

Ejercicio 1: Resolución de Sistema de Ecuaciones Lineales

Resolver el siguiente sistema de ecuaciones para x , y , y z :

$$\begin{aligned}x + y + z &= 6, \\2x + 2y + 3z &= 13, \\x + 3y + 4z &= 14.\end{aligned}$$

Matriz aumentada:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 6 \\ 2 & 2 & 3 & 13 \\ 1 & 3 & 4 & 14 \end{bmatrix}$$

Operaciones:

1. $R_2 \leftarrow R_2 - 2R_1$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 6 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 4 & 14 \end{bmatrix}$$

2. $R_3 \leftarrow R_3 - R_1$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 6 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 3 & 8 \end{bmatrix}$$

3. $R_3 \leftarrow R_3 - 2R_2$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 6 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & 6 \end{bmatrix}$$

4. $R_3 \leftarrow \frac{R_3}{2}$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 6 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

Resultado:

$$z = 1, \quad y = 3, \quad x = 2.$$

Ejercicio 2: Estudio de Movimiento de Partículas

Resolver el siguiente sistema para x , y , y z :

$$2x + 3y - z = 8,$$

$$x - 2y + 3z = 7,$$

$$3x + y - 2z = 3.$$

Matriz aumentada:

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 & -1 & 8 \\ 1 & -2 & 3 & 7 \\ 3 & 1 & -2 & 3 \end{bmatrix}$$

Operaciones:

1. $R_2 \leftarrow R_2 - \frac{1}{2}R_1$

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 & -1 & 8 \\ 0 & -\frac{7}{2} & \frac{7}{2} & 3 \\ 3 & 1 & -2 & 3 \end{bmatrix}$$

2. $R_3 \leftarrow R_3 - \frac{3}{2}R_1$

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 & -1 & 8 \\ 0 & -\frac{7}{2} & \frac{7}{2} & 3 \\ 0 & -\frac{5}{2} & -\frac{7}{2} & -9 \end{bmatrix}$$

3. $R_3 \leftarrow R_3 - \frac{5}{7}R_2$

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 & -1 & 8 \\ 0 & -\frac{7}{2} & \frac{7}{2} & 3 \\ 0 & 0 & 0 & -3 \end{bmatrix}$$

Resultado: El sistema es inconsistente y no tiene solución.

Ejercicio 3: Asignación Óptima de Recursos

Resolver el siguiente sistema para a , b , y c :

$$\begin{aligned}a + b + c &= 6, \\ 2a - b + 3c &= 13, \\ -a + 2b - c &= 2.\end{aligned}$$

Matriz aumentada:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 6 \\ 2 & -1 & 3 & 13 \\ -1 & 2 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

Operaciones:

1. $R_2 \leftarrow R_2 - 2R_1$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 6 \\ 0 & -3 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

2. $R_3 \leftarrow R_3 + R_1$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 6 \\ 0 & -3 & 1 & 1 \\ 0 & 3 & 0 & 8 \end{bmatrix}$$

3. $R_2 \leftarrow \frac{R_2}{-3}$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 6 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ 0 & 3 & 0 & 8 \end{bmatrix}$$

4. $R_3 \leftarrow R_3 - 3R_2$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 6 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 1 & 9 \end{bmatrix}$$

5. $R_1 \leftarrow R_1 - R_3$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & -\frac{8}{3} \\ 0 & 1 & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 1 & 9 \end{bmatrix}$$

6. $R_1 \leftarrow R_1 - R_2$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -\frac{8}{3} \\ 0 & 1 & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 1 & 9 \end{bmatrix}$$

Resultado:

$$a = -\frac{8}{3}, \quad b = -\frac{1}{3}, \quad c = 9.$$

Ejercicio 4: Optimización de Parámetros de un Bosque Aleatorio

Resolver el siguiente sistema para p , q , y r :

$$p + 2q + 3r = 10,$$

$$2p - q + 4r = 12,$$

$$3p + 3q - r = 6.$$

Matriz aumentada:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 10 \\ 2 & -1 & 4 & 12 \\ 3 & 3 & -1 & 6 \end{bmatrix}$$

Operaciones:

1. $R_2 \leftarrow R_2 - 2R_1$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 10 \\ 0 & -3 & 1 & 1 \\ 3 & 3 & -1 & 6 \end{bmatrix}$$

2. $R_3 \leftarrow R_3 - 3R_1$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 10 \\ 0 & -3 & 1 & 1 \\ 0 & -3 & -10 & -24 \end{bmatrix}$$

3. $R_3 \leftarrow R_3 + 3R_2$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 10 \\ 0 & -3 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -\frac{28}{5} & -\frac{72}{5} \end{bmatrix}$$

4. $R_3 \leftarrow \frac{5}{-28}R_3$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 10 \\ 0 & -3 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{18}{7} \end{bmatrix}$$

5. $R_2 \leftarrow R_2 - \frac{2}{5}R_3$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 10 \\ 0 & 1 & 0 & \frac{32}{7} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{18}{7} \end{bmatrix}$$

6. $R_1 \leftarrow R_1 - 3R_3$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & \frac{26}{7} \\ 0 & 1 & 0 & \frac{32}{7} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{18}{7} \end{bmatrix}$$

7. $R_1 \leftarrow R_1 - 2R_2$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & \frac{32}{7} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{18}{7} \end{bmatrix}$$

Resultado:

$$p = 2, \quad q = \frac{32}{7}, \quad r = \frac{18}{7}.$$

Ejercicio 5: Estimación de Demanda de Inventario

Resolver el siguiente sistema para u , v , y w :

$$\begin{aligned}u + v + 2w &= 9, \\ 2u - 3v + 4w &= 5, \\ u - 2v + w &= 1.\end{aligned}$$

Matriz aumentada:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & 9 \\ 2 & -3 & 4 & 5 \\ 1 & -2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Operaciones:

1. $R_2 \leftarrow R_2 - 2R_1$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & 9 \\ 0 & -5 & 0 & -13 \\ 1 & -2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

2. $R_3 \leftarrow R_3 - R_1$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & 9 \\ 0 & -5 & 0 & -13 \\ 0 & -3 & -1 & -8 \end{bmatrix}$$

3. $R_3 \leftarrow R_3 + 3R_2$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & 9 \\ 0 & -5 & 0 & -13 \\ 0 & 0 & -1 & \frac{1}{5} \end{bmatrix}$$

4. $R_3 \leftarrow -R_3$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & 9 \\ 0 & -5 & 0 & -13 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{5} \end{bmatrix}$$

5. $R_1 \leftarrow R_1 - 2R_3$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 8.2 \\ 0 & -5 & 0 & -13 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{5} \end{bmatrix}$$

6. $R_1 \leftarrow R_1 - R_2$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 8.2 \\ 0 & 1 & 0 & \frac{13}{5} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{5} \end{bmatrix}$$

Resultado:

$$u = 8.2, \quad v = \frac{13}{5}, \quad w = -\frac{1}{5}.$$