Resolución TP3:

Ejercicio 5- d

Verificar que no existe el limite doble para $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^3y^2}{x^6+y^4}$:

Para empezar:

- Al tratarse de una función de 2 variables $f(x,y)$ el limite existe si existen tanto por derecha, izquierda, y el resto de las infinitas direcciones y trayectorias.
- El postulado anterior se comprueba usando propiedades de limite sustentadas por la definicion de limite.
- El postulado anterior de refuta con solo encontrar un caso en que el limite de un valor distinto.

Por trayectorias $y = m\sqrt{x^3}$

La unica condicion que debe cumplir la trayectoria propuesta es que el punto pertenezca a la trayectoria.

$$y(0) = m\sqrt{0^3} \to (x,y) = (0,0)$$

$$L = \lim_{(x,y)\to(0,0)} \left.\frac{x^3y^2}{x^6+y^4}\right|_{y=m\sqrt{x^3}} = \lim_{x\to 0} \frac{x^3m^2x^3}{x^6+m^4x^6}$$

$$L = \lim_{x\to 0} \frac{m^2x^6}{(1+m^4)x^6}$$

$$L = \frac{m^2}{1+m^4}$$

Dado $L\ depende\ de\ m$ → No existe $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^3y^2}{x^6+y^4}$

Para $m = 1$

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^3y^2}{x^6+y^4} = \lim_{(x,y)\to(0,0)} f(x,\sqrt{x^3}) = \lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^3\sqrt{x^3}^2}{x^6+\sqrt{x^3}^4} = \lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^3x^3}{x^6+x^6}$$

$$= \lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^6}{2x^6} = \lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$