

T P 04 Ej. 17

Supongamos que una montaña tiene la forma de un paraboloide elíptico de ecuación $z = 1500 - 2x^2 - 3y^2$ donde x e y son las coordenadas este-oeste y norte-sur respectivamente y z es la altitud (x, y, z son las medidas en metros)

- a) En el punto $(10,10)$, ¿en qué dirección aumenta más rápidamente la altitud?
- b) Si se suelta una bola en $(10,10)$ ¿en qué dirección comenzará a rodar?

Siendo que tenemos definida la montaña como una función de dos variables, podemos hallar en qué dirección la función crece más rápidamente en un determinado punto aplicando la propiedad que dice que esa dirección coincide con la dirección del gradiente de la función en ese punto.

Entonces calculamos el gradiente de z en $(10, 10)$

$$\nabla z(x, y) = (-4x, -6y)$$

$$\nabla z(10,10) = (-40, -60)$$

- a) La dirección en la altitud de la montaña aumenta más rápidamente estando en $(10,10)$ es $(-40, -60)$. Como acá sólo nos interesa la dirección y no el módulo del vector, podemos decir que esa dirección es $(-2, -3)$
- b) La bola va a rodar en la dirección en la que la altura disminuya más rápidamente. Así como la dirección del gradiente es la dirección en la que la altura aumenta más rápidamente, la dirección donde disminuye más rápidamente es la dirección opuesta a la del gradiente. En este caso: $(40, 60)$.