1-ma’ruza.Kirish. Diskret tuzilmalar va ularga misollar.

Diskret tuzilmalar. Algebraik tuzilmalar, misollar.To'plam tushunchasi, to'plam elementlari. To'plamga tegishlilik tushunchasi. Universal to'plam. Bo'sh to'plam. Chekli (cheksiz) to'plamlar.Xos to'plam. To'plamlarning berilish usullari.

To‘plamlar nazariyasining asosini XIX asr matematiklari yaratishdi. Ular o‘z oldilariga matematik tahlil asosini yaratishni maqsad qilib qo‘yishgan edi. Bu nazariyaning asosini nemis matematigi Georg Kantor yaratdi. Birinchi bo‘lib to‘plam tushunchasiga quyidagicha ta’rif berdi:

To‘plam – bu birgalikda deb idrok etiladigan juda ko‘plikdir.

To‘plamga berilgan bunday ta’rif uch xil simvol kiritishga majbur qildi.

Birinchi simvol to‘plamni birgalikda yagonaligini bildirish uchun bu to‘plpmlarin o‘zini lotin alifbosining bosh harflari **A, B, C, ...** bilan belgilashga kelishib olindi.

Ikkinchi simvol to‘plamning ko‘pligini bildiruvchi, ya’ni to‘plamning elementi deb qaralishi kerak bo‘lgan simvol sifatida lotin alifbosining kichik harflaridan **a, b, c,** ...foydalanishga kelishib olindi.

Uchinchi simvol esa to‘plam elementini to‘plamga tegishliligini bildiruvchi $\in$ belgi kiritildi, bu belgi grekcha $\in \tau\sigma i$ (bo‘lmoq, tegishli) so‘zining birinchi harfidan olingan.

Shunday qilib x element X to‘plamga tegishliligi $x \in X$ kabi, tegishli emasligi esa $x \notin X$ kabi belgilanadi.

Ta’kidlab o‘tish kerakki to‘plamning elementlarini o‘zi ham yana to‘plam bo‘lishi mumkin.Masalan: $A = \{410-05, 411\text{-}05, 412\text{-}05 \text{ гурухлар}\}$

$410-05 \in A, 411\text{-}05 \in \mathrm{A}, 412\text{-}05 \in \mathrm{A}$. Guruhlarning har biri esa 20-25 talabadan iborat to‘plamdir.

To‘plamning berilish usullari.

To‘plamni unga tegishli elementlarni hammasini keltirish orqali yoki to‘plam elementlari qanoatlantiradigan xossalari bilan ham keltirilishi mumkin. Agar $x_1, \mathrm{x}_2, ..., \mathrm{x}_\mathrm{n}$ - A to‘plamning barcha elementlari bo‘lsa, u holda $A = \{x_1, x_2, ..., x_n\}$ kabi yoziladi. Aytaylik B to‘plam R-xossaga ega bo‘lgan va ega bo‘lmagan elementlardan iborat to‘plam bo‘lsin. U holda R xossaga ega bo‘lgan B to‘plam elementlaridan iborat A to‘plam quyidagicha belgilanadi:

$$A = \{\exists x \in B : x \text{ lar } R \text{ xossaga ega}\}$$

Misol. Arab raqamlari to‘plamini ikki xil berish mumkin:

$$A = \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$$

$$A = \{\exists x : \ x - arab \qquad sonlari\}$$

Lekin to‘plamga berilgan bunday ta’rif yillar o‘tib yetarli emasligi aniqlandi, chunki bir qancha ichki paradokslar kelib chiqdi.

Rassel paradoksi: X to‘plam – biror bir qishloqning soch oldiradigan odamlar to‘plami bo‘lsin. x- shu qishloqning sartaroshi bo‘lsin. Savol $x \in X - ?, \text{ёки}\_x \notin X - ?$

Bu chavolga mantiqan zid bo‘lmagan javobni olishni iloji yo‘q, chunki $x \in X$ desak, ya’ni sartaroshning o‘zi ham sochini oldiradiganlar to‘plamiga kiradi desak, u holda o‘z-o‘zidan $x \notin X$ degan ziddiyatga kelamiz, chunki u o‘zini sochini o‘zi olaolmaydi. Bir vaqtning o‘zida $x \in X$ va $x \notin X$ bo‘lib qolayapti. Agar $x \notin X$ ya’ni sartarosh soch oldiradiganlar to‘plamiga kirmasa, u holda demak u o‘zini sochini o‘zi olishi kelib chiqadi, bu degani esa $x \in X$, yana qarama-qarshilik.

Ta’rif 1. To‘plam deb biror bir umumiy xususiyatga ega bo‘lgan turli tabiatli ob’yektlar majmuasiga aytiladi. Turli tabiatga ega bo‘lgan ob’yektlar esa to‘plamning elementlari deyiladi.

Hozirgi kunda to‘plamlar nazariyasining bir nechta aksiomatik tizimlari mavjud ular nimadandir bir-birini to‘ldirsa, ayrim tasdiqlarda bir-birini inkor qiladi. Ekspertlarning bahosi bo‘yicha mavjud tizimlar ichida eng yaxshisi SERMELO tizimi (Z-tizim) hisoblanadi.

Ta’rif 2. Agar to‘plam elementlari soni chekli bo‘lsa, u holda to‘plam chekli to‘plam deyiladi, aks holda cheksiz to‘plam deyiladi.

Cheksiz to‘plamlar ikkiga bo‘linadi: sanoqli va sanoqsiz to‘plamlar. Quyidagicha belgilashlar kiritamiz:

Natural sonlar to‘plami $N = \{1,2,3,.......,n,...\}$. Butun sonlar to‘plami $Z = \{0,\pm1,\pm2,\pm3,......\}$
.

Ratsional sonlar to‘plami $Q = \left\{\frac{m}{n},\_\, m,n \in Z\right\}$. Haqiqiy sonlar to‘plami $R = (-\infty,+\infty)$

Ta’rif 3. Agar chyeksiz to‘plam elementlarini natural sonlar qatori bilan nomerlab chiqishning iloji bo‘lsa, u holda bu to‘plam sanoqli to‘plam, aks holda sanoqsiz to‘plam deyiladi.

Misol. Juft sonlar to‘plami
$$\begin{array}{l} M = \{2,\ 4,\ 6,\ 8,.........\} \\ \quad\ \ \ \downarrow\ \ \downarrow\ \ \downarrow\ \ \downarrow \\ N = \{1,\ 2,\ 3,4,..........\} \end{array}$$

Haqiqiy sonlar to‘plami $R = (-\infty,+\infty)$ sanoqsiz to‘plam.

Ta’rif 4. Chekli va sanoqli to‘plamlarga Diskret to‘plamlar deyiladi.

Misol. $A = \{2,5,7\}$to‘plamning barcha to‘plam ostilarini yozamiz

$A_1 = \{2,5,7\}$, $A_2 = \{2,5,\}$, $A_3 = \{2,7\}$, $A_4 = \{5,7\}$, $A_5 = \{2\}$, $A_6 = \{5\}$, $A_7 = \{7\}$, $A_8 = \{\varnothing\}$.

A_1, A_8 - to‘plamlar A to‘plamning xosmas to‘plam ostilari.

$A_2, A_3\ A_4, A_5\ A_6, A_7$ - to‘plamlar A to‘plamning xos to‘plam ostilari.

Agar to‘plam chyekli bo‘lib n ta elementdan iborat bo‘lsa, u holda bu to‘plamning barcha to‘plam ostilari 2^n ta bo‘ladi.

Ta’rif 5. A to‘plamning barcha to‘plam ostilari to‘plamiga **Bulean** yoki **darajali to‘plam** deyiladi va 2^A kabi belgilanadi. Shunday qilib $2^A = \{\exists B, B \subseteq A\}$.

U yoki bu muammoni yechishda biz biror bir to‘plamga asoslanamiz.

Ta’rif 6. Berilgan tadqiqotda duch kelinadigan barcha elementlar to‘plami **universal to‘plam** deyiladi va **U** kabi belgilanadi.

To‘plamda tartib munosabati tushunchasi.

A=<a, b> to‘plam elementlari uchun qo‘shimcha shart: a element **b** dan oldin keladi (yoki **b** element a dan keyin keladi) sharti bajarilsa A ga **tartiblashtirilgan juftlik** deyiladi. Umumiy holda to‘plam elyemyentlari ikki va undan ortiq bo‘lsa, u holda **tartiblashtirilgan to‘plam** tushunchasi kiritiladi.