Conversión de AFNs a AFDs

Matemáticas Computacionales (TC2020)

M.C. Xavier Sánchez Díaz sax@itesm.mx



Tabla de contenidos

AFNs versus AFDs

2 Conversión de AFN a AFD

¿Por qué convertir?

Una máquina no determinista hace que el diseño sea más sencillo.

Una máquina determinista hace que la implementación sea más sencilla.

La realidad es que un lenguaje es aceptado por una máquina determinista si y solo si es aceptado por una máquina no determinista.

Equivalencia AFNs versus AFDs

Equivalencia de AFDs y AFNs

Sea $N=(Q,\Sigma,\delta,q,F)$ un autómata no determinista. Existe un autómata determinista M tal que L(M)=L(N).

El estado en el que se encuentra M después de haber leído la parte inicial de una palabra corresponde exactamente al **conjunto de todos los estados** que N puede alcanzar tras haber leído la misma parte de la palabra.

Equivalencia AFNs versus AFDs

$$N = (Q, \Sigma, \delta, q, F)$$

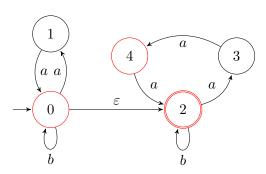
$$M=(Q',\Sigma,\delta',q',F')$$

¿Cómo pasamos de un AFN a un AFD?

Estados de estados

Conversión de AFN a AFD

El AFN acepta una palabra si existe al menos un estado final dentro del conjunto de estados donde la secuencia termina.

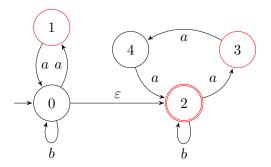


La palabra aa termina en $\{0, 2, 4\}$.

Podemos pensar entonces que $\{0,2,4\}$ tendría que ser un **estado final** en el AFD equivalente.

Estados de estados

Conversión de AFN a AFD



La palabra abbaa termina en $\{1, 2, 3\}$.

Podemos pensar entonces que $\{1,2,3\}$ también tendría que ser un **estado final** en el AFD equivalente.

Conjunto de estados

Conversión de AFN a AFD

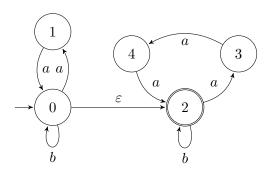
Significa que el AFD equivalente, M, tiene que tener **estados finales** de conjuntos de estados donde se acepte la palabra en el AFN.

Por tanto, $Q'=\wp(Q)$: el conjunto de estados de M es igual al conjunto potencia del conjunto de estados de N.

Cerradura de vacío (ε)

Conversión de AFN a AFD

Dado a que existe una transición ε entre 0 y 2 en N, claramente el estado inicial en M debe considerar $\{0,2\}$.



Para eso, hay que enfocarnos en la cerradura- ε , $C_{\varepsilon}(r)$, donde r es cualquier estado del AFN N.

Cerradura de vacío (ε)

Conversión de AFN a AFD

Definición

Para cada estado r del AFN N, la cerradura de vacío, representada con $C_{\varepsilon}(r)$, se define como el conjunto de todos los estados de N que pueden alcanzarse desde r, haciendo cero o más transiciones ε .

Equivalencia en AFDs

Para cada estado R del AFD M (es decir, $R \subseteq Q$):

$$C_{\varepsilon}(R) = \bigcup_{r \in R} C_{\varepsilon}(r)$$

El estado inicial Conversión de AFN a AFD

El estado inicial q' en un AFD M, antes de leer cualquier símbolo 'real' de Σ , hace cero o más transiciones ε .

Al momento de que N lee el primer símbolo de Σ , puede estar en cualquier estado de $C_{\varepsilon}(q)$. Por tanto:

$$q' = C_{\varepsilon}(q) = C_{\varepsilon}(\{q\})$$

El conjunto de estados finales

Conversión de AFN a AFD

El conjunto de estados finales F' del AFD M, es igual al conjunto de **todos** los elementos R de Q' que tienen la propiedad de que R contiene al menos un estado final del AFN N, es decir:

$$F' = \{ R \in Q' : R \cap F \neq \emptyset \}$$

La función de transición

Conversión de AFN a AFD

Pensemos que el AFD M está en el estado R y que recibe el símbolo a. En este momento, el AFN N habría estado en **cualquier** estado r que esté en R.

Al leer el símbolo a, la máquina N puede cambiar hacia **cualquier** estado de $\delta(r,a)$, y luego hacer cero o más transiciones- ε . Por lo que, para cada $R\in Q'$, y para cada $a\in \Sigma$,

$$\delta'(R, a) = \bigcup_{r \in R} C_{\varepsilon}(\delta(r, a))$$

Resumen

Conversión de AFN a AFD

Un autómata finito no determinista $N=(Q,\Sigma,\delta,q,F)$ es convertido al autómata finito determinista $M=(Q',\Sigma,\delta',q',F')$, donde:

- $Q' = \wp(Q),$
- $q' = C_{\varepsilon}(\{q\})$
- $F' = \{R \in Q; : R \cap F \neq \varnothing\}$
- $\delta':Q'\times\Sigma\to Q'$, donde para cada $R\in Q'$ y para cada $a\in\Sigma$,

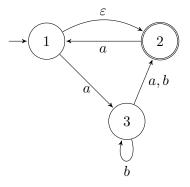
$$\delta'(R, a) = \bigcup_{r \in R} C_{\varepsilon}(\delta(r, a))$$

¿Qué hace falta?

Hay que eliminar transiciones de varios símbolos, partiendo en una secuencia de estados.

Ejemplo

Conversión de AFN a AFD



Ejemplo: complemento

Conversión de AFN a AFD

Si tenemos que hacer un AF que acepte las palabras en $\{a,b\}$ que **no contienen** ni abb ni aab...

Se puede hacer primero un AFN que acepte las que contienen abb o bien aab.

Luego se convierte a AFD.

Y luego se encuentra la máquina complemento.

Ejemplo: intersección

Conversión de AFN a AFD

Buscamos ahora un AFN que acepte palabras en $\{a,b\}$ con número impar de bs y que contiene aab...

¿Cuál es la solución?
$$A \cap B = (A^{\complement} \cup B^{\complement})^{\complement}$$

- Hacer los AFN de los componentes.
- Convertirlos a AFDs.
- Complementarios.
- Hacer la unión.
- Convertir el nuevo AFN a un AFD.
- Encontrar la máquina complemento.