T P 02 Ej 8-a

Efectuar la composición de las siguientes funciones y realizar un dibujo

$a)\ fo\vec{\alpha}:\ \ f(x,y) = 6 - x - y,\ \ \ \vec{\alpha}:\ [0,\ 2\pi] \to \mathbb{R}^2/\ \ \vec{\alpha}(t) = (2\,cos\,t\,,\ 2\,sen\,t)$

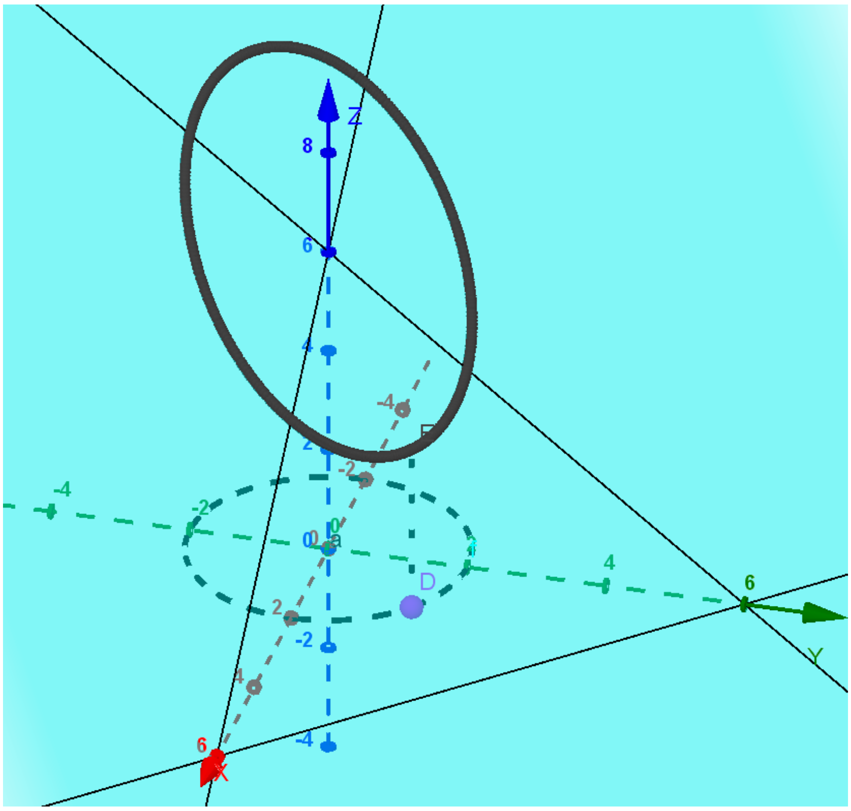
Resolución:

Como $dom\ f\ = \mathbb{R}^2$, se cumple $Imag\ \vec{\alpha} \subseteq dom\ f$, la función compuesta es

$$f(x,y) = 6 - x - y$$

$$\vec{\alpha}(t) = (2\,cos\,t\,,\ 2\,sen\,t) = \big(x(t), y(t)\big)$$

$$h(t) = fo\vec{\alpha}(t) = f\big(\vec{\alpha}(t)\big) = f\big(x(t), y(t)\big) = 6 - \cos(t) - \operatorname{sen}(t)$$



La curva en el gráfico es el conjunto de puntos imágenes de h para los puntos de la circunferencia en $z = 0$.

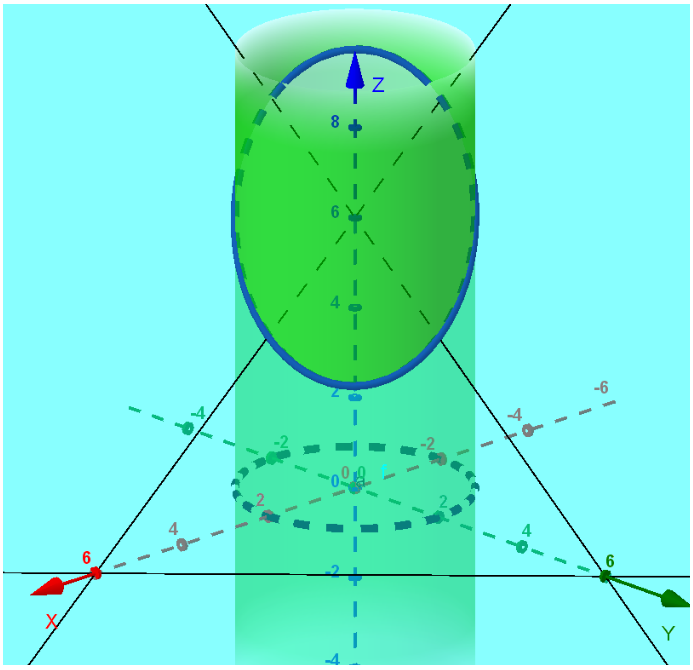
Una parametrización de esta curva intersección es:

$\vec{\beta}(t) = (\cos(t)\,, \operatorname{sen}(t)\,, 6 - \cos(t) - \operatorname{sen}(t))$ con $0 \le t \le 2\,\pi$

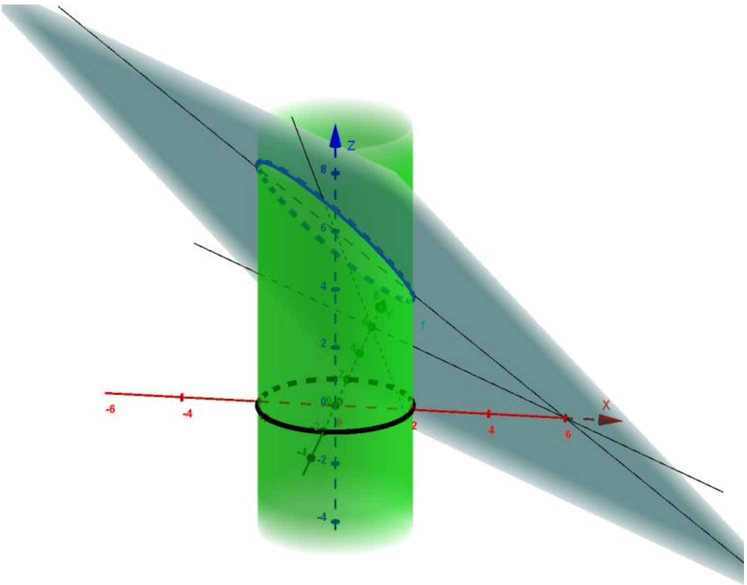
La composición entre $\vec{\alpha}$ y f, también puede interpretarse geométricamente como la intersección entre las superficies de la gráfica de f y del cilindro $x^2 + y^2 = 4$.

Nota: La ecuación $\vec{\alpha}(t) = (2\,cos\,t\,,\ 2\,sen\,t) = \big(x(t), y(t)\big)$ en el gráfico, corresponde a la curva que se encuentra en el plano coordenado xy, o $z = 0$, cuya ecuación cartesiana es

$x^2 + y^2 = 4$, sin embargo, en $\mathbb{R}^3$, la ecuación $x^2 + y^2 = 4$, corresponde a un cilindro, es por ello por lo que para interpretar geométricamente la composición se recurrió al gráfico del cilindro



La curva en color azul es la resultante de la intersección entre las superficies del plano y el cilindro.



Acompañan a estas explicaciones los siguientes archivos de geogebra:

TP 02_8_a-Composicion.ggb

TP 02_8_a-Interseccion.ggb