T P 04 Ej. 21-b

Obtener las ecuaciones del plano tangente y la recta normal a la gráfica de la función en el punto dado.

<u>SUGERENCIA:</u> Dada una función $z = f(x, y)$ definida en forma explícita, podemos redefinir a la misma como $F(x, y, z) = f(x, y) - z = 0$ (forma implícita) y luego proceder como en el ejercicio N°19 de este T.P.

Entonces:

<u>Ecuación del Plano Tangente:</u>

$\pi$: $\vec{\nabla}F(\vec{P}_0) \circ (\vec{P} - \vec{P}_0) = 0$

<u>Ecuación de la Recta Normal:</u>

$\mathbb{L}$: $\vec{\nabla}F(\vec{P}_0).t + \vec{P}_0$

$$\boldsymbol{z = f(x, y) = x^2 + y^2 \quad en \quad \vec{p}_0 = (0\,,0)}$$

$F(x, y, z) = f(x, y) - z = x^2 + y^2 - z = 0$

$\vec{P}_0 = (x_0\,, y_0\,, f(x_0, y_0)) = (0\,, 0\,, f(0\,,0)) = (0\,,0\,,0)$

$\boldsymbol{\vec{P}_0 = (0\,, 0\,, f(0\,, 0)) = (0\,, 0\,, 0)}$

$\boldsymbol{\vec{\nabla}F(x, y, z) = \left(\frac{\partial F}{\partial x}, \frac{\partial F}{\partial y}, \frac{\partial F}{\partial z}\right) = (2.x\,, 2.y\,, -1)}$

$\vec{\nabla}F(0\,,0\,,0) = (2.0\,, 2.0\,, -1) \rightarrow$

$\boldsymbol{\vec{\nabla}F(0\,, 0\,, 0) = (0\,, 0\,, -1)}$

<u>Ecuación del Plano Tangente:</u>

$\pi$: $\vec{\nabla}F(\vec{P}_0) \circ (\vec{P} - \vec{P}_0) = 0 \rightarrow$

$\pi: \vec{\nabla}F(0\,,0\,,0) \circ [(x\,,y\,,z) - (0\,,0\,,0)] = 0 \rightarrow$

$\pi: (0\,,0\,,-1) \circ (x\,,y\,,z) = 0 \rightarrow$

$\pi: 0.x + 0.y - z = 0 \rightarrow$

$\boldsymbol{\pi}: \boldsymbol{z} = \mathbf{0}$

<u>Ecuación de la Recta Normal:</u>

$\mathbb{L}: \vec{\nabla}F(\vec{P}_0).t + \vec{P}_0 \rightarrow$

$\mathbb{L}: \vec{\nabla}F(0\,,0\,,0).t + (0\,,0\,,0) \rightarrow$

$\mathbb{L}: (\mathbf{0}\,,\mathbf{0}\,,-\mathbf{1}).\boldsymbol{t}$