EJERCICIO de aplicación de derivadas

Determinar el valor de “a” para que la funcióng $(x) = x\, e^{a\, x}$ presente un extremo en un punto de abscisa x=-2. Determinar de qué tipo de extremo se trata. Para el valor de “a” hallado determinar si la función presenta punto de inflexión y en caso afirmativo hallarlo. Graficar en detalle.

Primero definimos la función y calculamos la función derivada. El dominio de ambas veremos que son los reales.

g[x_] := x $e^{a\, x}$

g'[x]

$e^{a\, x} + a\, e^{a\, x}\, x$

Sabiendo que en x=-2 hay extremo se transforma este valor de abscisa en un punto crítico. Este punto crítico es de derivada nula ya que el dominio de g’(x) son todos los reales entonces g no presenta puntos críticos de derivada no existente. Por lo tanto tendremos que: g’(-2)=0. Resolvemos dicha ecuación:

Solve[g'[-2] == 0, a]

$\left\{\left\{a \to \frac{1}{2}\right\}\right\}$

Volvemos a definir la función para el valor de “a” hallado

g1[x_] := x $e^{\frac{1}{2}x}$

Queremos saber de que extremo se trata si usamos el criterio de la derivada segunda:

g1''[-2]

$\frac{1}{2\, e}$

g1[-2]

$-\frac{2}{e}$

Observamos que es positiva por lo tanto g1(-2) es un mínimo relativo el punto donde se presenta es: $\left(-2; \frac{-2}{e}\right)$

Veremos si la función tiene puntos de inflexión. Calculamos la derivada segunda

g1''[x]

$e^{x/2} + \frac{1}{4}\, e^{x/2}\, x$

Solve[g1''[x] == 0, x]

$\{\{x \to -4\}\}$

g1'''[-4]

$\frac{1}{4\, e^{2}}$

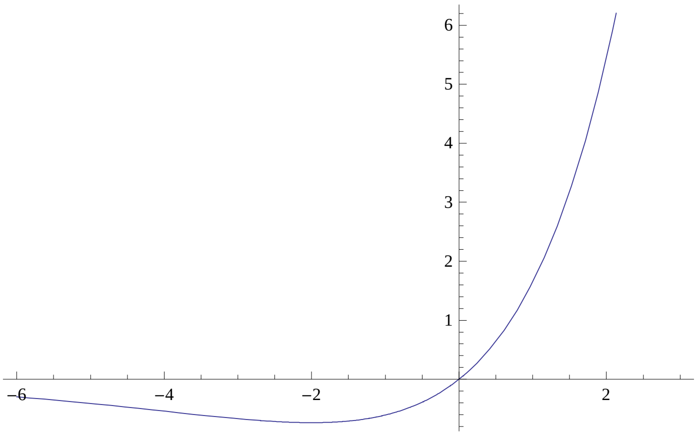
Por el criterio de la derivada tercera podemos decir que (-4;g(-4)) es Punto de Inflexión. Calculemos dicha imagen:

```
g1[-4]
```

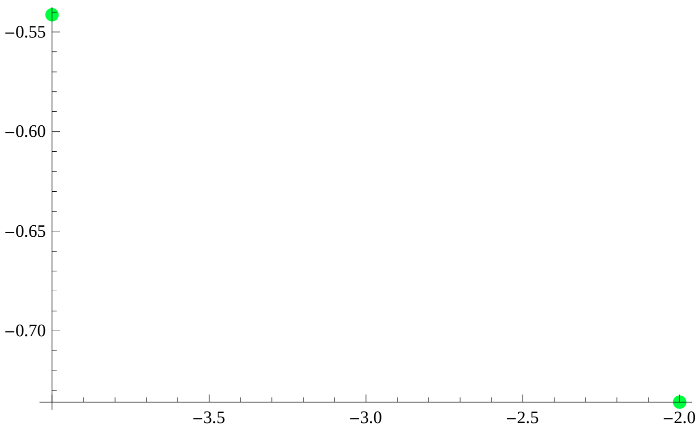
$-\frac{4}{e^2}$

(-4;$-\frac{4}{e^2}$) es PI

```
graf1 = Plot[g1[x], {x, -6, 3}]
```



$$\text{graf2} = \text{ListPlot}\left[\left\{\left\{-2, -\frac{2}{e}\right\}, \left\{-4, -\frac{4}{e^2}\right\}\right\},\ \text{PlotStyle} \to \{\text{PointSize}[\text{Large}], \text{RGBColor}[0, 1, 0.25098]\}\right]$$



```
Show[{graf1, graf2}]
```