

Resolución TP4:

Ejercicio 16

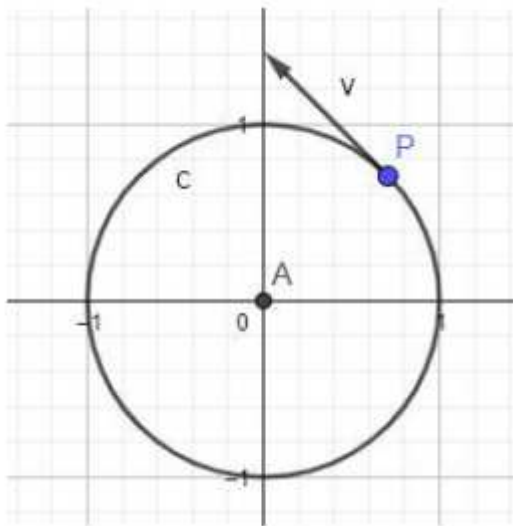
Si un pato está nadando en dirección de la circunferencia de ecuación $r(t) = (\cos(t), \sin(t))$ y la temperatura está dada por $T(x, y) = x^2 e^y - xy^3$ hallar la tasa de cambio que sufre el pato en el punto $P = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$

Herramientas:

- Si $T(x, y, z)$ es Diferenciable vale la fórmula de derivada direccional $T_{\vec{v}}(x, y) = \frac{\nabla T(x, y) \cdot \vec{v}}{|\vec{v}|}$ para hallar la tasa de cambio.

Para empezar:

- Recordando ejercicios de TP4-1 podemos tomar \vec{v} en base a la velocidad en P
- Según $r(t) = (\cos(t), \sin(t))$; se da $r\left(\frac{\pi}{4}\right) = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right) = P$
- $r'(t) = (-\sin(t), \cos(t))$
- $\vec{v} = r'\left(\frac{\pi}{4}\right) = \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$



Finalmente:

$$\nabla T(x, y) = (2xe^y - y^3, x^2 e^y - 3xy^2)$$

$$\nabla T\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right) = \left(\sqrt{2} e^{\frac{1}{\sqrt{2}}} - 2^{-\frac{3}{2}}, 2^{-1} e^{\frac{1}{\sqrt{2}}} - 3 * 2^{-\frac{3}{2}}\right)$$

$$\nabla T\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right) \vec{v}\left(\frac{\pi}{4}\right) = \left(\sqrt{2} e^{\frac{1}{\sqrt{2}}} - 2^{-\frac{3}{2}}, 2^{-1} e^{\frac{1}{\sqrt{2}}} - 3 * 2^{-\frac{3}{2}}\right) \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$$

$$\nabla T\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right) \vec{v}\left(\frac{\pi}{4}\right) = -\frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{2} e^{\frac{1}{\sqrt{2}}} + \frac{1}{\sqrt{2}} 2^{-\frac{3}{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} 2^{-1} e^{\frac{1}{\sqrt{2}}} - \frac{1}{\sqrt{2}} 3 * 2^{-\frac{3}{2}}$$

$$\nabla T\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right) \vec{v}\left(\frac{\pi}{4}\right) = -e^{\frac{1}{\sqrt{2}}} + \frac{1}{4} + 2^{-\frac{3}{2}} e^{\frac{1}{\sqrt{2}}} - \frac{3}{4}$$

$$T\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right) \vec{v}\left(\frac{\pi}{4}\right) = e^{\frac{1}{\sqrt{2}}} \left(2^{-\frac{3}{2}} - 1\right) - \frac{1}{2}$$

$$T_{\vec{v}}(P) \cong -1.81$$

Conclusión: El pato sufre un descenso de temperatura al atravesar dicha zona.