EJ 2. PÁG. 9 (EJERCICIOS ADICIONALES)

$P_2[\mathbb{R}]$

$B = \{x^2-1,\ 2x+x^2,\ 1\}$

$B' = \{v_1',\ v_2',\ v_3'\}$

$C_{BB'} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

a) hallar B'

$[x^2-1]_{B'} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\quad a''x^2+b''x+c''$

$x^2-1 = -1\, v_1' + 2\, v_2' + 1\, v_3'$

$v_1' \to ax^2+bx+c$, $\quad v_2' \to a'x^2+b'x+c'$

$C_{B'B} = \left([v_1']_B \mid [v_2']_B \mid [v_3']_B \right) = C_{BB'}^{-1}$

$C_{B'B} = \frac{1}{\det C_{BB'}} \cdot \operatorname{adj} C_{BB'} = \frac{1}{1} \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ -1 & 3 & -1 \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -1 & -2 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$

$\det C_{BB'} = -1 \cdot 0 + 1 \cdot 1 = 1$

$C_{B'B} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -1 & -2 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix} \to [v_1']_B = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ verificar $C_{BB'} \cdot C_{B'B} = I$

$v_1' = 0(x^2-1) - 1(2x+x^2) + 1(1)$

$v_1' = -2x - x^2 + 1$

$v_1' = -x^2 - 2x + 1$

$v_2' = 1(x^2-1) - 2(2x+x^2) + 1 \cdot 1$

$v_2' = x^2 - 1 - 4x - 2x^2 + 1$; $v_2' = -x^2 - 4x$

$v_3' = -1(x^2-1) + 3(2x+x^2) - 1 \cdot 1$

$v_3' = -x^2 + 1 + 6x + 3x^2 - 1$; $v_3' = 2x^2 + 6x$

$B' = \{-x^2 - 2x + 1,\ -x^2 - 4x,\ 2x^2 + 6x\}$

b) $z = 3v_1' - v_2' + 2v_3'$ $\quad [z]_{B'} = ?$

PROC. 1
- hallar z
- coord. en B

PROC. 2

$C_{B'B} \cdot [z]_{B'} = [z]_B$

$\begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -1 & -2 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix}$

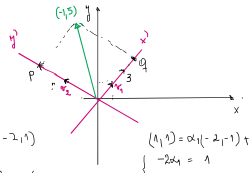
5) pág 6

a) $B_1 = \{(1,1);\ (-2,1)\}$ $\quad v_1,\ v_2$

$B_2 = \{(-2,-1);\ (0,3)\}$

$v = (-1,5)$

$[v]_{B_1} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix}$



$(-1,5) = \alpha(1,1) + \beta(-2,1)$

$\begin{cases} \alpha - 2\beta = -1 \\ \alpha + \beta = 5 \end{cases} \to -3\beta = -6$

$\beta = 2$

$\alpha = 3$

$[v]_E = \begin{pmatrix} -1 \\ 5 \end{pmatrix}$

$(1,1) = \alpha_1(-2,-1) + \beta_1(0,3)$

$\begin{cases} -2\alpha_1 = 1 \\ -\alpha_1 + 3\beta_1 = 1 \end{cases}$

$\alpha_1 = -\frac{1}{2}$; $\beta_1 = \frac{1 + \left(-\frac{1}{2}\right)}{3} = \frac{1}{2} : 3$

$\beta_1 = \frac{1}{6}$

GRAFICAMENTE:

1) Graficar ejes x e y.
2) Graficar v_1 y v_2. Al prolongar sus direcciones obtenemos x' e y'.
3) Graficar $v = (-1,5)$
4) Apoyando la regla en x', desplazarla hasta encontrar el extremo de v. Marcar el punto P donde la recta corta a y'.
5) Apoyando la regla en y', desplazarla hasta encontrar el extremo de v. Marcar el punto Q donde la recta corta a x'.
6) Las unidades obtenidas hasta x' indican las coordenadas α.
7) Las " " " y' " " " β.

b) $v = -\frac{1}{3}v_1 - 4v_2$

$[v]_{B_2} = ?$

$C_{B_1B_2} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & 1 \\ \frac{1}{6} & \frac{2}{3} \end{pmatrix}$

$(-2,1) = \alpha_2(-2,-1) + \beta_2(0,3)$

$\begin{cases} -2\alpha_2 = -2 \\ -\alpha_2 + 3\beta_2 = 1 \end{cases}$; $\alpha_2 = 1$; $-1 + 3\beta_2 = 1$

$3\beta_2 = 2$

$\beta_2 = \frac{2}{3}$

$C_{B_1B_2} \cdot [v]_{B_1} = [v]_{B_2}$

$\begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & 1 \\ \frac{1}{6} & \frac{2}{3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\frac{1}{3} \\ -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{23}{6} \\ -\frac{49}{18} \end{pmatrix}$

$\frac{1}{6} - 4 = \frac{1}{6} - \frac{24}{6}$

$-\frac{1}{18} - \frac{8}{3} = \frac{-1-48}{18} =$