Resolución TP4:

Ejercicio 21-a

Calcular la ecuación del plano tangente y la recta normal para la función: $f(x,y) = x^2 + 2y^3$ en $P = (1,1)$

Herramientas:

- Si $F(x,y,z)$ es Diferenciable $\nabla F(A)$es perpendicular a la superficie de nivel a la que pertenece A
- Se puede fabricar $F(x,y,z) = x^2 + 2y^3 - z$, sabiendo que $z = f(x,y)$y estaríamos trabajando con la curva de nivel k_0: $F(x,y,z) = 0$ ya que $f(x,y) - z = 0$
    - Se debe considerar que $z = f(P) = 3$ lo que deja en evidencia que el punto a usar con $F(x,y,z)$ se trata de $A = (1,1,3)$
- De un vector normal a un plano podemos obtener su ecuación mediante: $\vec{v} \cdot \vec{x} = \vec{v} \cdot P$. Siendo $\vec{x} = (x,y,z)$ generico.
- Se puede fabricar una recta con la ecuación $r(t) = P + t\vec{v}$

Resolviendo:

$$\nabla F(x,y,z) = (2x, 6y^2, -1)$$
$$\nabla F(A) = (2 * 1, 6 * (1)^2, -1) = (2,6,-1)$$

Plano tangente en A.

$$\Pi_A: \nabla F(A) \cdot \vec{x} = \nabla F(A) \cdot A$$
$$\Pi_A: \nabla F(A) \cdot (x,y,z) = \nabla F(A) \cdot A$$
$$\Pi_A: (2,6,-1) \cdot (x,y,z) = (2,6,-1) \cdot (1,1,3)$$
$$\Pi_A: 2\mathrm{x} + 6\mathrm{y} - \mathrm{z} = 2 + 6 - 3$$
$$\Pi_A: 2\mathrm{x} + 6\mathrm{y} - \mathrm{z} = 5$$
$$\Pi_A: \mathrm{z} = -5 + 2\mathrm{x} + 6\mathrm{y}$$

Recta normal en A

$$\mathrm{R}_A(t) = A + t\nabla F(A)$$
$$\mathrm{R}_A(t) = (1,1,3) + t(2,6,-1)$$
$$\mathrm{R}_A(t) = (1 + 2t, 1 + 6t, 3 - t)$$