Unidad 2

Aplicaciones de cambio de coordenadas.

$(C^{\mathbb{R}}_{[0,2\pi]}, +, \mathbb{R}, \cdot)$

Relación entre potencia y frecuencia de FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS

1) $sen^2 t \in W$

$B = \{1, \cos t, \cos^2 t, \cos^3 t\}$ L.I. y GENERADOR, o sea, B es base de W ($\dim W = 4$)

$sen^2 t + \cos^2 t = 1 \rightarrow sen^2 t = 1 \cdot 1 + (-1)\cos^2 t$

Como $sen^2 t$ es combinación lineal de vectores de B, $sen^2 t \in W$

2) $B' = \{1, \cos t, \cos 2t, \cos 3t\}$ es base de W. IDENTIDADES $\begin{cases} \cos 2t = -1 + 2\cos^2 t \\ \cos 3t = -3\cos t + 4\cos^3 t \end{cases}$

- B' tiene cardinal 4 y sabemos que $\dim W = 4$
- B' tiene elementos de $C^{\mathbb{R}}_{[0,2\pi]}$. Los elem. de $B' \in W$.
- Si demostramos que B' es L.I., quedará demostrado que B' es base de W.

$\alpha \cdot 1 + \beta \cdot \cos t + \gamma \cdot \cos 2t + \delta \cdot \cos 3t = 0$

$\alpha \cdot 1 + \beta \cdot \cos t + \gamma(-1 + 2\cos^2 t) + \delta \cdot (-3\cos t + 4\cos^3 t) = 0$

$(\alpha - \gamma) \cdot 1 + (\beta - 3\delta)\cos t + 2\gamma \cos^2 t + 4\delta \cos^3 t = 0$

como $B = \{1, \cos t, \cos^2 t, \cos^3 t\}$ es L.I.

$\begin{cases} \alpha - \gamma = 0 \\ \beta - 3\delta = 0 \\ 2\gamma = 0 \rightarrow \gamma = 0 \; ; \; \alpha = 0 \\ 4\delta = 0 \longrightarrow \delta = 0 \; ; \; \beta = 0 \end{cases}$ luego B' es L.I. y B' es base de W.

3) $C_{BB'} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1/2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 3/4 \\ 0 & 0 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/4 \end{pmatrix}$; $C_{B'B} = C_{BB'}^{-1}$ $\quad [\cos^2 t]_{B'} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ 0 \\ \frac{1}{2} \\ 0 \end{pmatrix}$

$\cos^2 t = \frac{1}{2}\cos 2t + \frac{1}{2} \cdot 1 + 0 \cdot \cos t + 0 \cdot \cos 3t$ $\quad \cos^3 t = \frac{1}{4} \cdot \cos 3t + \frac{1}{4} \cdot 3\cos t$

$\cos^3 t = 0 \cdot 1 + \frac{3}{4}\cos t + 0 \cdot \cos 2t + \frac{1}{4}\cos 3t$

$C_{B'B} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$

5) $C_{BB'} \cdot [sen^2 t]_B = [sen^2 t]_{B'}$

$\begin{pmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \frac{3}{4} \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{4} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ 0 \\ -\frac{1}{2} \\ 0 \end{pmatrix}$

$sen^2 t + \cos^2 t = 1 \; ; \; sen^2 t = 1 - \cos^2 t$

; $sen^2 t = \frac{1}{2} \cdot 1 + 0 \cdot \cos t - \frac{1}{2}\cos 2t + 0 \cdot \cos 3t$