T P 04 Ej. 2-b

Utilizando la definición, calcular (si existen) las derivadas parciales de la siguiente función en el punto indicado:

$$\boldsymbol{f(x\,,y) = \sqrt{|x\,.\,y|} \qquad en\ (0\,,0)}$$

Para una introducción a la manera en que se resuelve este tipo de ejercicios, referirse al ejercicio 2-a

$Dom\ f(x,y) = R^2$

Puesto que el radicando se encuentra afectado por el operador módulo, este siempre será positivo.

Por lo cual haremos la siguiente distinción:

1.- $\boldsymbol{Si\ x\,.\,y \geq 0 \rightarrow f(x\,,y) = \sqrt{x\,.\,y}}$

Esto ocurre en puntos o pares ordenados ubicados en 1° y 3° cuadrante del plano coordenado xy y en pares ubicados sobre los ejes coordenados x e y, entonces:

$$\dot{f}_x(0\,,0) = \frac{\partial f}{\partial x}(0\,,0) = \lim_{h\to 0}\frac{f(0+h\ ,0)-f(0\,,0)}{h}$$

$$\dot{f}_x(0\,,0) = \frac{\partial f}{\partial x}(0\,,0) = \lim_{h\to 0}\frac{f(h\,,0)-f(0\,,0)}{h}$$

$$\dot{f}_x(0\,,0) = \frac{\partial f}{\partial x}(0\,,0) = \lim_{h\to 0}\frac{\sqrt{h\,.0}-\sqrt{0\,.0}}{h}$$

$$\dot{f}_x(0\,,0) = \frac{\partial f}{\partial x}(0\,,0) = \lim_{h\to 0}\frac{0}{h}$$

$$\boldsymbol{\dot{f}_x(0\,,0) = \frac{\partial f}{\partial x}(0\,,0) = 0}$$

$$\dot{f}_y(0\,,0) = \frac{\partial f}{\partial y}(0\,,0) = \lim_{h\to 0}\frac{f(\ 0\,,h)-f(0\,,0)}{h}$$

$$\dot{f}_y(0\,,0) = \frac{\partial f}{\partial y}(0\,,0) = \lim_{h\to 0}\frac{\sqrt{0\,.h}-\sqrt{0\,.0}}{h}$$

$$\dot{f}_y(0\,,0) = \frac{\partial f}{\partial y}(0\,,0) = \lim_{h\to 0}\frac{0}{h}$$

$\dot{\boldsymbol{f}}_{\boldsymbol{y}}(\mathbf{0}\,,\mathbf{0})$ **=** $\frac{\boldsymbol{\partial f}}{\boldsymbol{\partial y}}(\mathbf{0}\,,\mathbf{0}) = \mathbf{0}$

2. - $\boldsymbol{S}\text{í}\ \boldsymbol{x}\,.\,\boldsymbol{y} < \mathbf{0} \rightarrow \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}\,,\boldsymbol{y}) = \sqrt{-(\boldsymbol{x}\,.\,\boldsymbol{y})}$

Esto ocurre en puntos o pares ordenados ubicados en 2° y 4° cuadrante del plano coordenado xy, entonces:

$\dot{f}_x(0\,,0)$ = $\frac{\partial f}{\partial x}(0\,,0) = \lim_{h\to 0}\frac{f(0+h\ ,0)-f(0\,,0)}{h}$

$\dot{f}_x(0\,,0)$ = $\frac{\partial f}{\partial x}(0\,,0) = \lim_{h\to 0}\frac{f(h\,,0)-f(0\,,0)}{h}$

$\dot{f}_x(0\,,0)$ = $\frac{\partial f}{\partial x}(0\,,0) = \lim_{h\to 0}\frac{\sqrt{-(h\,.0)}-\sqrt{-(0\,.0)}}{h}$

$\dot{f}_x(0\,,0)$ = $\frac{\partial f}{\partial x}(0\,,0) = \lim_{h\to 0}\frac{0}{h}$

$\dot{\boldsymbol{f}}_{\boldsymbol{x}}(\mathbf{0}\,,\mathbf{0})$ **=** $\frac{\boldsymbol{\partial f}}{\boldsymbol{\partial x}}(\mathbf{0}\,,\mathbf{0}) = \mathbf{0}$

$\dot{f}_y(0\,,0)$ = $\frac{\partial f}{\partial y}(0\,,0) = \lim_{h\to 0}\frac{f(\ 0\,,h)-f(0\,,0)}{h}$

$\dot{f}_y(0\,,0)$ = $\frac{\partial f}{\partial y}(0\,,0) = \lim_{h\to 0}\frac{\sqrt{-(0\,.h)}-\sqrt{-(0\,.0)}}{h}$

$\dot{f}_y(0\,,0)$ = $\frac{\partial f}{\partial y}(0\,,0) = \lim_{h\to 0}\frac{0}{h}$

$\dot{\boldsymbol{f}}_{\boldsymbol{y}}(\mathbf{0}\,,\mathbf{0})$ **=** $\frac{\boldsymbol{\partial f}}{\boldsymbol{\partial y}}(\mathbf{0}\,,\mathbf{0}) = \mathbf{0}$

Finalmente, las derivadas parciales existen en (0,0) y valen cero.