# Álgebra y Geometría analítica II

Primer cuatrimestre de 2020

# ¿Qué son los Generadores de un Subespacio y para qué me sirven?

Esta explicación servirá tanto para Generadores de un Subespacio como para Generadores de un Espacio Vectorial

**Ejemplo**:

Sea $S = \{(x, y, z) \in R^3 \ / \ x - 2y + z = 0\}$ subespacio de $R^3$

Preguntas:

¿Qué representa $S$ geométricamente?

Un plano que pasa por el origen

¿Cuántos vectores contiene $S$?

Infinitos

¿Cómo haría para poder escribir todos? ¿Podré dar algún o algunos representantes de los infinitos elementos que me permitan a partir de ellos, obtener a todos los elementos?

GENERADORES

# Generadores de un Espacio o Subespacio Vectorial

GENERADORES

Son vectores que pertenecen al subespacio, y que a partir de ellos, puedo obtener cualquier vector del Subespacio

A CUALQUIER VECTOR DEL SUBESPACIO, LO VOY A PODER ESCRIBIR (U OBTENER) COMO UNA COMBINACIÓN LINEAL DE SUS GENERADORES

**Ejemplo 1**:

Sea $S = \{(x, y, z) \in R^3 \ / \ x - 2y + z = 0\}$ subespacio de $R^3$

a) Dar 4 elementos de S

$\boxed{\vec{v} = (1; 0; -1)}$ $\boxed{\vec{u} = (0; 1; 2)}$ $\boxed{\vec{w} = (0; 0; 0)}$ $\boxed{\vec{t} = (1; 1; 1)}$

b) Los vectores dados, generan todo el subespacio S ?

¿A cualquier vector de S, lo podré escribir como combinación lineal de estos vectores?

# Generadores de un Espacio o Subespacio Vectorial

$$S = \{(x, y, z) \in R^3 \ / \ x - 2y + z = 0\}$$

$\vec{v} = (1; 0; -1)$ | $\vec{u} = (0; 1; 2)$ | $\vec{w} = (0; 0; 0)$ | $\vec{t} = (1; 1; 1)$

¿A cualquier vector de S, lo podré escribir como combinación lineal de estos vectores?

Vector genérico de S: $(x, y, z) \in R^3 \ / \ x = 2y - z \ \rightarrow \ \vec{x} = (2y - z; y; z)$

$$(2y - z; y; z) = \alpha_1.(1; 0; -1) + \alpha_2.(0; 1; 2) + \alpha_3.(0; 0; 0) + \alpha_4.(1; 1; 1)$$

$$\begin{cases} \alpha_1 + \alpha_4 = 2y - z \\ \alpha_2 + \alpha_4 = y \\ -\alpha_1 + 2\alpha_2 + \alpha_4 = z \end{cases}$$

# Generadores de un Espacio o Subespacio Vectorial

$$\begin{cases} \alpha_1 + \alpha_4 = 2y - z \\ \alpha_2 + \alpha_4 = y \\ -\alpha_1 + 2\alpha_2 + \alpha_4 = z \end{cases}$$

<u>Método de Gauss</u>:

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & 1 & 2y-z \\ 0 & 1 & 0 & 1 & y \\ -1 & 2 & 0 & 1 & z \end{array}\right) \xrightarrow[F3+F1\to F3]{} \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & 1 & 2y-z \\ 0 & 1 & 0 & 1 & y \\ 0 & 2 & 0 & 2 & 2y \end{array}\right) \xrightarrow[F3-2F2\to F3]{} \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & 1 & 2y-z \\ 0 & 1 & 0 & 1 & y \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$$

$rg\ A = 2\ , rg\ M = 2\ \ y\ \ n = 4$ → Sistema Compatible Indeterminado. Infinitas soluciones para los escalares de la combinación lineal.

¿A cualquier vector de S, lo puedo escribir como combinación lineal de estos vectores?

Si !

Los vectores dados generan todo el subespacio S

**Ejemplo 2**:

Sea $S = \{(x, y, z) \in R^3 \ / \ x - 2y + z = 0\}$ subespacio de $R^3$

a) Dar un conjunto generador de $S$

Vector genérico de S: $(x, y, z) \in R^3 \ / \ x = 2y - z \ \rightarrow \ \vec{x} = (2y - z; y; z)$

$\vec{x} \in S \Rightarrow \vec{x} = (2y - z; y; z)$

Separo en dos vectores, para separar las variables

$\vec{x} = (2y; y; 0) + (-z; 0; z)$

Extraigo los escalares para armar la combinación lineal

$\vec{x} = y.(2; 1; 0) + z.(-1; 0; 1)$

A cualquier vector de S, lo puedo escribir como combinación lineal de estos vectores $(2; 1; 0)$ y $(-1; 0; 1)$

# Generadores de un Espacio o Subespacio Vectorial

A cualquier vector de $S$, lo puedo escribir como combinación lineal de estos vectores $(2; 1; 0)$ y $(-1; 0; 1)$

Con los vectores $(2; 1; 0)$ y $(-1; 0; 1)$ me puedo generar todos los vectores de $S$

$$S = gen\,\{(2; 1; 0),(-1; 0; 1)\}$$

## DEFINICIÓN: Generadores de un Subespacio

Los generadores de un subespacio son vectores que pertenecen a él, y que a partir de combinaciones lineales entre ellos, puedo obtener cada uno de los infinitos elementos del mismo