Resolución TP3:

Ejercicio 2 - b

Calcular el limite por propiedades: $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} \frac{xy^4}{x^4+y^4}$

Para empezar:

- Al tratarse de una función de 2 variables $f(x,y)$ el limite existe si existen tanto por derecha, izquierda, y el resto de las infinitas direcciones y trayectorias.
- El postulado anterior se comprueba usando propiedades de limite sustentadas por la definicion de limite.
- El postulado anterior de refuta con solo encontrar un caso en que el limite de un valor distinto.

Se resuelve con la Propiedad:

1. $$\lim_{(x,y)\to(x_0,y_0)} 0 \cdot \overbrace{[a,b]}^{funcion\ de\ imagen\ acotada} = 0$$

Fabricacion de la acotacion:

Toda valor elevado a una potencia par es positivo. Si ese valor es 0, se mantiene. Por lo tanto:

$$x^4 \geq 0$$
$$y^4 \geq 0$$

La suma de dos valores positivos sera positiva o a lo sumo cero.

$$x^4 + y^4 \geq 0$$

Por transitividad podemos determinar que:

$$x^4 \leq x^4 + y^4$$
$$y^4 \leq y^4 + x^4$$

Asi mismo:

$$0 \leq y^4 \leq y^4 + x^4$$

Dividiendo todos los terminos:

$$0 \leq \frac{y^4}{y^4 + x^4} \leq 1 \ con \ y^4 + x^4 \neq 0$$

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{xy^4}{x^4+y^4} = \lim_{(x,y)\to(0,0)} x\frac{y^4}{x^4+y^4} \simeq\to 0 \cdot\to [0,1]$$

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{xy^4}{x^4+y^4} = 0$$