

T P 08 Ej. 8-a

Calcular la integral de línea para el campo y el camino dado.

$$F(x, y) = (y, -x)$$

C está definida por $\vec{r}: [0, 2\pi] \rightarrow \mathbf{R}^2$, con $\vec{r}(t) = (\cos t, \sin t)$

Comenzamos con la integral de línea. Una integral de línea sobre un campo vectorial se calcula del siguiente modo:

$$\int_a^b F(\vec{r}(t)) \cdot \vec{r}'(t) dt$$

Donde a y b son los límites de variación de la variable t .

Construimos entonces cada una de las expresiones que precisamos para la integral.

$$\vec{r}(t) = (\cos t, \sin t)$$

$$\vec{r}'(t) = (-\sin t, \cos t)$$

$$F(\vec{r}(t)) = (\sin t, -\cos t)$$

$$a = 0$$

$$b = 2\pi$$

Por lo tanto:

$$\begin{aligned} \int_a^b F(\vec{r}(t)) \cdot \vec{r}'(t) dt &= \int_0^{2\pi} (\sin t, -\cos t) \cdot (-\sin t, \cos t) dt \\ &= \int_0^{2\pi} -\sin^2 t - \cos^2 t dt \\ &= \int_0^{2\pi} -1 dt \\ &= -2\pi \end{aligned}$$