### Conceptos matemáticos preliminares

Matemáticas Computacionales (TC2020)

M.C. Xavier Sánchez Díaz sax@itesm.mx



### Tabla de contenidos

Conjuntos

Relaciones y Funciones

3 Lógica

# Definición de conjunto Conjuntos

#### Definición 1

Un conjunto es una colección de elementos. Usamos letras mayúsculas  $A,B,C,\ldots$  para representarlos, y letras minúsculas  $a,b,c,\ldots$  para representar sus elementos.

$$A = \{a, b, c, d\}$$

#### Podemos definirlos por enumeración o por descripción.

A es el conjunto de todos los números naturales menores que 6.

#### Enumerando sus elementos

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5\} = \{2, 3, 1, 5, 4\}$$

$$A = \{ a \in \mathbb{N} : a < 6 \}$$

Podemos definirlos por enumeración o por descripción.

A es el conjunto de todos los números naturales menores que 6.

#### Enumerando sus elementos

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5\} = \{2, 3, 1, 5, 4\}$$

$$A = \{ a \in \mathbb{N} : a < 6 \}$$

Podemos definirlos por enumeración o por descripción.

 ${\cal A}$  es el conjunto de todos los números naturales menores que 6.

#### Enumerando sus elementos

$$A=\{1,2,3,4,5\}=\{2,3,1,5,4\}$$

$$A = \{ a \in \mathbb{N} : a < 6 \}$$

Podemos definirlos por enumeración o por descripción.

A es el conjunto de todos los números naturales menores que 6.

#### Enumerando sus elementos

$$A=\{1,2,3,4,5\}=\{2,3,1,5,4\}$$

$$A=\{a\in\mathbb{N}:a<6\}$$

- Pertenencia:  $a \in A$ , cuando a es un elemento de A.
- Cardinalidad: |A| representa el número de elementos en A.
- Inclusión:  $A \subseteq B$  si todos los elementos de A son elementos de B.
- **Igualdad**: si  $A \subseteq B$  y  $B \subseteq A$ , entonces A = B.
- Inclusión propia:  $A \subset B$  si todos los elementos de A son elementos de B y  $A \neq B$ .
- Conjunto vacío: Ø o {} para representar un conjunto sin elementos.

- Pertenencia:  $a \in A$ , cuando a es un elemento de A.
- ullet Cardinalidad: |A| representa el número de elementos en A.
- Inclusión:  $A \subseteq B$  si todos los elementos de A son elementos de B.
- **Igualdad**: si  $A \subseteq B$  y  $B \subseteq A$ , entonces A = B.
- Inclusión propia:  $A \subset B$  si todos los elementos de A son elementos de B y  $A \neq B$ .
- Conjunto vacío: Ø o {} para representar un conjunto sin elementos.

- **Pertenencia**:  $a \in A$ , cuando a es un elemento de A.
- Cardinalidad: |A| representa el número de elementos en A.
- Inclusión:  $A \subseteq B$  si todos los elementos de A son elementos de B.
- **Igualdad**: si  $A \subseteq B$  y  $B \subseteq A$ , entonces A = B.
- Inclusión propia:  $A \subset B$  si todos los elementos de A son elementos de B y  $A \neq B$ .
- Conjunto vacío: Ø o {} para representar un conjunto sin elementos.

- **Pertenencia**:  $a \in A$ , cuando a es un elemento de A.
- Cardinalidad: |A| representa el número de elementos en A.
- Inclusión:  $A \subseteq B$  si todos los elementos de A son elementos de B.
- **Igualdad**: si  $A \subseteq B$  y  $B \subseteq A$ , entonces A = B.
- Inclusión propia:  $A \subset B$  si todos los elementos de A son elementos de B y  $A \neq B$ .
- Conjunto vacío: Ø o {} para representar un conjunto sin elementos.

- **Pertenencia**:  $a \in A$ , cuando a es un elemento de A.
- Cardinalidad: |A| representa el número de elementos en A.
- Inclusión:  $A \subseteq B$  si todos los elementos de A son elementos de B.
- **Igualdad**: si  $A \subseteq B$  y  $B \subseteq A$ , entonces A = B.
- Inclusión propia:  $A \subset B$  si todos los elementos de A son elementos de B y  $A \neq B$ .
- Conjunto vacío: Ø o {} para representar un conjunto sin elementos.

- **Pertenencia**:  $a \in A$ , cuando a es un elemento de A.
- Cardinalidad: |A| representa el número de elementos en A.
- Inclusión:  $A \subseteq B$  si todos los elementos de A son elementos de B.
- **Igualdad**: si  $A \subseteq B$  y  $B \subseteq A$ , entonces A = B.
- Inclusión propia:  $A \subset B$  si todos los elementos de A son elementos de B y  $A \neq B$ .
- $\bullet$  Conjunto vacío:  $\varnothing$  o  $\{\}$  para representar un conjunto sin elementos.

- **1**  $\{a\} \subseteq \{\{a\}\}$
- **2**  $\{a\} \subseteq \{b, c, \{a\}\}$
- $a \subseteq \{a, b, c\}$
- $a \in \{a, b, c\}$

- $b \in \{b\}$

**1** 
$$\{a\} \subseteq \{\{a\}\}$$

$$a \subseteq \{a, b, c\}$$

$$a \in \{a, b, c\}$$

$$b \in \{b\}$$

**3** 
$$\{b\} \subseteq \{\{b,c\}\}$$

**2** 
$$\{a\} \subseteq \{b, c, \{a\}\}$$

$$a \subseteq \{a,b,c\}$$

**5** 
$$a \in \{a, b, c\}$$

$$b \in \{b\}$$

**3** 
$$\{b\} \subseteq \{\{b,c\}\}$$

# Pertenencia e inclusión Conjuntos

**1** 
$$\{a\} \subseteq \{\{a\}\}$$

**2** 
$$\{a\} \subseteq \{b, c, \{a\}\}$$

$$a \subseteq \{a, b, c\}$$

$$a \in \{a, b, c\}$$

$$b \in \{b\}$$

**3** 
$$\{b\} \subseteq \{\{b,c\}\}$$

**2** 
$$\{a\} \subseteq \{b, c, \{a\}\}$$

$$a \subseteq \{a,b,c\}$$

**5** 
$$a \in \{a, b, c\}$$

$$b \in \{b\}$$

**3** 
$$\{b\} \subseteq \{\{b,c\}\}$$

**1** 
$$\{a\} \subseteq \{\{a\}\}$$

**2** 
$$\{a\} \subseteq \{b, c, \{a\}\}$$

$$a \subseteq \{a, b, c\}$$

$$a \in \{a, b, c\}$$

$$b \in \{b\}$$

**3** 
$$\{b\} \subseteq \{\{b,c\}\}$$

**1** 
$$\{a\} \subseteq \{\{a\}\}$$

**2** 
$$\{a\} \subseteq \{b, c, \{a\}\}$$

$$a \subseteq \{a, b, c\}$$

$$a \in \{a, b, c\}$$

$$b \in \{b\}$$

**1** 
$$\{a\} \subseteq \{\{a\}\}$$

**2** 
$$\{a\} \subseteq \{b, c, \{a\}\}$$

$$a \subseteq \{a, b, c\}$$

**5** 
$$a \in \{a, b, c\}$$

$$b \in \{b\}$$

**2** 
$$\{a\} \subseteq \{b, c, \{a\}\}$$

$$a \subseteq \{a, b, c\}$$

**5** 
$$a \in \{a, b, c\}$$

$$b \in \{b\}$$

**3** 
$$\{b\} \subseteq \{\{b,c\}\}$$

**2** 
$$\{a\} \subseteq \{b, c, \{a\}\}$$

$$a \subseteq \{a, b, c\}$$

$$a \in \{a, b, c\}$$

$$b \in \{b\}$$

$$a \subseteq \{a, b, c\}$$

$$\{a\} \in \{b, c, \{a\}\}$$

**5** 
$$a \in \{a, b, c\}$$

$$b \in \{b\}$$

$$0 = \emptyset$$

$$\emptyset$$
  $\emptyset \subseteq \emptyset$ 

$$\bigcirc$$
  $\emptyset \subset \emptyset$ 

$$0 = \emptyset$$

$$\emptyset$$
  $\emptyset \subseteq \emptyset$ 

$$\bigcirc$$
  $\emptyset \subset \emptyset$ 

$$②  $\emptyset \in \{\emptyset\}$$$

$$0 = \varnothing$$

$$\emptyset \varnothing \subseteq \varnothing$$

$$\bullet$$
  $\emptyset \subset \emptyset$ 

- $② <math>\emptyset \in \{\emptyset\}$
- $0 = \emptyset$
- $\emptyset$   $\emptyset \subseteq \emptyset$
- $\bigcirc$   $\emptyset \subset \emptyset$

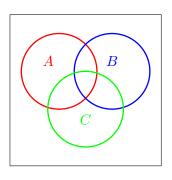
- $0 = \emptyset$
- $\emptyset$   $\emptyset \subseteq \emptyset$
- $\bullet$   $\varnothing \subset \varnothing$

### Conjunto vacío

 ${\sf Conjuntos}$ 

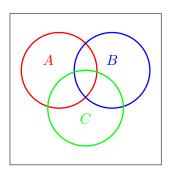
$$0 = \varnothing$$

$$\bullet$$
  $\varnothing \subset \varnothing$ 



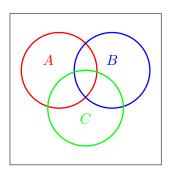
- $\bullet$   $B \cup C$

- $A (B \cup C)$
- $\bullet$   $A^{\complement}$
- $\bullet B (A \cup C)$
- $(B-A)^{\complement}$

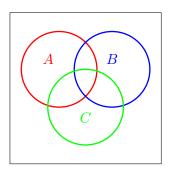


- $\bullet$   $B \cup C$
- $C \cup (A \cap B)$

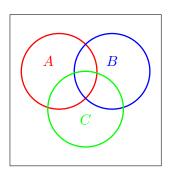
- $\bullet$   $A^{\complement}$
- $(B-A)^{\complement}$



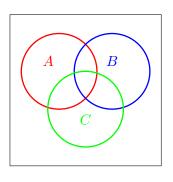
- $\bullet$   $B \cup C$
- $C \cup (A \cap B)$
- **3**  $C (A \cap B)$
- **4**  $A (B \cup C)$
- $\bullet$   $A^{\complement}$
- $\bullet B (A \cup C)$
- $(B-A)^{\complement}$



- $\bullet$   $B \cup C$
- $\bigcirc$   $C \cup (A \cap B)$
- $C (A \cap B)$
- $A (B \cup C)$
- $\bullet$   $A^{\complement}$
- $\bullet B (A \cup C)$



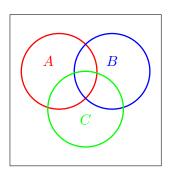
- $\bullet$   $B \cup C$
- $2 C \cup (A \cap B)$
- **4**  $A (B \cup C)$
- $\bullet$   $A^{\complement}$
- $(B-A)^{\complement}$



- $\bullet$   $B \cup C$
- $2 C \cup (A \cap B)$

- $\bullet$   $A^{\complement}$
- **6**  $B (A \cup C)$
- $(B-A)^{\complement}$

# Operaciones de conjuntos Conjuntos



- $\bullet$   $B \cup C$
- $2 C \cup (A \cap B)$
- **4**  $A (B \cup C)$
- $\bullet$   $A^{\complement}$
- **6**  $B (A \cup C)$
- $\bullet$   $(B-A)^{\complement}$

Conjuntos

#### Definición 2

El producto Cartesiano entre A y B se define como:

$$A \times B = \{(x, y) : x \in A, y \in B\}$$

Ejemplo

$$A = \{1, 2, 3\}$$
  $B = \{1, 2\}$   
 $B = J(1, 1) (1, 2) (2, 1) (2, 2) (2, 2)$ 

 $A \times B = \{(1,1), (1,2), (2,1), (2,2), (3,1), (3,2)$ 

Conjuntos

#### Definición 2

El producto Cartesiano entre A y B se define como:

$$A \times B = \{(x, y) : x \in A, y \in B\}$$

#### Ejemplo

$$A = \{1, 2, 3\}$$
  $B = \{1, 2\}$   
 $A \times B = \{(1, 1), (1, 2), (2, 1), (2, 2), (3, 1), (3, 2)\}$ 

$$|A \times B| = |A| \times |B|$$

Conjuntos

#### Definición 2

El producto Cartesiano entre A y B se define como:

$$A \times B = \{(x, y) : x \in A, y \in B\}$$

#### Ejemplo

$$A = \{1, 2, 3\} \quad B = \{1, 2\}$$
  
$$A \times B = \{(1, 1), (1, 2), (2, 1), (2, 2), (3, 1), (3, 2)\}$$

$$|A \times B| = |A| \times |B|$$

Conjuntos

#### Definición 2

El producto Cartesiano entre  ${\cal A}$  y  ${\cal B}$  se define como:

$$A \times B = \{(x, y) : x \in A, y \in B\}$$

#### Ejemplo

$$A = \{1, 2, 3\} \quad B = \{1, 2\}$$
$$A \times B = \{(1, 1), (1, 2), (2, 1), (2, 2), (3, 1), (3, 2)\}$$

$$|A \times B| = |A| \times |B|$$

## Conjunto potencia

Conjuntos

#### Definición 3

Sea A cualquier conjunto. El conjunto potencia de A—denotado por  $\mathscr{P}(A)$  o  $\wp(A)$ —consiste en el conjunto de todos (y únicamente) los subconjuntos de A.

$$\mathscr{P}(\{a,b,c\}) = \{\varnothing, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a,b\}, \{a,c\}, \{b,c\}, \{a,b,c\}\}\}$$

$$|\mathscr{P}(A)| = 2^{|A|}$$

### Conjunto potencia

Conjuntos

#### Definición 3

Sea A cualquier conjunto. El conjunto potencia de A—denotado por  $\mathscr{P}(A)$  o  $\wp(A)$ —consiste en el conjunto de todos (y únicamente) los subconjuntos de A.

$$\mathscr{P}(\{a,b,c\}) = \{\varnothing,\{a\},\{b\},\{c\},\{a,b\},\{a,c\},\{b,c\},\{a,b,c\}\}$$

$$|\mathscr{P}(A)| = 2^{|A|}$$

## Conjunto potencia

Conjuntos

#### Definición 3

Sea A cualquier conjunto. El conjunto potencia de A—denotado por  $\mathscr{P}(A)$  o  $\wp(A)$ —consiste en el conjunto de todos (y únicamente) los subconjuntos de A.

$$\mathscr{P}(\{a,b,c\}) = \{\varnothing,\{a\},\{b\},\{c\},\{a,b\},\{a,c\},\{b,c\},\{a,b,c\}\}$$

$$|\mathscr{P}(A)| = 2^{|A|}$$

Conjuntos

La unión y la intersección son conmutativas.

$$A \cup B = B \cup A$$

$$A \cap B = B \cap A$$

# Equivalencias Conjuntos

La unión y la intersección son conmutativas.

$$A \cup B = B \cup A$$

$$A \cap B = B \cap A$$

### Equivalencias Conjuntos

La unión y la intersección son conmutativas.

$$A \cup B = B \cup A$$

$$A\cap B=B\cap A$$

Conjuntos

La unión y la intersección son asociativas.

$$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$$

$$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$$

Conjuntos

La unión y la intersección son asociativas.

$$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$$

$$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$$

# Equivalencias Conjuntos

La unión y la intersección son asociativas.

$$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$$

$$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$$

Conjuntos

La unión y la intersección son distributivas entre ellas.

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

Conjuntos

La unión y la intersección son distributivas entre ellas.

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

# Equivalencias Conjuntos

La unión y la intersección son distributivas entre ellas.

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

Conjuntos

#### Leyes de De Morgan:

$$(A \cup B)^{\complement} = A^{\complement} \cap B^{\complement}$$

$$(A \cap B)^{\complement} = A^{\complement} \cup B^{\complement}$$



Conjuntos

#### Leyes de De Morgan:

$$(A \cup B)^{\complement} = A^{\complement} \cap B^{\complement}$$

$$(A \cap B)^{\complement} = A^{\complement} \cup B^{\complement}$$



Conjuntos

#### Leyes de De Morgan:

$$(A \cup B)^{\complement} = A^{\complement} \cap B^{\complement}$$

$$(A \cap B)^{\complement} = A^{\complement} \cup B^{\complement}$$



#### Relaciones

Relaciones y Funciones

#### Definición 4

Sean A y B dos conjuntos cualesquiera. Una relación binaria R de A a B se define como cualquier subconjunto del producto Cartesiano  $A \times B$ . Es decir, cualquier conjunto de pares ordenados de la forma (a,b) tal que  $a \in A$  y  $b \in B$ . También se dice que una relación R puede ser sobre  $A \times B$ .

#### Ejemplo

*Menor o igual* ( $\leq$ ) es una **relación** sobre  $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ :

$$\leq = \{(1,1),(1,2),(1,3),\ldots,(2,2),(2,3),\ldots,(3,4),\ldots\}$$

#### Relaciones

Relaciones y Funciones

#### Definición 4

Sean A y B dos conjuntos cualesquiera. Una relación binaria R de A a B se define como cualquier subconjunto del producto Cartesiano  $A \times B$ . Es decir, cualquier conjunto de pares ordenados de la forma (a,b) tal que  $a \in A$  y  $b \in B$ . También se dice que una relación R puede ser sobre  $A \times B$ .

#### Ejemplo

*Menor o igual* ( $\leq$ ) es una **relación** sobre  $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ :

$$\leq = \{(1,1), (1,2), (1,3), \dots, (2,2), (2,3), \dots, (3,4), \dots\}$$

Relaciones y funciones

#### Definición 5

Sea R una relación binaria. Se dice que es reflexiva sobre un conjunto A si y solo si  $(a,a)\in R$  para todo  $a\in A$ .

#### Ejemplo

*Menor o igual* ( $\leq$ ) es una relación **reflexiva** sobre  $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ :

$$\leq = \{(\mathbf{1}, \mathbf{1}), (1, 2), (1, 3), \dots, (\mathbf{2}, \mathbf{2}), (2, 3), \dots, (3, 4), \dots\}$$

Es la relación *menor que* (<) reflexiva sobre los naturales?

Relaciones y funciones

#### Definición 5

Sea R una relación binaria. Se dice que es reflexiva sobre un conjunto A si y solo si  $(a,a) \in R$  para todo  $a \in A$ .

#### Ejemplo

*Menor o igual* ( $\leq$ ) es una relación **reflexiva** sobre  $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ :

$$\leq = \{(\mathbf{1}, \mathbf{1}), (1, 2), (1, 3), \dots, (\mathbf{2}, \mathbf{2}), (2, 3), \dots, (3, 4), \dots\}$$

Es la relación *menor que* (<) reflexiva sobre los naturales?

Relaciones y funciones

#### Definición 5

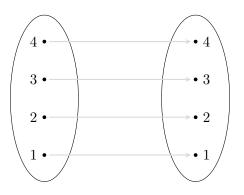
Sea R una relación binaria. Se dice que es reflexiva sobre un conjunto A si y solo si  $(a,a)\in R$  para todo  $a\in A$ .

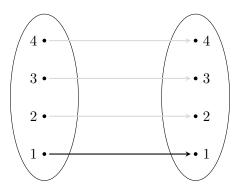
#### Ejemplo

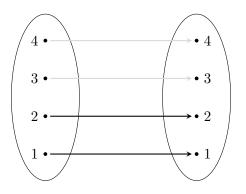
*Menor o igual* ( $\leq$ ) es una relación **reflexiva** sobre  $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ :

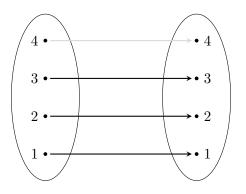
$$\leq = \{(\mathbf{1}, \mathbf{1}), (1, 2), (1, 3), \dots, (\mathbf{2}, \mathbf{2}), (2, 3), \dots, (3, 4), \dots\}$$

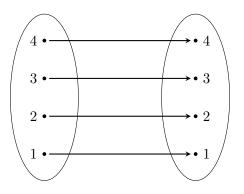
¿Es la relación menor que (<) reflexiva sobre los naturales?











#### Transitividad

Relaciones y funciones

#### Definición 6

Decimos que R es transitiva si y sólo si cuando  $(a,b) \in R$  y  $(b,c) \in R$ , entonces  $(a,c) \in R$ .

#### Ejemplo

*Menor o igual* ( $\leq$ ) es una relación **transitiva** sobre  $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ :

$$\leq = \{(1,1), (\mathbf{1},\mathbf{2}), (\mathbf{1},\mathbf{3}), \dots, (2,2), (\mathbf{2},\mathbf{3}), \dots, (3,4), \dots\}$$

¿Es la relación *menor que* (<) transitiva sobre los naturales?

#### Transitividad

Relaciones y funciones

#### Definición 6

Decimos que R es transitiva si y sólo si cuando  $(a,b) \in R$  y  $(b,c) \in R$ , entonces  $(a,c) \in R$ .

#### Ejemplo

*Menor o igual* ( $\leq$ ) es una relación **transitiva** sobre  $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ :

$$\leq = \{(1,1), (\mathbf{1},\mathbf{2}), (\mathbf{1},\mathbf{3}), \dots, (2,2), (\mathbf{2},\mathbf{3}), \dots, (3,4), \dots\}$$

Es la relación *menor que* (<) transitiva sobre los naturales?

#### Transitividad

Relaciones y funciones

#### Definición 6

Decimos que R es transitiva si y sólo si cuando  $(a,b) \in R$  y  $(b,c) \in R$ , entonces  $(a,c) \in R$ .

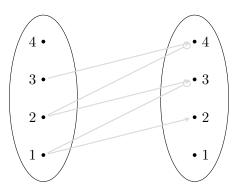
#### Ejemplo

*Menor o igual* ( $\leq$ ) es una relación **transitiva** sobre  $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ :

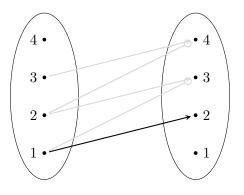
$$\leq = \{(1,1), (\mathbf{1},\mathbf{2}), (\mathbf{1},\mathbf{3}), \dots, (2,2), (\mathbf{2},\mathbf{3}), \dots, (3,4), \dots\}$$

¿Es la relación menor que (<) transitiva sobre los naturales?

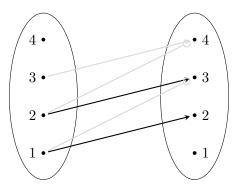
# Transitividad Relaciones y funciones

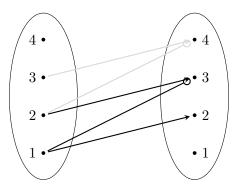


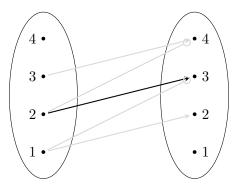
# Transitividad Relaciones y funciones

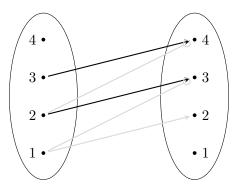


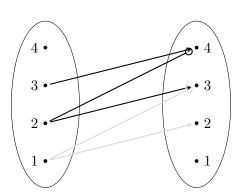
# Transitividad Relaciones y funciones











## Simetría

Relaciones y funciones

#### Definición 7

Una relación R es simétrica si y sólo si cuando  $(a,b) \in R$ , entonces  $(b,a) \in R$ .

## Ejemplo 1

La relación de igualdad (=) es una relación **simétrica**: si a=b, entonces b=a.

## Ejemplo 2

La relación de hermandad es simétrica: si Juan es hermano de Pedro entonces Pedro es hermano de Juan.

#### Simetría

Relaciones y funciones

#### Definición 7

Una relación R es simétrica si y sólo si cuando  $(a,b) \in R$ , entonces  $(b,a) \in R$ .

#### Ejemplo 1

La relación de igualdad (=) es una relación **simétrica**: si a=b, entonces b=a.

## Ejemplo 2

La relación de hermandad es **simétrica**: si Juan es hermano de Pedro entonces Pedro es hermano de Juan.

#### Simetría

Relaciones y funciones

#### Definición 7

Una relación R es simétrica si y sólo si cuando  $(a,b) \in R$ , entonces  $(b,a) \in R$ .

#### Ejemplo 1

La relación de igualdad (=) es una relación **simétrica**: si a=b, entonces b=a.

## Ejemplo 2

La relación de hermandad es simétrica: si Juan es hermano de Pedro, entonces Pedro es hermano de Juan.

Relaciones y Funciones

¿Cualquier relación es una función?

¿Cualquier función es una relación?

Relaciones y Funciones

¿Cualquier relación es una función?

¿Cualquier función es una relación?

Relaciones y Funciones

#### Definición 8

Una función unitaria de un conjunto A en un conjunto B es cualquier relación binaria R de A a B que satisfaga la condición de que para todo  $a \in A$  existe exactamente un  $b \in B$  tal que  $(a,b) \in R$ .

Podemos describir una función f de A en B como  $f:A\to B$ 

## Ejemplo

La relación sucesor es una **función** de los naturales en los naturales  $f:\mathbb{N}\to\mathbb{N}$ 

$$suc(n) = \{(1,2), (2,3), (3,4), (4,5), \dots\}$$

Relaciones y Funciones

#### Definición 8

Una función unitaria de un conjunto A en un conjunto B es cualquier relación binaria R de A a B que satisfaga la condición de que para todo  $a \in A$  existe exactamente un  $b \in B$  tal que  $(a,b) \in R$ .

Podemos describir una función f de A en B como  $f: A \rightarrow B$ .

## Ejemplo

La relación sucesor es una **función** de los naturales en los naturales  $f:\mathbb{N}\to\mathbb{N}$ 

$$suc(n) = \{(1,2), (2,3), (3,4), (4,5), \dots\}$$

Relaciones y Funciones

#### Definición 8

Una función unitaria de un conjunto A en un conjunto B es cualquier relación binaria R de A a B que satisfaga la condición de que para todo  $a \in A$  existe exactamente un  $b \in B$  tal que  $(a,b) \in R$ .

Podemos describir una función f de A en B como  $f:A\to B$ .

## Ejemplo

La relación sucesor es una **función** de los naturales en los naturales  $f:\mathbb{N}\to\mathbb{N}$ 

$$\mathrm{suc}(n) = \{(1,2), (2,3), (3,4), (4,5), \dots\}$$

#### Dominio

Funciones y Relaciones

## Definición 9

El dominio de una función f puede definirse como

$$\mathtt{dom}(f) = \{a \in A : \exists b \in B, f(a) = b\}$$

En una función de forma  $f: A \to B$ , el **dominio** es simplemente A

## Dominio

Funciones y Relaciones

#### Definición 9

El dominio de una función f puede definirse como

$$\mathtt{dom}(f) = \{a \in A : \exists b \in B, f(a) = b\}$$

En una función de forma  $f: A \to B$ , el **dominio** es simplemente A.

## Codominio o Rango

Funciones y Relaciones

#### Definición 10

El  $\frac{\text{codominio}}{\text{como}}$  (también conocido como  $\frac{\text{rango}}{\text{rango}}$ ) de una función f puede definirse como

$$\mathtt{codom}(f) = \{ b \in B : \exists a \in A, f(a) = b \}$$

En una función de forma  $f: A \to B$ , el **codominio** es simplemente B.

## Codominio o Rango

Funciones y Relaciones

#### Definición 10

El  $\frac{\text{codominio}}{\text{como}}$  (también conocido como  $\frac{\text{rango}}{\text{rango}}$ ) de una función f puede definirse como

$$codom(f) = \{b \in B : \exists a \in A, f(a) = b\}$$

En una función de forma  $f: A \rightarrow B$ , el **codominio** es simplemente B.

## Funciones totales y parciales

Relaciones y Funciones

#### Definición 11

Una función parcial de un conjunto A a un conjunto B es una relación binaria R de A a B tal que para toda  $a \in A$ , hay a lo mucho un  $b \in B$  con  $(a,b) \in R$ .

Es decir que puede haber elementos en A que no tengan la relación R a ningún elemento de B; o en otras palabras, que no se usen.

A las funciones donde se utilizan todos los elementos de A les llamamos funciones totales, y son usualmente a las que nos referimos al simplemente decir "funciones".

## Funciones totales y parciales

Relaciones y Funciones

#### Definición 11

Una función parcial de un conjunto A a un conjunto B es una relación binaria R de A a B tal que para toda  $a \in A$ , hay a lo mucho un  $b \in B$  con  $(a,b) \in R$ .

Es decir que puede haber elementos en A que no tengan la relación R a ningún elemento de B; o en otras palabras, que no se usen.

A las funciones donde se utilizan todos los elementos de A les llamamos funciones totales, y son usualmente a las que nos referimos al simplemente decir "funciones".

## Funciones totales y parciales

Relaciones y Funciones

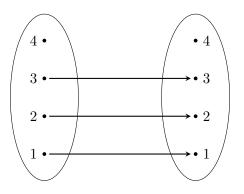
#### Definición 11

Una función parcial de un conjunto A a un conjunto B es una relación binaria R de A a B tal que para toda  $a \in A$ , hay a lo mucho un  $b \in B$  con  $(a,b) \in R$ .

Es decir que puede haber elementos en A que no tengan la relación R a ningún elemento de B; o en otras palabras, que no se  $\it usen$ .

A las funciones donde se utilizan todos los elementos de A les llamamos funciones totales, y son usualmente a las que nos referimos al simplemente decir "funciones".

## **Funciones Parciales**



## **I**magen

Relaciones y Funciones

#### Definición 12

Sean  $f:A\to B$  y  $X\subseteq A$ . La imagen bajo f de  $X\subseteq A$  es el conjunto  $\{b\in B:\exists a\in X,b=f(a)\}$ , o bien  $\{f(a):a\in A\}$ .

En otras palabras, la **imagen** de una función es el conjunto de todos los valores de B que utiliza. Puede haber elementos de B fuera de la función.

Todo B es el **codominio** de la función, y sólo aquellos  $b \in B$  que son usados representan la **imagen** de la función.

## Imagen

Relaciones y Funciones

#### Definición 12

Sean  $f:A\to B$  y  $X\subseteq A$ . La imagen bajo f de  $X\subseteq A$  es el conjunto  $\{b\in B:\exists a\in X,b=f(a)\}$ , o bien  $\{f(a):a\in A\}$ .

En otras palabras, la **imagen** de una función es el conjunto de todos los valores de B que utiliza. Puede haber elementos de B fuera de la función.

Todo B es el **codominio** de la función, y sólo aquellos  $b \in B$  que son usados representan la **imagen** de la función.

Relaciones y Funciones

#### Definición 13

Sea  $f:A\to B$ . Se dice que f es inyectiva (o uno a uno) si y sólo si cuando  $a\neq a'$ , entonces  $f(a)\neq f(a')$ .

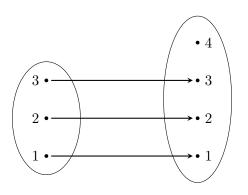
En otras palabras, si y sólo si para cada  $b \in B$ , hay a lo mucho un  $a \in A$  con f(a) = b. Es decir, sólo si distintos *inputs* generan *outputs* diferentes.

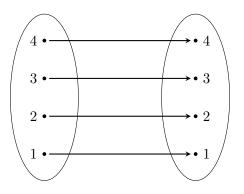
Relaciones y Funciones

#### Definición 13

Sea  $f:A\to B$ . Se dice que f es inyectiva (o uno a uno) si y sólo si cuando  $a\neq a'$ , entonces  $f(a)\neq f(a')$ .

En otras palabras, si y sólo si para cada  $b \in B$ , hay a lo mucho un  $a \in A$  con f(a) = b. Es decir, sólo si distintos *inputs* generan *outputs* diferentes.





## Funciones sobreyectivas

Relaciones y Funciones

#### Definición 14

Sea  $f: A \to B$ . Decimos que f es una función sobre B (o sobreyectiva con respecto a B) si y sólo si para todo  $b \in B$  hay algún  $a \in A$  con f(a) = b.

Una manera mucho más sencilla de verlo: si y sólo si imagen(f) = B

## Funciones sobreyectivas

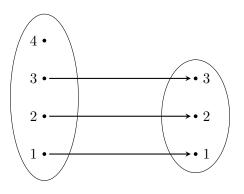
Relaciones y Funciones

#### Definición 14

Sea  $f:A\to B$ . Decimos que f es una función sobre B (o sobreyectiva con respecto a B) si y sólo si para todo  $b\in B$  hay algún  $a\in A$  con f(a)=b.

Una manera mucho más sencilla de verlo: si y sólo si imagen(f) = B.

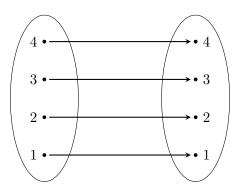
## Funciones sobreyectivas



Relaciones y Funciones

Definición 15

Se dice que una función es biyectiva si y sólo si es inyectiva y sobre.



- Los números naturales  $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$  son infinitos. Algunos autores consideran que  $0 \in \mathbb{N}$ , otros no.  $\mathbb{N}$  es un conjunto infinito **contable**.
- Los números enteros  $\mathbb Z$  y los números racionales  $\mathbb Q$  son también infinitos contables porque existe una biyección que los empareja uno a uno con cada  $n \in \mathbb N$ .
- Los números irracionales  $\mathbb Q'$  y los reales  $\mathbb R$  en cambio, son infinitos no contables porque no existe biyección que empareje uno a uno sus elementos con todo  $n \in \mathbb N$ .
- $|\mathscr{P}(A)|\gg |A|$ —no existe biyección que pueda emparejar uno a uno los elementos de ambos conjuntos, por lo que  $|\mathscr{P}(\mathbb{N})|\gg |\mathbb{N}|$ . El conjunto potencia de los naturales es **infinito no contable**.

- Los números naturales  $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$  son infinitos. Algunos autores consideran que  $0 \in \mathbb{N}$ , otros no.  $\mathbb{N}$  es un conjunto infinito **contable**.
- Los números enteros  $\mathbb Z$  y los números racionales  $\mathbb Q$  son también infinitos contables porque existe una biyección que los empareja uno a uno con cada  $n \in \mathbb N$ .
- Los números irracionales  $\mathbb Q'$  y los reales  $\mathbb R$  en cambio, son infinitos no contables porque no existe biyección que empareje uno a uno sus elementos con todo  $n \in \mathbb N$ .
- $|\mathscr{P}(A)|\gg |A|$ —no existe biyección que pueda emparejar uno a uno los elementos de ambos conjuntos, por lo que  $|\mathscr{P}(\mathbb{N})|\gg |\mathbb{N}|$ . El conjunto potencia de los naturales es **infinito no contable**.

- Los números naturales  $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$  son infinitos. Algunos autores consideran que  $0 \in \mathbb{N}$ , otros no.  $\mathbb{N}$  es un conjunto infinito **contable**.
- Los números enteros  $\mathbb Z$  y los números racionales  $\mathbb Q$  son también infinitos contables porque existe una biyección que los empareja uno a uno con cada  $n \in \mathbb N$ .
- Los números irracionales  $\mathbb Q'$  y los reales  $\mathbb R$  en cambio, son infinitos no contables porque no existe biyección que empareje uno a uno sus elementos con todo  $n \in \mathbb N$ .
- $|\mathscr{P}(A)|\gg |A|$ —no existe biyección que pueda emparejar uno a uno los elementos de ambos conjuntos, por lo que  $|\mathscr{P}(\mathbb{N})|\gg |\mathbb{N}|$ . El conjunto potencia de los naturales es **infinito no contable**.

- Los números naturales  $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$  son infinitos. Algunos autores consideran que  $0 \in \mathbb{N}$ , otros no.  $\mathbb{N}$  es un conjunto infinito **contable**.
- Los números enteros  $\mathbb Z$  y los números racionales  $\mathbb Q$  son también infinitos contables porque existe una biyección que los empareja uno a uno con cada  $n \in \mathbb N$ .
- Los números irracionales  $\mathbb Q'$  y los reales  $\mathbb R$  en cambio, son infinitos no contables porque no existe biyección que empareje uno a uno sus elementos con todo  $n \in \mathbb N$ .
- $|\mathscr{P}(A)|\gg |A|$ —no existe biyección que pueda emparejar uno a uno los elementos de ambos conjuntos, por lo que  $|\mathscr{P}(\mathbb{N})|\gg |\mathbb{N}|$ . El conjunto potencia de los naturales es **infinito no contable**.

## Conectivos lógicos Lógica

- La disyunción (∨) funciona de manera similar a la **unión** en los conjuntos. Le corresponde la compuerta lógica OR.
- La conjunción (∧) funciona de manera similar a la intersección en los conjuntos. Le corresponde la compuerta lógica AND.
- La negación (¬) funciona de manera similar al complemento. Su compuerta lógica es el NOT.

¿Puedes describir la implicación y la doble implicación? ¿Cuáles de las leyes de conjuntos aplican también para lógica? • Slide de Equivalencias

# Conectivos lógicos Lógica

- La disyunción (∨) funciona de manera similar a la unión en los conjuntos. Le corresponde la compuerta lógica OR.
- La conjunción (∧) funciona de manera similar a la intersección en los conjuntos. Le corresponde la compuerta lógica AND.
- La negación (¬) funciona de manera similar al complemento. Su compuerta lógica es el NOT.

¿Puedes describir la implicación y la doble implicación? ¿Cuáles de las leyes de conjuntos aplican también para lógica? Slide de Equivalencias

# Conectivos lógicos Lógica

- La disyunción (∨) funciona de manera similar a la unión en los conjuntos. Le corresponde la compuerta lógica OR.
- La conjunción (∧) funciona de manera similar a la intersección en los conjuntos. Le corresponde la compuerta lógica AND.
- La negación (¬) funciona de manera similar al complemento. Su compuerta lógica es el NOT.

¿Puedes describir la implicación y la doble implicación? ¿Cuáles de las leyes de conjuntos aplican también para lógica? • Slide de Equivalencias

### Conectivos lógicos Lógica

- La disyunción (∨) funciona de manera similar a la unión en los conjuntos. Le corresponde la compuerta lógica OR.
- La conjunción (∧) funciona de manera similar a la intersección en los conjuntos. Le corresponde la compuerta lógica AND.
- La negación (¬) funciona de manera similar al complemento. Su compuerta lógica es el NOT.

¿Puedes describir la implicación y la doble implicación? ¿Cuáles de las leyes de conjuntos aplican también para lógica? • Slide de Equivalencias

La conjunción y la disyunción son conmutativas.

$$p \vee q = q \vee p$$

$$p \wedge q = q \wedge p$$

La conjunción y la disyunción son conmutativas.

$$p\vee q=q\vee p$$

$$p \wedge q = q \wedge p$$

La conjunción y la disyunción son conmutativas.

$$p\vee q=q\vee p$$

$$p \wedge q = q \wedge p$$

La conjunción y la disyunción son asociativas.

$$p \lor (q \lor r) = (p \lor q) \lor r$$

$$p \wedge (q \wedge r) = (p \wedge q) \wedge r$$

La conjunción y la disyunción son asociativas.

$$p \vee (q \vee r) = (p \vee q) \vee r$$

$$p \wedge (q \wedge r) = (p \wedge q) \wedge r$$

La conjunción y la disyunción son asociativas.

$$p \lor (q \lor r) = (p \lor q) \lor r$$

$$p \wedge (q \wedge r) = (p \wedge q) \wedge r$$

La conjunción y la disyunción son distributivas entre ellas.

$$p \lor (q \land r) = (p \lor q) \land (p \lor r)$$

$$p \wedge (q \vee r) = (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$$

La conjunción y la disyunción son distributivas entre ellas.

$$p \vee (q \wedge r) = (p \vee q) \wedge (p \vee r)$$

$$p \wedge (q \vee r) = (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$$

La conjunción y la disyunción son distributivas entre ellas.

$$p\vee (q\wedge r)=(p\vee q)\wedge (p\vee r)$$

$$p \wedge (q \vee r) = (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$$

Lógica

#### Leyes de De Morgan:

$$\neg(p \lor q) = \neg p \land \neg q$$

$$\neg(p \land q) = \neg p \lor \neg q$$

Lógica

#### Leyes de De Morgan:

$$\neg(p \lor q) = \neg p \land \neg q$$

$$\neg(p \land q) = \neg p \lor \neg q$$

Lógica

### Leyes de De Morgan:

$$\neg(p \lor q) = \neg p \land \neg q$$

$$\neg(p \land q) = \neg p \lor \neg q$$