

UNIDAD 4. Autovectores de endomorfismos.

EJERCICIO 4

$f: V \rightarrow V$ autovector λ , tiene un autovector v
 $i \rightarrow$ endomorfismo idéntico $i(v) = v \quad \forall v \in V$

a) $f - \alpha i$ para $\alpha \in \mathbb{R}$ ¿cómo actúa? $E_\lambda = \{v / f(v) = \lambda v\}$

b) $(f - \alpha i)v = f(v) - \alpha i(v) = f(v) - \alpha v = \lambda v - \alpha v$
 $(f - \lambda i)v = f(v) - \lambda i(v) = \lambda v - \lambda v = 0_v \Rightarrow v \in \text{Nul}(f - \lambda i) \Rightarrow \text{como } v \neq 0_v \Rightarrow \text{Nul}(f - \lambda i) \neq \{0_v\}$

$[f - \lambda i]$ no es invertible.

ej 4) $f(x, y) = (2x, 2x - 2y)$ $i = f(x, y) = (x, y)$ $\leftarrow [f - \lambda i]$
 1º) $(2x, 2x - 2y) - \lambda(x, y) = (0, 0)$ BUSCAR AUTOVECTORES Y AUTOVALORES

$$\begin{cases} 2x - \lambda x = 0 \\ 2x - 2y - \lambda y = 0 \end{cases} \quad \textcircled{1} \quad \begin{cases} (2 - \lambda)x = 0 \\ 2x + (-2 - \lambda)y = 0 \end{cases} \quad x = ? \quad y = ?$$

SCI $\rightarrow \begin{vmatrix} 2 - \lambda & 0 \\ 2 & -2 - \lambda \end{vmatrix} = 0 \rightarrow (2 - \lambda)(-2 - \lambda) = 0 \rightarrow \lambda_1 = 2 \quad \lambda_2 = -2$

Si $\lambda = 2$
 VAMOS AL SISTEMA $\begin{cases} 0x = 0 \rightarrow \forall x \in \mathbb{R} \\ 2x - 4y = 0 \rightarrow \frac{1}{2}x = y \end{cases} \rightarrow (x, \frac{1}{2}x)$
 y hallamos los valores de λ

$V_2 = \{(x, \frac{1}{2}x) : x \neq 0\}$; $E_2 = \text{gen} \{(4, 2)\} \rightarrow \dim E_2 = 1$
 $E_2 = \{(x, \frac{1}{2}x) : x \in \mathbb{R}\}$

Si $\lambda = -2$
 hallamos los valores de λ en el sistema $\begin{cases} 4x = 0 \rightarrow x = 0 \\ 2x + 0 \cdot y = 0 \rightarrow 2 \cdot 0 + 0 \cdot y = 0 \end{cases} \rightarrow (0, y)$
 $0 \cdot y = 0 \quad \forall y \in \mathbb{R}$

$V_{-2} = \{(0, y) \in \mathbb{R}^2 / y \neq 0\}$; $E_{(-2)} = V_{-2} \cup \{(0, 0)\}$
 $E_{(-2)} = \text{gen} \{(0, 1)\}$
 $E_{(-2)} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / x = 0\} ; \dim E_{-2} = 1$
 $B_E = \{(0, 1)\}$

Comprobación:

$f(x, y) = (2x, 2x - 2y)$ fórmula

$f(10, 5) = (20, 10) = 2(10, 5)$

$f(0, -17) = (0, -34) = -2(0, 17)$