

Министерство образования Республики Беларусь
Учреждение образования
“Белорусский государственный университет
информатики и радиоэлектроники”
Факультет информационных технологий и управления
Кафедра интеллектуальных информационных технологий

Отчёт по лабораторной работе №1 по курсу «МРЗВИС»
на тему «Реализация модели решения задачи
на конвейерной архитектуре»

Выполнил
студент группы
821701

Киселёв Н.В.

Проверил

Крачковский Д.Я.

Минск 2020

Тема: "Реализация модели решения задачи на конвейерной архитектуре"

Цель: Реализовать и исследовать модель решения на конвейерной архитектуре задачи вычисления попарного произведения (деления (обращения)) компонентов двух векторов чисел.

Описание модели: краткое описание особенностей

Модель арифметического (сбалансированного) конвейера, реализующего операцию произведения пары 6-разрядных чисел умножением с младших разрядов со сдвигом множимого (частичного произведения) влево.

Данный конвейер содержит 3 этапа, представленных тремя видами операций: вычисление частичного произведения, сдвиг частичного произведения влево и вычисление суммы частичных произведений.

Алгоритм:

Умножение с младших разрядов $001001 * 001100 = 0110.1100$ (3) (2) (1) (0)		
Обозначим множимое 001001 за М; номер разряда за i, а его значение за X		
№ (номер разряда в числе)	Арифметические действия	Пояснение
1	1- 000000.000000 2- 000000.000000 3- 000000.000000	1 - Вычисление частичного произведения-1 (i=0): $X_i * M = 0 * 001001$ 2 – Сдвиг частичного произведения-1 влево на i разрядов 3 – Прибавление результирующего частичного произведения-1 к сумме частичных произведений
2	1- 000000.000000 2- 000000.000000 3- 000000.000000	1 - Вычисление частичного произведения-2 (i=1): $X_i * M = 0 * 001001$ 2 – Сдвиг частичного произведения-2 влево на i разрядов 3 – Прибавление результирующего частичного произведения-2 к сумме частичных произведений
3	1- 000000.001001 2- 000000.100100 3- 000000.100100	1 - Вычисление частичного произведения-3 (i=2): $X_i * M = 1 * 001001$ 2 – Сдвиг частичного произведения-3 влево на i разрядов 3 – Прибавление результирующего частичного произведения-3 к сумме частичных произведений
4	1- 000000.001001 2- 000001.001000 3- 000001.101100	1 - Вычисление частичного произведения-4 (i=3): $X_i * M = 1 * 001001$ 2 – Сдвиг частичного произведения-4 влево на i разрядов 3 – Прибавление результирующего частичного произведения-4 к сумме частичных произведений

Исходные данные:

p = 6 - разрядность умножаемых чисел

2 * p = 12 – разрядность частичного произведения и суммы частичных произведений

Количество этапов конвейера – 3 (= n)

Количество пар задается пользователем – m

Работа конвейера. Результаты счёта и времена их получения:

Пользователю предлагается самостоятельно выбрать не только количество пар чисел, над которыми будут производиться операции, но и сами числа.

```
Количество пар чисел: 3
1 пара:
Введите первое число: 1
Введите второе число: 2

2 пара:
Введите первое число: 4
Введите второе число: 5

3 пара:
Введите первое число: 6
Введите второе число: 7
```

```
1 пара:
Первый множитель: 1 = 000001
Второй множитель: 2 = 000010
*****

2 пара:
Первый множитель: 4 = 000100
Второй множитель: 3 = 000011
*****

3 пара:
Первый множитель: 6 = 000110
Второй множитель: 11 = 001011
*****

4 пара:
Первый множитель: 12 = 001100
Второй множитель: 7 = 000111
*****
```

Числа, введенные в десятичной системе, переводятся в двоичную систему. Далее взаимодействие происходит именно с ними. В конце ответы отображаются как в двоичной, так и в десятичной системах счисления.

Ниже изображено то, что видит пользователь в качестве ответа, если вводит три пары чисел – 1 и 2, 4 и 5, 6 и 7.

```
Результаты вычислений:
1 пара: 1 * 2 = 2 = 000000 000010
2 пара: 4 * 5 = 20 = 000000 010100
3 пара: 6 * 7 = 42 = 000000 101010
```

При введении трех и менее пар чисел будет выведена таблица потактового выполнения конвейера. Но пользователю остается возможность пропустить потактовое выполнение и сразу вывести ответ (скрин приведен ниже).

Выводится таблица, в которой выделены «частичное произведение», «сдвиг» и «частичная сумма». При этом программа предусматривает то, что пользователь введет одну, две или три пары чисел. В зависимости от этого будет выведена таблица с разным количеством тактов:

- для одной пары – восемь тактов
- для двух пар – четырнадцать тактов
- для трех пар – двадцать тактов

При введении более трех пар элементов, то будет выведен результат всех операций в двух системах счисления и количество тактов, которые понадобились для их вычисления (скрин приведен ниже).

```

1 пара:

Первый множитель: 11 = 001011
Второй множитель: 23 = 010111
*****

2 пара:

Первый множитель: 2 = 000010
Второй множитель: 5 = 000101
*****

```

№ такта	частичное произведение	сдвиг	частичная сумма
такт 1	----	----	----
такт 2	----	----	----
такт 3	----	----	----
такт 4	----	----	----
такт 5	----	----	----
такт 6	----	----	----
такт 7	----	----	----
такт 8	----	----	----
такт 9	----	----	----
такт 10	----	----	----
такт 11	----	----	----
такт 12	----	----	----
такт 13	----	----	----
такт 14	----	----	----

```

Следующий такт - 1
Все такты - 2
Выход из программы - 3

```

```

1 пара:

Первый множитель: 22 = 010110
Второй множитель: 11 = 001011
*****

2 пара:

Первый множитель: 2 = 000010
Второй множитель: 3 = 000011
*****

3 пара:

Первый множитель: 4 = 000100
Второй множитель: 5 = 000101
*****

4 пара:

Первый множитель: 23 = 010111
Второй множитель: 2 = 000010
*****

Кол-во пар: 4    Кол-во тактов: 26

Результаты вычислений:
1 пара: 22 * 11 = 242 = 000011 110010
2 пара: 2 * 3 = 6 = 000000 000110
3 пара: 4 * 5 = 20 = 000000 010100
4 пара: 23 * 2 = 46 = 000000 101110

```

Графики (всего четыре семейства):

Обозначения:

$$K_y(n,r) = T_1/T_n;$$

$$e(n,r) = K_y(n,r)/n;$$

где $K_y(n,r)$ – коэффициент ускорения;

$e(n,r)$ – эффективность;

n – количество процессорных элементов в системе;

k – количество пар, поступающих на вход;

r – ранг;

График 1. График зависимости коэффициента ускорения K_y от ранга задачи r

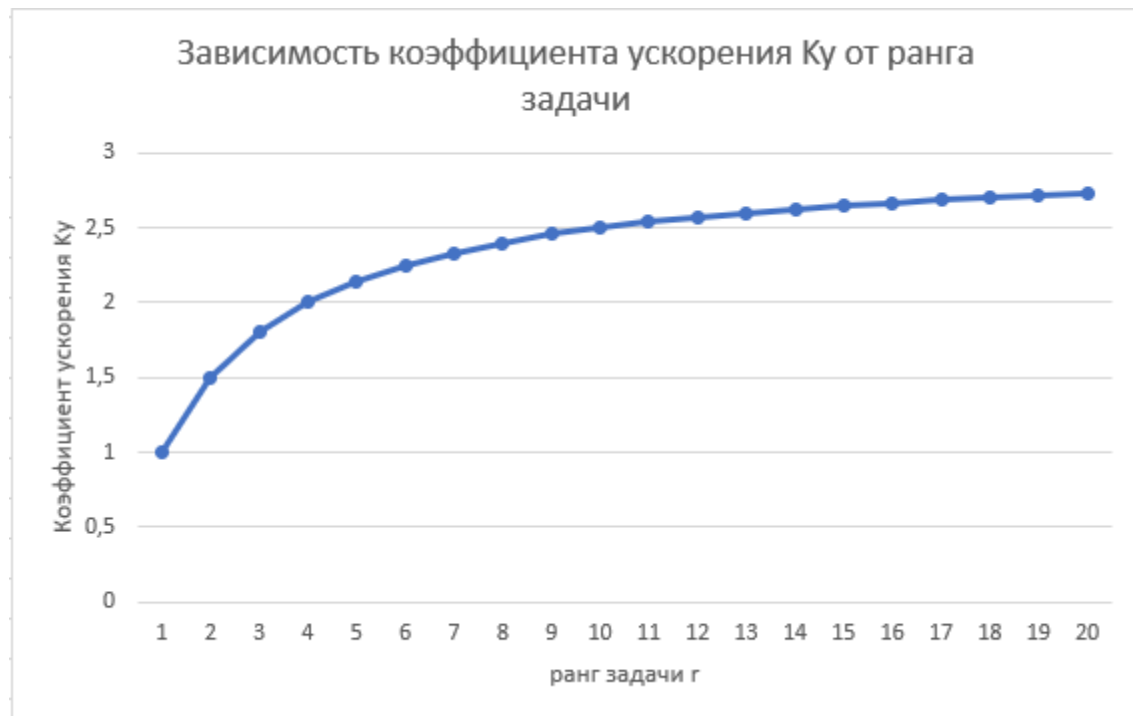


График 2. График зависимости эффективности e от ранга задачи r

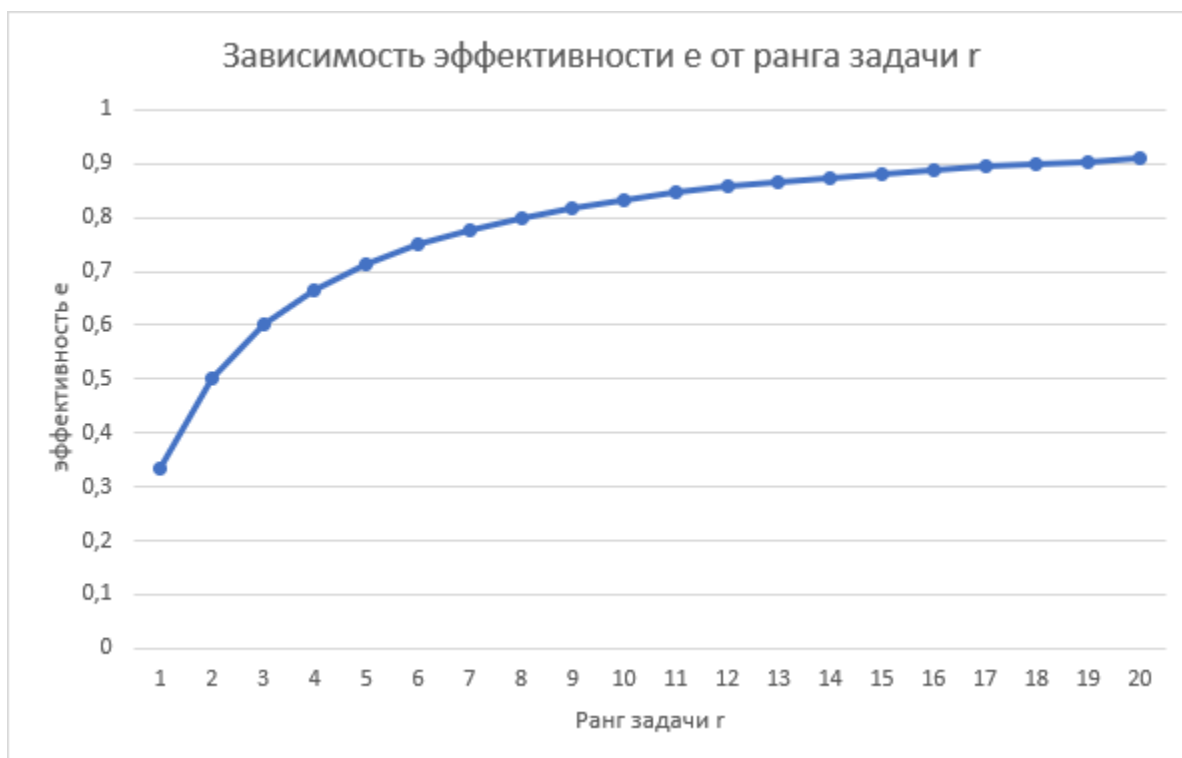


График 3. График зависимости коэффициента ускорения K_u от количества этапов n

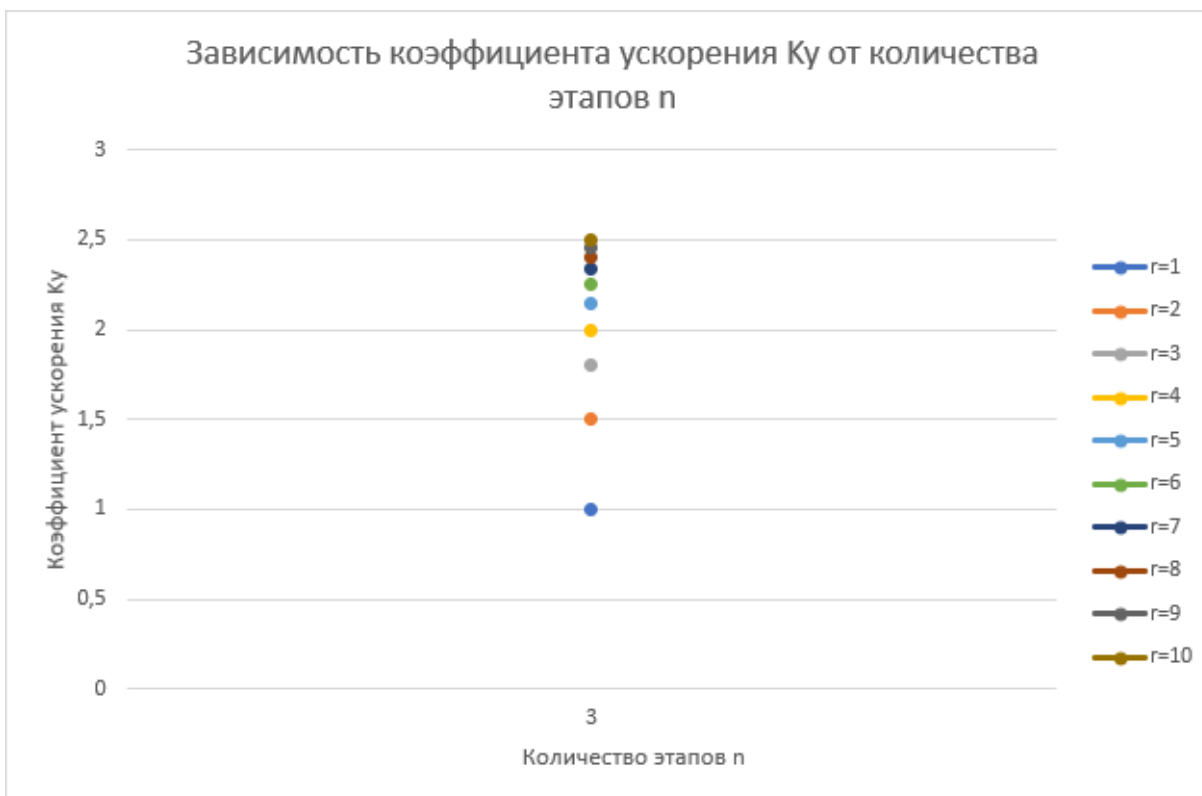
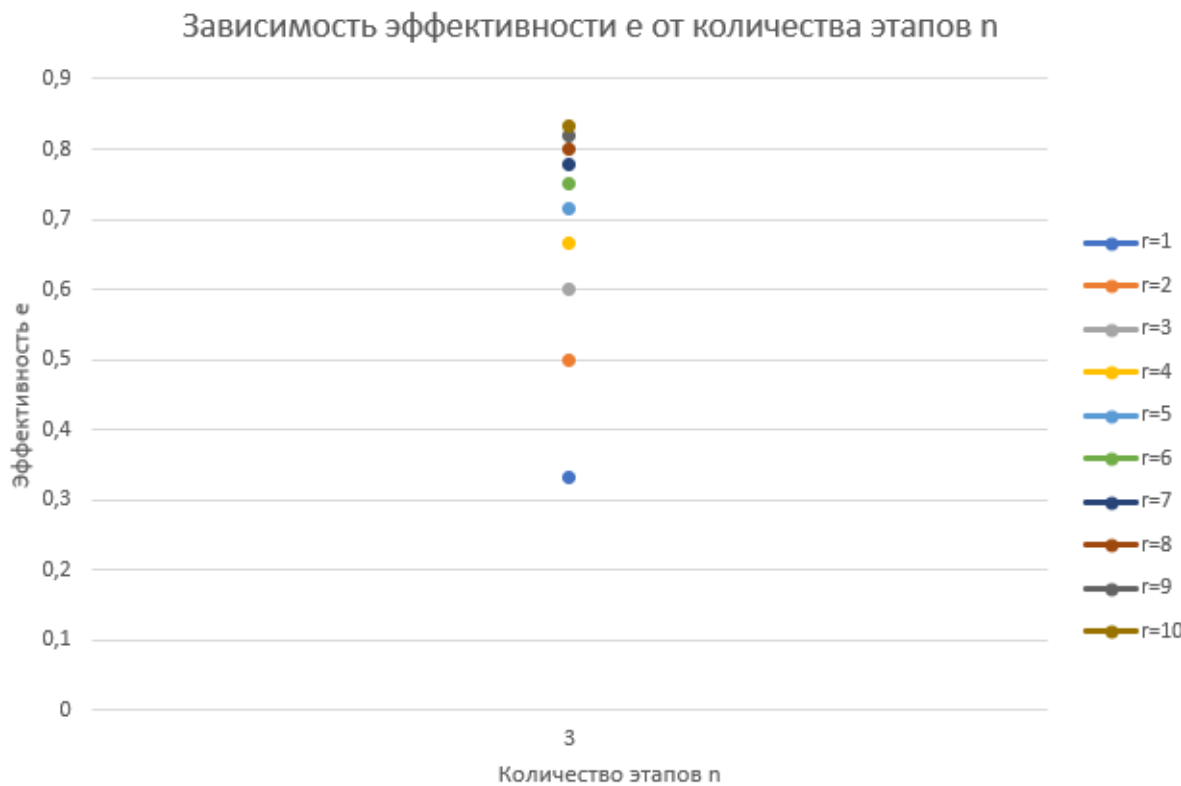


График 4. График зависимости эффективности ϵ от количества этапов n



Вопросы и ответы на них:

1. проверить, что модель создана верно: программа работает правильно (на всех этапах конвейера)

Имеются исходные векторы шестизрядных чисел:

$$A = \langle 1, 4, 6 \rangle$$

$$B = \langle 2, 5, 7 \rangle$$

Входные пары:

Первая умножаемая пара - $\langle 1, 2 \rangle$

Вторая умножаемая пара - $\langle 4, 5 \rangle$

Третья умножаемая пара - $\langle 6, 7 \rangle$

Проверка результатов:

- $1 * 2 = 2$
- $4 * 5 = 20$
- $6 * 7 = 42$

Результаты верны. Скриншоты, подтверждающие корректную работу программы, приведены выше.

2. объяснить на графиках точки перегиба и асимптоты

Для объяснения точек перегиба и асимптот обратимся к формулам:

$$K_y = \frac{T_1}{T_n}; K_y = \frac{r * n * t_i}{n * t_i + (r - 1) * t_i} = \frac{r * n}{n + r - 1}$$

Возьмём предел при $n \rightarrow \infty$ и $r \rightarrow \infty$:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} K_y = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{r * n}{n + r - 1} = r; \lim_{r \rightarrow \infty} K_y = \lim_{r \rightarrow \infty} \frac{r * n}{n + r - 1} = n$$

Значит асимптотой для K_y будет являться прямая $K_y = r$ при $n = const$, и прямая $K_y = n$ при $r = const$.

Для эффективности сделаем аналогичную работу:

$$e = \frac{K_y}{n} = \frac{r}{n + r - 1}; \lim_{n \rightarrow \infty} e = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{r}{n + r - 1} = 0; \lim_{r \rightarrow \infty} K_y = \lim_{r \rightarrow \infty} \frac{r}{n + r - 1} = 1$$

Значит асимптотой для e будет являться прямая $e = 1$ при $n = const$, и прямая $e = 0$ при $r = const$.

3. спрогнозировать как измениться вид графиков при изменении параметров модели

- параметр r
 - график K_y :
при увеличении растет значение коэффициента ускорения остается неизменным
 - график e :
при увеличении растет значение ускорения остается неизменным
- параметр k
 - график K_y :
при увеличении уменьшается значение коэффициента ускорения
 - график e :
при увеличении падает значение ускорения

4. каково соотношение между параметрами n, r, m, p модели сбалансированного конвейера

m – задается пользователем

$$r = 3$$

$$p = 6$$

$$n = 3$$

5. допустим: имеется некоторая характеристика h (эффективность e или ускорение K_y) и для нее выполняется:

$$\circ h(n_1, r_1) = h(n_2, r_2)$$

$$\circ n_1 > n_2$$

$$e(n_1, r_1) = e(n_2, r_2);$$

$$e = \frac{K_y}{n} = \frac{r}{n+r-1};$$

$$\frac{r_1}{n_1+r_1-1} = \frac{r_2}{n_2+r_2-1};$$

$$r_1 * n_2 + r_1 * r_2 - r_1 = r_2 * n_1 + r_2 * r_1 - r_2;$$

$$r_1 * (n_2 - 1) = r_2 * (n_1 - 1);$$

$$\frac{r_2}{r_1} = \frac{n_2-1}{n_1-1};$$

Т.к. $n_1 > n_2 > 1$, то $r_1 > r_2$

6. дано:

- несбалансированный конвейер (заданы конкретные значения: $n, \{t_i\}$ – времена выполнения обработки на этапах конвейера);

- e_0 – некоторое фиксированное значение эффективности.

- Определить значение r_0 , при котором выполняется $e(n, r_0) > e_0$? (Получить формулу, затем подставить в неё значения параметров.)

$$e = \frac{K_y}{n} = \frac{T_1}{T_n * n}; \quad n \in N$$

$$T_n = \sum_{i=1}^n t_i + (r-1)t_{\max}$$

$$T_1 = r \sum_{i=1}^n t_i$$

$$e(n, r) = \frac{r \sum_{i=1}^n t_i}{n(\sum_{i=1}^n t_i + (r-1)t_{\max})} \Rightarrow \frac{r_0 \sum_{i=1}^n t_i}{n(\sum_{i=1}^n t_i + (r_0-1)t_{\max})} > e_0$$

$$r_0 \sum_{i=1}^n t_i > e_0 n \left(\sum_{i=1}^n t_i + (r_0-1)t_{\max} \right)$$

$$r_0 \sum_{i=1}^n t_i > e_0 n \sum_{i=1}^n t_i + e_0 n r_0 t_{\max} - e_0 n t_{\max}$$

$$r_0 \sum_{i=1}^n t_i - e_0 n r_0 t_{\max} > e_0 n \sum_{i=1}^n t_i - e_0 n t_{\max}$$

$$r_0 \left(\sum_{i=1}^n t_i - e_0 n t_{\max} \right) > e_0 n \left(\sum_{i=1}^n t_i - t_{\max} \right)$$

Необходимо определить знаки выражений:

$$\sum_{i=1}^n t_i - t_{\max} \geq 0$$

$$\text{Если } \sum_{i=1}^n t_i - e_0 n t_{\max} > 0, \text{ то } r_0 > \frac{e_0 n (\sum_{i=1}^n t_i - t_{\max})}{\sum_{i=1}^n t_i - e_0 n t_{\max}}$$

$$\text{если } \sum_{i=1}^n t_i - e_0 n t_{\max} < 0, \text{ то } r_0 < \frac{e_0 n (\sum_{i=1}^n t_i - t_{\max})}{\sum_{i=1}^n t_i - e_0 n t_{\max}}$$

7. для несбалансированного конвейера (использовать исходные данные предыдущего вопроса) определить: $\lim(e(n, r))$ при $r \rightarrow \infty$.

$$\text{Так как } e(n, r) = \frac{r \sum_{i=1}^n t_i}{n(\sum_{i=1}^n t_i + (r-1)t_{\max})}, \text{ то}$$

предел находим по правилу Лопиталя

$$\lim_{r \rightarrow \infty} e(n, r) = \lim_{r \rightarrow \infty} \frac{r \sum_{i=1}^n t_i}{n(\sum_{i=1}^n t_i + (r-1)t_{\max})} = \lim_{r \rightarrow \infty} \frac{\sum_{i=1}^n t_i}{n(\sum_{i=1}^n t_i / r + (r-1)t_{\max} / r)} = \frac{\sum_{i=1}^n t_i}{n t_{\max}}.$$

8. дан несбалансированный конвейер (использовать исходные данные предыдущего вопроса).

каким образом можно перестроить данный конвейер, чтобы для заданного r_0 выполнялось $e(n, r_0) > e_0$?

Т.к. e функция от двух переменных, и r_0 задано, то необходимо найти при каком n будет выполняться заданное условие.

$$e(n, r) = \frac{r_0 \sum_{i=1}^n t_i}{n(\sum_{i=1}^n t_i + (r_0 - 1)t_{\max})} > e_0;$$

$$n < \frac{r_0 \sum_{i=1}^n t_i}{e_0 (\sum_{i=1}^n t_i + (r_0 - 1)t_{\max})}.$$

Необходимо объединять этапы конвейера таким образом, чтобы выполнялось неравенство $1 \leq n < \frac{r_0 \sum_{i=1}^n t_i}{e_0 (\sum_{i=1}^n t_i + (r_0 - 1)t_{\max})}$

Таким образом, конвейер необходимо перестроить с целью уменьшения n если оно выходит за указанный выше предел. Это можно сделать объединив некоторые этапы конвейера.

9. дан несбалансированный конвейер (использовать исходные данные предыдущего вопроса) и значение минимального кванта времени t_0 (условной временной единицы).

каким образом нужно перестроить данный конвейер, чтобы получить максимально быстрый конвейер? Получить для него формулы $K_y(n, r)$, $e(n, r)$?

Для того, чтобы получить максимально быстрый конвейер, нужно перестроить так, чтобы он стал сбалансированным, и каждый этап выполнялся за минимальное время t_0 . Необходимо разделить его на столько этапов, чтобы время каждого этапа было равно t_0 .

Следовательно: $t_0 = t_i = t_{\max}$

$$K_y(n, r) = \frac{r \sum_{i=1}^n t_0}{\sum_{i=1}^n t_0 + (r-1)t_0} = \frac{rn}{n+(r-1)}.$$

Аналогично с эффективностью:

$$e(n, r) = \frac{r \sum_{i=1}^n t_0}{n(\sum_{i=1}^n t_0 + (r-1)t_0)} = \frac{r}{n+(r-1)}.$$

То есть необходимо разделить этапы конвейера, которые длятся дольше, чем t_0 , на более мелкие этапы.

Вывод:

В результате выполнения лабораторной работы была реализована модель сбалансированного конвейера для вычисления произведения пар чисел умножением с младших разрядов со сдвигом множимого влево.

Реализованная модель была проверена на работоспособность и правильность получаемых результатов. Данная модель позволяет ускорить процесс вычисления результата для векторов значений (нескольких пар).

Были исследованы числовые характеристики конвейерной архитектуры: коэффициент ускорения и эффективность при решении поставленной задачи.