Resolución TP6:

Ejercicio 13 - e

Dado $p(x,y) = 2 + (x+2)^2 + (y+2)^2 + r(x+2, y+2)$ como el polinomio de Taylor de segundo orden asociado en el punto. Hallar el punto crítico para $f(x,y)$. Determinar si es un punto crítico y de ser así clasificarlo.

Para empezar:

- $r(x+2, y+2)$ habla de un numero constante, por lo que no influye al derivar
- El polinomio está asociado siempre a un único punto, en este caso(-2,-2)

Primeras Derivadas:

$$p_x = 2\,(x+2)$$
$$p_y = 2(y+2)$$

Segundas Derivadas:

$$f_{xx} = 2$$
$$f_{xy} = 0$$
$$f_{yx} = 0$$
$$f_{yy} = 2$$

Verificando Punto Crítico:

$$\nabla f(x,y) = (0,0) \Longrightarrow f_x(x,y) = 0 \ \wedge f_y(x,y) = 0$$

Dado esto el polinomio de Taylor debe cumplir la misma condición para cada punto $(x_0\,, y_0)$

$$\nabla p(x_0\,, y_0) = (0,0) \Longrightarrow p_x(x_0\,, y_0) = 0 \ \wedge p_y(x_0\,, y_0) = 0$$

Entonces aplicado a este caso:

$$2\,(x+2) = 0 \ \wedge 2\,(y+2) = 0$$

Aplicamos P=(-2,-2)

$$2\,(-2+2) = 0 \ \wedge 2\,(-2+2) = 0$$
$$2 * 0 = 0 \ \wedge 2 * 0 = 0$$

Se verifican ambas ecuaciones así que es punto crítico. entonces es correcto clasificarlo.

Clasificando:

Matriz Hessiana:

$$H\big(f(x,y)\big) = \begin{pmatrix} f_{xx} & f_{xy} \\ f_{yx} & f_{yy} \end{pmatrix}$$
$$H(f) = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$H(PC1) = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$
$$\det\left(H(PC1)\right) = 4$$
Según el criterio de clasificación $\det(H(Pc_1)) > 0\ y\ f_{xx}(Pc_1) > 0$ indica punto mínimo local.