Задача А. Картошка

Имя входного файла: стандартный ввод Имя выходного файла: стандартный вывод

Ограничение по времени: 1 секунда Ограничение по памяти: 256 мегабайт



Есть распространённый стереотип, что лучшая картошка растёт в Беларуси. Однако это величайшее заблуждением: на самом деле лучшая картошка растёт в Грузии. Все картофелины в Грузии пронумерованы натуральными числами от 1 до n. И каждый день каждая картофелина поливается m литрами лимонного сока. После созревания все n картофелин сваливаются в большой пакет и из-за непонятных никому законов грузинской физики в пакете остаются только те картофелины, номер которых является взаимно простым с числом m. Требуется узнать, сколько же картофелин останется в пакете.

Формат входных данных

В единственной строке входных данных даны 2 числа n и m $(1 \le n, m \le 10^{12})$.

Формат выходных данных

Выведите одно число — ответ на задачу.

стандартный ввод	стандартный вывод
6 4	3

Задача В. Представление чисел

Имя входного файла: стандартный ввод Имя выходного файла: стандартный вывод

Ограничение по времени: 1 секунда Ограничение по памяти: 64 мегабайта

Дано натуральное число N. Требуется представить его в виде суммы двух натуральных чисел A и B таких, что НОД (наибольший общий делитель) чисел A и B — максимален.

Формат входных данных

Во входном файле записано натуральное число $N\ (2\leqslant N\leqslant 10^9)$

Формат выходных данных

В выходной файл выведите два искомых числа A и B. Если решений несколько, выведите любое из них.

стандартный ввод	стандартный вывод
100	50 50

Задача С. Маткульт-привет!

Имя входного файла: стандартный ввод Имя выходного файла: стандартный вывод

Ограничение по времени: 1 секунда Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Маткульт-привет!

Алексей Савватеев

Сегодня на очередном занятии в математическом кружке, посвященном теории чисел, Сережа узнал много новых для него интересных функций. В частности, ему очень понравилась функция $\varphi(n)$, которая определяется следующим образом: $\varphi(n)$ равно количеству натуральных чисел, не превосходящих n, взаимно-простых с n. Эта функция показалась Сереже очень красивой, так как на занятии он узнал несколько ее замечательных свойств. Например, для любых взаимно-простых чисел a и b верно, что $\varphi(a \cdot b) = \varphi(a) \cdot \varphi(b)$.

Напомним, что натуральные числа a и b называются a взаимно-простыми, если их наибольший общий делитель равен единице. Например, числа b и b являются взаимно-простыми, а числа b и b — нет (их наибольший общий делитель равен b 3).

Приведем некоторые примеры значений функции $\varphi(n)$:

- $\varphi(5) = 4$ (натуральные числа, не превосходящие 5, взаимно-простые с 5: 1, 2, 3, 4),
- $\varphi(1) = 1$ (существует всего одно натуральное число, не превосходящее 1 само число 1),
- $\varphi(6) = 2$ (натуральные числа, не превосходящие 6, взаимно-простые с 6: 1, 5).

Сережа очень любит натуральные числа из промежутка [l,r], то есть числа $l,l+1,\ldots,r$. Начинающему математику тут же захотелось исследовать поведение функции $\varphi(n)$ на промежутке [l,r].

Сережа хочет найти такое натуральное число x, что $l \le x \le r$, а также $\varphi(x) \geqslant \varphi(y)$ для любого натурального числа $l \le y \le r$. Так как Сережа является начинающим математиком, он не справился с этой задачей, поэтому решить ее придется вам.

Формат входных данных

Единственная строка содержит два натуральных числа l и r ($1 \le l \le r \le 10^{12}$).

Формат выходных данных

Выведите одно натуральное число x, для которого верно, что $l \leqslant x \leqslant r$, а также $\varphi(x) \geqslant \varphi(y)$ для любого натурального числа $l \leqslant y \leqslant r$.

Если существует несколько подходящих чисел x, выведите любое из них.

Примеры

стандартный ввод	стандартный вывод
1 6	5
10 10	10
14 16	16

Замечание

В первом примере значения функции $\varphi(n)$ для всех натуральных чисел из промежутка [1,6] равны: $\varphi(1) = 1, \varphi(2) = 1, \varphi(3) = 2, \varphi(4) = 2, \varphi(5) = 4, \varphi(6) = 2.$

Во втором примере 10 — единственное натуральное число из промежутка [10, 10].

В третьем примере можно вывести в качестве ответа числа 15 или 16, так как $\varphi(14)=6$, а $\varphi(15)=\varphi(16)=8$.

Задача D. Решето Эратосфена

Имя входного файла: стандартный ввод Имя выходного файла: стандартный вывод

Ограничение по времени: 2 секунды Ограничение по памяти: 64 мегабайта

По введенным числам A и B вывести все простые числа в интервале от A до B включительно.

Формат входных данных

В единственной строке вводятся два числа $1\leqslant A\leqslant B\leqslant 1000000$

Формат выходных данных

Вывести в одну строку все простые числа в интервале от A до B включительно

стандартный ввод	стандартный вывод
2 2	2
1 100	2 3 5 7 11 13 17 19 23 29 31 37 41 43 47 53 59 61 67 71 73 79 83 89 97

Задача Е. Полифемовы тройки

Имя входного файла: стандартный ввод Имя выходного файла: стандартный вывод

Ограничение по времени: 1 секунда Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Циклоп Полифем, некогда ослепленный хитроумным Одиссеем, ныне бросил овцеводство и занимается математикой. За прошедшее время обида на коварного грека несколько улеглась, Полифем проанализировал ситуацию и всецело поглощен работой над ошибками. Корни своего поражения слепой Полифем видит в незнании квадратных корней; им и только им посвящены его изыскания.

В настоящий момент циклопа занимают тройки целых неотрицательных чисел, обладающие следующим свойством: сумма корней из первых двух элементов равна корню из третьего (из уважения к ученому мы будем называть такие тройки $nonu \phi emos umu$). Так, например, $\sqrt{7857} + \sqrt{24832} = \sqrt{60625}$ — полифемова тройка.

В наибольшей степени циклопа заинтересовал тот факт, что некоторые числа могут принадлежать более, чем одной полифемовой тройке. Для всякого числа C Полифем обозначил z(C) количество пар целых неотрицательных чисел $A \leq B$, для которых $\sqrt{A} + \sqrt{B} = \sqrt{C}$. Циклоп нашел поистине превосходный алгоритм вычисления z(C) с помощью циркуля и линейки, но увы: использовать его на практике Полифему мешает собственная слепота! Помогите циклопу найти значение функции z(C).

Формат входных данных

В единственной строке находится одно целое число $C, 0 \leqslant C \leqslant 10^{18}$.

Формат выходных данных

Выведите ровно одно целое число -z(C).

стандартный ввод	стандартный вывод
9	2
3	1

Задача F. Диофантово уравнение

Имя входного файла: стандартный ввод Имя выходного файла: стандартный вывод

Ограничение по времени: 0.25 секунд Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Даны натуральные числа a, b и c. Решите в целых числах уравнение ax+by=c. Среди множества решений следует выбрать такое, где x имеет наименьшее неотрицательное значение.

Формат входных данных

Первая строка содержит три целых числа a и b и c $(1 \le a, b, c \le 10^9)$.

Формат выходных данных

Выведите искомые x и y через пробел. Если решения не существует, выведите одну строку «Impossible».

стандартный ввод	стандартный вывод
1 2 3	1 1
10 6 8	2 -2

Задача G. Функция Эйлера

Имя входного файла: **стандартный ввод** Имя выходного файла: **стандартный вывод**

Ограничение по времени: 3 секунды Ограничение по памяти: 1024 мегабайта

Красить забор — не очень. Вернёмся к математике.

Формат входных данных

Дано число $n \ (1 \le n \le 10^8)$.

Формат выходных данных

Для каждого числа от 1 до n требуется посчитать функцию Эйлера от него. Так как чисел очень много, сначала выведите сумму функций Эйлера для первых 100 чисел, потом для вторых 100 чисел, потом для третьих 100 чисел и так далее. Если n не делится на 100, последнее из выведенных вами чисел будет состоять из суммы меньше, чем 100 слагаемых.

Примеры

стандартный ввод	стандартный вывод
10	32
200	3044 9188

Замечание

Для чисел от 1 до 10 функция Эйлера будет равна соответственно 1,1,2,2,4,2,6,4,6,4, что в сумме даёт 32.

Задача Н. Система линейных сравнений

Имя входного файла: стандартный ввод Имя выходного файла: стандартный вывод

Ограничение по времени: 4 секунды Ограничение по памяти: 256 мегабайт

256 мегабайт

Дана система из двух линейных сравнений:

$$\begin{cases} x \equiv a \pmod{n}, \\ x \equiv b \pmod{m}; \end{cases}$$

где числа n и m не обязательно взаимно простые. Решите эту систему или определите, что она не имеет решений.

Формат входных данных

В первой строке входного файла записано единственное число $1 \le t \le 100\,000$. В следующих t строках содержатся по четыре целых числа a, b, n, m, задающих одну систему сравнений. Все числа не превосходят по модулю $10^4, n > 1, m > 1$.

Формат выходных данных

Программа должна вывести t строк, по одной на каждую систему.

В случае, если система не имеет решений, выведите строку "NO".

В случае, если решение есть, то необходимо вывести слово "YES" и два таких числа x_0 и p, $0 \le x < p$, такие, что множество чисел $x = x_0 + kp$, где k — произвольное целое число является решением данной системы.

стандартный ввод	стандартный вывод
3	YES 38 45
3 2 5 9	YES 1 45
1 1 5 9	NO
7 13 20 24	

Задача І. Сумма НОДов

Имя входного файла: стандартный ввод Имя выходного файла: стандартный вывод

Ограничение по времени: 1 секунда Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Дано число n. Найдите сумму

$$\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} gcd(i,j)$$

Формат входных данных

В единственной строке дано одно число $n \ (1 \le n \le 10^6)$.

Формат выходных данных

Выведите ответ на задачу.

стандартный ввод	стандартный вывод
1	1
2	5
3	12

Задача Ј. Парные числа

Имя входного файла: стандартный ввод Имя выходного файла: стандартный вывод

Ограничение по времени: 1 секунда Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Назовём парой простого числа p такое простое число x, что |p-x|=2 . На отрезке [a,b] найдите количество простых чисел, имеющих пару.

Формат входных данных

В единственной строке содержатся два натуральных числа a и b ($2 \le a \le b \le 36 \cdot 10^6$).

Формат выходных данных

Выведите единственное натуральное число — количество простых чисел, принадлежащих отрезку [a,b], имеющих пару.

стандартный ввод	стандартный вывод
2 10	3

Задача К. Формальность

Имя входного файла: стандартный ввод Имя выходного файла: стандартный вывод

Ограничение по времени: 1 секунда Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Предположим вы живете в мире, где существуют очень странный математик Иван, который очень устал разбираться в проблемах теории чисел, а так же очень устал разбираться в томных условиях задачи на разных олимпиадах, ведь краткость - сестра таланта. Поэтому помогите ему посчитать количество способов выбрать 4 числа a, b, c, d так, что

- a, b, c, d > 0
- $a \neq x, b \neq x$
- a > c, b > d
- $\bullet \ a \cdot b c \cdot d = n$

Формат входных данных

В первой строке ввода содержатся два числа: $n\ (1\leqslant n\leqslant 3000)$ и $x\ (0\leqslant x\leqslant 3000)$. Значение x=0 означает, что ограничений на a и b нет.

Формат выходных данных

Выведите единственное неотрицательное число - количество способов выбрать такие 4 числа a, b, c, d, что условия выполняются

стандартный ввод	стандартный вывод
3 0	1
5 0	5
5 3	2

Задача L. Все обратные по модулю 2

Имя входного файла: стандартный ввод Имя выходного файла: стандартный вывод

Ограничение по времени: 1 секунда Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Дано простое число p. Найдите обратные по модулю p ко всем числам от 1 до p-1.

Формат входных данных

Первая строка содержит число p ($1 \le p \le 10^9$).

Формат выходных данных

Так как n очень большое, выведите сумму обратных по модулю p ко всем числам от 1 до p-1, взятую по модулю p.

Примеры

стандартный ввод	стандартный вывод
2	1
5	0

Замечание

Обратите внимание, что сумма чисел тоже берется по модулю, так что число, которое вы выводите не должно превышать p-1.

Задача М. Все обратные по модулю

Имя входного файла: стандартный ввод Имя выходного файла: стандартный вывод

Ограничение по времени: 3.5 секунд Ограничение по памяти: 512 мегабайт

Дано простое число p. Найдите обратные по модулю p ко всем числам от 1 до p-1.

Формат входных данных

Первая строка содержит число p ($1 \le p \le 10^8$).

Формат выходных данных

Для каждого числа от 1 до p-1 требуется посчитать обратное по модулю p. Так как чисел очень много, сначала выведите сумму обратных для первых 100 чисел по модулю p, потом для вторых 100 чисел по модулю p, потом для третьих 100 чисел и так далее. Если p-1 не делится на 100, последнее из выведенных вами чисел будет состоять из суммы меньше, чем 100 слагаемых.

Примеры

стандартный ввод	стандартный вывод
2	1
5	0

Замечание

Обратите внимание, что сумма 100 чисел тоже берется по модулю, так что все числа, которые вы выводите не должны превышать p-1.