T P 04 Ej. 21-c

Obtener las ecuaciones del plano tangente y la recta normal a la gráfica de la función en el punto dado.

<u>SUGERENCIA:</u> Dada una función $z = f(x, y)$ definida en forma explícita, podemos redefinir a la misma como $F(x, y\,, z) = f(x, y) - z = 0$ (forma implícita) y luego proceder como en el ejercicio N°19 de este T.P.

Entonces:

<u>Ecuación del Plano Tangente:</u>

π: $\vec{\nabla}F(\vec{P}_0) \circ (\vec{P} - \vec{P}_0) = 0$

<u>Ecuación de la Recta Normal:</u>

$\mathbb{L}$: $\vec{\nabla}F(\vec{P}_0).t + \vec{P}_0$

$$\boldsymbol{z = f(x, y) = (x^2 + y^2).log(x^2 + y^2) \quad en \quad \vec{p}_0 = (1\,, 0)}$$

$F(x, y, z) = f(x, y) - z = (x^2 + y^2).log(x^2 + y^2) - z = 0$

$\vec{P}_0 = (x_0\,, y_0\,, f(x_0, y_0)) = (1\,, 0\,, f(1\,, 0)) = (1\,, 0\,, 0)$

$\boldsymbol{\vec{P}_0 = (1\,, 0\,, f(1\,, 0)) = (1\,, 0\,, 0)}$

$$\boldsymbol{\vec{\nabla}F(x, y, z) = \left(\frac{\partial F}{\partial x}, \frac{\partial F}{\partial y}, \frac{\partial F}{\partial z}\right)}$$
$$\boldsymbol{= (2.x.log[e.(x^2 + y^2)]\,; 2.y.log[e.(x^2 + y^2)]; -1)}$$

$\vec{\nabla}F(1\,, 0\,, 0) = (2.1.log[e.(1^2 + 0^2)]\,; 2.0.log[e.(1^2 + 0^2)]\,;\ -1\ ) \rightarrow$

$\boldsymbol{\vec{\nabla}F(1\,, 1\,, 3) = (2.log(e)\,; 0\,;\ -1)}$

Ecuación del Plano Tangente:

$\pi: \vec{\nabla}F(\vec{P}_0) \circ (\vec{P} - \vec{P}_0) = 0 \rightarrow$

$\pi: \vec{\nabla}F(1\ ,0\ ,0) \circ [(x\ ,y\ ,z) - (1\ ,0\ ,0)] = 0 \rightarrow$

$\pi: (2.log(e)\ ;0\ ;\ -1) \circ (x - 1\ ,y - 0\ ,z - 0) \rightarrow$

$\pi: 2.log(e).(x - 1) + 0.y - z = 0 \rightarrow$

$\pi: 2.log(e).x - 2.log(e) - z = 0$

$\boldsymbol{\pi}: \mathbf{2.}\boldsymbol{log(e).x - z} = \mathbf{2.}\boldsymbol{log(e)}$

Ecuación de la Recta Normal:

$\mathbb{L}: \vec{\nabla}F(\vec{P}_0).t + \ \vec{P}_0 \rightarrow$

$\mathbb{L}: \vec{\nabla}F(1\ ,0\ ,0).t + \ (1\ ,0\ ,0) \rightarrow$

$\mathbb{L}: (\mathbf{2.}\boldsymbol{log(e)}\ ;\mathbf{0}\ ;\ \mathbf{-1}).\boldsymbol{t} + (\mathbf{1}\ ,\mathbf{0}\ ,\mathbf{0})$