代入の新しい操作について

大村伸一

平成 31 年 3 月 10 日

目 次

♠ は疑問のあるセクション

1　何を書きたいか

1.1　意図

代入は、$\bar{v}$ を変数のベクトル、$\bar{t}$ を term のベクトルとするとき、$\{\bar{v} \leftarrow \bar{t}\}$ である。ここのベクトルは記号の並びということ。代入は σ で表す。

面倒なので上の線は略すと、代入の演算は、

$$t_0 \bullet \sigma$$

で、t_0 に出現する v を t で置き換えた記号列を作る操作である。

この定義を自然に拡張して

$$\sigma_1 \bullet \sigma_2$$

が定義できる。これは、任意の t_0 に対して、

$$t_0 \bullet (\sigma_1 \bullet \sigma_2) = (t_0 \bullet \sigma_1) \bullet \sigma_2$$

となるような演算になる。

この・は、σ_1 と σ_2 に共通の変数がある場合、σ_2 のその変数への代入は無視される。

$$\{x \leftarrow t\} \bullet \{x \leftarrow s, y \leftarrow u\} = \{x \leftarrow t, y \leftarrow u\}$$

だから

$$\sigma_1 \bullet \sigma_2 \neq \sigma_2 \bullet \sigma_1$$

だが、もしも

$$V(\sigma_1) V(\sigma_2) = \emptyset$$

ならば

$$\sigma_1 \bullet \sigma_2 = \sigma_2 \bullet \sigma_1$$

が成り立つ。

2　代入の unification

mgu は代入の一種だが、二つの termt_1, t_2 があったとき、それを同じにする代入の中で最も一般的なものである。この操作を term の間の unification と呼ぶ。ここでは、次のように表記する。

$$< t_1 : t_2 > \iff \sup\{\mu \bar{t_1} \bullet \mu = t_2 \bullet \mu\}$$

さらに、2 つの代入の間の unification 操作を次のように定義する。これは例であり、完全な定義は未。

$$< \{x \leftarrow t\} : \{x \leftarrow s\} > \Longleftrightarrow \{x \leftarrow < t : s >\}$$

これによると

$$< \{x \leftarrow f(y), y \leftarrow y\} : \{x \leftarrow f(a)\} > = \{x \leftarrow f(a), y \leftarrow a\}$$

となる。

3 の意味

代入の unification は、代入の間の・操作と型は同じだが、その意味は異なる。
まず、代入への代入と異なり、同じ変数への代入があったとき、片方の代入を無視しない。
また、term の変化というものについて考える。
時間を t_1, t_2, t_3, t_4 とし、term のシーケンスがあるとする。

$$s_{t_1}, s_{t_2}, s_{t_3}, s_{t_4}$$

このとき、隣り合う term の mgu は、2 つの term の差を表している。

$$\sigma_{1,2} = < s_{t_1} : s_{t_2} >$$
$$\sigma_{2,3} = < s_{t_2} : s_{t_3} >$$
$$\sigma_{3,4} = < s_{t_3} : s_{t_4} >$$

そして、これらの mgu の間の mgu を求めると、それは差の差を表していると考えられる。

$$\mu_{1,2,3} = < \sigma_{1,2} : \sigma_{2,3} >$$
$$\mu_{2,3,4} = < \sigma_{2,3} : \sigma_{3,4} >$$

3.1 メモ

時系列の term の並びにおいて、時間経過による term の変化をこの代入の unification で求めた mgu で捉えることができるのではないか??

これを繰り返すと、代入の mgu の mgu といったものも考えられる。

resolution による proof の構成において、mgu の mgu を観察することで、ループの判定はできないだろうか。

$\overleftarrow{x_i} = \{x_i \leftarrow x_i\}$ とかく。
$\{x \leftarrow x\}$ は $\{\overleftarrow{x}\}$ となる。