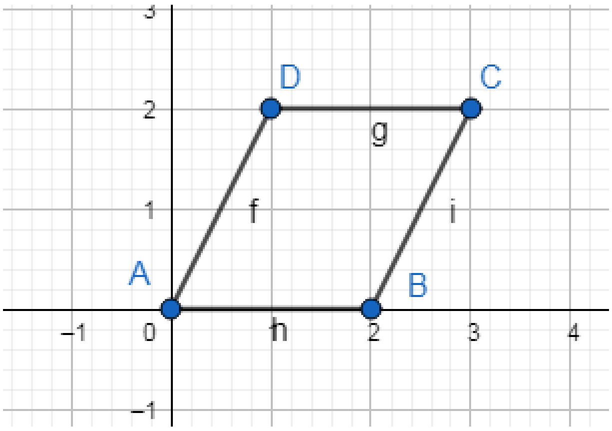
Resolución Adicionales:

Graficar la región de integración R y resolver la integral I.

$$R:\begin{cases} es\ el\ paralelogramo\ de\ vertices \\ A=(0,0)\ B=(2,0) \\ C=(3,2), D=(1,2) \end{cases}$$

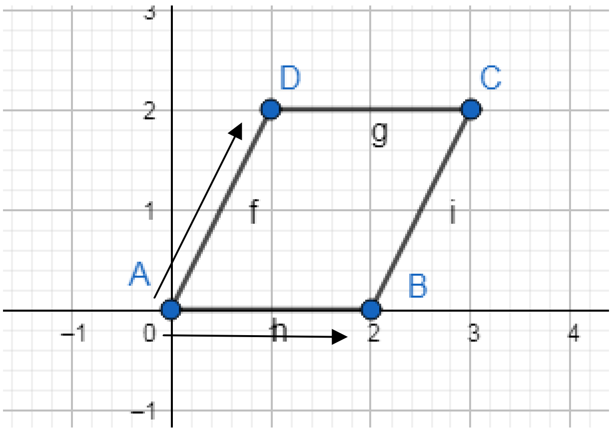
$$I=\iint_R \frac{\sqrt{2x-y}}{y+1}\,dxdy$$



$$R:\begin{cases} A=(0,0) \\ B=(2,0) \\ C=(3,2) \\ D=(1,2) \end{cases}$$

Aplicando Teorema de TLA, Método II (TLAII).

Buscamos dos direcciones que acompañen las rectas del grafico de R:



Estos vectores son la diferencia entre los puntos extremo e inicial:

$$\vec{u} = \overrightarrow{w_1} = \overrightarrow{B - A} = (2{,}0)$$

$$\vec{v} = \overrightarrow{w_2} = \overrightarrow{D - A} = (1{,}2)$$

Entonces los podemos asociar a parametros u y v de manera parametrica, con origen en A:

$$(x, y) = T(u, v) = A + u\overrightarrow{w_1} + v\overrightarrow{w_2}$$

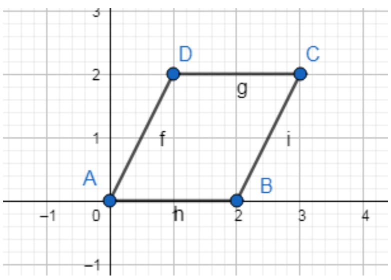
$$(x, y) = T(u, v) = (0\ {,}0) + u(2{,}0) + v(1{,}2)$$

$$(x, y) = T(u, v) = (2u + v, 2v)$$

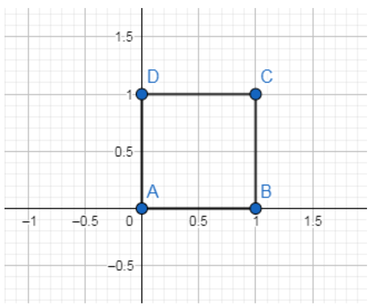
$$x = 2u + v$$

$$y = 2v$$

$$0 \leq u \leq 1 \quad 0 \leq v \leq 1$$



==>



=> $R'\!: \begin{cases} 0 \leq u \leq 1 \\ 0 \leq v \leq 1 \end{cases}$

Hallando el Jacobino:

Dado:

$$(x, y) = T(u, v) = (2u + v, 2v)$$

Entonces:

$$|J| = \left\| \begin{matrix} x_u & x_v \\ y_u & y_v \end{matrix} \right\| = \left\| \begin{matrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \end{matrix} \right\| = |4| = 4$$

Aplicando la transformacion al argumento de la integral

$$2x - y = 4u + 2v - 2v = 4u$$

$$y + 1 = 2v + 1$$

Armado de la integral:

$$I = \iint_R \frac{\sqrt{2x - y}}{y + 1} dxdy = \int_{v=0}^{v=1} \int_{u=0}^{u=1} \frac{\overbrace{\sqrt{4u}}^{2\sqrt{u}}}{2v + 1} 4du\, dv$$

$$I = 4 \cdot 2 \int_{v=0}^{v=1} \left(\frac{1}{2v + 1}\right) dv \int_{u=0}^{u=1} \sqrt{u} du$$

$$I = 8 \left[\frac{1}{2} \ln(|2v + 1|)\right]_0^1 \left[\frac{2}{3} \sqrt{u^3}\right]_0^1$$

$$I = 8 \frac{1}{2} \ln(3) \frac{2}{3}$$

$$I = \frac{8\sqrt{2} \ln(3)}{3}$$