Álgebra y Geometría analítica II

Primer cuatrimestre de 2020

Se tienen en R^3 las bases

$$B = \{(1;2;0),(-1;0;1),(0;1;1)\}$$

$$B' = \{(0;2;-1),\vec{u},(0;1;2)\}$$

Sea $\vec{w}$ un vector en R^3 . Determine $\vec{u}$ de R^3 si:

$$[\vec{w}]_B = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} \; y \; [\vec{w}]_{B'} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Verifique que para el $\vec{u}$ encontrado, B' es base.

Coordenadas de un vector en una Base

Primero encontraremos $\vec{u}$

$$B = \{(1;2;0),(-1;0;1),(0;1;1)\} \qquad B' = \{(0;2;-1),\vec{u},(0;1;2)\}$$

$$[\vec{w}]_B = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Es un vector $\vec{w}$ cuyas coordenadas en la base B son $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$

$$[\vec{w}]_{B'} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Es el mismo vector $\vec{w}$ cuyas coordenadas en la base B' son $\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

$$\vec{w} = 2.(1;2;0) + 1.(-1;0;1) + 3.(0;1;1) = (1;7;4)$$

$$\vec{w} = 3.(0;2;-1) + 1.\vec{u} + 0.(0;1;2) = (0;6;-3) + \vec{u}$$

Coordenadas de un vector en una Base

$$\vec{w} = 2.(1;2;0) + 1.(-1;0;1) + 3.(0;1;1) = (1;7;4)$$

$$\vec{w} = 3.(0;2;-1) + 1.\vec{u} + 0.(0;1;2) = (0;6;-3) + \vec{u}$$

$$(1;7;4) = (0;6;-3) + \vec{u}$$

$$(1;7;4) - (0;6;-3) = \vec{u}$$

$$\boxed{\vec{u} = (1;1;7)}$$

Verificar que B' es base de R^3

$$\boxed{B' = \{(0;2;-1), \vec{u}, (0;1;2)\}}$$

$$\boxed{B' = \{(0;2;-1), (1;1;7), (0;1;2)\}}$$

Como B' tiene 3 vectores y la dimensión de R^3 es 3, **sólo basta ver que sean L.I.**

- Definición de L.I.
- Método Corto ✓

Coordenadas de un vector en una Base

$$\boxed{B' = \{(0;2;-1),(1;1;7),(0;1;2)\}}$$

MÉTODO CORTO

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 7 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix} \xrightarrow[F_3 - 2.F_2 \to F_3]{} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 7 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & -5 \end{pmatrix}$$

Ya está escalonado, y ninguna fila se hizo nula

Los vectores de B' son L.I

B' es base de R^3

Se tienen en R^3 las bases

$$B = \{(1;2;0),(-1;0;1),(0;1;1)\}$$

$$B' = \{(0;2;-1),\vec{u},(0;1;2)\}$$

Sea $\vec{w}$ un vector en R^3 . Determine $\vec{u}$ de R^3 si:

$$[\vec{w}]_B = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} \; y \; [\vec{w}]_{B'} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\boxed{\vec{u} = (1;1;7)}$$

Verifique que para el $\vec{u}$ encontrado, B' es base. ✓