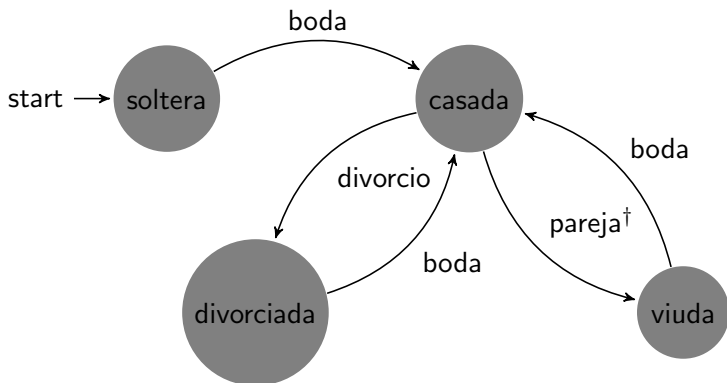
¿Qué se puede modelar?

Modelado con autómatas

- Procesos por medio de **estados** y **eventos** o **transiciones**.
- Los estados son situaciones por las que el proceso atraviesa. Algunos de los estados son transitorios.
- Los eventos son **acciones instantáneas** que provocan cambios en el estado del proceso modelado.

Ejemplo

Modelado con autómatas



Notación de autómatas

Modelado con autómatas

Definición 8

Un **autómata finito determinista** (AFD) es una **quíntupla** de la forma

$$M = (Q, \Sigma, \delta, q, F)$$

- Q es un **conjunto de estados** que es finito,
- Σ es el **alfabeto** aceptado,
- $\delta : Q \times \Sigma \rightarrow Q$ es la **función de transición**,
- $q \in Q$ es el **estado inicial**,
- $F \subseteq Q$ es un **conjunto de estados finales**.

Determinismo

Modelado con autómatas

- Dada una acción, el siguiente estado será **siempre el mismo**.
- Para cada par de estados y acciones del AFD hay **un solo estado siguiente**.
- La función de transición está definida para **todas** las entradas posibles.
- Hay **un solo estado inicial** pero **cualquier cantidad de estados finales**.