Resolución TP8:

Ejercicio 22-d

Aplicar el teorema de Green para el campo y el camino dado.

$$F(x, y) = (y, 2x)$$

$$C: \{(x, y) \epsilon R^2 / \ |x| + |y| = 1\}$$

En este ejercicio se pide aplicar el teorema de Green, por lo que podemos empezar por repasar su enunciado:

$$\oint_C P\, dx + Q dy = \iint_R [Q_x - P_y]\, dx\, dy = \iint_R (2-1) dxdy$$

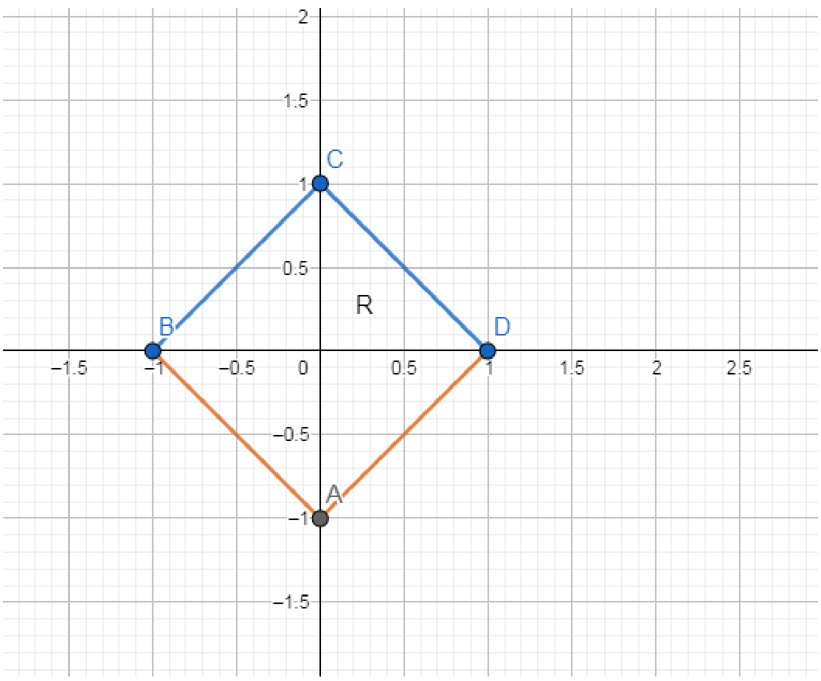
Dónde R es la región encerrada por la curva c y la curva es recorrida en sentido positivo.

Si x≥0 e y≥0➔$x + y = 1$

Si x≥0 e y<0➔$x - y = 1$

Si x<0 e y≥0➔$-x + y = 1$

Si x<0 e y<0➔ $-x - y = 1$



$A = (0, -1)$
$B = (-1, 0)$
$C = (0, 1)$
$D = (1, 0)$

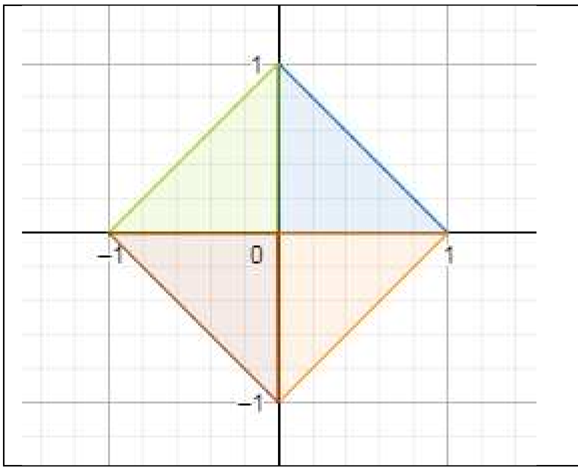
Es decir que calcular la integral de línea del campo vectorial $F(x, y) = (P, Q)$ a lo largo de la curva c, da el mismo resultado que calcular la integral doble sobre la región R de $Q_x - P_y$.

$$I = \iint_R 1dxdy$$

$$R: \{(x, y)\epsilon R^2 / \ |x| + |y| \leq 1\}$$

Podemos simplificar:

$$I = \iint_R 1dxdy = Area(R) = A_R$$



Tenemos 4 triángulos del mismo tamaño.

$$A_R = 4A_T$$
$$A_T = \frac{bh}{2}$$
$$b = 1, h = 1$$
$$A_R = 4\left(\frac{1}{2}\right) = 2$$

Finalmente

$$\oint_C P\,dx + Qdy = 2$$