

# Problem

দুইটি সমান <sup>মানের</sup> ভেক্টর কিভাবে স্থাপন করলে এদের লক্ষ যেকোনো একটির মানের  $\sqrt{3}$  গুণ হবে?  
 $P = Q$

$$R = \sqrt{3} P$$

$$R^2 = P^2 + P^2 + 2PP \cos \alpha$$

$$\Rightarrow 3P^2 = 2P^2 (1 + \cos \alpha)$$

$$\Rightarrow 1 + \cos \alpha = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow \cos \alpha = \frac{3}{2} - 1 = \frac{1}{2}$$

$$\boxed{\alpha = 60^\circ}$$

## Problem

দুইটি ভেক্টরের সর্বোচ্চ ও সর্বনিম্ন লক্ষ্য যথাক্রমে 28 একক ও 4 একক। এরা  $\overline{60^\circ}$  কোণে কাজ করলে এদের লক্ষ্য নির্ণয় কর।

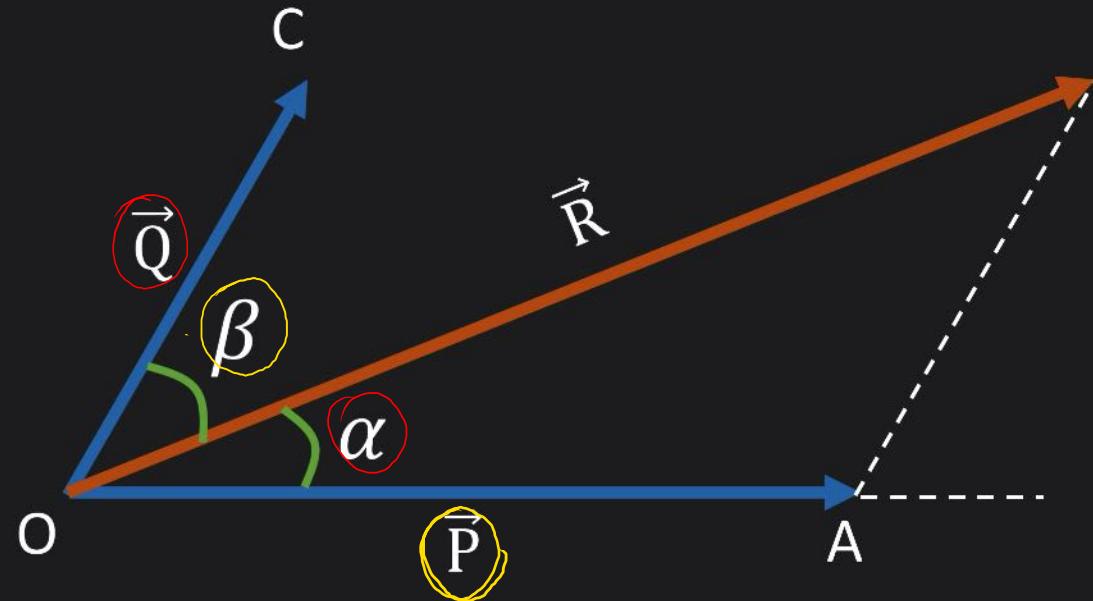
$$\begin{aligned} P + Q &= 28 \\ P - Q &= 4 \end{aligned} \quad \left\{ \begin{array}{l} P = 16 \\ Q = 12 \end{array} \right.$$

$$\begin{aligned} R &= \sqrt{16^2 + 12^2 + 2 \times 16 \times 12 \cos 60^\circ} \\ &= 4\sqrt{37} \end{aligned}$$

$$\theta_p = \tan^{-1} \frac{12 \sin 60^\circ}{16 + 12 \cos 60^\circ} = 25.285^\circ$$

# ভেক্টরের উপাংশে বিভাজন

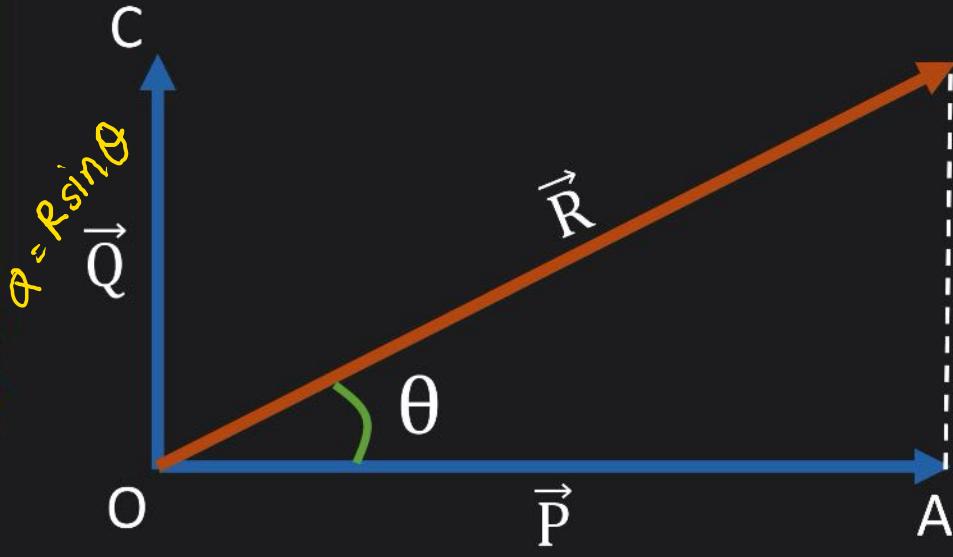
$$\underbrace{\vec{P} + \vec{Q}}_{\text{সৈমান্ত}} = \vec{R}$$



$$P = \frac{R \sin \beta}{\sin(\alpha + \beta)}$$

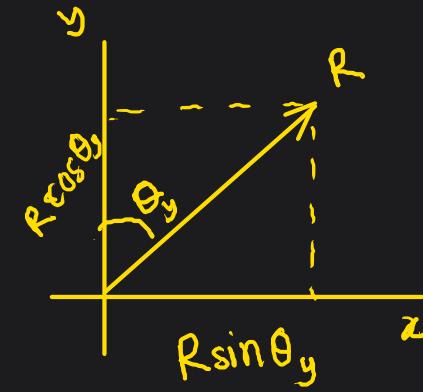
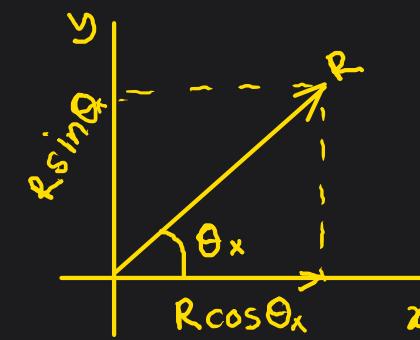
$$Q = \frac{R \sin \alpha}{\sin(\alpha + \beta)}$$

# ଲ୰ସ ଉପାଂଶ



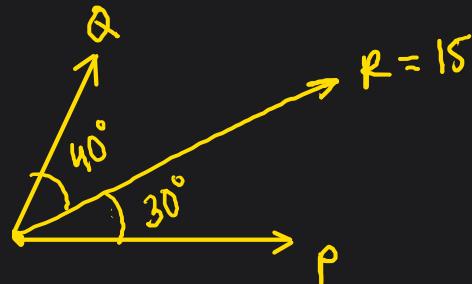
$$r = R \cos \theta$$

$$\alpha + \beta = 90^\circ$$



## Problem

15 একক মানের একটি ভেক্টরের দুইটি উপাংশ মূল ভেক্টরের সাথে যথাক্রমে  $30^\circ$  ও  $40^\circ$  কোণ তৈরী করে। উপাংশদ্বয়ের মান নির্ণয় কর।

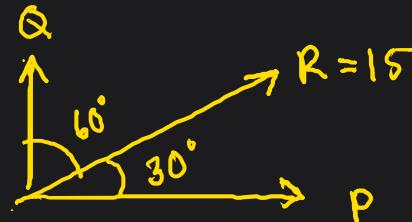


$$P = \frac{R \sin 40^\circ}{\sin(30^\circ + 40^\circ)} = 10 \cdot 2.6$$

$$Q = \frac{R \sin 30^\circ}{\sin(30^\circ + 40^\circ)} = 7 \cdot 98$$

## Problem

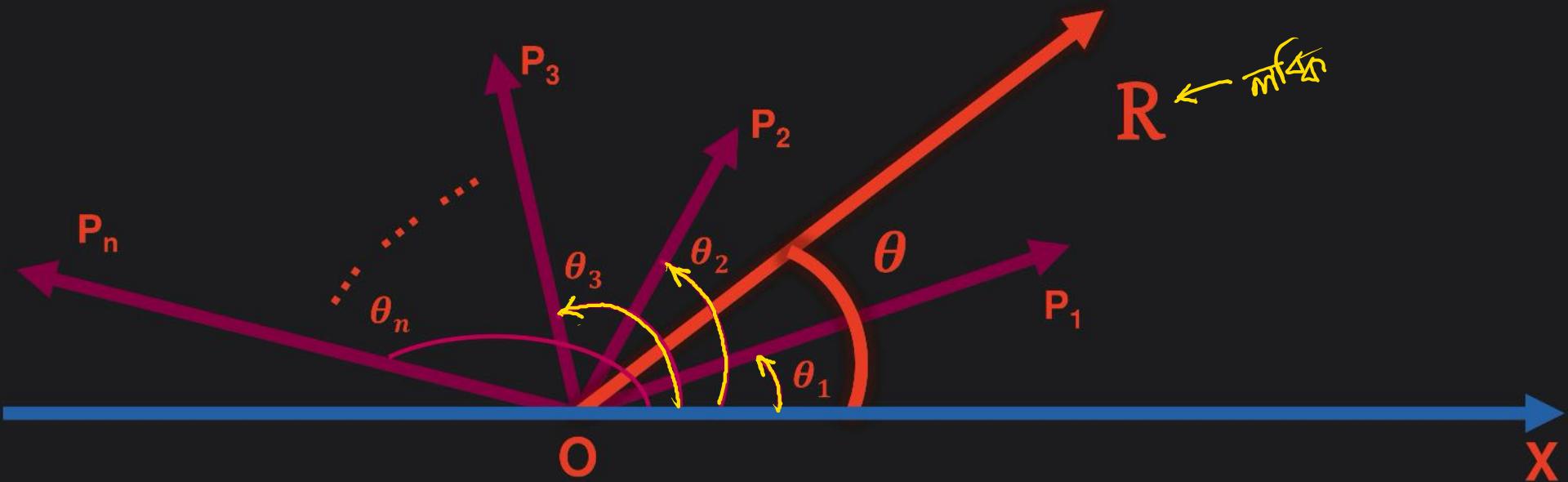
পূর্বের সমস্যাতে দ্বিতীয় কোণটি  $60^\circ$  হলে উপাংশদ্বয়ের মান নির্ণয় কর।



$$P = 15 \cos 30^\circ = 15 \sin 60^\circ = 13.3$$

$$Q = 15 \sin 30^\circ = 15 \cos 60^\circ = 7.5$$

# দুইয়ের অধিক ভেট্রের লক্ষি নির্ণয় : লম্বাংশ উপপাদ্য



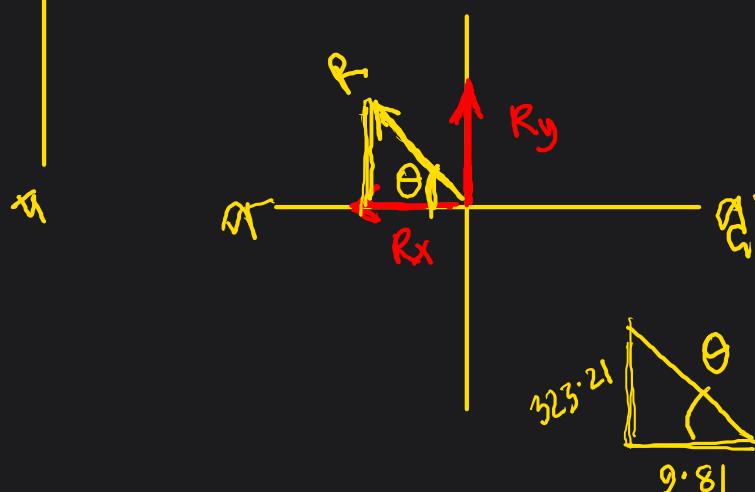
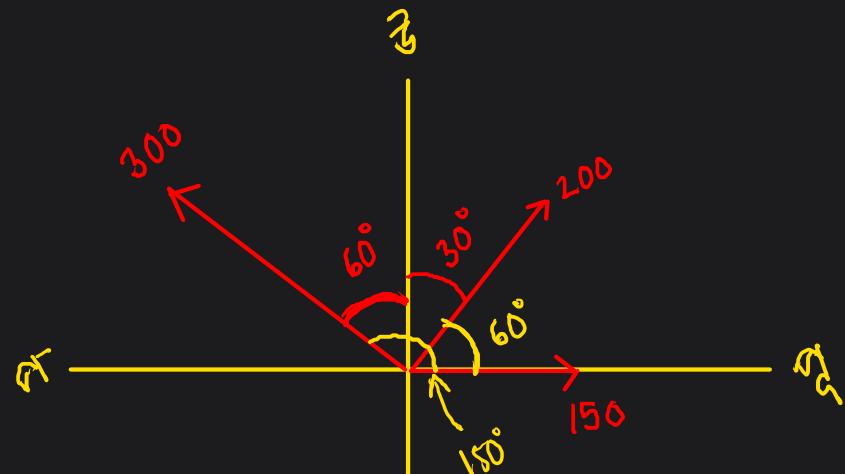
$$R_x = R \cos \theta = P_1 \cos \theta_1 + P_2 \cos \theta_2 + P_3 \cos \theta_3 + \dots + P_n \cos \theta_n$$

$$R_y = R \sin \theta = P_1 \sin \theta_1 + P_2 \sin \theta_2 + P_3 \sin \theta_3 + \dots + P_n \sin \theta_n$$

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$$

# Problem

কোনো স্থান থেকে একটি গাড়ি  $60^\circ$  উত্তর-পশ্চিম দিকে 300 m যাবার পর  $30^\circ$  উত্তর-পূর্ব দিকে 200 m যায় এবং সবশেষে পূর্ব দিকে 150 m যায়। তার মোট সরণ কত?



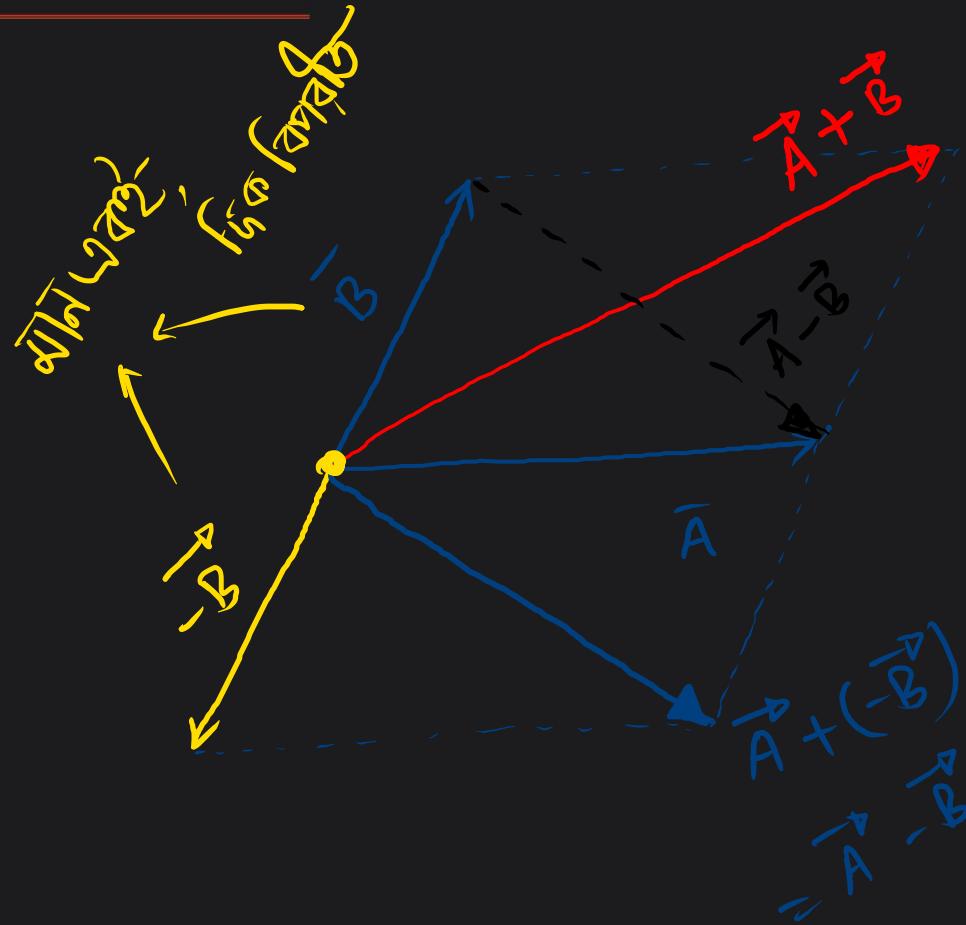
$$R_x = 150 \cos 0^\circ + 200 \cos 60^\circ + 300 \cos 150^\circ \\ = -9.81$$

$$R_y = 150 \sin 0^\circ + 200 \sin 60^\circ + 300 \sin 150^\circ \\ = 323.21$$

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = 323.56$$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{323.21}{9.81} = 88.26^\circ \quad \left( \begin{array}{l} \text{মানুষ দিয়ে খুঁজে} \\ \text{ফেরে - মানুষে } \end{array} \right)$$

# ভেক্টর বিয়োগ



$$\vec{A} - \vec{B} = \vec{A} + (-\vec{B})$$

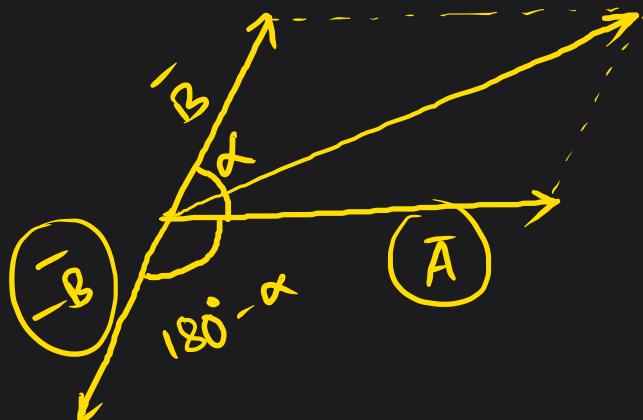
$\vec{B}$  এর বিপরীত Vector

$\vec{A} + \vec{B}$  → জন Common point দিয়ে যাও

$\vec{A} - \vec{B}$  → অপর কন্তু

# Problem

$\vec{A}$  ও  $\vec{B}$  দুইটি তেলের এমন যেন  $|\vec{A} + \vec{B}| = |\vec{A} - \vec{B}|$ . এদের মধ্যবর্তী কোণ কত?



$$\begin{aligned}
 & \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB \cos \alpha} = \sqrt{A^2 + B^2 - 2AB \cos(180^\circ - \alpha)} \\
 \Rightarrow & \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB \cos \alpha} = \sqrt{A^2 + B^2 - 2AB \cos \alpha} \\
 \Rightarrow & 4AB \cos \alpha = 0 \\
 \Rightarrow & \cos \alpha = 0
 \end{aligned}$$

$$\therefore \alpha = 90^\circ \text{ (Ans)}$$

## আপেক্ষিক বেগ

একজন Observer এবং মাপকে কোনো শৃঙ্খলা বহুবেগ



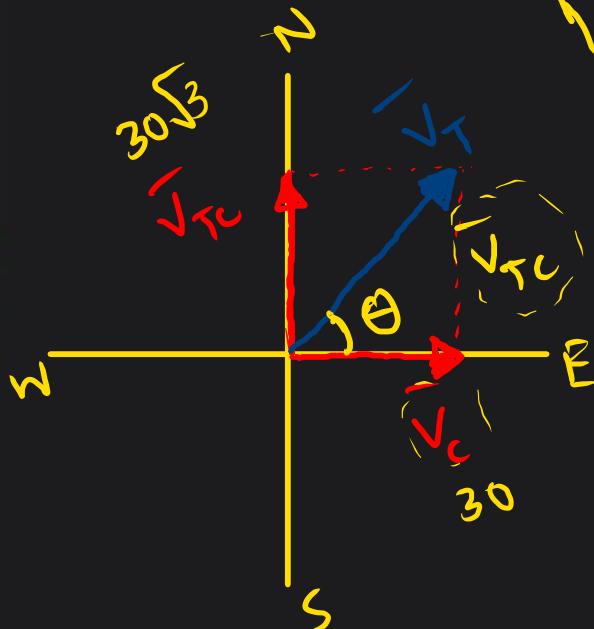
$$\sqrt{v_{BA}} = \sqrt{v_B} - \frac{v_A}{c}$$

\* যাই মাপকে  
যে Observer

A এর মাপকে B এর  
ক্ষেত্রে

## Problem

৩০ km/h বেগে পূর্বদিকে চলমান গাড়ির চালক  $30\sqrt{3}$  km/h বেগে (একটি ট্রাককে উত্তর দিকে যেতে দেখলেন) ট্রাকের প্রকৃত বেগের মান ও দিক নির্ণয় কর।



$$\bar{V}_{TC} = \bar{V}_T - \bar{V}_C \quad ; \quad \bar{V}_C = 30 \text{ km/h}$$

$$\Rightarrow \bar{V}_T = \bar{V}_{TC} + \bar{V}_C$$

পূর্ব

$$\bar{V}_T = \sqrt{30^2 + (30\sqrt{3})^2} \quad ; \quad \bar{V}_{TC} = 30\sqrt{3} \text{ km/h} \quad \bar{V}_T = ?$$

উত্তর

$$= 60 \text{ km h}^{-1}$$

$$\tan \theta = \frac{30\sqrt{3}}{30}$$

$$\therefore \theta \approx 60^\circ E-N$$

(কে দেওয় ?)  $\rightarrow C$

জনকে .. ?  $\rightarrow T$

# Problem

A, B, C, D চারটি বিন্দু গতিশীল অবস্থায় আছে। C এর সাপেক্ষে D এর বেগ উত্তর দিকে  $20 \text{ m/s}$ , C এর সাপেক্ষে B এর বেগ পূর্ব দিকে  $20 \text{ m/s}$ , A এর সাপেক্ষে B এর বেগ দক্ষিণ দিকে  $20 \text{ m/s}$  হলে A এর সাপেক্ষে D এর বেগ নির্ণয় কর।

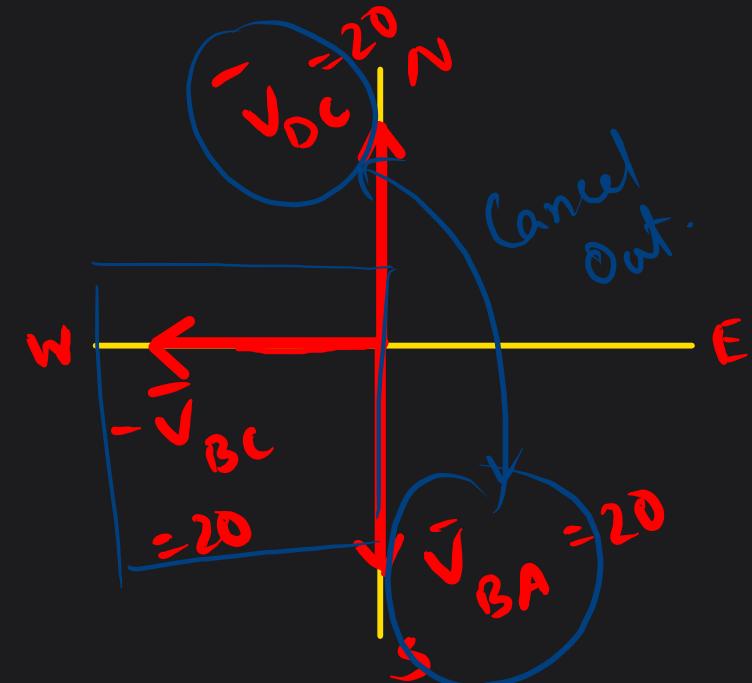
$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{v}_{DC} = \bar{v}_D - \bar{v}_C \\ \bar{v}_{BC} = -\bar{v}_B + \bar{v}_C \\ \bar{v}_{BA} = \bar{v}_B - \bar{v}_A \end{array} \right.$$

$$\therefore \bar{v}_{DC} - \bar{v}_{BC} + \bar{v}_{BA} = \bar{v}_D - \bar{v}_A$$

$$= \bar{v}_{DA}$$

$$\therefore \bar{v}_{DA} = -\bar{v}_{BC}$$

$$= 20 \text{ m/s} \text{ দক্ষিণ দিকে,}$$



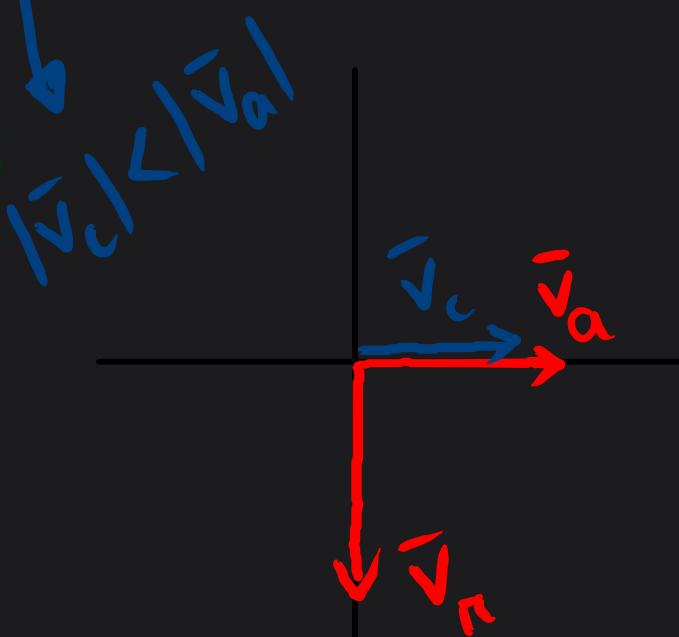
$$\bar{v}_{DA} = \bar{v}_D - \bar{v}_A$$

# Problem

\* গাড়ির দাপক্ষে বৃষ্টিএ হাঁবেগ

10kmh<sup>-1</sup> বেগে উলম্বভাবে বৃষ্টি পড়ছে এবং 60kmh<sup>-1</sup> বেগে পশ্চিম হতে পূর্বে বাতাস বইছে। পশ্চিম হতে পূর্বে অভিমুখে চলন্ত গাড়ির গতিবেগ নির্ণয় করো যাতে -

- (a) গাড়ির সামনের ও পেছনের কাঁচ ভেজে
- (b) শুধুমাত্র পেছনের কাঁচ ভেজে
- (c) শুধুমাত্র সামনের কাঁচ ভেজে।

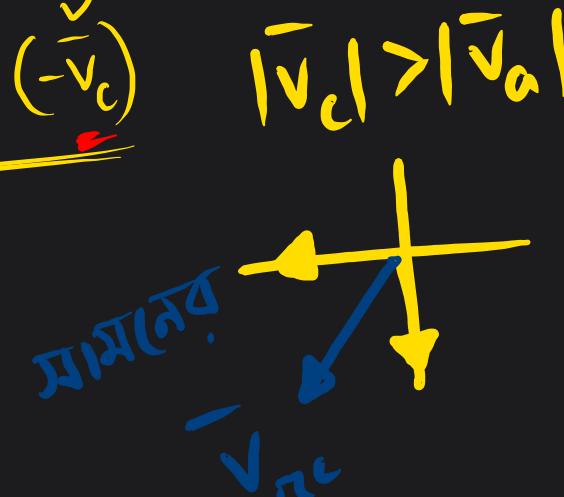
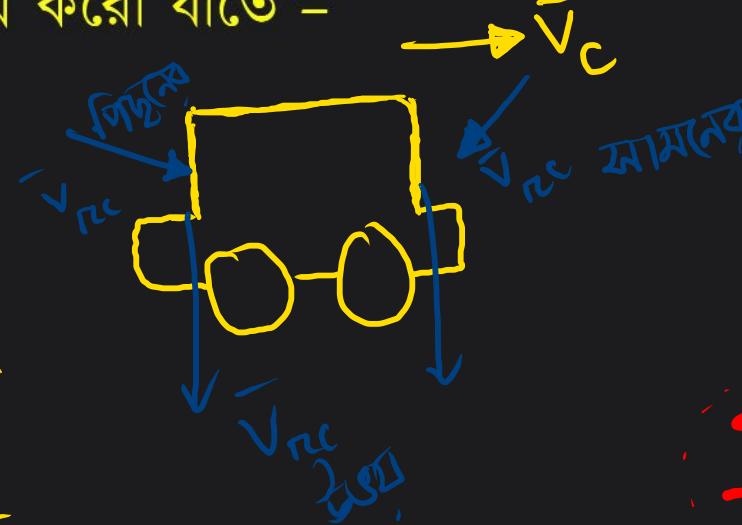


$$\bar{v}_{rc} = \bar{v}_r - \bar{v}_c$$

বৃষ্টি ঘোঁটে কাঁচ  
পেছনের দিকে

$$= (\bar{v}_r + \bar{v}_a) + (-\bar{v}_c)$$

$$\bar{v}'_r = \bar{v}_r + \bar{v}_a$$

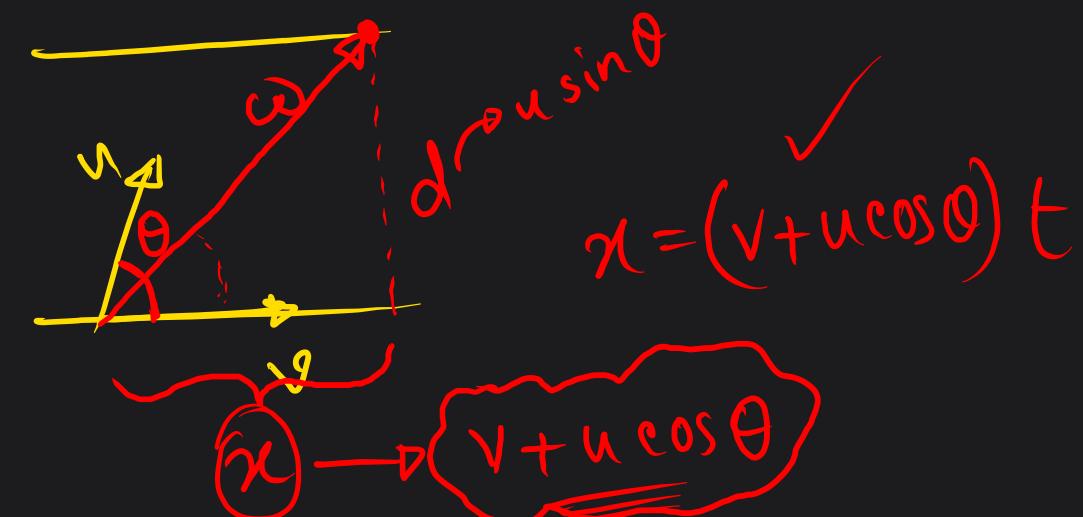


# ନ୍ଦୀ ଓ ନୌକା : General Case



ନ୍ଦୀ ଲାଭ କରିବାର ଏମଧ୍ୟ

$$t = \frac{d}{u \sin \theta}$$



# নদী ও নোকা : সর্বনিম্ন দূরত্বে নদী পারাপার



$$* \quad u \cos \theta + v = 0 \\ \Rightarrow \theta = \cos^{-1} \left( -\frac{v}{u} \right)$$

মুদিরে যানা শুরু হওয়াতে  $25^{\circ}$

# নদী ও নৌকা : সর্বনিম্ন সময়ে নদী পারাপার

$$t = \frac{d}{u \sin \theta}$$

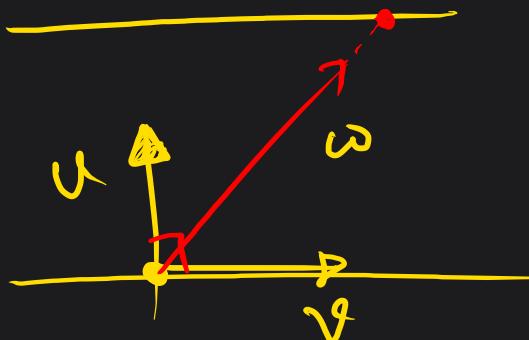
Min  $\downarrow$  Max  $\downarrow$

$t_{\min} \rightarrow \sin \theta \rightarrow \text{Max}$

$$\sin \theta = 1$$

$$\therefore \theta = 90^\circ$$

মাঝের ধূম্রলাঘু



$$w = \sqrt{u^2 + v^2}$$

$$t_{\min} = \frac{d}{u}$$

$$\theta = 90^\circ$$

## Problem

নদীতে নৌকা ও স্নোতের বেগ যথাক্রমে  $8 \text{ km/h}$  ও  $3 \text{ km/h}$ . সরাসরি/সর্বনিম্ন পথে নদী পারাপারের জন্য কোনটিকে রওনা দিতে হবে? (প্রস্থ  $= 500\text{m}$ ) কত সময় লাগবে? নৌকার লক্ষ্মি বেগ কত হবে?

$$v = 3 \text{ km/h}$$

$$u = 8 \text{ km/h}$$

$$\theta = \cos^{-1} \left( -\frac{v}{u} \right)$$

$$= \cos^{-1} \left( -\frac{3}{8} \right)$$

$= 112^\circ$  শেণে  $\rightarrow$  দাঢ়িয়ে মাঝে।

$$d = 500\text{m} = 0.5 \text{ km}$$

$$t = \frac{d}{u \sin \theta} = \frac{0.5}{8 \times \sin(112^\circ)} \\ = 0.067 \text{ hr}$$

$$= 4.04 \text{ min.}$$

$$\therefore w = \sqrt{8^2 + 3^2 + 2 \times 8 \times 3 \times \cos(112^\circ)}$$

$$= \boxed{\quad} \Delta_n)$$

পদার্থবিজ্ঞান ১ম পত্র  
অধ্যায় ০২ : ভেক্টর

## Problem

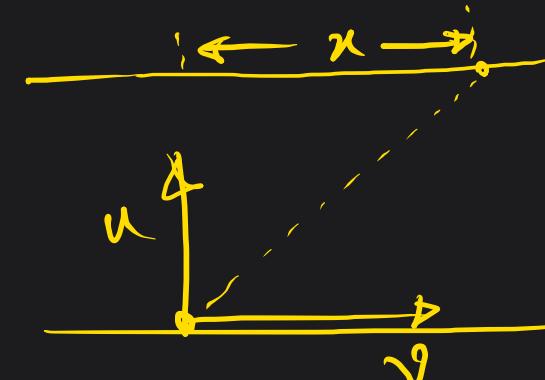
পূর্বের সমস্যাতে নদীর প্রস্থ 500 m. ন্যূনতম কত সময়ে নদী পার হওয়া সম্ভব? পাড় বরাবর নৌকা কতটুকু সরে যাবে?

$$t_{\min} = \frac{d}{u}$$

$$= \frac{0.5}{8}$$

$$= 0.0625 \text{ hr}$$

$$= 3.75 \text{ min.}$$



$$\sqrt{u^2 + v^2} \cos \theta = v$$

$$x = vt$$

$$= 3 \times 0.0625 \text{ km}$$

$$= 187.5 \text{ m } (\underline{\text{Ans}})$$

পদার্থবিজ্ঞান ১ম পত্র  
অধ্যায় ০২ : ডেক্ট্রি

## Problem

4ms<sup>-1</sup> বেগে প্রবাহিত একটি নদীর এক পাড়ে দাঁড়ানো একজন চোর ঠিক বিপরীত দিকে পুলিশের বোট দেখে স্ন্যাতের দিকে নদীর পাড় বরাবর 6ms<sup>-1</sup> সমবেগে দৌড়াতে থাকল। বোটের বেগ 15ms<sup>-1</sup> হলে চোরকে ধরতে স্ন্যাতের সাথে কত কোণে বোট চালাতে হবে ?

## ভেক্টরের ডট গুণন

$$\rightarrow \vec{A} \cdot \vec{B} = AB \cos \theta$$

$$\vec{A} = A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k}$$

$$\vec{B} = B_x \hat{i} + B_y \hat{j} + B_z \hat{k}$$

$$\rightarrow \vec{A} \cdot \vec{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z$$

\* অংশক / উপায়ম

↳ অতিমুগ্ধের  $\vec{A} \cdot \vec{B}$  = Vector form.

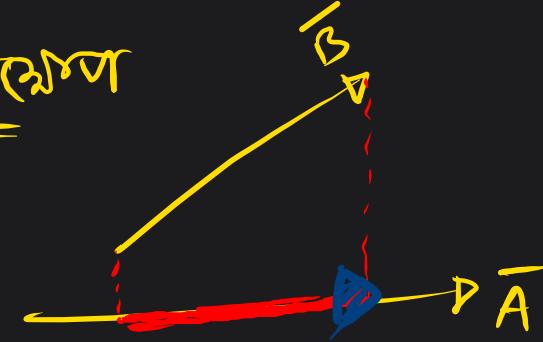
$$= \left( \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{|A|} \right) \hat{a}_\perp$$

\* কোণ নির্ণয়

$$\cos \theta = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{AB}$$

?

\* অতিমুগ্ধ



$\vec{A}$  এবং  $\vec{B}$  এবং গ্রাহিমেদ →

$$\frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{|A|}$$

## Problem

$\vec{A} = 2\hat{i} - 3\hat{j} + \hat{k}$  ভেক্টরটির অক্ষগ্রন্থের সাথে কৌণিক ব্যবধান নির্ণয় কর।

কৌণ

অক্ষের মাপ্তি:



$$\cos \theta_x = \frac{\vec{A} \cdot \hat{i}}{|\vec{A}| \cdot |\hat{i}|}$$

$$= \frac{2}{\sqrt{4+9+1}}$$

$$\therefore \theta_x = 57.68^\circ$$

$$\theta_y = \cos^{-1} \left( \frac{\vec{A} \cdot \hat{j}}{\sqrt{14}} \right)$$

$$\theta_z = \cos^{-1} \left( \frac{\vec{A} \cdot \hat{k}}{\sqrt{14}} \right)$$

## Problem

$\vec{A} = 3\hat{i} + 2\hat{m}\hat{j} - \hat{3}\hat{k}$  এবং  $\vec{B} = 5\hat{m}\hat{i} - 3\hat{m}\hat{j} - \hat{12}\hat{k}$  ;  
 m এর মান কত হলে ত্রিভুজ লম্ব হবে?

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = 0$$

$$\Rightarrow 15m - 6m^2 + 36 = 0$$

$$\Rightarrow 6m^2 - 15m - 36 = 0$$

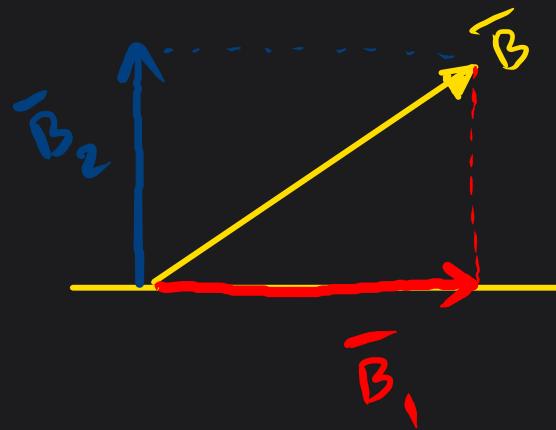
⋮

$$m = 4, \frac{3}{2} \quad (\text{Ans})$$

## Problem

$$\vec{A} = 2\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k} \text{ এর } \vec{B} = 2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$$

(ভেক্টরদ্বয় দ্বারা গঠিত তলে,  $\vec{A}$  এর লম্বদিকে  $\vec{B}$  এর উপাংশ নির্ণয় করো।)



$$\vec{B}_1 = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{|\vec{A}|} \hat{a}$$

$$= \frac{4-1-2}{\sqrt{4+1+4}} \frac{2\hat{i}-\hat{j}+2\hat{k}}{\sqrt{9}}$$

$$\vec{B}_1 = \frac{1}{9} (2\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k})$$

$$\begin{aligned} \vec{B}_1 + \vec{B}_2 &= \vec{B} \\ \Rightarrow \vec{B}_2 &= \vec{B} - \vec{B}_1 \\ &= \frac{16}{9}\hat{i} + \frac{10}{9}\hat{j} + \frac{11}{9}\hat{k} \end{aligned}$$

(Ans)