

§1. Ilgarlanma harakat kinematikasi



- Umumiy holda tezlik va tezlanish quyidagicha ifodalanadi:

$$v = \frac{dS}{dt}, \quad a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2S}{dt^2}$$

- To'g'ri chiziqli tekis harakatda tezlik va tezlanish:

$$v = \frac{S}{t} = \text{const}, \quad a = 0$$

- To'g'ri chiziqli tekis o'zgaruvchan harakat tenglamalari:

$$a = \text{const}, \quad v = v_0 + at, \quad S = S_0 + v_0t + \frac{at^2}{2}, \quad x = x_0 + v_0t + \frac{at^2}{2}$$

- Tortishish maydoni ta'siridagi jismning harakat tenglamalari:

$$g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad v = v_0 + gt, \quad h = v_0t + \frac{gt^2}{2}, \quad y = y_0 - h = y_0 - v_0t - \frac{gt^2}{2}$$

- To'g'ri chiziqli notekis harakatda o'rtacha tezlik:

$$v_{\text{ort}} = \frac{S_{\text{um}}}{t_{\text{um}}}$$

Masala yechish namunalari

1. Avtomobil o'z harakati vaqtining birinchi yarmini 80km/soat tezlik bilan, qolgan vaqtda 40km/soat tezlik bilan harakatlangan. Avtomobil harakatining o'rtacha tezligi topilsin.

Berilgan: $v_1 = 80 \text{ km/soat}$, $v_2 = 40 \text{ km/soat}$, $t_1 = t_2 = t/2$.

Topish kerak: $v_{\text{ort}} - ?$

Yechilishi: To'g'ri chiziqli notekis harakatda o'rtacha tezlik $\mathcal{G}_{o'r} = \frac{S_{um}}{t_{um}}$ (1)

formuladan aniqlanadi, bu yerda $t_1 = t_2 = \frac{t}{2}$, S_1 – avtomobilning t_1 vaqtda bosib

o'tgan yo'li, S_2 – avtomobilning t_2 vaqtda bosib o'tgan yo'li va $S_{um} = S_1 + S_2$,

$t_{um} = t_1 + t_2 = t$, $S_1 = \frac{\mathcal{G}_1 t}{2}$, $S_2 = \frac{\mathcal{G}_2 t}{2}$ ifodalarni 1-formulaga olib borib qo'ysak natijada

$\mathcal{G}_{o'r} = \frac{S_1 + S_2}{t_1 + t_2} = \frac{\mathcal{G}_1 t + \mathcal{G}_2 t}{2t} = \frac{\mathcal{G}_1 + \mathcal{G}_2}{2} = 60 \text{ km/soat}$ ekanligi kelib chiqadi. Javob:

60 km/soat.

2. Jismning bosib o'tgan yo'li S ning t vaqtga bog'lanishi $S = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$ tenglama orqali ifodalanadi, bu yerda $C = 0.14 \text{ m/s}^2$, $D = 0.01 \text{ m/s}^3$ ekanligi ma'lum bo'lsa, harakat boshlangandan qancha vaqt o'tgach tezlanishi $a = 1 \text{ m/s}^2$ ga teng bo'ladi?

Berilgan: $S = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$, $C = 0.14 \text{ m/s}^2$, $D = 0.01 \text{ m/s}^3$, $a = 1 \text{ m/s}^2$.

Topish kerak: $t - ?$

Yechilishi: Umumiy holda tezlik $\mathcal{G} = \frac{dS}{dt}$, tezlanish $a = \frac{d\mathcal{G}}{dt} = \frac{d^2S}{dt^2}$ ekanligi uchun

$$\mathcal{G} = \frac{dS}{dt} = \frac{d}{dt}(A + Bt + Ct^2 + Dt^3) = B + 2Ct + 3Dt^2 \quad (1) \text{ va}$$

$$a = \frac{d\mathcal{G}}{dt} = \frac{d}{dt}(B + 2Ct + 3Dt^2) = 2C + 6Dt \quad (2).$$

(2) ifodadan vaqt t ni topamiz: $t = \frac{a - 2C}{6D} = 12 \text{ s}$. Javobi: 12 s.

3. Vertikal yuqoriga otilgan jism 3 sekund o'tgach yerga qaytib tushdi. Jismning boshlangich tezligi qanday bo'lgan? Jism qanday balandlikka ko'tarilgan? Havoning qarshiligi hisobga olinmasin.

Berilgan: $t_{um} = 3 \text{ s}$

Topish kerak: $\mathcal{G}_0 - ?$, $H - ?$

Yechilishi: Bizga ma'lumki biror \mathcal{G}_0 tezlik bilan vertikal otilgan jism qancha vaqtda H balandlikka ko'tarilsa xuddi shuncha vaqtda yerga qaytib tushadi (1-rasm), shuning uchun $t_{um} = t_1 + t_2 = 2t$, va undan

$$t_1 = t/2 \quad (1)$$

deyishimiz mumkin. Agar t_1 vaqtni jismni H balandlikdan tushish vaqti deb qarasa u holda,

$$H = \frac{gt_1^2}{2} \quad (2)$$

bo'ladi, chunki H balandlikka ko'tarilgan jism qaytib tushayotganda boshlang'ich tezlikka ega bo'lmaydi, ya'ni erkin tushadi. (1) ifodadan foydalangan holda (2) dan

H ni hisoblash qiyin emas: $H = \frac{gt_1^2}{2} \approx 11 \text{ m}$.

Endi masalada so'ralgan g_0 boshlang'ich tezlikni topamiz. Bilamizki, biror H balandlikka g_0 tezlik bilan vertikal otilgan jism shu balandlikdan erkin tushayotganda, yerga urilish paytda yana g_0 tezlikka erishadi. Shuning uchun yerga urilish paytdagi tezlik g ni otilgan boshlang'ich tezlik g_0 ga teng deyish mumkin. H balandlikdan boshlang'ich tezliksiz erkin tushayotgan jismning yerga urilish paytdagi tezligi:

$$g = gt_1 \quad (3)$$

$g = g_0$ bo'lgani uchun va (1) ifodaga ko'ra:

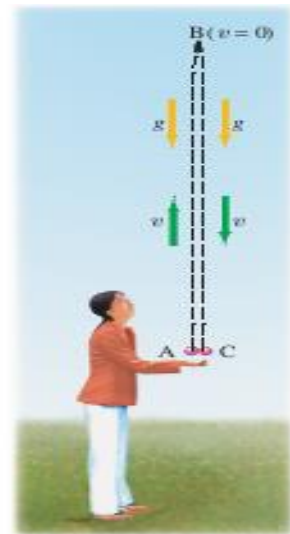
$$g_0 = \frac{gt}{2} \quad (4)$$

(4) ifodadan g_0 ni hisoblaymiz:

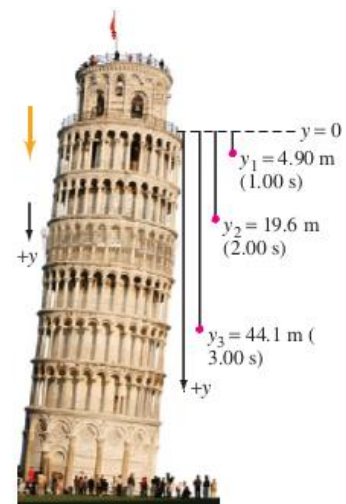
$g_0 \approx 14.7 \text{ m/s}$. Javobi: $H \approx 11 \text{ m}$, $g_0 \approx 14.7 \text{ m/s}$.

4. Piza minorasi ustidan boshlang'ich tezliksiz erkin tushayotgan jismning 1 s, 2 s va 3 s dagi tushish masofasini aniqlang. Tushish balandligini vaqtga bog'lanish grafigini chizing. Havoning qarshiligi hisobga olinmasin (2-rasm).

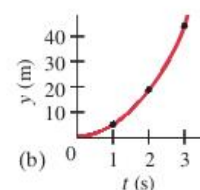
Berilgan: $y_0 = 0$, $g_0 = 0$, $g = 9.8 \text{ m/s}^2$, $t = 1 \text{ s}$, 2 s , 3 s



1-rasm



(a)



(b)

2-rasm

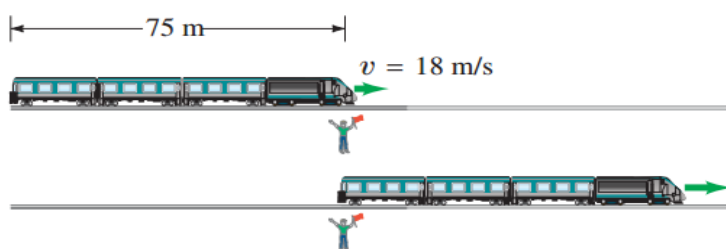
Topish kerak: $H - ? H(t) - ?$

Yechilishi:

Yuqoridan vertikal tashlangan jism uchin harakat tenglamasini quyidagicha yozamiz: $y(t) = y_0 + g_0 t + \frac{gt^2}{2}$ (1). $y(t) = H(t)$ deb olamiz, bunga ko'ra (1) formulaga asosan $y_0 = 0$ bo'lgani uchun $y(1) = H(1) \approx 4.9 m$, $y(2) = H(2) \approx 19.6 m$, $y(3) = H(3) \approx 44.1 m$ (2-a rasm). Tushush balandligining vaqtga bog'lanish grafigi 2-b rasmda tasvirlangan.

Mustaqil yechish uchun masalalar

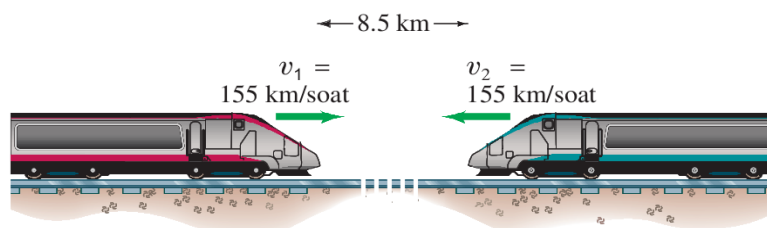
1. $g = 720 km/soat$ tezlik bilan uchayotgan samolyot Toshkentdan Moskvagacha bo'lgan $S = 3000 km$ masofani qancha vaqtda bosib o'tadi? ($t = 4 soat 10 min$).
2. Avtomobil dovonga ko'tarilishda $g_1 = 15 m/s$ tezlik bilan, dovondan tushishda esa $g_2 = 72 km/soat$ tezlik bilan harakat qilgan. Dovondan tushish yo'li ko'tarilish yo'lidan ikki marta uzun bo'lsa, avtomobilning butun yo'l davomidagi o'rtacha tezligini toping ($18 m/s$).
3. Ikkita poyezd bir-biriga $155 km/soat$ tezlik bilan yaqinlashmoqda. Ular orasidagi boshlang'ich masofa $8.5 km$ bo'lsa, ular qancha vaqtda bir-biri bilan uchrashadi (3-rasm)? ($1.7 min$).



3-rasm

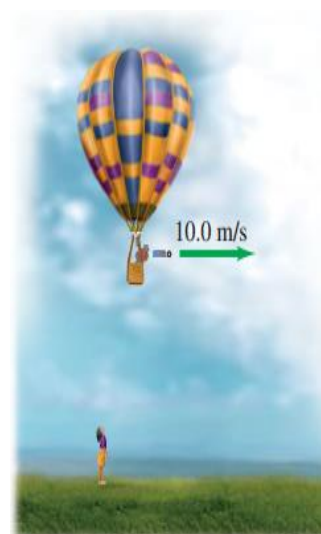
4. Avtomobil va velosipedchi bir-biriga qarab tekis harakatlanayotganda ular orasidagi masofa har $t = 3 s$ davomida $S_1 = 60 m$ ga kamaya boradi. Agar ular avvalgi tezligi bilan bir tomonga harakatlansa, ular orasidagi masofa har $t = 4 s$ davomida $S_2 = 40 m$ dan uzoqlasha boradi. Avtomobil va velosipedchining tezliklarini toping ($g_A = 54 km/soat$, $g_V = 18 km/soat$).

5. 75 m uzunlikdagi poyezd tinch holatdan boshlab tekis tezlanuvchan harakat qila boshladi. Harakat boshlanishidan oldin poyezddan 180 m masofada kuzatuvchi turgan (4-rasm). Poyezdning birinchi vagoni kuzatuvchi yonidan 18 m/s tezlikda o'tgan bo'lsa oxirgi vagon kuzatuvchi yonidan qanday tezlikda o'tishini aniqlang (21 m/s).



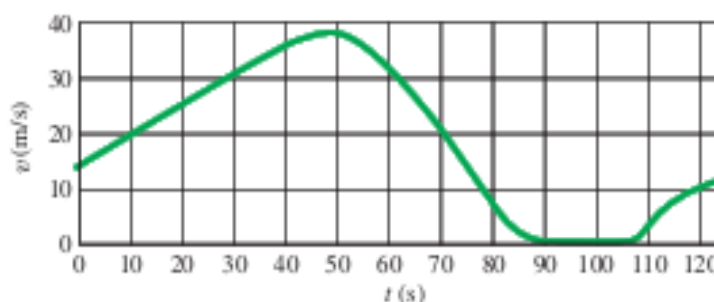
4-rasm

6. Havo sharida turgan odam tomonidan gorizontal yo'nalishda 10 m/s tezlik bilan jismuloqtirildi (5-rasm). a) havo shari 3 m/s tezlik bilan ko'tarilayotgan, b) havo shari 3 m/s tezlik bilan tushib kelayotgan hollar uchun jismning kuzatuvchiga nisbatan nisbiy tezliklarini aniqlang (a) 10.4 m/s , b) 10.4 m/s).
7. $\vartheta_1 = 1\text{ m/s}$ tezlik bilan oqayotgan daryoda suvga nisbatan $\vartheta_2 = 2\text{ m/s}$ tezlik bilan harakatlanayotgan qayiqning quyidagi hollarda qirg'oqqa nisbatan tezligi topilsin: 1) qayiq oqim bo'yicha suzganda, 2) qayiq oqimga qarshi suzganda, 3) qayiq oqimga perpendikulyar suzganda.



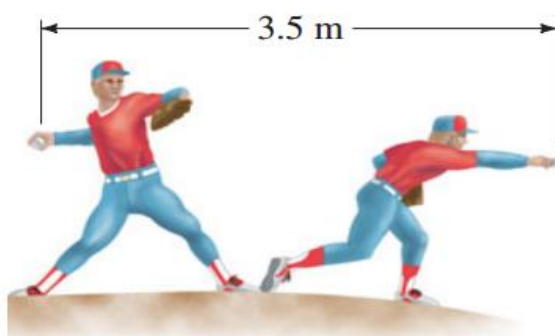
5-rasm

8. 6-rasmda tasvirlangan tezlik va vaqtning bog'lanish grafigini tushintiring.



6-rasm

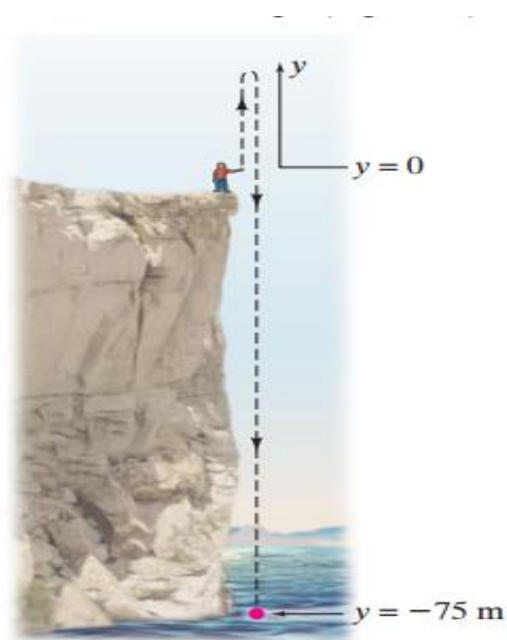
9. Qayiq suvga nisbatan 7.2 km/soat tezlik bilan qirg'oqqa tik yo'nalishda harakat qilmoqda. Oqim qayiqni 150 km pastga sudradi. Daryoning kengligi 0.5 km . 1) Daryo oqimining tezligi va 2) qayiqning daryodan o'tishi uchun sarf qilingan vaqt topilsin ($g = 0.6 \text{ m/s}$, $t = 250 \text{ s}$).
10. Poyezd 36 km/soat tezlikda harakat qilmoqda. Agar bug' berish to'xtatilsa, poyezd tekis sekinlanuvchan harakat qilib 20 s dan keyin to'xtaydi. 1) Poyezdning manfiy tezlanishi topilsin. 2) To'xtash joyidan necha metr narida bug' berishni to'xtatish kerak? ($a = -0.5 \text{ m/s}^2$, $s = 100 \text{ m}$)
11. Beysbolchi to'pni $g = 43 \text{ m/s}$ tezlik bilan uloqtirgan (7-rasm). To'pni uloqtirishda beysbolchi 3.5 m masofagacha tezlanish bergan bo'lsa tezlanishning qiymatini hisoblang (260 m/s^2).



7-rasm

12. Vagon -0.5 m/s^2 manfiy tezlanish bilan tekis sekinlanuvchan harakat qilmoqda. Vagonning boshlang'ich tezligi 54 km/soat . Vagon qancha vaqtdan keyin va boshlang'ich nuqtadan qancha masofada to'xtaydi? ($t = 30 \text{ s}$, $S = 225 \text{ m}$).
13. Jismning bosib o'tgan yo'li S ning t vaqtga bog'lanishi $S = A - Bt + Ct^2$ tenglama orqali berilgan, bunda $A = 6 \text{ m}$, $B = 3 \text{ m/s}$, $C = 2 \text{ m/s}^2$. Jismning 1 sekunddan 4 sekundgacha bo'lgan vaqt oralig'idagi o'rtacha tezligi va o'rtacha tezlanishi topilsin. $0 \leq t \leq 5 \text{ s}$ intervalda 1 sekund oralatib yo'l, tezlik va tezlanishning grafigi chizilsin ($g = 7 \text{ m/s}$, $a = 4 \text{ m/s}^2$).
14. Jismning bosib o'tgan yo'li s ning t vaqtga bog'lanishi $s = A - Bt + Ct^2$ tenglama orqali berilgan, bunda $A = 3 \text{ m}$, $B = 2 \text{ m/s}$, $C = 1 \text{ m/s}^2$. Jism

- harakatining birinchi, ikkinchi va uchinchi sekund oralig'idagi o'rtacha tezligi va tezlanishi topilsin ($v_1 = 3 \text{ m/s}$, $v_2 = 5 \text{ m/s}$, $v_3 = 7 \text{ m/s}$, $a_1 = a_2 = a_3 = 2 \text{ m/s}^2$).
15. $v_0 = 2 \text{ m/s}$ boshlang'ich tezlikka ega bo'lgan moddiy nuqta $t_1 = 3 \text{ s}$ davomida tekis, $t_2 = 2 \text{ s}$ davomida $a_2 = 2 \text{ m/s}^2$ tezlanish bilan, $t_3 = 5 \text{ s}$ davomida $a_3 = 1 \text{ m/s}^2$ tezlanish bilan, $t_4 = 2 \text{ s}$ da $a_4 = -3 \text{ m/s}^2$ tezlanish bilan va nihoyat $t_5 = 2 \text{ s}$ davomida t_4 vaqt oralig'i oxirida olgan tezligi bilan tekis harakat qilgan. Moddiy nuqtaning oxirgi tezligini, bosib o'tgan yo'lini va o'rtacha tezligini aniqlang ($v = 5 \text{ m/s}$, $S = 82.5 \text{ m}$, $v_{o'rt} = 5.9 \text{ m/s}$).
16. $v_0 = 2 \text{ m/s}$ boshlang'ich tezlik bilan harakatlanayotgan jism oltinchi sekundda $S_1 = 24 \text{ m}$ yo'lni bosib o'tgan bo'lsa u qanday tezlanish bilan harakatlangan? Jismning o'n oltinchi sekundda bosib o'tgan yo'li S_2 ni toping ($a = 4.9 \text{ m/s}^2$, $S_2 = 78 \text{ m}$).
17. 225 m uzunlikdagi, doimiy tezlik bilan harakatlanayotgan poyezd telegraf ustuni yonidan 15 sekund davomida o'tadi. Teplovozning uzunligi 450 m bo'lgan tunnelga kirish paytidan oxirgi vagonning tunneldan chiqish paytigacha qancha vaqt o'tadi? Bu poyezd haydovchisining yonidan qarama-qarshi yo'nalishda 10 m/s tezlik bilan ketayotgan 300 m uzunlikdagi poyezd qancha vaqtda o'tadi?
($t_1 = 45 \text{ s}$, $t_2 = 12 \text{ s}$).
18. Vertikal yuqoriga otilgan jism 3 sekund dan keyin yerga qaytib tushdi. 1) Jismning boshlang'ich tezligi qanday bo'lgan? 2) Jism qanday balandlikka ko'tarilgan. Havoning qarshiligi hisobga olinmasin.
($v_0 \approx 14.7 \text{ m/s}$, $h \approx 11 \text{ m}$).



8-rasm

19. Jism $h = 19.6 \text{ m}$ balandlikdan boshlang'ich tezliksiz tushmoqda. 1) Jism o'z harakatining birinchi 0.1 sekundida qancha yo'l bosadi? 2) Oxirgi 0.1 sekunddachi? Havoning qarshiligi hisobga olinmasin ($h_1 = 0.049 \text{ m}$, $h_2 = 1.9 \text{ m}$).
20. Tosh balandligi 75 m bo'lgan qoyadan yuqoriga vertikal ravishda 15.5 m/s tezlikda otildi (8-rasm). a) toshning qancha vaqt harakatlanganini, b) toshni suvga qanday tezlikda urilishini, c) tosh qancha masofa bosib o'tishini hisoblang (a) 5.8 s , b) 41.4 m/s , c) 99.5 m).
21. $\mathcal{Q}_1 = 4 \text{ m/s}$ tezlik bilan ko'tarilayotgan aerostat gondolasidan Yerdan $h = 40 \text{ m}$ balandlikda yuqoriga aerostatga nisbatan $\mathcal{Q}_2 = 6 \text{ m/s}$ tezlik bilan jism otilgan. Jism qancha vaqtdan keyin Yerga tushadi? Shu paytda aerostat qanay balandlikda bo'ladi? ($t = 4 \text{ s}$, $h = 56 \text{ m}$).
22. Jism boshlang'ich tezliksiz $t_1 = 6 \text{ s}$ da Yerga erkin tushadigan balandlikdan shu jismni $\mathcal{Q}_0 = 39.2 \text{ m/s}$ boshlang'ich tezlik bilan tashlansa, u qancha vaqtdan keyin Yerga tushadi? ($t_2 = 3.21 \text{ s}$).