

# Lab1

Ballarin Simone

March 2019

## Domanda 1

Il grafo reale, che appartiene alla famiglia dei grafi non orientati, è formato da un numero di nodi pari a 6474 collegati tra loro da 12572 archi, non considerando eventuali cappi ( arco con uguali estremi ).

Ci viene richiesto di generare grafi non orientati casuali con medesime caratteristiche di cardinalità del grafo reale utilizzando gli algoritmi ER e UPA.

Al tal fine si è reso necessario calcolare la probabilità  $p$  per l'algoritmo ER, mentre per quanto riguarda il parametro  $m$  dell'algoritmo UPA ci è stato fornito nella consegna.

## Calcolo probabilità $p$

Il grafo ER da generare dovrà avere le seguenti caratteristiche:

- $|V| = 6474$
- $|E| \approx 12572$

La probabilità  $p$  è stata calcolata come segue dato il grafo  $ER(V, E)$ :

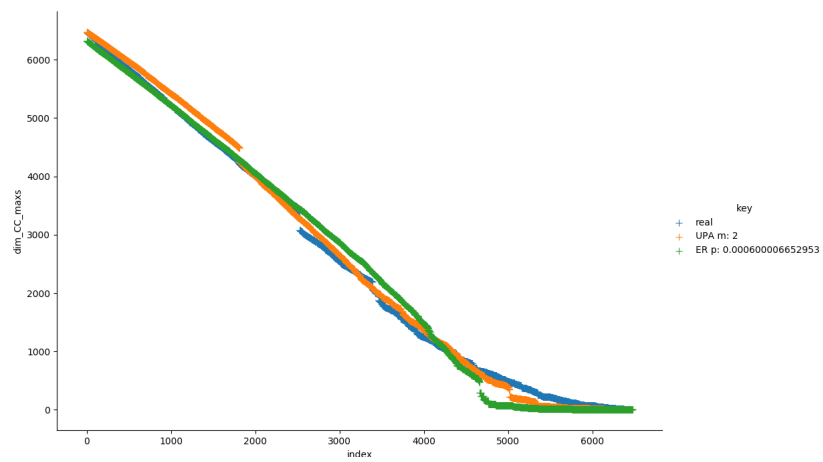
Sia data una variabile aleatoria binomiale  $Bin(n, p)$ , dove:

- $n$ : numero di prove effettuate;
- $p$ : probabilità che una prova abbia successo.

Sia  $X$  una variabile aleatoria binomiale come segue  $X = Bin(\frac{|V|(|V|-1)}{2}, p)$ :

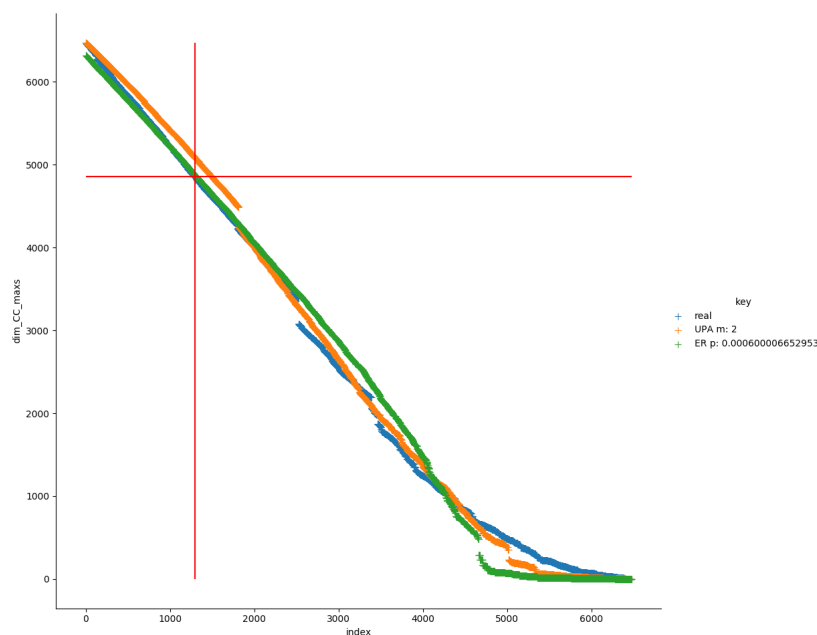
- $\frac{|V|(|V|-1)}{2}$ : corrisponde al numero di prove da effettuare,

Sia  $X$  una variabile aleatoria così definita  $X = Bin(\frac{|V|(|V|-1)}{2}, p)$ , questa variabile descrive il numero di successi dell'algoritmo ER (archi scelto), il quale effettua  $n*(n-1)/2$  scelte che rappresentano la creazione di un arco tra due nodi non identici con probabilità  $p$  ignota. Volendo avere una media di archi generati da ER pari a quella del grafico reale (che significa  $E(X)=13xxx$ ) e inoltre sapendo  $E(X)=n*(n-1)/2*p$ , possiamo dedurre  $p=13xxx/n*(n-1)*2$ .



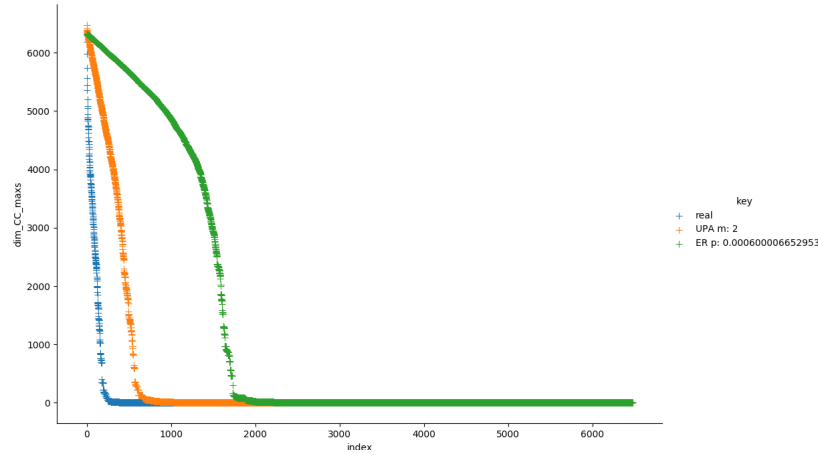
## Domanda 2

Al fine di valutare i comportamenti dei tre grafi ad un attacco casuale abbiamo inserito nel grafico due rette: quella orizzontale corrisponde al limite di resilienza del 75% (4576 nodi); mentre la retta verticale indica il superamento del 20% (1295 nodi) dei nodi rimossi. Osservando i tre gruppi di punti rispetto a queste due rette nella prima figura, si può osservare che dopo aver rimosso il 20% dei nodi tutte e tre i grafi sono oltre il limite di resilienza fissato al 75%, con il grafo UPA in leggero vantaggio, mentre ER e quello reale presentano differenze non apprezzabili. Il test è stato riefettuato e nella seconda figura si presentano i risultati. Si può notare come anche in questo caso tutti i tre grafi dopo l'eliminazione del 20% dei nodi si presentino praticamente con la stessa resilienza. In conclusione notiamo che i gruppi di punti sono essenzialmente comparabili, l'unica differenza riscontrabile si può apprezzare nella parte finale dell'asse orizzontale in cui le varie resilienze si discostano.



## Domanda 3

Abbiamo effettuato l'attacco con strategia max-degree. Il seguente grafico presenta la correlazione tra nodi rimossi e dimensione della componente massima come richiesto dalla domanda.



## Domanda 4

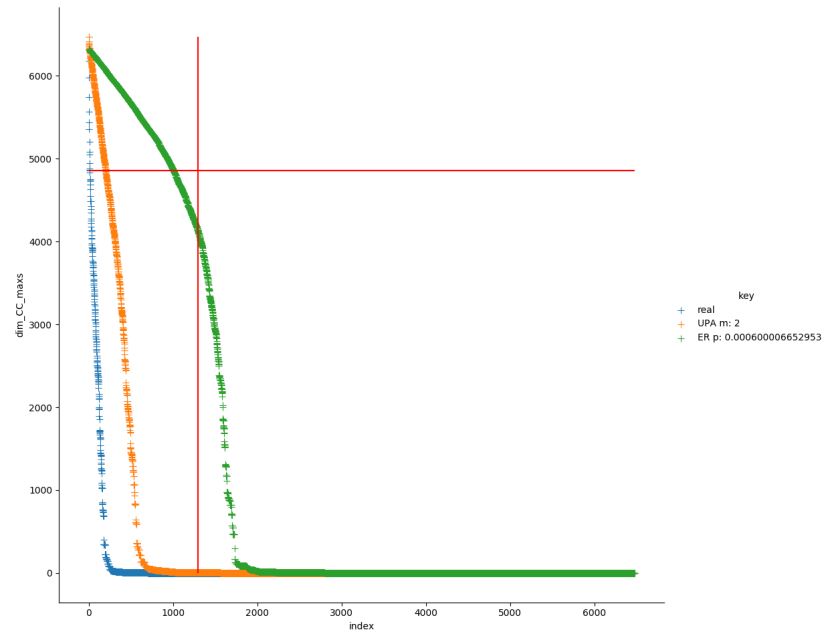
In maniera analoga a quanto fatto ai grafici esposti in domanda 2, si è inserita una retta per il limite di resilienza al 75% e una per il superamento del 20% dei nodi rimossi. In questo caso tutti i grafi sono sotto la soglia di resilienza, però stavolta presentano andamenti estremamente differenti. Il grafo reale è quello che si comporta peggio: come si può notare ha una caduta repentina già dopo le prime rimozioni e dopo circa 200 rimozioni ha resilienza quasi nulla. Il grafo UPA invece ha una caduta meno violenta comparata al grafo reale, ma comunque veloce. La resilienza si annulla quasi completamente già dopo 700 rimozioni. Il grafo ER risulta invece quello più resistente: nonostante non riesca a mantenersi sopra la soglia dopo il 20% delle rimozioni è quello che si avvicina maggiormente. Fino a quasi 1000 rimozioni tiene un decrescita quasi lineare, mentre tra 1000 e 1200 rimozioni il tasso di decrescita aumenta fino a diventare circa esponenziale dopo il limite delle 1200 rimozioni.

Queste differenze le imputiamo alle diverse topologie che i vari grafi presentano. Queste infatti essendo che la scelta non è più casuale influenzano gli effetti dei vari attacchi.

ER avendo una varianza del grado più bassa rispetto agli altri è quello che si comporta meglio; UPA invece per come lavora l'algoritmo tende a creare pochi nodi con grado alto e tanti nodi con grado basso che si collegano a questi, l'attacco intelligente rimuovendo per i pochi nodi a grado alto ottiene dei buoni risultati nell'abbassamento della resilienza. Il grafo reale, invece, intuivamo essere caratterizzato da un basso numero di nodi ad alto grado (le città più importanti) alle quali sono collegati un numero limitato di nodi di grado basso (la periferia della città). A differenza di UPA questi nodi di grado alto non sono collegati a meno nodi (per motivi geografici) e quindi per questa ragione presenta una robustezza inferiore.

Al fine di avere una maggiore comprensione della topologia abbiamo deciso di realizzare tre rappresentazioni grafiche dei vari grafi. Si rappresentano i nodi

con cerchi di raggio proporzionale al grado.



## Domanda 5

In allegata alla consegna sono stati inseriti i codice sorgenti python dei vari file.