Resolucion TP5:

Ejercicio 3 - b

Tomando $F(x,y) = sen(x) + \cos(y) + 2y - \pi = 0$ Determinar si la ecuación dada define una función implícita $y = f(x)$ en $P = (0, \frac{\pi}{2})$y si es así calcular su derivada.

Herramientas:

- Se deben cumplir las 3 condiciones del teorema para $F(x,y) = 0$ e $y = f(x)$
  - $P \epsilon F(x,y) = 0$
  - Las derivadas F_x y F_y son continuas en el entorno del punto.
  - $F_y(P) \neq 0$
- Si se cumple TFI entonces existe $y = f(x)$ y vale $f_x(x_0) = -\frac{F_x(P)}{F_y(P)}$

Para empezar:

- Evidentemente $sen(x) + \cos(y) + 2y - \pi = 0$ no es algo que se pueda despejar. No es explicita.

Resolviendo para $F(x,y) = sen(x) + \cos(y) + 2y - \pi$ en $P = (0, \frac{\pi}{2})$

- $¿P \epsilon F(x,y) = 0?$

$$sen(x) + \cos(y) + 2y - \pi = 0$$
$$sen(0) + \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) + 2\frac{\pi}{2} - \pi = 0$$
$$0 + 0 + \pi - \pi = 0$$

Se cumple el primer enunciado.

- ¿Son F_x y F_y continuas en R^2?

$$F_x = \cos(x)$$
$$F_y = -sen(y) + 2$$

Al ser funciones trigonométricas son continuas y se cumple el segundo enunciado.

- $¿F_y(P) \neq 0?$

$$F_y(\mathrm{P}) = -sen\left(\frac{\pi}{2}\right) + 2 = -1 + 2 = 1$$

Al ser $F_y(\mathrm{P}) = 1$ se cumple el tercer enunciado.

Se cumple TFI por lo tanto existe $y = f(x)$ y vale $f_x(x_0) = -\frac{F_x(P)}{F_y(P)}$

$$f_x(x_0) = -\frac{F_x(P)}{F_y(P)}$$

$$f_x(0) = -\frac{F_x\left(0, \frac{\pi}{2}\right)}{1}$$

$$f_x(0) = -\frac{\cos(0)}{1}$$

$$f_x(0) = -\frac{1}{1}$$

$$f_x(0) = -1$$