T P 10Ej3

a) Hallar la solución general de la siguiente ecuación diferencial de primer orden homogénea.

$$y' + \frac{1}{1+x^2} \cdot y = 0$$

Recordemos que cualquier solución de la ecuación $y' + P_{(x)} \cdot y = 0$es de la forma

$$y_{(x)} = k \cdot e^{-\int P_{(x)} dx}$$

Tenemos entonces que

$$P_{(x)} = \frac{1}{1+x^2}$$

Y por lo tanto, la solución buscada es

$$y_{(x)} = C \cdot e^{-\int \frac{1}{1+x^2} dx}$$

Sabemos que $\int \frac{1}{1+x^2} dx = arctan(x)$

Entonces

$$y_{(x)} = C \cdot e^{-arctan(x)}$$

Es la solución general de la ecuación diferencial.

$$y' = C\, e^{-\arctan(x)} (-\frac{1}{1+x^2})$$

$$y' = -C\, e^{-\arctan(x)} \left(\frac{1}{1+x^2}\right)$$

$$y' + \frac{1}{1+x^2} \cdot y = 0$$

$$-C\, e^{-\arctan(x)} \left(\frac{1}{1+x^2}\right) + \frac{1}{1+x^2} \cdot C \cdot e^{-arctan(x)} = 0$$

Se verifica el resultado de la solución general