T P 04 Ej. 21-a

Obtener las ecuaciones del plano tangente y la recta normal a la gráfica de la función en el punto dado.

<u>SUGERENCIA:</u> Dada una función $z = f(x,y)$ definida en forma explícita, podemos redefinir a la misma como $F(x,y\,,z) = f(x,y) - z = 0$ (forma implícita) y luego proceder como en el ejercicio N°19 de este T.P.

Entonces:

<u>Ecuación del Plano Tangente:</u>

π: $\vec{\nabla}F(\vec{P}_0) \circ (\vec{P} - \vec{P}_0) = 0$

<u>Ecuación de la Recta Normal:</u>

$\mathbb{L}$: $\vec{\nabla}F(\vec{P}_0).t + \vec{P}_0$

$$\boldsymbol{z = f(x,y) = x^2 + 2.y^3 \quad en \quad \vec{p}_0 = (1,1)}$$

$F(x,y,z) = f(x,y) - z = x^2 + 2.y^3 - z = 0$

$\vec{P}_0 = (x_0\,,y_0\,,f(x_0,y_0)) = (1\,,1\,,f(1\,,1)) = (1\,,1\,,3)$

$\boldsymbol{\vec{P}_0 = (1\,,1\,,f(1\,,1)) = (1\,,1\,,3)}$

$\boldsymbol{\vec{\nabla}F(x,y,z) = \left(\frac{\partial F}{\partial x},\frac{\partial F}{\partial y},\frac{\partial F}{\partial z}\right) = (2.x\,,6.y^2\,,-1)}$

$\vec{\nabla}F(1\,,1\,,3) = (2.1\,,6.1^2\,,-1) \rightarrow$

$\boldsymbol{\vec{\nabla}F(1\,,1\,,3) = (2\,,6\,,-1)}$

<u>Ecuación del Plano Tangente:</u>

π: $\vec{\nabla}F(\vec{P}_0) \circ (\vec{P} - \vec{P}_0) = 0 \rightarrow$

π: $\vec{\nabla}F(1\,,1\,,3) \circ [(x\,,y\,,z) - (1\,,1\,,3)] = 0 \rightarrow$

$\pi: (2\ ,6\ ,-1) \circ (x-1\ ,y-1\ ,z-3) = 0 \rightarrow$

$\pi: 2.(x-1) + 6.(y-1) - 1.(z-3) = 0 \rightarrow$

$\pi: 2.x - 2 + 6.y - 6 - z + 3 = 0 \rightarrow$

$\pi: 2.x + 6.y - z - 5 = 0 \rightarrow$

$\boldsymbol{\pi}: \mathbf{2}.\boldsymbol{x} + \mathbf{6}.\boldsymbol{y} - \boldsymbol{z} = \mathbf{5}$

Ecuación de la Recta Normal:

$\mathbb{L}: \vec{\nabla}F(\vec{P}_0).t + \vec{P}_0 \rightarrow$

$\mathbb{L}: \vec{\nabla}F(1\ ,1\ ,3).t + (1\ ,1\ ,3) \rightarrow$

$\mathbb{L}: (\mathbf{2}\ ,\mathbf{6}\ ,-\mathbf{1}).\boldsymbol{t} + (\mathbf{1}\ ,\mathbf{1}\ ,\mathbf{3})$