

Guía de Estudio Nº 8

- **Libro:** Álgebra Lineal. Una introducción moderna. (Poole, D.) **Capítulo 5:** Páginas: 380-384 y 399-403
- **Temas:** **Práctica 5** – Espacios euclídeos (o con producto interno). Bases ortonormales – Gram-Schmidt

Guía de estudio y preguntas:

Vamos a ver algunas definiciones en R^n . Estas mismas definiciones valen para espacios con producto interno no usual.

1. Página 380

- ✓ Leer la definición de un conjunto ortogonal. Leer el ejemplo 5.1 para comprender esta definición.
- ✓ Leer el teorema 5.1. Entender la demostración y tratar de explicar los pasos.
- ✓ Usando este teorema, si estuviera en R^3 , con el producto interno usual (producto escalar) y tuviera el conjunto de vectores del ejemplo 5.1, podría asegurar que ese conjunto es una base?

2. Página 381-382

- ✓ Leer la definición de Base ortogonal. ¿Podemos decir que la base canónica de R^n es ortogonal con el producto interno usual? ¿Qué pasaría si usáramos otro producto interno? Decidir si la base canónica de R^2 es o no ortogonal usando el producto interno definido en el ejemplo 7.2 de la página 554, para responder la pregunta.
- ✓ **Ejemplo recomendado: Ejemplo 5.3**

3. Página 382

- ✓ Leer el teorema 5.2. ¿Qué ventaja proporciona este teorema acerca de encontrar las coordenadas de un vector en una base, si la base es ortogonal?. En la demostración del teorema, explica cómo halla esa fórmula.

4. Página 383-384

- ✓ Leer la definición de base ortonormal de un espacio. ¿Qué similitud y qué diferencia tiene con una base ortogonal? La base canónica de R^n sería una base ortonormal del espacio usando el producto interno usual? ¿y si usara otro producto interno? (Como por ejemplo el del ejemplo 7.2 de la página 554?)
- ✓ **Ejemplos recomendados: Ejemplos 5.5 y 5.6**
- ✓ ¿Qué debo hacer para obtener una base ortonormal de un espacio si ya tengo dada una base ortogonal del mismo?
- ✓ Teniendo en cuenta lo que dice el Teorema 5.2 sobre las coordenadas de un vector en una base ortogonal, cómo serían las coordenadas si la base fuera ortonormal? Corroborar la respuesta con el Teorema 5.3 en página 384.

5. Página 399-400

- ✓ Leer lo que dice en “Proceso de Gram-Schmidt”. Esto me da una idea de que siempre, en cualquier espacio, podré conseguir una base ortogonal del mismo.
- ✓ Leer el ejemplo 5.12. ¿Cómo se crea al primer vector de la nueva base ortogonal? ¿Cómo se genera al segundo?
- ✓ Leer el comentario que figura en el ejemplo y tratar de armar la base suponiendo que toma como 1er vector al x_2 .
- ✓ Leer el Teorema 5.15 donde explica el Método en general, para cualquier base en cualquier espacio.
- ✓ **Ejemplos recomendados: Pág. 401-403: Ejemplos 5.13 y 5.14.**

El Proceso de Gram-Schmidt se puede utilizar en cualquier espacio con producto interno (polinomios, matrices..etc). Consejo: Tomar ejercicios de la práctica donde pidan bases ortogonales de estos espacios y practicar en espacios que no sean R^n .