Resolución TP3:

Ejercicio 3 - d

Si Existe, Calcular el limite doble para $\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^2}{x+y}$:

Para empezar:

- Al tratarse de una función de 2 variables $f(x,y)$ el limite existe si existen tanto por derecha, izquierda, y el resto de las infinitas direcciones y trayectorias.
- El postulado anterior se comprueba usando propiedades de limite sustentadas por la definicion de limite.
- El postulado anterior de refuta con solo encontrar un caso en que el limite de un valor distinto.

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^2}{x+y} \simeq \frac{\to 0}{\to 0}$$

Busqueda de resultados tentativos:

Usando limites iterados.

$$L_{yx} = \lim_{x\to 0}\left(\lim_{y\to 0} \frac{x^2}{x+y}\right) = \lim_{x\to 0} \frac{x^2}{x} = \lim_{x\to 0} x = 0$$

$$L_{xy} = \lim_{y\to 0}\left(\lim_{x\to 0} \frac{x^2}{x+y}\right) = \lim_{y\to 0} \frac{0}{y} = \lim_{y\to 0} 0 = 0$$

De momento el resultado tentativo es 0. Pero al no tener una Propiedad que avale el limite, lo mas seguro es que no exista. Se debe seguir probando otras alternativas

Por rectas $y = mx$

$$L_1 = \lim_{(x,y)\to(0,0)} \left.\frac{x^2}{x+y}\right|_{y=mx} = \lim_{x\to 0} \frac{x^2}{x+mx}$$

$$L_1 = \lim_{x\to 0} \frac{x^2}{x(1+m)} = \lim_{x\to 0} \frac{x}{(1+m)} = 0$$

De momento el resultado tentativo es 0. No pudiendo debatirse hasta el momento.

Por trayectorias $y = x^2 - x$

La unica condicion que debe cumplir la trayectoria propuesta es que el punto pertenezca a la trayectoria.

$y(0) = 0^2 - 0 \rightarrow (x, y) = (0,0)$

$$L_2 = \lim_{(x,y) \to (0,0)} \left. \frac{x^2}{x+y} \right|_{y=x^2-x} = \lim_{x \to 0} \frac{x^2}{x + x^2 - x}$$

$$L_2 = \lim_{x \to 0} \frac{x^2}{x^2} = \lim_{x \to 0} 1 = 1$$

Dado $L_{yx} = L_{xy} = L_1 \neq L_2 \rightarrow$ No existe $\lim_{(x,y) \to (0,0)} \frac{x^2}{x+y}$