

EJERCICIO RESUELTO DE INTERPOLACIÓN DE FUNCIONES POLINÓMICAS

Resuelto por la Profesora Julieta Matteucci

Dar una función polinómica de **grado 3**, si se sabe que: $f(1) = -4$, $f(-1) = -6$, $f(0) = -3$, $f(-2) = -7$.

Hallar la expresión de la función y calcular $f(2)$.

Resolución:

Buscamos un polinomio de grado 3, es decir una función de la forma:

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

Que verifica:

$$f(1) = -4 \rightarrow a + b + c + d = -4$$

$$f(-1) = -6 \rightarrow -a + b - c + d = -6$$

$$f(0) = -3 \rightarrow d = -3$$

$$f(-2) = -7 \rightarrow -8a + 4b - 2c + d = -7$$

Armamos el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} a + b + c + d = -4 \\ -a + b - c + d = -6 \\ d = -3 \\ -8a + 4b - 2c + d = -7 \end{cases} \quad \text{Como ya sabemos el valor de } d, \text{ reducimos:}$$

$$\begin{cases} a + b + c - 3 = -4 \\ -a + b - c - 3 = -6 \\ -8a + 4b - 2c - 3 = -7 \end{cases}$$

Quedando:

$$\begin{cases} a + b + c = -1 \\ -a + b - c = -3 \\ -8a + 4b - 2c = -4 \end{cases} \rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & -1 & -3 \\ -8 & 4 & -2 & -4 \end{array} \right)$$

$$\begin{aligned}
\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & -1 & -3 \\ -8 & 4 & -2 & -4 \end{array}\right) &\xrightarrow{F_1 + F_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 0 & -4 \\ 0 & 12 & 6 & -12 \end{array}\right) \xrightarrow{8F_1 + F_3} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 6 & 12 \end{array}\right) \xrightarrow{-6F_2 + F_3} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 6 & 12 \end{array}\right) \\
&\xrightarrow{\frac{1}{2}F_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{array}\right) \xrightarrow{\frac{1}{6}F_3} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{array}\right) \xrightarrow{F_1 - F_3} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 0 & -3 \\ 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{array}\right) \xrightarrow{F_1 - F_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{array}\right)
\end{aligned}$$

Al resolver, queda: $\begin{cases} a = -1 \\ b = -2 \\ c = 2 \\ d = -3 \end{cases}$

Entonces la función queda : $f(x) = -x^3 - 2x^2 + 2x - 3$;

$$y \quad f(2) = -(2)^3 - 2(2)^2 + 2(2) - 3 = -15$$