Clase 2 Resolución de ejercicios de Relaciones:

Puede ver la resolución de esta ejercitación en este video realizado en vivo. Acceda mediante el Link o el QR:

https://youtu.be/XpmP2o7CkZw

Manejo matricial;

1- Sean A = {λ, pa, opa, opo, pao} y B = {0, 1, 2, 3} y la relación $R \subseteq AxB$ definida por:

$$x \; R \; y \Leftrightarrow \mathit{long}(x) = y$$

Represente matricialmente a la relación R, R^C y R^{-1}

Resolución

$$M_R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$M_{R^C} = \overline{M_R} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$M_{R^{-1}} = {M_R}^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Operaciones entre relaciones-unión, intersección y producto booleano;

2- Para la relación S ⊆ AxB (los mismos conjuntos del punto anterior) definida por su matriz de adyacencia:

$$M_S = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Calcule matricialmente R ∩ S, y R ∪ S.

Resolución

$$M_{R\cap S} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$M_{R\cup S} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

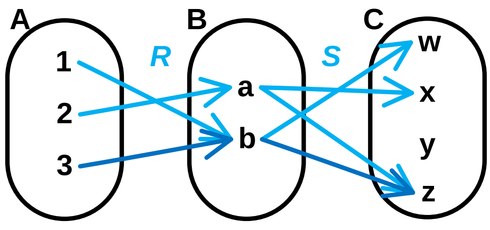
Composición de relaciones por extensión y matricialmente

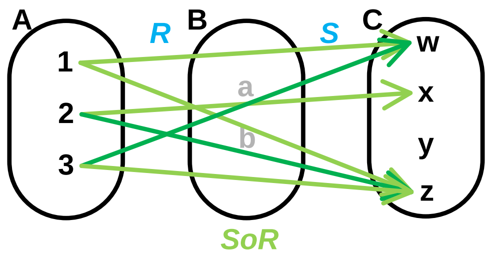
3- Sean A = {1, 2, 3}, B = {a, b} y C = {w, x, y, z}. Considere las siguientes relaciones R ⊆ AxB y S ⊆ BxC

R = {(1; b), (2; a), (3; b)} y S = {(a; x), (a; z), (b; w), (b; z)}

Encuentre la relación composición S ∘ R gráficamente y por producto de matrices.

Resolución





$$M_{\text{SoR}} = M_{\text{R}} \otimes M_{\text{S}} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

SoR = {(1;w), (1;z), (2;x), (2;z), (3;w), (3;z)}

Cálculo de R*.

4- Para la relación T = {(3; 1), (1; 2), (2; 3), (0;0), (1;0),(4;2),(4;4)} definida en el conjunto A = {0, 1, 2, 3,4}

   a. Hallar todos los elementos que están conectados por un camino de longitud 3. Indíquelo matricialmente

   b. ¿Coincide T^2 con T*? Verifíquelo matricialmente.

Resolución

4.a

$$M_T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$M_T{}^2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$M_T{}^3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$M_T{}^3 \; indica \; los \; elementos \; conectados \; por \; caminos \; de \; longitud \; 3$$

4.b.

$$M_T{}^\infty = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$No, pues\; M_T{}^\infty \; coincide \; con \; M_T *$. Pero $M_T *$ no coincide con $M_T{}^2$