

Expresiones Regulares

Matemáticas Computacionales (TC2020)

M.C. Xavier Sánchez Díaz
sax@itesm.mx



Tabla de contenidos

1 Conceptos básicos de ERs

2 Ejemplos de ERs

¿Qué es una expresión regular?

Conceptos básicos de Expresiones Regulares

Recordemos que un **lenguaje** es un conjunto de palabras aceptadas por un autómata.

Si existe autómata que pueda representar al lenguaje, entonces es un lenguaje **regular**.

Como es un conjunto, podemos **describirlo** usando expresiones.

¿Qué es una expresión regular?

Conceptos básicos de Expresiones Regulares

Recordemos que un **lenguaje** es un conjunto de palabras aceptadas por un autómata.

Si existe autómata que pueda representar al lenguaje, entonces es un lenguaje **regular**.

Como es un conjunto, podemos **describirlo** usando expresiones.

¿Qué es una expresión regular?

Conceptos básicos de Expresiones Regulares

Recordemos que un **lenguaje** es un **conjunto** de palabras aceptadas por un autómata.

Si existe autómata que pueda representar al lenguaje, entonces es un lenguaje **regular**.

Como es un conjunto, podemos **describirlo** usando expresiones.

¿Qué es una expresión regular?

Conceptos básicos de Expresiones Regulares

Recordemos que un **lenguaje** es un **conjunto** de palabras aceptadas por un autómata.

Si existe autómata que pueda representar al lenguaje, entonces es un lenguaje **regular**.

Como es un conjunto, podemos **describirlo** usando expresiones.

Lenguajes regulares

Conceptos básicos de Expresiones Regulares

Un lenguaje L es **regular** si y sólo si se cumple al menos una de las condiciones siguientes:

- L es finito.
- L es la unión o concatenación de otros lenguajes regulares R_1 y R_2 :
 $L = R_1 \cup R_2$ o $L = R_1 R_2$.
- L es la cerradura de Kleene de algún lenguaje regular: $L = R^*$.

Lenguajes regulares

Conceptos básicos de Expresiones Regulares

Un lenguaje L es **regular** si y sólo si se cumple al menos una de las condiciones siguientes:

- L es finito.
- L es la unión o concatenación de otros lenguajes regulares R_1 y R_2 :
 $L = R_1 \cup R_2$ o $L = R_1 R_2$.
- L es la cerradura de Kleene de algún lenguaje regular: $L = R^*$.

Lenguajes regulares

Conceptos básicos de Expresiones Regulares

Un lenguaje L es **regular** si y sólo si se cumple al menos una de las condiciones siguientes:

- L es finito.
- L es la unión o concatenación de otros lenguajes regulares R_1 y R_2 :
 $L = R_1 \cup R_2$ o $L = R_1 R_2$.
- L es la cerradura de Kleene de algún lenguaje regular: $L = R^*$.

Lenguajes regulares

Conceptos básicos de Expresiones Regulares

Un lenguaje L es **regular** si y sólo si se cumple al menos una de las condiciones siguientes:

- L es finito.
- L es la unión o concatenación de otros lenguajes regulares R_1 y R_2 :
 $L = R_1 \cup R_2$ o $L = R_1 R_2$.
- L es la cerradura de Kleene de algún lenguaje regular: $L = R^*$.

Lenguajes regulares

Conceptos básicos de Expresiones Regulares

El lenguaje en $\{a,b\}$ de las palabras que empiecen con 00 pero que no tengan 11.

00 ALGO NO(11)

Hay un patrón *regular* que podemos modelar usando un AF.

Lenguajes regulares

Conceptos básicos de Expresiones Regulares

El lenguaje en $\{a,b\}$ de las palabras que empiecen con 00 pero que no tengan 11.

00 ALGO NO(11)

Hay un patrón *regular* que podemos modelar usando un AF.

Lenguajes regulares

Conceptos básicos de Expresiones Regulares

El lenguaje en $\{a,b\}$ de las palabras que empiecen con 00 pero que no tengan 11.

00 ALGO NO(11)

Hay un patrón *regular* que podemos modelar usando un AF.

Lenguajes regulares

Conceptos básicos de Expresiones Regulares

*El lenguaje L de palabras formadas por a y b , pero que empiezan con a :
 $aab, ab, a, abaa, \dots$*

- $\Sigma = \{a, b\}$
- $L = R_1 R_2$:
 - ▶ R_1 = el lenguaje que contiene una a .
 - ▶ R_2 = el lenguaje que contiene cadenas cualesquiera de a y b .

$$L = \{a\}\{a, b\}^*$$

Lenguajes regulares

Conceptos básicos de Expresiones Regulares

*El lenguaje L de palabras formadas por a y b , pero que empiezan con a :
 $aab, ab, a, abaa, \dots$*

- $\Sigma = \{a, b\}$
- $L = R_1 R_2$:
 - ▶ R_1 = el lenguaje que contiene una a .
 - ▶ R_2 = el lenguaje que contiene cadenas cualesquiera de a y b .

$$L = \{a\}\{a, b\}^*$$

Lenguajes regulares

Conceptos básicos de Expresiones Regulares

*El lenguaje L de palabras formadas por a y b , pero que empiezan con a :
 $aab, ab, a, abaa, \dots$*

- $\Sigma = \{a, b\}$
- $L = R_1 R_2$:
 - ▶ R_1 = el lenguaje que contiene una a .
 - ▶ R_2 = el lenguaje que contiene cadenas cualesquiera de a y b .

$$L = \{a\}\{a, b\}^*$$

Lenguajes regulares

Conceptos básicos de Expresiones Regulares

*El lenguaje L de palabras formadas por a y b , pero que empiezan con a :
 $aab, ab, a, abaa, \dots$*

- $\Sigma = \{a, b\}$
- $L = R_1 R_2$:
 - ▶ R_1 = el lenguaje que contiene una a .
 - ▶ R_2 = el lenguaje que contiene cadenas cualesquiera de a y b .

$$L = \{a\}\{a, b\}^*$$

Lenguajes regulares

Conceptos básicos de Expresiones Regulares

*El lenguaje L de palabras formadas por a y b , pero que empiezan con a :
 $aab, ab, a, abaa, \dots$*

- $\Sigma = \{a, b\}$
- $L = R_1 R_2$:
 - ▶ R_1 = el lenguaje que contiene una a .
 - ▶ R_2 = el lenguaje que contiene cadenas cualesquiera de a y b .

$$L = \{a\}\{a, b\}^*$$

Lenguajes regulares

Conceptos básicos de Expresiones Regulares

*El lenguaje L de palabras formadas por a y b , pero que empiezan con a :
 $aab, ab, a, abaa, \dots$*

- $\Sigma = \{a, b\}$
- $L = R_1 R_2$:
 - ▶ R_1 = el lenguaje que contiene una a .
 - ▶ R_2 = el lenguaje que contiene cadenas cualesquiera de a y b .

$$L = \{a\}\{a, b\}^*$$

Expresiones Regulares

Conceptos básicos de Expresiones Regulares

Una **expresión regular** es una representación textual de un **lenguaje regular**.

Definición de Expresiones Regulares

Sea Σ un alfabeto no vacío.

- \wedge es una expresión regular.
- \emptyset es una expresión regular.
- Para cada $\sigma \in \Sigma$, σ es una expresión regular.
- Si R_1 y R_2 son expresiones regulares, entonces $R_1 \cup R_2$ es una expresión regular.
- Si R_1 y R_2 son expresiones regulares, entonces $R_1 R_2$ es una expresión regular.
- Si R es una expresión regular, entonces R^* es una expresión regular.

Expresiones Regulares

Conceptos básicos de Expresiones Regulares

Una **expresión regular** es una representación textual de un **lenguaje regular**.

Definición de Expresiones Regulares

Sea Σ un alfabeto no vacío.

- \wedge es una expresión regular.
- \emptyset es una expresión regular.
- Para cada $\sigma \in \Sigma$, σ es una expresión regular.
- Si R_1 y R_2 son expresiones regulares, entonces $R_1 \cup R_2$ es una expresión regular.
- Si R_1 y R_2 son expresiones regulares, entonces $R_1 R_2$ es una expresión regular.
- Si R es una expresión regular, entonces R^* es una expresión regular.

Expresiones Regulares

Conceptos básicos de Expresiones Regulares

Una **expresión regular** es una representación textual de un **lenguaje regular**.

Definición de Expresiones Regulares

Sea Σ un alfabeto no vacío.

- \wedge es una expresión regular.
- \emptyset es una expresión regular.
- Para cada $\sigma \in \Sigma$, σ es una expresión regular.
- Si R_1 y R_2 son expresiones regulares, entonces $R_1 \cup R_2$ es una expresión regular.
- Si R_1 y R_2 son expresiones regulares, entonces $R_1 R_2$ es una expresión regular.
- Si R es una expresión regular, entonces R^* es una expresión regular.

Expresiones Regulares

Conceptos básicos de Expresiones Regulares

Una **expresión regular** es una representación textual de un **lenguaje regular**.

Definición de Expresiones Regulares

Sea Σ un alfabeto no vacío.

- \wedge es una expresión regular.
- \emptyset es una expresión regular.
- Para cada $\sigma \in \Sigma$, σ es una expresión regular.
- Si R_1 y R_2 son expresiones regulares, entonces $R_1 \cup R_2$ es una expresión regular.
- Si R_1 y R_2 son expresiones regulares, entonces $R_1 R_2$ es una expresión regular.
- Si R es una expresión regular, entonces R^* es una expresión regular.

Expresiones Regulares

Conceptos básicos de Expresiones Regulares

Una **expresión regular** es una representación textual de un **lenguaje regular**.

Definición de Expresiones Regulares

Sea Σ un alfabeto no vacío.

- \wedge es una expresión regular.
- \emptyset es una expresión regular.
- Para cada $\sigma \in \Sigma$, σ es una expresión regular.
- Si R_1 y R_2 son expresiones regulares, entonces $R_1 \cup R_2$ es una expresión regular.
- Si R_1 y R_2 son expresiones regulares, entonces $R_1 R_2$ es una expresión regular.
- Si R es una expresión regular, entonces R^* es una expresión regular.

Expresiones Regulares

Conceptos básicos de Expresiones Regulares

Una **expresión regular** es una representación textual de un **lenguaje regular**.

Definición de Expresiones Regulares

Sea Σ un alfabeto no vacío.

- \wedge es una expresión regular.
- \emptyset es una expresión regular.
- Para cada $\sigma \in \Sigma$, σ es una expresión regular.
- Si R_1 y R_2 son expresiones regulares, entonces $R_1 \cup R_2$ es una expresión regular.
- Si R_1 y R_2 son expresiones regulares, entonces $R_1 R_2$ es una expresión regular.
- Si R es una expresión regular, entonces R^* es una expresión regular.

Expresiones Regulares

Conceptos básicos de Expresiones Regulares

Una **expresión regular** es una representación textual de un **lenguaje regular**.

Definición de Expresiones Regulares

Sea Σ un alfabeto no vacío.

- \wedge es una expresión regular.
- \emptyset es una expresión regular.
- Para cada $\sigma \in \Sigma$, σ es una expresión regular.
- Si R_1 y R_2 son expresiones regulares, entonces $R_1 \cup R_2$ es una expresión regular.
- Si R_1 y R_2 son expresiones regulares, entonces $R_1 R_2$ es una expresión regular.
- Si R es una expresión regular, entonces R^* es una expresión regular.

Expresiones Regulares

Conceptos básicos de Expresiones Regulares

Una **expresión regular** es una representación textual de un **lenguaje regular**.

Definición de Expresiones Regulares

Sea Σ un alfabeto no vacío.

- \wedge es una expresión regular.
- \emptyset es una expresión regular.
- Para cada $\sigma \in \Sigma$, σ es una expresión regular.
- Si R_1 y R_2 son expresiones regulares, entonces $R_1 \cup R_2$ es una expresión regular.
- Si R_1 y R_2 son expresiones regulares, entonces $R_1 R_2$ es una expresión regular.
- Si R es una expresión regular, entonces R^* es una expresión regular.

Operaciones

Conceptos básicos de Expresiones Regulares

Las operaciones disponibles son las mismas que usábamos en autómatas, pero algunas cambian de notación:

- La ER \emptyset representa al **lenguaje vacío** $\{\}$.
- La **palabra vacía** ε la representamos con la expresión regular $\hat{}$.
- La **unión** se representa usualmente con la ER $+$.
- La **cerradura o estrella de Kleene** de un lenguaje regular R sigue representándose con R^*

Operaciones

Conceptos básicos de Expresiones Regulares

Las operaciones disponibles son las mismas que usábamos en autómatas, pero algunas cambian de notación:

- La ER \emptyset representa al **lenguaje vacío** $\{\}$.
- La **palabra vacía** ε la representamos con la expresión regular $\hat{\varepsilon}$.
- La **unión** se representa usualmente con la ER $+$.
- La **cerradura o estrella de Kleene** de un lenguaje regular R sigue representándose con R^*

Operaciones

Conceptos básicos de Expresiones Regulares

Las operaciones disponibles son las mismas que usábamos en autómatas, pero algunas cambian de notación:

- La ER \emptyset representa al **lenguaje vacío** $\{\}$.
- La **palabra vacía** ε la representamos con la expresión regular $\hat{}$.
- La **unión** se representa usualmente con la ER $+$.
- La **cerradura o estrella de Kleene** de un lenguaje regular R sigue representándose con R^*

Operaciones

Conceptos básicos de Expresiones Regulares

Las operaciones disponibles son las mismas que usábamos en autómatas, pero algunas cambian de notación:

- La ER \emptyset representa al **lenguaje vacío** $\{\}$.
- La **palabra vacía** ε la representamos con la expresión regular $\hat{}$.
- La **unión** se representa usualmente con la ER $+$.
- La **cerradura o estrella de Kleene** de un lenguaje regular R sigue representándose con R^*

Operaciones

Conceptos básicos de Expresiones Regulares

Las operaciones disponibles son las mismas que usábamos en autómatas, pero algunas cambian de notación:

- La ER \emptyset representa al **lenguaje vacío** $\{\}$.
- La **palabra vacía** ε la representamos con la expresión regular $\hat{\epsilon}$.
- La **unión** se representa usualmente con la ER $+$.
- La **cerradura o estrella de Kleene** de un lenguaje regular R sigue representándose con R^*

ERs sintácticamente bien formadas

Ejemplos de ERs

A nivel *implementación*, una ER es una secuencia de ERs que nos dicen **cómo** debería ser el lenguaje descrito por la ER completa:

ERs sintácticamente bien formadas

Ejemplos de ERs

A nivel *implementación*, una ER es una secuencia de ERs que nos dicen **cómo** debería ser el lenguaje descrito por la ER completa:

0 es una ER válida que describe al lenguaje $\{0\}$.

ERs sintácticamente bien formadas

Ejemplos de ERs

A nivel *implementación*, una ER es una secuencia de ERs que nos dicen **cómo** debería ser el lenguaje descrito por la ER completa:

01^* es una ER válida: *La **concatenación** del lenguaje $\{0\}$ y $\{1\}^*$ —un 0 seguido de cero o más 1s.*

ERs sintácticamente bien formadas

Ejemplos de ERs

A nivel *implementación*, una ER es una secuencia de ERs que nos dicen **cómo** debería ser el lenguaje descrito por la ER completa:

$0 + 1$ es una ER válida: La **unión** del lenguaje $\{0\}$ y $\{1\}$ —o un 0 o un 1.

ERs sintácticamente bien formadas

Ejemplos de ERs

A nivel *implementación*, una ER es una secuencia de ERs que nos dicen **cómo** debería ser el lenguaje descrito por la ER completa:

$(0 + 1)^*11$ es una ER válida: *o 0 o 1 cero o más veces, seguida de dos 1s.*

ERs más complejas

Ejemplos de ERs

Diseñar una ER para el lenguaje de las palabras en $\{0, 1\}$ que empiezan o terminan en 01:

- 1 Estructuramos con patrones: 01 *algo* 01
- 2 Definimos restricciones: *algo* no tiene restricción alguna, puede ser 0 o 1, cero o más veces.
- 3 Generamos una ER para el patrón *algo*: $(0 + 1)^*$
- 4 Finalmente, concatenamos las ERs para hacer una nueva ER.

$$01(0 + 1)^*01$$

ERs más complejas

Ejemplos de ERs

Diseñar una ER para el lenguaje de las palabras en $\{0, 1\}$ que empiezan o terminan en 01:

- 1 Estructuramos con patrones: 01 *algo* 01
- 2 Definimos restricciones: *algo* no tiene restricción alguna, puede ser 0 o 1, cero o más veces.
- 3 Generamos una ER para el patrón *algo*: $(0 + 1)^*$
- 4 Finalmente, concatenamos las ERs para hacer una nueva ER.

$$01(0 + 1)^*01$$

ERs más complejas

Ejemplos de ERs

Diseñar una ER para el lenguaje de las palabras en $\{0, 1\}$ que empiezan o terminan en 01:

- 1 Estructuramos con patrones: 01 *algo* 01
- 2 Definimos restricciones: *algo* no tiene restricción alguna, puede ser 0 o 1, cero o más veces.
- 3 Generamos una ER para el patrón *algo*: $(0 + 1)^*$
- 4 Finalmente, concatenamos las ERs para hacer una nueva ER.

$$01(0 + 1)^*01$$

ERs más complejas

Ejemplos de ERs

Diseñar una ER para el lenguaje de las palabras en $\{0, 1\}$ que empiezan o terminan en 01:

- 1 Estructuramos con patrones: 01 *algo* 01
- 2 Definimos restricciones: *algo* no tiene restricción alguna, puede ser 0 o 1, cero o más veces.
- 3 Generamos una ER para el patrón *algo*: $(0 + 1)^*$
- 4 Finalmente, concatenamos las ERs para hacer una nueva ER.

$$01(0 + 1)^*01$$

ERs más complejas

Ejemplos de ERs

Diseñar una ER para el lenguaje de las palabras en $\{0, 1\}$ que empiezan o terminan en 01:

- 1 Estructuramos con patrones: 01 *algo* 01
- 2 Definimos restricciones: *algo* no tiene restricción alguna, puede ser 0 o 1, cero o más veces.
- 3 Generamos una ER para el patrón *algo*: $(0 + 1)^*$
- 4 Finalmente, concatenamos las ERs para hacer una nueva ER.

$$01(0 + 1)^*01$$