Un ejemplo de dominio de un campo vectorial

Ejemplo. Determinar el dominio natural del campo vectorial

$$F(x,y)=\big(P(x,y),Q(x,y)\big)=\left(\frac{1}{2-x-y},\ln(y-x^2)\right)$$

En este caso, el campo vectorial F está compuesto por las dos funciones componentes escalares

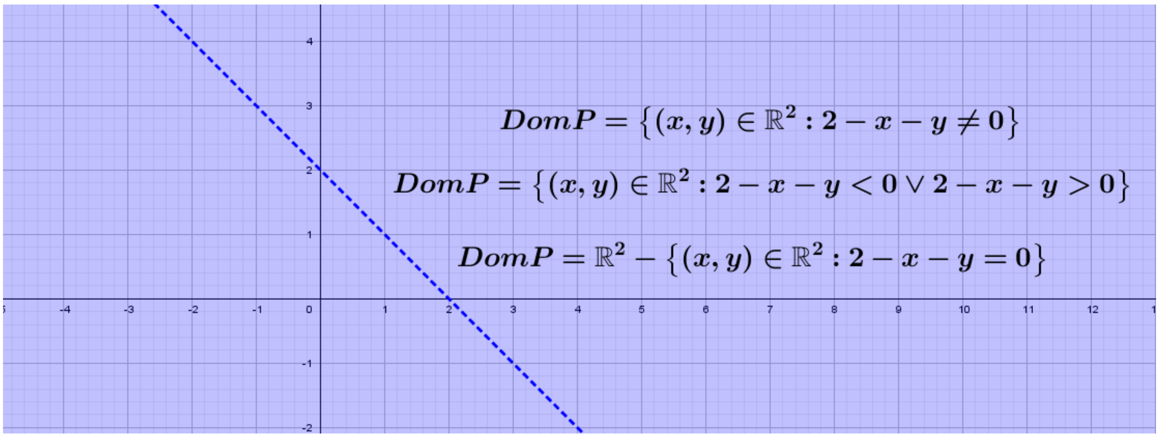
$$P(x,y)=\frac{1}{2-x-y} \qquad \text{y} \qquad Q(x,y)=\ln(y-x^2)$$

Resulta que el dominio natural de un campo vectorial es igual a la intersección del dominio natural de todas las funciones escalares que lo componen. En este ejemplo se tiene

$$Dom\ F=Dom\ P\cap Dom\ Q$$

Concretamente, el dominio de la primera componente escalar es

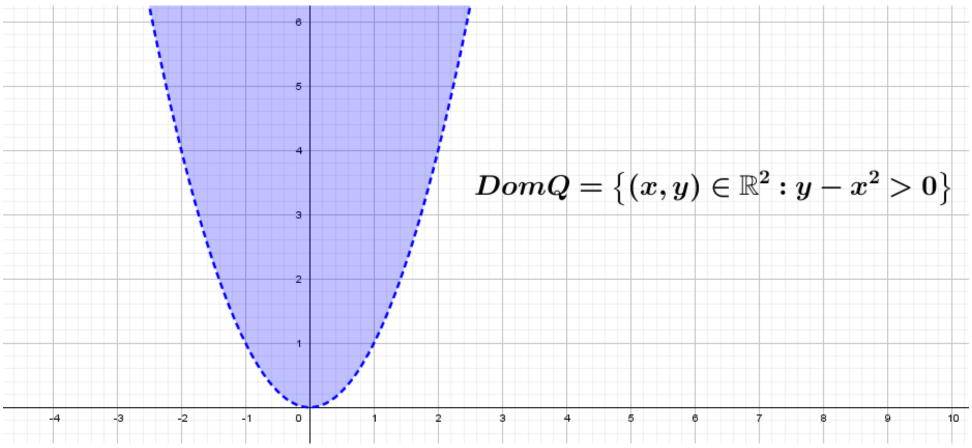
$$Dom\ P=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2: 2-x-y\neq 0\}$$



Representación gráfica del dominio de la componente $P(x,y)$ junto con varias escrituras equivalentes

Por otra parte, el dominio de segunda componente escalar es el siguiente

$$Dom\ Q=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2: y-x^2>0\}$$

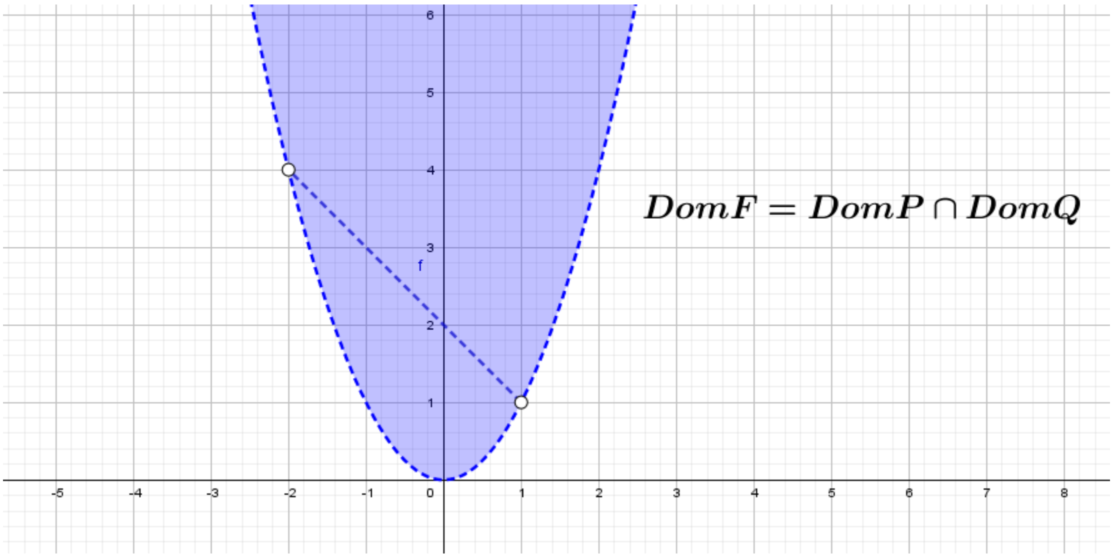


Representación gráfica del dominio de la componente $P(x,y)$

Luego, se concluye que el dominio del campo vectorial es

$$Dom\ F = Dom\ P \cap Dom\ Q = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 2 - x - y \neq 0 \wedge y - x^2 > 0\}$$

Su representación gráfica es la siguiente



Representación gráfica del dominio del campo vectorial $F(x, y)$

En definitiva, en estos casos, en primer lugar, hay que determinar el dominio natural de cada una de las funciones componentes escalares. Luego, obtener el dominio natural del campo vectorial como la intersección del dominio natural de sus componentes.