

## Qattiq jismlarning aylanma harakat dinamikasi



- $F$  kuchning biror aylanish o'qiga nisbatan momenti  $M$  quyidagi formula bilan ifodalanadi:

$$M = Fl$$

bunda  $l$  - aylanish o'qidan kuch yo'nalgan to'g'ri chiziqqacha bo'lgan eng qisqa masofa.

- Moddiy nuqtaning biror aylanish o'qiga nisbatan inersiya momenti deb

$$J = mr^2$$

kattalikka aytiladi,

bunda  $m$  - moddiy nuqtaning massasi va  $r$  nuqtaning aylanish o'qidan uzoqligi.

- Moddiy nuqtaning o'z aylanish o'qiga nisbatan inersiya momenti:

$$J = \int r^2 dm$$

Ushbu integralni turli geometrik shakldagi jismlarning butun hajmi bo'yicha hisoblash orqali quyidagi natijalar olinadi:

1. Yaxlit silindr(disk)ning oz o'qiga nisbatan inersiya momenti:

$$J = \frac{1}{2} mr^2$$

2. Ichki radiusi  $R_1$ , tashqi radiusi  $R_2$  bo'lgan kovak silindrning oz o'qiga nisbatan inersiya momenti:

$$J = m(R_1^2 + R_2^2)/2$$

3.  $R$  radiusli bir jinsli sharning markazidan o'tuvchi o'qqa nisbatan inersiya momenti:

$$J = \frac{2}{5}mr^2$$

4.  $l$  uzunlikdagi bir jinsli sterjenning o'rtasidan tik ravishda o'tgan o'qqa nisbatan inersiya momenti:

$$J = \frac{1}{12}ml^2$$

- Agar jismning o'z o'qiga nisbatan inersiya momenti  $J_0$  bo'lsa u holda shu o'qqa parallel ixtiyoriy boshqa o'qqa nisbatan inersiya momenti.  $J$  Steyner teoremasiga asosan quyidagi tenglama bilan ifodalanadi:

$$J = J_0 + md^2,$$

bunda  $d$  - parallel o'qlar orasidagi masofa.

- Moddiy nuqta impulsining ixtiyoriy qo'zg'almas  $O$  nuqtaga nisbatan impuls momentini

$$L = rps \sin(\alpha)$$

ko'rinishda yozish mumkin. Bu yerda  $\alpha$  radius vektor va impuls yo'nalishlari orasidagi burchak.

- Kuch momentini ifodalovchi yana bir tenglama qattiq jism aylanma harakat dinamikasining asosiy tenglamasi deyiladi:

$$M = J \frac{d\omega}{dt}$$

bunda  $\omega$  -burchak tezlik bo'lib, agar  $J = const$  bo'lsa

$$M = J \frac{d\omega}{dt} = J\beta,$$

bunda  $\beta$  -burchak tezlanish.

- Biror o'q atrofida aylanayotgan qattiq jismning kinetik energiyasi:

$$W_k = \frac{J\omega^2}{2}$$

bunda  $\omega$  -burchak tezlik.

### ***Masala yechish namunalari***

1. Inersiya momenti  $J = 63.6 \text{ kgm}^2$  ga teng bo'lgan maxovik  $31.4 \text{ rad/s}$  burchak tezlik bilan aylanmoqda. 20 s dan keyin to'xtasa, tormozlovchi moment qanchaga teng?

Berilgan:  $J = 63.6 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ ,  $\omega_1 = 31.4 \text{ rad/s}^2$ ,  $\omega_2 = 0$ ,  $t = 20 \text{ s}$

Topish kerak:  $M - ?$

Yechilishi: Qattiq jismning aylanma harakat dinamikasining asosiy tenglamasi:

$M = J\beta$  (1). Bunda  $\beta = \frac{\omega_1 - \omega_2}{t}$ ,  $\omega_2 = 0$  bo'lgani uchun  $\beta = \frac{\omega_1}{t}$  (2). (2) tenglikni (1)

formulaga qo'yamiz  $M = J \frac{\omega_1}{t}$  va  $M = 100 \text{ N} \cdot \text{m}$  ni

topamiz. Javobi:  $100 \text{ N} \cdot \text{m}$ .

2. Ikkita jism massalari mos ravishda  $m_1 = 5.0 \text{ kg}$ ,  $m_2 = 7.0 \text{ kg}$  ga teng. Ular orasidagi masofa  $r = 4 \text{ m}$ . a) har ikkala jism o'rtasidan o'tgan o'q buyicha inersiya momenti, b) birinchi jism chap tomonidan  $0.5 \text{ m}$  masofadan o'tgan o'q buyicha inersiya momentini toping.

Berilgan:  $m_1 = 5.0 \text{ kg}$ ,  $m_2 = 7.0 \text{ kg}$ ,  $r_1 = 4 \text{ m}$ ,  $r_2 = 0.5 \text{ m}$

Topish kerak:  $I_1$ ,  $I_2 - ?$

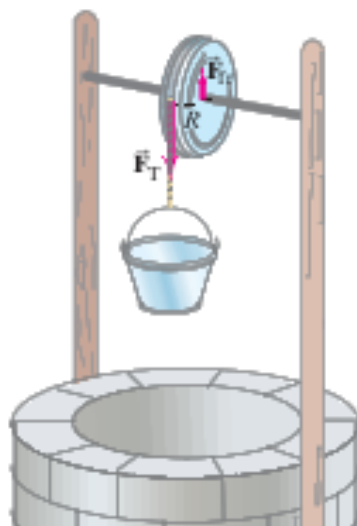
Yechilishi: Har ikkala jism ham aylanish o'qidan bir xil a)  $2 \text{ m}$  masofada ekanligidan umumiy inersiya momenti:  $I_1 = \sum mr^2 = m_1 \left(\frac{r_1}{2}\right)^2 + m_2 \left(\frac{r_2}{2}\right)^2 = 48 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ ,

ikkinchi b) hol uchun:  $I_2 = \sum mr^2 = m_1 r_2^2 + m_2 (r_1 - r_2)^2 = 143 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ .

3. Radiusi  $R = 0.5 \text{ m}$  barabanga ip o'ralgan bo'lib,  $m = 10 \text{ kg}$  yuk osilgan, osilgan yuk quduqqa  $a = 2.04 \text{ m/s}^2$  tezlanish bilan tushayotgan bo'lsa, barabanning inersiya momentini toping (1-rasm)?

Berilgan:  $R = 0.5 \text{ m}$ ,  $m = 10 \text{ kg}$ ,  $a = 2.04 \text{ m/s}^2$

Topish kerak:  $J_0 - ?$  Yechilishi: Masala shartidan ko'rinadiki ipning taranglik kuchi  $T$  aylantiruvchi moment:  $M = IR$  (1) ni yuzaga keltiradi. Boshqa tomondan  $M = J\varepsilon$  (2). Baraban aylanishining tangensial tezlanishi yukning tushish tezlanishiga teng bo'lganligi uchun  $\varepsilon = \frac{a}{R}$  (3). Yuk  $a$  tezlanish bilan pastga tushayotganligi uchun ipning taranglik kuchi quyidagiga teng bo'ladi



1-rasm

$T = m(g - a)$  (4). (1), (2), (3) tenglamalarni birgalikda yechib quyidagini olamiz:

$J = \frac{TR^2}{a}$  (5). (4) ni (5) ga qo'ysak  $J = \frac{mR^2(g - a)}{a}$ , ushbu tenglamadan  $J$  ni

hisoblaymiz.

Javobi:  $J = 9.52 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ .

4. 2 kg og'irlikdagi disk gorizantal tekislikda  $4 \text{ m/s}^2$  tezlik bilan sirpanishsiz dumalaydi. Diskning kinetik energiyasini toping?

Berilgan:  $m = 2 \text{ kg}$ ,  $a = 4 \text{ m/s}^2$

Topish kerak:  $W_k - ?$

Yechilishi: Disk gorizantal tekislikda dumalayotganligi uchun uning to'la kinetik energiyasi ilgarilanma harakat kinetik energiyasi bilan aylanma harakat kinetik energiyasi yig'indisidan iborat:  $W_k = \frac{m a^2}{2} + \frac{J \omega^2}{2}$  (1). Diskning o'z o'qiga nisbatan

inersiya momenti  $J = \frac{1}{2} m R^2$  (2). Agar  $\omega = \frac{a}{R}$  ekanligini inobatga olsak (1) va (2)

tenglamalardan  $W_k = \frac{3}{4} m a^2$  (3) kelib chiqadi. Bu esa qidirilayotgan formula bo'lib

u orqali  $W_k$  ni hisoblaymiz. Javobi:  $W_k = 24 \text{ J}$ .

### ***Mustaqil yechish uchun masalalar :***

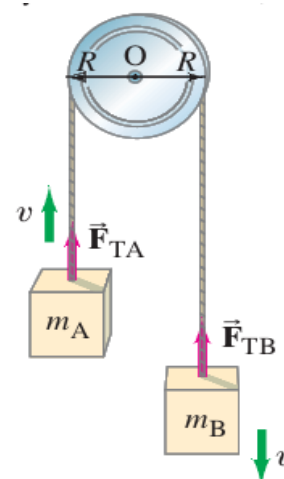
1. Yer sharining o'z aylanish o'qiga nisbatan inersiya momenti va harakat miqdori topilsin.  $M = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ ,  $R = 6400 \text{ km}$  deb oling ( $9.7 \cdot 10^{37} \text{ kgm}^2/\text{s}$ ,  $7 \cdot 10^{33} \text{ kgm}^2/\text{s}$ ).
2. 1m uzunlikdagi va 0.5kG og'irlikdagi bir jinsli sterjen vertikal tekislikda o'z o'rtasidan o'tgan gorizantal o'q atrofida aylanmoqda. Agar aylantiruvchi moment  $9.81 \cdot 10^{-2} \text{ N} \cdot \text{m}$  ga teng bo'lsa, sterjen qanday burchak tezlanish bilan aylanadi? ( $\varepsilon \approx 2.35 \text{ rad/s}^2$ ).
3.  $R = 0.2 \text{ m}$  radiusli  $P = 5 \text{ kG}$  og'irlikdagi disk o'z og'irlik markazidan o'tuvchi o'q atrofida aylanmoqda. Disk aylanish burchak tezligining vaqtga bog'lanishi  $\omega = A + Bt$  tenglama orqali berilgan, bunda  $B = 8 \text{ rad/s}^2$ . Disk gardishiga

qo'yilgan urinma kuchning kattaligi topilsin. Ishqalanish nazarga olinmasin ( $F = 4N$ ).

4.  $0.5m$  radiusli va  $m = 50kg$  massali disksimon g'ildirakning gardishiga  $10kG$  urinma kuch ta'sir qiladi. 1) G'ildirakning burchak tezlanishi topilsin. 2) Kuch ta'sir qila boshlagandan qancha vaqt o'tgach g'ildirakning tezligi  $100ayl/s$  ga mos keladi? ( $\varepsilon = 7.8 rad/s^2$ ,  $80s$  dan keyin).

5.  $R = 0.2m$  radiusli va  $m = 10kg$  massali maxovik aylantiruvchi qayish bilan motorga ulangan. Sirg'anishsiz harakatlanayotgan qayishning taranglik kuchi o'zgarmas bo'lib,  $T = 14.7N$  ga teng. Harakat boshlanishidan  $\Delta t = 10s$  o'tgandan keyin maxovik sekundiga necha marta aylanadi? Maxovik bir jinsli disk deb hisoblansin. Ishqalanish hisobga olinmasin ( $v = 23.4 ayl/s$ ).

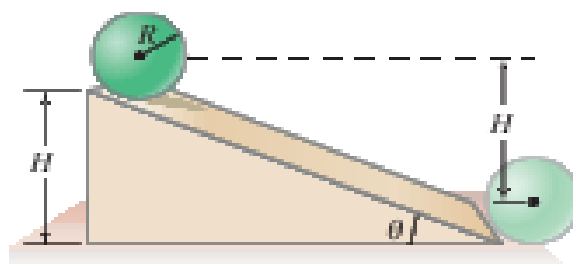
6. Atvud mashinasida ishqalanishsiz harakatlanuvchi shkivga cho'zilmaydigan shur orqali ikkita jism  $m_A = 65kg$  va  $m_B = 75kg$  osilgan. (2-rasm). Shkivning massasi  $m = 6kg$  radiusi esa  $R = 0.45m$ . a) Har bir jismning tezlanishini aniqlang, b) agar shkiv inersiya momenti hisobga olinmasa necha foiz xatolik bo'ladi?



2-rasm

(a)  $0.69m/s^2$ ,  $0.69m/s^2$ , b) 2%).

7. Massasi  $M$  va radiusi  $R$  bo'lgan shar balandligi  $H$  bo'lgan qiya tekislikdan dumalab tushmoqda. Sharning qiya tekislik etagidagi tezligini hisoblang (3-



3-rasm

rasm), ( $\vartheta = \sqrt{\frac{10}{7} gH}$ ).

8. Inersiya momenti  $245kgm^2$  ga teng bo'lgan maxovik g'ildirak  $20ayl/s$  bilan aylanadi. Aylantiruvchi momentning ta'siri to'xtatilgandan bir minut o'tgach g'ildirak to'xtaydi. 1) Ishqalanish kuchining momenti, 2) aylantiruvchi

- moment ta'siri to'xtatilgandan boshlab to g'ildirak to'xtaguncha uning aylanishlar soni topilsin ( $M = 513 N \cdot m$ ,  $N = 600 \text{ ayl}$ ).
9. 2 kg og'irlikdagi disk gorizontal tekislikda  $4 m/s$  tezlik bilan sirpanishsiz dumalaydi. Diskning kinetik energiyasi topilsin ( $W_k = 24 J$ ).
  10. 6 sm diametrli shar gorizontal tekislikda sekundiga  $4 \text{ ayl/s}$  bilan sirg'anishsiz dumalaydi. Sharning massasi 0.25 kg bo'lsa sharning kinetik energiyasi topilsin ( $W_k = 0.1 J$ ).
  11. Og'irligi 1 kG va diametri 60 sm bo'lgan disk o'z markazidan tekisligiga tik ravishda o'tgan o'q atrofida  $20 \text{ ayl/s}$  bilan aylanadi. Diskni to'xtatish uchun qancha ish bajarish kerak? ( $A = 355 J$ ).
  12.  $g = 9 km/soat$  tezlik bilan ketayotgan vilosipedchining kinetik energiyasi topilsin. Vilosiped bilan vilosipedchining birgalikdagi og'irligi  $P = 78 kG$ , ikkala g'ildirakning og'irligi  $P_1 = 3 kG$  ga teng. Vilosiped g'ildiraklari gardish deb hisoblansin ( $W = 253 J$ ).
  13.  $R = 10 sm$  radiusli mis shar o'z og'irlik markazidan o'tuvchi o'q atrofida  $v = 2 \text{ ayl/sek}$  ga mos tezlik bilan aylanadi. Sharning burchak tezligini ikki marta orttirish uchun qanday ish bajarish kerak? ( $A = 34.1 J$ ).
  14. G'ildirak tormozlanishi natijasida tekis sekinlanuvchan aylanma harakat qilib, 1 minutda o'z tezligini  $300 \text{ ayl/s}$  dan  $180 \text{ ayl/min}$  gacha kamaytiradi. G'ildirakning inersiya momenti  $2 kg \cdot m^2$ . 1) G'ildirakning burchak tezlanishi, 2) tormozlovchi moment, 3) tormozlanish ishi, 4) g'ildirakning shu minut davomidagi aylanishlar soni topilsin.  
 $\varepsilon = -0.21 rad/s^2$ ,  $M_t = 0.42 N \cdot m$ ,  $A = 630 J$ ,  $N = 240 \text{ ayl}$ ).
  15. Ventilyator  $900 \text{ ayl/min}$  ga mos tezlik bilan aylanadi. Ventilyator o'chirilgandan keyin, tekis sekinlanuvchan harakat qilib to'xtaguncha 75 marta aylanadi. Tormozlanish ishi  $44.4 J$  ga teng. 1) Ventilyatorning inersiya momenti, 2) tormozlanish kuchini momenti topilsin ( $J = 0.01 kgm^2$ ,  $M_t = 9.4 \cdot 10^{-2} N \cdot m$ ).

16. Inersiya momenti  $J = 245 \text{ kgm}^2$  bo'lgan maxovik g'ildirak  $20 \text{ ayl/s}$  bilan aylanadi. G'ildirak aylantiruvchi kuch momentining ta'siri to'xtatilgandan keyin 1000 marta aylanib to'xtadi. 1) Ishqalanish kuchining momenti, 2) aylantiruvchi kuch momentining ta'siri to'xtatilgan paytdan g'ildirakning to'liq to'xtash paytigacha o'tgan vaqt topilsin ( $M_{ishq} = 308 \text{ N} \cdot \text{m}$ ,  $t = 100 \text{ s}$ ).
17.  $\varepsilon = 0.5 \text{ rad/s}^2$  o'zgarmas burchak tezlanish bilan aylanayotgan maxovuk g'ildirak harakat boshlanishidan  $t_1 = 15 \text{ s}$  o'tgandan keyin  $L = 73.5 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 / \text{s}$  ga teng harakat miqdoriga ega bo'ladi. Harakat boshlanishidan  $t_2 = 20 \text{ s}$  o'tgandan keyin g'ildirakning kinetik energiyasini toping ( $W_k = 490 \text{ J}$ ).
18.  $m = 5 \text{ kg}$  massali diskning gardishiga urinma  $F = 2 \text{ kG}$  o'zgarmas kuch qo'yilgan. Kuchning ta'siri boshlangandan keyin  $t = 5 \text{ s}$  o'tgach disk qanday kinetik energiyaga ega bo'ladi? ( $W_k = 1.92 \text{ kJ}$ ).
19. Massalari  $m_1 = 0.3 \text{ kg}$ ,  $m_2 = 0.7 \text{ kg}$  bo'lgan ikkita kichik jism ip bilan birlashtirilgan va silliq silindrik sirtga uning cho'qqisiga nisbatan simmetrik qo'yilgan. Silindrik sirtning jismlarni tutashtiruvchi radiuslari orasidagi burchak  $60^\circ$  ga teng. Jismlar sistemasi tezlanishini toping ( $a = 2 \text{ m/s}^2$ ).
20. Og'irligi  $80 \text{ kG}$  bo'lgan va radiusi  $1 \text{ m}$  gorizontal platforma  $20 \text{ ayl/min}$  ga mos burchak tezlik bilan aylanadi. Platformaning markazidan qo'llarini yoyib, toshlarni ushlagan holda odam turibdi. Agar odam qo'lini tushirib, o'zining inersiya momentini  $2.94 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$  dan  $0.98 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$  gacha kamaytirsa, platformaning bir minutdagi aylanishlar soni qancha bo'ladi? Platforma bir jinsli doiraviy disk deb hisoblansin ( $\nu = 21 \text{ ayl/min}$ ).
21.  $m = 10 \text{ kg}$  massali harakatsiz platformaning ustida og'irligi  $M = 60 \text{ kg}$  odam turibdi. Agar odam aylanish o'qining atrofida  $5 \text{ m}$  radiusli aylana bo'ylab platformaga nisbatan  $4 \text{ km/soat}$  tezlik bilan harakatlansa, platforma minutiga necha marta aylana boshlaydi? Platformaning radiusi  $10 \text{ m}$ . platforma bir jinsli doiraviy disk deb, odamni moddiy nuqta deb hisoblang.  
( $\nu = 0.49 \text{ ayl/min}$ )