

# Comparando y asociando: relaciones y funciones

Matemáticas Discretas  
(TC1003)

M.C. Xavier Sánchez Díaz  
mail@tec.mx



# Outline

## 1 Relaciones

- Cuantificadores y operaciones
- Propiedades de las relaciones
- Partición, Órdenes y Cerraduras

## 2 Funciones

- Propiedades de las funciones
- Equipotencia y el Principio del Palomar

# Tuplas

## Relaciones

Una **tupla** es una estructura matemática **de tamaño definido** y donde el **orden importa**.

### Ejemplo de tupla

$(1, 2), (2, 3), (3, 5)$

¿Cuál es el conjunto de celdas de un tablero de *Battleship* si las casillas van de la  $A - J$  y del  $1 - 10$ ?

# Tuplas

## Relaciones

Una **tupla** es una estructura matemática **de tamaño definido** y donde el **orden importa**.

### Ejemplo de tupla

$(1, 2), (2, 3), (3, 5)$

¿Cuál es el conjunto de celdas de un tablero de *Battleship* si las casillas van de la  $A - J$  y del  $1 - 10$ ?

# Tuplas

## Relaciones

Una **tupla** es una estructura matemática **de tamaño definido** y donde el **orden importa**.

### Ejemplo de tupla

$(1, 2), (2, 3), (3, 5)$

¿Cuál es el conjunto de celdas de un tablero de *Battleship* si las casillas van de la  $A - J$  y del  $1 - 10$ ?

# Producto Cartesiano

## Relaciones

El **producto Cartesiano** es el **conjunto** de todos los posibles valores que se pueden formar a partir de la combinación de dos conjuntos, de la siguiente manera:

### Producto Cartesiano

$$A \times B = \{(a, b) : a \in A, b \in B\}$$

El conjunto de las casillas de un tablero de *Battleship* es claramente el producto Cartesiano del conjunto de sus renglones y sus columnas.

# Producto Cartesiano

## Relaciones

El **producto Cartesiano** es el **conjunto** de todos los posibles valores que se pueden formar a partir de la combinación de dos conjuntos, de la siguiente manera:

### Producto Cartesiano

$$A \times B = \{(a, b) : a \in A, b \in B\}$$

El conjunto de las casillas de un tablero de *Battleship* es claramente el producto Cartesiano del conjunto de sus renglones y sus columnas.

# Producto Cartesiano

## Relaciones

El **producto Cartesiano** es el **conjunto** de todos los posibles valores que se pueden formar a partir de la combinación de dos conjuntos, de la siguiente manera:

### Producto Cartesiano

$$A \times B = \{(a, b) : a \in A, b \in B\}$$

El conjunto de las casillas de un tablero de *Battleship* es claramente el producto Cartesiano del conjunto de sus renglones y sus columnas.



# Definición de Relación

## Relaciones

Una **relación** entre dos conjuntos  $A$  y  $B$  es cualquier conjunto  $R$  de tal manera que  $R \subseteq A \times B$ .

- Piensa en el conjunto de alumnos presentes en el salón como  $A$
- Piensa ahora en el conjunto de sillas disponibles en el salón como  $B$
- ¿Cuál es el producto Cartesiano  $A \times B$ ?
- ¿Qué relación  $R$  podemos formar sobre  $A$  y  $B$ ?

# Definición de Relación

## Relaciones

Una **relación** entre dos conjuntos  $A$  y  $B$  es cualquier conjunto  $R$  de tal manera que  $R \subseteq A \times B$ .

- Piensa en el conjunto de alumnos presentes en el salón como  $A$
- Piensa ahora en el conjunto de sillas disponibles en el salón como  $B$
- ¿Cuál es el producto Cartesiano  $A \times B$ ?
- ¿Qué relación  $R$  podemos formar sobre  $A$  y  $B$ ?

# Definición de Relación

## Relaciones

Una **relación** entre dos conjuntos  $A$  y  $B$  es cualquier conjunto  $R$  de tal manera que  $R \subseteq A \times B$ .

- Piensa en el conjunto de alumnos presentes en el salón como  $A$
- Piensa ahora en el conjunto de sillas disponibles en el salón como  $B$
- ¿Cuál es el producto Cartesiano  $A \times B$ ?
- ¿Qué relación  $R$  podemos formar sobre  $A$  y  $B$ ?

# Definición de Relación

## Relaciones

Una **relación** entre dos conjuntos  $A$  y  $B$  es cualquier conjunto  $R$  de tal manera que  $R \subseteq A \times B$ .

- Piensa en el conjunto de alumnos presentes en el salón como  $A$
- Piensa ahora en el conjunto de sillas disponibles en el salón como  $B$
- ¿Cuál es el producto Cartesiano  $A \times B$ ?
- ¿Qué relación  $R$  podemos formar sobre  $A$  y  $B$ ?

# Definición de Relación

## Relaciones

Una **relación** entre dos conjuntos  $A$  y  $B$  es cualquier conjunto  $R$  de tal manera que  $R \subseteq A \times B$ .

- Piensa en el conjunto de alumnos presentes en el salón como  $A$
- Piensa ahora en el conjunto de sillas disponibles en el salón como  $B$
- ¿Cuál es el producto Cartesiano  $A \times B$ ?
- ¿Qué relación  $R$  podemos formar sobre  $A$  y  $B$ ?

# Definición de Relación

## Relaciones

Una **relación** entre dos conjuntos  $A$  y  $B$  es cualquier conjunto  $R$  de tal manera que  $R \subseteq A \times B$ .

- Piensa en el conjunto de alumnos presentes en el salón como  $A$
- Piensa ahora en el conjunto de sillas disponibles en el salón como  $B$
- ¿Cuál es el producto Cartesiano  $A \times B$ ?
- ¿Qué relación  $R$  podemos formar sobre  $A$  y  $B$ ?

# Relaciones inversas

## Relaciones

La **inversa**  $R^{-1}$  de una relación  $R$  es ...  $R$  al revés.

### Relación inversa

Una relación inversa es cualquier relación  $R^{-1}$  tal que

$$R^{-1} = \{(b, a) : (a, b) \in R\}$$

- Piensa en  $A$  como el conjunto de *Los Skywalker*
- ¿Puedes hacer una relación de parentesco  $R$  sobre  $A^2$ ?
- ¿Cuál sería la relación inversa?

# Relaciones inversas

## Relaciones

La **inversa**  $R^{-1}$  de una relación  $R$  es ...  $R$  al revés.

### Relación inversa

Una relación inversa es cualquier relación  $R^{-1}$  tal que

$$R^{-1} = \{(b, a) : (a, b) \in R\}$$

- Piensa en  $A$  como el conjunto de *Los Skywalker*
- ¿Puedes hacer una relación de parentesco  $R$  sobre  $A^2$ ?
- ¿Cuál sería la relación inversa?



# Relaciones inversas

## Relaciones

La **inversa**  $R^{-1}$  de una relación  $R$  es ...  $R$  al revés.

### Relación inversa

Una relación inversa es cualquier relación  $R^{-1}$  tal que

$$R^{-1} = \{(b, a) : (a, b) \in R\}$$

- Piensa en  $A$  como el conjunto de *Los Skywalker*
- ¿Puedes hacer una relación de parentesco  $R$  sobre  $A^2$ ?
- ¿Cuál sería la relación inversa?

# Relaciones inversas

## Relaciones

La **inversa**  $R^{-1}$  de una relación  $R$  es ...  $R$  al revés.

### Relación inversa

Una relación inversa es cualquier relación  $R^{-1}$  tal que

$$R^{-1} = \{(b, a) : (a, b) \in R\}$$

- Piensa en  $A$  como el conjunto de *Los Skywalker*
- ¿Puedes hacer una relación de parentesco  $R$  sobre  $A^2$ ?
- ¿Cuál sería la relación inversa?

# Cuantificadores

## Cuantificadores y operaciones

Claramente, las relaciones aplican *para algunos Skywalker* y no para todos. Sin embargo, también tenemos relaciones que podrían aplicar *a todos*.

### Cuantificadores

- $\forall$  que significa *para todos*
- $\exists$  que significa *existe*
- $\exists!$  que significa *existe un único*

Puedes agregarle negación frente a cada uno para cambiar el significado a lo contrario. ¿Qué significa la negación de cada uno de ellos?

# Cuantificadores

## Cuantificadores y operaciones

Claramente, las relaciones aplican *para algunos Skywalker* y no para todos. Sin embargo, también tenemos relaciones que podrían aplicar *a todos*.

### Cuantificadores

- $\forall$  que significa *para todos*
- $\exists$  que significa *existe*
- $\exists!$  que significa *existe un único*

Puedes agregarle negación frente a cada uno para cambiar el significado a lo contrario. ¿Qué significa la negación de cada uno de ellos?

# Cuantificadores

## Cuantificadores y operaciones

Claramente, las relaciones aplican *para algunos Skywalker* y no para todos. Sin embargo, también tenemos relaciones que podrían aplicar *a todos*.

### Cuantificadores

- $\forall$  que significa *para todos*
- $\exists$  que significa *existe*
- $\exists!$  que significa *existe un único*

Puedes agregarle negación frente a cada uno para cambiar el significado a lo contrario. ¿Qué significa la negación de cada uno de ellos?

# Cuantificadores

## Cuantificadores y operaciones

Claramente, las relaciones aplican *para algunos Skywalker* y no para todos. Sin embargo, también tenemos relaciones que podrían aplicar *a todos*.

### Cuantificadores

- $\forall$  que significa *para todos*
- $\exists$  que significa *existe*
- $\exists!$  que significa *existe un único*

Puedes agregarle negación frente a cada uno para cambiar el significado a lo contrario. ¿Qué significa la negación de cada uno de ellos?

# Imagen de una relación

## Operaciones

La **imagen** de una relación  $R$  (usualmente denotada por  $I$ ) es el conjunto de todos aquellos elementos  $b$ , es decir. . .

### Imagen

$$I(R) = \{b : (a, b) \in R\}$$

¿Cuál es la imagen en la relación *Padre* en *Los Skywalker*?

# Imagen de una relación

## Operaciones

La **imagen** de una relación  $R$  (usualmente denotada por  $I$ ) es el conjunto de todos aquellos elementos  $b$ , es decir. . .

### Imagen

$$I(R) = \{b : (a, b) \in R\}$$

¿Cuál es la imagen en la relación *Padre* en *Los Skywalker*?



# Imagen de una relación

## Operaciones

La **imagen** de una relación  $R$  (usualmente denotada por  $I$ ) es el conjunto de todos aquellos elementos  $b$ , es decir. . .

### Imagen

$$I(R) = \{b : (a, b) \in R\}$$

¿Cuál es la imagen en la relación *Padre* en *Los Skywalker*?

# Reflexividad

## Propiedades de las relaciones

### Reflexividad

$R$  es **reflexiva** si y sólo si  $\forall a \in A (\exists (a, a) \in R)$

- Piensa en un ejemplo de una relación reflexiva (*Hint: piensa en números*)
- Lo opuesto a la reflexividad es la **irreflexividad**: si para todos NO se cumple la condición
- Una relación puede no ser ni reflexiva ni irreflexiva

# Reflexividad

## Propiedades de las relaciones

### Reflexividad

$R$  es **reflexiva** si y sólo si  $\forall a \in A (\exists (a, a) \in R)$

- Piensa en un ejemplo de una relación reflexiva (*Hint: piensa en números*)
- Lo opuesto a la reflexividad es la **irreflexividad**: si para todos NO se cumple la condición
- Una relación puede no ser ni reflexiva ni irreflexiva

# Transitividad

## Propiedades de las relaciones

### Transitividad

$R$  es **transitiva** si y sólo si

$$\forall (a, b) \in R ((a, b) \in R \wedge (b, c) \in R \implies (a, c) \in R)$$

- Piensa en un ejemplo de relación transitiva
- Lo opuesto a la transitividad es la **intransitividad**: si para todos NO se cumple la condición
- Una relación puede no ser ni transitiva ni intransitiva

# Transitividad

## Propiedades de las relaciones

### Transitividad

$R$  es **transitiva** si y sólo si

$$\forall (a, b) \in R ((a, b) \in R \wedge (b, c) \in R \implies (a, c) \in R)$$

- Piensa en un ejemplo de relación transitiva
- Lo opuesto a la transitividad es la **intransitividad**: si para todos NO se cumple la condición
- Una relación puede no ser ni transitiva ni intransitiva

# Simetría

## Propiedades de las relaciones

### Simetría

$R$  es **simétrica** si y solo si

$$\forall (a, b) \in R ((a, b) \in R \implies (b, a) \in R)$$

- Piensa en un ejemplo de relación simétrica
- Lo opuesto a la simetría es la **asimetría**: si para todos NO se cumple la condición
- Una relación puede no ser ni simétrica ni asimétrica

# Simetría

## Propiedades de las relaciones

### Simetría

$R$  es **simétrica** si y solo si

$$\forall (a, b) \in R ((a, b) \in R \implies (b, a) \in R)$$

- Piensa en un ejemplo de relación simétrica
- Lo opuesto a la simetría es la **asimetría**: si para todos NO se cumple la condición
- Una relación puede no ser ni simétrica ni asimétrica

# Relaciones de equivalencia

## Propiedades de las relaciones

### Equivalencia

Una relación  $R$  es **equivalente** si es **reflexiva**, **transitiva** y **simétrica**.

¿Habías pensado que el  $=$  es un operador que relaciona dos números de manera *equivalente*?



# Relaciones de equivalencia

## Propiedades de las relaciones

### Equivalencia

Una relación  $R$  es **equivalente** si es **reflexiva**, **transitiva** y **simétrica**.

¿Habías pensado que el  $=$  es un operador que relaciona dos números de manera *equivalente*?

# Partición

## Partición, Órdenes y Cerraduras

Una **partición** de  $A$  es cualquier conjunto  $B_{i \in I}$  de subconjuntos de  $A$  que:

- No están vacíos
- Son disjuntos entre sí
- La unión generalizada de ellos cubre totalmente a  $A$

Una *repartición* de dulces a un conjunto de bolsas es justamente una partición del conjunto de dulces.

# Partición

## Partición, Órdenes y Cerraduras

Una **partición** de  $A$  es cualquier conjunto  $B_{i \in I}$  de subconjuntos de  $A$  que:

- No están vacíos
- Son disjuntos entre sí
- La unión generalizada de ellos cubre totalmente a  $A$

Una *repartición* de dulces a un conjunto de bolsas es justamente una partición del conjunto de dulces.

# Antisimetría

## Partición, Órdenes y Cerraduras

### Antisimetría

Una relación es **antisimétrica** si y solo si

$$\forall (a, b) \in R ((a, b) \in R \implies (b, a) \notin R) \iff a \neq b$$

A una relación que es **reflexiva**, **transitiva** y **antisimétrica** se le conoce como **orden parcial**, o *poset*.

# Antisimetría

## Partición, Órdenes y Cerraduras

### Antisimetría

Una relación es **antisimétrica** si y solo si

$$\forall (a, b) \in R ((a, b) \in R \implies (b, a) \notin R) \iff a \neq b$$

A una relación que es **reflexiva**, **transitiva** y **antisimétrica** se le conoce como **orden parcial**, o *poset*.

# Orden total

## Partición, Órdenes y Cerraduras

### Completez en una reflexión

Una relación **reflexiva** es **completa** si y solo si

$$\forall (a, b) \in A ((a, b) \in R \vee (b, a) \in R)$$

Cuando un *poset* es completo (o lineal), se le conoce como **orden total**.

$\leq$  vs  $<$

# Orden total

## Partición, Órdenes y Cerraduras

### Completez en una reflexión

Una relación **reflexiva** es **completa** si y solo si

$$\forall (a, b) \in A ((a, b) \in R \vee (b, a) \in R)$$

Cuando un *poset* es completo (o lineal), se le conoce como **orden total**.

$\leq$  vs  $<$

# Orden total

## Partición, Órdenes y Cerraduras

### Completez en una reflexión

Una relación **reflexiva** es **completa** si y solo si

$$\forall (a, b) \in A ((a, b) \in R \vee (b, a) \in R)$$

Cuando un *poset* es completo (o lineal), se le conoce como **orden total**.

$$\leq \quad \text{VS} \quad <$$



# Cerraduras

## Partición, Órdenes y Cerraduras

La **cerradura** (*closure* en inglés) de  $A$  bajo la relación  $R$  (denotada por  $R[A]$ ) es un **conjunto** del tamaño mínimo necesario para cumplir con la aplicación de  $R$  a cada elemento de  $A$ , y tal que  $A \subseteq R[A] \dots$

### Ejemplo de cerradura

- Q: ¿Cuál es la **cerradura transitiva** de  $A = \{(2, 3), (3, 4), (1, 2), (3, 1), (1, 7), (7, 8)\}$ ?
- A:

$$R[A] = \{(2, 3), (3, 4), (1, 2), (3, 1), (1, 7), (7, 8), \\ (2, 4), (2, 1), (1, 3), (1, 4), (1, 1), (3, 7), \\ (3, 3), (1, 8), (2, 7), (2, 8), (3, 8), (3, 2), (2, 2)\}$$

# Cerraduras

## Partición, Órdenes y Cerraduras

La **cerradura** (*closure* en inglés) de  $A$  bajo la relación  $R$  (denotada por  $R[A]$ ) es un **conjunto** del tamaño mínimo necesario para cumplir con la aplicación de  $R$  a cada elemento de  $A$ , y tal que  $A \subseteq R[A] \dots$

### Ejemplo de cerradura

- **Q:** ¿Cuál es la **cerradura transitiva** de  $A = \{(2, 3), (3, 4), (1, 2), (3, 1), (1, 7), (7, 8)\}$ ?
- **A:**

$$R[A] = \{(2, 3), (3, 4), (1, 2), (3, 1), (1, 7), (7, 8), \\ (2, 4), (2, 1), (1, 3), (1, 4), (1, 1), (3, 7), \\ (3, 3), (1, 8), (2, 7), (2, 8), (3, 8), (3, 2), (2, 2)\}$$

# Unión e intersección generalizada

## Cerraduras

¿Cómo hacemos la cerradura transitiva de una relación  $R$  si empezamos desde  $A$ ?

### Unión generalizada

$$\bigcup_{i=1}^n A_i = A_0 \cup A_1 \cup \dots A_n$$

### Intersección generalizada

$$\bigcap_{i=1}^n A_i = A_0 \cap A_1 \cap \dots A_n$$

*Story time: intro a recursión*

# Unión e intersección generalizada

## Cerraduras

¿Cómo hacemos la cerradura transitiva de una relación  $R$  si empezamos desde  $A$ ?

### Unión generalizada

$$\bigcup_{i=1}^n A_i = A_0 \cup A_1 \cup \dots A_n$$

### Intersección generalizada

$$\bigcap_{i=1}^n A_i = A_0 \cap A_1 \cap \dots A_n$$

*Story time: intro a recursión*

# Unión e intersección generalizada

## Cerraduras

¿Cómo hacemos la cerradura transitiva de una relación  $R$  si empezamos desde  $A$ ?

### Unión generalizada

$$\bigcup_{i=1}^n A_i = A_0 \cup A_1 \cup \dots A_n$$

### Intersección generalizada

$$\bigcap_{i=1}^n A_i = A_0 \cap A_1 \cap \dots A_n$$

*Story time: intro a recursión*

# Definición de función

## Funciones

### Función

Una **función**  $f$  de  $A$  a  $B$  (la podemos denotar como  $f : A \rightarrow B$  es una **relación** sobre  $A \times B$  de tal manera que

$$\forall a \in A (\exists ! b \in B)$$

Llamamos **dominio** al conjunto  $A$  de donde salen los *inputs*, y **rango** al conjunto  $B$  de donde salen los *outputs*.

# Definición de función

## Funciones

### Función

Una **función**  $f$  de  $A$  a  $B$  (la podemos denotar como  $f : A \rightarrow B$  es una **relación** sobre  $A \times B$  de tal manera que

$$\forall a \in A (\exists ! b \in B)$$

Llamamos **dominio** al conjunto  $A$  de donde salen los *inputs*, y **rango** al conjunto  $B$  de donde salen los *outputs*.

# Definición de función

## Funciones

Las funciones también suelen ser conocidas como *mapeos*, y la idea es *asociar* una cosa con la otra.

- ¿Qué ejemplos de funciones se te ocurren?
- Piensa en  $A$  como *Los Skywalker* y  $B$  como los *lightsabers* de cada uno.
- ¿Puedes hacer una asociación entre ellos?
- ¿Es esto una función?

Cuando una función utiliza **todos** los elementos de su dominio, entonces se dice que es una **función completa**. Si no lo hace, entonces es una **función parcial**.



# Definición de función

## Funciones

Las funciones también suelen ser conocidas como *mapeos*, y la idea es *asociar* una cosa con la otra.

- ¿Qué ejemplos de funciones se te ocurren?
- Piensa en  $A$  como *Los Skywalker* y  $B$  como los *lightsabers* de cada uno.
- ¿Puedes hacer una asociación entre ellos?
- ¿Es esto una función?

Cuando una función utiliza **todos** los elementos de su dominio, entonces se dice que es una **función completa**. Si no lo hace, entonces es una **función parcial**.

# Definición de función

## Funciones

Las funciones también suelen ser conocidas como *mapeos*, y la idea es *asociar* una cosa con la otra.

- ¿Qué ejemplos de funciones se te ocurren?
- Piensa en  $A$  como *Los Skywalker* y  $B$  como los *lightsabers* de cada uno.
- ¿Puedes hacer una asociación entre ellos?
- ¿Es esto una función?

Cuando una función utiliza **todos** los elementos de su dominio, entonces se dice que es una **función completa**. Si no lo hace, entonces es una **función parcial**.

# Definición de función

## Funciones

Las funciones también suelen ser conocidas como *mapeos*, y la idea es *asociar* una cosa con la otra.

- ¿Qué ejemplos de funciones se te ocurren?
- Piensa en  $A$  como *Los Skywalker* y  $B$  como los *lightsabers* de cada uno.
- ¿Puedes hacer una asociación entre ellos?
- ¿Es esto una función?

Cuando una función utiliza **todos** los elementos de su dominio, entonces se dice que es una **función completa**. Si no lo hace, entonces es una **función parcial**.

# Definición de función

## Funciones

Las funciones también suelen ser conocidas como *mapeos*, y la idea es *asociar* una cosa con la otra.

- ¿Qué ejemplos de funciones se te ocurren?
- Piensa en  $A$  como *Los Skywalker* y  $B$  como los *lightsabers* de cada uno.
- ¿Puedes hacer una asociación entre ellos?
- ¿Es esto una función?

Cuando una función utiliza **todos** los elementos de su dominio, entonces se dice que es una **función completa**. Si no lo hace, entonces es una **función parcial**.

# Definición de función

## Funciones

Las funciones también suelen ser conocidas como *mapeos*, y la idea es *asociar* una cosa con la otra.

- ¿Qué ejemplos de funciones se te ocurren?
- Piensa en  $A$  como *Los Skywalker* y  $B$  como los *lightsabers* de cada uno.
- ¿Puedes hacer una asociación entre ellos?
- ¿Es esto una función?

Cuando una función utiliza **todos** los elementos de su dominio, entonces se dice que es una **función completa**. Si no lo hace, entonces es una **función parcial**.

# Composición

## Operaciones

### Composición

Sean  $f$  y  $g$  dos funciones sobre  $X$ , donde  $x \in X$ . La **composición** de funciones se denota

$$f \circ g$$

que significa que  $f$  *compone a*  $g$ , y es un sinónimo de

$$f(g(x))$$

*Story time: S-expressions*

# Funciones Inyectivas

## Propiedades de las funciones

### Función inyectiva

Se dice que una función  $f : A \rightarrow B$  es **inyectiva** (o bien, *uno a uno*) si cumple con lo siguiente

$$\forall a, a' \in A \ (a \neq a' \iff f(a) \neq f(a'))$$

Es decir, que para cada *argumento* distinto, le toca un *valor* distinto.

### Ejemplo

- La función *sucesor* es una función inyectiva sobre  $\mathbb{N}$ .
- La función  $f(x) = x^2$  es inyectiva sobre  $\mathbb{N}$ . ¿Y sobre  $\mathbb{Z}$ ?

# Funciones Inyectivas

## Propiedades de las funciones

### Función inyectiva

Se dice que una función  $f : A \rightarrow B$  es **inyectiva** (o bien, *uno a uno*) si cumple con lo siguiente

$$\forall a, a' \in A \ (a \neq a' \iff f(a) \neq f(a'))$$

Es decir, que para cada *argumento* distinto, le toca un *valor* distinto.

### Ejemplo

- La función *sucesor* es una función inyectiva sobre  $\mathbb{N}$ .
- La función  $f(x) = x^2$  es inyectiva sobre  $\mathbb{N}$ . ¿Y sobre  $\mathbb{Z}$ ?



# Funciones Inyectivas

## Propiedades de las funciones

### Función inyectiva

Se dice que una función  $f : A \rightarrow B$  es **inyectiva** (o bien, *uno a uno*) si cumple con lo siguiente

$$\forall a, a' \in A \ (a \neq a' \iff f(a) \neq f(a'))$$

Es decir, que para cada *argumento* distinto, le toca un *valor* distinto.

### Ejemplo

- La función *sucesor* es una función inyectiva sobre  $\mathbb{N}$ .
- La función  $f(x) = x^2$  es inyectiva sobre  $\mathbb{N}$ . ¿Y sobre  $\mathbb{Z}$ ?

# Funciones Inyectivas

## Propiedades de las funciones

### Función inyectiva

Se dice que una función  $f : A \rightarrow B$  es **inyectiva** (o bien, *uno a uno*) si cumple con lo siguiente

$$\forall a, a' \in A \ (a \neq a' \iff f(a) \neq f(a'))$$

Es decir, que para cada *argumento* distinto, le toca un *valor* distinto.

### Ejemplo

- La función *sucesor* es una función inyectiva sobre  $\mathbb{N}$ .
- La función  $f(x) = x^2$  es inyectiva sobre  $\mathbb{N}$ . ¿Y sobre  $\mathbb{Z}$ ?

# Funciones Suprayectivas

## Propiedades de las funciones

### Función suprayectiva

Una función  $f : A \rightarrow B$  es suprayectiva (o *sobre*) si se cumple lo siguiente:

$$\forall b \in B (\exists a \in A | f(a) = b)$$

En otras palabras, si el rango de  $f$  *agota*  $B$  (o sea, usa todos sus elementos).

### Ejemplo

- La función *sucesor* es una función suprayectiva *bajo*  $\mathbb{N}$ .
- ¿Es suprayectiva la función  $f(x) = x^2$  bajo  $\mathbb{N}$ ? ¿Y bajo  $\mathbb{Z}$ ?

# Funciones Suprayectivas

## Propiedades de las funciones

### Función suprayectiva

Una función  $f : A \rightarrow B$  es suprayectiva (o *sobre*) si se cumple lo siguiente:

$$\forall b \in B (\exists a \in A | f(a) = b)$$

En otras palabras, si el rango de  $f$  *agota*  $B$  (o sea, usa todos sus elementos).

### Ejemplo

- La función *sucesor* es una función suprayectiva *bajo*  $\mathbb{N}$ .
- ¿Es suprayectiva la función  $f(x) = x^2$  bajo  $\mathbb{N}$ ? ¿Y bajo  $\mathbb{Z}$ ?

# Funciones Suprayectivas

## Propiedades de las funciones

### Función suprayectiva

Una función  $f : A \rightarrow B$  es suprayectiva (o *sobre*) si se cumple lo siguiente:

$$\forall b \in B (\exists a \in A | f(a) = b)$$

En otras palabras, si el rango de  $f$  *agota*  $B$  (o sea, usa todos sus elementos).

### Ejemplo

- La función *sucesor* es una función suprayectiva *bajo*  $\mathbb{N}$ .
- ¿Es suprayectiva la función  $f(x) = x^2$  bajo  $\mathbb{N}$ ? ¿Y bajo  $\mathbb{Z}$ ?

# Funciones Suprayectivas

## Propiedades de las funciones

### Función suprayectiva

Una función  $f : A \rightarrow B$  es suprayectiva (o *sobre*) si se cumple lo siguiente:

$$\forall b \in B (\exists a \in A | f(a) = b)$$

En otras palabras, si el rango de  $f$  *agota*  $B$  (o sea, usa todos sus elementos).

### Ejemplo

- La función *sucesor* es una función suprayectiva *bajo*  $\mathbb{N}$ .
- ¿Es suprayectiva la función  $f(x) = x^2$  bajo  $\mathbb{N}$ ? ¿Y bajo  $\mathbb{Z}$ ?

# Funciones Biyectivas

## Propiedades de las funciones

### Bijección

Una función es **biyectiva** (o una biyección) si es **inyectiva** y **suprayectiva**.

Es decir que para que sea biyectiva, debe cumplirse que:

- Para cada input le corresponde un output distinto.
- Utilizo todos los outputs del *codominio*.

# Funciones Biyectivas

## Propiedades de las funciones

### Bijección

Una función es **biyectiva** (o una biyección) si es **inyectiva** y **suprayectiva**.

Es decir que para que sea biyectiva, debe cumplirse que:

- Para cada input le corresponde un output distinto.
- Utilizo todos los outputs del *codominio*.



# Funciones Biyectivas

## Propiedades de las funciones

### Bijección

Una función es **biyectiva** (o una biyección) si es **inyectiva** y **suprayectiva**.

Es decir que para que sea biyectiva, debe cumplirse que:

- Para cada input le corresponde un output distinto.
- Utilizo todos los outputs del *codominio*.

# Equipotencia

## Funciones

El concepto de **equipotencia** (también llamado *equinumerosidad*) surge al mostrar que dos **conjuntos** son *del mismo tamaño*.

Esto se puede *probar* si logramos encontrar una **biyección** entre ambos conjuntos.

*Story time:*  $\mathbb{N}$  vs  $\mathbb{Z}$  vs  $\mathbb{Q}$

# Equipotencia

## Funciones

El concepto de **equipotencia** (también llamado *equinumerosidad*) surge al mostrar que dos **conjuntos** son *del mismo tamaño*.

Esto se puede *probar* si logramos encontrar una **biyección** entre ambos conjuntos.

*Story time:  $\mathbb{N}$  vs  $\mathbb{Z}$  vs  $\mathbb{Q}$*

# Equipotencia

## Funciones

El concepto de **equipotencia** (también llamado *equinumerosidad*) surge al mostrar que dos **conjuntos** son *del mismo tamaño*.

Esto se puede *probar* si logramos encontrar una **biyección** entre ambos conjuntos.

*Story time:*  $\mathbb{N}$  vs  $\mathbb{Z}$  vs  $\mathbb{Q}$

# El principio del palomar

## Funciones

El hecho de que dos conjuntos sean **equipotentes** da pie a encontrar propiedades interesantes.

Por ejemplo, que si tienes más palomas que palomares; significa que tendrás que poner al menos dos palomas en el mismo palomar.

### Ejercicio

Si un pueblo tiene 400 habitantes, demuestra que al menos 2 personas cumplen años el mismo día y que al menos 34 cumplen años el mismo mes.

# El principio del palomar

## Funciones

El hecho de que dos conjuntos sean **equipotentes** da pie a encontrar propiedades interesantes.

Por ejemplo, que si tienes más palomas que palomares; significa que tendrás que poner al menos dos palomas en el mismo palomar.

### Ejercicio

Si un pueblo tiene 400 habitantes, demuestra que al menos 2 personas cumplen años el mismo día y que al menos 34 cumplen años el mismo mes.

# El principio del palomar

## Funciones

El hecho de que dos conjuntos sean **equipotentes** da pie a encontrar propiedades interesantes.

Por ejemplo, que si tienes más palomas que palomares; significa que tendrás que poner al menos dos palomas en el mismo palomar.

### Ejercicio

Si un pueblo tiene 400 habitantes, demuestra que al menos 2 personas cumplen años el mismo día y que al menos 34 cumplen años el mismo mes.