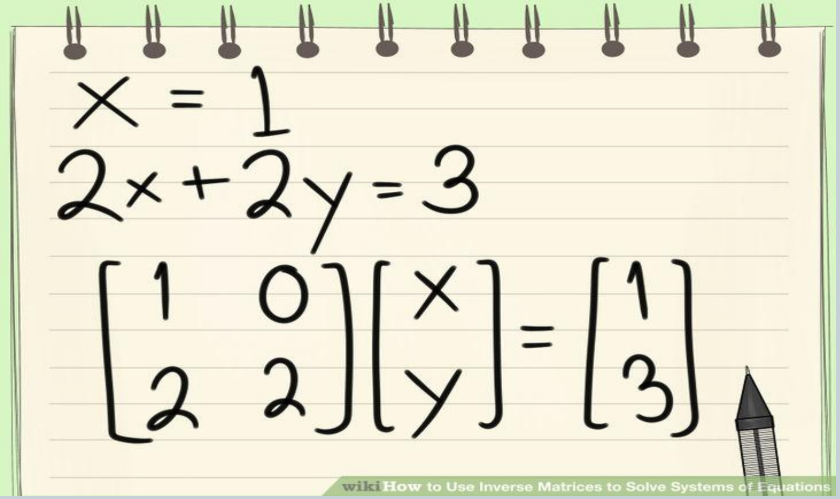
Matrices

CARACTERÍSTICAS Y OPERACIONES



Matrices

- Una matriz es una tabla rectangular de números reales o complejos, dispuestos en filas y columnas.
- Es un conjunto de elementos ordenados en filas y columnas
- Si tiene m filas (horizontales) y n columnas (verticales), decimos que su tamaño , orden o dimensión es m x n

Matrices

$$A = \underbrace{\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{m3} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}}_{\text{Columnas de la matriz A}} \left.\begin{matrix} \leftarrow \\ \leftarrow \\ \leftarrow \\ \leftarrow \end{matrix}\right\} \text{Filas de la matriz A}$$

Abreviadamente se puede expresar A = (a_{ij}).
Cada elemento de la matriz lleva dos subíndices. El primero de ellos "i", indica la fila en la que se encuentra el elemento, y el segundo, "j", la columna.

OPERACIONES ENTRE MATRICES

- **SUMA:** La suma de dos matrices de la misma dimensión es aquella matriz cuyos elementos son la suma de los elementos correspondientes de las matrices dadas.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & 0 \\ 5 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$A + B = \begin{pmatrix} 2+1 & 0+0 & 1+1 \\ 3+1 & 0+2 & 0+1 \\ 5+1 & 1+1 & 1+0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 2 \\ 4 & 2 & 1 \\ 6 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Propiedades

- **Interna**
  - La suma de dos matrices de orden $m \times n$ es otra matriz de dimensión $m \times n$.
- **Asociativa**
  - A + (B + C) = (A + B) + C
- **Elemento neutro**
  - N+A = A + N = A

  N es la matriz nula de la misma dimensión que la matriz *A*.
- **Elemento opuesto**
  - A + (–A) = (- A) + A = N

  La matriz opuesta es aquella en que todos los elementos son opuestos
- **Conmutativa**
  - A + B = B + A

MULTIPLICACIÓN DE UNA MATRIZ POR UN ESCALAR

- Cuando se trabaja con matrices, a cualquier número real se le llama "*escalar*". El producto de un escalar **r** y una matriz A de tamaño mxn es la matriz (r·A) también de mxn, donde cada uno de sus elementos es **r** veces el elemento correspondiente de **A**.

$$r \cdot \begin{pmatrix} a & c \\ b & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r \cdot a & r \cdot c \\ r \cdot b & r \cdot d \end{pmatrix}$$

Ejemplo

$$2 \cdot \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & 0 \\ 5 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 2 \\ 6 & 0 & 0 \\ 10 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

Propiedades

Siendo α , β escalares cualesquiera, A y B matrices de igual tamaño

- Propiedad asociativa: $\alpha(\beta A) = (\alpha\beta) A$
- La distributiva respecto a la suma de números:

$$(\alpha + \beta) A = \alpha A + \beta A$$

- La distributiva respecto a la suma de matrices:

$$\alpha (A + B) = \alpha A + \alpha B$$

- Elemento unidad, el número uno por cualquier matriz, devuelve esa misma matriz

$$1.A = A$$

RESTA

- Restar dos matrices significa sumar la primera con la opuesta de la segunda

A-B = A + (-B)

$$A - B = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 0 & 5 & -3 \\ 7 & 0 & 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -1 & 2 & 4 \\ 2 & 5 & 8 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & -1 & -2 \\ -2 & 0 & -11 \\ 7 & -1 & 6 \end{pmatrix}$$

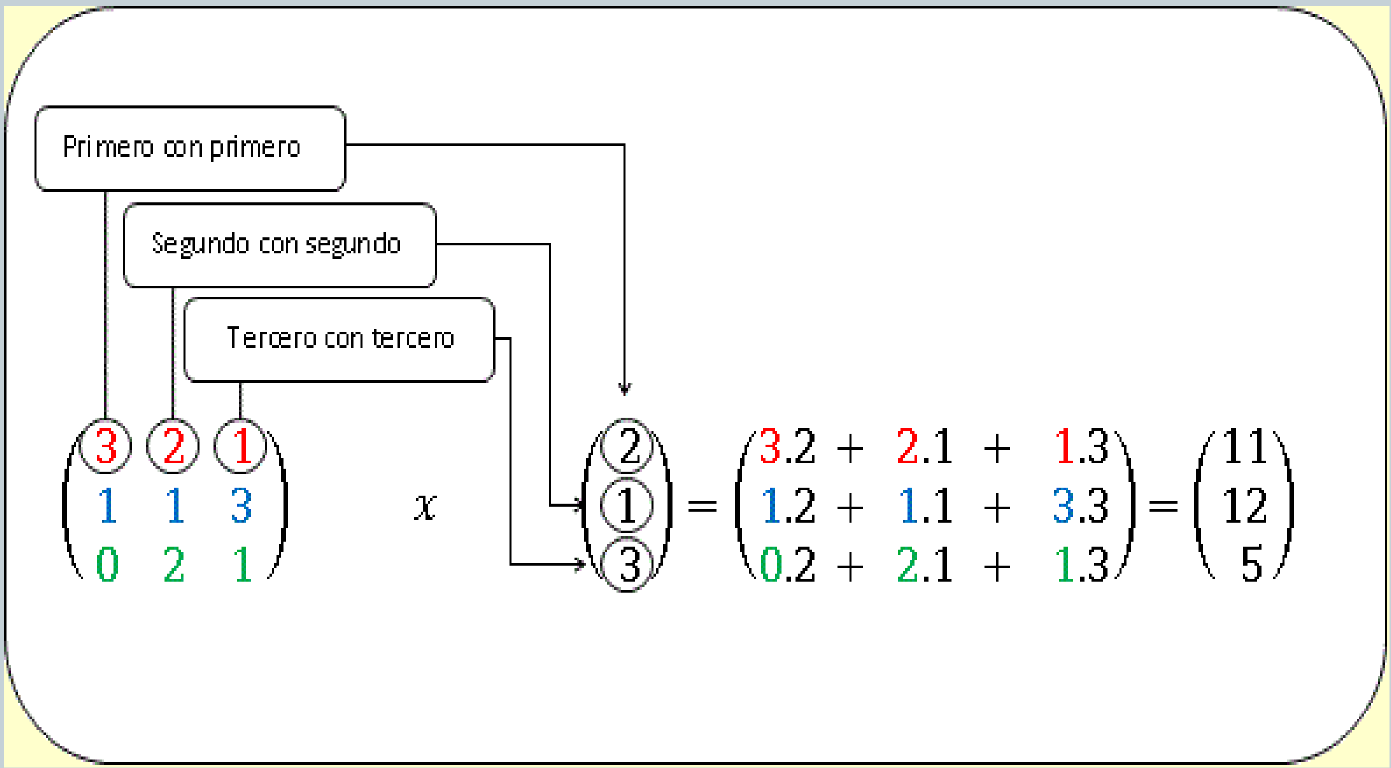
PRODUCTO DE MATRICES

$$A.B = C$$

- Condición para que dos matrices se puedan multiplicar: el número de columnas de A , debe ser igual al filas de B. Así son multiplicables.
- Tamaño de C: La matriz producto C tiene el mismo número de filas que A y el mismo número de columnas que B .
- ¿Cómo se calcula? Se multiplica cada elemento de las filas de A con sus respectivos elementos de las columnas de B. Luego se suman entre sí y se obtienen los elementos de la matriz C.

EJEMPLO

A es de 3 x 3 , B es de 3 x 1 entonces C = A x B es de 3 x 1



Otro ejemplo

$$A \cdot B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & 0 \\ 5 & 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 2\cdot 1+0\cdot 1+1\cdot 1 & 2\cdot 0+0\cdot 2+1\cdot 1 & 2\cdot 1+0\cdot 1+1\cdot 0 \\ 3\cdot 1+0\cdot 1+0\cdot 1 & 3\cdot 0+0\cdot 2+0\cdot 1 & 3\cdot 1+0\cdot 1+0\cdot 0 \\ 5\cdot 1+1\cdot 1+1\cdot 1 & 5\cdot 0+1\cdot 2+1\cdot 1 & 5\cdot 1+1\cdot 1+1\cdot 0 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 3 & 0 & 3 \\ 7 & 3 & 6 \end{pmatrix}$$

Propiedades

- *El producto de matrices es **asociativo**, es decir,*

$$A \cdot (B \cdot C) = (A \cdot B) \cdot C$$

- *El producto de matrices es **distributivo** respecto de la suma, es decir,*
  - $A \cdot (B + C) = A \cdot B + A \cdot C$
- *El producto tiene **elemento neutro**, I_n, que es la identidad de dimensión que corresponda*

Algunas peculiaridades

- En general, no se cumple que $A \cdot B = B \cdot A$.

  El producto de matrices no es conmutativo

- El producto de dos matrices no nulas A y B puede dar lugar a una matriz nula:

$$\underset{2x3}{\begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}} \cdot \underset{3x1}{\begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ -4 \end{pmatrix}} = \underset{2x1}{\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}}$$

Se dice que el conjunto de las matrices con la operación producto tiene divisores de cero, es decir, hay matrices no nulas cuyo producto es nulo.

GRACIAS

Universidad Nacional
de La Matanza