Задание №9 «Вырожденная гипергеометрическая функция Гаусса»

Задача 9.1 (*). Найти значение $\Phi(\alpha, \gamma; z)$ при $\alpha, \gamma \in \mathbb{N}$ и $\alpha \geqslant \gamma$, выразив его через полиномы Лагерра.

Задача 9.2 (*). Вычислить асимптотику $\Phi(\alpha, \gamma; z)$ при $\text{Re } z \to \infty$.

Задача 9.3. Найти собственные функции и собственные значения Гамильтониана, описывающего электрон в атоме водороде в двумерном пространстве.

$$[*]\hat{H} = -\frac{1}{2}\Delta - \frac{1}{r}, \qquad a = \frac{\hbar^2}{me^2}, \quad E_a = \frac{me^4}{h^2}.$$