ÁLGEBRA Y GEOMETRÍA ANALÍTICA 1- DIIT

MÓDULO 4- ESPACIOS VECTORIALES – SEGUNDA CLASE

EJERCITACIÓN COMPLEMENTARIA

1) Determinar cuáles de los siguientes vectores son combinación lineal de
$\vec{u}$= (0,-2,2) y $\vec{v}$= (1,3,-1)
a) (2,2,2) b) (3,1,5) c) (0,4,5) d) (0,0,0)

2) Expresar cada uno de los siguientes vectores como combinación lineal de: $\vec{u}$= (1,1,1) , $\vec{v}$=(1,3,-1), $\vec{w}$ = (1,2,4):
a) (3,-1,2) b) (0,-1,3) c) (0,0,0) d) (1,0,0)

3) Determinar cuáles de las siguientes matrices son combinaciones lineales de:
A= $\begin{bmatrix} 4 & 0 \\ -2 & -2 \end{bmatrix}$ B= $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ C= $\begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$

a) $\begin{bmatrix} 6 & -8 \\ -1 & -8 \end{bmatrix}$ b) $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ c) $\begin{bmatrix} 6 & 0 \\ 3 & 8 \end{bmatrix}$ d) $\begin{bmatrix} -1 & 5 \\ 7 & 1 \end{bmatrix}$

4) Determinar en cada caso si w $\in$ S:

a) S=<(1,-1,3)> W=(-1/3, 1/3, -1).
b) S= <(1,2,1) , (1,0,-1) , (2,2,0)> W=(2,1,-1)
c) S=< $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ > W= $\begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 5 & -4 \end{bmatrix}$

5) Determinar cuáles de los siguientes conjuntos de "vectores" son linealmente independientes:
a) {(1,1),(1,-1),(0,1)}
b) {(1,2,1),(0,0,0)}
c) {(1,1,1), (1,2,3),(-1,2,1)}
d) $\left\{ \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \right\}$
e) {(1,1,3,-1,2)}

6) En cada uno de los siguientes casos hallar un sistema lineal homogéneo que sea satisfecho únicamente por los elementos del subespacio correspondiente:
a) W = <(1,2)>
b) W = <(1,0,-1) , (0,1,1)>
c) W = <(1,2,1) ,(2,-1,-1) , (3,1,0)>
d) W = <(1,-1,2,3) , (0,1,3,2)>

7) Encontrar un conjunto de generadores de $W=\{(x_1,x_2,x_3,x_4)\in R^4 / x_1+x_2+x_3+x_4=0 \wedge$ $x_1-x_2+2x_3-x_4=0\ \}$

8) a) Determinar si los siguientes conjuntos **son** o **no** subespacios del espacio vectorial respectivo. Justifique.

$T=\{X\in\Re^3 / x^2+y^2+z^2\leq 1\}$ $\qquad$ $S=\{X\in R^{2x2} / x_{11}-x_{12}=x_{22}\}$

b) Para aquellos que sean subespacios determinar un conjunto de generadores del mismo.

9) Hallar un sistema de generadores para los subespacios que satisfacen los siguientes sistemas lineales homogéneos:

a) $\begin{cases} x+2y-3z=0 \\ 2x-y+z=0 \\ 3x+y-2z=0 \end{cases}$ $\qquad$ b) 2x +y - z =0

c) $\begin{cases} x+y+z=0 \\ x-y+z=0 \\ x+y-z=0 \end{cases}$ $\qquad$ d) $\begin{cases} x_1-x_2+2x_3-x_4+x_5=0 \\ 2x_1+x_2-x_3+x_4+x_5=0 \\ x_1+2x_2+3x_3-x_4+2x_5=0 \end{cases}$

10) Determinar si los siguientes conjuntos de "vectores" generan el espacio vectorial V correspondiente:

a) {(1,-1)} ; V = R ^{2}

b) {(1,1) , (1,-1) , (-2,1)} ; V = R ^{2}

c) {(1,0,-1) , (2,1,1) , (0,1,1) , (1,-2,-1)}; V = R ^{3}

d) {(1,-1,0,1) , (1,2,-2,1) , (0,1,1,-1) , (-2,1,-3,1)} ; V = R ^{4}

e) $\left\{\begin{bmatrix}1 & -1\\ 2 & 3\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0 & -1\\ 2 & 1\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}2 & -2\\ 4 & 5\end{bmatrix}\right\}$; V = R ^{2x2}

11) Considerando el espacio vectorial $(R^{2x2};R;+;\bullet)$, S es el conjunto de matrices de la forma $\begin{pmatrix} p & q \\ -5p & p-2q \end{pmatrix}$. Se pide: a) Encontrar un conjunto de matrices generadoras del subespacio S.

b) Encontrar las ecuaciones las subespacio S (Escribe los elementos de la matriz como $x_{11},\ x_{12},\ x_{21}\ \ y\ \ x_{22}$)

12) a) Determinar todos los valores de *k* para que el conjunto de vectores A ={ *(1, 0, 2); (-1,- k, -k-2); (2, -3k, 1)*} sea LI .

b) Para *k* = 0 escribir el vector (11;0;16) como combinación lineal de los vectores de A, de dos formas distintas.

13) Dado el conjunto de matrices $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -k & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & k \end{pmatrix} \right\}$

a) Encontrar el o los valores de k, si existen, para que el conjunto sea LD.

b) Considerando k = 1 escribir, si es posible, la matriz $\begin{pmatrix} 4 & 8 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ como combinación lineal del conjunto de matrices dado.