华东师范大学期末试卷 A 卷

2017—2018 年第一学期

课程名称： 概率论与数理统计

学生姓名：

学　　号：

专　　业： 软件工程

年级/班级： 软件工程一班

课程性质：公共必修、公共选修、专业必修、专业选修

一	二	三	四	五	六	七	八	九	总分	阅卷人签名

一、　选择题（每题 2 分，共 20 分）

1. 甲乙丙三人各自独立地向某一目标射击一次， 三人的命中率分别为 0.3，0.5 和 0.8， 则至多有两人击中目标的概率为（　）

（A） 0.15　　(B) 0.24　　(C) 0.88　　(D) 0.79

2. 设A，B为随机事件， 且$P(B|A) = 1$, 则必有（　）

(A) $P(\bar{A}|\bar{B}) = 0$　　(B) $A \subseteq B$

(C) $B \subseteq A$　　(D) $P(\bar{B}|A) = 0$

3. 已知随机变量X服从参数为λ的泊松分布且$P\{X = 1\} + \frac{1}{3}P\{X = 2\} = P\{X = 3\}$，则$P\{X = 1\}$与$P\{X = 2\}$的比值为（　）

(A) $\frac{2}{3}$　　(B) $\frac{1}{2}$　　(C) $\frac{1}{3}$　　(D) $\frac{1}{4}$

4. 设随机变量X与Y相互独立，其概率分布为

X	-1	1
$P\{X = k\}$	$1/2$	$1/2$

Y	-1	1
$P\{Y = k\}$	$1/2$	$1/2$

则下列式子正确的是（　）

(A) $X = Y$　　(B) $P\{X = Y\} = 0$

(C) $P\{X = Y\} = \frac{1}{2}$　　(D) $P\{X = Y\} = 1$

5. 设随机变量X服从指数分布，则随机变量$Y = \min\{X, 2\}$的分布函数 （　）

(A) 是连续函数　　(B) 至少有两个间断点

(C) 是阶梯函数　　(D) 恰有一个间断点

6. 设随机变量$X \sim t(n)$, $Y \sim F(1, n)$,给定$\alpha(0 < \alpha < 0.5)$，常数c满足$P\{X > c\} = \alpha$，则$P\{Y > c^2\} =$（　）.

(A) α　　(B) $1-\alpha$　　(C) 2α　　(D) $1 - 2\alpha$

7. 设随机变量X的概率密度函数为$f(x) = \frac{1}{2\sqrt{\pi}}e^{-\frac{(x+2)^2}{4}}(-\infty < x < +\infty)$,且随机变量

$Y=aX+b\sim N(0,1)$,则下列各组数中应取(　).

(A) $a=1, b=2$

(B) $a=\frac{\sqrt{2}}{2}, b=\sqrt{2}$

(C) $a=1, b=\sqrt{2}$

(D) $a=\frac{\sqrt{2}}{2}, b=2$

8. 设总体$X\sim N(0,\sigma^2)$, $X_1, X_2, \cdots, X_n (n\geq 2)$是来自总体X的随机样本, $\overline{X}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i$和$S^2=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2$分别是样本均值和样本方差，则下列各式正确的是(　)

(A) $n\overline{X}\sim N(0,\sigma^2)$

(B) $\frac{nS^2}{\sigma^2}\sim\chi^2(n)$

(C) $\frac{(n-1)\overline{X}}{S}\sim t(n-1)$

(D) $\frac{(n-1)\,{X_1}^2}{\sum_{i=2}^{n}{X_i}^2}\sim F(1,n-1)$

9. 在评价估计量的标准中，如果随着样本容量的增大，点估计量的值越来越接近总体参数，这是指估计量的(D).

(A) 准确性　(B) 无偏性　(C) 有效性　(D) 一致性

10. 某厂宣传其产品的平均使用寿命不低于 1000 小时，进行检验时最好应选(　)

(A) 作一个双边检验

(B) 左边备择假设为$H_1: \mu<1000$

(C) 原假设为$H_0: \mu\leq 1000$

(D) 右边备择假设为$H_1: \mu>1000$

二、 填空题（每题 4 分，共 20 分）

1. 设事件A发生的概率是 0.5，A与B都发生的概率是 0.2，A与B都不发生的概率为 0.15 ,则B发生且A不发生的概率是______

2. 设随机变量$X\sim N(\mu,\sigma^2)$其中$\sigma>0$，且二次方程$y^2+4y+X=0$无实根的概率为$\frac{1}{2}$，则$\mu=$______.

3. 设随机变量$(X,Y)\sim N\left(1,-2,4,\frac{1}{4},\frac{1}{2}\right)$, $Z=X-2Y-1$, 则$Z\sim$______.

4. 若总体$X\sim N(0,2)$, $X_1, X_2, \cdots, X_6$是来自X的样本，令统计量$Y=(X_1+X_3+X_5)^2+(X_2+X_4+X_6)^2$,则当$c=$______时，cY服从$\chi^2$分布，自由度为______.

5. 已知$\hat{\theta}_1$与$\hat{\theta}_2$为未知参数θ的两个无偏估计量，且$\hat{\theta}_1$与$\hat{\theta}_2$不相关，$D(\hat{\theta}_1)=4D(\hat{\theta}_2)$，如果$a\hat{\theta}_1+b\hat{\theta}_2$也是$\theta$的无偏估计，求使$a\hat{\theta}_1+b\hat{\theta}_2$组合中方差最小的$a=$______.

三、 计算题（每题 10 分，共 60 分）

附表:

X	0.08	0.92	n	34	35	36	n	34	35	36
$\Phi(X)$	0.5319	0.8212	$t_{0.025}(n)$	2.0322	2.0301	2.0281	$\chi^2_{0.025}(n)$	51.966	53.203	54.437

1. 设离散型随机变量X的分布律为

X	1	2	…	n	…
P{X=n}	$\frac{1}{2}$	$\left(\frac{1}{2}\right)^2$	…	$\left(\frac{1}{2}\right)^n$	…

求随机变量$Y=\cos\left(\frac{\pi}{2}X\right)$的分布律。

2. 设二维随机变量(X,Y)的密度函数为

$$f(x,y)=\begin{cases}Axy, & 0\le x\le y\le 1\\ 0, & others\end{cases}$$

求(1) 常数A的值;(3 分)

(2) $P\{X+Y\ge 1\}$;(4 分)

(3) 求随机变量X与Y的边缘概率密度$f_X(x)$, $f_Y(y)$,并判断X与Y是否独立. (3 分)

3. 设$Z=\frac{1}{3}X+\frac{1}{2}Y$,其中$X\sim N(1,3^2)$, $Y\sim N(0,4^2)$, X与Y的相关系数 $\rho_{XY}=-\frac{1}{2}$,记$F(z)$是Z的概率分布函数，令随机变量T的分布函数 $G(t)=\frac{1}{5}F(t)+\frac{4}{5}F\left(\frac{t-1}{2}\right)$,

(1) 期望$E(Z)$,方差 $D(Z)$（4 分）

(2) X与Z的相关系数ρ_{XZ}.（2 分）

(3) 期望$E(T)$.（4 分）

$\frac{1}{\lambda}$ 入

4. 一批元件的寿命(以小时计)服从参数为$\lambda=0.004$的指数分布，现有元件 30 只，一只在用，其余 29 只备用， 当使用的一只损坏时， 立即换上备用件， 利用中心极限定理求 30 只元件至少能使用一年（8760 小时）的近似概率。

$\frac{-n\lambda}{\sqrt{n}\cdot\lambda}$

5. 设$X_1,X_2,\cdots,X_n$是来自总体X的一个样本,总体X的概率密度如下:

$\sqrt{n}\,\sigma^2$. $p(t)$.

$$f(x,\theta)=\begin{cases}2e^{-2(x-\theta)}, & x\ge\theta\\ 0, & x<\theta\end{cases},\ 其中为\theta>0未知参数$$

求（1）未知参数的极大似然估计量；(6 分)

（2）详细说明该估计量是否是无偏估计量.(4 分)

$\frac{\sqrt{n}\cdot\sigma}{\sqrt{n}}$

6. 设某次考试的成绩服从正态分布，现从中抽取 36 份试卷，测得平均成绩为 66.5，标准差为 15。问在显著性水平 0.05 下,能否认为

(1)这次考试的平均成绩为 70 分?(5 分) (2) 标准差为 16？(5 分)