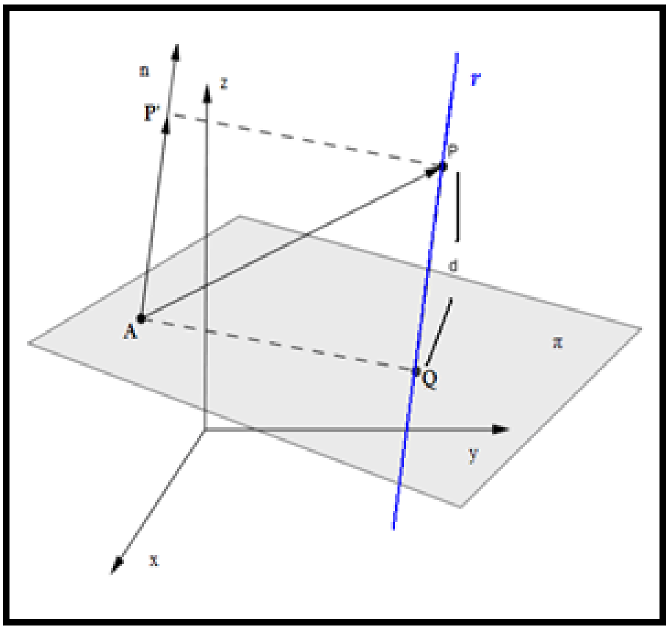
OTRA FORMA DE HALLAR LA DISTANCIA DE UN PUNTO A UN PLANO

La distancia de un punto **P** a un plano ***π*** es la distancia de **P** a **Q** donde **Q** es el punto del plano que está más cerca de **P** y *coincide* con el pie de la recta perpendicular a ***π*** que pasa por **P**.



¿Cómo hallarla?

Nuestros datos son **P** y ***π***; de este último tomamos alguna de sus normales $\vec{n}$.

Utilizando como ayuda el esquema inferimos el procedimiento a desarrollar:

a) Determinamos ***r*** recta perpendicular a ***π*** que pasa por **P**.

r: (x, y, z) = **P** + λ.$\vec{n}$

b) Calculamos la intersección ***r*** ∩ ***π*** = {**Q**}

c) A partir de **Q** se obtiene la distancia: dist(**P**, ***π***) = dist(**P**, **Q**)

Ejemplo:

Obtener la distancia del punto P= (7, –7, 4) al plano Π: 2x –2y + z = 5.

a) La recta r perpendicular al plano y que pasa por P es:

$$(x, y, z) = (7, -7, 4) + \lambda.(2, -2, 1) \rightarrow \begin{cases} x = 7 + 2.\lambda \\ y = -7 - 2.\lambda \\ z = 4 + \lambda \end{cases}$$

b) La intersección con Π se obtiene reemplazando en su ecuación:

$$2.(7 + 2\lambda) - 2.(-7 - 2\lambda) + 4 + \lambda = 5 \rightarrow 14 + 4\lambda + 14 + 4\lambda + 4 + \lambda = 5$$

$$\rightarrow 32 + 9\lambda = 5 \quad \rightarrow 9\lambda = -27 \quad \rightarrow \lambda = -3$$

Q= $\begin{cases} x = 7 + 2.(-3) \\ y = -7 - 2.(-3) \\ z = 4 + (-3) \end{cases}$ $\rightarrow$ Q= (1, –1, 1)

c) dist(P, π) = dist(P, Q) = $\left\|\overrightarrow{QP}\right\| = \left\|(6, \ -6, \ 3)\right\| = \sqrt{36+36+9}$ = 9