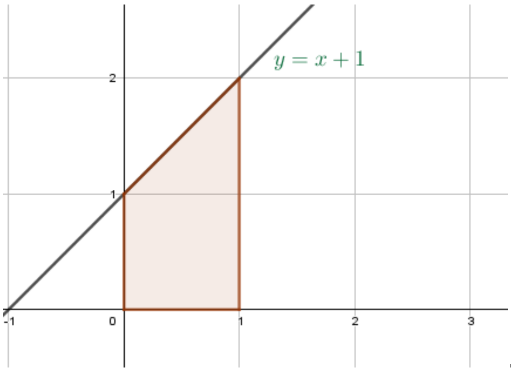
T P 7 Ej 4 b

Dibujar las regiones de integración y calcular la integral:

$$\iint_R (1+x)\, seny\; dxdy \qquad R\ es\ el\ trapezoide\ de\ vertices\ (0,0),(1,0),(1,2)\ y\ (0,1)$$

Veamos el recinto de integración R



Obsérvese que los valores de x estan definidos entre 0 y 1, mientras que los valores de y son aquellosque se ubican entre 0 y la recta $y = x + 1$

Para obtener dicha recta simplemente, luego de dibujar el recinto, se utilizan los puntos $(0,1)$ y $(1,2)$.

Vemos que en este caso la región de integración a utilizar es de TIPO 1.

De esta manera, el recinto R, queda determinado de la siguiente manera:

$$R = [0,1] \times [0, x+1]$$

Y la integral está dada como

$$\int_{x=0}^{1} \left(\int_{y=0}^{x+1} (1+x)\, sen\, y\, dy \right) dx$$

Resolvemos la integral que está dentro del paréntesis.

$$\int_{y=0}^{x+1} (1+x)\, sen\, y\, dy = -(1+x)\cos y\ |_{y=0}^{x+1} = -(1+x)\cos(x+1) + (1+x)$$

Reemplazando en la integral original

$$\int_{x=0}^{1} (1+x) - (1+x)\cos(x+1)\, dx =$$

Tomando $t = 1 + x$ y sustituyendo $dt = dx$

$$\int t - t\cos(t)\, dt = \frac{t^2}{2} - t\, sen(t) - \cos(t)$$

Por lo tanto

$$\int_{x=0}^{1} (1+x) - (1+x)\cos(x+1)\,dx = \frac{(1+x)^2}{2} - (1+x)\,sen(1+x) - \cos(1+x)\,\Big|_{x=0}^{1}$$

$$(2 - 2sen(2) - \cos(2)) - \left(\frac{1}{2} - sen(1) - \cos(1)\right) =$$

$$\frac{3}{2} - 2sen(2) + sen(1) - \cos(2) + \cos(1) \approx 1{,}47932 \ldots ....$$