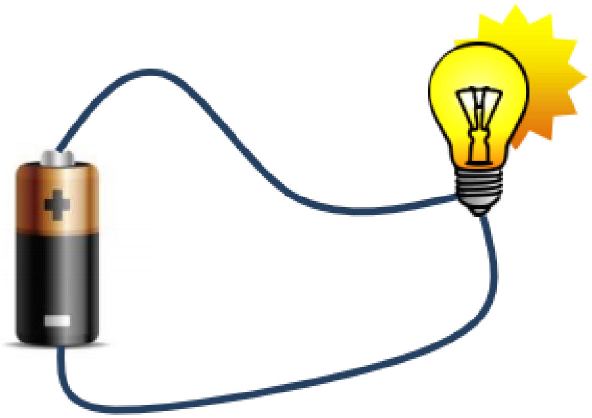
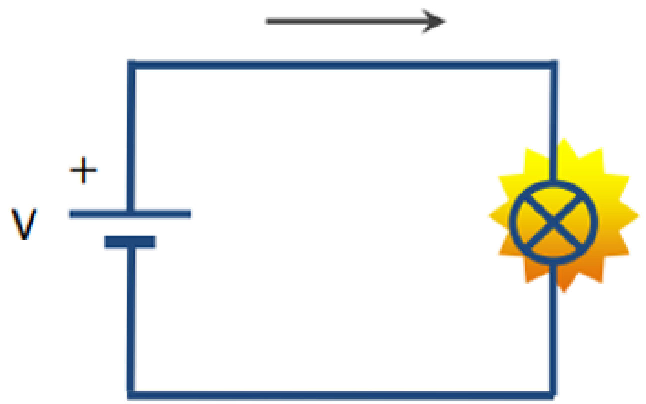
Comenzamos la Unidad 3

Introducción al
Análisis y Síntesis
de Estructuras Lógicas

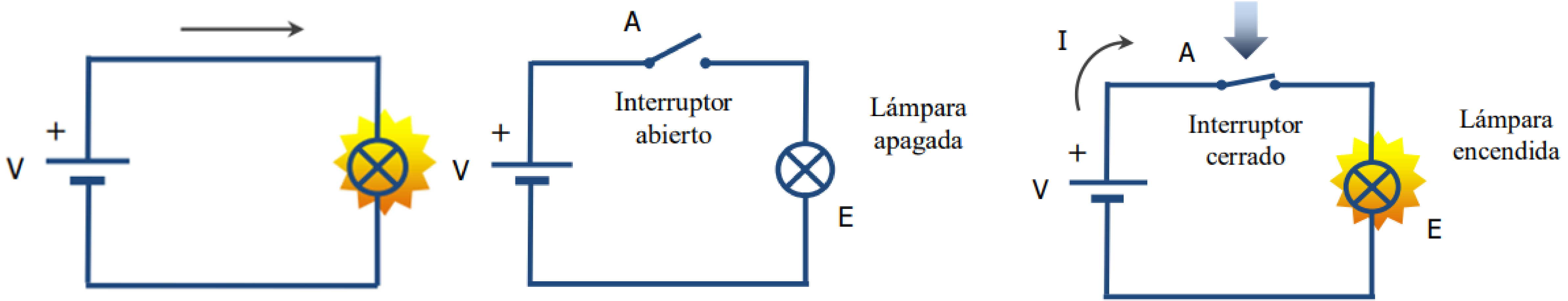


Representación física



Circuito eléctrico

Analicemos el uso de un interruptor



El proceso de permitir o no el paso de la corriente eléctrica se denomina conmutación

Interruptor “A” presionado	Lampara está encendida
NO	NO
SI	SI

Interruptor “A” presionado	Lampara está encendida
F	F
V	V

Tabla de Verdad

Interruptor “A” presionado	Lampara está encendida
0	0
1	1

Esta convención se denomina lógica positiva

Dra. Ing. Rocío Andrea Rodríguez

Proposiciones

Aquello de lo cual puede decirse inequívocamente si es verdadero o falso

Proposiciones Simples

1) Roma es la capital de Italia
2) Los triángulos equiláteros tienen todos sus lados distintos
3) Hoy es Viernes

Proposiciones Compuestas

1) Puedo desaprobar la materia por inasistencias **o** por no aprobar los TPO
2) Puedo comunicarme por teléfono **o** por mail **o** por redes sociales **o** por videoconferencia
3) 3 es un número par **y** es un número primo

Proposiciones

Conectivo	Operación lógica	Notación	Significado
$\sim$	Negación	$\sim p$	**no** p, o no es cierto que p
$\wedge$	Conjunción	$p \wedge q$	p **y** q
$\vee$	Disyunción	$p \vee q$	p **o** q (en sentido incluyente)
$\underline{\vee}$	Disyunción exclusiva	$p \underline{\vee} q$	p **ó** q (en sentido excluyente)
$\Rightarrow$	Implicación	$p \Rightarrow q$	**si** p **entonces** q, o p **implica** q
$\Leftrightarrow$	Doble implicación	$p \Leftrightarrow q$	p **si y sólo si** q

Puede Rendir => Tiene aprobado los TPO

Es un triangulo equilátero <=> Es un triangulo con los 3 lados iguales

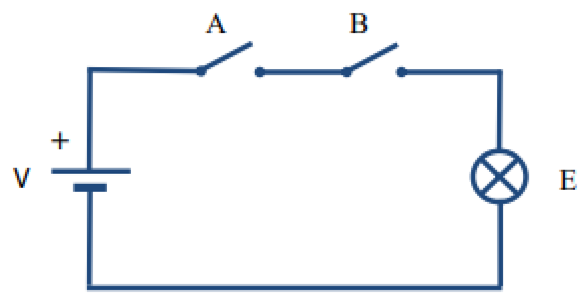
Algebra conmutacional y Compuertas Lógicas

La compuerta lógica es el bloque de construcción básico de los sistemas digitales.

Las compuertas lógicas operan con números binarios; por ello suelen llamarse compuertas lógicas binarias.

Todas las tensiones utilizadas en las compuertas lógicas son ALTA ó BAJA. A los fines de nuestro estudio, una tensión ALTA significa un “1” lógico o binario; mientras que una tensión BAJA significa un “0” lógico o binario.

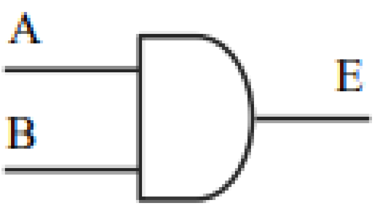
Operador Lógico: y ANᗪ



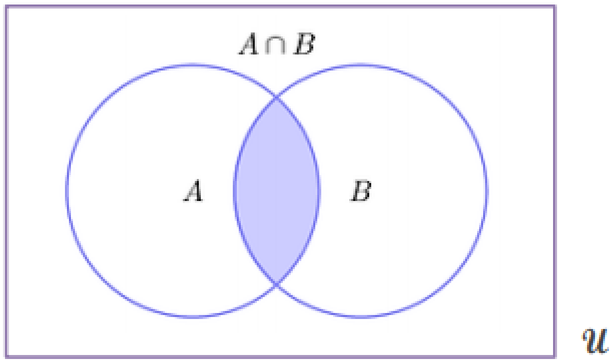
Interruptores en Serie

A	B	E
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Tabla de Verdad



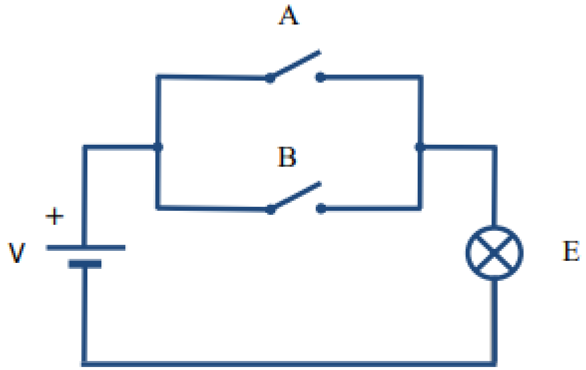
Compuerta



Intercepción de Conjuntos

Dra. Ing. Rocío Andrea Rodríguez

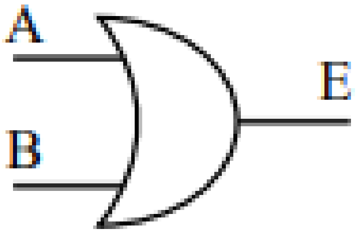
Operador Lógico: O OR



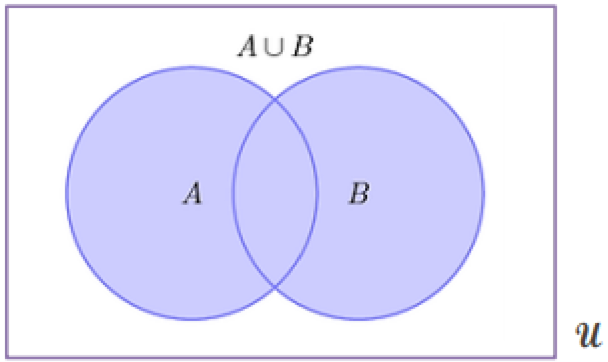
Interruptores en Paralelo

A	B	E
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Tabla de Verdad

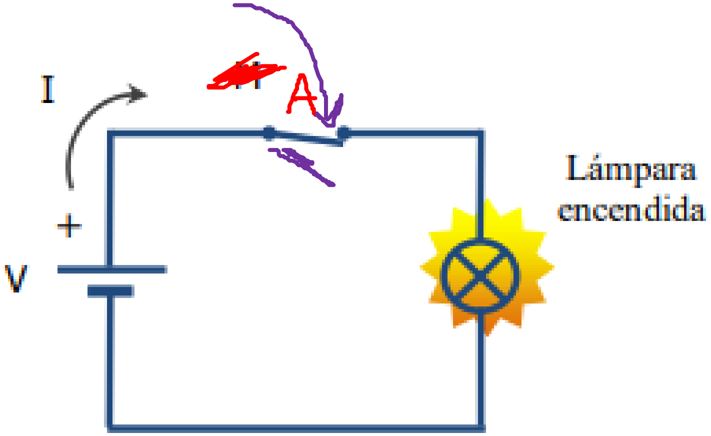


Compuerta



Unión de Conjuntos

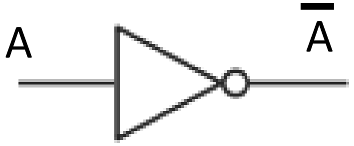
Operador lógico: NO   NOT



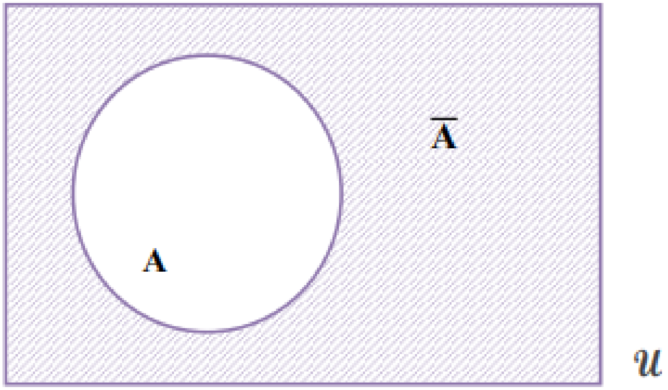
Interruptor
(NC -> Normalmente Cerrado)

A	E
0	1
1	0

Tabla de Verdad



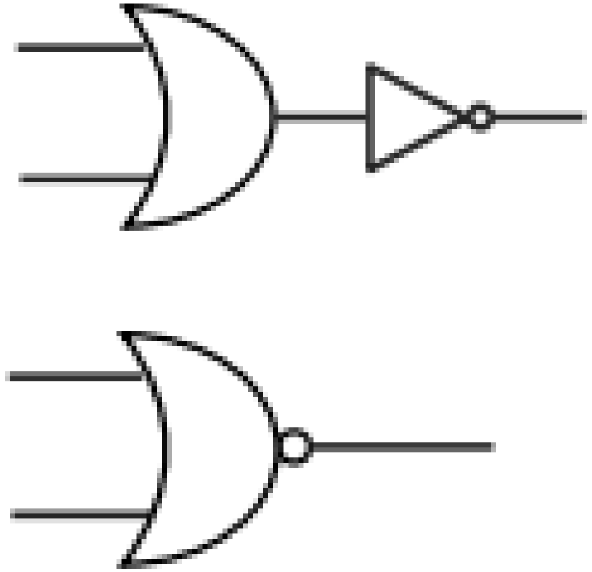
Compuerta



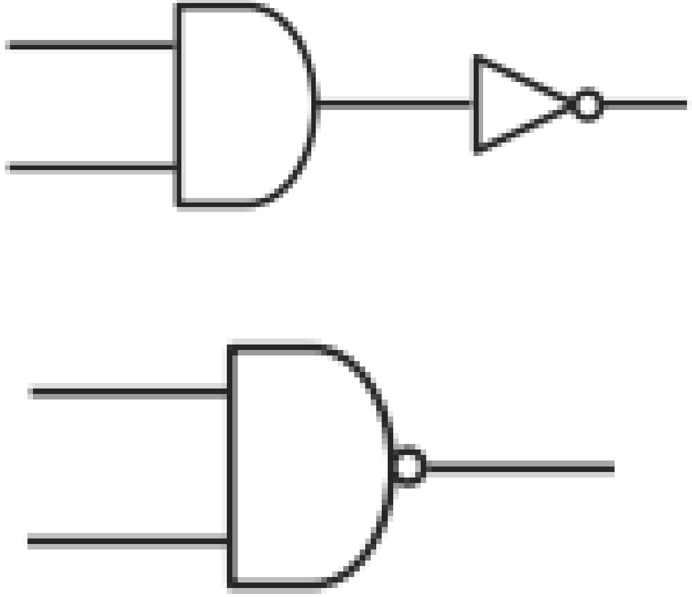
Complemento

Compuerta NOT sobre otra compuerta

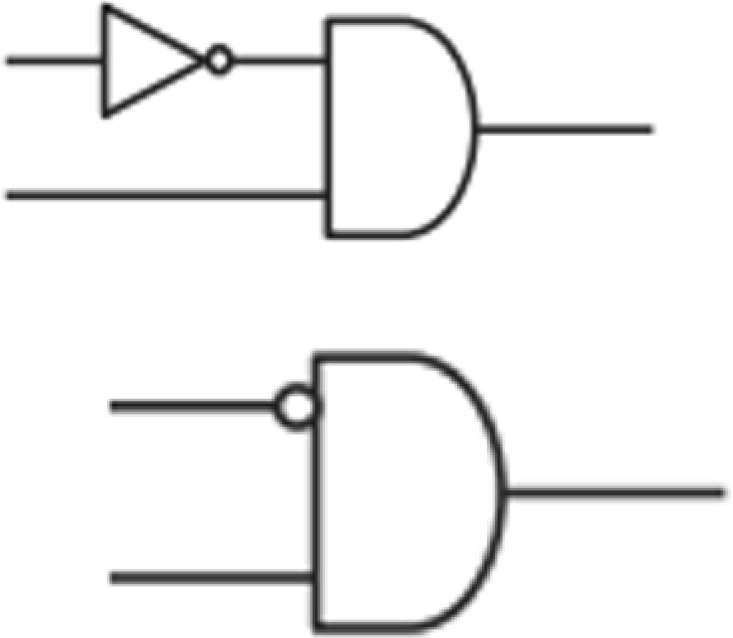
NOT OR = NOR

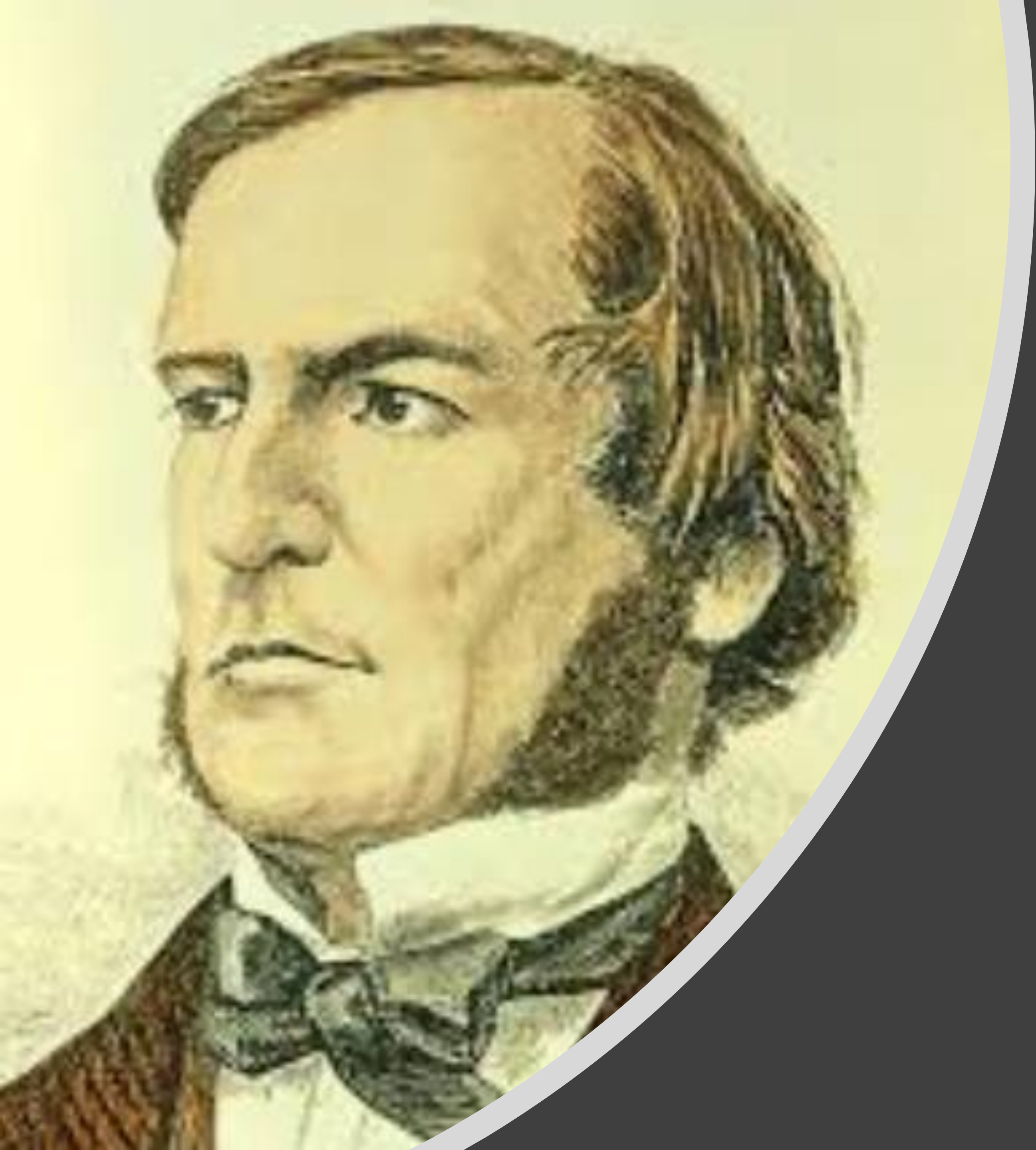


NOT AND = NAND



NOT sobre una entrada





George Boole

Inglés

Matemático

(1815–1864)

Algebra de Boole

Álgebra de Boole

Postulados de Huntington

1) Definición del Algebra

$$\exists\, C \wedge \exists\, (a, b, \ldots) \in C \,/\, a \mathcal{R} b \wedge \underbrace{\exists\, \overbrace{(a + b)}^{\text{Suma lógica}} \in C \wedge \exists\, \overbrace{(a \,.\, b)}^{\text{Producto lógico}} \in C}_{\text{Operaciones cerradas al conjunto}}$$

Relación
de Equivalencia

a R a   Identidad

a R b => b R a   Simetría

a R b ^ b R c => a R c   Transitividad

Revisión de Simbología a utilizar:

∃   existe

∀   para todo

∈ pertenece

/   Tal que

=> Implica

^   y

Letras mayúsculas para conjuntos

Letras minúsculas para elementos

Postulados de Huntington

2) Conmutativa

2 a) $\forall\ (a, b) \in C\ /\ a + b = b + a$

2 b) $\forall\ (a, b) \in C\ /\ a\ .\ b = b\ .\ a$

Postulados de Huntington

3) Asociativa

3 a) $\forall\ (a, b, c) \in C\ /\ (a + b) + c = a + (b + c)$

3 b) $\forall\ (a, b, c) \in C\ /\ (a\ .\ b)\ .\ c = a\ .\ (b\ .\ c)$

Algebra de Boole

Postulados de Huntington

4) Distributiva

4 a) $\forall$ (a, b, c) $\in$ C / $(a + b) \,.\, c = a \,.\, c + b \,.\, c$

Suma lógica

Producto lógico

Los postulados son los axiomas del álgebra de Boole, son verdades absolutas.

No requieren demostración.

4) Distributiva NO MATEMATICA

Suma lógica OR

Producto lógico AND

$4\ b)\ \forall\ (a, b, c) \in C\ /\ \boxed{(a\ .\ b) + c} = \boxed{(a + c)\ .\ (b + c)}$

4 2 1

a	b	c	(a.b)	(a.b) + c	a+c	b+c	(a+c) . (b+c)
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	1	1	1	1
0	1	0	0	0	0	1	0
0	1	1	0	1	1	1	1
1	0	0	0	0	1	0	0
1	0	1	0	1	1	1	1
1	1	0	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1

Dos expresiones son equivalentes
cuando tienen la misma
tabla de verdad

Los postulados son los axiomas del álgebra de Boole,
son verdades absolutas.

No requieren demostración.

Dra. Ing. Rocío Andrea Rodríguez

Algebra de Boole

Postulados de Huntington

5) Elemento Neutro

$N_1 = 0$

$$5\text{ a) } \forall\, a \in C\ \exists\, N_1 \,/\, a + N_1 = a$$

$$5\text{ b) } \forall\, a \in C\ \exists\, N_2 \,/\, a \,.\, N_2 = a$$

$N_2 = 1$

6) Elemento Opuesto

$$6\text{ a) } \forall\, a \in C\ \exists\, \bar{a} \,/\, a + \bar{a} = N_2$$

$$6\text{ b) } \forall\, a \in C\ \exists\, \bar{a} \,/\, a \,.\, \bar{a} = N_1$$

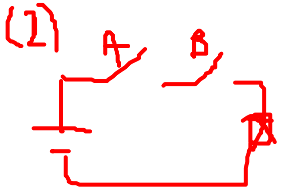
$N_1 = 0$

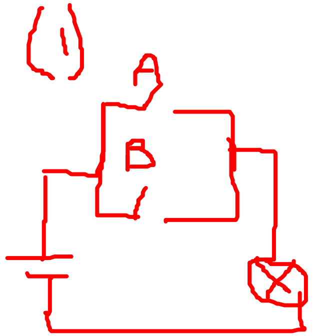
o y

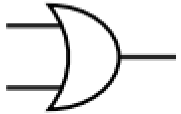
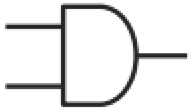
$\bar{A}$	A	$A+\bar{A}$	$A.\bar{A}$
1	0	1	0
0	1	1	0

Tabla de Verdad

Comparación entre las Algebras





Álgebra de Boole (binaria)	***Teoría de Conjuntos***	***Cálculo Proposicional***	***Conmutación (positiva)***	***Circuitos Lógicos***
Trabaja con Elementos	*Trabaja con* Conjuntos	*Trabaja con* Proposiciones	*Trabaja con* Acción, señal	*Trabaja con* Variables
Suma lógica (+)	Unión (∪)	Disyunción (∨), "o"	Circuito paralelo (1)	OR 
Producto lógico (·)	Intersección (∩)	Conjunción (∧), "y"	Circuito serie (2)	AND 
Elemento opuesto	Complemento	Negación (No)	Inversor	NOT 
Neutro de la suma	Conjunto Vacío (∅)	Falsedad (F)	No a la acción	0
Neutro del producto	Conj. Universal ($\mathcal{U}$)	Certeza (V)	Sí a la acción	1

Algebra de Boole

Teoremas

1) Dualidad

Partiendo de una expresión válida si se cambian:

+ ⟹ x

x ⟹ +

0 ⟹ 1

1 ⟹ 0

la expresión seguirá siendo válida

REPASO DE POSTULADOS

1) Definición del Algebra

… $(a+b) \ni C$

… $(a.b) \ni C$

2) Conmutativa

$a+b=b+a$

$a.b=b.a$

3) Asociativa

$a+(b+c)=(a+b)+c$

$a.(b.c)=(a.b).c$

4) Distributiva

$a.(b+c)=a.b + a.c$

$a+(b.c)=(a+b). (a+c)$

5) Elemento Neutro

$a+N_1 = a \longrightarrow$ **0**

$a.N_2 = a \longrightarrow$ **1**

6) Elemento Opuesto

$a+ \overline{a} = N_2 \longrightarrow$ **1**

$a . \overline{a} = N_1 \longrightarrow$ **0**

Teoremas

2) Teorema 2 (Unidad)

$a + 1 = 1$

P6 -> Elemento Opuesto

$a + \overline{a}$

P5 -> Elemento Neutro

$a + \overline{a} \cdot 1$

P4 -> Distributiva

$(a + \overline{a}) \cdot (a + 1)$

P6 -> Elemento Opuesto

$1 \cdot (a + 1)$

P5 -> Elemento Neutro

$(a + 1)$

REPASO DE POSTULADOS

1) Definición del Algebra

… $(a+b) \ni C$

… $(a.b) \ni C$

2) Conmutativa

$a+b=b+a$

$a.b=b.a$

3) Asociativa

$a+(b+c)=(a+b)+c$

$a.(b.c)=(a.b).c$

4) Distributiva

$a.(b+c)=a.b + a.c$

$a+(b.c)=(a+b). (a+c)$

5) Elemento Neutro

$a+N_1 = a \rightarrow$ **0**

$a.N_2 = a \rightarrow$ **1**

6) Elemento Opuesto

$a+ \overline{a} = N_2 \rightarrow$ **1**

$a . \overline{a} = N_1 \rightarrow$ **0**

Teoremas

3) Unicidad

$a + a = a$

$\downarrow$ **P5 -> Elemento Neutro**

$a + 0$

$\downarrow$ **P6 -> Elemento Opuesto**

$a + a \,.\, \overline{a}$

$\downarrow$ **P4 -> Distributiva**

$(a + a)\,.\,(a + \overline{a})$

$\downarrow$ **P6 -> Elemento Opuesto**

$(a + a)\,.\,1$

$\downarrow$ **P5 -> Elemento Neutro**

$a + a$

REPASO DE POSTULADOS

1) Definición del Algebra

… $(a+b) \ni C$

… $(a.b) \ni C$

2) Conmutativa

$a+b=b+a$

$a.b=b.a$

3) Asociativa

$a+(b+c)=(a+b)+c$

$a.(b.c)=(a.b).c$

4) Distributiva

$a.(b+c)=a.b + a.c$

$a+(b.c)=(a+b).(a+c)$

5) Elemento Neutro

$a+N_1 = a$ $\rightarrow$ **0**

$a.N_2 = a$ $\rightarrow$ **1**

6) Elemento Opuesto

$a+\overline{a} = N_2$ $\rightarrow$ **1**

$a\,.\,\overline{a} = N_1$ $\rightarrow$ **0**

Dual $\rightarrow a.(a+b)=a$

Teoremas

4) Absorción

$a + a . b = a$

↓ P5 -> Elemento Neutro

$1 . a$

↓ Teorema 2

$(1 + b) . a$

↓ P4 -> Distributiva

$(a . 1 + b . a)$

↓ P5 -> Elemento Neutro

$(a + b . a)$

↓ P2 -> Conmutativa

$a + a . b$

$1 + b = 1$ **Teorema 2**

$a + 1 = 1$

↓ P6 -> Elemento Opuesto

$a + \overline{a}$

↓ P5 -> Elemento Neutro

$a + \overline{a} . 1$

↓ P4 -> Distributiva

$(a + \overline{a}) . (a + 1)$

↓ P6 -> Elemento Opuesto

$1 . (a + 1)$

↓ P5 -> Elemento Neutro

$(a + 1)$

REPASO DE POSTULADOS

1) Definición del Algebra
   - … $(a+b) \ni C$
   - … $(a.b) \ni C$
2) Conmutativa
   - $a+b=b+a$
   - $a.b=b.a$
3) Asociativa
   - $a+(b+c)=(a+b)+c$
   - $a.(b.c)=(a.b).c$
4) Distributiva
   - $a.(b+c)=\boxed{a.b + a.c}$
   - $a+(b.c)=(a+b). (a+c)$
5) Elemento Neutro
   - $a+N_1 = a \rightarrow 0$
   - $a.N_2 = a \rightarrow 1$
6) Elemento Opuesto
   - $a+ \overline{a} = N_2 \rightarrow 1$
   - $a . \overline{a} = N_1 \rightarrow 0$

Teoremas

5) Doble Negación

$\overline{\overline{a}} = a$

Sólo los vamos a enunciar.
Pueden ver la demostración en la guía teórica

6) De Morgan

$\overline{a + b} = \overline{a} \times \overline{b}$

$\overline{a \times b} = \overline{a} + \overline{b}$

REPASO DE POSTULADOS

1) Definición del Algebra

… $(a+b) \ni C$

… $(a.b) \ni C$

2) Conmutativa

$a+b=b+a$

$a.b=b.a$

3) Asociativa

$a+(b+c)=(a+b)+c$

$a.(b.c)=(a.b).c$

4) Distributiva

$a.(b+c)=a.b + a.c$

$a+(b.c)=(a+b). (a+c)$

5) Elemento Neutro

$a+N_1 = a \rightarrow$ **0**

$a.N_2 = a \rightarrow$ **1**

6) Elemento Opuesto

$a+\overline{a} = N_2 \rightarrow$ **1**

$a . \overline{a} = N_1 \rightarrow$ **0**

Resumen

REPASO DE POSTULADOS

1) Definición del Algebra

… $(a+b) \ni C$

… $(a.b) \ni C$

2) Conmutativa

$a+b=b+a$

$a.b=b.a$

3) Asociativa

$a+(b+c)=(a+b)+c$

$a.(b.c)=(a.b).c$

4) Distributiva

$a.(b+c)=a.b + a.c$

$a+(b.c)=(a+b).(a+c)$

5) Elemento Neutro

$a+N_1 = a$, $N_1 \rightarrow 0$

$a.N_2 = a$, $N_2 \rightarrow 1$

6) Elemento Opuesto

$a+\overline{a} = N_2$, $N_2 \rightarrow 1$

$a . \overline{a} = N_1$, $N_1 \rightarrow 0$

REPASO DE TEOREMAS

1) Dualidad

$+ \rightarrow x \quad x \rightarrow + \quad 0 \rightarrow 1 \quad 1 \rightarrow 0$

2) Teorema 2

$a + 1 = 1$

3) Unicidad

$a + a = a$

4) Absorción

$a + a.\,b = a$

5) Doble Negación

$\overline{\overline{a}} = a$

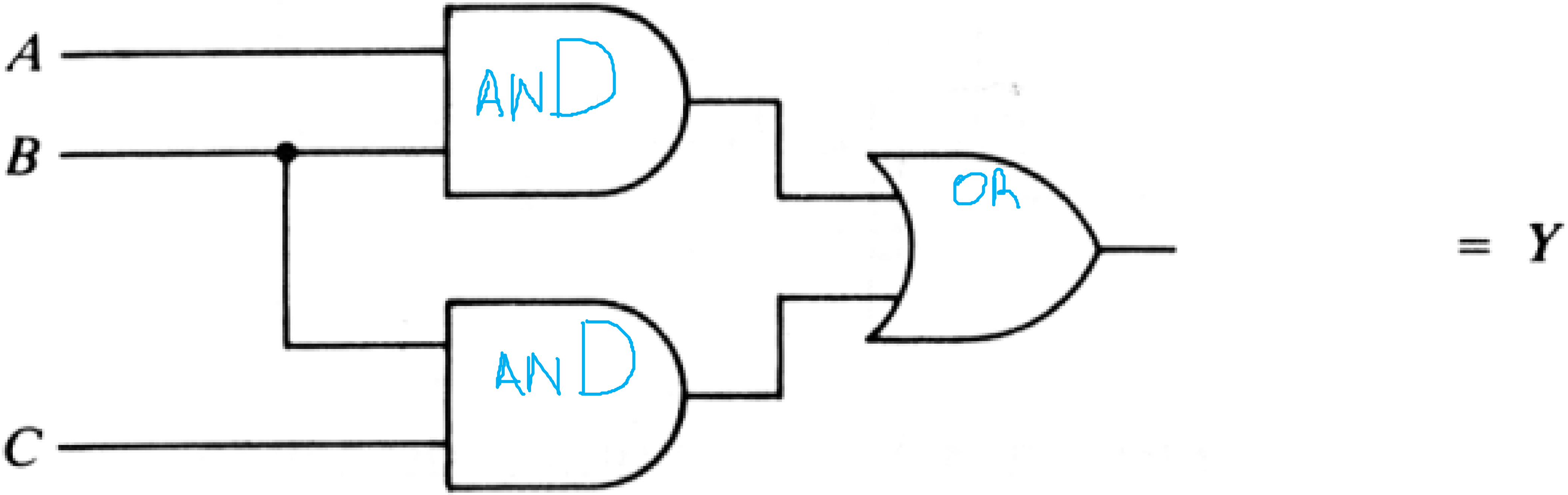
6) De Morgan

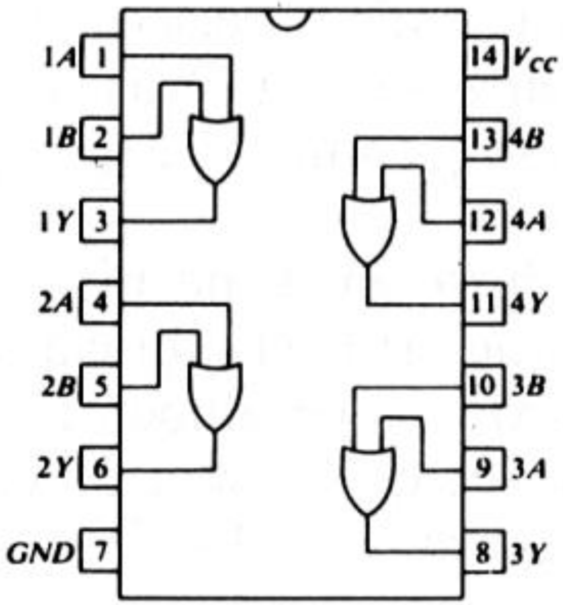
$\overline{a + b} = \overline{a} \times \overline{b}$

$\overline{a \times b} = \overline{a} + \overline{b}$

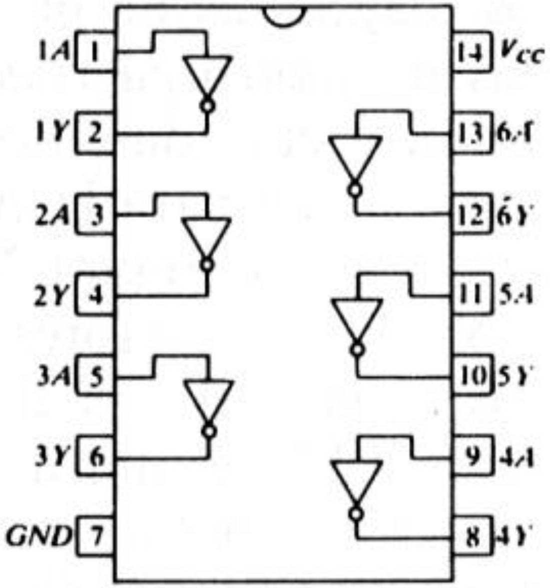
Dra. Ing. Rocío Andrea Rodríguez

Ejercicio para Pensar – Vista de un circuito

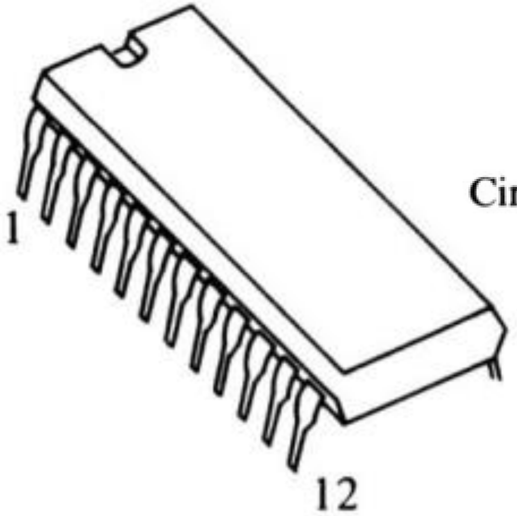




(*a*) **Diagrama de patillas de un CI 7432**

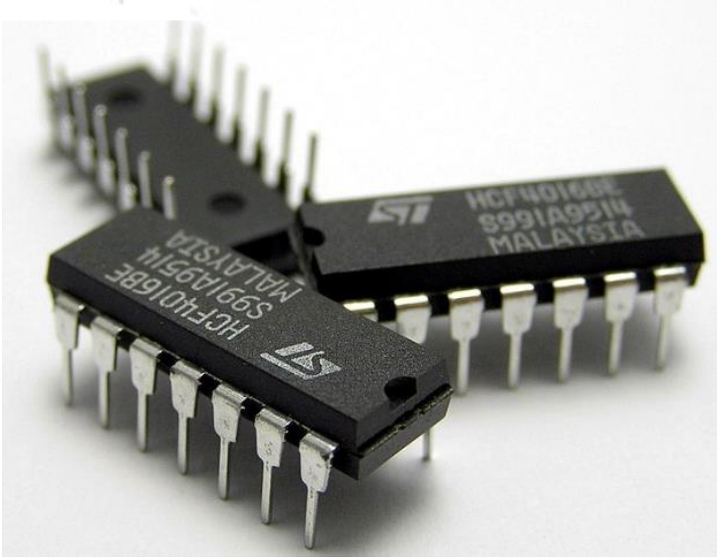


(*b*) **Diagrama de patillas de un CI 7404**



Circuito integrado DIP

Dual in-line package



PUEDEN RESOLVER LOS 5 PRIMEROS EJERCICIOS

TRABAJO PRÁCTICO Nº 3
CIRCUITOS LÓGICOS

1.- Indicar cuáles son las expresiones duales de las siguientes expresiones algebraicas:

a) $\mathbf{a + a = a}$ b) $\mathbf{\bar a + \bar b = \overline{a\,.\,b}}$ c) $\mathbf{a\,.\,a = a}$ d) $\mathbf{a\,.\,0 = 0}$

2.- Indicar el equivalente a la ***disyunción*** en el Álgebra de Boole y en Circuitos Lógicos:

a) Señales y Compuertas
b) Suma Lógica e Intersección
c) Unión y Compuerta AND
d) Variables e Hipótesis
e) Suma Lógica y Compuerta OR
f) Producto Lógico y Circuito Paralelo

3.- Indicar el equivalente a la ***conjunción*** en el Álgebra de Boole y en Conmutación (positiva):
Aclaración: el término "Conmutación (positiva)" se refiere a la representación desde el enfoque de circuitos eléctricos con interruptores y lámparas.

a) Suma Lógica y Compuerta OR
b) Intersección y Compuerta AND
c) Elementos y Proposiciones
d) Producto Lógico y Circuito Serie
e) Suma Lógica y Compuerta NOT
f) Producto Lógico y Circuito Paralelo

4.- *Postulados y Teoremas*: para cada una de las siguientes expresiones, escribir cuál es un Postulado y su nombre; y cuál es un Teorema y su nombre.

Expresión	*Postulado, Teorema y su nombre*	*Expresión*	*Postulado, Teorema y su nombre*
1) $\mathbf{a + a = a}$		*7)* $\mathbf{a\ .\ 1 = a}$	
2) $\mathbf{a + a\,.\,b = a}$		*8)* $\mathbf{(a\,.\,b) + c = (a + c)\,.\,(b + c)}$	
3) $\mathbf{a + b = b + a}$		*9)* $a + \bar a = 1$	
4) $\mathbf{a + 0 = a}$		*10)* $\mathbf{\bar a\,.\,\bar b = \overline{a + b}}$	
5) $\mathbf{a + (b + c) = (a + b) + c}$		*11)* $\mathbf{(a + b)\,.\,c = a\,.\,c + b\,.\,c}$	
6) $\mathbf{a\ .\ a = a}$		*12)* $\mathbf{a + 1 = 1}$ **y** $\mathbf{a\,.\,0 = 0}$	

5.- Dada la siguiente simplificación realizada por medio de los Postulados de Huntington, indicar la opción que muestre los postulados utilizados en la simplificación:

$F = d\,\bar a + b\,\bar a + a\,d + a\,b + c$
$F = (d\,\bar a + b\,\bar a) + (a\,d + a\,b) + c$
$F = (d + b)\,.\,\bar a + (d + b)\,.\,a + c$
$F = (d + b)\,.\,(\bar a + a) + c$
$F = d + b + c$

a) Distributividad, elemento opuesto del producto, elemento neutro del producto.
b) Conmutatividad del producto y de la suma, elemento opuesto (de la suma y del producto).

MAS EL 23 Y 24

Universidad Nacional de La Matanza
Departamento de Ingeniería e Investigaciones Tecnológicas
Fundamentos de TICs (1030)
Trabajo Práctico Nº 3: Introducción a las Estructuras Lógicas

c) Asociatividad, conmutatividad del producto, elemento opuesto de la suma, elemento neutro del producto.
d) Asociatividad. Recíproca de la distributividad (dos veces), elemento opuesto de la suma, elemento neutro del producto.
e) Asociatividad, distributividad, conmutatividad del producto y de la suma, elemento opuesto del producto, elemento neutro del producto.

6.- El resultado de simplificar la siguiente expresión aplicando los postulados de Huntington, es:

$$f_{(c,b,a)} = \bar a\,.\,c + a\,.\,b\,.\,\bar c + a\,.\,b\,.\,c + a\,.\,c$$

a) $f = c\,.\,b + a$
b) $f = a + b + c$
c) $f = c + a\,.\,b$
d) $f = c + a$
e) $f = b + a\,.\,c$

7.- El resultado de simplificar la siguiente expresión aplicando los postulados de Huntington, es:

$$f_{(c,b,a)} = \bar a\,.\,b\,.\,(a + \bar a) + c\,.\,b + c\,.\,\bar b + \bar b\,.\,b$$

a) $f = c\,.\,b + a$
b) $f = \bar a\,.\,b + c$
c) $f = c + a\,.\,b$
d) $f = c + a$
e) $f = b + a\,.\,\bar c$

8.- Escribir la expresión booleana correspondiente a la función dada en la siguiente tabla de verdad en sus dos formas canónicas (minitérminos y maxitérminos). Luego, seleccionar la respuesta correcta para cada caso, entre las opciones propuestas.

c	b	a	*f*
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0

Minitérminos

a.) Ninguna es correcta
b.) $f = (\bar c.\bar b.\bar a) + (c.\bar b.a) + (\bar c.b.a) + (c.b.\bar a)$
c.) $f = (\bar c.\bar b.\bar a) + (c.\bar b.a) + (\bar c.b.\bar a) + (c.b.a)$
d.) $f = (\bar c.\bar b.\bar a) + (c.\bar b.\bar a) + (\bar c.\bar b.\bar a) + (c.b.a)$
e.) $f = (\bar c.\bar b.\bar a) + (c.\bar b.\bar a) + (c.\bar b.a) + (c.b.\bar a)$

Maxitérminos

a.) $f = (\bar c + \bar b + \bar a)\,.\,(c + b + \bar a)\,.\,(\bar c + b + \bar a)\,.\,(c + b + a)$
b.) $f = (\bar c + \bar b + \bar a)\,.\,(c + \bar b + \bar a)\,.\,(c + \bar b + a)\,.\,(c + b + \bar a)$
c.) $f = (c + \bar b + \bar a)\,.\,(\bar c + b + \bar a)\,.\,(\bar c + \bar b + a)\,.\,(c + b + a)$
d.) $f = (\bar c + \bar b + \bar a)\,.\,(c + \bar b + a)\,.\,(\bar c + b + \bar a)\,.\,(c + b + a)$
e.) Ninguna es verdadera

9.- Simplificar la siguiente expresión: $f_{(c,b,a)} = (\mathbf{a + b})\,.\,(\mathbf{c + a\,.\,b})$

- Aplicando los postulados de Huntington.
- Aplicando el método de Karnaugh.
- Expresarla en forma de minitérminos y en forma de maxitérminos.

Seleccionar, luego, la opción correcta entre las siguientes propuestas.

a) $f_{(c,b,a)} = \mathbf{\bar b\,.\,\bar a + c\,.\,\bar b + a\,.\,\bar c\,.\,b}$ $\Sigma_3\,(3, 4, 5, 7)$ $\Pi_3\,(1, 2, 3, 7)$
b) $f_{(c,b,a)} = \mathbf{c\,.\,a + .\,b\,.\,a + c\,.\,b}$ $\Sigma_3\,(3, 5, 6, 7)$ $\Pi_4\,(3, 5, 6, 7)$
c) $f_{(c,b,a)} = \mathbf{b\,.\,a + c\,.\,\bar b + a\,.\,\bar c\,.\,b}$ $\Sigma_3\,(2, 3, 4, 5)$ $\Pi_4\,(1, 2, 3, 6)$
d) $f_{(c,b,a)} = \mathbf{b\,.\,a + a\,.\,\bar c\,.\,\bar b + a\,.\,\bar c\,.\,b}$ $\Sigma_3\,(0, 3, 5, 7)$ $\Pi_4\,(1, 2, 3, 6)$

Finalizamos por **Teams**…

Seguimos por **MIeL** …