

T P 08 Ej. 6-c

Calcular la integral de campo escalar de la curva definida por:

$$\bar{r}: [0, \pi] \rightarrow \mathbf{R}^2, \text{ con } \bar{r}(t) = (2 \cos(t), 2 \operatorname{sen}(t))$$

$$f(x, y) = x^2 - y^2$$

Para la integral de campo escalar de una curva a partir de su parametrización, utilizamos:

$$E(C) = \int_a^b f(r(t)) \|\bar{r}'(t)\| dt = \int_a^b f(x(t), y(t)) \sqrt{(x'(t))^2 + (y'(t))^2} dt$$

Analicemos la expresión anterior.

Si tenemos la parametrización $\bar{r}(t) = (2 \cos(t), 2 \operatorname{sen}(t))$, entonces:

$$x(t) = 2 \cos(t)$$

$$y(t) = 2 \operatorname{sen}(t)$$

$$f(x, y) = f(x(t), y(t)) = f(r(t)) = 4 \cos^2(t) - 4 \operatorname{sen}^2(t) = 4 \cos(2t)$$

Por lo que sus derivadas serán:

$$x'(t) = -2 \operatorname{sen}(t)$$

$$y'(t) = 2 \cos(t)$$

$$\sqrt{(x'(t))^2 + (y'(t))^2} = \sqrt{4 \operatorname{sen}^2(t) + 4 \cos^2(t)} = \sqrt{4} = 2$$

Entonces tenemos todos los valores necesarios para calcular la integral que precisamos para conocer la longitud de la curva.

$$\int_a^b f(x(t), y(t)) \sqrt{(x'(t))^2 + (y'(t))^2} dt = \int_0^\pi 4 \cos(2t) \cdot 2 dt$$

$$8 \int_0^\pi \cos(2t) dt = 8 \left[\frac{\operatorname{sen}(2t)}{2} \right]_0^\pi = 0$$

Por lo tanto, la integral de línea de campo escalar es 0