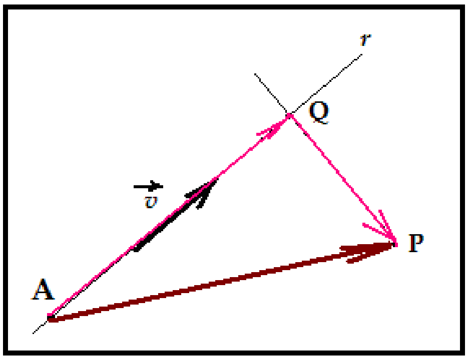
OTRA FORMA DE HALLAR LA DISTANCIA DE UN PUNTO A UNA RECTA EN EL ESPACIO

Calcularemos la distancia del punto P a la recta r .

Sea A un punto cualquiera de la recta r



$\overrightarrow{AP} = \overrightarrow{AQ} + \overrightarrow{QP}$ es decir, descomponemos a $\overrightarrow{AP}$ en dos direcciones: la de la recta *r* y otra perpendicular a ella; nuestro objetivo es obtener $\left\|\overrightarrow{QP}\right\|$, que es la distancia buscada.

Recordando que $\overrightarrow{AQ}$ es la proyección de $\overrightarrow{AP}$ sobre el vector $\vec{v}$ (debemos normalizarlo) tenemos:

$$\overrightarrow{AP} = proy_{\vec{v}}\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{QP} \rightarrow \overrightarrow{AP} - proy_{\vec{v}}\overrightarrow{AP} = \overrightarrow{QP}$$

dist(P, *r*) = $\left\|\overrightarrow{AP} - proy_{\vec{v}}\overrightarrow{AP}\right\|$

Ejemplo:

Encontrar la distancia de P= (4, –5, 3) a la recta r: (x, y, z) = λ. (1, –4, –5) + (–3, 11, 14).

Tomando λ=0 obtenemos A= (–3, 11, 14); P= (4, –5, 3).

$\overrightarrow{AP}$ = (4, –5, 3) – (–3, 11, 14) = (7, –16, –11)

$$\hat{v} = \frac{(1,-4,-5)}{\sqrt{1+16+25}} = \frac{1}{\sqrt{42}}.(1,-4,-5)$$

$$proy_{\vec{v}}\overrightarrow{AP} = (\overrightarrow{AP} \bullet \hat{v}).\hat{v} = \left[(7,-16,-11) \bullet \frac{1}{\sqrt{42}}.(1,-4,-5)\right].\frac{1}{\sqrt{42}}.(1,-4,-5) =$$

$$[(7,-16,-11) \bullet (1,-4,-5)].\frac{1}{\sqrt{42}}.\frac{1}{\sqrt{42}}.(1,-4,-5) = [7+64+55].\frac{1}{42}(1,-4,-5) = 126.\frac{1}{42}(1,-4,-5)$$

$$proy_{\hat{v}}\overrightarrow{AP} = 3.(1,-4,-5) = (3,-12,-15)$$

dist(P, r) = $\left|\overrightarrow{AP} - proy_{\hat{v}}\overrightarrow{AP}\right| = |(7,-16,-11)-(3,-12,-15)| = |(4,-4,4)| = 4.\sqrt{3}$ que es la distancia buscada