T P 04 Ej. 2-c

Utilizando la definición, calcular (si existen) las derivadas parciales de la siguiente función en el punto indicado:

$$\boldsymbol{f(x,y)} = \begin{cases} \frac{\boldsymbol{x\,.y}}{\boldsymbol{x^2-y^2}} & \boldsymbol{s}\text{í} \quad |\boldsymbol{x}| \neq |\boldsymbol{y}| \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{s}\text{í} \quad |\boldsymbol{x}| = |\boldsymbol{y}| \end{cases} \qquad \boldsymbol{en}\ (\boldsymbol{0}\,,\boldsymbol{0})$$

Para una introducción a la manera en que se resuelve este tipo de ejercicios, referirse al ejercicio 2-a

En este cado estamos trabajando con una función partida. De un simple análisis de la situación podemos concluir que:

- $f(x,y) = 0$ para todo par ordenado cuyas componentes se encuentren ubicadas en puntos pertenecientes a las rectas $y = x$ ó $y = -x$
- $f(x,y) = \frac{x\,.y}{x^2-y^2}$ para todo par ordenados cuyas componentes no se encuentran ubicadas en puntos pertenecientes a las rectas $y = x$ ó $y = -x$

Entonces:

$$\dot{f}_x(0\,,0) = \frac{\partial f}{\partial x}(0\,,0) = \lim_{h\to 0} \frac{f(0+h\ ,0)-f(0\,,0)}{h}$$

$$\dot{f}_x(0\,,0) = \frac{\partial f}{\partial x}(0\,,0) = \lim_{h\to 0} \frac{f(h\,,0)-f(0\,,0)}{h}$$

$$\dot{f}_x(0\,,0) = \frac{\partial f}{\partial x}(0\,,0) = \lim_{h\to 0} \frac{\frac{h\,.0}{h^2-0^2}-0}{h}$$

$$\dot{f}_x(0\,,0) = \frac{\partial f}{\partial x}(0\,,0) = \lim_{h\to 0} \frac{0}{h}$$

$$\boldsymbol{\dot{f}_x(0\,,0) = \frac{\partial f}{\partial x}(0\,,0) = 0}$$

$$\dot{f}_y(0\,,0) = \frac{\partial f}{\partial y}(0\,,0) = \lim_{h\to 0} \frac{f(\,0\,,h)-f(0\,,0)}{h}$$

$$\dot{f}_y(0\,,0) = \frac{\partial f}{\partial y}(0\,,0) = \lim_{h\to 0}\frac{\frac{0\,.\,h}{0^2-h^2}-0}{h}$$

$$\dot{f}_y(0\,,0) = \frac{\partial f}{\partial y}(0\,,0) = \lim_{h\to 0}\frac{0}{h}$$

$$\boldsymbol{\dot{f}_y(0\,,0) = \frac{\partial f}{\partial y}(0\,,0) = 0}$$