Министерство образования Республики Беларусь
Учреждение образования
“Белорусский государственный университет
информатики и радиоэлектроники”
Факультет информационных технологий и управления
Кафедра интеллектуальных информационных технологий

Отчёт по лабораторной работе №1 по курсу «МРЗвИС» на тему «Реализация модели решения задачи на конвейерной архитектуре»

Выполнил студент группы 821701 — Залесский А.А.

Проверил — Крачковский Д.Я.

Минск 2020

Тема: "Реализация модели решения задачи на конвейерной архитектуре"

Цель: Реализовать и исследовать модель решения на конвейерной архитектуре задачи вычисления попарного произведения (деления (обращения)) компонентов двух векторов чисел.

Описание модели: краткое описание особенностей

Модель арифметического (сбалансированного) конвейера, реализующего операцию произведения пары 6-разрядных чисел умножением с младших разрядов со сдвигом множимого (частичного произведения) влево.

Данный конвейер содержит 3 этапа, представленных тремя видами операций: вычисление частичного произведения, сдвиг частичного произведения влево и вычисление суммы частичных произведений.

Алгоритм:

Умножение с младших разрядов 0 0 1 0 0 1 * 0 0 1 1 0 0 = 0 1 1 0. 1 1 0 0 (3) (2) (1) (0) Обозначим множимое 001001 за M; номер разряда за i, а его значение за X		
№ (номер разряда в числе)	Арифметические действия	Пояснение
1	1- 000000.000000 2- 000000.000000 3- 000000.000000	1 - Вычисление частичного произведения-1 (i=0): Xi*M=0*001001 2 – Сдвиг частичного произведения-1 влево на i разрядов 3 – Прибавление результирующего частичного произведения-1 к сумме частичных произведений
2	1- 000000.000000 2- 000000.000000 3- 000000.000000	1 - Вычисление частичного произведения-2 (i=1): Xi*M=0*001001 2 – Сдвиг частичного произведения-2 влево на i разрядов 3 – Прибавление результирующего частичного произведения-2 к сумме частичных произведений
3	1- 000000.001001 2- 000000.100100 3- 000000.100100	1 - Вычисление частичного произведения-3 (i=2): Xi*M=1*001001 2 – Сдвиг частичного произведения-3 влево на i разрядов 3 – Прибавление результирующего частичного произведения-3 к сумме частичных произведений
4	1- 000000.001001 2- 000001.001000 3- 000001.101100	1 - Вычисление частичного произведения-4 (i=3): Xi*M=1*001001 2 – Сдвиг частичного произведения-4 влево на i разрядов 3 – Прибавление результирующего частичного произведения-4 к сумме частичных произведений

Исходные данные:

p = 6 - разрядность умножаемых чисел
2 * p = 12 – разрядность частичного произведения и суммы частичных произведений
Количество этапов конвейера – 3 (= n)
Количество пар задается пользователем – m

Работа конвейера. Результаты счёта и времена их получения:

Пользователю предлагается самостоятельно выбрать не только количество пар чисел, над которыми будут производиться операции, но и сами числа.

```
Количество пар чисел: 3

1 пара:
Введите первое число: 1
Введите второе число: 2

2 пара:
Введите первое число: 4
Введите второе число: 5

3 пара:
Введите первое число: 6
Введите второе число: 7
```

```
                 1 пара:

Первый множитель:  1 = 000001
Второй множитель:  2 = 000010
****************************************
                 2 пара:

Первый множитель:  4 = 000100
Второй множитель:  3 = 000011
****************************************
                 3 пара:

Первый множитель:  6 = 000110
Второй множитель: 11 = 001011
****************************************
                 4 пара:

Первый множитель: 12 = 001100
Второй множитель:  7 = 000111
****************************************
```

Числа, введенные в десятичной системе, переводятся в двоичную систему. Далее взаимодействие происходит именно с ними. В конце ответы отображаются как в двоичной, так и в десятичной системах счисления.

Ниже изображено то, что видит пользователь в качестве ответа, если вводит три пары чисел – 1 и 2, 4 и 5, 6 и 7.

```
        Результаты вычислений:
1 пара:  1 *  2 =   2 = 000000 000010
2 пара:  4 *  5 =  20 = 000000 010100
3 пара:  6 *  7 =  42 = 000000 101010
```

При введении трех и менее пар чисел будет выведена таблица потактового выполнения конвейера. Но пользователю остается возможность пропустить потактовое выполнение и сразу вывести ответ (скрин приведен ниже).

Выводится таблица, в которой выделены «частичное произведение», «сдвиг» и «частичная сумма». При этом программа предусматривает то, что пользователь введет одну, две или три пары чисел. В зависимости от этого будет выведена таблица с разным количеством тактов:

- для одной пары – восемь тактов
- для двух пар – четырнадцать тактов
- для трех пар – двадцать тактов

При введении более трех пар элементов, то будет выведен результат всех операций в двух системах счисления и количество тактов, которые понадобились для их вычисления (скрин приведен ниже).

```
                1 пара:

Первый множитель: 11 = 001011
Второй множитель: 23 = 010111
*****************************************
                2 пара:

Первый множитель:  2 = 000010
Второй множитель:  5 = 000101
*****************************************
```

№ такта	частичное произведение	сдвиг	частичная сумма
такт 1	-----	-----	-----
такт 2	-----	-----	-----
такт 3	-----	-----	-----
такт 4	-----	-----	-----
такт 5	-----	-----	-----
такт 6	-----	-----	-----
такт 7	-----	-----	-----
такт 8	-----	-----	-----
такт 9	-----	-----	-----
такт 10	-----	-----	-----
такт 11	-----	-----	-----
такт 12	-----	-----	-----
такт 13	-----	-----	-----
такт 14	-----	-----	-----

```
Следующий такт - 1
Все такты - 2
Выход из программы - 3
```

```
                1 пара:

Первый множитель: 22 = 010110
Второй множитель: 11 = 001011
*****************************************
                2 пара:

Первый множитель:  2 = 000010
Второй множитель:  3 = 000011
*****************************************
                3 пара:

Первый множитель:  4 = 000100
Второй множитель:  5 = 000101
*****************************************
                4 пара:

Первый множитель: 23 = 010111
Второй множитель:  2 = 000010
*****************************************
Кол-во пар: 4   Кол-во тактов: 26

        Результаты вычислений:
1 пара: 22 * 11 = 242 = 000011 110010
2 пара:  2 *  3 =   6 = 000000 000110
3 пара:  4 *  5 =  20 = 000000 010100
4 пара: 23 *  2 =  46 = 000000 101110
```

Графики (всего четыре семейства):

Обозначения:
Ky(n,r) = T1/Tn;
e(n,r) = Ky(n,r)/n;
где Ky(n,r) – коэффициент ускорения;
e(n,r) – эффективность;
n – количество процессорных элементов в системе;
k – количество пар, поступающих на вход;
r – ранг;

График 1. График зависимости коэффициента ускорения Ky от ранга задачи r

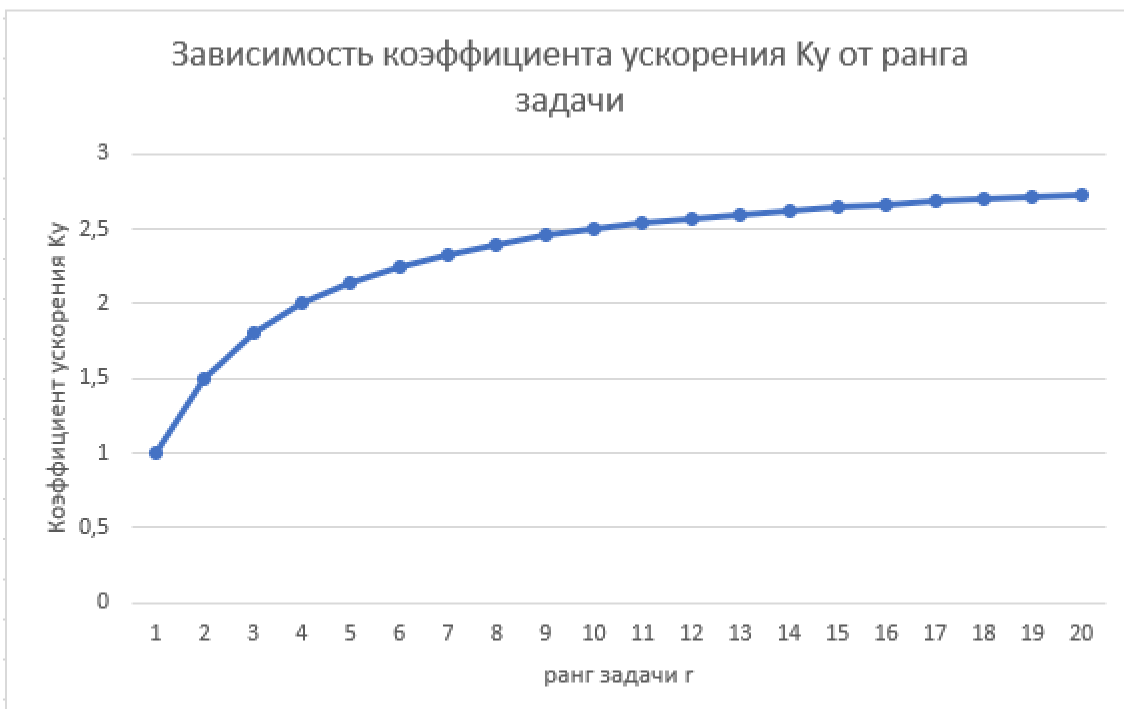


График 2. График зависимости эффективности e от ранга задачи r

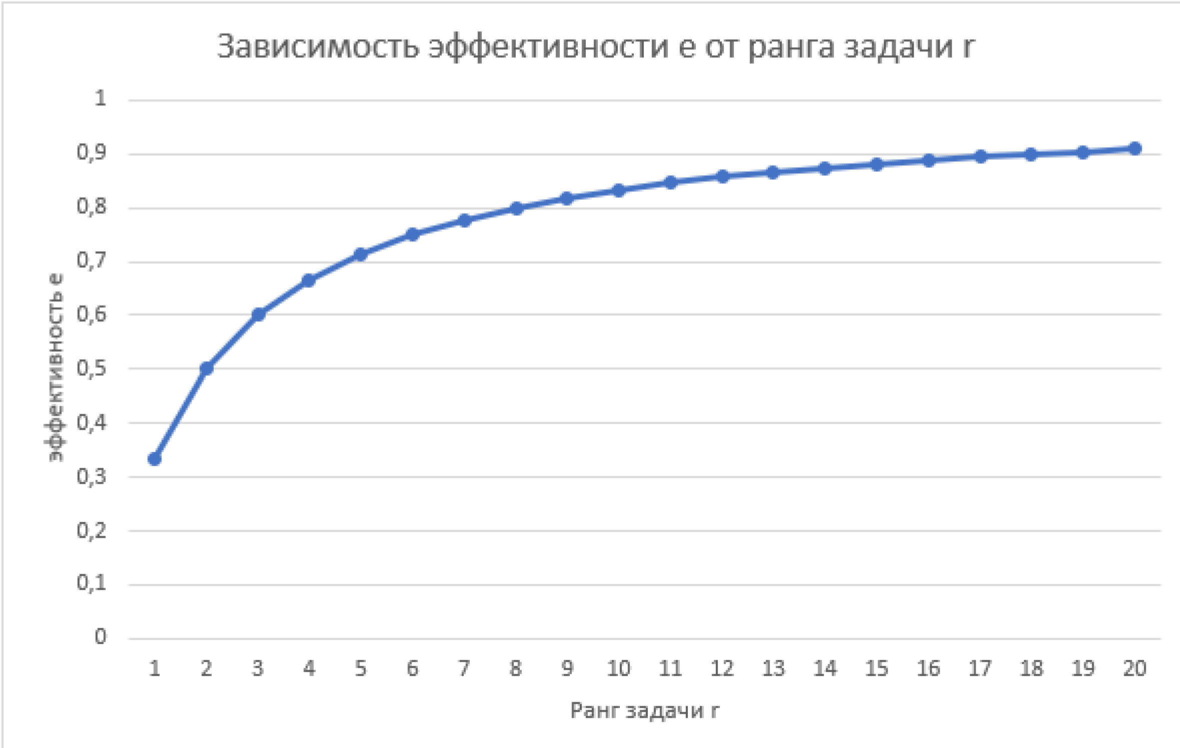


График 3. График зависимости коэффициента ускорения Ку от количества этапов n

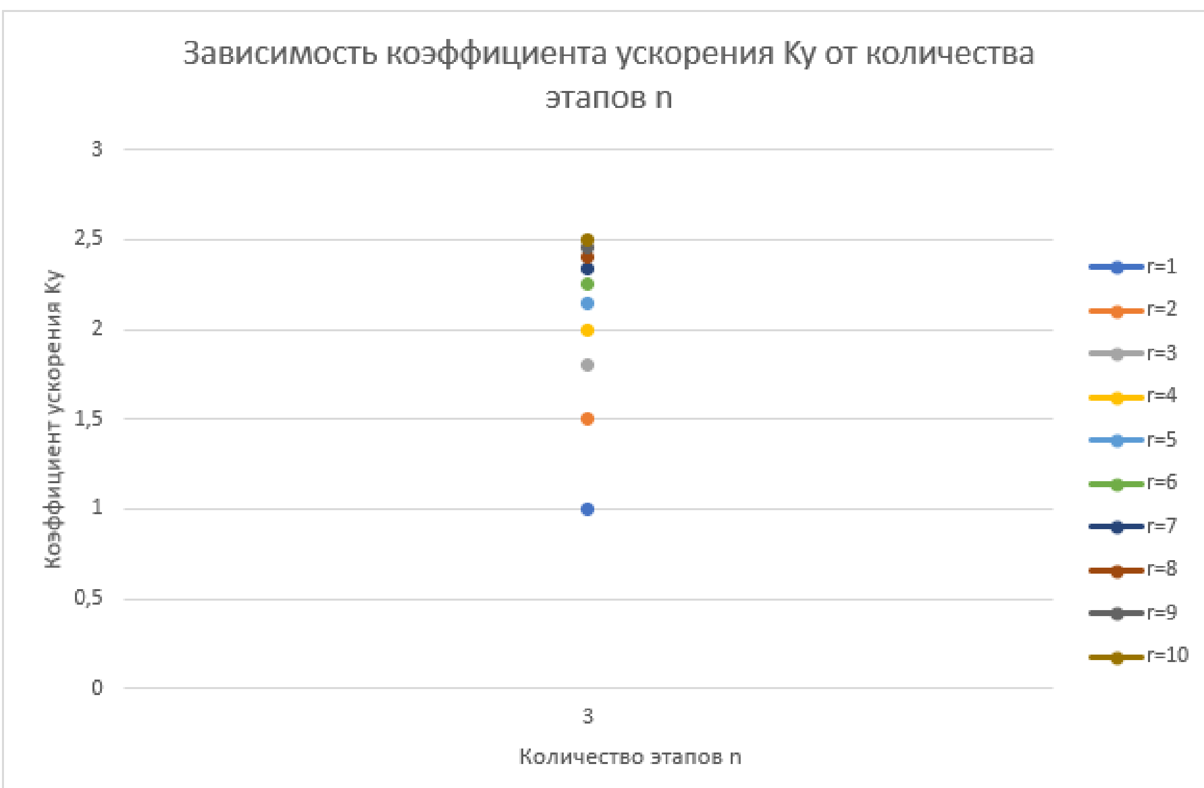
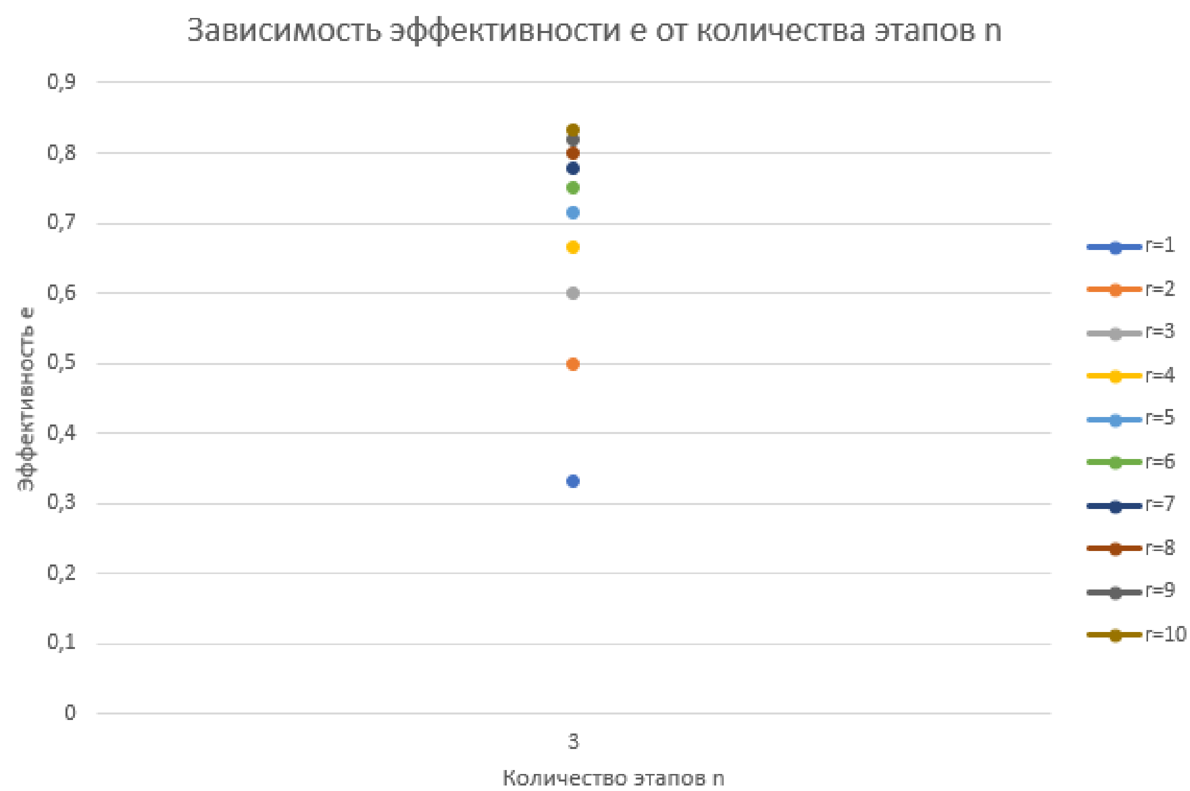


График 4. График зависимости эффективности e от количества этапов n



Вопросы и ответы на них:

1. **проверить, что модель создана верно: программа работает правильно (на всех этапах конвейера)**

Имеются исходные векторы шестиразрядных чисел:

A = <1, 4, 6>

B = <2, 5, 7>

Входные пары:

Первая умножаемая пара - <1, 2>

Вторая умножаемая пара - <4, 5>

Третья умножаемая пара - <6, 7>

Проверка результатов:

- 1 * 2 = 2
- 4 * 5 = 20
- 6 * 7 = 42

Результаты верны. Скриншоты, подтверждающие корректную работу программы, приведены выше.

2. **объяснить на графиках точки перегиба и асимптоты**

Для объяснения точек перегиба и асимптот обратимся к формулам:

$$Ky = \frac{T_1}{T_n};\ Ky = \frac{r*n*t_i}{n*t_i+(r-1)*t_i} = \frac{r*n}{n+r-1}$$

Возьмём предел при $n \to \infty$ и $r \to \infty$:

$$\lim_{n\to\infty} Ky = \lim_{n\to\infty} \frac{r*n}{n+r-1} = r;\ \lim_{r\to\infty} Ky = \lim_{r\to\infty} \frac{r*n}{n+r-1} = n$$

Значит асимптотой для Ky будет являться прямая $Ky = r$ при $n = const$, и прямая $Ky = n$ при $r = const$.

Для эффективности проделаем аналогичную работу:

$$e = \frac{Ky}{n} = \frac{r}{n+r-1};\ \lim_{n\to\infty} e = \lim_{n\to\infty} \frac{r}{n+r-1} = 0;\ \lim_{r\to\infty} Ky = \lim_{r\to\infty} \frac{r}{n+r-1} = 1$$

Значит асимптотой для e будет являться прямая $e = 1$ при $n = const$, и прямая $e = 0$ при $r = const$.

3. **спрогнозировать как измениться вид графиков при изменении параметров модели**

- параметр r
  - график Ky:

    при увеличении растет значение коэффициента ускорения остается неизменным
  - график e:

    при увеличении растет значение ускорения остается неизменным
- параметр k
  - график Ky:

    при увеличении уменьшается значение коэффициента ускорения
  - график e:

    при увеличении падает значение ускорения

4. **каково соотношение между параметрами n, r, m, p модели сбалансированного конвейера**
   m – задается пользователем
   r = 3
   p = 6
   n = 3

5. **допустим: имеется некоторая характеристика h (эффективность e или ускорение Ку) и для нее выполняется:**
   - h (n1, r1) = h (n2, r2)
   - n1>n2

     $e(n_1, r_1) = e(n_1, r_1);$

     $e = \frac{Ку}{\text{n}} = \frac{r}{n + r - 1};$

     $\frac{r_1}{n_1 + r_1 - 1} = \frac{r_2}{n_2 + r_2 - 1};$

     $r_1 * n_2 + r_1 * r_2 - r_1 = r_2 * n_1 + r_2 * r_1 - r_2;$

     $r_1 * (n_2 - 1) = r_2 * (n_1 - 1);$

     $\frac{r_2}{r_1} = \frac{n_2 - 1}{n_1 - 1};$

   Т.к. $n_1 > n_2 > 1$, то $\mathrm{r}_1 > \mathrm{r}_2$

6. **дано:**
   - несбалансированный конвейер (заданы конкретные значения: ***n***, ***{ti}*** – времена выполнения обработки на этапах конвейера);
   - ***e0*** – некоторое фиксированное значение эффективности.
   - Определить значение **r0**, при котором выполняется **e(n, r0)** > **e0**? (Получить формулу, затем подставить в неё значения параметров.)

$$\text{e} = \frac{\text{Ку}}{\text{n}} = \frac{T_1}{T_n * n};\ n \in N$$

$$T_n = \sum_{i=1}^{n} t_i + (r - 1)t_{\max}$$

$$T_1 = r\sum_{i=1}^{n} t_i$$

$$e(n, r) = \frac{r\sum_{i=1}^{n} t_i}{n(\sum_{i=1}^{n} t_i + (r-1)t_{\max})} \Rightarrow \frac{r_0\sum_{i=1}^{n} t_i}{n(\sum_{i=1}^{n} t_i + (r_0-1)t_{\max})} > e_0$$

$$r_0\sum_{i=1}^{n} t_i > e_0 n\left(\sum_{i=1}^{n} t_i + (r_0 - 1)t_{\max}\right)$$

$$r_0\sum_{i=1}^{n} t_i > e_0 n\sum_{i=1}^{n} t_i + e_0 n r_0 t_{\max} - e_0 n t_{\max}$$

$$r_0\sum_{i=1}^{n} t_i - e_0 n r_0 t_{\max} > e_0 n\sum_{i=1}^{n} t_i - e_0 n t_{\max}$$

$$r_0(\sum_{i=1}^{n} t_i - e_0 n t_{\max}) > e_0 n(\sum_{i=1}^{n} t_i - t_{\max})$$

Необходимо определить знаки выражений:

$$\sum_{i=1}^{n} t_i - t_{\max} \geq 0$$

Если $\sum_{i=1}^{n} t_i - e_0 n t_{\max} > 0$, то $\boxed{\boldsymbol{r_0 > \frac{e_0 n(\sum_{i=1}^{n} t_i - t_{\max})}{\sum_{i=1}^{n} t_i - e_0 n t_{\max}}}}$

если $\sum_{i=1}^{n} t_i - e_0 n t_{\max} < 0$, то $\boxed{\boldsymbol{r_0 < \frac{e_0 n(\sum_{i=1}^{n} t_i - t_{\max})}{\sum_{i=1}^{n} t_i - e_0 n t_{\max}}}}$

7. **для несбалансированного конвейера (использовать исходные данные предыдущего вопроса) определить: lim(e(n, r)) при r - > ∞.**

Так как $e(n,r) = \frac{r\sum_{i=1}^{n} t_i}{n(\sum_{i=1}^{n} t_i + (r-1)t_{\max})}$, то
предел находим по правилу Лопиталя

$$\lim_{r\to\infty} e(n,r) = \lim_{r\to\infty} \frac{r\sum_{i=1}^{n} t_i}{n(\sum_{i=1}^{n} t_i + (r-1)t_{\max})} = \lim_{r\to\infty} \frac{\sum_{i=1}^{n} t_i}{n(\sum_{i=1}^{n} t_i/_{r} + (r-1)t_{\max}/_{r})} = \frac{\boldsymbol{\sum_{i=1}^{n} t_i}}{\boldsymbol{n t_{\max}}}.$$

8. **дан несбалансированный конвейер (использовать исходные данные предыдущего вопроса).**
каким образом можно перестроить данный конвейер, чтобы для заданного r0 выполнялось e(n, r0) > e0?

Т.к. e функция от двух переменных, и r0 задано, то необходимо найти при каком n будет выполняться заданное условие.

$$e(n,r) = \frac{r_0\sum_{i=1}^{n} t_i}{n(\sum_{i=1}^{n} t_i + (r_0-1)t_{\max})} > e_0;$$

$$\text{n} < \frac{r_0\sum_{i=1}^{n} t_i}{e_0(\sum_{i=1}^{n} t_i + (r_0-1)t_{\max})}.$$

Необходимо объединять этапы конвейера таким образом, чтобы выполнялось неравенство $1 \leq \text{n} < \frac{r_0\sum_{i=1}^{n} t_i}{e_0(\sum_{i=1}^{n} t_i + (r_0-1)t_{\max})}$

Таким образом, конвейер необходимо перестроить с целью уменьшения n если оно выходит за указанный выше предел. Это можно сделать объединив некоторые этапы конвейера.

9. **дан несбалансированный конвейер (использовать исходные данные предыдущего вопроса) и значение минимального кванта времени t0 (условной временной единицы).**
каким образом нужно перестроить данный конвейер, чтобы получить максимально быстрый конвейер? Получить для него формулы $\boldsymbol{K_y}$ (n,r), e(n,r)?

Для того, чтобы получить максимально быстрый конвейер, нужно перестроить так, чтобы он стал сбалансированным, и каждый этап выполнялся за минимальное время t_0. Необходимо разделить его на столько этапов, чтобы время каждого этапа было равно t_0.

Следовательно: $t_0 = t_i = t_{\max}$

$$K_y(n,r) = \frac{r\sum_{i=1}^{n} t_0}{\sum_{i=1}^{n} t_0 + (r-1)t_0} = \frac{rn}{n+(r-1)}.$$

Аналогично с эффективностью:

$$e(n,r) = \frac{r\sum_{i=1}^{n} t_0}{n(\sum_{i=1}^{n} t_0 + (r-1)t_0)} = \frac{r}{n+(r-1)}.$$

То есть необходимо разделить этапы конвейера, которые длятся дольше, чем t_0, на более мелкие этапы.

Вывод:

В результате выполнения лабораторной работы была реализована модель сбалансированного конвейера для вычисления произведения пар чисел умножением с младших разрядов со сдвигом множимого влево.

Реализованная модель была проверена на работоспособность и правильность получаемых результатов. Данная модель позволяет ускорить процесс вычисления результата для векторов значений (нескольких пар).

Были исследованы числовые характеристики конвейерной архитектуры: коэффициент ускорения и эффективность при решении поставленной задачи.