ALGEBRA Y GEOMETRÍA ANALÍTICA I-

MÓDULO 5- TRANSFORMACIONES LINEALES – SEGUNDA CLASE

EJERCITACIÓN COMPLEMENTARIA

1) En cada uno de los siguientes casos, determinar si hay una transformación lineal, única o no, que satisfaga las condiciones dadas, y hallar su expresión:

a) f: $R^3 \to R^3$
f((1,1,1)) = (1,-1,2)
f((0,1,1))=(2,1,1)
f((0,0,1))=(1,-1,2)

b) f: $R^4 \to R^2$
f((1,1,1,0) =(1,2)
f((0,1,1,1)) = (0,1)
f((0,0,1,-1)) =(1,0)
f((1,-1,2,1)) =(1,1)

a) c) f: $R^3 \to R^3$
f((1,2,-1))=(1,-1,0)
f((0,1,3))=(0,0,2)

f: $R^2 \to R^3$
f((1,0))=(1,2,-1)
f((1,1))=(0,-1,2)
f((2,3))=(4,-2,1)

b) f: $R^2 \to R^3$
f((1,-1))=(0,1,2), f((1,1))=(2,-1,0), f((1,0))=(1,0,1)

2) Usar el teorema de la dimensión para calcular la dimensión del núcleo de las siguientes transformaciones lineales:

a) f: $R^4 \to R^3$/ f$((x_1, x_2, x_3, x_4)) = (x_1 + x_2 + x_3, x_2 + x_3 + x_4, x_1 - x_4)$

b) f: $R^3 \to R^4$/f$((x_1, x_2, x_3, x_4)) = (x_1 + x_2 + x_3, x_2 + x_3 + x_4, x_1 - 2x_4)$

3) Determinar las dimensiones del núcleo y la imagen en los siguientes casos:

a) f: $R^2 \to R^4$, f monomorfismo.

b) f: $R^4 \to R^2$, f epimorfismo.

c) f: $R^5 \to R^5$, f isomorfismo.

d) f: $R^4 \to R^4$, f(x) = 0 $\forall x \in R^4$

4) Sea $M = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 & 0 \\ 0 & -1 & 5 & 0 \\ 0 & 2 & 2 & 0 \end{pmatrix}$ la matriz de una t.l. f: $R^4 \to R^3$.

a) Calcule una base del Nu(f).

b) Clasificar la T.L.

c) ¿$(1;1;1) \epsilon\ Im(f)$?

5) Sea $M = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ la matriz de una t.l. f: $R^5 \to R^3$.

a) Calcule $f((1;0;-1;0;1))$.

b) Calcule una base de la Im(f).

c) Clasificar la T.L

6) Sea $T: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^{2x2}$ tal que: $T((x;y)) = \begin{pmatrix} x & x+y \\ x-y & y \end{pmatrix}$

Clasificar la transformación lineal.

7) Sea $T: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ tal que: $T(v_1) = (1;1)$,$T(v_2) = w_2,\ T(v_3) = w_3$

Indicar dos vectores $w_2, w_3 \in \mathbb{R}^2$ tal que la transformación lineal:

a) Sea un epimorfismo.
b) No sea un epimorfismo.

Para cada uno de los casos anteriores, ¿puede T ser monomorfismo?, ¿puede T ser isomorfismo? Justificar. Dar un ejemplo de una transformación $F: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ que sea isomorfismo. Justificar.

8) Sea f: $R^3 \to R^4$ dada por $f(x_1, x_2, x_3) = (2x_1 - x_2; -x_2 + 2x_3; -x_1 + x_2 - x_3; 2x_2 - 4x_3)$.

a) Hallar la matriz M(f) asociada a la transformación y a partir de ella bases del núcleo y de la imagen.

b) Clasificar f y demostrar que es una transformación lineal.

c) Suministre un vector $\vec{v} \neq (1;0;0)$ que satisfaga la condición $f(\vec{v})$ = f(1; 0; 0). *Justifique*.

9) La transformación lineal **f**: $R^2 \to R^3$ tiene asociada la siguiente matriz:

M(f) = $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$

a) Establezca la expresión de f.

b) Determine bases de Nu(f) y de Im(f) y clasifique a f.

c) Hallar todos los **k**∈R que verifiquen f(**k**, 1) = $\begin{pmatrix} 5 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$.

10) Se tiene la TL. f: $\mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^4$ que verifica:

f(2, 0) = (–2; 2; 0; 6)   y   f(2, –1) = (–4; 2; 1; 6)

a) Utilizando propiedades de TL halle la expresión de f y su matriz asociada M(f).

b) Hallar Nu(f) e Im(f) y clasificar a la TL.

c) Hallar todos los **v** εR^2 para los cuales se verifica que f(**v**) = f(–1; 0).