

## Тест №0 «Знакомство»

10 февраля 2018 г.

**Задача 0.1.** Вычислить интеграл

$$\int_0^1 e^{\arccos x} dx.$$

**Задача 0.2.** Вычислить интеграл

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1 - \cos x}{x^2} dx.$$

**Задача 0.3.** Вычислить интеграл

$$\oint_{|z|=2} \frac{dz}{\sqrt{1+z^{2n}}}, \quad n \in \mathbb{N}.$$

**Задача 0.4.** С относительной точностью 10% найти вещественные решения уравнения

$$x - 20 = \ln x.$$

**Задача 0.5.** С относительной точностью 10% вычислить интеграл

$$\int_{-1}^1 \frac{\cos^2 100x}{\sqrt{1-x^2}} dx.$$

**Задача 0.6.** Построить графики вещественных решений  $x = x(\beta)$ ,  $\beta > 0$  уравнения

$$x = \operatorname{th} \beta x.$$

**Задача 0.7.** Вычислить фурье-образ электрического поля точечного единичного заряда.

$$\mathcal{F}[\mathbf{E}](\mathbf{k}) = \iiint \frac{\mathbf{r}}{r^3} e^{-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} d^3 \mathbf{r}.$$

**Задача 0.8.** Найти решение  $u(t, x)$  уравнения Кортевега-де Фриза

$$u_t + 6uu_x + u_{xxx} = 0.$$

имеющее вид бегущей волны  $u(t, x) = \varphi(x - ct)$  локализованной в пространстве, т. е. затухающей на бесконечности  $\varphi, \varphi', \varphi''(\pm\infty) = 0$ . Предполагать поле  $\varphi > 0$  положительным.

**Задача 0.9.** Вычислить произведение

$$\prod_{k=0}^{\infty} \cos\left(\frac{x}{2^k}\right).$$

**Задача 0.10.** Найти все собственные числа и собственные вектора матрицы

$$H = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$