

Autómatas Finitos Deterministas

Matemáticas Computacionales
(TC2020)

M.C. Xavier Sánchez Díaz
mail@tec.mx



Tabla de contenidos

1 AFDs: Las bases

2 Diseñando un AFD

Definición

AFDs

Definición 1

Un **autómata finito determinista** (AFD) es una **quíntupla** de la forma

$$M = (Q, \Sigma, \delta, q, F)$$

- Q es un **conjunto de estados** que es finito,
- Σ es el **alfabeto** aceptado,
- $\delta : Q \times \Sigma \rightarrow Q$ es la **función de transición**,
- $q \in Q$ es el **estado inicial**,
- $F \subseteq Q$ es un **conjunto de estados finales**.

Definición

AFDs

Definición 1

Un **autómata finito determinista** (AFD) es una **quíntupla** de la forma

$$M = (Q, \Sigma, \delta, q, F)$$

- Q es un **conjunto de estados** que es finito,
- Σ es el **alfabeto** aceptado,
- $\delta : Q \times \Sigma \rightarrow Q$ es la **función de transición**,
- $q \in Q$ es el **estado inicial**,
- $F \subseteq Q$ es un **conjunto de estados finales**.

Definición

AFDs

Definición 1

Un **autómata finito determinista** (AFD) es una **quíntupla** de la forma

$$M = (Q, \Sigma, \delta, q, F)$$

- Q es un **conjunto de estados** que es finito,
- Σ es el **alfabeto** aceptado,
- $\delta : Q \times \Sigma \rightarrow Q$ es la **función de transición**,
- $q \in Q$ es el **estado inicial**,
- $F \subseteq Q$ es un **conjunto de estados finales**.

Definición

AFDs

Definición 1

Un **autómata finito determinista** (AFD) es una **quíntupla** de la forma

$$M = (Q, \Sigma, \delta, q, F)$$

- Q es un **conjunto de estados** que es finito,
- Σ es el **alfabeto** aceptado,
- $\delta : Q \times \Sigma \rightarrow Q$ es la **función de transición**,
- $q \in Q$ es el **estado inicial**,
- $F \subseteq Q$ es un **conjunto de estados finales**.

Definición

AFDs

Definición 1

Un **autómata finito determinista** (AFD) es una **quíntupla** de la forma

$$M = (Q, \Sigma, \delta, q, F)$$

- Q es un **conjunto de estados** que es finito,
- Σ es el **alfabeto** aceptado,
- $\delta : Q \times \Sigma \rightarrow Q$ es la **función de transición**,
- $q \in Q$ es el **estado inicial**,
- $F \subseteq Q$ es un **conjunto de estados finales**.

Definición

AFDs

Definición 1

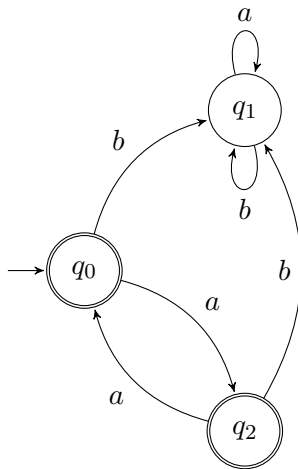
Un **autómata finito determinista** (AFD) es una **quíntupla** de la forma

$$M = (Q, \Sigma, \delta, q, F)$$

- Q es un **conjunto de estados** que es finito,
- Σ es el **alfabeto** aceptado,
- $\delta : Q \times \Sigma \rightarrow Q$ es la **función de transición**,
- $q \in Q$ es el **estado inicial**,
- $F \subseteq Q$ es un **conjunto de estados finales**.

Ejemplo

AFDs



Lenguaje aceptado

AFDs

Un AFD **acepta** una palabra si al consumir todos sus caracteres llega a uno de sus estados finales (representados con un doble círculo en el diagrama).

El **lenguaje aceptado** por una máquina M es el conjunto de palabras aceptadas por dicha máquina.

Lenguaje aceptado

AFDs

Un AFD **acepta** una palabra si al consumir todos sus caracteres llega a uno de sus estados finales (representados con un doble círculo en el diagrama).

El **lenguaje aceptado** por una máquina M es el conjunto de palabras aceptadas por dicha máquina.

Corrección y Completez

Diseñando un AFD

En ocasiones, el problema radica en construir un AFD a partir del lenguaje que debe aceptar.

El autómata diseñado debe ser **correcto** y **completo**.

Corrección y Completez

Diseñando un AFD

En ocasiones, el problema radica en construir un AFD a partir del lenguaje que debe aceptar.

El autómata diseñado debe ser **correcto** y **completo**.

Corrección y Completez

Diseñando un AFD

Corrección: se refiere a la cualidad de un sistema de ser **correcto**. En el caso de un autómata, se refiere a que acepta **sólo** las palabras que pertenecen al lenguaje.

Completez: se refiere a la cualidad de un sistema de ser **completo**. En el caso de un autómata, se refiere a que acepta **todas** las palabras que pertenecen al lenguaje.

Corrección y Completez

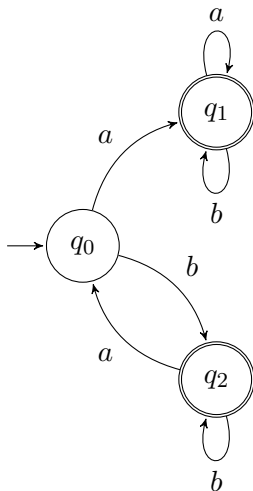
Diseñando un AFD

Corrección: se refiere a la cualidad de un sistema de ser **correcto**. En el caso de un autómata, se refiere a que acepta **sólo** las palabras que pertenecen al lenguaje.

Completez: se refiere a la cualidad de un sistema de ser **completo**. En el caso de un autómata, se refiere a que acepta **todas** las palabras que pertenecen al lenguaje.

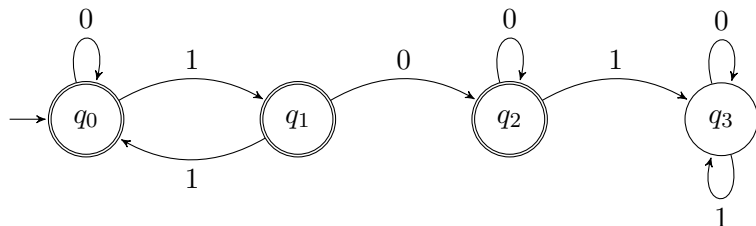
Diseñando un AFD

AFD para lenguaje en $\{a, b\}$ de palabras que no tienen varias a s seguidas.



Diseñando un AFD

AFD para lenguaje en $\{0, 1\}$ de palabras que no contienen 101.



Principios de diseño

Diseñando un AFD

¿Qué alternativas tenemos?

- **Prueba y error.** Inconveniente dado a que hay demasiados casos a considerar.
- **Sistemático.** Por condiciones de estados.
- **Conjuntos de estados.** Agrupando estados similares.

Principios de diseño

Diseñando un AFD

¿Qué alternativas tenemos?

- **Prueba y error.** Inconveniente dado a que hay demasiados casos a considerar.
- **Sistemático.** Por condiciones de estados.
- **Conjuntos de estados.** Agrupando estados similares.

Principios de diseño

Diseñando un AFD

¿Qué alternativas tenemos?

- **Prueba y error.** Inconveniente dado a que hay demasiados casos a considerar.
- **Sistemático.** Por condiciones de estados.
- **Conjuntos de estados.** Agrupando estados similares.

Principios de diseño

Diseñando un AFD

¿Qué alternativas tenemos?

- **Prueba y error.** Inconveniente dado a que hay demasiados casos a considerar.
- **Sistemático.** Por condiciones de estados.
- **Conjuntos de estados.** Agrupando estados similares.

Diseño sistemático

Diseñando un AFD

- 1 Determinar de manera explícita qué condición necesita cada uno de los estados.
 - ▶ Los estados deben ser mutuamente excluyentes
 - ▶ Los estados deben ser exhaustivos (*comprehensive*)
- 2 Proponer las transiciones que permiten pasar de un estado a otro.

Diseño sistemático

Diseñando un AFD

- 1 Determinar de manera explícita qué condición necesita cada uno de los estados.
 - ▶ Los estados deben ser mutuamente excluyentes
 - ▶ Los estados deben ser exhaustivos (*comprehensive*)
- 2 Proponer las transiciones que permiten pasar de un estado a otro.

Diseño sistemático

Diseñando un AFD

- 1 Determinar de manera explícita qué condición necesita cada uno de los estados.
 - ▶ Los estados deben ser mutuamente excluyentes
 - ▶ Los estados deben ser exhaustivos (*comprehensive*)
- 2 Proponer las transiciones que permiten pasar de un estado a otro.

Diseño sistemático

Diseñando un AFD

- 1 Determinar de manera explícita qué condición necesita cada uno de los estados.
 - ▶ Los estados deben ser mutuamente excluyentes
 - ▶ Los estados deben ser exhaustivos (*comprehensive*)
- 2 Proponer las transiciones que permiten pasar de un estado a otro.

Ejemplo de diseño sistemático

Diseñando un AFD

Un AFD que acepte exactamente el lenguaje en el alfabeto $\{0, 1\}$ de palabras que **no comienzan con 00**.

Condiciones a recordar:

- q_0 : no se han recibido caracteres.
- q_1 : empieza con un solo 0.
- q_2 : empieza con dos o más 0s.
- q_3 : no empieza con dos 0s.

Estados finales: q_0, q_1, q_3 .

Ejemplo de diseño sistemático

Diseñando un AFD

Un AFD que acepte exactamente el lenguaje en el alfabeto $\{0, 1\}$ de palabras que **no comienzan con 00**.

Condiciones a recordar:

- q_0 : no se han recibido caracteres.
- q_1 : empieza con un solo 0.
- q_2 : empieza con dos o más 0s.
- q_3 : no empieza con dos 0s.

Estados finales: q_0, q_1, q_3 .

Ejemplo de diseño sistemático

Diseñando un AFD

Un AFD que acepte exactamente el lenguaje en el alfabeto $\{0, 1\}$ de palabras que **no comienzan con 00**.

Condiciones a recordar:

- q_0 : no se han recibido caracteres.
- q_1 : empieza con un solo 0.
- q_2 : empieza con dos o más 0s.
- q_3 : no empieza con dos 0s.

Estados finales: q_0, q_1, q_3 .

Ejemplo de diseño sistemático

Diseñando un AFD

Un AFD que acepte exactamente el lenguaje en el alfabeto $\{0, 1\}$ de palabras que **no comienzan con 00**.

Condiciones a recordar:

- q_0 : no se han recibido caracteres.
- q_1 : empieza con un solo 0.
- q_2 : empieza con dos o más 0s.
- q_3 : no empieza con dos 0s.

Estados finales: q_0, q_1, q_3 .

Ejemplo de diseño sistemático

Diseñando un AFD

Un AFD que acepte exactamente el lenguaje en el alfabeto $\{0, 1\}$ de palabras que **no comienzan con 00**.

Condiciones a recordar:

- q_0 : no se han recibido caracteres.
- q_1 : empieza con un solo 0.
- q_2 : empieza con dos o más 0s.
- q_3 : no empieza con dos 0s.

Estados finales: q_0, q_1, q_3 .

Ejemplo de diseño sistemático

Diseñando un AFD

Un AFD que acepte exactamente el lenguaje en el alfabeto $\{0, 1\}$ de palabras que **no comienzan con 00**.

Condiciones a recordar:

- q_0 : no se han recibido caracteres.
- q_1 : empieza con un solo 0.
- q_2 : empieza con dos o más 0s.
- q_3 : no empieza con dos 0s.

Estados finales: q_0, q_1, q_3 .

Ejemplo de diseño sistemático

Diseñando un AFD

Un AFD que acepte exactamente el lenguaje en el alfabeto $\{0, 1\}$ de palabras que **no comienzan con 00**.

Condiciones a recordar:

- q_0 : no se han recibido caracteres.
- q_1 : empieza con un solo 0.
- q_2 : empieza con dos o más 0s.
- q_3 : no empieza con dos 0s.

Estados finales: q_0, q_1, q_3 .

Ejemplo de diseño sistemático

Diseñando un AFD

Un AFD que acepte exactamente el lenguaje en el alfabeto $\{0, 1\}$ de palabras que **no comienzan con 00**.

Condiciones a recordar:

- q_0 : no se han recibido caracteres.
- q_1 : empieza con un solo 0.
- q_2 : empieza con dos o más 0s.
- q_3 : no empieza con dos 0s.

Estados finales: q_0, q_1, q_3 .

Ejemplo de diseño sistemático

Diseñando un AFD

Un AFD que acepte exactamente el lenguaje en el alfabeto $\{0, 1\}$ de palabras que **no comienzan con 00**.

Condiciones a recordar:

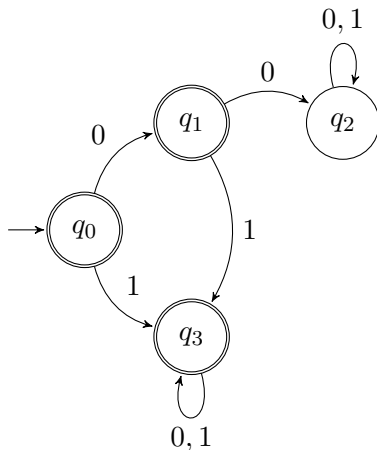
- q_0 : no se han recibido caracteres.
- q_1 : empieza con un solo 0.
- q_2 : empieza con dos o más 0s.
- q_3 : no empieza con dos 0s.

Estados finales: q_0, q_1, q_3 .

Ejemplo de diseño sistemático

Diseñando un AFD

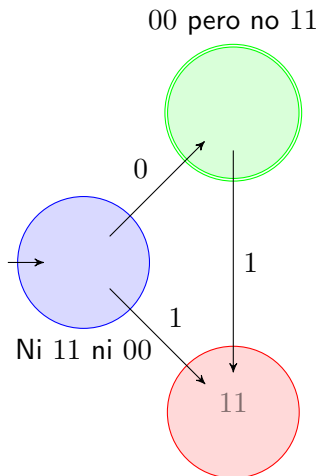
Un AFD que acepte exactamente el lenguaje en el alfabeto $\{0, 1\}$ de palabras que **no comienzan con 00**.



Diseño por conjuntos de estados

Diseñando un AFD

Un AFD que acepte exactamente el lenguaje en el alfabeto $\{0, 1\}$ de palabras que **tengan** 00 **pero no** 11.



Subdivisión: diseño por conjuntos de estados

Diseñando un AFD

- Los caracteres alimentados hasta el momento no contienen ni 00 ni 11:
 - ▶ A — no se han recibido caracteres (estado inicial).
 - ▶ B — se recibió el primer 0 de 00.
 - ▶ C — se recibió el primer 1 de 11.
- Contienen 00 pero no 11:
 - ▶ D — se recibió otro 0.
 - ▶ E — se recibió el primer 1 de 11.
- Contienen 11:
 - ▶ No importa nada más (estado *infierno*).

Subdivisión: diseño por conjuntos de estados

Diseñando un AFD

- Los caracteres alimentados hasta el momento no contienen ni 00 ni 11:
 - ▶ A — no se han recibido caracteres (estado inicial).
 - ▶ B — se recibió el primer 0 de 00.
 - ▶ C — se recibió el primer 1 de 11.
- Contienen 00 pero no 11:
 - ▶ D — se recibió otro 0.
 - ▶ E — se recibió el primer 1 de 11.
- Contienen 11:
 - ▶ No importa nada más (estado *infierno*).

Subdivisión: diseño por conjuntos de estados

Diseñando un AFD

- Los caracteres alimentados hasta el momento no contienen ni 00 ni 11:
 - ▶ A — no se han recibido caracteres (estado inicial).
 - ▶ B — se recibió el primer 0 de 00.
 - ▶ C — se recibió el primer 1 de 11.
- Contienen 00 pero no 11:
 - ▶ D — se recibió otro 0.
 - ▶ E — se recibió el primer 1 de 11.
- Contienen 11:
 - ▶ No importa nada más (estado *infierno*).

Subdivisión: diseño por conjuntos de estados

Diseñando un AFD

- Los caracteres alimentados hasta el momento no contienen ni 00 ni 11:
 - ▶ A — no se han recibido caracteres (estado inicial).
 - ▶ B — se recibió el primer 0 de 00.
 - ▶ C — se recibió el primer 1 de 11.
- Contienen 00 pero no 11:
 - ▶ D — se recibió otro 0.
 - ▶ E — se recibió el primer 1 de 11.
- Contienen 11:
 - ▶ No importa nada más (estado *infierno*).

Subdivisión: diseño por conjuntos de estados

Diseñando un AFD

- Los caracteres alimentados hasta el momento no contienen ni 00 ni 11:
 - ▶ A — no se han recibido caracteres (estado inicial).
 - ▶ B — se recibió el primer 0 de 00.
 - ▶ C — se recibió el primer 1 de 11.
- Contienen 00 pero no 11:
 - ▶ D — se recibió otro 0.
 - ▶ E — se recibió el primer 1 de 11.
- Contienen 11:
 - ▶ No importa nada más (estado *infierno*).

Subdivisión: diseño por conjuntos de estados

Diseñando un AFD

- Los caracteres alimentados hasta el momento no contienen ni 00 ni 11:
 - ▶ A — no se han recibido caracteres (estado inicial).
 - ▶ B — se recibió el primer 0 de 00.
 - ▶ C — se recibió el primer 1 de 11.
- Contienen 00 pero no 11:
 - ▶ D — se recibió otro 0.
 - ▶ E — se recibió el primer 1 de 11.
- Contienen 11:
 - ▶ No importa nada más (estado *infierno*).

Subdivisión: diseño por conjuntos de estados

Diseñando un AFD

- Los caracteres alimentados hasta el momento no contienen ni 00 ni 11:
 - ▶ A — no se han recibido caracteres (estado inicial).
 - ▶ B — se recibió el primer 0 de 00.
 - ▶ C — se recibió el primer 1 de 11.
- Contienen 00 pero no 11:
 - ▶ D — se recibió otro 0.
 - ▶ E — se recibió el primer 1 de 11.
- Contienen 11:
 - ▶ No importa nada más (estado *infierno*).

Subdivisión: diseño por conjuntos de estados

Diseñando un AFD

- Los caracteres alimentados hasta el momento no contienen ni 00 ni 11:
 - ▶ A — no se han recibido caracteres (estado inicial).
 - ▶ B — se recibió el primer 0 de 00.
 - ▶ C — se recibió el primer 1 de 11.
- Contienen 00 pero no 11:
 - ▶ D — se recibió otro 0.
 - ▶ E — se recibió el primer 1 de 11.
- Contienen 11:
 - ▶ No importa nada más (estado *infierno*).

Subdivisión: diseño por conjuntos de estados

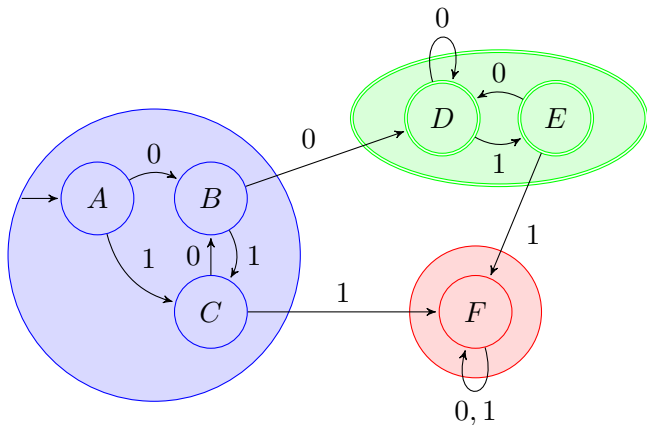
Diseñando un AFD

- Los caracteres alimentados hasta el momento no contienen ni 00 ni 11:
 - ▶ A — no se han recibido caracteres (estado inicial).
 - ▶ B — se recibió el primer 0 de 00.
 - ▶ C — se recibió el primer 1 de 11.
- Contienen 00 pero no 11:
 - ▶ D — se recibió otro 0.
 - ▶ E — se recibió el primer 1 de 11.
- Contienen 11:
 - ▶ No importa nada más (estado *infierno*).

Diseño por conjuntos de estados

Diseñando un AFD

Un AFD que acepte exactamente el lenguaje en el alfabeto $\{0, 1\}$ de palabras que **tengan** 00 **pero no** 11.



Diseño por complemento

Diseñando un AFD

Si M es un autómata determinista que acepta un lenguaje regular L , para construir un autómata M^c que acepte el lenguaje L^c , basta con **intercambiar** los estados finales por estados no finales, y viceversa.

Cuando una palabra se rechaza en M , entonces se aceptará en M^c , y viceversa.

Diseño por complemento

Diseñando un AFD

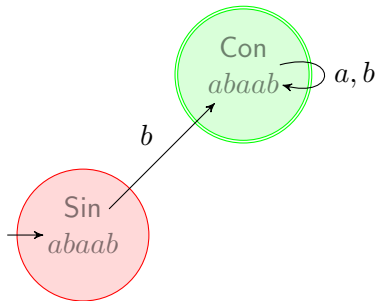
Si M es un autómata determinista que acepta un lenguaje regular L , para construir un autómata M^c que acepte el lenguaje L^c , basta con **intercambiar** los estados finales por estados no finales, y viceversa.

Cuando una palabra se rechaza en M , entonces se aceptará en M^c , y viceversa.

Diseño por complemento

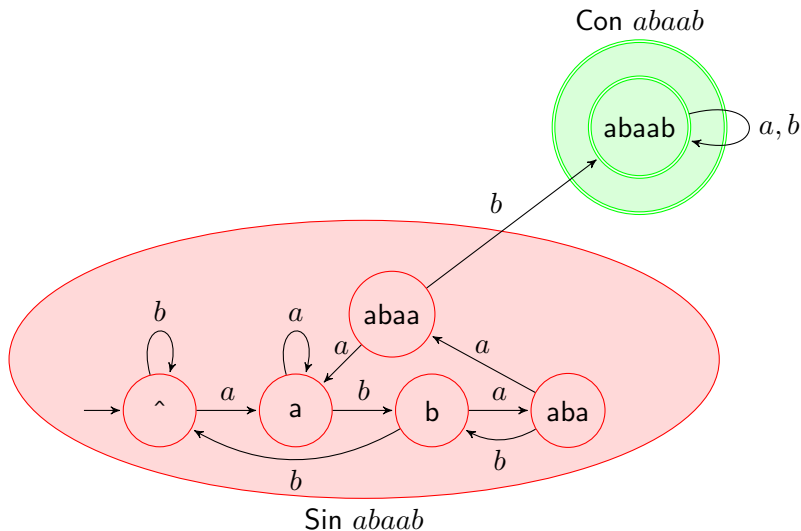
Diseñando un AFD

Obtener un AFD para el lenguaje en $\{a, b\}^*$ de las palabras que **no contienen la sub-cadena abaab**.



Diseño por complemento

Diseñando un AFD



Diseño por complemento

Diseñando un AFD

