

# Lenguajes y Modelado

## Matemáticas Computacionales (TC2020)

---

M.C. Xavier Sánchez Díaz  
sax@itesm.mx



# Tabla de contenidos

## 1 Lenguajes

- Elementos básicos de un lenguaje
- Operaciones con lenguajes

## 2 Modelado con Autómatas

# ¿Qué es un lenguaje?

## Elementos básicos de un lenguaje

Según la RAE, un lenguaje es un conjunto de signos y reglas que permite la comunicación (con una computadora). A nivel matemático, usamos otra definición:

### Definición 1

Un **lenguaje** es un conjunto de **palabras**.

### Ejemplo de lenguaje

$$L = \{hola, pueblo\}$$

# ¿Qué es una palabra?

## Elementos básicos de un lenguaje

La RAE define a **palabra** como una unidad lingüística dotada generalmente de significado, que se separa de las demás mediante pausas potenciales en la pronunciación y blancos en la escritura.

### Definición 2

Una **palabra** es una sucesión de símbolos de algún **alfabeto**.

### Ejemplos de palabras

Tanto *hola* como *pueblo* son palabras.

# ¿Qué es un alfabeto?

Elementos básicos de un lenguaje

## Definición 3

Un **alfabeto** es un conjunto finito no vacío de **símbolos**.

## Ejemplo de alfabeto

$\Sigma = \{a, b, c, \dots, z\}$  es un alfabeto

## Definición 4

Un **símbolo** es una unidad atómica de información.

## Ejemplos de símbolos

$a, b, e, h, l, o, p, u$  son todos símbolos del **alfabeto**  $\Sigma$ .

# Recapitulación

## Elementos básicos de un lenguaje

Es decir, los **símbolos**  $h, o, l, a, p, u, e, b$  son elementos del **alfabeto**  $\Sigma = \{a, b, c, \dots, z\}$ .

Dos palabras que podemos formar con  $\Sigma$  son *hola* y *pueblo*.

Podemos agrupar *hola* y *pueblo* en un lenguaje:  $L = \{hola, pueblo\}$

# ¿Qué podemos hacer con los lenguajes?

## Operaciones con lenguajes

Cuando dos lenguajes son definidos con respecto al mismo alfabeto, podemos aplicarles las mismas operaciones de conjuntos que ya conocemos.

- Unión
- Intersección
- Diferencia

Sin embargo también hay otras operaciones que aplican a los lenguajes (y también a las palabras y a los símbolos).

# Concatenación

## Operaciones con lenguajes

### Definición 5

La **concatenación** de dos lenguajes  $A$  y  $B$  se define como

$$AB = \{ww' : w \in A, w' \in B\}$$

Es decir,  $AB$  es el conjunto de todas las palabras obtenidas tomando una palabra arbitraria  $w$  en  $A$  y otra palabra arbitraria  $w'$  en  $B$ , y juntándolas.

### Ejemplo de concatenación

$$A = \{hola, chao\} \quad B = \{pueblo, mundo\}$$

$$AB = \{holapueblo, holamundo, chaopueblo, chaomundo\}$$



# Cerradura de Kleene

## Operaciones con lenguajes

### Definición 6

La **Kleene Star** (también llamada **estrella de Kleene**) de un lenguaje  $A$  se define como

$$A^* = \{u_1 u_2 u_3 \dots u_k : k \geq 0, u_i \in A, i = 1, 2, 3, \dots, k\}$$

En otras palabras, la concatenación de **todas** las palabras **posibles** en  $A$ , incluyendo la **palabra vacía** (de longitud 0, que representamos con  $\varepsilon$ ).

### Ejemplo de Kleene Star

$$A^* = \{\varepsilon, hola, ola, holaola, holahola, olaolaola, olaholaolahola, \dots\}$$

# Kleene Plus

## Operaciones con lenguajes

Existe una variante de la cerradura de Kleene llamada **Kleene Plus**:

### Definición 7

$$A^+ = \{u_1 u_2 u_3 \dots u_k : k \geq 1, u_i \in A, i = 1, 2, 3, \dots, k\}$$

Es decir,  $A^+ = A^* - \{\varepsilon\}$

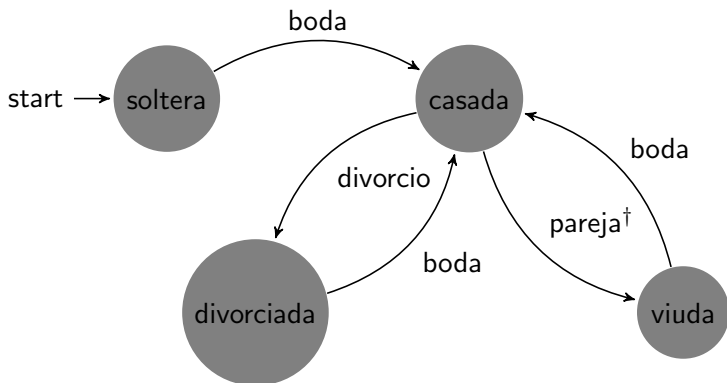
# ¿Qué se puede modelar?

## Modelado con autómatas

- Procesos por medio de **estados** y **eventos** o **transiciones**.
- Los estados son situaciones por las que el proceso atraviesa. Algunos de los estados son transitorios.
- Los eventos son **acciones instantáneas** que provocan cambios en el estado del proceso modelado.

# Ejemplo

Modelado con autómatas



# Notación de autómatas

## Modelado con autómatas

### Definición 8

Un **autómata finito determinista** (AFD) es una **quíntupla** de la forma

$$M = (Q, \Sigma, \delta, q, F)$$

- $Q$  es un **conjunto de estados** que es finito,
- $\Sigma$  es el **alfabeto** aceptado,
- $\delta : Q \times \Sigma \rightarrow Q$  es la **función de transición**,
- $q \in Q$  es el **estado inicial**,
- $F \subseteq Q$  es un **conjunto de estados finales**.

# Determinismo

## Modelado con autómatas

- Dada una acción, el siguiente estado será **siempre el mismo**.
- Para cada par de estados y acciones del AFD hay **un solo estado siguiente**.
- La función de transición está definida para **todas** las entradas posibles.
- Hay **un solo estado inicial** pero **cualquier cantidad de estados finales**.