Resolución TP4:

Ejercicio 21-a

Calcular la ecuación del plano tangente y la recta normal para la función: $f(x, y) = (x^2 + y^2)\ln(x^2 + y^2)$ en $P = (1,0)$

Herramientas:

- Si $F(x, y, z)$ es Diferenciable $\nabla F(P)$es perpendicular a la superficie de nivel a la que pertenece P
- Se puede fabricar $F(x, y, z) = (x^2 + y^2)\ln(x^2 + y^2) - z$, sabiendo que $z = f(x, y)$y estaríamos trabajando con la curva de nivel k_0: $F(x, y, z) = 0$ ya que $f(x, y) - z = 0$
    - Se debe considerar que $z = f(P) = 0$ lo que deja en evidencia que el punto a usar con $F(x, y, z)$ se trata de $A = (1,0,0)$
- De un vector normal a un plano podemos obtener su ecuación mediante: $\vec{v} \cdot \vec{x} = \vec{v} \cdot P$. Siendo $\vec{x} = (x, y, z)$ generico.
- Se puede fabricar una recta con la ecuación $r(t) = P + t\vec{v}$

Resolviendo:

$$usando\ (uv)' = u'v + uv'$$

$$F_x = 2xln(x^2 + y^2) + \frac{x^2 + y^2}{x^2 + y^2}2x = 2x(ln(x^2 + y^2) + 1)$$

$$F_y = 2yln(x^2 + y^2) + \frac{x^2 + y^2}{x^2 + y^2}2y = 2y(ln(x^2 + y^2) + 1)$$

$$F_z = -1$$

$$F_x(A) = 2$$

$$F_y(A) = 0$$

$$\nabla F(A) = (2,0,-1)$$

Plano tangente en A

$$\Pi_A: \nabla F(A) \cdot \vec{x} = \nabla F(A) \cdot A$$

$$\Pi_A: \nabla F(A) \cdot (x, y, z) = \nabla F(A) \cdot A$$

$$\Pi_A: (2,0,-1) \cdot (x, y, z) = (2,0,-1) \cdot (1,0,0)$$

$$\Pi_A: 2\mathrm{x} - \mathrm{z} = 2$$

$$\Pi_A: \mathrm{z} = 2 - 2\mathrm{x}$$

Recta normal tangente en A

$$\mathrm{R}_A(t) = A + t\nabla F(A)$$

$$\mathrm{R}_A(t) = (1,0,0) + t(2,0,-1)$$

$$\mathrm{R}_A(t) = (1 + 2t, 0, -t)$$

Ejercicio 21-a-Guia Vieja

Calcular la ecuación del plano tangente y la recta normal para la función: $f(x,y) = (x^2+y^2)\log(x^2+y^2)$ en $P = (1,0)$

Herramientas:

- Si $F(x,y,z)$ es Diferenciable $\nabla F(P)$es perpendicular a la superficie de nivel a la que pertenece P
- Se puede fabricar $F(x,y,z) = (x^2+y^2)\log(x^2+y^2) - z$, sabiendo que $z = f(x,y)$y estaríamos trabajando con la curva de nivel k_0: $F(x,y,z) = 0$ ya que $f(x,y) - z = 0$
    - Se debe considerar que $z = f(P) = 0$ lo que deja en evidencia que el punto a usar con $F(x,y,z)$ se trata de $A = (1,0,0)$
- De un vector normal a un plano podemos obtener su ecuación mediante: $\vec{v} \cdot \vec{x} = \vec{v} \cdot P$. Siendo $\vec{x} = (x,y,z)$ generico.
- Se puede fabricar una recta con la ecuación $r(t) = P + t\vec{v}$
- Como log no se puede derivar se hace cambio de base resultando $F(x,y,z) = (x^2+y^2)\frac{\ln(x^2+y^2)}{\ln(10)} - z$, sabiendo que

Resolviendo:

$$F_x = 2x\frac{ln(x^2+y^2)}{\ln(10)} + \frac{1}{\ln(10)}\frac{x^2+y^2}{x^2+y^2}2x = 2x\left(\frac{ln(x^2+y^2)}{\ln(10)} + \frac{1}{\ln(10)}\right)$$

$$F_y = 2y\frac{ln(x^2+y^2)}{\ln(10)} + \frac{1}{\ln(10)}\frac{x^2+y^2}{x^2+y^2}2y = 2y\left(\frac{ln(x^2+y^2)}{\ln(10)} + \frac{1}{\ln(10)}\right)$$

$$F_z = -1$$

$$\nabla F(A) = (\frac{1}{\ln(10)}, 0, -1)$$

Plano tangente en A

$$\Pi_A: \nabla F(A) \cdot \vec{x} = \nabla F(A) \cdot A$$

$$\Pi_A: \nabla F(A) \cdot (x,y,z) = \nabla F(A) \cdot A$$

$$\Pi_A: \left(\frac{1}{\ln(10)}, 0, -1\right) \cdot (x,y,z) = \left(\frac{1}{\ln(10)}, 0, -1\right) \cdot (1,0,0)$$

$$\Pi_A: \frac{\mathrm{x}}{\ln(10)} - \mathrm{z} = \frac{1}{\ln(10)}$$

$$\Pi_A: \mathrm{z} = \frac{1-\mathrm{x}}{\ln(10)}$$

Recta normal tangente en A

$$\mathrm{R}_A(t) = A + t\nabla F(A)$$

$$\mathrm{R}_A(t) = (1,0,0) + t(\frac{1}{\ln(10)}, 0, -1)$$

$$\mathrm{R}_A(t) = (1 + \frac{t}{\ln(10)}, 0, -t)$$