Curso Semipresencial de Álgebra y Geometría Analítica II – 2do Cuatrimestre 2017

Guía de Estudio Nº 6

- **Libro**: Álgebra Lineal. Una introducción moderna. (Poole, D.) **Capítulo 6**: Páginas**:** 303-320
- **Temas: Práctica 4** – Autovalores y autovectores de un endomorfismo y /o matriz. Diagonalización.

Guía de estudio y preguntas:

1. **Página 305**
   - ✓ Leer el comentario que figura al terminar el ejemplo 4.18 y observar las nuevas definiciones. (Multiplicidades).
   - ✓ En una matriz de $n\,x\,n$, cuál piensan que es la cantidad máxima de la multiplicidad algebraica de un eigenvalor? ¿Depende de cuántos eigenvalores distintos encuentren?
   - ✓ En una matriz de $n\,x\,n$, si la multiplicidad algebraica de un eigenvalor es k, qué sucederá con su multiplicidad geométrica? Podrá ser menor, igual o mayor? ¿Por qué?

2. **Página 307-308**
   - ✓ Leer el Teorema 4.18. Leer la demostración de ítem a). ¿qué pasaría si n fuera negativo, por ejemplo $n = -1$? ¿Qué valor no podría ser un eigenvalor de la matriz? ¿Por qué? Tratar de pensar en la demostración de esta propiedad imitando el ítem a) pero usando $n = -1$
   - ✓ Leer el Teorema 4.20. Relacionar con las preguntas más arriba sobre las distintas multiplicidades de un eigenvalor.

3. **Página 312**
   - ✓ Leer la definición de “Matrices semejantes”. Decidir, en el 1er comentario, cómo despeja la matriz A.

4. **Página 314**
   - ✓ Leer el teorema 4.23. Relacionar este resultado con el resultado del teorema 4.20. ¿Qué voy a poder decir sobre la matriz si tengo n autovalores distintos? ¿Qué pasará si tengo algunos repetidos (es decir, con multiplicidad algebraica mayor a 1? Podré llegar inmediatamente a la misma conclusión? ¿Por qué? ¿De qué dependerá?
   - ✓ ¿Cómo relaciona una matriz diagonalizable con la semejanza entre matrices? Si A es diagonalizable, será semejante a qué tipo de matriz? ¿Quién será D y quién será P? Relacionar la matriz P con una matriz de cambio de coordenadas. ¿De qué base a qué base estaría dada?
   - ✓ ¿Entonces, cuántos autovectores LI debo hallar de la matriz para decir si es diagonalizable? ¿Si encuentro menos, podré igualmente armar la matriz P?

5. **Página 315-317**
   - ✓ **Ejemplos recomendados: 4.25 , 4.26 y 4.27**
   - ✓ Leer el teorema 4.25 y comparar también con el ítem anterior.

6. **Página 318**
   - ✓ Leer el teorema 4.27 (teorema de diagonalización)
   - ✓ Observar que la cantidad de autovalores dados no es exactamente n. ¿Cómo es k respecto a n? ¿mayor o menor?
   - ✓ Respecto al ítem c, si la multiplicidad algebraica de un autovalor (es decir, la multiplicidad como raíz del polinomio carácterístico) es 2, qué dimensión puede llegar a tener el autoespacio asociado? ¿Y cuál es la dimensión que DEBE tener para ser A diagonalizable?

7. **Página 319-320**
   - ✓ Leer los ejemplos 4.28 y 4.29.
   - ✓ En el ejemplo 4.29, cómo halla A^{10}? ¿Podría hallarlo de la misma manera si A no fuera diagonalizable? Observar que A^{10} resulta diagonalizable ya que se puede escribir en semejanza con la matriz D^n que es una diagonal.
   - ✓ ¿Quiénes son los autovalores de A^{10}? ¿De qué matriz los saco? ¿Y los autovectores?