Resolución TP6:

Ejercicio 21 - i

Hallar los puntos más cercano y más lejano al origen la siguiente restricción $x^2 + x + y^2 + y - 4 = 0$

Para empezar:

- Para $f(x, y)$ podemos usar la distancia entre 2 puntos, siendo el inicial el origen. $f(x, y) = \underset{(x,y)-(0,0)}{\longleftrightarrow} = \sqrt{(x-0)^2 + (y-0)^2} = \sqrt{x^2 + y^2}$
- Como las derivadas de $f(x, y)$son laboriosas se puede sustituir por $f^2(x, y) = x^2 + y^2$ llámese la distancia al cuadrado.
- Vamos a utilizar el método de la función de LaGrange (que nos lleva al método que usábamos hasta ahora)

Primeras Derivadas

$$f_x = 2x$$

$$f_y = 2y$$

$$g_x = 2x + 1$$
$$g_y = 2y + 1$$

Condición de máximos y mínimos:

$$\begin{cases} x^2 + x + y^2 + y - 4 = 0 \\ 2x = \ell(2x + 1) \\ 2y = \ell(2y + 1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + x + y^2 + y - 4 = 0 \\ 2x(1 - \ell) = \ell \\ 2y(1 - \ell) = \ell \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + x + y^2 + y - 4 = 0 \\ x = \dfrac{\ell}{2 - 2\ell} \\ y = \dfrac{\ell}{2 - 2\ell} \end{cases}$$

$$x^2 + x + y^2 + y - 4 = 0$$

$$\left(\frac{\ell}{2 - 2\ell}\right)^2 + \frac{\ell}{2 - 2\ell} + \left(\frac{\ell}{2 - 2\ell}\right)^2 + \frac{\ell}{2 - 2\ell} - 4 = 0$$

$$\frac{2\ell^2 + 2\ell(2 - 2\ell) - 4(2 - 2\ell)^2}{(2 - 2\ell)^2} = 0$$

$$2\ell^2 + 2\ell(2 - 2\ell) - 4(2 - 2\ell)^2 = 0$$

$$2\ell^2 + 4\ell - 4\ell^2 - 4(4 - 8\ell + 4\ell^2) = 0$$

$$2\ell^2 + 4\ell - 4\ell^2 - 16 + 32\ell - 16\ell^2 = 0$$

$$-16 + 36\ell - 18\ell^2 = 0$$

$$-8 + 18\ell - 9\ell^2 = 0$$

$$\ell = \frac{-18 \pm \sqrt{18^2 - 4(-9)(-8)}}{2(-9)}$$

$$\ell = \frac{-18 \pm \sqrt{36}}{2(-9)} = \frac{-18 \pm 6}{2(-9)}$$

$$\ell = \frac{4}{3} \text{o} \frac{2}{3}$$

$$\begin{aligned} x &= \frac{\ell}{2 - 2\ell} \\ y &= \frac{\ell}{2 - 2\ell} \end{aligned} \rightarrow Pc_1 = (-2, -2)\ Pc_2 = (1,1)$$

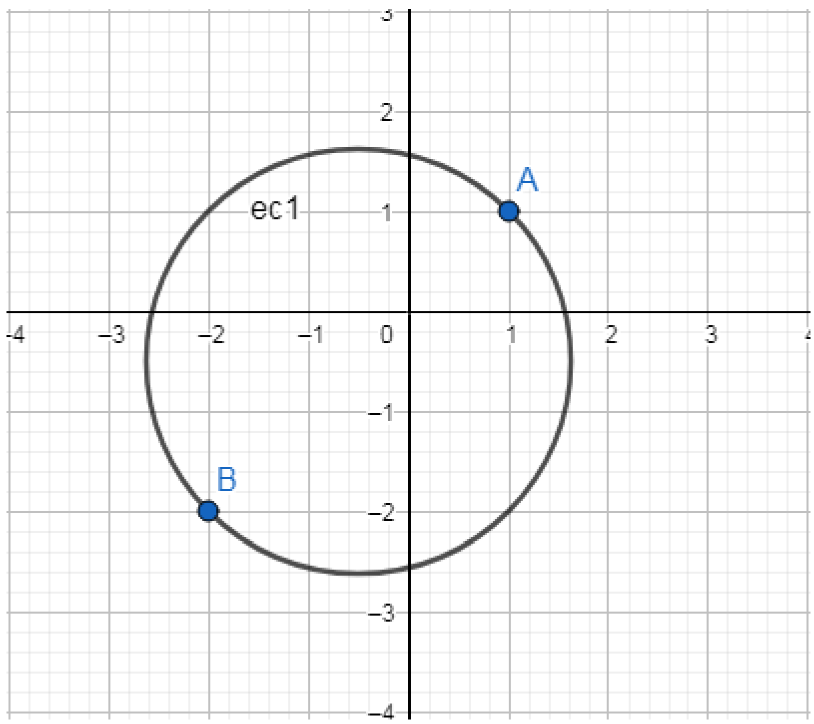
Clasificación:

Se evalúan en $f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$ los puntos críticos sin contemplar

- $f(Pc_1) = f(-2, -2) = \sqrt{8} \cong 2.82$
- $f(Pc_2) = f(1\ ,1) = \sqrt{2} \cong 1.41$

Pc_1 es el punto de $g(x, y) = 0$ más lejano al origen con una distancia aproximada de 2.8unidades

Pc_2 el el punto de $g(x, y) = 0$ más cercano al origen con una distancia aproximada de 1.41unidades


A
B
ec1