

Resolución TP10:

Ejercicio 3 - a

Parametrizar la superficie de la grafica del paraboloide de ecuación $z = x^2 + y^2$ usando coordenadas cartesianas y polares.

Resolviendo:

Lo primero que se tiene que tener en cuenta es que para parametrizar una superficie se debe considerar el uso de 2 variables.

En el caso de coordenadas cartesianas:

$$\Phi(u, v) = (x(u, v), y(u, v), z(u, v))$$

Podemos describir

$$x = u$$

$$y = v$$

Por lo tanto

$$z = x^2 + y^2 = u^2 + v^2$$

Finalmente:

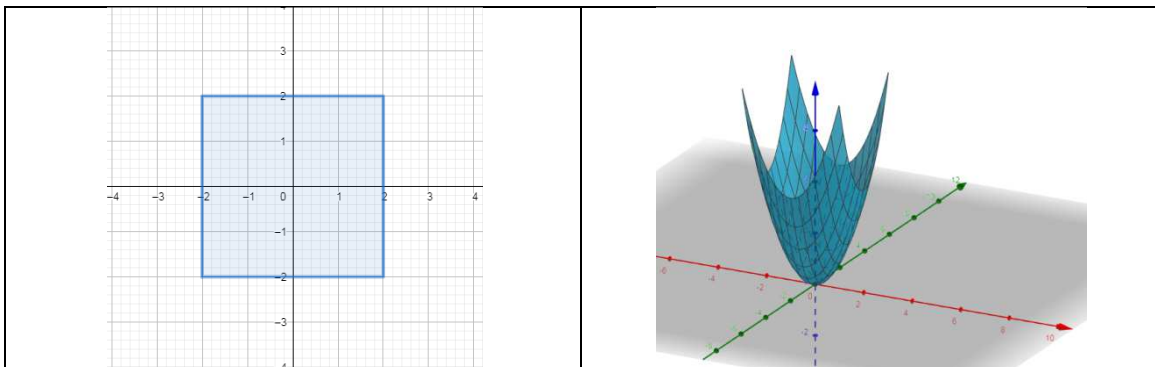
$$\Phi(u, v) = (u, v, u^2 + v^2)$$

Dado que x e y tienen una equivalencia directa con u y v , es equivalente utilizar nuestras variables originales, no siempre estamos obligados a usar u y v .

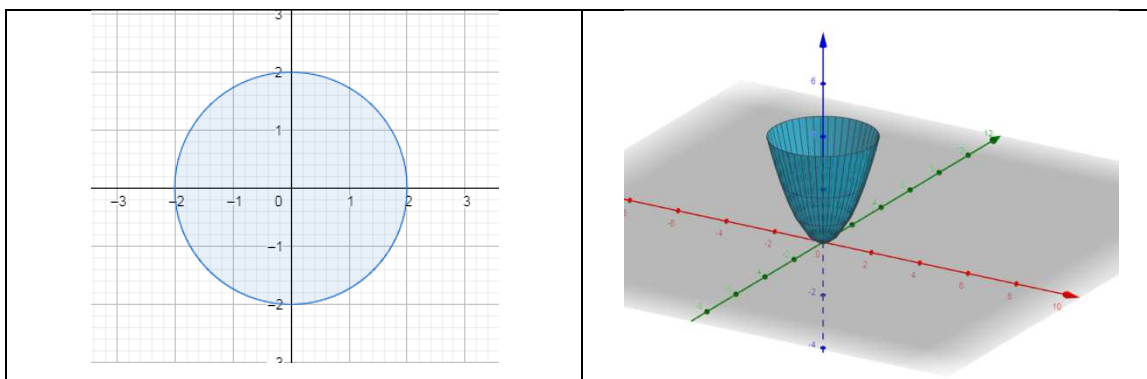
$$\Phi(x, y) = (x, y, x^2 + y^2)$$

Probemos graficarlo en varios dominios:

$$Dom\Phi = [-2, 2] \times [-2, 2]$$



$$\text{Dom}\Phi = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 / x^2 + y^2 \leq 4\}$$



En el caso de coordenadas polares:

$$\Phi(r, \alpha) = (x(r, \alpha), y(r, \alpha), z(r, \alpha))$$

Podemos describir

$$x = r \cos(\alpha)$$

$$y = r \sin(\alpha)$$

Por lo tanto

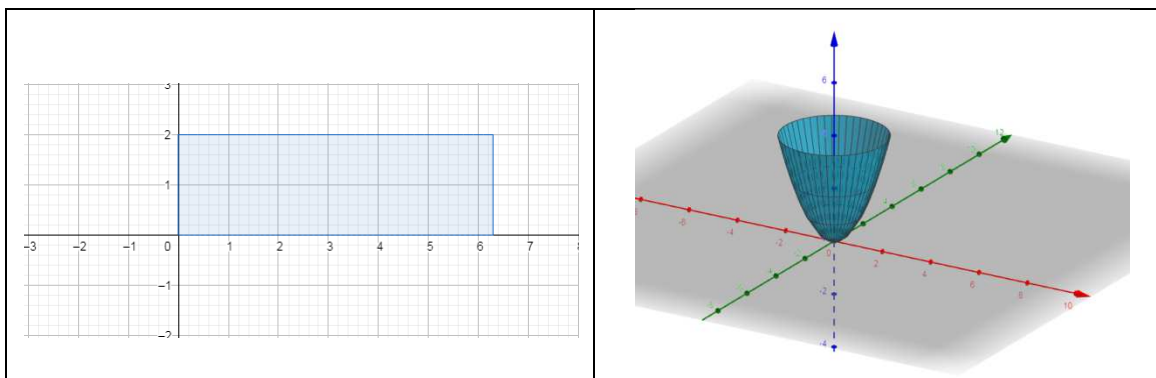
$$z = x^2 + y^2 = r^2 \cos^2(\alpha) + r^2 \sin^2(\alpha) = r^2$$

Finalmente:

$$\Phi(r, \alpha) = (r \cos(\alpha), r \sin(\alpha), r^2)$$

Probemos graficarlo en varios dominios:

$$\text{Dom}\Phi = [0,2] \times [0,2\pi]$$



$$\text{Dom}\Phi = [0,2] \times [0,2\pi]$$

