

# Lasse9 Séries temporelles

Wissal BRIKA  
2A-IDF  
2024-2025

# Plan

\*\* les exams kykono fhal TP

**Généralités**

**Modeles de tendance : TP 1**

**Moyennes mobiles**

**Décomposition saisonnière : TP 2**

**Lissage exponentiel : TP 3**

**Méthode de Gardner : TP 4**

**Exam 2022-2023**

**Enregistrement du Lasse9 : [click here](#)**



01

# Généralités

# L'objectif

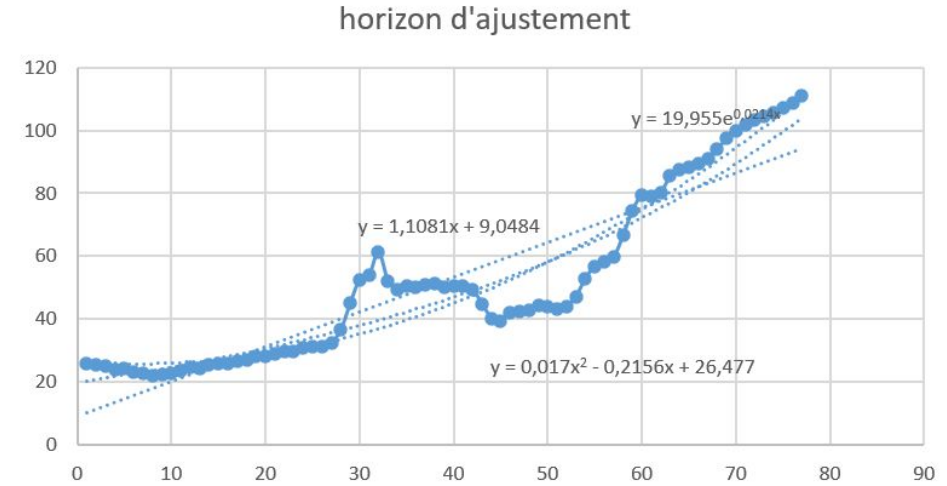
L'objectif principal de l'analyse d'une série temporelle est **la prévision** des ses futures réalisations . Afin de réaliser cet objectif , une première étape de modélisation est nécessaire.



Sélectionner parmi une famille de modèles , celui qui décrit le mieux la série en question

## Série temporelle :

Une collection des données observés dans des intervalles de temps successifs



**Une série temporelle se décompose en**

**1. Tendance**

**2.  
Composante  
saisonnière**

**3. Bruit**

**4. Cycle**

\*\* tout au long de ce cours , nous utilisons les termes MAPE , MSE(RMSE), MA : ce sont des métriques ou critères de comparaison qu'on utilise pour comparer les modèles

# 1. Tendance

C'est l'évolution à long terme de la série (hausse/ baisse)

⇒ Elle peut suivre l'un des modèles suivants :

- Tendance linéaire
- Tendance quadratique
- Tendance exponentielle
- Tendance exponentielle modifiée
- Tendance Gompertz
- Tendance logistique

\*\* f TP 1 kenna étudiena had les modeles kamlin w comparaina binathom par calcul du MAPE bach n3rfo ina wahd ky approcher le plus la tendance de notre série

## 2. Composante saisonnière

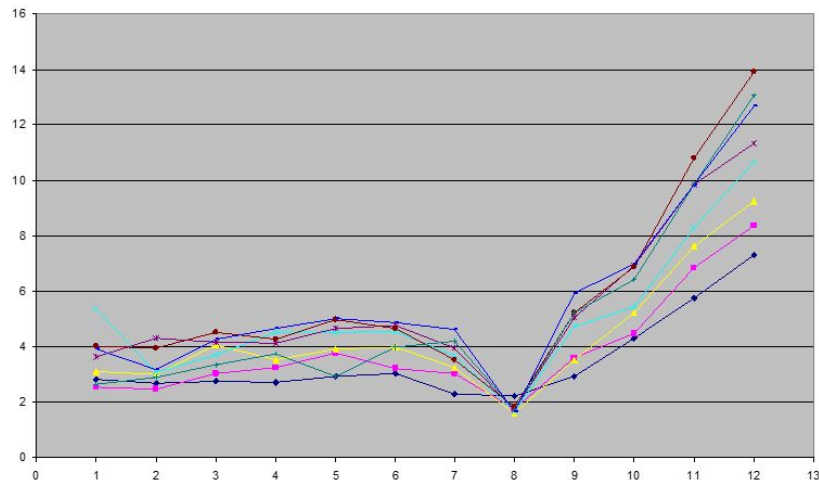
\*\* c'est logique que l'identification de la composante saisonnière nous aide à bien prédire son comportement futur

Un phénomène périodique de période identifiée

La composante saisonnière est identifiable ici par la répétition de schémas similaires sur plusieurs années.



Elle traduit l'impact régulier et cyclique de facteurs externes (saisons, comportements, événements) sur la variable étudiée



### 3. Le bruit

La partie aléatoire de la série

### 4. Le cycle

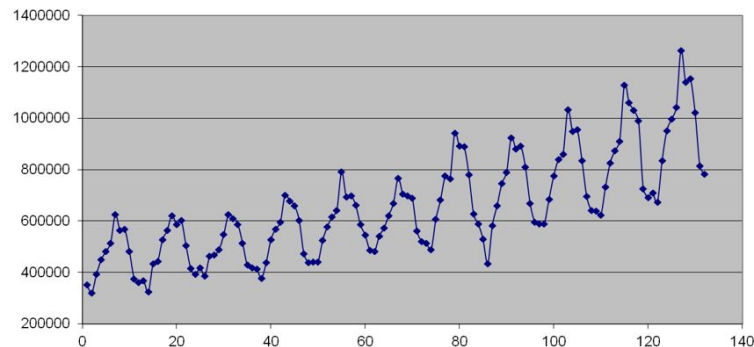
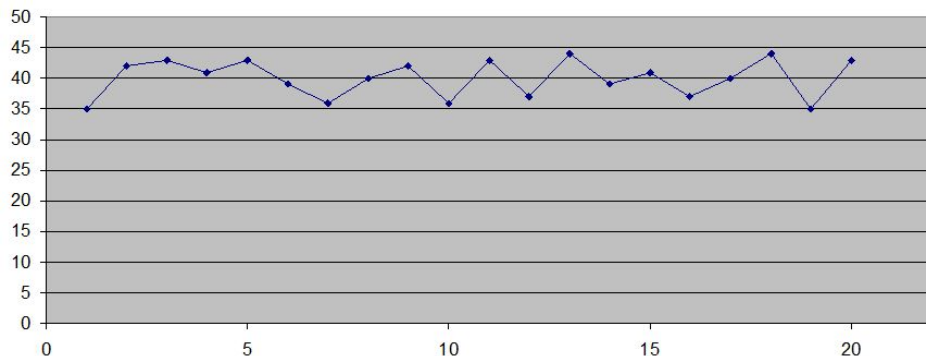
\*\* had le cycle machi mohim bnisba lina daba hadchi li kan  
gal l prof w ma3mrna khdmna bih

Phénomène répétitif régulier (donc prévisible) de  
période inconnue ou changeante



Si le prof demande d'interpréter la courbe de la série , on peut répondre à ces questions :

- Le graphique est-il lisse ?
- Peut on identifier un phénomène périodique?
- Peut on identifier des niveaux dans le graphique ?
- La courbe tend a croitre ? a descendre ? ou fluctue autour d'une moyenne stable ?





02

# Modeles de tendance

1) Tendance linéaire  $y_t = a_0 + a_1t$

2) Tendance exponentielle  $y_t = \alpha\beta^t$

3) Tendance quadratique  $y_t = a_0 + a_1t + a_2t^2$

4) Tendance exponentielle modifiée :  $y_t = \alpha\beta^t + \gamma$

5) Tendance de Gompertz  $y_t = e^{\alpha\beta^t + \gamma}$

6) Tendance logistique  $y_t = \frac{1}{\alpha\beta^t + \gamma}$

\*\* (t) c'est le numéro de l'observation (c'est pourquoi on ajoute souvent une colonne qui contient les numéros des observations )

\*\* (Yt) c'est la valeur de la série qu'on veut estimer , variable dépendante

\*\* Les autres variables on verra par la suite comment les estimer

# Estimation des parametres

## Tendance linéaire

$$y_t = a_0 + a_1 t$$

$$a_0 = \bar{y} - a_1 \bar{t}, \text{ avec } \bar{y} = \frac{\sum_{t=1}^T y_t}{T} \text{ et } \bar{t} = \frac{T+1}{2}$$

$$a_1 = \frac{\sum_{t=1}^T (y_t - \bar{y})(t - \bar{t})}{\sum_{t=1}^T (t - \bar{t})^2} = \frac{\text{cov}(y, t)}{\text{var}(t)}$$

\*\* sur excel , cov(y,t) = COVARIANCE.P(y,t) hia l covariance de la colonne y(valeurs de la série) avec la colonne t(observations) , et var(t) se calcule par VAR.P de la colonne t

\*\* on calcule la pente a1 en premier lieu pour pouvoir calculer a0 (la moyenne de y - a1 \* la moyenne de t )

# Estimation des parametres

## Tendance exponentielle

\*\* n'oubliez pas d'appliquer EXP lors du calcul de la colonne du modèle !!

modele exponentiel = EXP(modèle linéaire)= EXP( $a_0' + t * a_1'$ )

Donc les coefficient se calculent de la même manière que dans le slide précédent sauf qu'ils ne se calculent pas sur la colonne y mais plutôt  $\ln(y)$

## Tendance quadratique

$$y_t = a_0 + a_1t + a_2t^2$$

\*\* elle est de cette forme , mais les coefficients sont tirés de la représentation graphique de excel

## Pour les 3 modeles qui restent ..

Les paramètres peuvent être estimés de 2 manières différentes

### 1. Méthode des 3 points

\*\* machi dima kankhdmu biha w y9der y3tik chi  
question 3liha w y golik si elle est applicable

Elle est applicable lorsque la série est monotone  
(croissante ou décroissante pas les deux )

- Répartir les données en trois sous ensembles I , II , III
- Calculer les médianes des  $Y_t$  pour les 3 ss ensembles  $Y(I), Y(II), Y(III)$

T multiple de 3

$\frac{T}{3}$
$\frac{T}{3}$
$\frac{T}{3}$

T-1 multiple de 3

$\frac{T-1}{3}$
$\frac{T-1}{3} + 1$
$\frac{T-1}{3}$

T-2 multiple de 3

$\frac{T-2}{3} + 1$
$\frac{T-2}{3}$
$\frac{T-2}{3} + 1$

$$t_{III} - t_{II} = t_{II} - t_I = \Delta$$

\*\* hadi l'estimation des parametres alpha , beta , gamma de la tendance exponentielle modifiée

\*\* les formules sont à mémoriser

$$\ln(\beta) = \frac{1}{\Delta} \ln\left(\frac{y_{III} - y_{II}}{y_{II} - y_I}\right) \quad \alpha = \frac{y_{III} - y_{II}}{\beta^{t_{III}} - \beta^{t_{II}}} \quad \gamma = y_I - \alpha\beta^{t_I}$$

Pour ne pas se plonger dans les calculs des équations qu'on a vu dans un slide précédent , les paramètres des autres modèles sont calculés exactement de la même manière sauf que pour le **modèle logistique** on utilise **1/y** au lieu de y et dans le **modèle de Gompertz** on utilise **ln(y)**

\*\* mathsawch encore une fois d'appliquer l'inverse et EXP lors du calcul des modèle

**Tendance exponentielle modifiée**

$$= \alpha * \beta^t + \gamma$$

**Tendance logistique**

$$= 1/(\alpha' * \beta'^t + \gamma')$$

**Tendance de Gompertz**

$$= \text{EXP}(\alpha'' * \beta''^t + \gamma'')$$

Le tableau de calcul ressemble a ca

		méthode des 3 points					
t	Mediane	y	1/y	ln(y)			
13,5	I	25,55	0,03914029	3,24062008	26	25,5	
39	II	49,3	0,02028398	3,89792408	25	25,5	
64,5	III	87,9	0,0113768	4,47618945	26	25,5	
25,5	Δ						
	ln(β)	0,01904587	-0,0294114	-0,00502407			
	β	1,0192284	0,9710169	0,99498853			
	α	29,3721198	0,05315774	-5,8499094			
	γ	-12,4340067	0,00340247	8,70691616			



## 2. Procédures numériques Via R , matlab ..

Nous utilisons toujours (f l cours) la procédure **optim**

Elle peut toujours être appliquée , elle permet à partir d'une solution initiale (soit aléatoire soit donnée par le prof ) d'estimer les paramètres optimum pour les 3 derniers modes de tendance (gahnsta3mloha hta f d'autres cas mais pour le même but )

\*\*B3d lmrat t9dr tkon la solution initiale hia dok les parametres li khrjo lina b la méthode des 3 points , pour vérifier si optim peut nous donner des résultats meilleurs

On verra comment ça marche dans le code R

# TP 1

gnp\_annuel



**03**

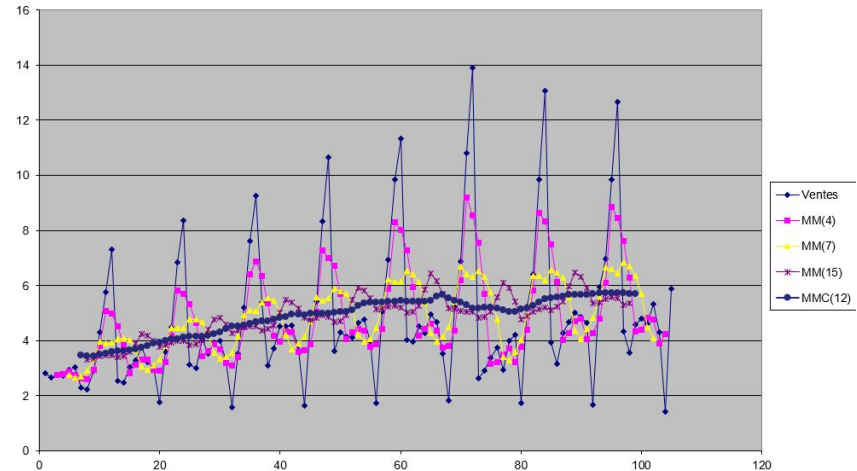
**Moyenne  
mobile**

C'est un moyen de filtrage des données qui consiste à calculer la moyenne des valeurs successives d'une série temporelle sur une fenêtre glissante de taille k

Permettent de lisser la série (éliminer les fluctuations) pour détecter la tendance

$$MMC12 = \frac{1}{12} \left[ \frac{1}{2} \ 1 \dots 1 \ \frac{1}{2} \right]$$

13 termes



On calcule une moyenne mobile centrée pour les ordres paires ,  
c'est plus pratique et pour un ordre impaire on calcule une  
moyenne mobile normale

**La moyenne mobile d'ordre  $2m+1$  :  $\frac{1}{2m+1}[1 \dots 1]$  élimine les  
fonctions périodiques de période  $2m+1$**

**La moyenne mobile centrée d'ordre  $2m+1$ :  $\frac{1}{2m} \left[ \frac{1}{2} 1 \dots 1 \frac{1}{2} \right]$  élimine les  
fonctions périodiques de période  $2m$**

Série mensuelle : MMC(12)  
Série quotidienne : MM(7)  
Série trimestrielle: MMC(4)

\*\* l'ordre de la moyenne howa le nombre de  
termes utilisé

\*\* en gros kankhtaro la MM selon la période de  
la composante saisonniere

“e” c’est l’erreur c’est à dire l’écart entre la série réelle et la série ajustée

# Criteres de comparaison

$$\text{MAPE}(e) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \frac{|e_t| * 100}{y_t}$$

$$\text{RMSE}(e) = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^T e_t^2}{T}}$$

$$\text{MAE}(e) = \frac{\sum_{t=1}^T |e_t|}{T}$$

$$\text{MSE}(e) = \frac{\sum_{t=1}^T e_t^2}{T}$$

**Convergence des criteres** : tous les critères utilisés indiquent le même modèle (comme meilleur)

**Divergence des criteres** : au moins un des critères donne un résultat différent des autres



04

# Décomposition saisonnière

La décomposition saisonnière sert à isoler et identifier les composantes d'une série temporelle : tendance , saisonnalité , cycle et bruit

## Type de décomposition :

Modele additif

$$T + C + S + E$$

L'amplitude de la saisonnalité reste constante au fil du temps

Modele multiplicatif

$$T * C * S * E$$

L'amplitude de la saisonnalité varie proportionnellement au niveau de la tendance

Quel modele choisir ?



**Test de Buys Ballot**



## Test de Buys Ballot

année	moyenne	écart-type
1962	3,48	1,49
1963	3,86	1,82
1964	4,34	2,03
1965	5,02	2,28
1966	5,37	2,61
1967	5,71	3,24
1968	5,01	3,18
1969	5,64	2,87

On calcule la corrélation entre les deux colonnes

Si  $R > 0,3$  : modele multiplicatif

Si  $0 < R < 0,2$  : modele additif

Si  $0,2 < R < 0,3$  : les deux

(ma3rftch kifach had les deux  
lmohim howa hadchi li kan gal )

\*\* 3la hsab ma chft f les exams souvent kyt3ti l modele li ghankhdmo bih

# Étapes de la décomposition saisonnière

## 1. Calcul de MMC(12)

\*\* hna kandiro MMC(12) hit kanhdro 3la série mensuelle w hadchi li dayr howa flcours

On dispose au début de la série , on en calcule MMC(12) pour estimer la tendance et le cycle de la série selon les schéma suivants

{  
Modèle additif :  $T + C$   
Modèle multiplicatif :  $T * C$

\*\* had l3yba ghir bach tfhmo layach katslah w 3lach kanhsbo dakchi li jay b dik tari9a l'essentiel howa awal haja kanbdaw biha hia moyenne mobile

## 2. Extraction de la composante saisonnière

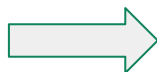
{  
Série – MMC(12) si modèle additif  
Série/MMC(12) si modèle multiplicatif

\*\* hadchi ca revient l la définition li kna drna flwl 3la kifach kandécomposew une série temporelle

### 3. Calcul de la composante saisonnière corrigée

mois	1983	1984	1985	1986	1987	1988	1989	1990	1991	1992	médiane	comp.sais.corr
janvier		1,012303333	1,001496323	1,004119415	1,000377572	0,99956	1,00126	1,00659	1,00417	0,99759	1,0015	1,000859098
février		1,006073057	1,001534919	1,002560636	1,000102058	1,00005	1,00278	1,00567	0,99855	0,99875	1,00153	1,000897669
mars		1,002315645	0,998825757	1,002067364	0,999984333	1,00135	0,99938	1,00343	0,9977	0,99904	0,99998	0,99934807
avril		1,00071582	1,000231446	1,000707523	1,002266652	1,00091	1,00159	1,00152	0,99752	0,99925	1,00072	1,000079091
mai		1,001687654	1,000661813	1,001144383	0,999571113	1,00001	1,00263	1,00234	0,99857	0,99961	1,00066	1,000025119
juin		1,002937535	1,000517817	0,981358073	0,997479227	1,00129	1,0031	1,00247	0,99819	1,00018	1,00052	0,999881214
juillet	1,008103292	1,000597439	1,000477601	0,999269679	0,996506916	1,0012	1,00345	1,00063	0,9998	0,99969	1,00054	0,999900904
août	0,878240298	1,001925789	0,997175973	0,993582676	0,997351424	1,00033	0,98134	1,00098	1,00196	0,99858	0,99797	0,997332795
septembre	1,013827045	1,001415793	1,000596274	1,000792468	1,00010043	0,99903	0,99384	1,00214	1,00119	0,99901	1,00069	1,000057656
octobre	1,010863847	1,001670736	1,001422385	0,999097773	1,001032723	0,99881	0,99355	1,00244	1,00123		1,00123	1,000589086
novembre	1,006039503	0,99944657	1,001080325	1,001959793	1,00164542	0,99972	0,9951	1,00156	1,00109		1,00109	1,000452121
décembre	1,004162409	0,999943924	1,002551203	1,001214224	1,001142752	1,00004	1,00664	1,00438	1,00074		1,00121	1,000577178
										somme	12,0076	12
										facteur de correctio	0,99936	

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{12} S_i = 0 & \text{pour le modèle additif} \\ \sum_{i=1}^{12} S_i = 12 & \text{pour le modèle multiplicatif} \end{cases}$$



$$\text{Facteur de correction} = -\frac{1}{12} \sum_{i=1}^{12} \text{médiane}_i$$

$$\text{Facteur de correction} = \frac{12}{\sum_{i=1}^{12} \text{médiane}_i}$$

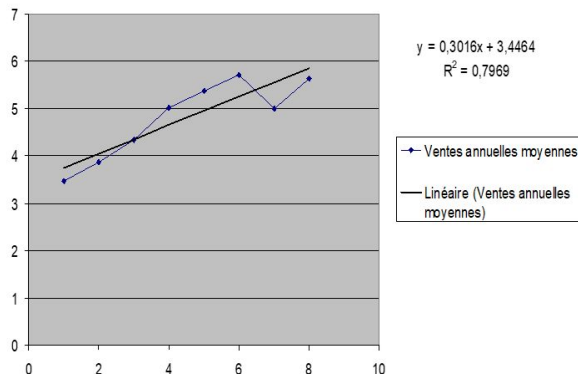
## 4. Calcul de la tendance

\*\* comme ce qu'on a vu f hadok les modeles de tendance w bnisba l les coefficients kanjbdom graphiquement

Elle peut être calculée en 2 méthodes :

1. Approximation de la tendance par les modèles de croissance
2. Dans le cas linéaire on étudie les données annuelles moyennes (tend ann)

\*\* anchofo kifach nhsboha f slide jay



## Pour calculer la tendance annuelle :

- On utilise les moyennes annuelles de notre série
- On les approche par un modèle linéaire :  $at+b$  avec  $a$  et  $b$  calculés de la même manière qu'on a fait précédemment

Données : Moyennes Annuelles

Données : Mensuelles

$$y = at + b$$

$$y = at + \beta$$

$$t = 1 \rightarrow 1 \text{ juillet } 1962$$

$$15 \text{ juillet } 1962$$

$$3.4781$$

$$3.4781 + a/24 = 3,76$$

Si  $a$  est l'augmentation annuelle, alors  $a/24$  est l'augmentation de 15 jours

$$\text{L'augmentation mensuelle } \alpha = a/12 = 0,3016/12$$

$$\text{Données mensuelles : juillet } 1962 \rightarrow 3,76$$

$$\text{août } 1962 \rightarrow 3,76 + \alpha$$

\*\* y a l'application de ca dans le TP2 pour mieux comprendre

## 5. Calcul du modèle et des prévisions

$$\hat{Y}_t = \begin{cases} \hat{T}_t + S_t & \text{schéma additif} \\ \hat{T}_t S_t & \text{schéma multiplicatif} \end{cases}$$

T : tendance

S : composante saisonnière

Vient après le calcul des critères de comparaison pour comparer les résultats des différents modèles (TP2)

!! Faites attention à la période ou la saisonnalité de la série  
Si elle est trimestrielle on remplace 12 par 4

## Mois stables /instables/assez stables

Dans le même tableau de calcul de la composante saisonnière

**Mois stable** : les mois dont les valeurs de la composante saisonnière sont toutes supérieures à 1 ou toutes inférieures à 1

**Mois assez stable** : les composantes sont toutes supérieures à 1 ou toutes inférieures à 1 sauf une valeur extrême qui diffère des autres

**Mois instable** : sinon

**TP 2**



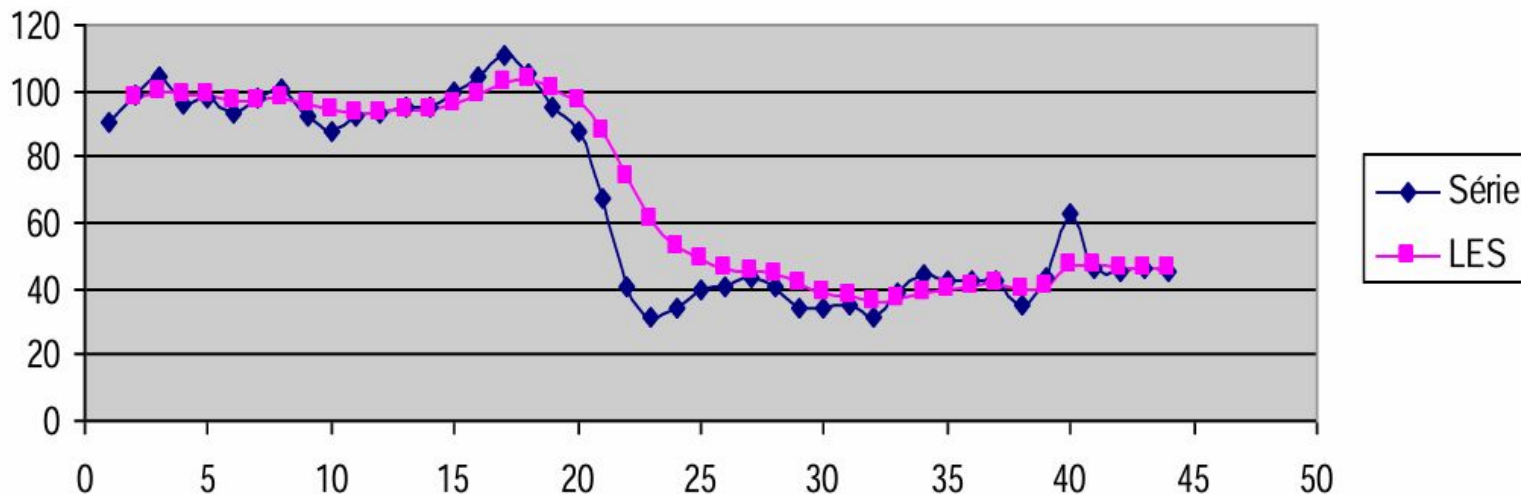


05

# Lissage exponentiel

## Le lissage exponentielle :

Méthode de prévision et de filtrage des séries temporelles  
!! elle est plus performante que les moyennes mobiles , elle s'adapte aux différents niveaux de la série



Sa formule générale :

$$F(t) = \alpha * Y(t) + (1-\alpha) F(t-1)$$

Valeur lissée (t)      Valeur réelle (t)      Coefficient de lissage

\*\*A chaque fois kytbedlo fiha chi hwayj selon le type de lissage

# Etapes de calcul d'un modèle de lissage exponentiel

\*\* had les étapes homa qui définissent la structure du code R

1. Paramètres du modèle (valeurs initiales et paramètres de lissage)
2. Choisir le critère de comparaison a minimiser pour ajuster le modèle (RMSE , MAE , MAPE)
3. La fonction "critère de comparaison" dépend des paramètres du modèle
4. L'estimation des paramètres se fait en calculant le minimum de la fct critère de comparaison par application de la procédure d'optimisation optim
5. Calcul du modèle sur la période d'ajustement
6. Calcul des prévisions
7. Qualité de prévision

\*\* ghanrj3o lihom f tp bach  
tchofo en quoi c'est utile

\*\* daba b9a lina n3rfo les spécificités de chaque modèle

## Lissage exponentiel simple (LES)

Rq : les observations dédiés a la prévision n'entrent dans les calculs du modèle , howa flwl kygol lina par exemple kankhliw les 12 dernières observations ghankhliwhom pour la prévision , du coup awal haja kanbdaw biha f lcode hia kann9so hadik 12 mn le nombre d'observations , ghanchofo kifach f l code R dya l tp

\*\*

makankhdmoch  
bih bzaf saraha

Les paramètres du modèles sont :  $F_2$  et  $\alpha$

On choisit le MAPE comme critère à minimiser pour estimer le modèle, c'est une fonction dans ce cas à 2 variables

Initialisation des paramètres :  $F_2 = x[1]$  et  $\alpha = x[2]$

Mape = 0

Pour  $i = 3$  à  $T-h$

$$F_i = \alpha y_i + (1 - \alpha)F_{i-1}$$
$$Mape = Mape + \text{abs}(y_i - F_{i-1}) * 100 / y_i$$

Fin\_pour

$$Mape = Mape / (T - h - 2)$$

\*\*

l'implémentation  
ghatl9awha fl  
fichier Mod\_LES

Optimisation de la fonction Mape par la procédure optim

Calcul du modèle sur l'horizon d'ajustement :  $1, \dots, T-h$

Calcul des prévisions pour les  $h$  derniers instants :

$$\hat{y}_t = F_{T-h}, \text{ pour } t \geq T - h + 1$$

Avec :

$F_2$  = la moyenne des 3 premières valeurs de la série

$T-h$  = le nombre d'observations - horizon de prévision

## Lissage exponentiel double (LED)

Série avec tendance

Avec:

La série ajustée :  $F_{t-1} = S_{t-1} + T_{t-1}$

L'erreur d'ajustement :  $e_t = y_t - F_{t-1}$

$$\alpha = 0.3, S_2 = \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}, T_2 = \frac{y_3 - y_1}{2}$$

\*\* C'est l'initialisation , pour alpha machi darori 0,3 t9dro takhdo li bghito hit hado des valeurs li kandkhohom comme valeurs initiales l optim katbda bihom w kat3tina les valeurs optimales dyalhom fhal li kna glna flwl

Les paramètres du modèles sont :  $S_2, T_2$  et  $\alpha$

On choisit le MAPE comme critère à minimiser pour estimer le modèle, c'est une fonction dans ce cas à 3 variables

Initialisation des paramètres :  $S_2 = x[1], T_2 = x[2]$  et  $\alpha = x[3]$

$$\lambda = 2\alpha - \alpha^2 \text{ et } \mu = \frac{\alpha}{2-\alpha}$$

Mape = 0

Pour i = 3 à T-h

$$S_i = \lambda y_i + (1 - \lambda)(S_{i-1} + T_{i-1})$$

$$T_i = \mu(S_i - S_{i-1}) + (1 - \mu)T_{i-1}$$

$$Mape = Mape + \text{abs}(y_i - S_{i-1} - T_{i-1}) * 100/y_i$$

Fin\_pour

$$Mape = Mape / (T - h - 2)$$

Optimisation de la fonction Mape par la procédure optim

Calcul du modèle sur l'horizon d'ajustement : 1,..., T-h

Calcul des prévisions pour les h derniers instants :

Pour i = 1 à h

$$\hat{y}_{T-h+i} = S_{T-h} + iT_{T-h}$$

Fin\_pour

L'implémentation f le fichier application LED..

Différente de hadi

## Lissage de Holt

Série non  
saisonnnière

Il est inspiré du lissage double , sauf qu'ici on a deux parametres de lissage un pour S et un autre pour T

Initialisation:

$$\lambda = 0.4, \mu = 0.3, S_2 = \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}, T_2 = \frac{y_3 - y_1}{2}$$

\*\* implémentation pareille à ce qui précède la même logique

\*\* Les paramètres de lissage sont toujours entre 0 et 1

Les paramètres du modèles sont :  $S_2, T_2, \lambda$  et  $\mu$

On choisit le MAPE comme critère à minimiser pour estimer le modèle, c'est une fonction dans ce cas à 4 variables

Initialisation des paramètres :  $S_2 = x[1], T_2 = x[2], \lambda = x[3]$  et  $\mu = x[4]$

Mape = 0

Pour i = 3 à T-h

$$S_i = \lambda y_i + (1 - \lambda)(S_{i-1} + T_{i-1})$$

$$T_i = \mu(S_i - S_{i-1}) + (1 - \mu)T_{i-1}$$

$$Mape = Mape + \text{abs}(y_i - S_{i-1} - T_{i-1}) * 100 / y_i$$

Fin\_pour

$$Mape = Mape / (T - h - 2)$$

Optimisation de la fonction Mape par la procédure optim

Calcul du modèle sur l'horizon d'ajustement : 1, ..., T-h

Calcul des prévisions pour les h derniers instants :

Pour i = 1 à h

$$\hat{y}_{T-h+i} = S_{T-h} + iT_{T-h}$$

Fin\_pour

## Lissage de Holt-winters

Série  
saisonnière

### Modele additif

Les paramètres du modèle sont :

$S_t$  : Le niveau

$T_t$  : La pente

$I_t$  : La composante saisonnière

$s$  : La période de la composante saisonnière

( $s = 12$  données mensuelles,  $s = 4$  données trimestrielles)

$\alpha, \gamma, \delta$

\*\* implémentation f le dossier  
application holt winters

Rq : l'ajustement ne peut  
etre calculé qu'a partir de  
la deuxieme année

\*\*C'est le modèle le plus utilisé  
, et chwia m39ed 3la lokhrin

Les équations de mise à jour du **modèle additif** :

$$S_t = \alpha(y_t - I_{t-s}) + (1 - \alpha)(S_{t-1} + T_{t-1})$$

$$T_t = \gamma(S_t - S_{t-1}) + (1 - \gamma)T_{t-1}$$

$$I_t = \delta(y_t - S_t) + (1 - \delta)I_{t-s}$$

La série ajustée :  $F_{t-1} = S_{t-1} + T_{t-1} + I_{t-s}$

L'erreur d'ajustement :  $e_t = y_t - F_{t-1}$

La prévision à la date  $T$ , pour l'horizon  $h$  est :

$$\hat{y}_T(h) = S_T + hT_T + \hat{I}_{T+h}$$

$$\hat{I}_{T+h} = I_{T+h-s} \text{ si } 0 < h \leq s$$

$$\hat{I}_{T+h} = I_{T+h-2s} \text{ si } s < h \leq 2s, \text{ et ainsi de suite .}$$

## Lissage de Holt-winters

### Modele additif

Obs	YearMont	Sweetwhit	MMC(12)	comp sais	comp corrige	I0
1	1980-01	85				0,862681
2	1980-02	89				0,814049
3	1980-03	109				0,938607
4	1980-04	95				0,860841
5	1980-05	91				0,821775
6	1980-06	95				0,776152
7	1980-07	96	114,4583	0,83873316	1,03809671	1,038097
8	1980-08	128	118,9583	1,07600701	1,10510907	1,105109
9	1980-09	124	122,6667	1,01086957	1,041717	1,041717
10	1980-10	111	126,125	0,88007929	1,0109096	1,01091
11	1980-11	178	127,6667	1,39425588	1,24526694	1,245267
12	1980-12	140	127,625	1,09696376	1,48479696	1,484797
13	1981-01	150	128,125	1,17073171	0,86268062	
14	1981-02	132	129,7917	1,01701445	0,81404864	
15	1981-03	155	130,875	1,1843362	0,93860708	
16	1981-04	132	131,625	1,002849	0,86084082	
17	1981-05	91	131,25	0,69333333	0,82177473	
18	1981-06	94	131,0417	0,71732909	0,77615184	

Calcul des valeurs initiales :

$$S_2 = \frac{(y_3 - I_3) + (y_2 - I_2) + (y_1 - I_1)}{3}, T_2 = \frac{(y_3 - I_3) - (y_1 - I_1)}{2}$$

Pour une série trimestrielle

$$T_4 = S_4 - S_3$$

$$I_4 = y_4 - S_4, I_3 = y_3 - S_3, I_2 = y_2 - (S_3 - T_4), I_1 = y_1 - (S_3 - 2T_4)$$

\*\* les S3 et S4 sont obtenues par MMC(4) donc c'est la premiere valeur qu'on peut calculer

Pour (I) : elle est calculée sur excel

Calculer les moyennes mobiles centrées sur une année donnée

Déduire les composantes saisonnières en retranchant les moyennes mobiles centrées des valeurs de la série

\*\* yla kna hsebna lcomp.sais corrigée ghaykon hsen de l'utiliser



## Lissage de Holt-winters

### Modele multiplicatif

$$S_t = \alpha \frac{y_t}{I_{t-s}} + (1 - \alpha)(S_{t-1} + T_{t-1})$$

$$T_t = \gamma (S_t - S_{t-1}) + (1 - \gamma)T_{t-1}$$

$$I_t = \delta \frac{y_t}{S_t} + (1 - \delta)I_{t-s}$$

La série ajustée :  $F_{t-1} = (S_{t-1} + T_{t-1})I_{t-s}$

L'erreur d'ajustement :  $e_t = y_t - F_{t-1}$

## Initialisation

$$S_2 = \frac{1}{3} \left( \frac{y_3}{I_3} + \frac{y_2}{I_2} + \frac{y_1}{I_1} \right), \quad T_2 = \frac{1}{2} \left( \frac{y_3}{I_3} - \frac{y_1}{I_1} \right)$$

## Pour une série trimestrielle

$$T_4 = S_4 - S_3$$

$$I_4 = \frac{y_4}{S_4}, I_3 = \frac{y_3}{S_3}, I_2 = \frac{y_2}{S_3 - T_4}, I_1 = \frac{y_1}{S_3 - 2T_4}$$

## Prévisions

$$\hat{y}_T(h) = (S_T + hT_T) \hat{I}_{T+h}$$

$$\hat{I}_{T+h} = I_{T+h-s} \text{ si } 0 < h \leq s$$

$$\hat{I}_{T+h} = I_{T+h-2s} \text{ si } s < h \leq 2s, \text{ et ainsi de suite ...}$$

# TP 3

Vous pouvez voir également le fichier word ..  
pour l'algorithme des deux derniers modeles



06

# Méthode de Gardner

## Principe :

\*\* hadchi se fait sur excel

- On applique des transformations sur la série
- On calcule la variance de chaque transformation
- On choisit la transformation ayant la plus petite variance
- On choisit le modèle qui correspond à la transformation choisie a partir de ce tableau

Cas	Série ayant la plus petite variance	Modèle
A	$X_t$	Lissage simple
B	$(1-B)X_t$	DA-N
C	$(1-B)^2X_t$	Lissage de Holt
D	$(1-B^s)X_t$	N-M
E	$(1-B)(1-B^s)X_t$	DA-M
F	$(1-B^2)(1-B^s)X_t$	H-W multiplicatif

s : La période de la composante saisonnière

(s = 12 données mensuelles, s = 4 données trimestrielles)

$$BX_t = X_{t-1}, B^2X_t = X_{t-2}, B^sX_t = X_{t-s}$$

## Equations des transformations :

$$(1 - B)X_t = X_t - X_{t-1}$$

$$(1 - B)^2 X_t = X_t - 2X_{t-1} + X_{t-2}$$

$$(1 - B^s)X_t = X_t - X_{t-s}$$

$$(1 - B)(1 - B^s)X_t = (1 - B^s - B + B^{s+1})X_t = X_t - X_{t-s} - X_{t-1} + X_{t-s-1}$$

$$(1 - B^2)(1 - B^s)X_t = (1 - B^s - B^2 + B^{s+2})X_t = X_t - X_{t-s} - X_{t-2} + X_{t-s-2}$$

### Le modèle DA-N : damped additive none

$$S_t = \alpha X_t + (1 - \alpha)(S_{t-1} + \varphi T_{t-1})$$

$$T_t = \gamma(S_t - S_{t-1}) + (1 - \gamma)\varphi T_{t-1}$$

La série ajustée :  $F_{t-1} = S_{t-1} + \varphi T_{t-1}$

$$\hat{X}_t(h) = S_t + \sum_{i=1}^h \varphi^i T_t$$

### Le modèle N-M : none trend multiplicative

$$S_t = \alpha \frac{X_t}{I_{t-s}} + (1 - \alpha)S_{t-1}$$

La série ajustée

$$F_{t-1} = S_{t-1}I_{t-s}$$

$$I_t = \delta \frac{X_t}{S_t} + (1 - \delta)I_{t-s}$$

$$\hat{X}_t(h) = S_t I_{t+h-s}$$

### Le modèle DA-M : damped additive multiplicative

$$S_t = \alpha X_t / I_{t-s} + (1 - \alpha)(S_{t-1} + \varphi T_{t-1})$$

$$T_t = \gamma(S_t - S_{t-1}) + (1 - \gamma)\varphi T_{t-1}$$

$$I_t = \delta(X_t / S_t) + (1 - \delta)I_{t-s}$$

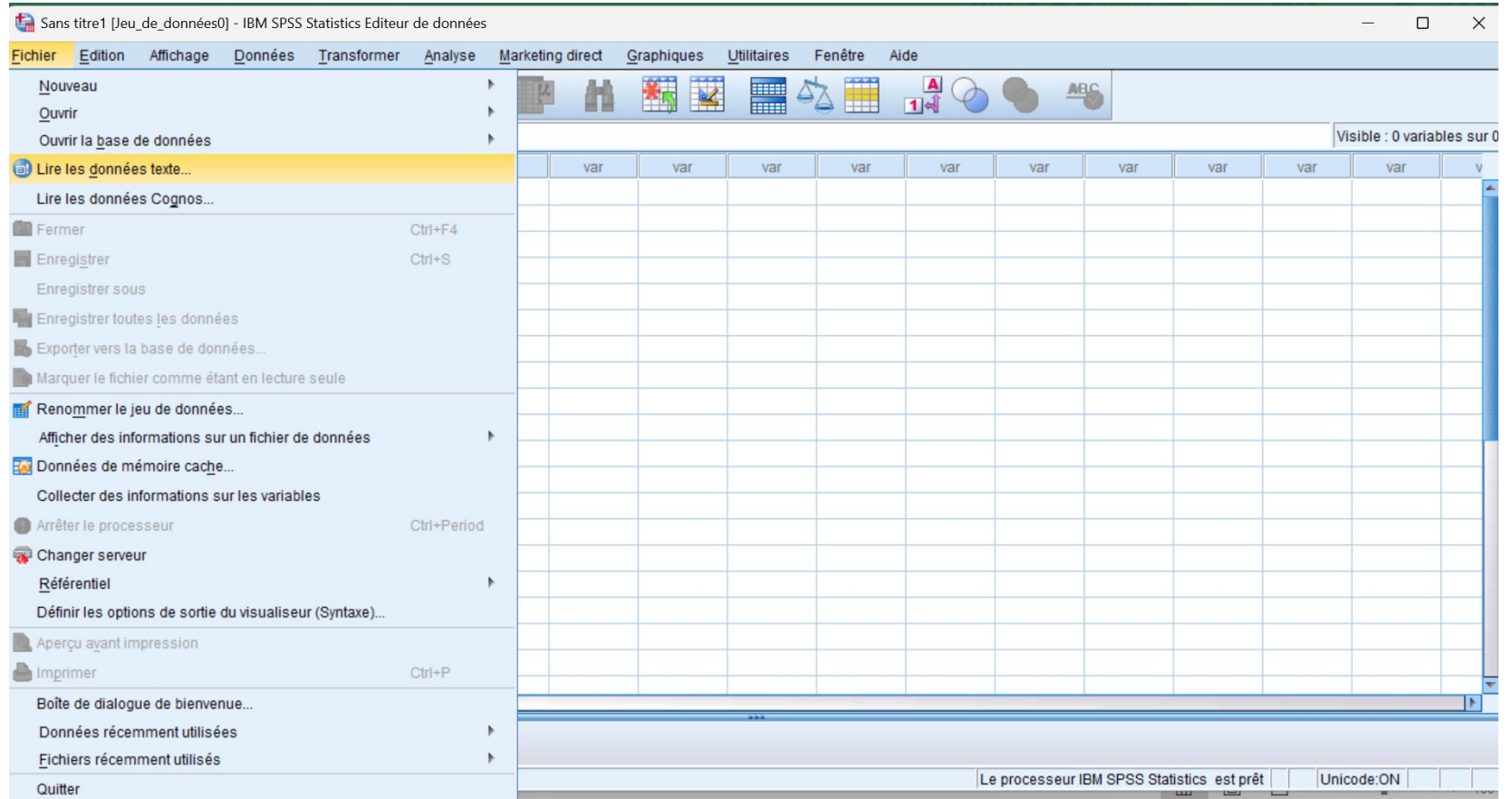
$$\hat{X}_t(h) = \left( S_t + \sum_{i=1}^h \varphi^i T_t \right) I_{t+h-s}$$

La série ajustée :  $F_{t-1} = (S_{t-1} + \varphi T_{t-1})I_{t-s}$

Pour tous ces modèles, l'erreur d'ajustement est définie par :

$$e_t = X_t - \hat{X}_{t-1}(1) = X_t - F_{t-1}$$

**TP 4**










Ouvrir les données



Chercher dans :  mon essai



 data exam 2022-2023 copie.csv

 data for exam 2022-2023(1).csv

Nom du fichier :

Ouvrir

Fichiers de type : Texte (\*.txt, \*.dat, \*.csv, \*.tab)

Encodage :

Excel (\*.xls, \*.xlsx, \*.xlsm)  
Lotus (\*.w\*)  
Sylk (\*.slk)  
dBase (\*.dbf)  
SAS (\*.sas7bdat, \*.sd7, \*.sd2, \*.ssd01, \*.ssd04, \*.xpt)  
Stata (\*.dta)  
Texte (\*.txt, \*.dat, \*.csv, \*.tab)  
Tous les fichiers (\*.\*)

Coller

Annuler

Aide



Ouvrir la source de données Excel



C:\Users\HP\OneDrive\Bureau\Cours 2A\S4\préparation exams\lasse9 TS docs\exam\mon essai\data for exam 2022-2023(1).xlsx

☒ Lire les noms de variable à partir de la première ligne de données

Feuille de calcul : calcul [A1:H194]

Plage :

Largeur maximale pour les colonnes chaîne : 32767

OK

Annuler

Aide

Fichier Edition Affichage Données Transformer **Analyse** Marketing direct Graphiques Utilitaires Fenêtre Aide

Visible : 3 variables sur

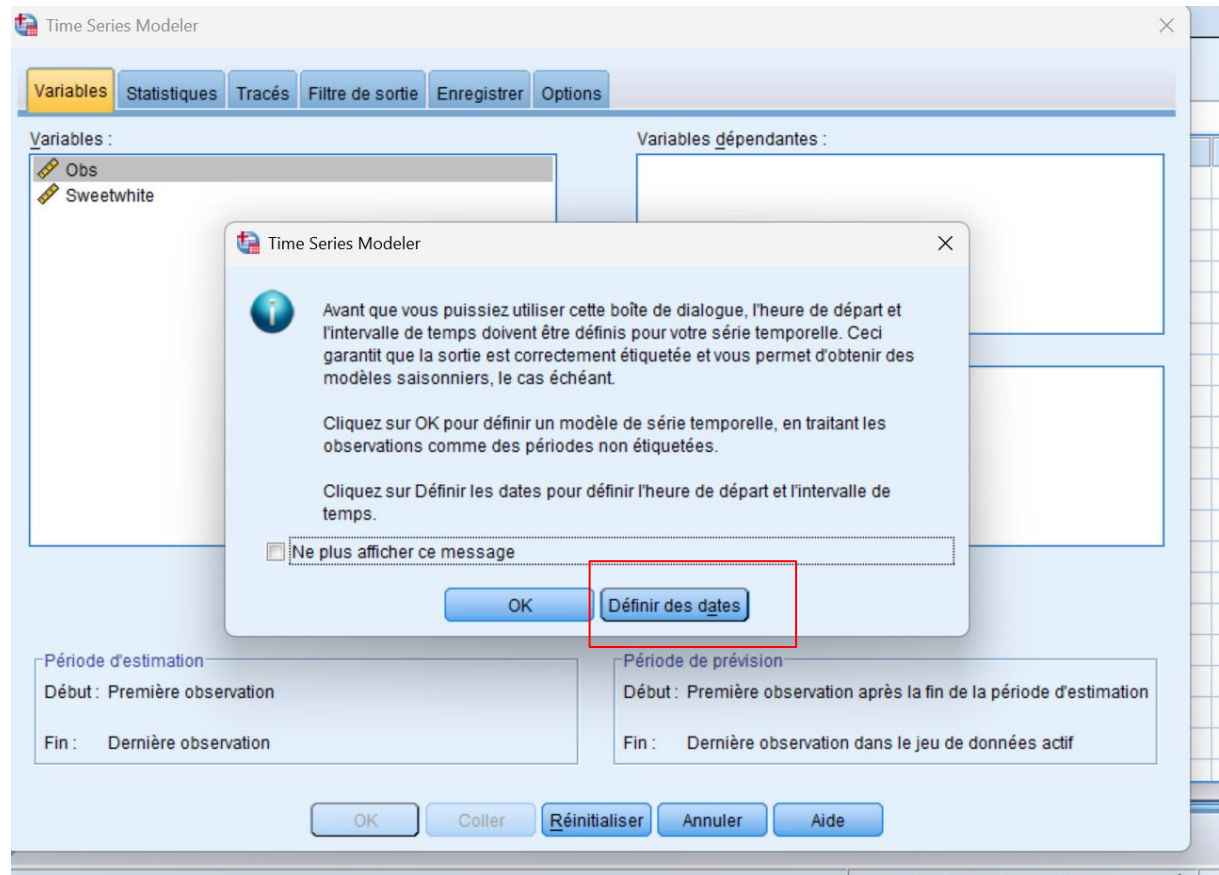
	Obs	YearMonth	Sweetw
1	1,0	1980-01	
2	2,0	1980-02	
3	3,0	1980-03	
4	4,0	1980-04	
5	5,0	1980-05	
6	6,0	1980-06	
7	7,0	1980-07	
8	8,0	1980-08	
9	9,0	1980-09	
10	10,0	1980-10	
11	11,0	1980-11	
12	12,0	1980-12	
13	13,0	1981-01	
14	14,0	1981-02	
15	15,0	1981-03	
16	16,0	1981-04	
17	17,0	1981-05	
18	18,0	1981-06	
19	19,0	1981-07	
20	20,0	1981-08	

**Analyse**

- Rapports
- Statistiques descriptives
- Tableaux
- Comparer les moyennes
- Modèle linéaire général
- Modèles linéaires généralisés
- Modèles Mixtes
- Corrélation
- Régression
- Log Linéaire
- Réseaux neuronaux
- Classification
- Réduction des dimensions
- Echelle
- Tests non paramétriques
- Prévisions**
  - Créer des modèles...
  - Appliquer des modèles...
  - Désaisonnalisation...
  - Analyse spectrale...
  - Graphiques séquentiels...
  - Autocorrélations...
  - Corrélations croisées...
- Survie
- Réponses multiples
- Analyse des valeurs manquantes
  - Imputation multiple
  - Echantillons complexes
- Simulation...
- Contrôle de qualité
- Courbe ROC...

Vue de données | Vue des variables

Créer des modèles... | Le processeur IBM SPSS Statistics est prêt | Unicode:ON



Kankhtaro Année mois  
yla kant mensuelle w  
kandéfiniw la premiere  
année



	Obs	
1	1,0	1
2	2,0	1
3	3,0	1
4	4,0	1
5	5,0	1
6	6,0	1
7	7,0	1
8	8,0	1
9	9,0	1
10	10,0	1
11	11,0	1
12	12,0	1
13	13,0	1
14	14,0	1
15	15,0	1
16	16,0	1
17	17,0	1
18	18,0	1
19	19,0	1
20	20,0	1

Time Series Modeler

Variables

Statistiques

Tracés

Filtre de sortie

Enregistrer

Options

Variables :

Obs

YEAR, not periodic [YEAR\_]

MONTH, period 12 [MONTH\_]

Variables dépendantes :

Sweetwhite

Variables indépendantes :

Méthode : Modélisateur expert

Critères...

Type de modèle : Tous les modèles

Période d'estimation

Début : Première observation

Fin : Dernière observation

Période de prévision

Début : Première observation après la fin de la période d'estimation

Fin : Dernière observation dans le jeu de données actif

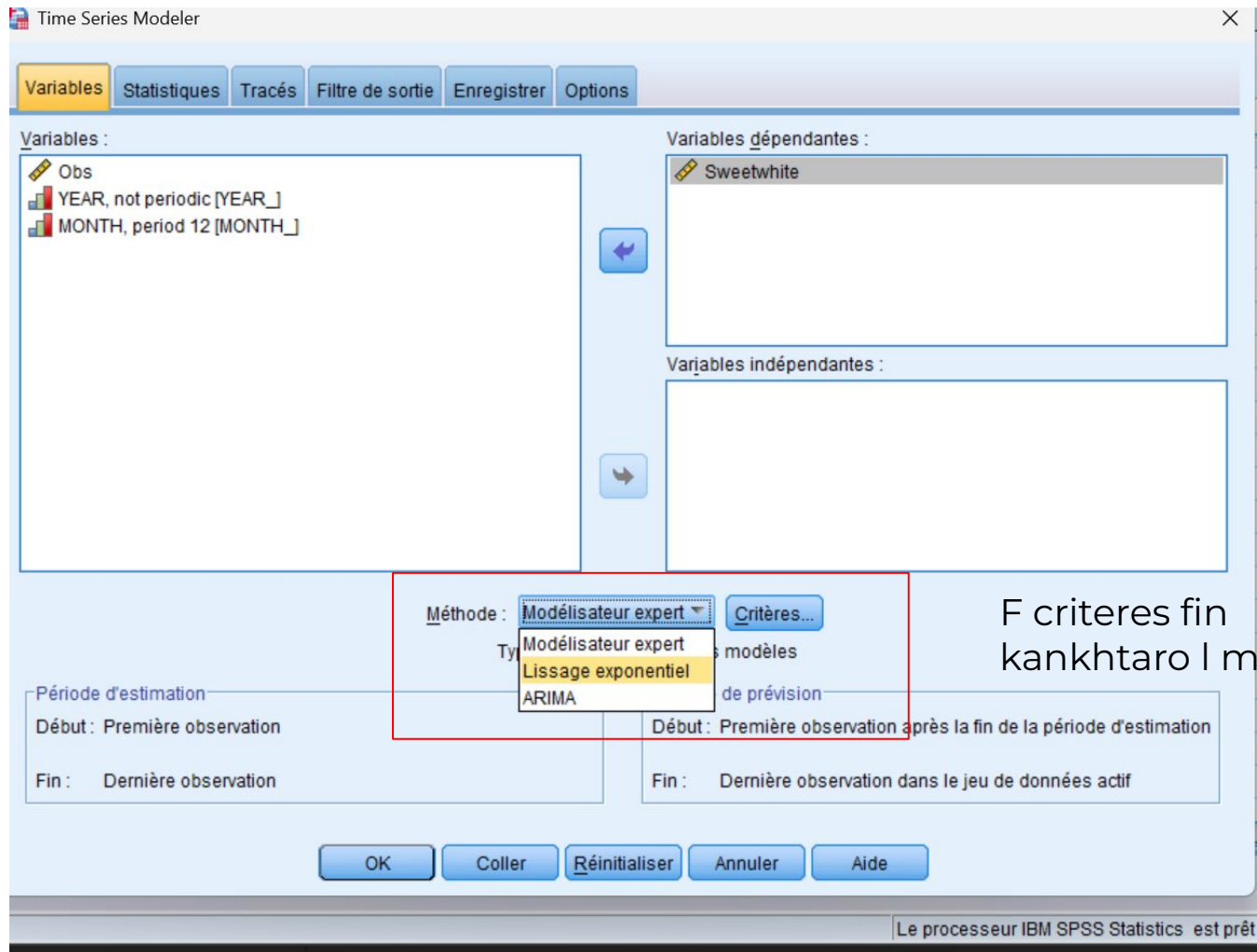
OK

Coller

Réinitialiser

Annuler

Aide



F criteres fin  
kankhtaro I modele



Time Series Modeler : Critères de lissage exponentiel

Type de modèle

Non saisonnier :

- ☒ Simple
- ☐ Tendance linéaire de Holt
- ☐ Tendance linéaire de Brown
- ☐ Oscillation amortie

Saisonnier :

- ☐ Saisonnier simple
- ☐ Additif de Winters
- ☐ Multiplicatif de Winters

Périodicité courante : 12

Transformation de variables dépendante

- ☒ Aucun
- ☐ Racine carrée
- ☐ Log népérien

Poursuivre Annuler Aide

Lissage  
double

Modèle  
DA-N

	Obs	Y
1	1,0	1
2	2,0	1
3	3,0	1
4	4,0	1
5	5,0	1
6	6,0	1
7	7,0	1
8	8,0	1
9	9,0	1
10	10,0	1
11	11,0	1
12	12,0	1
13	13,0	1
14	14,0	1
15	15,0	1
16	16,0	1
17	17,0	1
18	18,0	1
19	19,0	1
20	20,0	1

The screenshot shows the 'Time Series Modeler' dialog box with the 'Statistiques' tab selected. The dialog has a title bar with a close button. Below the title bar are five tabs: 'Variables', 'Statistiques' (highlighted), 'Tracés', 'Filtre de sortie', and 'Enregistrer'. Below the tabs is a list of options with checkboxes:

- ☒ Afficher les mesures d'ajustement, les statistiques Ljung-Box et le nombre de valeurs extrêmes par modèle

Below this is a section titled 'Mesures d'ajustement' containing a table of options:

Mesures d'ajustement	
<input checked="" type="checkbox"/> R-deux stationnaire	<input checked="" type="checkbox"/> Erreur Absolue Moyenne
<input type="checkbox"/> R-deux	<input checked="" type="checkbox"/> Erreur de pourcentage maximale
<input checked="" type="checkbox"/> Erreur quadratique moyenne	<input type="checkbox"/> Erreur Absolue Maximum
<input checked="" type="checkbox"/> Erreur de pourcentage moyenne	<input checked="" type="checkbox"/> BIC normalisé

Below this is a section titled 'Statistiques de comparaison des modèles' containing a table of options:

Statistiques de comparaison des modèles	
<input checked="" type="checkbox"/> Qualité d'ajustement	
<input type="checkbox"/> Fonction d'autocorrélation (ACF) résiduelle	
<input type="checkbox"/> Fonction d'autocorrélation partielle (PACF) résiduelle	

Below this is a section titled 'Statistiques de modèles individuels' containing a table of options:

Statistiques de modèles individuels	
<input checked="" type="checkbox"/> Estimations des paramètres	
<input type="checkbox"/> Fonction d'autocorrélation (ACF) résiduelle	
<input type="checkbox"/> Fonction d'autocorrélation partielle (PACF) résiduelle	

Below these sections is a checkbox:

- ☒ Afficher les prévisions

At the bottom of the dialog are five buttons: 'OK', 'Coller', 'Réinitialiser', 'Annuler', and 'Aide'.





- Sortie
  - Log
  - Time Series Modeler
    - Titre
    - Remarques
    - Jeu de données a
    - Description du m
    - Récapitulatif des r
      - Titre
      - Qualité de l'aj
      - Statistiques du m
      - Paramètres du m
      - Prévision
      - Graphique de séri
  - Log
  - Time Series Modeler
    - Titre
    - Remarques
    - Description du m
    - Récapitulatif des r
      - Titre
      - Qualité de l'aj
      - Statistiques du m
      - Paramètres du m
      - Prévision
      - Graphique de séri

## Time Series Modeler

### Description du modèle

			Type de modèle
ID de modèle	Sweetwhite	Modèle_1	Multiplicatif de Winters

### Récapitulatif des modèles

#### Qualité de l'ajustement

Statistiques d'ajustement	Moyenne	Erreur standard	Minimum	Maximum	Percentile						
					5	10	25	50	75	90	95
R-deux stationnaire	,495	.	,495	,495	,495	,495	,495	,495	,495	,495	,495
R-deux	,851	.	,851	,851	,851	,851	,851	,851	,851	,851	,851
RMSE	48,373	.	48,373	48,373	48,373	48,373	48,373	48,373	48,373	48,373	48,373
MAPE	13,868	.	13,868	13,868	13,868	13,868	13,868	13,868	13,868	13,868	13,868
MaxAPE	80,114	.	80,114	80,114	80,114	80,114	80,114	80,114	80,114	80,114	80,114
MAE	33,912	.	33,912	33,912	33,912	33,912	33,912	33,912	33,912	33,912	33,912
MaxAE	151,461	.	151,461	151,461	151,461	151,461	151,461	151,461	151,461	151,461	151,461
BIC normalisé	7,846	.	7,846	7,846	7,846	7,846	7,846	7,846	7,846	7,846	7,846

#### Statistiques du modèle



## Sortie

## Log

## Time Series Modeler

## Titre

## Remarques

## Jeu de données à

## Description du mo

## Récapitulatif des r

## Titre

## Qualité de l'aj

## Statistiques du m

## Paramètres du m

## Prévision

## Graphique de séri

## Log

## Time Series Modeler

## Titre

## Remarques

## Description du mo

## Récapitulatif des r

## Titre

## Qualité de l'aj

## Statistiques du m

## Paramètres du m

## Prévision

## Graphique de séri

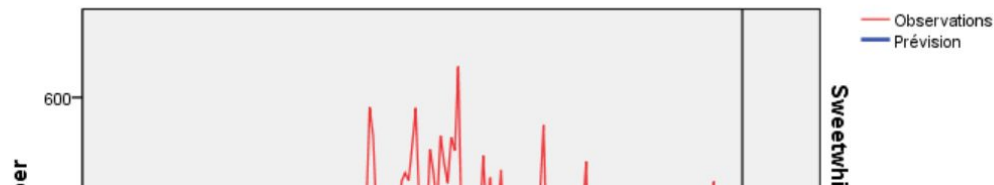
## Paramètres du modèle de lissage exponentiel

Modèle			Estimation	Erreur standard	t	Sig.
Sweetwhite-Modèle_1	Aucune transformation	Alpha (Niveau)	,481	,065	7,460	,000
		Gamma (Tendance)	,001	,019	,038	,970
		Delta (Saison)	,118	,062	1,899	,059

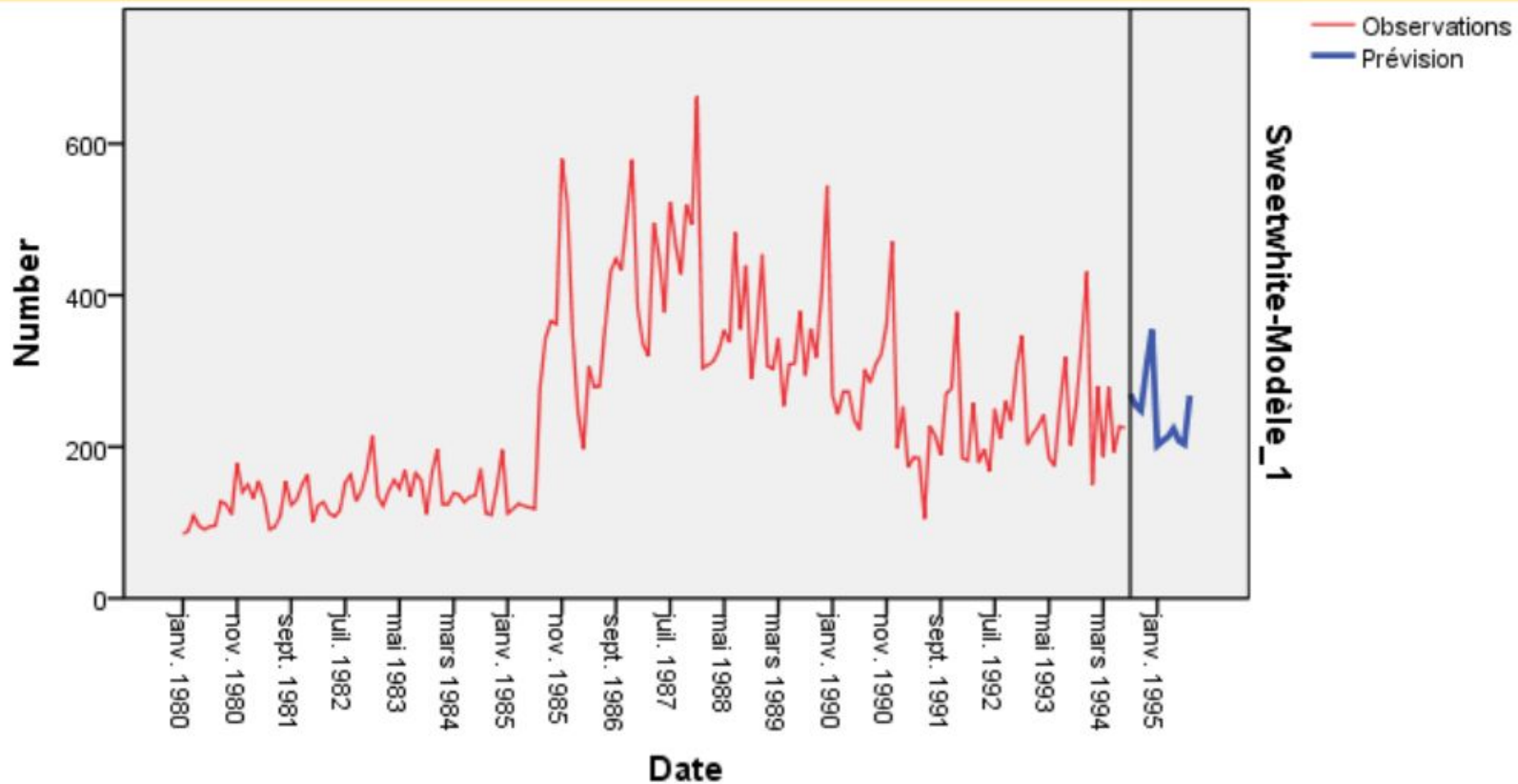
## Prévision

Modèle		août 1994	sept. 1994	oct. 1994	nov. 1994	déc. 1994	janv. 1995	févr. 1995	mars 1995	avr. 1995	mai 1995	juin 1995
Sweetwhite-Modèle_1	Prévision	270	255	248	306	354	202	208	213	224	208	203
	UCL	365	359	361	441	509	322	339	353	375	359	358
	LCL	174	150	134	172	200	81	78	73	73	57	48

Pour chaque modèle, les prévisions commencent après la dernière valeur non manquante dans la plage de la période d'estimation requise et elles se terminent à la dernière période pour laquelle des valeurs non manquantes de tous les prédicteurs sont disponibles ou à la date de fin de la période de prévision, selon ce qui se produit en premier.



**Sweetwhite-Modèle\_1**



# Exam

## 2022-2023

HADA ma kan !!