

EJEMPLO DE PROCESOS DE MARKOV

En una localidad del gran Bs As hay dos supermercados, Minimarket y Supercoop, cuyos clientes son bastante leales, pero cada semana el 10% de los clientes de Minimarket cambian por Supercoop, mientras que 20% de los clientes de Supercoop lo vuelven a elegir.

- a) Modelizar la situación a través de un proceso de Markov.
- b) Si $M_0 = \frac{3}{5}$ y $S_0 = \frac{2}{5}$ ¿cuál es la proporción de clientes que elegirían cada supermercado en las dos semanas siguientes?
- c) Hallar la proporción inicial para que la cantidad de clientes de cada supermercado se mantenga constante semana tras semana.

Resolución:

$$a) \begin{cases} M_1 = 0,9 M_0 + 0,8 S_0 \\ S_1 = 0,1 M_0 + 0,2 S_0 \end{cases}$$

$$X_1 = A.X_0$$

o

$$X_i = A^i.X_0$$

$$\begin{pmatrix} M_1 \\ S_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,9 & 0,8 \\ 0,1 & 0,2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} M_0 \\ S_0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} M_i \\ S_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,9 & 0,8 \\ 0,1 & 0,2 \end{pmatrix}^i \cdot \begin{pmatrix} M_0 \\ S_0 \end{pmatrix}$$

b)

$$\begin{pmatrix} M_1 \\ S_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,9 & 0,8 \\ 0,1 & 0,2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \frac{3}{5} \\ \frac{2}{5} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,86 \\ 0,14 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} M_2 \\ S_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,9 & 0,8 \\ 0,1 & 0,2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0,86 \\ 0,14 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,89 \\ 0,11 \end{pmatrix}$$

$$c) X_1 = X_0$$

$$\begin{cases} M_0 + S_0 = 1 \\ M_0 = 0,9 M_0 + 0,8 S_0 \\ S_0 = 0,1 M_0 + 0,2 S_0 \end{cases} \Rightarrow 0,1 M_0 = 0,8 S_0 \Rightarrow M_0 = 8 S_0$$

$$8 S_0 + S_0 = 1 \Rightarrow S_0 = \frac{1}{9} \quad M_0 = \frac{8}{9}$$

Verifica que estos valores cumplen las tres ecuaciones

La proporción inicial para que la cantidad de clientes de cada supermercado se mantenga constante semana tras semana debe ser de $1/9$ para Minimarket y $8/9$ para Supercoop