

Тест №0 «Знакомство»

10 февраля 2018 г.

Задача 0.1. Вычислить интеграл

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{\operatorname{ch} x}.$$

Задача 0.2. Вычислить интеграл

$$\int_0^1 \frac{\ln(1+x)dx}{1+x^2}.$$

Задача 0.3. Вычислить интеграл

$$\oint_{|z|=2} \frac{dz}{\sqrt{1+z^{2n}}}, \quad n \in \mathbb{N}.$$

Задача 0.4. С относительной точностью 10% вычислить интеграл

$$\int_0^{2\pi} \cos^{100} x dx.$$

Задача 0.5. С относительной точностью 10% вычислить интеграл

$$\int_0^1 x^x dx.$$

Задача 0.6. Построить график вещественного решения $x = x(a)$, $a \in \mathbb{R}$ уравнения

$$x = a + \frac{1}{\sqrt{x}}.$$

Задача 0.7. Вычислить интеграл по сфере единичного радиуса с центром в начале координат (здесь $\mathbf{a}, \mathbf{b} \in \mathbb{R}^3$ — произвольные вектора)

$$J(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = \iint_{(4\pi)} (\mathbf{a} \cdot \mathbf{n}) e^{(\mathbf{b} \cdot \mathbf{n})} d\Omega.$$

Задача 0.8. Найти решение дифференциального уравнения

$$\ddot{\varphi} + \omega^2 \sin \varphi = 0,$$

отвечающие начальным условиям $\varphi(-\infty) = \frac{\pi}{2}$, $\dot{\varphi}(-\infty) = 0$ при $t \rightarrow -\infty$.**Задача 0.9.** Вычислить сумму ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-\epsilon n}}{n}, \quad \epsilon > 0.$$

Задача 0.10. Найти все собственные числа и собственные вектора матрицы

$$H = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$