

# Equivalencia y Minimización de Autómatas Finitos Deterministas

Matemáticas Computacionales  
(TC2020)

---

M.C. Xavier Sánchez Díaz  
sax@itesm.mx



# Tabla de contenidos

1 Equivalencia de AFDs

2 Simplificación de AFDs

# Definición de Equivalencia

## Equivalencia de AFDs

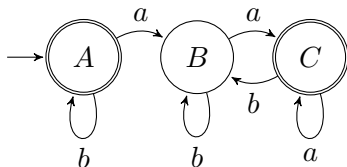
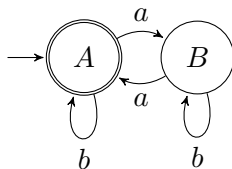
### Definición 1

Dos autómatas  $M_1$  y  $M_2$  son **equivalentes**,  $M_1 \equiv M_2$ , cuando aceptan exactamente el mismo lenguaje.

# Equivalencia

## Equivalencia de AFDs

¿Son estos dos autómatas equivalentes?



# ¿Cómo podemos probarlo?

Equivalencia de AFDs

**Sistemáticamente**, probando con las palabras de  $\sigma^* = \{\varepsilon, a, b, aa, ab, \dots\}$   
¿Qué pasa si no son equivalentes? Simplemente nunca acabaremos.

Podemos probar todas las posibilidades mediante un **árbol de estados incompatibles**.

# ¿Cómo podemos probarlo?

Equivalencia de AFDs

**Sistemáticamente**, probando con las palabras de  $\sigma^* = \{\varepsilon, a, b, aa, ab, \dots\}$   
¿Qué pasa si no son equivalentes? **Simplemente nunca acabaremos.**

Podemos probar todas las posibilidades mediante un **árbol de estados incompatibles**.

# ¿Cómo podemos probarlo?

Equivalencia de AFDs

**Sistemáticamente**, probando con las palabras de  $\sigma^* = \{\varepsilon, a, b, aa, ab, \dots\}$   
¿Qué pasa si no son equivalentes? Simplemente nunca acabaremos.

Podemos probar todas las posibilidades mediante un **árbol de estados incompatibles**.

# ¿Cómo podemos probarlo?

Equivalencia de AFDs

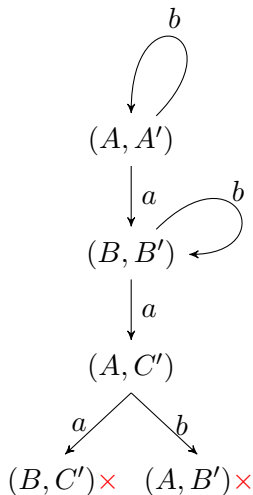
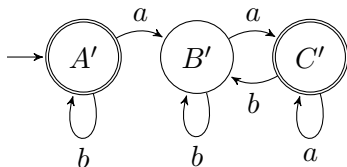
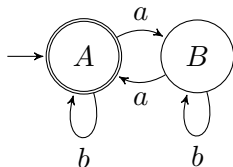
**Sistemáticamente**, probando con las palabras de  $\sigma^* = \{\varepsilon, a, b, aa, ab, \dots\}$   
¿Qué pasa si no son equivalentes? Simplemente nunca acabaremos.

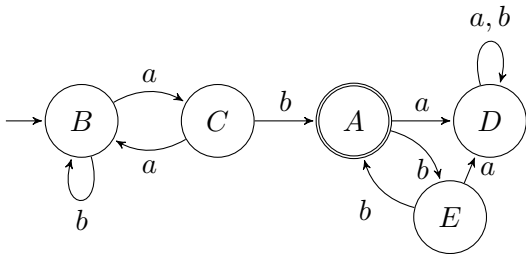
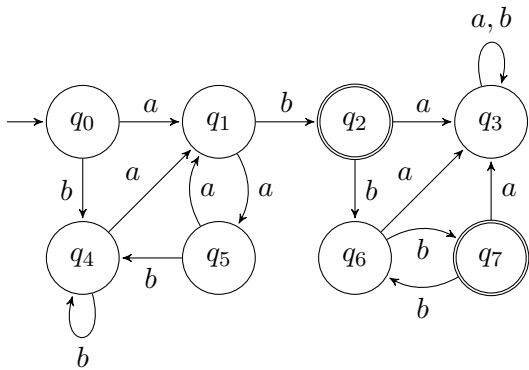
Podemos probar todas las posibilidades mediante un **árbol de estados incompatibles**.



# Árbol de comparación

## Equivalencia de AFDs

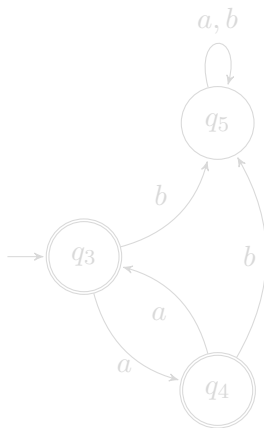




# ¿Por qué simplificar AFDs?

## Simplificación de AFDs

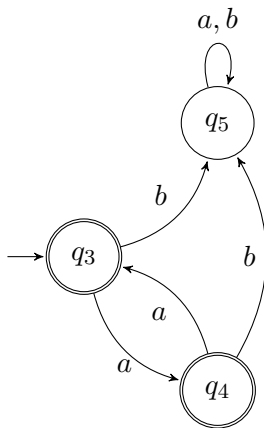
Una máquina  $M$  puede tener **estados redundantes**.



# ¿Por qué simplificar AFDs?

## Simplificación de AFDs

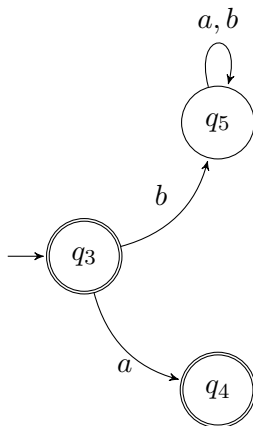
Una máquina  $M$  puede tener **estados redundantes**.



# Eliminación de estados equivalentes

## Simplificación de AFDs

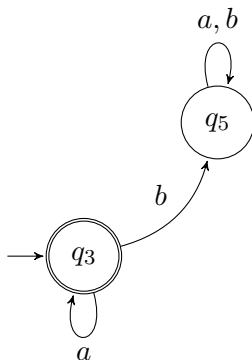
Borrar transiciones:



# Eliminación de estados equivalentes

## Simplificación de AFDs

Redirigir transiciones:



# Deducción de estados distinguibles

## Simplificación de AFDs

- Dos estados son **distinguibles** si son **incompatibles**: uno es final y el otro es no final.
- Si tenemos transiciones  $\delta(p_0, \sigma) = p$  y  $\delta(q_0, \sigma) = q$ , donde  $p, q$  son distinguibles, entonces también  $p_0$  y  $q_0$  son distinguibles.

# Deducción de estados distinguibles

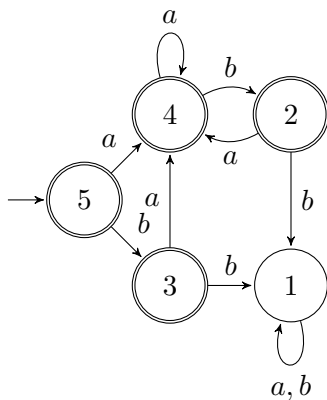
## Simplificación de AFDs

- Dos estados son **distinguibles** si son **incompatibles**: uno es final y el otro es no final.
- Si tenemos transiciones  $\delta(p_0, \sigma) = p$  y  $\delta(q_0, \sigma) = q$ , donde  $p, q$  son distinguibles, entonces también  $p_0$  y  $q_0$  son distinguibles.



# Deducción de estados distinguibles

## Simplificación de AFDs



2				
3				
4				
5				
	1	2	3	4

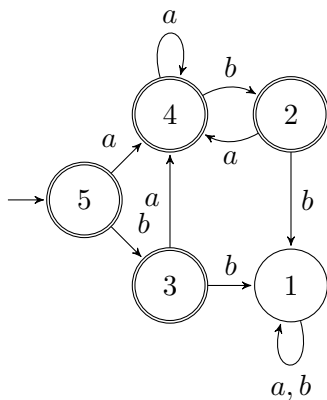
2				
3				
4				
5				
	1	2	3	4

2				
3				
4				
5				
	1	2	3	4

2				
3				
4				
5				
	1	2	3	4

# Deducción de estados distinguibles

## Simplificación de AFDs



2				
3				
4				
5				
	1	2	3	4

2	×			
3	×			
4	×			
5	×			
	1	2	3	4

2	×			
3	×			
4	×			
5	×	×		
	1	2	3	4

2	×			
3	×			
4	×	×	×	
5	×	×	×	
	1	2	3	4

# Simplificación por clases de equivalencia

## Simplificación de AFDs

Formar clases de estados de un autómata que pudieran ser equivalentes.

Al seguir examinando las clases, podremos percatarnos de si es necesario volver a **dividir**las.

Si las clases ya no pueden dividirse más, entonces hemos encontrado el autómata más pequeño.

# Simplificación por clases de equivalencia

## Simplificación de AFDs

Formar clases de estados de un autómata que pudieran ser equivalentes.

Al seguir examinando las clases, podremos percatarnos de si es necesario volver a **dividir**las.

Si las clases ya no pueden dividirse más, entonces hemos encontrado el autómata más pequeño.

# Simplificación por clases de equivalencia

## Simplificación de AFDs

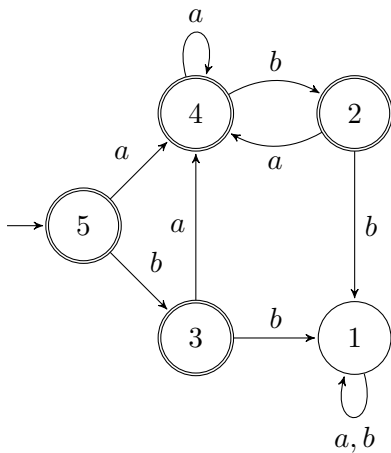
Formar clases de estados de un autómata que pudieran ser equivalentes.

Al seguir examinando las clases, podremos percatarnos de si es necesario volver a **dividir**las.

Si las clases ya no pueden dividirse más, entonces hemos encontrado el autómata más pequeño.

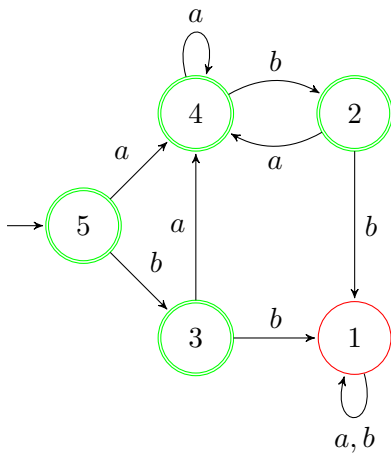
# Simplificación por clases de equivalencia

## Simplificación de AFDs



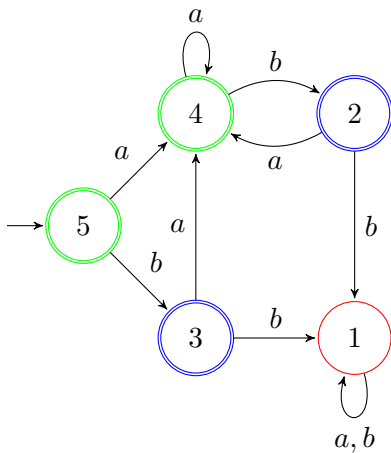
# Simplificación por clases de equivalencia

## Simplificación de AFDs



# Simplificación por clases de equivalencia

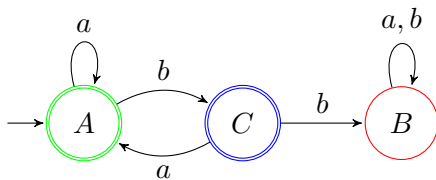
## Simplificación de AFDs





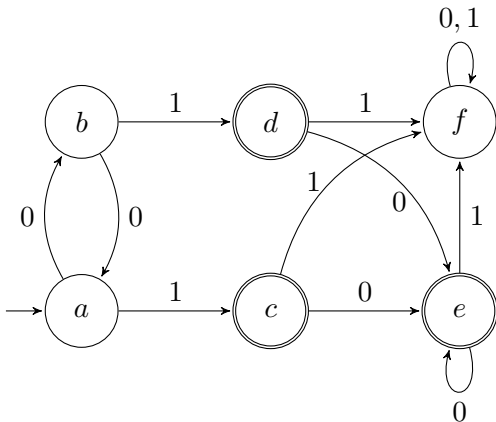
# Simplificación por clases de equivalencia

## Simplificación de AFDs



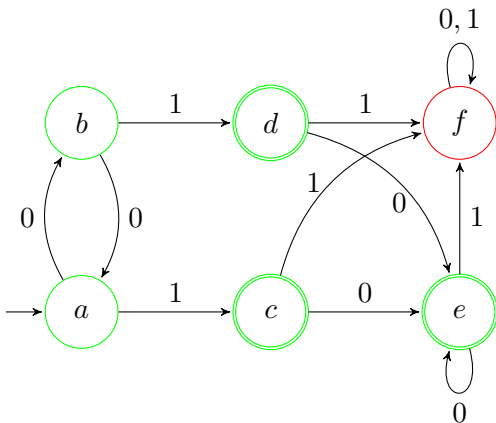
# Simplificación por clases de equivalencia

## Simplificación de AFDs



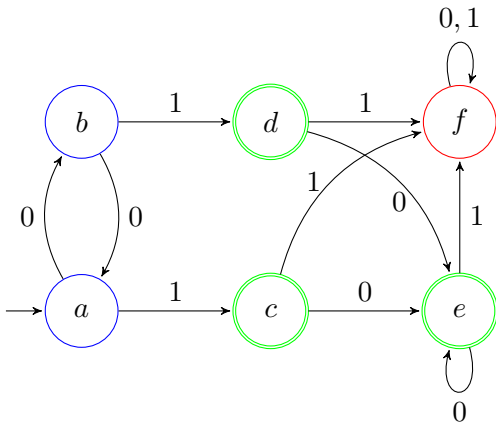
# Simplificación por clases de equivalencia

## Simplificación de AFDs



# Simplificación por clases de equivalencia

## Simplificación de AFDs



# Simplificación por clases de equivalencia

## Simplificación de AFDs

