Análisis Combinatorio

1. ¿Cuántos números de 5 cifras diferentes se puede formar con los dígitos: 1, 2, 3, 4,5 ?

Sabemos que: se agrupan todos los elementos $|A|=k=5$; sí importa el orden ya que son números distintos: 12354, 23145, 32451…; no se repiten los elementos pues el enunciado nos pide que las cifras sean diferentes. Por lo tanto, se trata de *permutaciones sin repetición*

$$P_5 = 5! = 5x4x3x2 = 120$$

2. **¿**De cuántas formas distintas pueden sentarse ocho personas en una fila de 8 butacas?

Sabemos que: se agrupan todos los elementos $|A|=k=8$ ya que tienen que sentarse las 8 personas; sí importa el orden; no se repiten los elementos puesto que una persona no se puede repetir. Por lo tanto, se trata de *permutaciones sin repetición*

$$P_8 = 8! = 8x7x6x5x4x3x2x1=40320$$

3. Con las cifras 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 4, 4; ¿cuántos números de nueve cifras se pueden formar?

Sabemos que: se agrupan todos los elementos $|A|=9$ ya que se piden números de 9 cifras; sí importa el orden; sí se repiten los elementos: 2 se repite 3 veces; 3 se repite 4 veces y 4 se repite 2 veces. Por lo tanto, se trata de *permutaciones con repetición*

$$P_9^{3,4,2} = \frac{9!}{3!4!2!} = \frac{9x8x7x6x5x4!}{3!4!2!} = \frac{9x8x7x6x5}{3x2\ x2} = 1260$$

4. ¿Cuántos números de tres cifras diferentes se puede formar con los dígitos: 1, 2, 3, 4, 5 ?

Sabemos que: no se agrupan todos los elementos |A|=5, k=3; sí importa el orden ya que son números distintos el 123, 231, 321, …; no se repiten los elementos, el enunciado nos pide que las cifras sean diferentes. Por lo tanto, se trata de *variaciones sin repetición*

$$V_{(5,3)} = \frac{5!}{(5-3)!} = 5.4.3 = 60$$

5. Se desea elaborar una bandera de dos franjas, se tiene telas de los colores: blanco, azul y rojo. ¿Cuántos tipos de banderas se pueden elaborar?

Sabemos que: no se agrupan todos los elementos |A|=3, k=2; sí importa el orden ya que dos banderas son distintas si tienen algún color diferente; no se repiten los elementos, el enunciado nos pide que las banderas tengan dos franjas. Por lo tanto, se trata de *variaciones sin repetición*

$$V_{(3,2)} = \frac{3!}{(3-2)!} = 3x2 = 6$$

6. ¿Cuántos números de 4 dígitos se pueden formar con las cifras 1,2,. . . ,9
   6.1. Permitiendo repeticiones;
   6.2. Sin repeticiones;
   6.3. Si el último dígito ha de ser 1 y no se permiten repeticiones.

6.1. *Sabemos que:* no se agrupan todos los elementos |A|=9, k=4; sí importa el orden; se repiten los elementos, el enunciado lo pide. Por lo tanto, se trata de *variaciones con repetición*

$$V'(9,4) = 9^4 = 6561$$ números posibles.

6.2. *Sabemos que:* no se agrupan todos los elementos |A|=9, k=4; sí importa el orden; no se repiten los elementos, el enunciado lo pide. Por lo tanto, se trata de *variaciones sin repetición.*

$$V_{(9,4)} = \frac{9!}{(9-4)!} = 9.8.7.6 = 3024 \text{ números}$$

6.3. *Sabemos que:* se fija el último dígito (El número 1 está en la última posición) y, como no puede haber repeticiones (nos quedan ocho números para tres posiciones). Por lo tanto, se trata de variaciones *sin repetición.*

$$V_{(8,3)} = \frac{8!}{(8-3)!} = 8.7.6 = 336 \text{ números}$$

7. Tres atletas toman parte en una competición. ¿De cuántas maneras podrán llegar a la meta? (Pueden llegar juntos).

Hay varias posibilidades:

- Llegan los tres juntos, entonces sólo hay 1 posibilidad.
- Llegan dos juntos, entonces hay $C(3,2) = \frac{3!}{(3-2)!2!} = 3$ grupos de

de dos que llegan juntos.

Además, hay P (2) = 2! = 2 ordenaciones distintas del grupo de dos y el otro atleta. Por lo tanto, hay 3. 2 = 6 posibilidades.

- Llegan los tres por separado, existen P (3) = 3! = 6 posibilidades.

Sumando todas las posibilidades se tiene 1 + 6 + 6 = 13 maneras distintas.

8. Cuatro estudiantes ganan una beca por un trabajo de investigación, que implica que tres de ellos deberán viajar a un congreso. **a)** ¿De cuántas maneras distintas podrán hacer ese viaje, sin restricciones? **b)** ¿Y si viajan como coordinador/a, secretario/a y prensa?

a) Sabemos que: no se agrupan todos los elementos |A|=4, k=3; *no importa el orden en que se forme la terna*, ya que un cambio de orden entre los viajeros, no nos da una terna distinta (dada una terna de viaje, para obtener otra distinta, debemos cambiar al menos a uno de los integrantes); no se repiten los elementos ya que se trata de personas. Por lo tanto, se trata de *Combinaciones sin repetición.*

$$C_{4;3} = \frac{4!}{3!.(4-3)!} = 4$$

b) Sabemos que: no se agrupan todos los elementos |A|=4, k=3; *importa el orden en que se forme la terna*, ya que ahora viajan como coordinador/a, secretario/a y prensa; no se repiten los elementos ya que se trata de personas. Por lo tanto, se trata de *Variaciones sin repetición.*

$$V_{(4,3)} = \frac{4!}{(4-3)!} = 4.3.2 = 24 \text{ ternas}$$

9. Voy al almacén a comprar 6 paquetes de galletitas saladas y hay dos marcas distintas para elegir. ¿De cuántas maneras diferentes podré hacer mi compra?

Sabemos que: no se agrupan todos los elementos |A|=2, k=6; *no importa el orden en que se elijan los 6 paquetes de galletitas saladas*; se repiten las marcas. Por lo tanto, se trata de *Combinaciones con repetición.*

$$C'(2;6) = C(2+6-1;\,6) = C(7;6) = \frac{7!}{(7-6)!6!} = 7$$

10. Una caja contiene 7 tarjetas rojas, 6 blancas y 4 azules. ¿De cuántas maneras se pueden elegir 4 tarjetas? De forma que:

10.1. No hay restricciones

Sabemos que: no se agrupan todos los elementos |A|=17, k=4; *no importa el orden en que se elijan las 4 tarjetas*; no se repiten las tarjetas. Por lo tanto, se trata de *Combinaciones sin repetición.*

$$C_{(17,4)} = \frac{17!}{4!(17-4)!} = 1190 \text{ maneras}$$

10.2. Todas sean rojas

Sabemos que: no se agrupan todos los elementos ya que hay 7 tarjetas rojas |A|=7, k=4; *no importa el orden en que se elijan las 4 tarjetas*; no se repiten las tarjetas. Por lo tanto, se trata de *Combinaciones sin repetición.*

$$C_{(7,4)}=\frac{7!}{4!(7-4)!} = 35 \text{ maneras}$$

10.3. Debe haber exactamente 2 blancas y 2 azules

Sabemos que: de las 4 tarjetas dos deben ser blancas y dos azules. Es decir, hay que elegir 2 blancas de un total de 6 tarjetas blancas y 2 azules de un total de cuatro tarjetas azules; *no importa el orden en que se elijan las 4 tarjetas*; no se repiten las tarjetas. Por lo tanto, se trata de *Combinaciones sin repetición.*

$$C_{(6,2)} \,.\, C_{(4,2)} = \frac{6!}{2!(6-2)!} \,.\, \frac{4!}{2!(4-2)!} = 90 \text{ maneras}$$

10.4. Debe haber exactamente 3 azules

Sabemos que: hay que elegir 4 tarjetas de las cuales 3 deben ser azules y la otra puede ser blanca o roja. Es decir, hay que elegir 3 azules de un total de 4 tarjetas azules y una tarjeta (blanca o roja) de un total de 13 tarjetas (blancas más rojas); *no importa el orden en que se elijan las 4 tarjetas*; no se repiten las tarjetas. Por lo tanto, se trata de *Combinaciones sin repetición.*

$$C_{(4,3)} \,.\, C_{(13,1)} = \frac{4!}{3!(4-3)!} \,.\, \frac{13!}{1!(13-1)!} = 52 \text{ maneras}$$

11. Hallar el valor de x sabiendo que $V'(x, 2) - V(x, 2) = 10$

$$V'(x, 2) - V(x, 2) = 10 \rightarrow x^2 - \frac{x!}{2!\,(x-2)!} = 10 \rightarrow$$

$$x^2 - \frac{x.\,(x-1).\,(x-2)!}{2!\,(x-2)!} = 10 \rightarrow x^2 - \frac{x.\,(x-1)}{2} = 10 \rightarrow$$

$$\frac{2x^2 - x.\,(x-1)}{2} = 10 \rightarrow 2x^2 - x.\,(x-1) = 20 \rightarrow 2x^2 - x^2 + x = 20 \rightarrow$$

$$x^2 + x = 20 \rightarrow x^2 + x - 20 = 0 \rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4.1.(-20)}}{2.1}$$

$\rightarrow x_1 = 4$; $x_2 = -5$

Como x debe ser un número Natural la respuesta correcta es 4.

Se deja para el estudiante hacer la verificación.