

Resolución TP3:

Ejercicio 1 - g

Calcular el limite doble para $\lim_{(x,y) \rightarrow (1,0)} (x-1)\text{sen}\left(\frac{1}{y}\right)$ usando propiedades:

Para empezar:

- Al tratarse de una función de 2 variables $f(x, y)$ el limite existe si existen tanto por derecha, izquierda, y el resto de las infinitas direcciones y trayectorias.
- El postulado anterior se comprueba usando propiedades de limite sustentadas por la definicion de limite.
- El postulado anterior se refuta con solo encontrar un caso en que el limite de un valor distinto.

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (1,0)} (x-1)\text{sen}\left(\frac{1}{y}\right)$$

Se resuelve con la Propiedad:

$$1. \quad \lim_{(x,y) \rightarrow (x_0,y_0)} 0 \cdot \overbrace{[a,b]}^{\substack{\text{funcion de} \\ \text{imagen} \\ \text{acotada}}} = 0$$

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (1,0)} (x-1)\text{sen}\left(\frac{1}{y}\right) \simeq \rightarrow 0 \cdot \text{sen}(\rightarrow \infty)$$

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (1,0)} (x-1)\text{sen}\left(\frac{1}{y}\right) \simeq \rightarrow 0 \cdot \rightarrow [-1,1]$$

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (1,0)} (x-1)\text{sen}\left(\frac{1}{y}\right) = 0$$

NO Se resuelve con la Propiedad:

$$\begin{aligned} \lim_{(x,y) \rightarrow (x_0,y_0)} g(x) \cdot h(y) &= \lim_{x \rightarrow x_0} g(x) \lim_{y \rightarrow y_0} h(y) \\ \text{ya que } \lim_{x \rightarrow x_0} g(x) &, \lim_{y \rightarrow y_0} h(y) \text{ deberían existir} \\ \lim_{x \rightarrow x_0} g(x) &= \lim_{x \rightarrow 1} (x-1) = 0 \\ \lim_{y \rightarrow y_0} h(y) &= \lim_{y \rightarrow 0} \operatorname{sen}\left(\frac{1}{y}\right) \simeq [-1,1] \rightarrow \text{no existe } \lim_{y \rightarrow 0} \operatorname{sen}\left(\frac{1}{y}\right) \end{aligned}$$

Por lo tanto:

$$\text{no existe } \lim_{y \rightarrow 0} \operatorname{sen}\left(\frac{1}{y}\right) \rightarrow \lim_{(x,y) \rightarrow (x_0,y_0)} g(x) \cdot h(y) = \lim_{x \rightarrow x_0} g(x) \lim_{y \rightarrow y_0} h(y)$$

no es una propiedad valida

Sin embargo es una propiedad adecuada

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (x_0,y_0)} 0 \cdot \overbrace{[a,b]}^{\substack{\text{funcion de} \\ \text{imagen} \\ \text{acotada}}} = 0$$