TP 02-7-a Graficar y obtener la ecuación cartesiana

$a)\ \ \vec{\Phi}_1:\ [0,\ 2]\times[0,\ 2]\to\mathbb{R}^3/\ \ \vec{\Phi}_1(u,\ v)=(u+v,\ u-v,\ 0)$

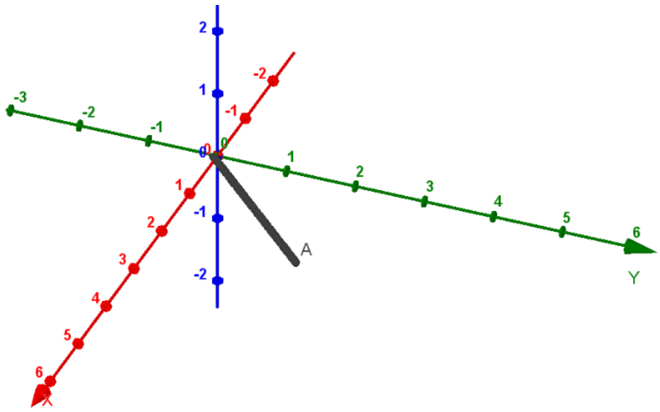
$$\begin{cases} x=x(u,v)=u+v \\ y=y(u,v)=u\ -v \\ z=z(u,v)=0 \end{cases}$$

Cuál es el gráfico de $\vec{\Phi}_1$ para el dominio dado $[0,\ 2]\times[0,2]$. Las componentes $x(u,v)$ e $y(u,v)$, son funciones lineales y como $z(u,v)=0$, el gráfico parece ser una porción del plano $z=0$.

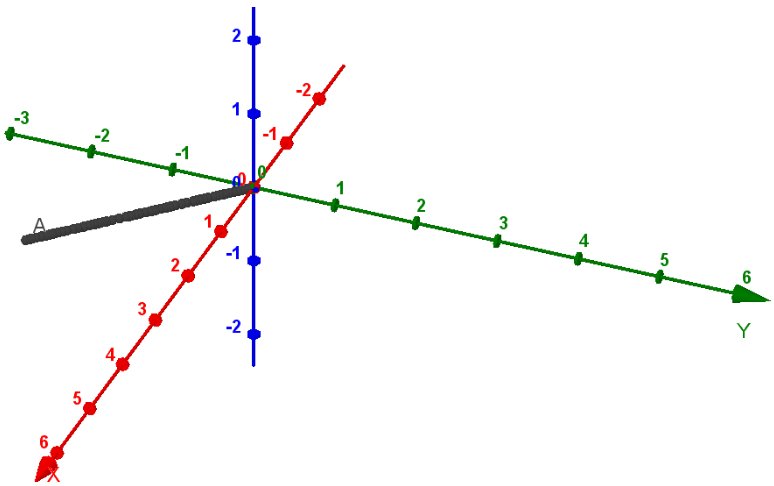
Análisis de a una variable libre a la vez.

Si dejamos libre a u y fijo v, resulta lo siguiente: $u\in[0,\ 2]$ para cada $v(fijo)\in[0,2]$,

Si $v=0$, la ecuación $\vec{\alpha}(u)=(u\ ,\ u,\ 0)$, corresponde a la recta $y=x$, pero sólo el segmente que va desde $\vec{\alpha}(0)=(0,0)$ hasta $\vec{\alpha}(2)=(2,2)$, el gráfico es el siguiente



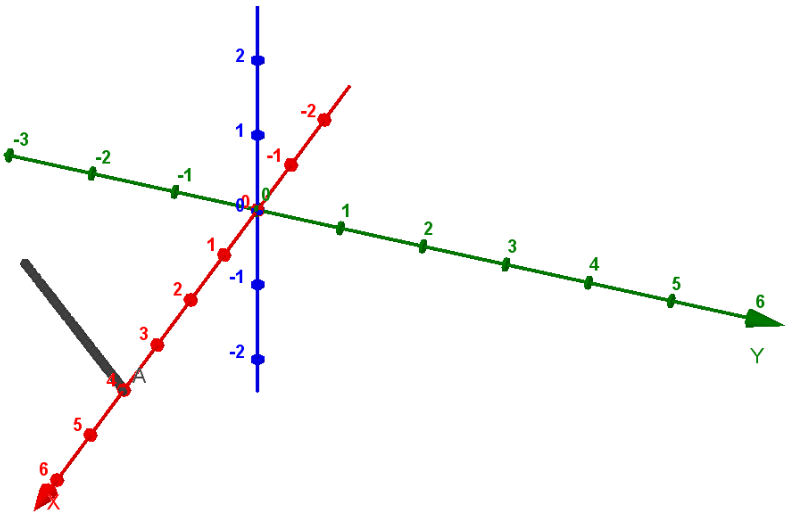
Si $u=0$, la ecuación $\vec{\beta}(v)=(v\ ,\ -v,\ 0)$, corresponde a la recta $y=-x$, pero sólo el segmente que va desde $\vec{\beta}(0)=(0,0)$ hasta $\vec{\beta}(2)=(2,-2)$, el gráfico es el siguiente



Si ahora dejamos fijo $v=2$, la ecuación $\vec{\gamma}(u)=(u+2\ ,u\ -\ 2,\ 0)=(2,-2)+u(1,1)$,

$$\begin{cases} x=u+2 \\ y=u\ -\ 2 \end{cases}\Rightarrow y=(x-2)\ -2=x-4$$

corresponde a la recta $y = x - 4$, pero sólo el segmente que va desde $\vec{\gamma}(0) = (2, -2)$ hasta $\vec{\gamma}(2) = (4,0)$, el gráfico es el siguiente

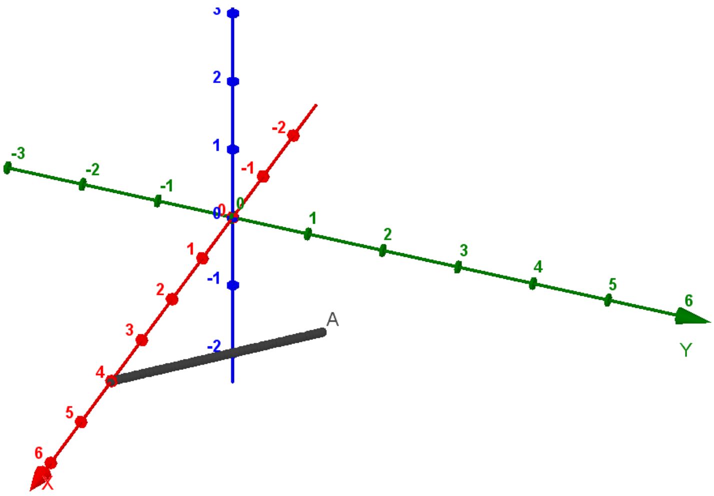


Por último, dejamos fijo $u = 2$, la ecuación $\vec{\delta}(v) = (2 + v\,, 2\ -\ v,\ \ 0) = (2,2) + v(1, -1)$,

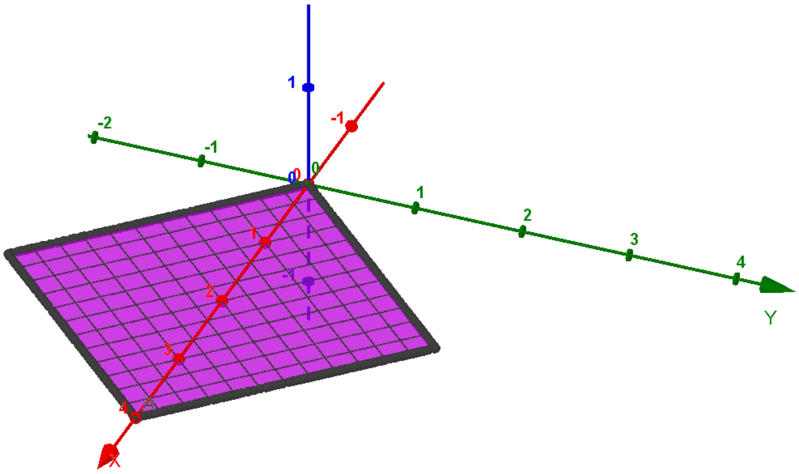
$$\begin{cases} x = 2 + v \\ y = 2 - v \end{cases} \Rightarrow y = 2 - (x - 2)\ = -x + 4$$

corresponde a la recta $y = -x + 4$, pero sólo el segmente que va desde $\vec{\delta}(0) = (2,2)$ hasta

$\vec{\delta}(2) = (4,0)$, el gráfico es el siguiente



Finalmente, $\overrightarrow{\Phi}_1$ mapea el recinto $[0,\ 2] \times [0,2]$ en



1
-1
-2
-1
0
0
0
1
2
3
4
Y
1
2
3
4
-1
X