

T P 7 Ej 17 a

Calcular la integral:

$$\iiint_S (x + y + z) \, dx \, dy \, dz \quad S = [0,1] \times [0,1] \times [0,1]$$

$$\int_0^1 \left[ \int_0^1 \left[ \int_0^1 x + y + z \, dz \right] dy \right] dx$$

Resolvemos la primera integral respecto de  $z$

$$\int_0^1 x + y + z \, dz = xz + yz + \frac{z^2}{2} \Big|_{z=0}^1 = x + y + \frac{1}{2}$$

Reemplazando en la integral original nos queda

$$\int_0^1 \left[ \int_0^1 x + y + \frac{1}{2} \, dy \right] dx$$

Ahora se resuelve la integral respecto de la variable  $y$

$$\int_0^1 x + y + \frac{1}{2} \, dy = xy + \frac{y^2}{2} + \frac{1}{2}y \Big|_{y=0}^1 = x + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = x + 1$$

Reemplazando en la integral nos queda simplemente calcularla respecto de la variable  $x$

$$\int_0^1 x + 1 \, dx = \frac{x^2}{2} + x \Big|_{x=0}^1 = \frac{1}{2} + 1 = \frac{3}{2}$$