

Rapport d'Optimisation

Dimensionnement de stockage embarqué dans un tramway

Le 10 Janvier 2025

par

Sayf Chafik

Table des matières

1	Introduction	1
2	Modélisation sans batterie	2
3	Modélisation avec la batterie	10
3.1	Résolution du problème d'optimisation bi-objectif	17
3.1.1	Méthode de Monte Carlo	17
3.1.2	Mise en place de l'algorithme NSGA-II	18
	Conclusion	22
	Conclusion	22

1

Introduction

Dans le domaine des systèmes ferroviaires modernes, la gestion efficace de l'énergie est un enjeu central pour garantir la performance, la fiabilité et la sécurité du réseau. Les trains, en particulier ceux fonctionnant dans des environnements électriques complexes, dépendent fortement de l'équilibre entre la capacité énergétique des batteries embarquées et la stabilité de la tension fournie par les lignes aériennes de contact (LAC).

Les batteries embarquées jouent un rôle crucial dans les systèmes électriques des tramways. Elles fournissent une alimentation supplémentaire lorsque la tension du LAC est insuffisante pour répondre aux besoins énergétiques du train. De plus, elles permettent de récupérer et de stocker l'énergie générée lors des phases de freinage, améliorant ainsi l'efficacité énergétique globale du système. Toutefois, cette solution implique un compromis délicat : augmenter la capacité de la batterie pour améliorer la stabilité de la tension entraîne des coûts et un poids supplémentaires.

Ce projet s'inscrit dans cette problématique et vise à optimiser un système d'alimentation hybride LAC/batterie pour un tramway. L'objectif est double :

- Minimiser la capacité énergétique de la batterie pour réduire les coûts et le poids du système.
- Réduire la chute de tension maximale pour garantir un fonctionnement optimal et fiable du tramway.

Pour atteindre ces objectifs contradictoires, deux méthodes d'optimisation sont utilisées :

- **La méthode Monte Carlo**, qui explore de manière exhaustive l'espace des solutions pour évaluer leurs performances.
- **L'algorithme génétique NSGA-II**, qui identifie efficacement les solutions Pareto-optimales avec un nombre réduit d'évaluations.

Ce rapport décrit la démarche suivie pour modéliser et résoudre ce problème, les résultats obtenus, ainsi qu'une analyse des compromis. Ces travaux mettent en lumière les meilleures solutions pour un système de stockage embarqué.

2

Modélisation sans batterie

Description du problème

Tout d'abord, afin d'étudier les besoins en électricité du tramway pendant son fonctionnement et le fonctionnement des batteries, il est nécessaire de modéliser et d'analyser le circuit de l'ensemble du système de tramway pour analyser l'alimentation du tram ainsi que l'alimentation et la recharge des batteries. Considérant le réseau électrique du tramway, les sous-stations d'alimentation se comportent comme des générateurs de tension, caractérisés par une source de tension V_{sst} en série avec une résistance interne R_{sst} . Les conducteurs, à savoir la LAC et le rail, sont caractérisés chacun par une résistance inéquitable, respectivement ρ_{LAC} et ρ_{rail} . Les trains, agissant comme des charges, sont caractérisés à chaque instant par leur position et leur puissance, qui peut être soit positive (accélération ou maintien de la vitesse du train) soit négative (freinage).

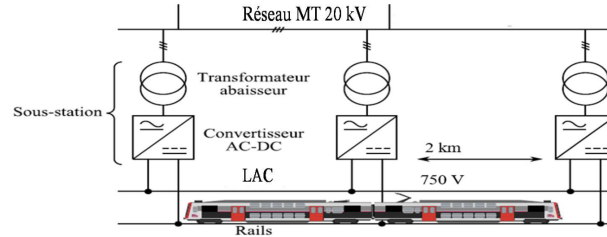


FIGURE 2.1 – Alimentation électrique d'une ligne de tramway

Dans le cadre de ce projet, nous commençons par simuler et étudier une ligne très simple, alimentée par une sous-station à chaque extrémité, où un train fait des allers-retours d'une extrémité à l'autre avec quelques arrêts intermédiaires. La figure ci-dessous illustre le modèle électrique du système.

Le but de la simulation est de déterminer la tension aux différents nœuds du réseau, les courants dans les conducteurs et les pertes Joule. Les puissances fournies par chaque sous-station seront également examinées. À l'instant considéré, le train est situé à la distance x de la sous-station 1. Les résistances $R_{LAC1}(x)$ et $R_{rail1}(x)$ représentent les portions de LAC et de rail entre la sous-station 1 et le train. De même, $R_{LAC2}(x)$ et $R_{rail2}(x)$ représentent les résistances entre la sous-station 2 et le train. Le train est modélisé par sa position et sa puissance $P_{train}(t)$, qui sont les données d'entrée du problème permettant de déterminer

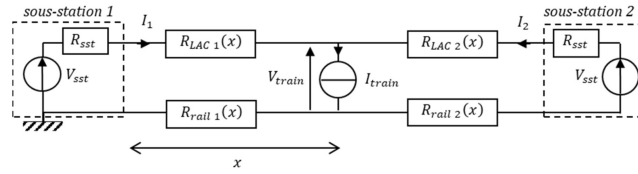


FIGURE 2.2 – Alimentation électrique d'une ligne de tramway

les potentiels en tout point du circuit à tout instant. Le théorème de Thévenin est utilisé pour simplifier le modèle précédent et permet de facilement calculer la tension aux bornes du train pour une position et une puissance données.

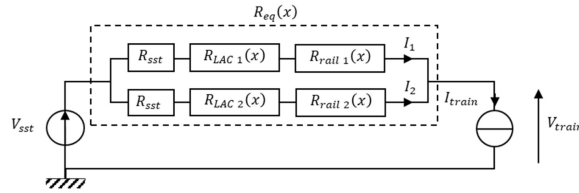


FIGURE 2.3 – Alimentation électrique d'une ligne de tramway

Ainsi, par rapport au schéma, nous pouvons facilement trouver que la puissance du train peut s'écrire comme suit :

$$P_{\text{train}} = V_{\text{train}} \cdot I_{\text{train}} = V_{\text{train}} \cdot \frac{V_{\text{sst}} - V_{\text{train}}}{R_{\text{eq}}}$$

avec L'expression du courant dans le train est donnée par :

$$I_{\text{train}} = \frac{V_{\text{sst}} - V_{\text{train}}}{R_{\text{eq}}}$$

Cela donne l'équation quadratique suivante pour la tension :

$$V_{\text{train}}^2 - V_{\text{sst}} \cdot V_{\text{train}} + R_{\text{eq}} \cdot P_{\text{train}} = 0$$

Le discriminant de cette équation est :

$$\Delta = V_{\text{sst}}^2 - 4 \cdot R_{\text{eq}} \cdot P_{\text{train}}$$

L'équation n'admet pas de solution si $\Delta < 0$, c'est-à-dire si :

$$P_{\text{train}} > \frac{V_{\text{sst}}^2}{4 \cdot R_{\text{eq}}}$$

En d'autres termes, pour une position donnée du train, la LAC (ligne d'alimentation continue) ne peut pas fournir une puissance supérieure à :

$$\frac{V_{\text{sst}}^2}{4 \cdot R_{\text{eq}}}$$

Si $\Delta \geq 0$, la solution pour V_{train} est donnée par :

$$V_{\text{train}} = \frac{1}{2} \left(V_{\text{sst}} + \sqrt{V_{\text{sst}}^2 - 4 \cdot R_{\text{eq}} \cdot P_{\text{train}}} \right)$$

Donc, maintenant nous allons essayer d'utiliser cette fonction pour trouver V_{train} et l'analyser. Pour résoudre cette équation, nous commençons par calculer P_{LAC} , qui est notre première étape : la partie mécanique.

Partie mécanique

D'après le cahier des charges, la puissance mécanique à fournir est :

$$P_{\text{mécanique}} = F_{\text{motrice}} \cdot v$$

avec F_{motrice} est la force exercée par les roues sur la voie, qui associe de la 2 loi du Newton :

$$M \cdot \frac{dv}{dt} = F_{\text{motrice}} - M \cdot g \cdot \sin \alpha - F_{\text{resistive}},$$

$$F_{\text{motrice}} = M \cdot \frac{dv}{dt} + M \cdot g \cdot \sin \alpha + F_{\text{resistive}},$$

où M est la masse du train, v est sa vitesse instantanée, α est la pente de la voie comptée positivement en montée, $F_{\text{resistive}}$ est la force de résistance à l'avancement, qui dépend de la masse du train et de sa vitesse.

Pour calculer v et $\frac{dv}{dt}$, qui sont la vitesse et l'accélération du train, nous allons importer le fichier et créer une fonction gradient pour calculer la vitesse du train ainsi que l'accélération à partir des données de position et de temps.

Dans un premier temps, nous utilisons la fonction `read_csv` de la bibliothèque `pandas` pour importer un fichier texte contenant des données. Ce fichier, nommé `marche_train.txt`, comporte deux colonnes : la première correspond au temps, et la deuxième à la position du train.

Après, nous avons écrit une fonction qui s'appelle `gradient`, qui prend x et y , deux listes de variables comme valeurs, et renvoie le gradient de la fonction composée par x et y . Elle utilise une méthode des différences centrées pour calculer le gradient entre les points internes et des différences avant/arrière pour les bords.

Donc, en utilisant cette fonction, nous pouvons facilement déterminer la vitesse du train : `gradient(temps_pas, position_pas)`, avec `temps_pas`, qui est la première colonne du fichier `marche_train.txt`, représentant le temps, et `position_pas`, qui est la deuxième colonne du fichier `marche_train.txt`, représentant la position.

Aussi, nous pouvons calculer l'accélération du train en calculant le gradient entre `temps_pas` et `vitesse`. Voici la figure que nous avons tracée pour ces trois paramètres :

Nous pouvons voir que le graphique du haut montre la position du train en fonction du temps. La position augmente globalement, indiquant que le train avance constamment. Le graphique du milieu révèle des augmentations et des diminutions de la vitesse, illustrant des phases successives d'accélération et de décélération. De même, le graphique du bas montre une alternance entre accélérations positives et négatives. Un pic d'accélération positive correspond à un maximum de vitesse, environ égal à 14 km/h. Ces données montrent que les trois graphiques sont cohérents et reflètent bien la dynamique du mouvement du train.

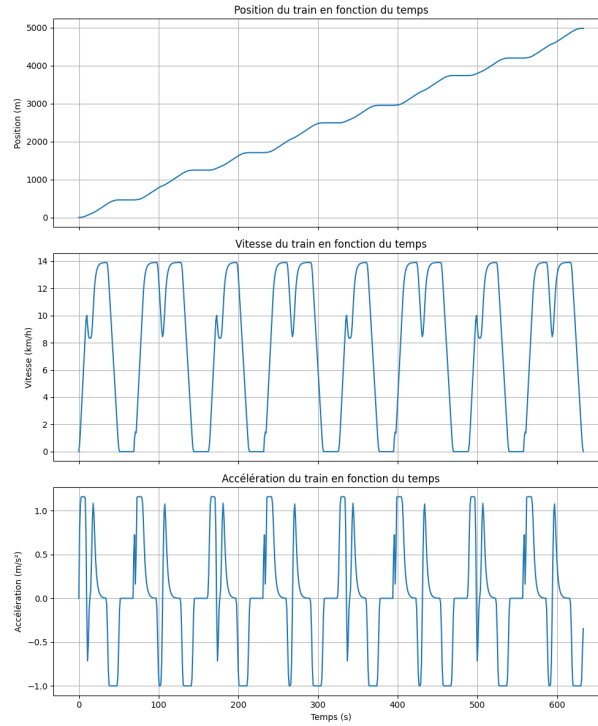


FIGURE 2.4 – La position du train, le vitesse du trian, l'accélération du train par rapport du temps

Après avoir calculé la vitesse v et l'accélération $\frac{dv}{dt}$, en utilisant le formule de $F_{\text{resistive}}$:

$$F_{\text{resistiv}} = (A_0 + A_1 \cdot M) + (B_0 + B_1 \cdot M) \cdot v + (C_0 + C_1 \cdot M) \cdot v^2$$

avec les constants qui sont :

$$M = 70 \text{ tonnes} \quad A_0 = 780 \text{ N} \quad A_1 = 6 \text{ N/tonne}$$

$$B_0 = 0 \quad B_1 = 0.14 \text{ N/tonne/(km}\cdot\text{h}^{-1}) \quad C_0 = 0.3634 \text{ N/(km}\cdot\text{h}^{-1})^2 \quad C_1 = 0$$

Nous pouvons facilement calculer la puissance mécanique à fournir, qui correspond à notre $P_{\text{mécanique}}$. cette puissance c'est la puissance que le train a besoin pour avance.

Attention, un rendement de l'ensemble de la chaîne de conversion (moteur + convertisseurs) est supposé constant et égal à 80%. Par ailleurs, il faut également alimenter différents systèmes à bord avec une consommation supposée constante et égale à 35 kW.

Lorsque le train avance et que $P_{\text{méca}}$ est supérieur à 0, cela indique que le train consomme de l'énergie pour surmonter la friction, accélérer ou maintenir sa vitesse de déplacement. L'efficacité de la chaîne de conversion d'énergie, composée du moteur et des convertisseurs, est de 80%, soit $\eta = 0.8$. Cela signifie que le moteur peut convertir efficacement l'énergie électrique obtenue du réseau en énergie mécanique, avec un rendement de conversion de 80%. Par exemple, si le moteur reçoit 100 kW de puissance électrique du réseau, il peut convertir 80 kW de cette puissance en puissance mécanique pour propulser le train.

Ainsi :

$$\eta = \frac{P_{\text{méca}}}{P_{\text{elect}}}$$

$$P_{\text{elect}} = \frac{P_{\text{méca}}}{\eta}$$

Cela signifie que pour surmonter la friction, accélérer, etc., la puissance électrique réellement nécessaire du réseau est :

$$P_{\text{elect}} = \frac{P_{\text{méca}}}{0.8}$$

De plus, la sous-station doit fournir suffisamment de puissance non seulement pour soutenir le mouvement du train mais aussi pour alimenter les autres systèmes à bord avec une puissance fixe de 35 kW. Par conséquent, la puissance totale fournie par la sous-station P_{plac} est calculée comme suit :

$$P_{\text{LAC}} = P_{\text{elect}} = \frac{P_{\text{méca}}}{0.8} + 35 \text{ kW}$$

Dans le cas inverse, lorsque le train freine et que $P_{\text{méca}} < 0$, il produit de l'énergie mécanique grâce au freinage régénératif, au lieu de consommer de l'énergie. Cette énergie mécanique est convertie en énergie électrique par le moteur, qui fonctionne alors comme un générateur, avec un rendement de conversion de 80% ($\eta = 0.8$). Autrement dit, 80% de la puissance mécanique générée est transformée en puissance électrique utile :

$$P_{\text{elect}} = P_{\text{méca}} \cdot \eta.$$

Une partie de cette puissance est utilisée pour alimenter les systèmes à bord du train (par exemple, la climatisation et l'éclairage), qui nécessitent une puissance minimale constante de $P_{\text{train_min}} = 35 \text{ kW}$. La puissance totale fournie par la sous-station, P_{plac} , s'exprime alors comme suit :

$$P_{\text{LAC}} = P_{\text{train_min}} + P_{\text{elect}}.$$

En substituant P_{elect} , on obtient :

$$P_{\text{LAC}} = P_{\text{méca}} \cdot \eta + 35 \text{ kW}.$$

Finalement, nous allons tracer les deux forces et P_{train} (qui est P_{lac}) dans la figure ci-dessous :

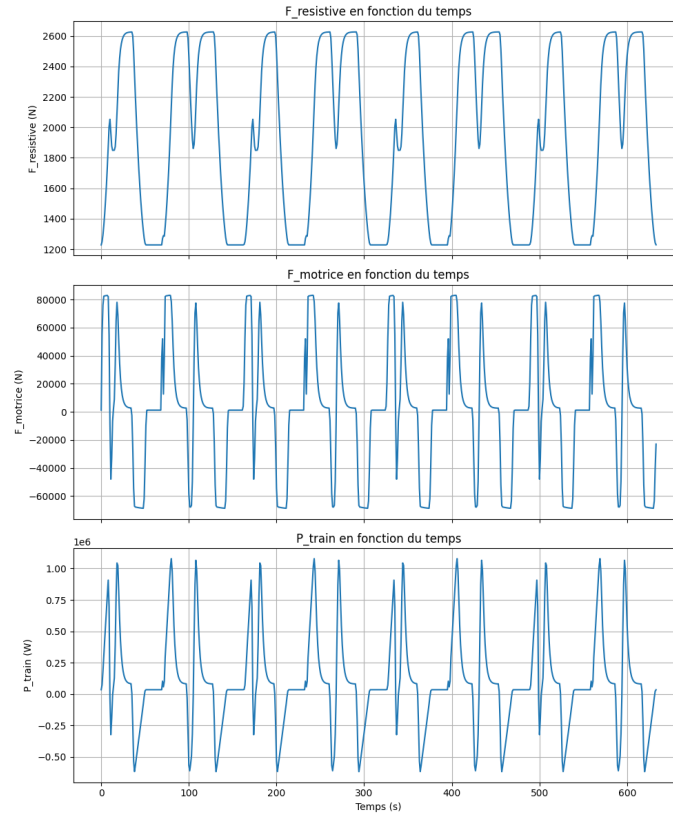


FIGURE 2.5 – Force resistive, Force motrice, Puissance du train par rapport du temps

La première figure illustre la résistance rencontrée par le train en mouvement, principalement composée de la résistance de l'air, de la friction et d'autres résistances mécaniques potentielles. $F_{\text{resistive}}$ est toujours positive, car elle consomme en permanence l'énergie fournie par le système de propulsion pour maintenir le mouvement. Lorsque la vitesse du train augmente, la résistance de l'air s'accroît, tandis qu'elle diminue à mesure que le train ralentit, tout en restant positive.

Dans la deuxième figure, la force motrice F_{motrice} oscille périodiquement entre des valeurs positives et négatives. Les valeurs positives correspondent aux phases d'accélération où une force de traction est appliquée, tandis que les valeurs négatives traduisent le freinage régénératif, convertissant l'énergie cinétique en énergie électrique.

La troisième figure montre les variations de la puissance P_{train} . Les phases de puissance positive indiquent que le train consomme de l'énergie pour avancer, tandis que les phases négatives traduisent la récupération d'énergie pendant le freinage. L'amplitude des oscillations de puissance est fortement corrélée à celle de F_{motrice} , confirmant que l'accélération du train entraîne une augmentation proportionnelle de la résistance et de la puissance requise.

Partie électrique

Calcul de la résistance équivalente

D'après la figure 2.3, nous pouvons calculer R_{eq} par la formule :

$$R_{eq1} = R_{sst} + \rho_{lac} \times x_1 + \rho_{rail} \times x_1, \quad R_{eq2} = R_{sst} + \rho_{lac} \times x_2 + \rho_{rail} \times x_2, \quad R_{eq_for} = \frac{R_{eq1} \times R_{eq2}}{R_{eq1} + R_{eq2}}.$$

avec :

- $R_{sst} = 33 \times 10^{-3} \Omega$ (la résistance de la sous-station)
- x_1 est la position du train par rapport à la sous-station 1.
- x_2 est la position du train par rapport à la sous-station 2, égale à la longueur entre les deux sous-stations moins x_1 .
- $\rho_{lac} = 131 \times 10^{-6} \Omega/m$
- $\rho_{rail} = 18 \times 10^{-6} \Omega/m$

Calcul de V_{train} et représentation graphique

Avec les données disponibles, nous pouvons calculer V_{train} en résolvant l'équation suivante :

$$V_{train} = \frac{1}{2} \left(V_{sst} + \sqrt{V_{sst}^2 - 4 \cdot R_{eq} \cdot P_{LAC}} \right)$$

Ensuite, nous représentons le résultat dans le graphique ci-dessous :

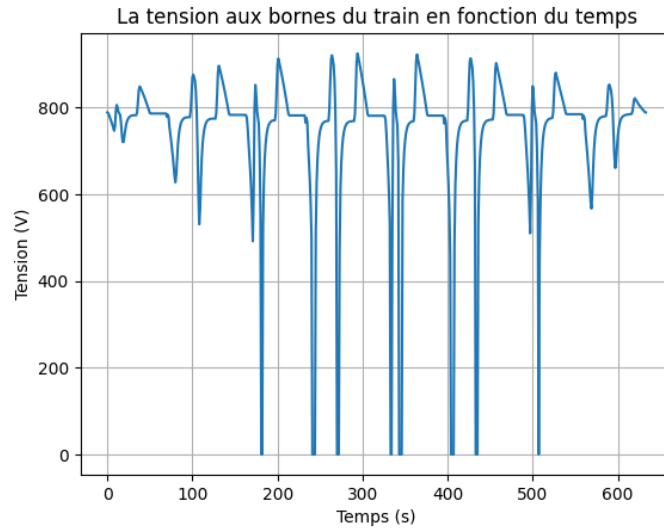


FIGURE 2.6 – La tension aux bornes du train en fonction du temps

Pour analyser cette figure, nous avons deux cas : $V_{train} = 0$ et $V_{train} > 790$. Nous commençons par le premier cas : $V_{train} = 0$, ce qui signifie que la tension fournie par le réseau n'est pas suffisante pour propulser le train. Cela nécessite l'introduction de notre deuxième composant, le système de batteries, qui fournira l'énergie nécessaire au train dans ces conditions. La deuxième cas, Nous constatons souvent que la tension dépasse 790 V, notre alimentation V_{sst} . Cela est dû au fait que nous n'avons pas défini de limite supérieure, car nous souhaitons montrer la partie où le train ralentit, qui se produit lorsque $V_{train} > 790$. Parce que selon la formule :

$$V_{train} = \frac{1}{2} \left(V_{sst} + \sqrt{V_{sst}^2 - 4 \cdot R_{eq} \cdot P_{LAC}} \right)$$

Lorsque le train ralentit, P_{LAC} devient négatif et la racine carrée $\sqrt{V_{sst}^2 - 4 \cdot R_{eq}}$ devient plus grande que V_{sst} , faisant que $V_{sst} + \sqrt{V_{sst}^2 - 4 \cdot R_{eq}}$ dépasse $2V_{sst}$ et donc V_{train} devient plus grande que 790 V. Cette partie de l'énergie peut être stockée et utilisée pour charger nos batteries. Une fois les batteries pleinement chargées, l'excédent d'énergie est dissipé sous forme de chaleur. Nous expliquerons ce processus en détail dans la deuxième partie concernant la modélisation avec batteries.

3

Modélisation avec la batterie

Introduction

L'analyse de la première partie montre qu'à de nombreuses reprises, les sous-stations situées le long des voies de tramway ne fournissent pas une puissance suffisante pour garantir le bon fonctionnement des trams.

Pour résoudre ce problème, nous avons conçu un système intégrant une batterie. Cette batterie fournit une puissance supplémentaire lorsque les sous-stations ne peuvent pas répondre aux besoins énergétiques du tramway. De plus, lors des phases de freinage, le freinage régénératif permet de récupérer l'énergie cinétique du tramway pour recharger la batterie. Lorsque la batterie est pleine, ou lorsqu'il n'y a pas d'autres trains ayant besoin d'énergie (dans notre cas, nous supposons qu'il n'y a qu'un seul train en circulation), le tramway, en phase de ralentissement, continue à fonctionner en mode générateur. Le moteur convertit alors l'énergie cinétique en énergie électrique. Cependant, cette énergie excédentaire ne peut pas être réinjectée dans le réseau de courant continu, car celui-ci n'est pas réversible.

Par conséquent, cette énergie doit être dissipée sous forme de chaleur à l'aide d'un rhéostat. Le rhéostat est une résistance de forte puissance capable de consommer l'énergie électrique excédentaire en la convertissant en chaleur. Pour gérer cette chaleur, un dissipateur thermique est généralement installé au sommet du train afin de faciliter son élimination et d'assurer la stabilité thermique du système.

Le fonctionnement global du système est illustré par le schéma suivant.

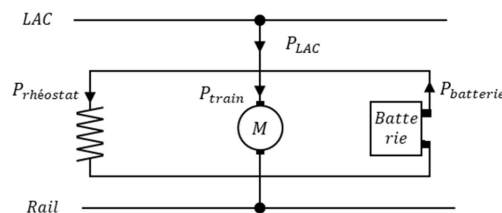


FIGURE 3.1 – Flux de puissance de l'alimentation hybride LAC/batterie

Mise à jour de l'état de charge de la batterie et calcul de la puissance de charge et de décharge

Tout d'abord, supposons une batterie d'une capacité de 0,292 kWh (292 Wh), initialement chargée à 50 %. Ensuite, nous fixons un seuil de tension de sécurité de 500 V, au lieu de 0 V, afin de garantir la sécurité du système. Avec ces paramètres de base en place, nous entamons la première étape : mettre à jour l'état de charge de la batterie (SOC) et calculer la puissance de charge et de décharge de la batterie pour le pas de temps actuel.

Selon le schéma du circuit du modèle, les besoins en puissance du train satisfont la relation suivante :

$$P_{\text{train}}(t) = P_{\text{LAC}}(t) + P_{\text{batterie}}(t) - P_{\text{rhéostat}}(t)$$

Dans le code, la logique de calcul de la puissance de la batterie est donnée par :

$$P_{\text{bat}} = P_{\text{train}}[i] - P_{\text{LAC_for}}$$

Ici, $P_{\text{rhéostat}}(t)$ n'est pas explicitement calculé, car nous définissons P_{res} séparément plus tard. Lorsque la batterie est pleine, la puissance excédentaire $P_{\text{res}} = P_{\text{rhéostat}}$.

En s'appuyant sur la formule d'énergie stockée de la batterie :

$$E_{\text{batterie}}(t) = E_{\text{batterie}}(t_0) - \int_{t_0}^t P_{\text{batterie}}(t) dt$$

l'évolution de l'énergie de la batterie est calculée par pas de temps discret :

$$\Delta E_{\text{batterie}} = P_{\text{bat}} \cdot \Delta t / 3600$$

et l'état de charge mis à jour est donné par :

$$\text{charge_new} = \text{charge_Batterie}[-1] - \Delta E_{\text{batterie}}$$

où :

- $\text{charge_Batterie}[-1]$ représente l'état de charge de la batterie au pas précédent.
- Δcharge est la variation de l'énergie de la batterie à ce pas.
- Δt représente l'intervalle de temps entre deux pas successifs, exprimé en secondes.
- 3600 est un facteur de conversion permettant de passer des secondes aux heures, assurant la cohérence des unités entre la puissance (en watts) et l'énergie (en watt-heures).
- charge_new représente l'état de charge de la batterie au pas actuel.

Pour garantir que l'énergie de la batterie reste dans les limites physiques (entre 0 et la capacité maximale), le code introduit les conditions de bord suivantes :

1. Cas de surcharge : Lorsque la batterie est pleine, l'excès de puissance est défini comme P_{res} , exprimé par :

$$P_{\text{res}} = \frac{\text{charge_new} - \text{capacite_batterie}}{\Delta t / 3600}$$

Cet excès de puissance, P_{res} , ne pouvant pas être stocké dans la batterie, est considéré comme consommé par le rhéostat pour être dissipé sous forme de chaleur.

2. Lorsque l'énergie de la batterie est épuisée : Lorsque $\text{charge_new} < 0$, cela signifie que la décharge précédente (Δcharge) a été trop importante, et que la batterie a été complètement déchargée. Cependant, cette décharge reste insuffisante pour répondre aux besoins en énergie. Cette partie manquante doit être compensée par une source externe, comme une sous-station (substation). Cette compensation est représentée par P_{res} :

$$P_{\text{res}} = \frac{-\text{charge_new}}{\Delta t / 3600}$$

Enfin, pour garantir le réalisme, la capacité de la batterie dans le modèle ne peut pas être négative. Par conséquent, la valeur de charge_new est fixée à 0, indiquant que la capacité de la batterie est épuisée. En réalité, dans cette situation, le calcul de P_{res} ne représente pas une dissipation thermique. Nous utilisons P_{res} uniquement pour enregistrer les données lorsque la batterie est épuisée, afin d'analyser la situation. Cela signifie qu'à un moment donné, les besoins en puissance dépassent la capacité restante de la batterie, ce qui rend charge_new négatif. Cependant, dans un système réel, une batterie ne peut pas avoir une capacité négative, car cela entraînerait une défaillance complète du circuit. Si cela se produit dans le modèle, cela indique que la capacité de la batterie est insuffisante pour répondre aux besoins du système. Par conséquent, ce modèle ne serait pas valide dans cette configuration. Ici, P_{res} est utilisé uniquement comme un indicateur pour enregistrer les données. (Notez que dans le problème d'optimisation ci-dessous, dans la figure 3.4, il y a des points bleus, ces points bleus sont ceux qui indiquent qu'il n'y a pas assez de capacité de batterie, donc ce sont ceux qui doivent être exclus de l'optimisation. En revanche, les points jaunes représentent la vraie SOLUTION. Pour déterminer si un point est bleu, nous utilisons cette approche : dans le problème d'optimisation ci-dessous, nous redéfinissons charge_new pour qu'il retourne "false" au lieu de suivre la formule actuelle. Si, lors de l'évaluation du changement de charge de la batterie, un point retourne "false", cela indique qu'il s'agit d'un point bleu.

2. Fonction `calcul_tension_avec_batterie`

La fonction `calcul_tension_avec_batterie` simule le comportement d'un système hybride batterie-sous-stations et calcule, pour chaque pas de temps, la tension de la ligne d'alimentation (LAC), l'état de la batterie et les différentes puissances (puissance fournie par la LAC, puissance fournie ou absorbée par la batterie et puissance dissipée par le rhéostat).

Entrées de la fonction

- `position_pas` : Positions du train à chaque pas de temps (tableau).
- `Vsst` : Tension d'entrée des sous-stations (LAC).
- `Vsafe` : Tension minimale de sécurité pour le train.
- `Rsst` : Résistance des sous-stations.
- `ρlac, ρrail` : Résistances par unité de longueur de la ligne d'alimentation et des rails.
- `Ptrain` : Puissance demandée par le train à chaque pas de temps.
- `temps_pas` : Tableau des pas de temps utilisé pour calculer les intervalles.
- `capacite_batterie` : Capacité totale de la batterie.
- `charge_initial` : État initial de charge de la batterie (SOC).

Initialisation des variables

- R_{eq} : Tableau des résistances équivalentes (utilisées pour les calculs de tension).
- V_{train} : Tension aux bornes du train à chaque pas de temps.
- P_{LAC} : Puissance fournie par la LAC.
- $P_{batterie}$: Puissance fournie ou absorbée par la batterie.
- $P_{rhéostat}$: Puissance dissipée par le rhéostat.
- **charge_Batterie** : Tableau contenant l'état de charge de la batterie (SOC) à chaque pas de temps.

Étape 1 : Calcul de la résistance équivalente

La position du train est divisée en x_1 et x_2 , représentant respectivement les distances du train aux deux sous-stations. La résistance équivalente des deux sous-stations est donnée par :

$$R_{eq_for} = \frac{R_{eq1} \cdot R_{eq2}}{R_{eq1} + R_{eq2}}$$

Cette résistance équivalente est utilisée dans les calculs ultérieurs de tension et de puissance.

Étape 2 : Analyse de la demande de puissance du train

La demande de puissance du train ($P_{train}[i]$) est analysée selon trois cas :

- $P_{train}[i] > 0$: Le train consomme de l'énergie (accélération ou vitesse constante).
- $P_{train}[i] = 0$: Le train est à l'arrêt ou ne consomme pas d'énergie.
- $P_{train}[i] < 0$: Le train est en freinage (récupération d'énergie).

Cas 1 : Le train consomme de l'énergie ($P_{train}[i] > 0$)

(1) Vérification de la capacité de la LAC à fournir la puissance demandée :

La condition est évaluée à l'aide du discriminant :

$$\Delta = V_{sst}^2 - 4 \cdot P_{train}[i] \cdot R_{eq}$$

- Si $\Delta > 0$: La LAC peut fournir la puissance demandée.
- Si $\Delta \leq 0$: La LAC ne peut pas fournir la puissance demandée, et la batterie doit compenser le manque.

(2) Cas où la LAC peut fournir la puissance demandée ($\Delta > 0$) : La tension aux bornes du train est calculée comme suit :

$$V_{train_for} = \frac{V_{sst} + \sqrt{\Delta}}{2}$$

- $V_{train_for} \geq V_{safe}$: La LAC satisfait complètement la demande.

$$P_{LAC_for} = P_{train}[i]$$

La batterie n'intervient pas, mais son état est mis à jour par la fonction `mise_a_jour_SOC`.

- $V_{train_for} < V_{safe}$: La LAC ne peut pas satisfaire complètement la demande.

$$P_{LAC_for} = \frac{(V_{sst} - V_{safe}) \cdot V_{train_for}}{R_{eq}}$$

La batterie fournit le reste de la puissance demandée, en entrant en mode décharge. Son état est mis à jour par `mise_a_jour_SOC`.

(3) Cas où la LAC ne peut pas fournir la puissance demandée ($\Delta \leq 0$) :

$$V_{\text{train_for}} = V_{\text{safe}}$$

$$P_{\text{LAC_for}} = \frac{(V_{\text{sst}} - V_{\text{safe}}) \cdot V_{\text{train_for}}}{R_{\text{eq}}}$$

La batterie compense toute la puissance restante, entre en mode décharge, et son état est mis à jour.

Cas 2 : Le train ne consomme pas d'énergie ($P_{\text{train}[i]} = 0$)

Le train n'a pas de demande de puissance :

$$V_{\text{train_for}} = V_{\text{sst}}, \quad P_{\text{LAC_for}} = 0$$

La batterie reste inactive et son état ne change pas.

Cas 3 : Le train est en freinage ($P_{\text{train}[i]} < 0$)

L'énergie cinétique du train est récupérée par son moteur fonctionnant en génératrice :

$$V_{\text{train_for}} = V_{\text{sst}}, \quad P_{\text{LAC_for}} = 0$$

- Si la batterie n'est pas pleine : L'énergie récupérée est stockée dans la batterie (mode charge).
- Si la batterie est pleine : L'excès d'énergie est dissipé sous forme de chaleur par le rhéostat.

L'état de la batterie est mis à jour par `mise_a_jour_SOC`.

Rôle de la fonction `mise_a_jour_SOC`

Cette fonction est utilisée dans tous les cas pour mettre à jour l'état de charge de la batterie (SOC) :

- **Décharge** : Calcul de la puissance réellement fournie par la batterie (P_{bat}) et enregistrement de toute puissance non satisfaite (P_{res}).
- **Charge** : Calcul de la puissance absorbée par la batterie (P_{bat}) et de l'énergie excédentaire (P_{res}) dissipée par le rhéostat.
- **Inactivité** : Enregistrement de l'état actuel sans modification du SOC.

3. Analyser graphique

Enfin, nous avons tracé trois graphiques afin de comparer et d'analyser : la tension du train (V_{train}) en fonction du temps, la puissance fournie par la LAC, la batterie et le convertisseur, ainsi que l'état de charge de la batterie.

Analyse des graphes

La première figure représente la *tension du train en fonction du temps*. Nous observons que sa valeur ne dépasse jamais 790 V (V_{sst}) et ne descend pas en dessous de 500 V, ce qui correspond à la tension minimale de sécurité que nous avons fixée.

La deuxième figure illustre les puissances des différents éléments :

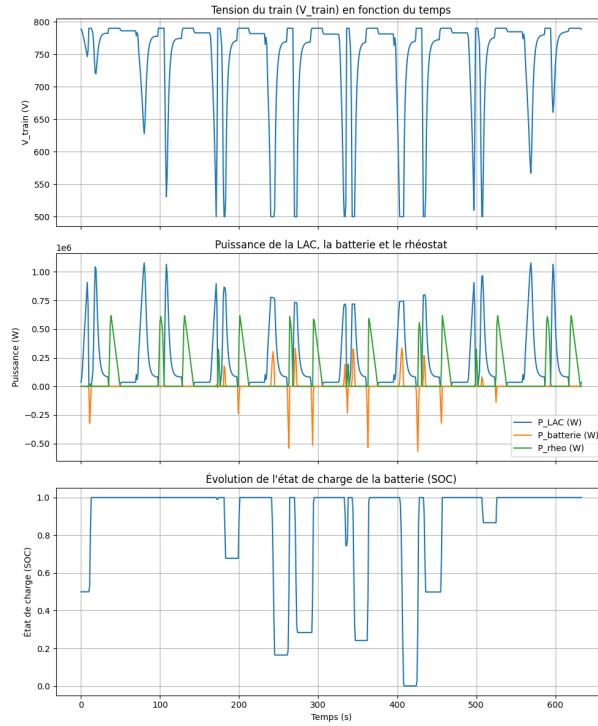


FIGURE 3.2 – figures tracés

- La puissance de la LAC (P_{LAC}) est représentée par la ligne bleue.
- La puissance de la batterie ($P_{batterie}$) est représentée par la ligne jaune. Remarquons que lorsque $P_{batterie}$ est négative, cela signifie que la batterie est en train de se charger ; lorsqu'elle est positive, cela signifie que la batterie se décharge pour fournir de l'énergie au train. Cette convention a été choisie pour faciliter la comparaison entre P_{LAC} et $P_{batterie}$, sinon les deux courbes se superposeraient et seraient difficiles à analyser.
- La puissance du rhéostat ($P_{rhéostat}$) est représentée par la ligne verte, correspondant à l'énergie dissipée sous forme de chaleur.

En comparant la première et la deuxième figure, nous remarquons que lorsque V_{train} atteint son pic de vallée, cela signifie généralement que le train a une très forte demande de puissance à cet instant précis. Pour répondre à cette demande, la puissance de la LAC (P_{LAC}) augmente rapidement et atteint son pic de crête.

Lorsque $V_{train} = 500$ V, cela indique que la tension a atteint le seuil de sécurité, et P_{LAC} est maximal. Cependant, cette puissance seule ne suffit pas à alimenter le train, et la batterie doit intervenir pour fournir de l'énergie supplémentaire. Cela est visible lorsque $P_{batterie}$ devient positif, ce qui signifie que la batterie participe à l'alimentation du train.

Inversement, lorsque $V_{train} = 790$ V, nous observons que $P_{LAC} = 0$, ce qui signifie que la LAC n'intervient pas. Dans ce cas, $P_{batterie}$ est négatif, indiquant que la batterie est en train de se charger. Lorsque la batterie est en charge et qu'elle atteint sa capacité maximale, l'énergie excédentaire est dissipée via le rhéostat ($P_{rhéostat}$). Ainsi, lorsque $P_{batterie}$ est négatif, une partie de l'énergie est convertie en chaleur, ce qui se traduit par une valeur positive de $P_{rhéostat}$.

En comparant avec la troisième figure, qui montre l'évolution de l'état de charge (SOC) de la batterie, nous remarquons que :

- Lorsque $P_{batterie}$ est négatif (batterie en charge), le SOC augmente et atteint sa valeur maximale (SOC = 1).

— Lorsque P_{batterie} est positif (batterie en décharge), le SOC diminue.

Lien avec le problème d'optimisation

Comment formuler notre problème d'optimisation ? Tout d'abord, en ce qui concerne la batterie, nous remarquons dans la troisième figure que le SOC descend à 0 à certains moments. Cela indique que la batterie est complètement déchargée, ce qui est un mauvais scénario car cela signifie que la capacité de la batterie est insuffisante. De plus, dans la deuxième figure, nous observons de nombreuses occurrences où $P_{\text{rhéostat}}$ est positif, ce qui indique que beaucoup d'énergie cinétique est dissipée sous forme de chaleur au lieu d'être stockée dans la batterie. Cela suggère également que la capacité de la batterie est trop petite.

Ainsi, notre premier objectif d'optimisation est de déterminer une capacité optimale pour la batterie. Cette capacité doit être suffisamment grande pour éviter les situations où le SOC descend à 0, tout en minimisant les pertes d'énergie via le rhéostat ($P_{\text{rhéostat}}$). Cependant, il faut également prendre en compte que des batteries de plus grande capacité entraînent des coûts plus élevés. Par conséquent, nous devons équilibrer ces contraintes pour trouver une solution optimale.

Ensuite, nous devons également optimiser les variations de tension (*saut de tension*) pour garantir la sécurité et la stabilité du système. Cette partie sera abordée plus en détail dans la section suivante.

3.1 Résolution du problème d'optimisation bi-objectif

3.1.1 Méthode de Monte Carlo

La méthode de Monte Carlo, consiste en l'exploration "bête et méchante" de l'espace de décision, en effectuant un tirage aléatoire d'un grand nombre de points dans l'espace de décision. Cette méthode simple mais efficace permet d'explorer l'ensemble des solutions possibles et d'identifier les points d'intérêt dans l'espace des objectifs.

Paramètres et règles de gestion

Pour ce projet, les paramètres et règles suivants sont utilisés : - **Résistances linéiques** : $\rho_{lac} = 95 \times 10^{-6} \Omega/\text{m}$ et $\rho_{rail} = 10 \times 10^{-6} \Omega/\text{m}$. - **Rendement de la batterie** : $\eta = 90\%$. - **Règles de gestion** : 1. Si $P_t < 0$, la puissance est stockée dans la batterie si possible, sinon dissipée dans le rhéostat. 2. Si $0 \leq P_t \leq P_{seuil}$, la LAC fournit P_t et la batterie reste inactive. 3. Si $P_t > P_{seuil}$, la batterie fournit le complément, dans la limite de sa capacité.

Étapes principales de la méthode

On a d'abord générer une population aléatoire de solutions potentielles dans l'espace de décision (taille de la batterie et tension de sécurité). Ensuite pour chaque solution : - on a vérifié si la batterie peut répondre aux besoins énergétiques du train sur tout le parcours grâce à une simulation de mise à jour de l'état de charge (SOC). - On a enregistré les solutions valides qui respectent les contraintes. Finalement, on a identifié le front de Pareto parmi les solutions valides en analysant les points non dominés.

Fonctions utilisées

- **Fonction mise_a_jour_SOC** : Cette fonction est utilisée pour mettre à jour l'état de charge de la batterie. Elle prend en compte les puissances fournies et consommées à chaque pas de temps, et ajuste la charge en fonction de la capacité de la batterie.
- **Fonction calcul_SOC_seule** : Elle simule l'état de charge de la batterie tout au long du trajet et vérifie si la batterie reste dans ses limites opérationnelles. Si la batterie se vide, la solution est considérée comme non valide.
- **Fonction pareto_frontier** : Identifie les solutions non dominées dans l'espace des objectifs, permettant de construire le front de Pareto.

Visualisation et interpretation des résultats

Deux graphiques ont été produit représentant les solutions valides dans l'espace de decision et le front de Pareto dans l'espace des objectifs.

Dans la figure 3.3 représentant l'espace des solutions, les points marqués en bleu correspondent aux solutions non valides. Ces solutions sont caractérisées par une capacité de batterie insuffisante pour répondre aux besoins énergétiques du train lorsque l'alimentation des sous-stations (SST) est coupée.

Dans la figure 3.4, seules les solutions valides sont conservées et affichées. Parmi celles-ci, le Front de Pareto est mis en évidence en orange. Ce front représente l'ensemble des solutions optimales non dominées, c'est-à-dire les compromis les plus performants entre la minimisation de la capacité de la batterie et la minimisation de la chute de tension.

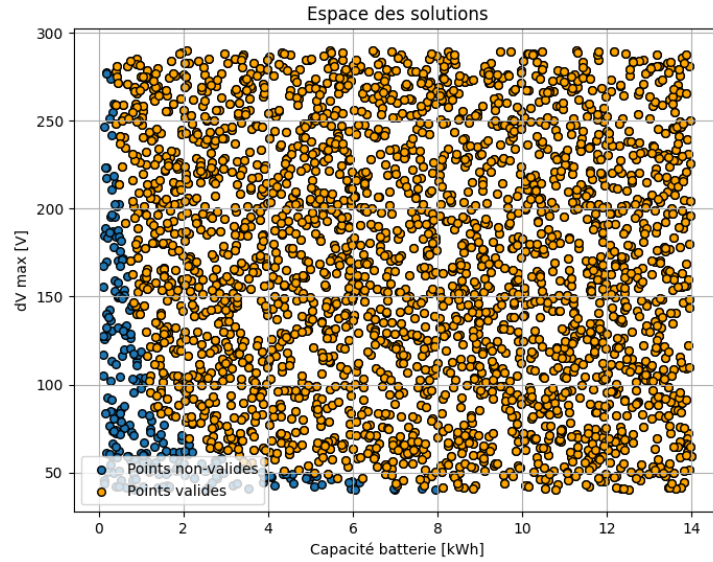


FIGURE 3.3 – Illustration des solutions valides et non-valides dans l'espace des objectifs.

3.1.2 Mise en place de l'algorithme NSGA-II

Les méthodes qui explorent l'espace de recherche et ciblent les solutions prometteuses sont adaptées pour résoudre des problèmes complexes. L'algorithme génétique NSGA-II est particulièrement efficace pour trouver un ensemble de compromis optimaux dans ce problème bi-objectif. Ainsi, nous avons choisi d'appliquer cette méthode pour optimiser notre problème bi-objectif.

Étapes d'implémentation

L'implémentation de NSGA-II pour notre problème repose sur les éléments suivants :

1. **Codage des individus** : Chaque individu est défini par un vecteur contenant la capacité de la batterie C_{bat} (en Wh) et la tension de sécurité V_{safe} (en V).
2. **Fonction objectif** : - Objectif 1 : Minimisation de la capacité de la batterie (C_{bat} en kWh). - Objectif 2 : Minimisation de la chute de tension ($|V_{SST} - V_{safe}|$). - Les individus non réalisables (batterie vide) reçoivent des valeurs infinies pour ces objectifs.
3. **Opérateurs de croisement et mutation** : Le croisement linéaire est utilisé avec un facteur α tiré aléatoirement dans l'intervalle $[-0.1, 1.1]$ pour diversifier la génération suivante.
4. **Hyperparamètres** : - Taille de la population : 100 individus. - Nombre de générations : 7. - Proportion de parents conservés : 50%.

Fonctions principales

- **init_population** : Initialise une population aléatoire dans l'espace de recherche, chaque individu étant défini par C_{bat} et V_{safe} .
- **evaluate_individual** : Évalue les performances d'un individu selon les deux objectifs définis. Si la contrainte de SOC est violée, les objectifs sont définis comme infiniment grands.
- **crossover** : Réalise un croisement linéaire entre deux parents pour générer un nouvel individu. Les valeurs des gènes sont ajustées pour rester dans leurs bornes respectives.
- **fast_nondominated_sort** : Trie la population selon les niveaux de domination, permettant de distinguer les fronts de Pareto successifs.

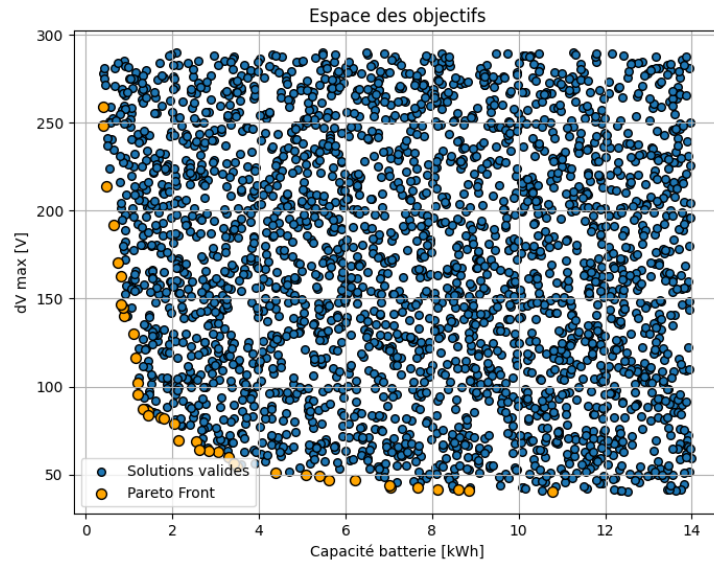


FIGURE 3.4 – Front de Pareto et solutions valides dans l'espace des objectifs

- **reproduction** : Génère de nouveaux individus en croisant les parents sélectionnés. Cette étape assure la diversité de la population.

Cette approche permet de générer des solutions optimales en explorant efficacement l'espace de recherche.

Résultats et visualisation

Pour illustrer l'évolution de l'algorithme, nous présentons ci-dessous les résultats de la première et la dernière génération, les autre figure vous pouvez trouvez sur notre code.

Le principe de cette méthode est le suivant : à la première génération, une certaine quantité de population est générée de manière aléatoire. Ensuite, la fonction **evaluate_individual** est utilisée pour identifier les points non valides et les retirer. La fonction **fast_nondominated_sort** est alors appliquée pour trouver les fronts, qui sont représentés par des points rouges sur le graphique. À la deuxième génération, ces points rouges sont utilisés comme parents. Les fonctions **crossover** et **reproduction** sont appliquées à la population et aux fronts pour effectuer un entraînement, de manière à rapprocher les points de la population de la courbe formée par les fronts. Pour les troisième, quatrième, cinquième, sixième et septième générations, les points de la population se rapprochent de plus en plus de cette courbe formée par les fronts (comme on peut l'observer sur les images, ce qui montre que l'entraînement est efficace), rendant la courbe plus nette. Enfin, à la septième génération, on peut observer une courbe de Front de Pareto claire.

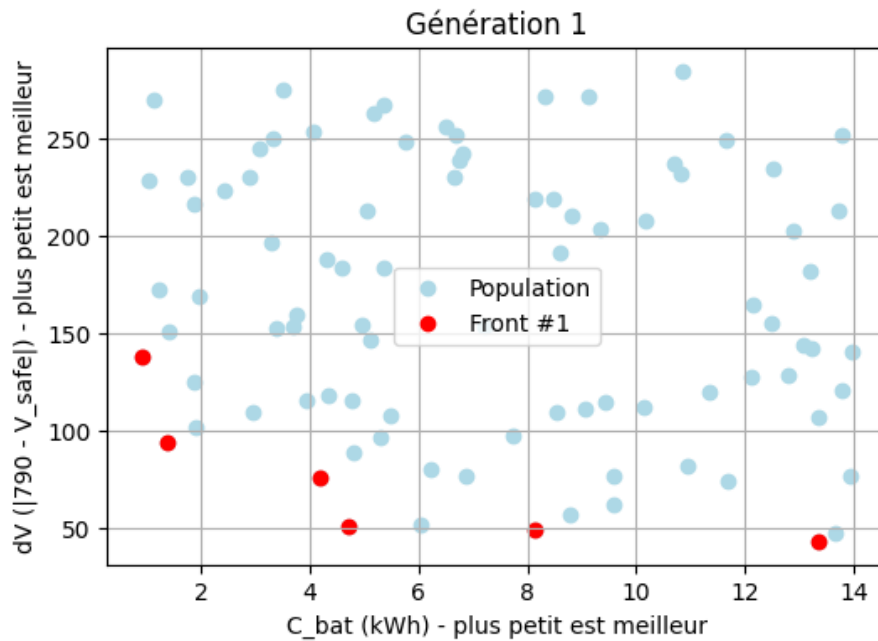


FIGURE 3.5 – Population initiale et Front de Pareto à la génération 1

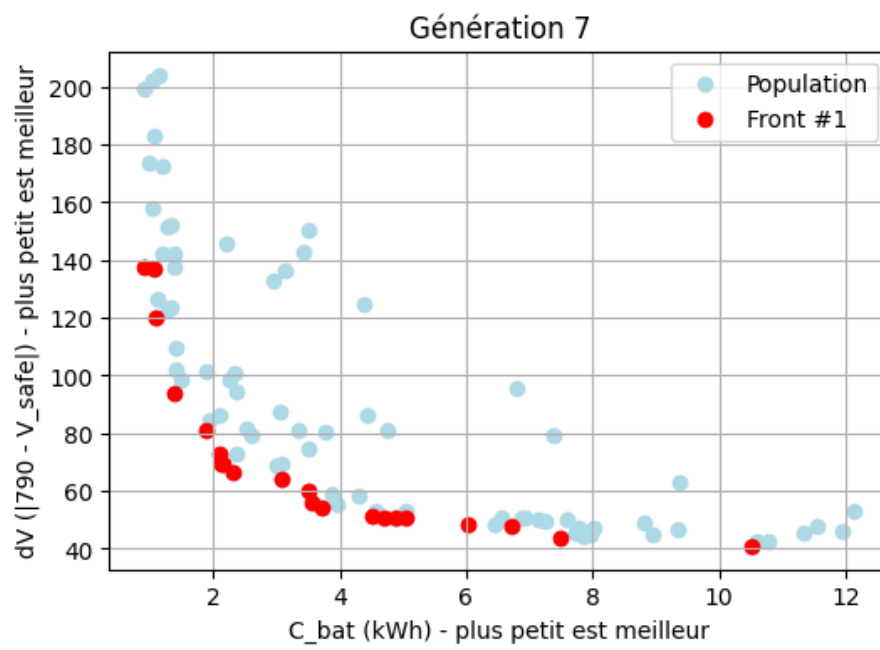


FIGURE 3.6 – Population finale et Front de Pareto à la génération 7

Conclusion

Ce projet a permis d'explorer une problématique cruciale dans les systèmes ferroviaires modernes : le dimensionnement optimal d'un système de stockage embarqué pour améliorer l'efficacité énergétique et la stabilité du réseau. À travers l'étude d'un tramway alimenté par un système hybride LAC/batterie, nous avons abordé des défis techniques tels que la récupération d'énergie de freinage, la réduction des chutes de tension, et le compromis entre performance et coût.

L'utilisation des méthodes Monte Carlo et NSGA-II a mis en évidence l'importance des outils d'optimisation multi-objectifs pour traiter des problèmes complexes. Alors que la méthode Monte Carlo a offert une exploration exhaustive de l'espace des solutions, l'algorithme NSGA-II s'est avéré plus efficace pour identifier les solutions Pareto-optimales avec un nombre réduit d'évaluations.

En termes de modélisation, ce projet a souligné l'importance de simplifier les systèmes complexes tout en conservant leur réalisme. Les résultats obtenus offrent des pistes pour optimiser les systèmes de stockage embarqués dans des environnements ferroviaires réels.