Resolución TP5:

Ejercicio 5-b

Tomando $F(x,y,z,u) = x^2 + y^2 + z^2 + u^2 - 4 = 0$ Determinar si la ecuación dada define una función implícita $u = f(x,y,z)$ en el punto $P = (1,1,1,1)$ y si es así calcular sus derivadas parciales.

Herramientas:

- Se deben cumplir las 3 condiciones del teorema para $F(x,y,z,u) = 0$ e $u = f(x,y,z)$
  - $P \epsilon F(x,y,z,u) = 0$
  - Las derivadas F_x F_y F_z y F_u son continuas en el entorno del punto.
  - $F_u(P) \neq 0$
- Si se cumple TFI entonces existe $u = f(x,y,z)$ en P y sus derivadas son:
  - $f_x(x_0,y_0,z_0) = -\frac{F_x(P)}{F_u(P)}$
  - $f_y(x_0,y_0,z_0) = -\frac{F_y(P)}{F_u(P)}$
  - $f_z(x_0,y_0,z_0) = -\frac{F_z(P)}{F_u(P)}$

Resolviendo:

- $¿F(P) = 0?$

$$x^2 + y^2 + z^2 + u^2 - 4 = 0$$
$$1^2 + 1^2 + 1^2 + 1^2 - 4 = 0$$
$$4 - 4 = 0$$

Se cumple el primer enunciado.

- ¿Son F_x , F_y, F_z y F_u continuas en $E(P)$?

$$Dom(F) = \mathbb{R}^4$$

$$F_x = 2x$$
$$F_y = 2y$$
$$F_z = 2z$$
$$F_u = 2u$$

Son funciones lineales continuas en $\mathbb{R}^4$ y se cumple el segundo enunciado.

- $¿F_u(P) \neq 0?$

$$F_u(\mathrm{P}) = 2 \cdot 1$$
$$F_u(P) = 2$$

Al ser $F_u(P) = 2$ se cumple el tercer enunciado.

Se cumple TFI por lo tanto existe $u = f(x,y,z)$ en P y sus derivadas son:

- $f_x(x_0, y_0, z_0) = -\frac{F_x(P)}{F_u(P)}$
- $f_y(x_0, y_0, z_0) = -\frac{F_y(P)}{F_u(P)}$
- $f_z(x_0, y_0, z_0) = -\frac{F_z(P)}{F_u(P)}$

$F_x = 2x \rightarrow$ $\quad F_x(\mathrm{P}) = 2 \cdot 1 = 2$

$F_y = 2y \rightarrow$ $\quad F_y(\mathrm{P}) = 2 \cdot 1 = 2$

$F_z = 2z \rightarrow$ $\quad F_z(\mathrm{P}) = 2 \cdot 1 = 2$

$F_u = 2u \rightarrow$ $\quad F_u(P) = 2$

$$f_x(1,1,1) = -\frac{F_x(P)}{F_u(P)}$$
$$f_x(1,1,1) = -\frac{2}{2}$$
$$f_x(1,1,1) = -1$$

$$f_y(1,1,1) = -\frac{F_y(P)}{F_u(P)}$$
$$f_y(1,1,1) = -\frac{2}{2}$$
$$f_y(1,1,1) = -1$$

$$f_z(1,1,1) = -\frac{F_z(P)}{F_u(P)}$$
$$f_z(1,1,1) = -\frac{2}{2}$$
$$f_z(1,1,1) = -1$$