Relación entre la matriz de cambio de coord. y la matriz de t. l.

$C_{BB_1} \cdot [v]_B = [v]_{B_1}$ $\qquad$ $Mf_{BB'} \cdot [v]_B = [f(v)]_{B'}$

- matriz cuadrada
- invertible

- no son siempre cuadradas
- no " " invertibles.

I) Cambio de coord. en el espacio de salida

$$\begin{tikzcd} B \arrow[r, "f"] & B' \\ B_1 \arrow[u, bend left] \arrow[ur] & \end{tikzcd} \qquad (V \mid W)$$

Queremos $Mf_{B_1B'} = ?$

$$Mf_{BB'} \cdot [v]_B = [f(v)]_{B'}$$

$$\underbrace{C_{B_1B} \cdot [v]_{B_1}} = [v]_B$$

$$\underbrace{Mf_{BB'} \cdot C_{B_1B}}_{Mf_{B_1B'}} [v]_{B_1} = [f(v)]_{B'}$$

II) Cambio de coord. en el espacio de llegada

$$\begin{tikzcd} B \arrow[r, "f"] \arrow[dr] & B' \arrow[d] \\ & B_2 \end{tikzcd} \qquad (V \mid W)$$

Queremos Mf_{BB_2}.

$$C_{B'B_2} \cdot \underbrace{[f(v)]_{B'}} = [f v]_{B_2}$$

$$C_{B'B_2} \cdot [Mf_{BB'} \cdot [v]_B] = [f(v)]_{B_2}$$

$$\underbrace{[C_{B'B_2} \cdot Mf_{BB'}]}_{Mf_{BB_2}} \cdot [v]_B = [f(v)]_{B_2}$$

III) Cambio de coord. en los dos espacios

$$\begin{tikzcd} B \arrow[r] & B' \arrow[d, bend left] \\ B_1 \arrow[u, bend left] \arrow[r] & B_2 \end{tikzcd} \qquad (V \mid W)$$

Queremos $Mf_{B_1B_2}$

$$Mf_{B_1B_2} = C_{B'B_2} \cdot Mf_{BB'} \cdot C_{B_1B}$$

<u>JUSTIFICACIÓN</u>

$$Mf_{BB'} \cdot [v]_B = [f(v)]_{B'}$$

$$Mf_{BB'} \cdot [C_{B_1B} \cdot [v]_{B_1}] = C_{B_2B'} \cdot [f(v)]_{B_2}$$

$$[Mf_{BB'} \cdot C_{B_1B}] \cdot [v]_{B_1} = C_{B_2B'} \cdot [f(v)]_{B_2}$$

$$[C_{B_2B'}]^{-1} [Mf_{BB'} \cdot C_{B_1B}] \cdot [v]_{B_1} = \underbrace{[C_{B_2B'}]^{-1} \cdot C_{B_2B'}}_{I} \cdot [f(v)]_{B_2}$$

$$[\underbrace{C_{B'B_2} \cdot Mf_{BB'} \cdot C_{B_1B}}_{Mf_{B_1B_2}}] \cdot [v]_{B_1} = [f(v)]_{B_2}$$