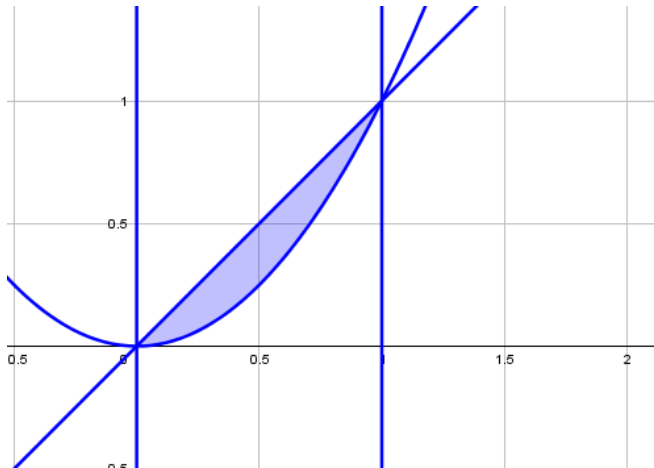


# T P 7 Ej 4 g

Dibujar las regiones de integración y calcular la integral:

$$\iint_S 3xy^2 \, dx \, dy \quad S = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 1, x^2 \leq y \leq x\}$$

Veamos el recinto de integración  $S$



Obsérvese que los valores de  $x$  están definidos entre 0 y 1, mientras que los valores de  $y$  son aquellos que se ubican entre la función  $y = x^2$  y la función  $y = x$

Vemos que en este caso la región de integración a utilizar es de TIPO 1.

De esta manera, el recinto  $S$ , queda determinado de la siguiente manera:

$$S = [0,1] \times [x^2, x]$$

La integral está dada como

$$\int_{x=0}^1 \left( \int_{y=x^2}^x 3xy^2 \, dy \right) dx$$

Resolvemos la integral que está dentro del paréntesis.

$$\int_{y=x^2}^x 3xy^2 \, dy = xy^3 \Big|_{y=x^2}^x = x^4 - x^7$$

Reemplazamos esta expresión en la integral original

$$\int_{x=0}^1 x^4 - x^7 \, dx = \frac{x^5}{5} - \frac{x^8}{8} \Big|_{x=0}^1 = \frac{1}{5} - \frac{1}{8} = \frac{3}{40}$$