T P 04 Ej. 5-b

Calcular la derivada direccional de la siguiente función en el punto p y la dirección $\vec{v}$ especificados.

$$f(x,y) = \ln\left(\sqrt{x^2+y^2}\right) \qquad P = (1,0) \qquad \vec{v} = \left(\frac{2}{\sqrt{5}}, \frac{1}{\sqrt{5}}\right)$$

Para una explicación del procedimiento que se va a aplicar a continuación, referirse al ejercicio 5-a donde está explicado en detalle.

1. Definir la función $g(t) = f(P + tv)$:

$$g(t) = f\left((1,0) + t\left(\frac{2}{\sqrt{5}}, \frac{1}{\sqrt{5}}\right)\right)$$

$$g(t) = f\left(1 + \frac{2}{\sqrt{5}}t, 0 + \frac{1}{\sqrt{5}}t\right)$$

$$g(t) = \ln\left(\sqrt{\left(1 + \frac{2}{\sqrt{5}}t\right)^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{5}}t\right)^2}\right)$$

   Dejamos esta expresión tal como está porque es sencilla de derivar

2. Derivar la función respecto de su variable: $g'(t)$.

$$g'(t) = \frac{1}{\sqrt{\left(1 + \frac{2}{\sqrt{5}}t\right)^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{5}}t\right)^2}} * \frac{1}{2\sqrt{\left(1 + \frac{2}{\sqrt{5}}t\right)^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{5}}t\right)^2}} * \left[2\left(1 + \frac{2}{\sqrt{5}}t\right)\frac{2}{\sqrt{5}} + 2\left(\frac{1}{\sqrt{5}}t\right)\frac{1}{\sqrt{5}}\right]$$

   Dejamos esta expresión tal y como está porque al evaluarla en 0, la mayor parte de los términos se van a anular.

3. Evaluar la función derivada en 0: $g'(0)$.

$$g'(0)=\frac{1}{\sqrt{\left(1+\frac{2}{\sqrt{5}}0\right)^2+\left(\frac{1}{\sqrt{5}}0\right)^2}}*\frac{1}{2\sqrt{\left(1+\frac{2}{\sqrt{5}}0\right)^2+\left(\frac{1}{\sqrt{5}}0\right)^2}}*\left[2\left(1+\frac{2}{\sqrt{5}}0\right)\frac{2}{\sqrt{5}}+2\left(\frac{1}{\sqrt{5}}0\right)\frac{1}{\sqrt{5}}\right]$$

$$g'(0)=\frac{1}{\sqrt{(1+0)^2+0}}*\frac{1}{2\sqrt{(1+0)^2+(0)^2}}*\left[2(1+0)\frac{2}{\sqrt{5}}+0\right]$$

$$g'(0)=1*\frac{1}{2}*\frac{4}{\sqrt{5}}=\frac{2}{\sqrt{5}}$$

Por lo tanto, la derivada direccional de la función f en el punto P en el sentido del vector $\vec{v}$ es

$$f_{\vec{v}}(P)=\frac{2}{\sqrt{5}}$$