T P 04 Ej. 19-c

Calcular la ecuación del plano tangente y de la recta normal a la superficie dada:

$$2.x + 2.y + 2.z = 1 \qquad en\ \vec{P}_0 = \left(\frac{1}{2}, 0, 0\right)$$

La siguiente ecuación representa geométricamente en R^3una superficie plana (un plano inclinado) que corta a los ejes coordenados de una terna $X - Y - Z$ en $\left({}^1/_2\,, 0{,}0\right), \left(0, {}^1/_2\,, 0\right)\ y\ \left(0{,}0, {}^1/_2\right)$.

Sí a la misma la reescribimos de la siguiente manera, tenemos:

$F(x, y, z)$: $2.x + 2.y + 2.z - 1 = 0$

<u>Determinación del Plano Tangente:</u>

$$\boldsymbol{\pi}: \vec{\boldsymbol{\nabla}}\boldsymbol{F}\left(\vec{\boldsymbol{P}}_{\mathbf{0}}\right).\left(\vec{\boldsymbol{P}} - \vec{\boldsymbol{P}}_{\mathbf{0}}\right) = \mathbf{0}$$

$$\vec{\nabla}F(x, y, z) = \left(\frac{\partial F}{\partial x}, \frac{\partial F}{\partial y}, \frac{\partial F}{\partial z}\right) = (2\,, 2\,, 2) \qquad \rightarrow$$

$$\vec{\nabla}F\left(\vec{P}_0\right) = \vec{\nabla}F\left(\frac{1}{2}, 0{,}0\right) = (2\,, 2\,, 2)$$

Finalmente tenemos:

$$\pi:\ \vec{\nabla}F\left(\vec{P}_0\right).\left(\vec{P} - \vec{P}_0\right) = 0 \quad \rightarrow$$

$$\pi:\ \vec{\nabla}F\left(\frac{1}{2}, 0{,}0\right) \circ \left[(x, y, z) - \left(\frac{1}{2}, 0{,}0\right)\right] = 0 \ \rightarrow$$

$$\pi:\ (2\,, 2\,, 2) \circ \left(x - \frac{1}{2}\,, y - 0\,, z - 0\right) \rightarrow$$

$$\pi: 2.\left(x - \frac{1}{2}\right) + 2.y + 2.z = 0 \rightarrow$$

$$\pi: 2.x - 1 + 2.y + 2.z = 0 \ \rightarrow$$

$$\boldsymbol{\pi}: \mathbf{2}.\boldsymbol{x} + \mathbf{2}.\boldsymbol{y} + \mathbf{2}.\boldsymbol{z} = \mathbf{1}$$

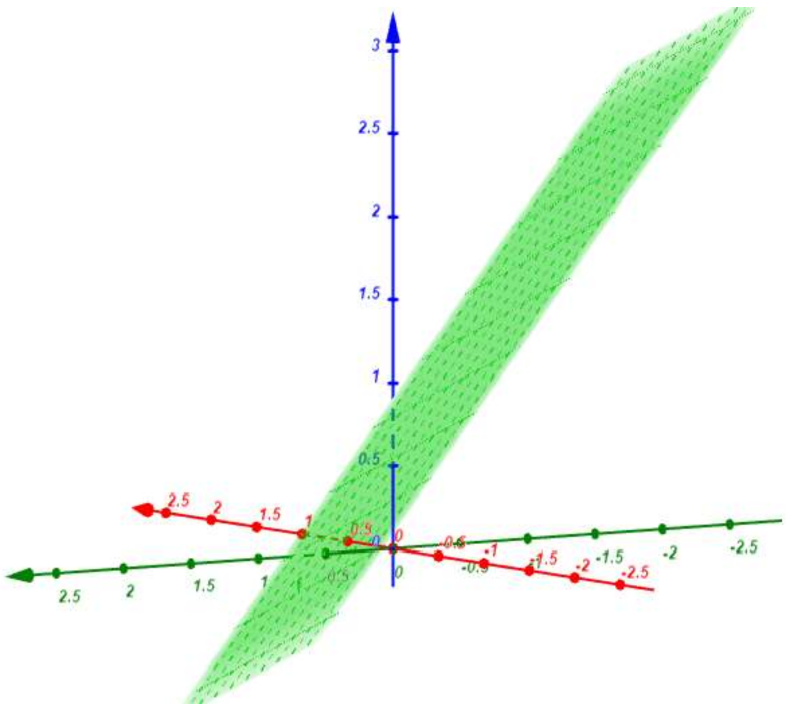
Como conclusión (viendo que el plano tangente coincide con la superficie dada, que es un plano) podemos decir que el plano tangente de un plano, es el mismo plano en cualquier punto perteneciente a este.

Determinación de la Recta Normal:

$\mathbb{L}: \vec{\nabla} F(\vec{P}_0).t + \vec{P}_0 \rightarrow$

$\mathbb{L}: \vec{\nabla} F\left(\frac{1}{2}, 0,0\right).t + \left(\frac{1}{2}, 0,0\right) \rightarrow$

$\mathbb{L}: (\mathbf{2}\,, \mathbf{2}\,, \mathbf{2}).\boldsymbol{t} + \left(\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}, \mathbf{0}, \mathbf{0}\right)$



En el gráfico se puede apreciar que la superficie plana corta a los ejes coordenados $X - Y - Z$ en $\left({}^{1}\!/_{2}\,, 0,0\right), \left(0, {}^{1}\!/_{2}\,, 0\right)\; y\; \left(0,0, {}^{1}\!/_{2}\right)$.