# Ejercicios adicionales: Transformaciones afines

**Ejercicio 1.** Calcular la integral doble

$$I = \iint e^{(5x+3y)} dxdy$$

Sobre el paralelogramo $R$ de vértices $(0,0)$; $(3,-5)$; $(4,0)$ y $(1,5)$.

**Ejercicio 2.** Calcular la integral doble

$$I = \iint \frac{1}{x+y} dxdy$$

Sobre el paralelogramo $R$ de vértices $(0,2)$; $(2,0)$; $(1,4)$ y $(3,2)$.

**Ejercicio 3.** Calcular la integral doble

$$I = \iint \frac{x+y}{x-y+3}\, dxdy$$

sobre el paralelogramo $R$ de vértices $(0,1)$, $(1,0)$; $(2,1)$ y $(1,2)$.

**Ejercicio 4.** Calcular la integral doble

$$I = \iint (e^x + e^y)\; dxdy$$

sobre el paralelogramo $R$ de vértices $(0,0)$; $(2,2)$; $(3,0)$ y $(5,2)$.

**Ejercicio 5.** Calcular la integral doble

$$I = \iint (x - 3y + 5) \ln(5x - 2y)\, dxdy$$

sobre el paralelogramo $R$ de vértices $(1,2)$; $(4,3)$; $(3,7)$ y $(6,8)$.

**Ejercicio 6.** Calcular la integral doble

$$I = \iint \left(\frac{2x-y-1}{2}\right)^5 \cdot \left(\frac{y-1}{5}\right) dxdy$$

Sobre el paralelogramo $R$ de vértices $(1,1)$; $(3,1)$; $(2,3)$ y $(4,3)$.

**Ejercicio 7.** Calcular la integral doble

$$I = \iint_P \frac{2}{3x-y+1} dxdy$$

sobre el paralelogramo $P$ de vértices $(0,0)$; $(2,1)$; $(1,3)$ y $(3,4)$.

**Ejercicio 8.** Considere el triángulo $T$ de vértices

$$A = (x_0, y_0) \quad B = (x_1, y_1) \quad C = (x_2, y_2)$$

$i)$ Muestre que la imagen de la transformación afín

$$T: D' \subset \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2 : T(u, v) = \big(x(u, v), y(u, v)\big) = u \cdot [B - A] + v \cdot [C - A] + A$$

sobre el triángulo

$$D' = \{(u, v) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq u \leq 1 \land 0 \leq v \leq 1 - u\}$$

es el triángulo $T$.

$ii)$ Sabiendo que el área del triángulo $T$ está dada por la integral doble

$$a(T) = \iint_T 1 \, dxdy$$

Utilice la transformación afín anterior para mostrar que

$$a(T) = \iint_T 1 \, dxdy = \frac{1}{2} \iint_{D'} abs \begin{vmatrix} x_1 - x_0 & x_2 - x_0 \\ y_1 - y_0 & y_2 - y_0 \end{vmatrix} dudv$$

Utilice además este resultado para obtener la siguiente fórmula para el área del triángulo $T$

$$a(T) = \frac{1}{2} \cdot abs \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x_0 & x_1 & x_2 \\ y_0 & y_1 & y_2 \end{vmatrix}$$