Continuamos la Unidad 3

- Funciones del Algebra de Boole

Lic. Claudia Alderete

Funciones de un Algebra de Boole

Una ***función del álgebra de Boole*** es una variable binaria (“0”, ó “1”), cuyo valor depende de una cierta combinación de valores relacionados por las operaciones ***suma lógica*** y ***producto lógico***, donde las variables que intervienen pueden presentarse en *Forma directa* “sin negar” (1) por medio de *su opuesto*.

2 1
b a

$$f_{(b,a)} = a + \bar{b} \cdot \bar{a}$$

$f(0,0) = 0 + \bar{0} \cdot \bar{0} = 1$

b	a	$f_{(b,a)}$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Tabla de Verdad

$f_{(b,a)} = a + \bar{b} \cdot \bar{a}$
$f_{(0,0)} = 0 + 1 \,.\, 1 = 1$
$f_{(0,1)} = \cancel{0 + 1 \cdot 0}$ $1 + 1 \cdot 0$ $= 1$
$f_{(1,0)} = \cancel{1}\ 0 + 0 \cdot 1 = 0$
$f_{(1,1)} = 1 + 0 \cdot 0 = 1$

Muy importante!!
El orden de las variables.

Lic. Claudia Alderete

3

Términos canónicos

$$f_{(b,a)} = a + \bar{b} \cdot \bar{a}$$

	b	a	$f_{(b,a)}$	
0	0	0	1	$\bar{b}\,\bar{a}\,+$
1	0	1	1	$\bar{b}\,a\,+$
2	1	0	0	
3	1	1	1	$b\,a$

Tabla de Verdad

(1) ≡ (2)

(1) $f_{(b,a)} = a + \bar{b} \cdot \bar{a}$

Elemento Opuesto $f_{(b,a)} = \underbrace{(b + \bar{b})}_{1} . a + \bar{b} \cdot \bar{a}$

Distributiva $f_{(b,a)} = b \,.\, a + \bar{b} . a + \bar{b} \cdot \bar{a}$

Conmutativa (2) $f_{(b,a)} = \boxed{\bar{b} \cdot \bar{a}} + \boxed{\bar{b} \,.\, a} + \boxed{b \,.\, a}$

Si está en 0 -> Se escribe negada
SI está en 1 -> Se escribe directa

A toda función la puedo expresar por términos Canónicos.

Términos Canónicos: "Son aquellos términos en el cual intervienen ***todas las variables*** de la función en cualquiera de sus dos estados" (directas o negadas).

1ra. FORMA NORMAL ó CANONICA - Minitérminos

$$f_{(b,a)} = \boxed{\bar{b} \cdot \bar{a}} + \boxed{\bar{b} . a} + \boxed{b . a}$$

Numero la tabla de arriba hacia abajo.

Minitérminos

b	a	$f_{(b,a)} = a + \bar{b} \cdot \bar{a}$		
0	0	1	0	$\bar{b} \cdot \bar{a}$
0	1	1	1	$\bar{b} \cdot a$
1	0	0	2	
1	1	1	3	$b \cdot a$

Cuando la función vale "1". (Busco los 1).

Expresión Numérica

$$f(b,a) = \Sigma_2(0,1,3)$$

$$f(b,a) = \Sigma_2 = (0\,,1\,,3)$$

Minitérminos

$$\bar{b} \cdot \bar{a} + \bar{b} \cdot a + b \cdot a$$

0 0   0 1   1 1

Sumas de Productos Canónicos

	b	a	f
0	0	0	1
1	0	1	1
2	1	0	0
3	1	1	1

Expresión Algebraica

$$f_{(b,a)} = \bar{b} \cdot \bar{a} + \bar{b} \cdot a + b \cdot a$$

Como tendrían que estar las variables para formar el "0" el "1" y el "3".

Lic. Claudia Alderete

$\overline{x+y+z\ldots} = \bar{x}\cdot\bar{y}\cdot\bar{z} \Rightarrow \Pi$?

Términos canónicos

$\Sigma \rightarrow$ Sumatoria

$\Pi \rightarrow$ Productoria

$$\overline{f_{(b,a)}} = b.\bar{a}$$

1 0

Doble Negación $$\overline{\overline{f_{(b,a)}}} = \overline{b.\bar{a}}$$

De Morgan $$f_{(b,a)} = \bar{b} + \bar{\bar{a}}$$

Doble Negación $$\boldsymbol{f}_{(\boldsymbol{b},\boldsymbol{a})} = (\bar{\boldsymbol{b}} + \boldsymbol{a})$$

0 1

$$\boldsymbol{f}_{(\boldsymbol{b},\boldsymbol{a})} = \boldsymbol{a} + \bar{\boldsymbol{b}} \cdot \bar{\boldsymbol{a}}$$

	b	**a**	$f_{(b,a)}$	
0	0	0	1	3
1	0	1	1	2
2	1	0	$\boxed{0}$	1
3	1	1	1	0

Tabla de Verdad

$\Pi_2(1)$

¿Si tuviera más de un 0 que hubiese pasado?

¿Son términos canónicos los resultantes?

Dra. Ing. Rocío Rodríguez

2da. FORMA NORMAL. Maxitérminos

Cuando la función vale "0".

Numero la tabla de abajo hacia arriba.

	b	a	$f_{(b,a)} = a + \bar{b} \cdot \bar{a}$
3	0	0	1
2	0	1	1
1	1	0	0
0	1	1	1

Maxitérminos

$(\bar{b}+\bar{a})\cdot$

$$f(b,a) = \boldsymbol{\Pi}_2 \, (1)$$

0 1

$\underbrace{}_{\bar{b} + a}$

Maxitérminos

Productos de Sumas Canónicos

Como tendrían que estar las variables para formar el "1".

Expresión Numérica

$$f(b,a) = \boldsymbol{\Pi}_2 \, (1)$$

Expresión Algebraica

$$f_{(b,a)} = \bar{b} + a$$

Lic. Claudia Alderete

FORMAS NORMALES ó FORMAS CANÓNICAS

Términos Canónicos; "Son aquellos términos en el cual intervienen ***todas las variables*** de la función en cualquiera de sus dos estados" (directas o negadas).

Σ

1

SUMAS DE Productos Canónicos (Minitérmino)

PRIMERA FORMA NORMAL

- **PRODUCTOS CANÓNICOS:** Es un **producto lógico** en el que cada una de las variables aparecen una sola vez (directa o negada). Consiste únicamente en el **producto lógico** y el operador de complemento o negación.

Π

0

PRODUCTOS DE Sumas Canónica (Maxitérmino)

SEGUNDA FORMA NORMAL

- Es una **suma lógica** donde se encuentran todas las variables de la función. Consiste únicamente en la **suma lógica** y el operador complemento o negación.

Importante!!!

Minitérmino:

Término de producto donde aparecen todas las variables de la función con cualquier estado. Cada variable aparece complementada si su valor es 0 y sin complementar si es 1.

Maxitérmino:

Término de suma donde aparecen todas las variables de la función con cualquier estado. Cada variable aparece complementada si su valor es 1 y sin complementar si es 0.

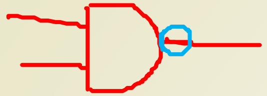
Suma canónica:

Expresión algebraica de una función lógica como la suma de los minitérminos que hacen 1 la función.

Producto Canónico:

Expresión algebraica de una función lógica como el producto de los maxitérminos que hacen 0 la función.

NAND

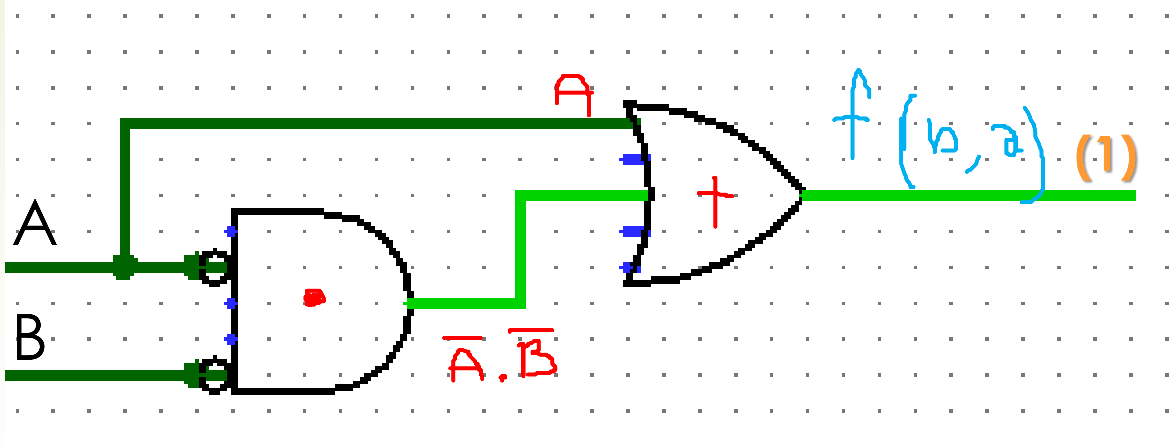


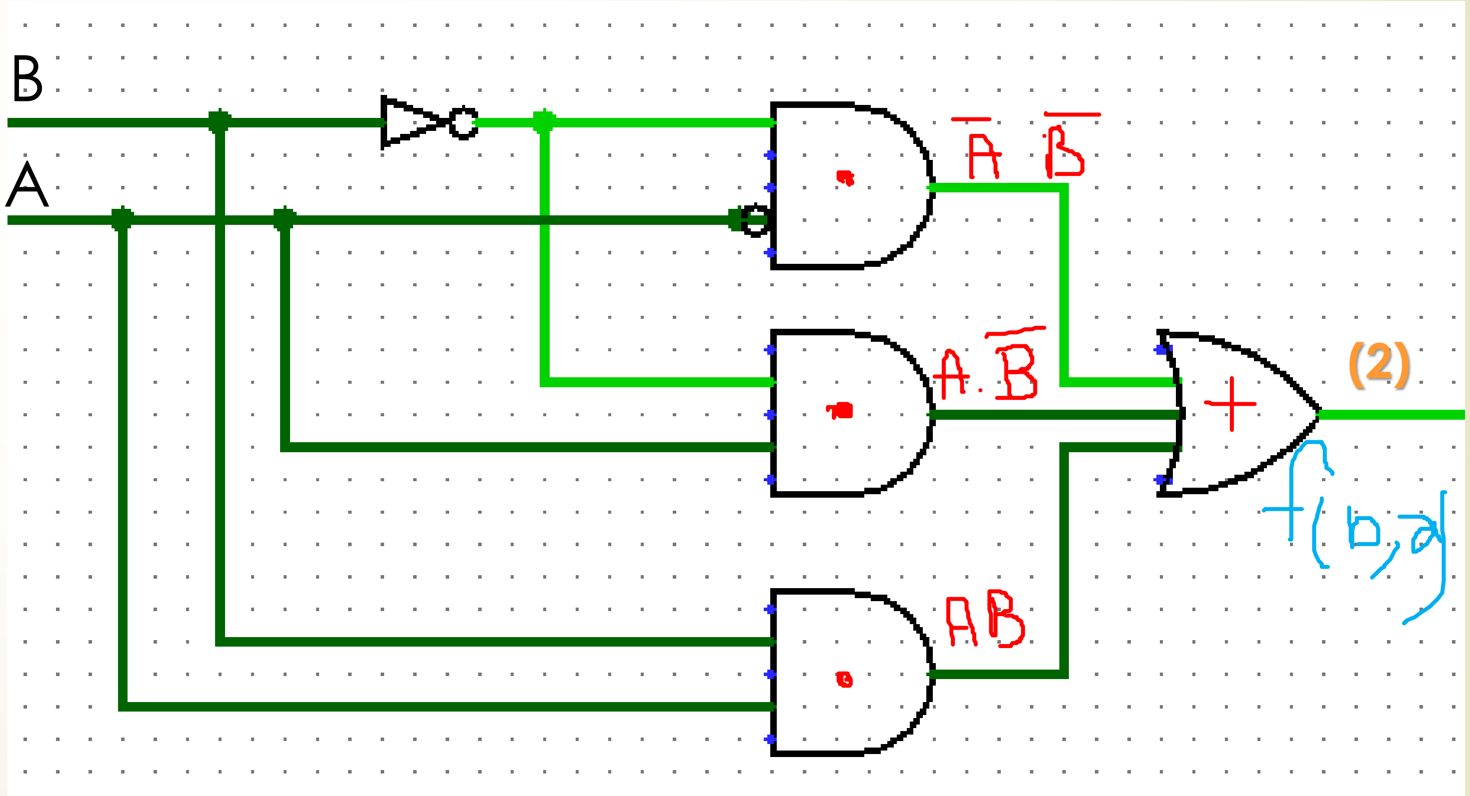
Circuitos

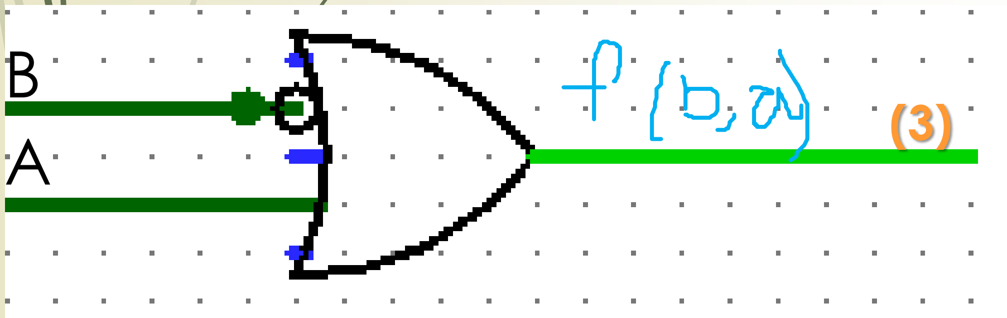
(1) $f_{(b,a)} = a + \bar{b} \cdot \bar{a}$

(2) $f_{(b,a)} = \bar{b} \cdot \bar{a} + \bar{b} \,.\, a + b \,.\, a$

(3) $f_{(b,a)} = (\overline{b} + a)$







Simplificación de Funciones

¿Qué hacemos?

Conmutativa

Reciproca de la Distributiva

Elemento Opuesto

Elemento Neutro

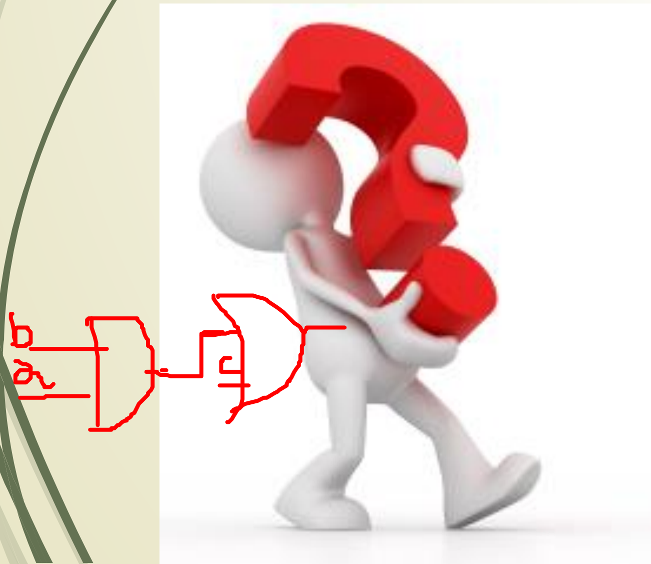
$$F_{(c,b,a)} = \overbrace{c\cdot\bar{a}} + \bar{c}\cdot b\,.\,a + c\cdot b\,.\,a + \overbrace{c\,.\,a}$$

$$F_{(c,b,a)} = \underbrace{c\cdot\bar{a} + c\,.\,a}_{(a+\bar{a})\,.\,c} + \underbrace{c\cdot b\,.\,a + \bar{c}\cdot b\,.\,a}_{(\bar{c}+c)\,.\,b\,.\,a}$$

$$(a+\bar{a})\,.\,c \quad + \quad (\bar{c}+c)\,.\,b\,.\,a$$

$$1.\,c \quad + \quad 1.\,b\,.\,a$$

$$F_{(c,b,a)} = c + b.a$$



Simplificación de Funciones

$\bar{d}\bar{b}a(c+\bar{c})$ $\qquad$ $dca(\bar{b}+b)$

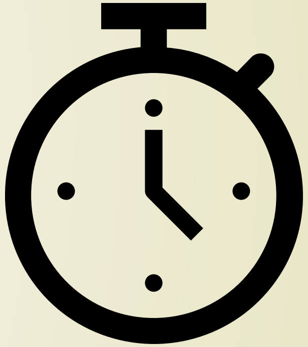
$$F(d,c,b,a)= \bar{d}\,\bar{c}\,\bar{b}\,a + \bar{d}\,c\,\bar{b}\,a + \bar{d}\,c\,b\,a + d\,c\,\bar{b}\,a + d\,c\,b\,a$$

$\bar{d}ca$ $\qquad$ dca

$\bar{d}\bar{b}a$ + ca

¿Cómo me doy cuenta cuando o que término conviene agregar?

¿Cómo se si mi función Resultante ya es la mínima (o puede estar más simplificada)?



$$\boxed{F(d,c,b,a)= \bar{d}\bar{b}a + ca}$$

Método de Simplificación gráfica

Karnaugh

Si: $\boxed{A+A=A} \Rightarrow c\bar{b}\bar{a} + \bar{b}\bar{a} + c\bar{b}a + c b \bar{a}$

Dra. Ing. Rocío Andrea Rodríguez

Simplificación de Funciones.

- Simplificación de Funciones
  - Algebra de Boole
    - Postulados
    - Teoremas
  - Método
    - Karnaugh

Si → Hasta 4 variables f(d,c,b,a)

NO → Quine Mc. Cluskey → N variables

Lic. Claudia Alderete

Video del Método de Karnaugh

Ejercicios a realizar: 6,7,8,10,11