

Херцшпрунг-Раселов дијаграм

Лука Марковић

Математички факултет Универзитета у Београду

Септембар 2025.

- **Класификација звезда према површинској температури**
- **Привидни и апсолутни сјај звезде, луминозност**
- **Мерење звезданих растојања**
- **Херцшпрунг-Раселов дијаграм**
- **Закључак**

Део 1

Класификација звезда према површинској температури

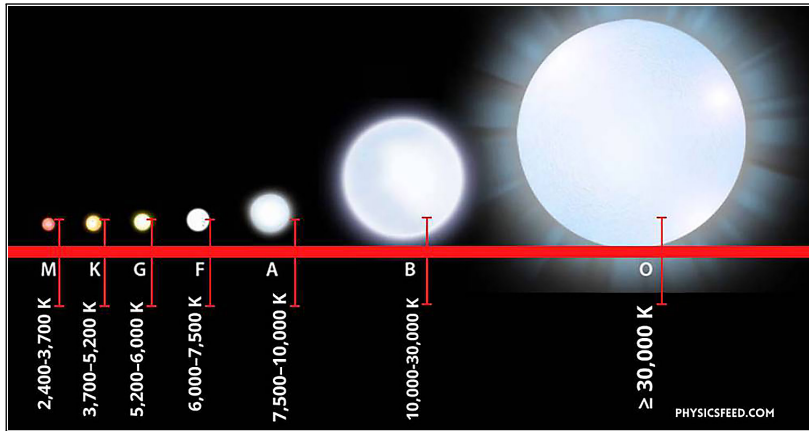
Какве све звезде постоје?

- Не постоје две идентичне звезде.
- Звезде се разликују по маси, величини, површинској температури, боји, сјају и количини енергије коју емитују у јединици времена.
- Да ли је свака комбинација ових параметара могућа?
- Нека ограничења сигурно постоје: не постоје зелене или љубичасте звезде.
- Везе између наведених величина морају бити ”апсолутне”, независне од места посматрача.
- Нека својства звезда могуће је лако утврдити: типичан пример је боја звезде.
- Нека друга својства је много теже измерити.
- Тако, на пример, количина енергије коју звезда емитује зависи од њене величине и апсолутног сјаја.
- Са Земље, међутим, лако можемо да утврдимо само привидни сјај звезде.
- Привидни сјај звезде зависи од апсолутног сјаја али и од растојања на коме се звезда налази.

Класе звезда

- Све звезде деле се на класе према тзв. Морган-Кинановом систему разрађеном на Харварду почетком XX века[1].
- Класа се одређује мерењем ширине карактеристичних Фраунхоферових линија водоника, хелијума, калцијума и титанијум-оксида у апсорпционом спектру звезде.
- Што је звезда топлија, ширина Фраунхоферових линија је већа.
- Прво су дефинисане класе **O**, **B**, **A**, **F**, **G**, **K** и **M**.
- Површинска температура звезде опада од класе **O** (најтоплије звезде) до **M** (најхладније).
- Свака класа има десет поткласа (0-9) у зависности од температуре. Сунце се налази у класи **G2**.
- Касније су додате класе **D** (бели патуљци), **L** и **T** (смеђи патуљци), **S** и **C** (угљеничне звезде).
- Овај систем користи се и даље али постоје и други, прецизнији, квантитативни системи.

Графички приказ звезданих класа



Главне спектралне класе са одговарајућим температурама, апроксимативним бојама и релативним величинама звезде

Индекс температуре звезде $B - V$

- $B - V$ индекс одређује се посматрањем сјаја звезде кроз два филтера.
- B -индекс одређује се посматрањем сјаја звезде кроз UB -филтер осетљив на ултраљубичасту и плаву боју.
- V -индекс одређује се посматрањем сјаја звезде кроз VB -филтер осетљив на већи део видљивог спектра (плаву, жуту и зелену боју).
- $B - V$ индекс представља разлику ова два индекса. Систем је тако баждарен да звезда Вега има $B - V$ индекс једнак нули.
- Мање вредности индекса одговарају топлијим звездама, веће вредности - хладнијим.
- $B - V$ индекс за Сунце износи 0,656, а за плавичасти Ригел -0,03.
- Из овог индекса може се директно израчунати температура површине звезде:

$$T = 4600\text{K} \cdot \left[\frac{1}{0,92(B - V) + 1,7} + \frac{1}{0,92(B - V) + 0,62} \right]$$

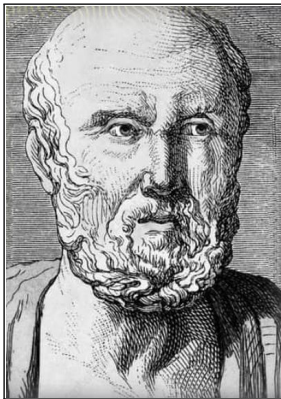
Детаљи спектралне класификације

- Класа звезде, њена температура и индекс боје су три еквивалентне величине.

Класа	Температура (К)	Боја	Маса (M_{\odot})	Водоничне линије спектра	Друге линије спектра	Проценат звезда
O	> 33.000	плава	> 16	слабе	вишеструко јонизовани атоми	0,0003%
B	10.000 - 33.000	плава/бела	2,1 - 16	средње	неутрални хелијум	0,1%
A	7.500 - 10.000	бела/плава	1,4 - 2,1	јаке	јонизовани калцијум, неутрални хелијум	0,6%
F	6.000 - 7.500	бела	1,0 - 1,4	средње	јонизовани калцијум, метали	3%
G	5.200 - 6.000	жута	0,8 - 1,0	слабе	јаке линије метала	7,5%
K	3.700 - 5.200	жута/оранж	0,45 - 0,8	врло слабе	неутрални калцијум, титан-оксид	12%
M	< 3.700	оранж/црвена	< 0,45	врло слабе	јаке линије калцијума и титан-оксида, неутрални метали	76%

Део 2

Привидни и апсолутни сјај звезде, луминозност



Хипарх, један од највећих античких астронома

- Довољан је један поглед на ноћно небо па да утврдимо да звезде сјаје различитим интензитетом.
- Хипарх је 135. године п.н.е направио каталог са 850 звезда у коме је свакој звезди доделио број од 1 до 6, у зависности од сјаја (магнитуде).
- Најсјајније звезде имале су ознаку 1 док су оне једва видљиве имале ознаку 6.
- Развој телескопа и фотометрије омогућио је да се сјај звезда објективно измери.
- У исто време утврђено је да људско око детектује промене у интензитету светлости по логартиамској скали.
- Такође је утврђено да звезде са ознаком 1 имају 100 пута мањи сјај од звезде са ознаком 6.

Савремена скала звезданих магнитуда

- Хипархов систем, уз незнатне измене, користи се и данас!
- Суштински, користи се чињеница да, према Хипарховој логаритамској скали, разлика у магнитуди величине 5 одговара 100 пута јачем или слабијем интензитету светлости.
- То значи да је звезда која има магнитуду за један број мању од друге сјајнија од ње $\sqrt[5]{100} \approx 2,5$ пута.
- Хипархов у међувремену је рекалибрисан:
 - Звезда Вега има магнитуду 0.
 - Задржано је старо емпиријско правило да 100 пута сјајнија (тамнија) звезда има магнитуду мању (већу) за 5.
- С обзиром да на небу постоје објекти сјајнији од Веге (Сунце, Месец, Венера, Сиријус...), њихова магнитуда је негативна!
- Овако измерене магнитуде називају се **привидним** јер зависе од растојања посматраног објекта од нас.

Сјај неких небеских тела

- Сунце: -26,5
- Пун Месец: -12,5
- Венера: -4,3
- Марс и Јупитер: -3
- Меркур: -2
- Сиријус: -1,44
- Вега, Сатурн: 0
- Антарес: 1
- Северњача: 2
- Уран: 5
- Лимит голог ока: 6,5
- Церес: 7
- Нептун: 8
- Лимит двогледа: 10
- Проксима кентаури: 11,1
- Плутон: 14
- Лимит телескопа (8m): 28
- Лимит телескопа "Хабл": 32

Апсолутна магнитуда (сјај) звезде

- Привидна магнитуда не говори много о количини енергије коју звезда емитује[2]. Неке звезде изгледају сјајније јер су нам ближе а не зато што емитују велику количину енергије.
- Зато је неопходно увести апсолутну магнитуду (сјај) која зависи само од снаге звезданог извора енергије.
- Апсолутна магнитуда дефинисана је као привидна магнитуда измерена са растојања од 10 парсека (1 парсек ≈ 3.26 светлосних година).
- Означимо апсолутну магнитуду са M , привидну магнитуду са m а наше растојање до звезде мерено у парсецима са d_{pc} .
- Када се узме у обзир да енергетски флукс звезде опада са квадратом растојања и да 100 пута сјајнији светлосни извор има магнитуду мању за 5, добија се следећа једначина:

$$M = m - 5(\log_{10} d_{pc} - 1)$$

- Одређивање апсолутне магнитуде своди се на мерење растојања до светлосног извора d_{pc} .

Луминозност

- По дефиницији, луминозност звезде L представља количину енергије коју звезда емитује у јединици времена.
- Уместо апсолутне вредности, луминозност се најчешће исказује релативно у односу на луминозност Сунца L_{\odot} .
- Ако апсолутну магнитуду звезде означимо са M а апсолутну магнитуду Сунца са M_{\odot} , онда се релативна луминозност звезде може срачунати формулом:

$$\frac{L}{L_{\odot}} = 100^{\frac{M_{\odot} - M}{5}}$$

- Референтне вредности за Сунце су: $L_{\odot} = 3,84 \times 10^{26} \text{W}$, $M_{\odot} = 4,75$. Нижим апсолутним магнитудама одговара већа луминозност (снага) звезде.
- Многе звезде имају много нижу апсолутну магнитуду од Сунца, самим тим и много већу луминозност: Бетелгез (-5,6), Наос (-6,0), Ригел (-7,0), Денеб (-7,2), Сиријус (1,4)...

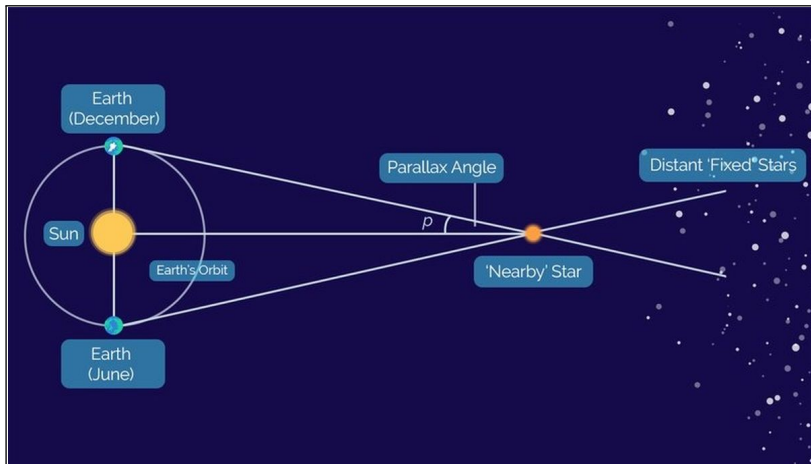
Део 3

Мерење звезданих растојања

Зашто је мерење растојања битно

- На претходним слајдовима показано је како се на основу привидне магнитуде звезде и растојања до ње може израчунати апсолутна магнитуда звезде.
- Такође је показано како се из апсолутне магнитуде може израчунати луминозност звезде.
- Сходно томе, за одређивање луминозности звезде потребна су само два улазна податка: привидна магнитуда звезде и растојање до ње.
- Привидна магнитуда звезде мери се врло лако.
- Међутим, мерење растојања до звезда и галаксија далеко је компликованије.
- Данас се користи више различитих метода за мерење растојања у космичком простору.
- Не постоји универзална метода која би се могла употребити у свим случајевима.

Метода паралаксе, концепт



Угао паралаксе приказан на слици у стварности је знатно мањи

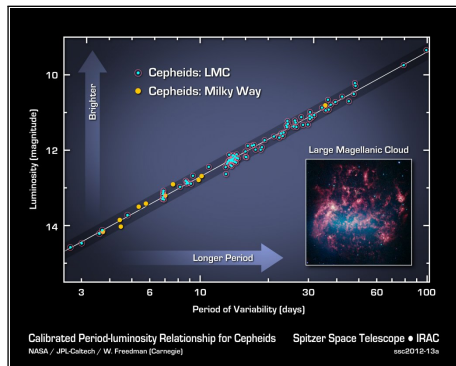
Метода паралаксе, коришћење и примена

- Звезде које се налазе врло далеко од нас изгледају потпуно непомично, без обзира на кретање Земље око Сунца.
- За релативно блиску звезду, промена тачке посматрања доводи до привидног померања звезде у односу на непомичну звездану позадину[3].
- Осмотрено померање је највеће ако се посматрања врше у размаку од 6 месеци, са два супротна краја Земљине путање.
- Измерено померање представља двоструки угао паралаксе p из кога се може израчунати растојање d_{pc} до звезде:

$$d_{pc} = \frac{1}{p}$$

- Када је угао паралаксе у степенима, растојање до звезде изражено је у парсецима.
- Са Земље се могу измерити углови паралаксе не мањи од 0.01 секунде, са телескопа "Хабл" и до 0.001. Зато се метода паралаксе користи само за блиске звезде на растојању 100-1000 парсека, што је свега неколико процената пречника Млечног пута.

Цефеиде, променљиве звезде



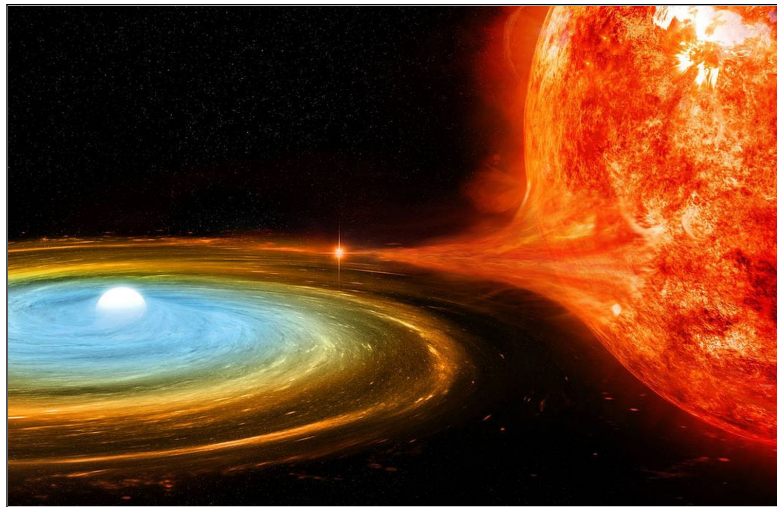
Линеарна веза између периода промене сјаја и луминозности за цефеиде унутар Млечног пута и Великог Магелановог облака

- Звезде које током времена мењају свој сјај називају се променљивим звездама.
- У ту групу спадају и цефеиде чији се сјај мења врло правилно, са периодом који износи од једног до 100 дана.
- Током једног циклуса цефеиде мењају луминозност (апсолутну магнитуду), полупречник и температуру.
- Оно што цефеиде чини тако специјалним је чињеница да постоји линеарна веза између њихове луминозности (којој одговара апсолутна магнитуда) и периода.

Зашто су цефеиде тако важне?

- Постоји линеарна веза између луминозности цефеида (којој одговара апсолутна магнитуда) и периода промене сјаја.
- Период и привидни сјај цефеиде су лако мерљиве величине. Из периода се може израчунати луминозност а на основу ње и апсолутна магнитуда.
- На основу релативне и апсолутне магнитуде лако се може израчунати растојање до звезде.
- Рачуницу компликује чињеница да постоје две фамилије цефида са различитим нагибима линије период-луминозност. Пажљивим посматрањем могуће је утврдити којој фамилији припада посматрана цефеида.
- Многе цефеиде су велике, веома светле звезде, могуће их је идентификовати не само у Млечном путу него и у суседним галаксијама.
- Земаљски телескопи могу да уоче цефеиде све до удаљености од 13 милиона светлосних година. Космички телескоп ”Хабл” успешно је регистровао цефеиде на растојању од 56 милиона светлосних година.

Бели патуљци и супернове типа Ia



Бинарни систем у коме бели патуљак преузима материју од суседне звезде. Када маса белог патуљка пређе границу од $1.44M_{\odot}$, могућа је експлозија супернове типа Ia.

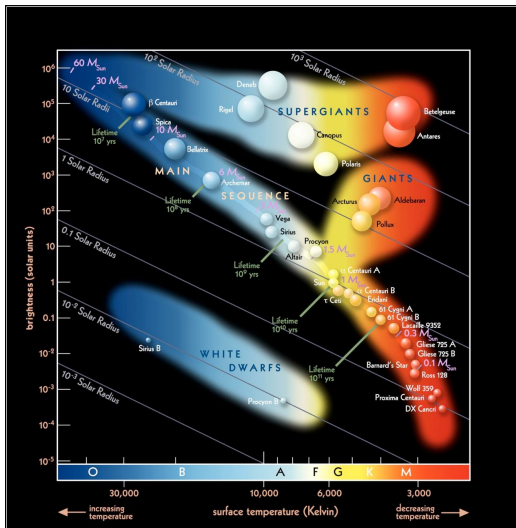
Специфичности супернове типа Ia

- Мале и средње звезде завршавају свој живот као бели патуљци.
- Реч је о топлотном језгру звезде која је потрошила нуклеарно гориво и одбацила спољне слојеве.
- Бели патуљак има екстремну густину. Претежно је сачињен од угљеника и кисеоника.
- Иако су бели патуљци релативно мали, гравитационо поље у њиховој близини екстремно је јако.
- Ако је бели патуљак део двојног звезданог система, бели патуљак може да почне да "краде" материју од суседне звезде. Када маса белог патуљка пређе границу од $1.44M_{\odot}$, притисак у средишту постаје толико велики да отпочиње нуклеарна реакција.
- У свега пар секунди бели патуљак ће фузионисати скоро сав угљеник и кисеоник у теже елементе. Притом се генерише енергија упоредива са енергијом читаве галаксије.
- Настаје супернова типа Ia чија ће експлозија потпуно уништити бинарни систем.
- Све супернове типа Ia имају исту апсолутну магнитуду: **-19.3**. На основу привидног сјаја и апсолутне магнитуде може се израчунати даљина белог патуљка.
- Овом методом могу се мерити растојања од више милијарди светлосних година.

Део 4

Херцшпрунг-Раселов дијаграм

Најважнији дијаграм савремене астрономије

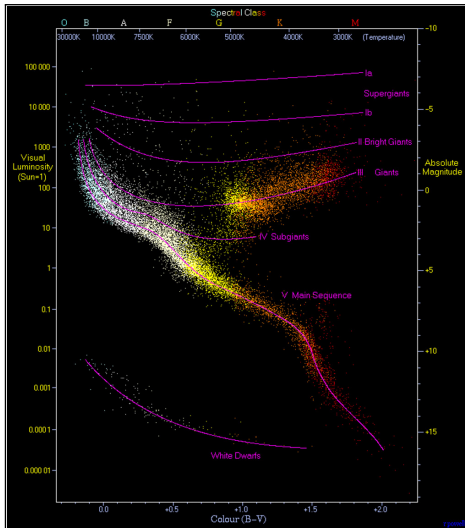


- Херцшпрунг-Раселов (H-R) дијаграм представља, по много чему, најважнији дијаграм у астрономији због улоге коју има у проучавању еволуције звезда.
- Дијаграм су, независно један од другог, креирали Ејнар Херцшпрунг и Хенри Норис Расел почетком XX века[4].
- Постоји неколико форми овог дијаграма али су у суштини све оне међусобно еквивалентне.
- У својој изворној верзији, H-R дијаграм представља зависност луминозности звезде од њене површинске температуре.
- Дијаграм лево илуструје положај различитих типова звезда на H-R дијаграму.

Еквивалентни облици H-R дијаграма

- На претходним слајдовима утврдили смо да постоји корелација између класе звезде, индекса B-V и површинске температуре звезде.
- Свака од ове три величине може да представља апсцису H-R дијаграма.
- Такође смо утврдили да постоји директна веза између луминозности и апсолутне магнитуде звезде.
- Било која од ове две величине може да представља ординату H-R дијаграма.
- Површинске температуре крећу се између 3.000 и 50.000 келвина. Иако распон температура обухвата само два реда величине, за апсцису се најчешће се користи логаритамска скала.
- Разлика у луминозности звезда много је већа (најмање десет редова величине) тако да је ордината увек логаритамска.
- Из чисто историјских разлога, апсциса је ”обрунта”: површинска температура звезде опада дуж апсцисе.

Како је настао H-R дијаграм?



- Звезде током времена мењају своју температуру и луминозност, самим тим и положај на H-R дијаграму.
- Због спорости промена, дијаграм није настао праћењем појединачних звезда током времена већ учртавањем звезда мерењем њиховог тренутног стања.
- Дијаграм је касније допуњен подацима из два велика звездана каталога: "Hiparcos" и "Gliese".
- Тако је настао дијаграм на левој страни који садржи податке за око 20.000 звезда.
- Дијаграм приказује звезде у разним фазама њихове еволуције.

Елементи H-R дијаграма

- Најуочљивији део дијаграма, тзв. "Главни низ" простире се дијагонално, од горњег левог до доњег десног угла.
- Бројност звезда драстично расте како се спуштамо низ главни низ, од екстремно топлих и великих звезда до релативно хладних и тамних.
- Када млада звезда започне да фузионише водоник у хелијум, она заузме почетно место негде у главном низу. У том низу, звезда проведе око 90% свог живота.
- Када звезда потроши своје водонично гориво, површинска температура опада али запремина драстично расте: звезда прелази у горњи део дијаграма у коме се налазе плаве и црвене џиновске звезде у задњим стадијумима живота.
- Звезде мале величине завршавају свој живот као бели патуљци (на дијаграму се налазе испод главног низа), оне веће као супернове иза којих остају неутронске звезде или црне рупе.

Значај Н-Р дијаграма

- Дијаграм показује да природа не уме да створи звезде произвољне температуре и луминозности. Највећи део дијаграма је празан.
- Утврђено је да за звезде у главном низу постоји директна веза између луминозности L и масе звезде M :

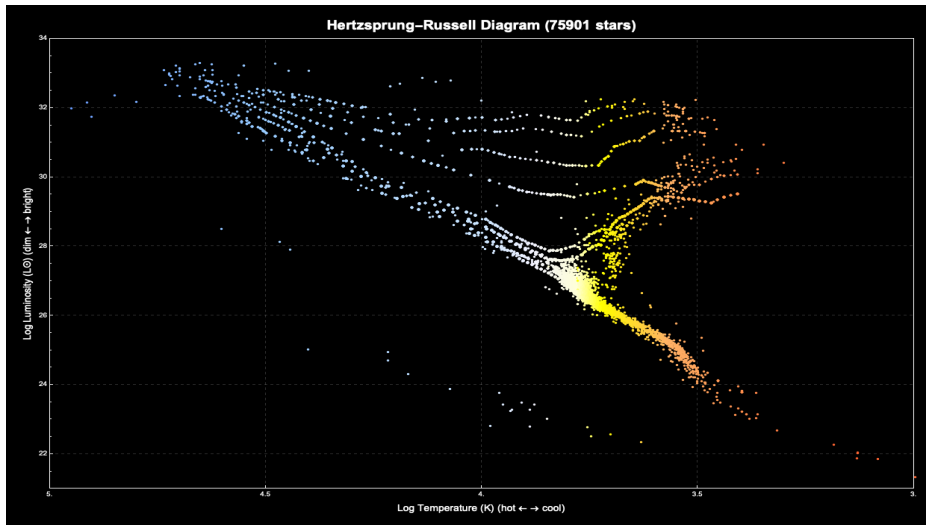
$$\frac{L}{L_{\odot}} = \left(\frac{M}{M_{\odot}} \right)^{\alpha}, \quad \alpha \approx 3,5$$

- Из положаја звезде на дијаграму може се закључити у којој фази свог животног циклуса се звезда налази.
- Н-Р дијаграм се користи и као универзални ”даљинар”: анализом спектра можемо да утврдимо да се звезда налази у главном низу и да има одређену класу. Из класе се може одредити температура а на основу ње се са Н-Р дијаграма очита њена луминозност, тј. апсолутна магнитуда. Из привидне и апсолутне магнитуде лако се срачуна растојање до звезде.
- Сличан поступак може се спровести и за звезде изван главног низа али је рачуница компликованија.

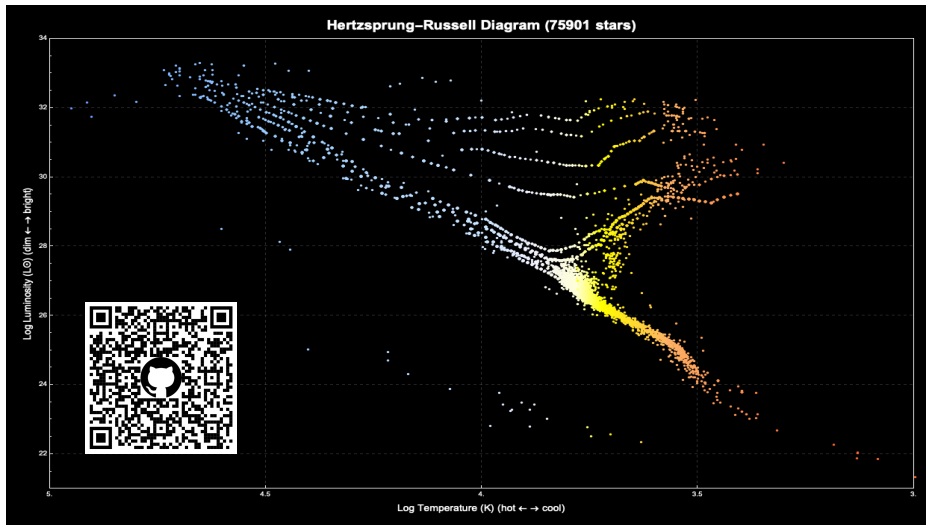
Конструкција H-R дијаграма коришћењем програма "Mathematica"

- "Mathematica" има могућност да са "клауда" преузме податке за преко 400.000 звезда. То омогућава функција **StarData[]**.
- Количина расположивих података варира од звезде до звезде.
- Пажљивим филтрирањем података могуће је пронаћи око 75.000 звезда за које је дефинисана и површинска температура и луминозност.
- На основу ових података могуће је нацртати H-R дијаграм чији се финални облик у потпуности слаже са дијаграмима који су начињени коришћењем неупоредиво већег узорка.
- Оригинални "Mathematica Notebook" фајл може се преузети са линка који је уцртан на сам дијаграм на следећем слајду.

H-R дијаграм нацртан коришћењем програма "Mathematica"



H-R дијаграм нацртан коришћењем програма "Mathematica"



Део 5

Закључак

Значај Херцшпрунг–Раселовог дијаграма

- Дијаграм приказује однос између луминозности (или апсолутне магнитуде) и температуре тј. спектралне класе звезда.
- Из дијаграма се види да главна својства звезда нису потпуно произвољна: постоји јака корелација између њих.
- Дијаграм омогућава класификацију звезда у неколико главних група: главни низ, џинови, суперџинови и бели патуљци.
- Основни је алат за разумевање еволуције звезда – положај звезде на дијаграму показује у којој се етапи живота звезда налази.
- Помаже у процени старости и развоја звезданих јата и галаксија.
- Овај дијаграм један је од најважнијих инструмената у астрофизици који повезује спољашња опажања са теоријом унутрашње грађе звезда.

- [1] Britannica, *Stellar Classification*, <https://www.britannica.com/science/stellar-classification>
- [2] Wikipedia, *Magnitude (astronomy)*, [https://en.wikipedia.org/wiki/Magnitude_\(astronomy\)](https://en.wikipedia.org/wiki/Magnitude_(astronomy))
- [3] Dina Prialink, *An Introduction to the Theory of Stellar Structure and Evolution*, Cambridge University Press, 2009, p. 3
- [4] Mathias Scholz, *The Physics of Stars: Structure, Evolution and Properties*, Springer, 2025, pp. 28-29