

## MÓDULO 1: APLICACIONES DE MATRICES Y SISTEMAS DE ECUACIONES

El texto siguiente está extraído mayormente de “Tejiendo el Algebra Lineal” Apunte I y Apunte II.

### 1. UNA APLICACIÓN DE LAS MATRICES Y DE SUS OPERACIONES PARA LA VIDA DIARIA

Se tienen los datos de consumo de pan, carne y manteca de cuatro familias y los precios de esos mismos productos durante los años 2008, 2009, 2010, 2011 y 2012.

Consumos			
	pan	carne	manteca
Familia 1	250	150	5
Familia 2	300	200	1
Familia 3	150	50	3
Familia 4	450	100	0

Precios					
	2008	2009	2010	2011	2012
Pan	5	7	10	15	20
Carne	20	25	30	35	40
manteca	5	6	10	12	15

a) ¿Cuáles serán los gastos de la familia 1 para el 2009?

b) Se definen dos matrices:

$$\text{una de consumo } C = \begin{bmatrix} 250 & 150 & 5 \\ 300 & 200 & 1 \\ 150 & 50 & 3 \\ 450 & 100 & 0 \end{bmatrix} \text{ y otra de precios } P = \begin{bmatrix} 5 & 7 & 10 & 15 & 20 \\ 20 & 25 & 30 & 35 & 40 \\ 5 & 6 & 10 & 12 & 15 \end{bmatrix}.$$

Obtener  $G = C.P$  y explicar qué representa.

$G = C.P$

$$\begin{pmatrix} 250 & 150 & 5 \\ 300 & 200 & 1 \\ 150 & 50 & 3 \\ 450 & 100 & 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 5 & 7 & 10 & 15 & 20 \\ 20 & 25 & 30 & 35 & 40 \\ 5 & 6 & 10 & 12 & 15 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4275 & 5530 & 7050 & 9060 & 11075 \\ 5505 & 7106 & 9010 & 11512 & 14015 \\ 1765 & 2318 & 3030 & 4036 & 5045 \\ 4250 & 5650 & 7500 & 10250 & 13000 \end{pmatrix}$$

Las filas representan las Familias y las columnas los años. Representa lo que gastó cada familia en los cinco años

Cada celda representa lo que gasta la familia en ese año.

c) Indique qué información le da la matriz resultante de  $G$ .  $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$  ? ¿Y  $[1 \ 1 \ 1 \ 1] \cdot G$ ?

$$G. \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad 4 \times 5 \quad . \quad 5 \times 1 = 4 \times 1 \quad \text{representa el total de lo que gastó cada familia en los}$$

cinco años. (Sumando los cinco años)

¿Y  $[1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1].G?$   $1 \times 4 \ . \ 4 \times 5 = 1 \times 5$  el tamaño 5 indica los cinco años. La matriz representa lo que gastaron en conjunto las 4 familias en cada año

d) Imagine que los precios del pan durante los 5 años hubieran sido un 20% mayor que los señalados.

Recalcule la matriz de precio y compare con el resultado de  $\begin{bmatrix} 1,2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} .P$

La matriz  $\begin{bmatrix} 1,2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$  se obtiene efectuando  $I^{3 \times 3} + 0,2. \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$  (0,2 =20%) pues hemos

aumentado la fila 1 en dicha cantidad.

$$\begin{bmatrix} 1,2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 & 7 & 10 & 15 & 20 \\ 20 & 25 & 30 & 35 & 40 \\ 5 & 6 & 10 & 12 & 15 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 8,4 & 12 & 18 & 24 \\ 20 & 25 & 30 & 35 & 40 \\ 5 & 6 & 10 & 12 & 15 \end{bmatrix}$$

$3 \times 3 \qquad \qquad 3 \times 5 \qquad \qquad 3 \times 5$

¿Cuáles cálculos nos llevarían a un aumento del 35% en la carne?

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1,35 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} .P$$

¿Y de un 20% en pan, 35% en carne y 12% en manteca?

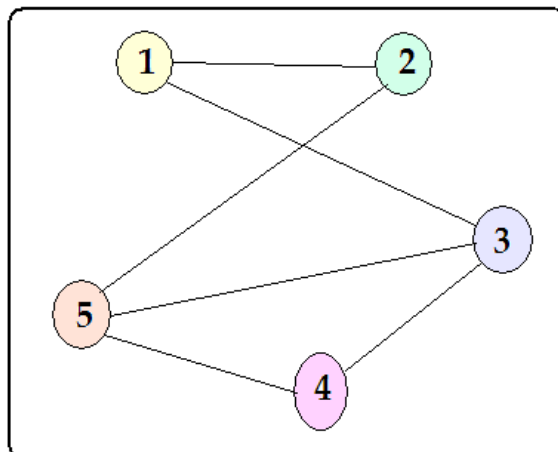
$$\begin{bmatrix} 1,2 & 0 & 0 \\ 0 & 1,35 & 0 \\ 0 & 0 & 1,12 \end{bmatrix} .P$$

Indique las matrices de precio bajo cada nueva circunstancia.

Hacer la multiplicación anterior

## 2. LAS MATRICES EN SOCIOLOGÍA

En *Sociología* pueden utilizarse las matrices para describir el grado de amistad o afinidad entre integrantes de un grupo de  $n$  personas.



Definimos como matriz de *amistad*  $A$  de dimensión  $n \times n$  del siguiente modo:

$$[A]_{ij} = \begin{cases} a_{ii} = 0 & \text{para todo } i = 1, 2, \dots, n \\ a_{ij} = 1 & \text{si } i \text{ es amigo de } j \quad (i, j \text{ de } 1 \text{ a } n; i \neq j) \\ a_{ij} = 0 & \text{si } i \text{ no es amigo de } j \quad (i, j \text{ de } 1 \text{ a } n; i \neq j) \end{cases}$$

Suponemos que si  $i$  es amigo de  $j$  entonces  $j$  es amigo de  $i$  (relación simétrica).

El esquema presenta la afinidad entre los 5 integrantes de un grupo de personas.

Obtenga la matriz  $A$ .

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Calcular  $M = A^2$  y analizar los valores que toma  $M$  fuera de la diagonal e interpretarlos a la luz del ejemplo presentado.

$$A \cdot A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 3 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 1 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

El 1 en la posición 14 significa que hay 1 camino de longitud dos que une a la persona 1 con la 4

El 2 en la posición 32 significa que hay 2 caminos de longitud dos que une a la persona 3 con la 2 (uno pasa por la persona 1 y el otro por la persona 5)