T P 08 Ej. 6-b

Calcular la integral de campo escalar de la curva definida por:

$$\bar{r}: [0, \pi] \to \boldsymbol{R}^2, con\ \bar{r}(t) = (2\cos(t), 2sen(t))$$
$$f(x, y) = x^2 + y^2$$

Para la integral de campo escalar de una curva a partir de su parametrización, utilizamos:

$$E(C) = \int_a^b f(r(t))\|\bar{r}'(t)\|\,dt = \int_a^b f(x(t), y(t))\sqrt{(x'(t))^2 + (y'(t))^2}\,dt$$

Analicemos la expresión anterior.

Si tenemos la parametrización $\bar{r}(t) = (2\cos(t), 2sen(t))$, entonces:

$$x(t) = 2\cos(t)$$

$$y(t) = 2sen(t)$$

$$f(x, y) = f\big(x(t), y(t)\big) = f\big(r(t)\big) = 4\cos^2(t) + 4sen^2(t) = 4$$

Por lo que sus derivadas serán:

$$x'(t) = -2sen(t)$$

$$y'(t) = 2\cos(t)$$

$$\sqrt{(x'(t))^2 + (y'(t))^2} = \sqrt{4sen^2(t) + 4\cos^2(t)} = \sqrt{4} = 2$$

Entonces tenemos todos los valores necesarios para calcular la integral que precisamos para conocer la longitud de la curva.

$$\int_a^b f(x(t), y(t))\sqrt{(x'(t))^2 + (y'(t))^2}\,dt = \int_0^\pi 4 \cdot 2dt = 8\pi$$

Por lo tanto, la integral de linea de campo escalar es 8π