T P 04 Ej. 14-d

Empleando el gradiente, calcular las derivadas direccionales, y en cada caso indicar cuál es la dirección de máximo crecimiento de las funciones dadas en los puntos indicados.

$$\boldsymbol{f(x,y,z) = e^{x.y.z}.\sin(x.z) \quad en\ \ P_0 = (0,1,0)\ en\ la\ direcci\acute{o}\ \vec{v} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}};0;\frac{-1}{\sqrt{2}}\right)}$$

Para una explicación detallada de cada uno de los pasos referirse al ejercicio 14-a

A simple vista se puede apreciar que la $\|\vec{v}\| = 1 \ \therefore$

Por lo tanto, emplearemos la expresión:

$$\frac{\partial f}{\partial \breve{v}}(x_0,y_0,z_0) = \dot{f_v}(x_0,y_0,z_0) = \vec{\nabla} f(x_0,y_0,z_0) \circ \breve{v}$$

Ahora bien:

$$\vec{\nabla} f(x,y,z) = \left(\frac{\partial f}{\partial x},\frac{\partial f}{\partial y},\frac{\partial f}{\partial z}\right) \rightarrow$$

$$\boldsymbol{\frac{\partial f}{\partial x}(x,y,z) = y.z.e^{x.y.z}.\sin(x.z) + z.e^{x.y.z}.\cos(x.z)}$$

$$\frac{\partial f}{\partial x}(0\,,1\,,0) = 1.0.e^{0}.\sin(0) + 0.e^{0}.\cos(0) \quad \rightarrow$$

$$\boldsymbol{\frac{\partial f}{\partial x}(0\,,1\,,0) = 0}$$

$$\boldsymbol{\frac{\partial f}{\partial y}(x,y,z) = x.z.e^{x.y.z}.\sin(x.z)}$$

$$\frac{\partial f}{\partial y}(0\,,1\,,0) = 0.e^{0}.\sin(0) \quad \rightarrow$$

$$\frac{\partial f}{\partial y}(\mathbf{0}\,,\mathbf{1}\,,\mathbf{0}) = \mathbf{0}$$

$$\frac{\partial f}{\partial z}(x, y, z) = x.\,y.\,e^{x.y.z}.\,\mathbf{sin}(x.\,z) + x.\,e^{x.y.z}.\,\mathbf{cos}(x.\,z)$$

$$\frac{\partial f}{\partial z}(0\,,1\,,0) = 0.\,e^{0}.\sin(0) + 0.\,e^{0}.\cos(0) \quad \rightarrow$$

$$\frac{\partial f}{\partial z}(\mathbf{0}\,,\mathbf{1}\,,\mathbf{0}) = \mathbf{0}$$

Finalmente:

$$\vec{\nabla} f(\mathbf{0}\,,\mathbf{1}\,,\mathbf{0}) = (\mathbf{0}\,,\mathbf{0}\,,\mathbf{0})$$

Como se puede apreciar, el gradiente de la función evaluado en el punto P_0 nos da el vector nulo de R^3.

Estos nos indican que estamos en presencia de un punto estacionario. El mismo, ya se verá en los temas siguientes, puede corresponderse con un punto Máximo, Mínimo o Punto de ensilladura (una especie de analogía con el punto de inflexión en las gráficas en R^2).