T P 04 Ej. 12-a

Determinar el vector gradiente de la siguiente función en los puntos indicados.

$$\boldsymbol{f(x,y) = y^x \quad en \quad (2,2)}$$

Para resolver este ejercicio debemos recordar que el vector gradiente, es un vector que tiene como componentes a las derivadas parciales de la función con respecto a cada una de las variables que la componen.

Es decir:

Sí $f(x_1, x_2, x_3, \dots., x_n)$, entonces, $\vec{\nabla}\boldsymbol{f(x_1, x_2, \dots., x_n)} = \left(\boldsymbol{\frac{\partial f}{\partial x_1}, \frac{\partial f}{\partial x_2}, \dots, \frac{\partial f}{\partial x_n}}\right)$.

Sabiendo que: $\vec{\nabla} f(x,y) = \left(\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}\right)$

Derivando con respecto a x, tenemos:

Como la función en cuestión es una exponencial, entonces aplicamos la función logaritmo natural a ambos miembros:

$Ln[f(x,y)] = Ln(y)^x \ \rightarrow por\ propiedades\ de\ los\ logarítmos$

$L[f(x,y)] = x.Ln(y) \ \rightarrow derivando\ ambos\ miembros\ con\ respecto\ a\ "x"$

$$\frac{1}{f(x,y)} \cdot \frac{\partial f}{\partial x} = 1.Ln(y) + x.0$$

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = f(x,y)\ .Ln(y)$$

$$\boldsymbol{\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = \ Ln(y).y^x}$$

Derivando con respecto a “y”, tenemos:

$$Ln[f(x,y)] = Ln(y)^{x} \ \rightarrow por\ propiedades\ de\ los\ logarítmos$$

$$L[f(x,y)] = x.Ln(y) \ \rightarrow derivando\ ambos\ miembros\ con\ respecto\ a\ "x"$$

$$\frac{1}{f(x,y)}.\frac{\partial f}{\partial y} = 0.Ln(y) + x.\frac{1}{y}$$

$$\frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = f(x,y).\frac{x}{y}$$

$$\boldsymbol{\frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = \frac{x}{y}.y^{x}}$$

Finalmente:

$$\boldsymbol{\vec{\nabla} f(x,y) = \left(\frac{\partial f}{\partial x},\frac{\partial f}{\partial y}\right) = \left(Ln(y).y^{x}\ ;\ \frac{x}{y}.y^{x}\right)}$$

$$\boldsymbol{\vec{\nabla} f(2,2) = \left(\frac{\partial f}{\partial x},\frac{\partial f}{\partial y}\right) = \left(Ln(2).2^{2}\ ;\ \frac{2}{2}.2^{2}\right) = (4.Ln(2)\ ;\ 4)}$$