Resolución TP4:

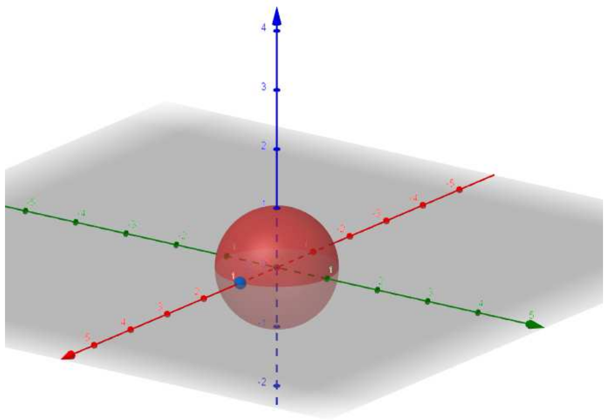
Ejercicio 19-a

Calcular la ecuación del plano tangente y la recta normal para la ecuación: $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ en $P = (1,0,0)$

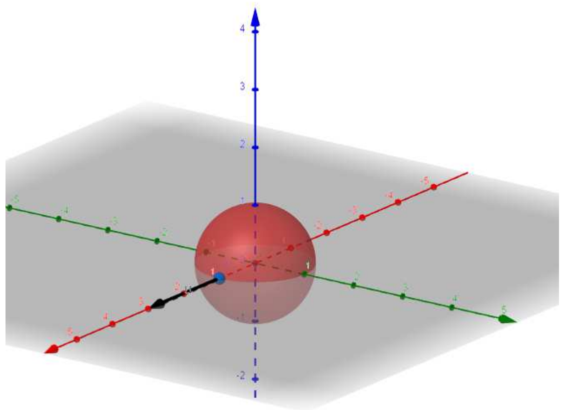
Herramientas:

- Si $F(x, y, z)$ es Diferenciable $\nabla F(P)$es perpendicular a la superficie de nivel a la que pertenece P
- Se puede fabricar $F(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$ y estaríamos trabajando con la superficie de nivel k_1: $F(x, y, z) = 1$
- De un vector normal a un plano podemos obtener su ecuación mediante: $\vec{v} \cdot \vec{x} = \vec{v} \cdot P$. Siendo $\vec{x} = (x, y, z)$ generico.
- Se puede fabricar una recta con la ecuación $r(t) = P + t\vec{v}$

Resolviendo:



$$F(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 = 1$$
$$\nabla F(x, y, z) = (2x, 2y, 2z)$$
$$\nabla F(P) = (2 * 1, 2 * 0, 2 * 0) = (2,0,0)$$



Plano tangente en P (lo nombraremos como plano Π_P)
Sabemos que el gradiente en el punto es un vector normal sobre el plano buscado, así que podemos fabricar lo siguiente:

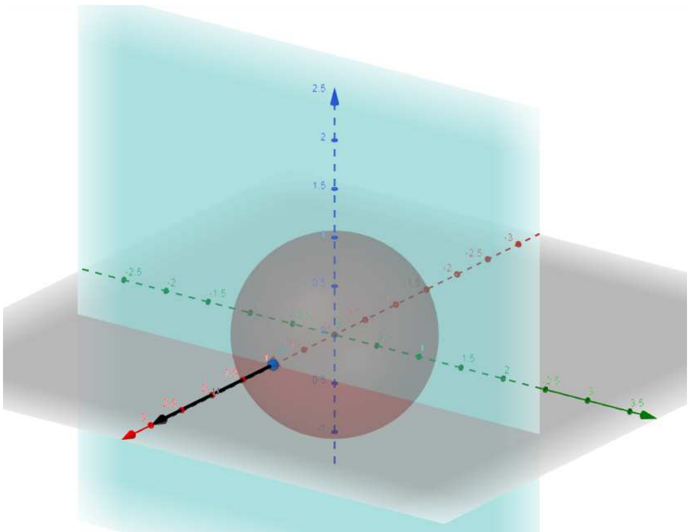
$$\Pi_P: \nabla F(P) \cdot \vec{x} = \nabla F(P) \cdot P$$

$$\Pi_P: \nabla F(P) \cdot (x, y, z) = \nabla F(P) \cdot P$$

$$\Pi_P: (2,0,0) \cdot (x, y, z) = (2,0,0) \cdot (1,0,0)$$

$$\Pi_P: 2\mathrm{x} + 0\mathrm{y} + 0\mathrm{z} = 2 + 0 + 0$$

$$\Pi_P: \mathrm{x} = 1$$



Recta normal en P (lo nombraremos como R_P)

$$\mathrm{R}_P(t) = P + t\nabla F(P)$$

$$\mathrm{R}_P(t) = (1,0,0) + t(2,0,0)$$

$$\mathrm{R}_P(t) = (1 + 2t, 0,0)$$