

T P 04 Ej. 15

Si la función f no es diferenciable en P , ¿es lícito utilizar el gradiente para calcular las derivadas direccionales?

Estudiar el caso para la función:

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy^2}{x^2+y^4} & \text{si } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{si } (x, y) = (0, 0) \end{cases} \quad \text{en el punto } (0, 0)$$

Comparar con el ejercicio 7.

Res:

Calculamos el gradiente $\nabla f(x, y)$ en $(0, 0)$ por definición ya que no es posible usar la derivada por reglas

$$\frac{\partial f(0, 0)}{\partial x} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{h \cdot 0^2}{h^2 + 0^4} - 0}{h} = 0 = \frac{\partial f(0, 0)}{\partial y}$$

Luego

$$\nabla f(0, 0) = (0, 0)$$

Si usamos el gradiente para calcular las derivadas direccionales, estas darán cero.

$$f_{\vec{v}}(0, 0) = \nabla f(0, 0) \cdot \vec{v} = (0, 0) \cdot (a, b) = 0$$

Como en el ejercicio 7 vimos que sí tiene derivadas direccionales y conseguimos la expresión para cada una de ellas, dependiendo del vector \vec{v} , es que lo hecho anteriormente con el gradiente es incorrecto ya que lo estamos aplicando en una función que no es continua en $(0, 0)$, y por ende no es diferenciable en $(0, 0)$.

Por lo tanto, en funciones no diferenciables, no es lícito utilizar el gradiente para calcular derivadas direccionales; se deben calcular aplicando la definición de derivadas direccionales.