Lenguajes y Modelado

Matemáticas Computacionales
(TC2020)

M.C. Xavier Sánchez Díaz
sax@itesm.mx

Tabla de contenidos

¿Qué es un lenguaje?
Elementos básicos de un lenguaje

Según la RAE, un lenguaje es un conjunto de signos y reglas que permite la comunicación (con una computadora). A nivel matemático, usamos otra definición:

Definición 1

Un lenguaje es un conjunto de **palabras**.

Ejemplo de lenguaje

$L = \{hola, pueblo\}$

Según la RAE, un lenguaje es un conjunto de signos y reglas que permite la comunicación (con una computadora). A nivel matemático, usamos otra definición:

Definición 1

Un lenguaje es un conjunto de **palabras**.

Ejemplo de lenguaje

$L = \{hola, pueblo\}$

¿Qué es un lenguaje?

Elementos básicos de un lenguaje

Según la RAE, un lenguaje es un conjunto de signos y reglas que permite la comunicación (con una computadora). A nivel matemático, usamos otra definición:

Definición 1

Un lenguaje es un conjunto de **palabras**.

Ejemplo de lenguaje

$L = \{hola, pueblo\}$

¿Qué es una palabra?

Elementos básicos de un lenguaje

La RAE define a **palabra** como una unidad lingüística dotada generalmente de significado, que se separa de las demás mediante pausas potenciales en la pronunciación y blancos en la escritura.

Definición 2

Una palabra es una sucesión de símbolos de algún **alfabeto**.

Ejemplos de palabras

Tanto $hola$ como $pueblo$ son palabras.

¿Qué es una palabra?

Elementos básicos de un lenguaje

La RAE define a **palabra** como una unidad lingüística dotada generalmente de significado, que se separa de las demás mediante pausas potenciales en la pronunciación y blancos en la escritura.

Definición 2

Una palabra es una sucesión de símbolos de algún **alfabeto**.

Ejemplos de palabras

Tanto $hola$ como $pueblo$ son palabras.

¿Qué es una palabra?

Elementos básicos de un lenguaje

La RAE define a **palabra** como una unidad lingüística dotada generalmente de significado, que se separa de las demás mediante pausas potenciales en la pronunciación y blancos en la escritura.

Definición 2

Una palabra es una sucesión de símbolos de algún **alfabeto**.

Ejemplos de palabras

Tanto $hola$ como $pueblo$ son palabras.

¿Qué es un alfabeto?

Elementos básicos de un lenguaje

Definición 3

Un alfabeto es un conjunto finito no vacío de **símbolos**.

Ejemplo de alfabeto

$\Sigma = \{a, b, c, \ldots, z\}$ es un alfabeto

Definición 4

Un símbolo es una unidad atómica de información.

Ejemplos de símbolos

a, b, e, h, l, o, p, u son todos símbolos del **alfabeto** Σ.

¿Qué es un alfabeto?

Elementos básicos de un lenguaje

Definición 3

Un alfabeto es un conjunto finito no vacío de **símbolos**.

Ejemplo de alfabeto

$\Sigma = \{a, b, c, \ldots, z\}$ es un alfabeto

Definición 4

Un símbolo es una unidad atómica de información.

Ejemplos de símbolos

a, b, e, h, l, o, p, u son todos símbolos del **alfabeto** Σ.

¿Qué es un alfabeto?

Elementos básicos de un lenguaje

Definición 3

Un alfabeto es un conjunto finito no vacío de **símbolos**.

Ejemplo de alfabeto

$\Sigma = \{a, b, c, \ldots, z\}$ es un alfabeto

Definición 4

Un símbolo es una unidad atómica de información.

Ejemplos de símbolos

a, b, e, h, l, o, p, u son todos símbolos del **alfabeto** Σ.

¿Qué es un alfabeto?

Elementos básicos de un lenguaje

Definición 3

Un alfabeto es un conjunto finito no vacío de **símbolos**.

Ejemplo de alfabeto

$\Sigma = \{a, b, c, \ldots, z\}$ es un alfabeto

Definición 4

Un símbolo es una unidad atómica de información.

Ejemplos de símbolos

a, b, e, h, l, o, p, u son todos símbolos del **alfabeto** Σ.

Es decir, los **símbolos** h, o, l, a, p, u, e, b son elementos del **alfabeto** $\Sigma = \{a, b, c, \ldots, z\}$.

Dos palabras que podemos formar con Σ son *hola* y *pueblo*.

Podemos agrupar *hola* y *pueblo* en un lenguaje: $L = \{hola, pueblo\}$

Recapitulación

Elementos básicos de un lenguaje

Es decir, los **símbolos** h, o, l, a, p, u, e, b son elementos del **alfabeto** $\Sigma = \{a, b, c, \ldots, z\}$.

Dos palabras que podemos formar con Σ son *hola* y *pueblo*.

Podemos agrupar *hola* y *pueblo* en un lenguaje: $L = \{hola, pueblo\}$

Es decir, los **símbolos** h, o, l, a, p, u, e, b son elementos del **alfabeto** $\Sigma = \{a, b, c, \ldots, z\}$.

Dos palabras que podemos formar con Σ son *hola* y *pueblo*.

Podemos agrupar *hola* y *pueblo* en un lenguaje: $L = \{hola, pueblo\}$

¿Qué podemos hacer con los lenguajes?
Operaciones con lenguajes

Cuando dos lenguajes son definidos con respecto al mismo alfabeto, podemos aplicarles las mismas operaciones de conjuntos que ya conocemos.

- Unión
- Intersección
- Diferencia

Sin embargo también hay otras operaciones que aplican a los lenguajes (y también a las palabras y a los símbolos).

¿Qué podemos hacer con los lenguajes?

Operaciones con lenguajes

Cuando dos lenguajes son definidos con respecto al mismo alfabeto, podemos aplicarles las mismas operaciones de conjuntos que ya conocemos.

- Unión
- Intersección
- Diferencia

Sin embargo también hay otras operaciones que aplican a los lenguajes (y también a las palabras y a los símbolos).

¿Qué podemos hacer con los lenguajes?

Operaciones con lenguajes

Cuando dos lenguajes son definidos con respecto al mismo alfabeto, podemos aplicarles las mismas operaciones de conjuntos que ya conocemos.

- Unión
- Intersección
- Diferencia

Sin embargo también hay otras operaciones que aplican a los lenguajes (y también a las palabras y a los símbolos).

¿Qué podemos hacer con los lenguajes?

Operaciones con lenguajes

Cuando dos lenguajes son definidos con respecto al mismo alfabeto, podemos aplicarles las mismas operaciones de conjuntos que ya conocemos.

- Unión
- Intersección
- Diferencia

Sin embargo también hay otras operaciones que aplican a los lenguajes (y también a las palabras y a los símbolos).

¿Qué podemos hacer con los lenguajes?

Operaciones con lenguajes

Cuando dos lenguajes son definidos con respecto al mismo alfabeto, podemos aplicarles las mismas operaciones de conjuntos que ya conocemos.

- Unión
- Intersección
- Diferencia

Sin embargo también hay otras operaciones que aplican a los lenguajes (y también a las palabras y a los símbolos).

Concatenación

Operaciones con lenguajes

Definición 5

La concatenación de dos lenguajes A y B se define como

$$AB = \{ww' : w \in A, w' \in B\}$$

Es decir, AB es el conjunto de todas las palabras obtenidas tomando una palabra arbitraria w en A y otra palabra arbitraria w' en B, y juntándolas.

Ejemplo de concatenación

$$A = \{hola, chao\} \quad B = \{pueblo, mundo\}$$

$$AB = \{holapueblo, holamundo, chaopueblo, chaomundo\}$$

Concatenación

Operaciones con lenguajes

Definición 5

La concatenación de dos lenguajes A y B se define como

$$AB = \{ww' : w \in A, w' \in B\}$$

Es decir, AB es el conjunto de todas las palabras obtenidas tomando una palabra arbitraria w en A y otra palabra arbitraria w' en B, y juntándolas.

Ejemplo de concatenación

$$A = \{hola, chao\} \quad B = \{pueblo, mundo\}$$

$$AB = \{holapueblo, holamundo, chaopueblo, chaomundo\}$$

Concatenación

Operaciones con lenguajes

Definición 5

La concatenación de dos lenguajes A y B se define como

$$AB = \{ww' : w \in A, w' \in B\}$$

Es decir, AB es el conjunto de todas las palabras obtenidas tomando una palabra arbitraria w en A y otra palabra arbitraria w' en B, y juntándolas.

Ejemplo de concatenación

$$A = \{hola, chao\} \quad B = \{pueblo, mundo\}$$

$$AB = \{holapueblo, holamundo, chaopueblo, chaomundo\}$$

Cerradura de Kleene

Operaciones con lenguajes

Definición 6

La Kleene Star (también llamada **estrella de Kleene**) de un lenguaje A se define como

$$A^* = \{u_1u_2u_3 \dots u_k : k \geq 0, u_i \in A, i = 1, 2, 3, \dots, k\}$$

En otras palabras, la concatenación de **todas** las palabras **posibles** en A, incluyendo la palabra vacía (de longitud 0, que representamos con ε).

Ejemplo de Kleene Star

$$A* = \{\varepsilon, hola, ola, holaola, holahola, olaolaola, olaholaolahola, \dots\}$$

Cerrada de Kleene

Operaciones con lenguajes

Definición 6

La Kleene Star (también llamada **estrella de Kleene**) de un lenguaje A se define como

$$A^* = \{u_1 u_2 u_3 \dots u_k : k \geq 0, u_i \in A, i = 1, 2, 3, \dots, k\}$$

En otras palabras, la concatenación de **todas** las palabras **posibles** en A, incluyendo la palabra vacía (de longitud 0, que representamos con ε).

Ejemplo de Kleene Star

$$A* = \{\varepsilon, hola, ola, holaola, holahola, olaolaola, olaholaolahola, \dots\}$$

Cerrada de Kleene

Operaciones con lenguajes

Definición 6

La Kleene Star (también llamada **estrella de Kleene**) de un lenguaje A se define como

$$A^* = \{u_1u_2u_3\dots u_k : k \geq 0, u_i \in A, i = 1,2,3,\dots,k\}$$

En otras palabras, la concatenación de **todas** las palabras **posibles** en A, incluyendo la palabra vacía (de longitud 0, que representamos con ε).

Ejemplo de Kleene Star

$$A* = \{\varepsilon, hola, ola, holaola, holahola, olaolaola, olaholaolahola, \dots\}$$

Kleene Plus

Operaciones con lenguajes

Existe una variante de la cerradura de Kleene llamada Kleene Plus:

Definición 7

$$A^+ = \{u_1u_2u_3\dots u_k : k \geq 1, u_i \in A, i = 1, 2, 3, \dots, k\}$$

Es decir, $A^+ = A^* - \{\varepsilon\}$

Kleene Plus

Operaciones con lenguajes

Existe una variante de la cerradura de Kleene llamada Kleene Plus:

Definición 7

$$A^+ = \{u_1u_2u_3\dots u_k : k \geq 1, u_i \in A, i = 1, 2, 3, \dots, k\}$$

Es decir, $A^+ = A^* - \{\varepsilon\}$

Existe una variante de la cerradura de Kleene llamada Kleene Plus:

Definición 7

$$A^+ = \{u_1u_2u_3 \ldots u_k : k \geq 1, u_i \in A, i = 1, 2, 3, \ldots, k\}$$

Es decir, $A^+ = A^* - \{\varepsilon\}$

¿Qué se puede modelar?

Modelado con autómatas

- Procesos por medio de **estados** y **eventos** o **transiciones**.
- Los estados son situaciones por las que el proceso atraviesa. Algunos de los estados son transitorios.
- Los eventos son **acciones instantáneas** que provocan cambios en el estado del proceso modelado.

¿Qué se puede modelar?

Modelado con autómatas

- Procesos por medio de **estados** y **eventos** o **transiciones**.
- Los estados son situaciones por las que el proceso atraviesa. Algunos de los estados son transitorios.
- Los eventos son **acciones instantáneas** que provocan cambios en el estado del proceso modelado.

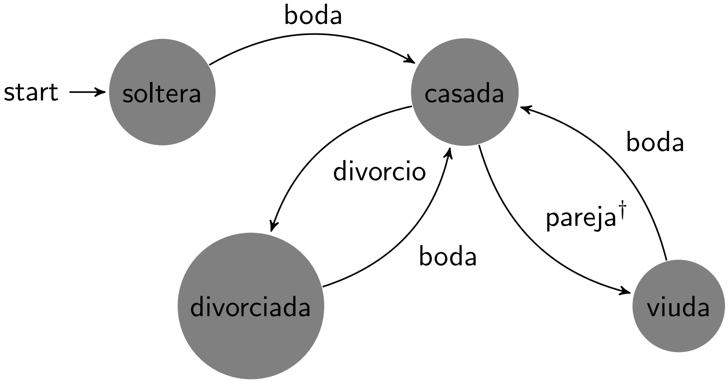
¿Qué se puede modelar?

Modelado con autómatas

- Procesos por medio de **estados** y **eventos** o **transiciones**.
- Los estados son situaciones por las que el proceso atraviesa. Algunos de los estados son transitorios.
- Los eventos son **acciones instantáneas** que provocan cambios en el estado del proceso modelado.

Ejemplo

Modelado con autómatas



Ejemplo de `sconant`

Notación de autómatas

Modelado con autómatas

Definición 8

Un autómata finito determinista (AFD) es una **quíntupla** de la forma

$$M = \{Q, \Sigma, \delta, q, F\}$$

- Q es un **conjunto de estados** que es finito,
- Σ es el **alfabeto** aceptado,
- $\delta : Q \times \Sigma \to Q$ es la **función de transición**,
- $q \in Q$ es el **estado inicial**,
- $F \subseteq Q$ es un **conjunto de estados finales**.

Definición 8

Un autómata finito determinista (AFD) es una **quíntupla** de la forma

$$M = \{Q, \Sigma, \delta, q, F\}$$

- Q es un **conjunto de estados** que es finito,
- Σ es el **alfabeto** aceptado,
- $\delta : Q \times \Sigma \to Q$ es la **función de transición**,
- $q \in Q$ es el **estado inicial**,
- $F \subseteq Q$ es un **conjunto de estados finales**.

Definición 8

Un autómata finito determinista (AFD) es una **quíntupla** de la forma

$$M = \{Q, \Sigma, \delta, q, F\}$$

- Q es un **conjunto de estados** que es finito,
- Σ es el **alfabeto** aceptado,
- $\delta : Q \times \Sigma \to Q$ es la **función de transición**,
- $q \in Q$ es el **estado inicial**,
- $F \subseteq Q$ es un **conjunto de estados finales**.

Notación de autómatas

Modelado con autómatas

Definición 8

Un autómata finito determinista (AFD) es una **quíntupla** de la forma

$$M = \{Q, \Sigma, \delta, q, F\}$$

- Q es un **conjunto de estados** que es finito,
- Σ es el **alfabeto** aceptado,
- $\delta : Q \times \Sigma \to Q$ es la **función de transición**,
- $q \in Q$ es el **estado inicial**,
- $F \subseteq Q$ es un **conjunto de estados finales**.

Notación de autómatas

Modelado con autómatas

Definición 8

Un autómata finito determinista (AFD) es una **quíntupla** de la forma

$$M = \{Q, \Sigma, \delta, q, F\}$$

- Q es un **conjunto de estados** que es finito,
- Σ es el **alfabeto** aceptado,
- $\delta : Q \times \Sigma \to Q$ es la **función de transición**,
- $q \in Q$ es el **estado inicial**,
- $F \subseteq Q$ es un **conjunto de estados finales**.

Definición 8

Un autómata finito determinista (AFD) es una **quíntupla** de la forma

$$M = \{Q, \Sigma, \delta, q, F\}$$

- Q es un **conjunto de estados** que es finito,
- Σ es el **alfabeto** aceptado,
- $\delta : Q \times \Sigma \to Q$ es la **función de transición**,
- $q \in Q$ es el **estado inicial**,
- $F \subseteq Q$ es un **conjunto de estados finales**.

Determinismo

Modelado con autómatas

- Dada una acción, el siguiente estado será **siempre el mismo**.
- Para cada par de estados y acciones del AFD hay **un solo estado siguiente**.
- La función de transición está definida para **todas** las entradas posibles.
- Hay **un solo estado inicial** pero **cualquier cantidad de estados finales**.

Determinismo

Modelado con autómatas

- Dada una acción, el siguiente estado será **siempre el mismo**.
- Para cada par de estados y acciones del AFD hay **un solo estado siguiente**.
- La función de transición está definida para **todas** las entradas posibles.
- Hay **un solo estado inicial** pero **cualquier cantidad de estados finales**.

Determinismo

Modelado con autómatas

- Dada una acción, el siguiente estado será **siempre el mismo**.
- Para cada par de estados y acciones del AFD hay **un solo estado siguiente**.
- La función de transición está definida para **todas** las entradas posibles.
- Hay **un solo estado inicial** pero **cualquier cantidad de estados finales**.

Determinismo

Modelado con autómatas

- Dada una acción, el siguiente estado será **siempre el mismo**.
- Para cada par de estados y acciones del AFD hay **un solo estado siguiente**.
- La función de transición está definida para **todas** las entradas posibles.
- Hay **un solo estado inicial** pero **cualquier cantidad de estados finales**.