ALGEBRA Y GEOMETRÍA ANALÍTICA I-

MÓDULO 5 - TRANSFORMACIONES LINEALES – PRIMERA CLASE

EJERCITACIÓN COMPLEMENTARIA

TRANSFORMACIONES LINEALES

1) Dada f : $R^3 \to R^4$ f((x,y,z)) = (x + 2y - z , x - y , 3y + 2z , - x - 3y +z)
Evaluar: f((1,2,1)) ; f((-1,-1,0)) ; f((-2,3,-1))

2) Indicar cuáles de las siguientes funciones son transformaciones lineales, para aquellas que lo sean, demostrarlo y para las que no , proporcionar un contraejemplo.

a) $f: R^3 \to R$, $f((x;y;z)) = x - y + z$.

b) $T_1: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3, T_1\big((x;\ y)\big) = \ (2x-3y\ ;\ -y\ + 4x\ ;\ -y)$

c) $T_2: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3, T_2\big((x;\ y)\big) = (2x-y\ ;\ -y\ ;\ x^2)$

d) $T_1: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3, T_1\big((x;\ y)\big) = \ (x + 2y\ ;\ xy\ ;\ -x)$

e) $T_2: \mathbb{R}^{2x2} \to \mathbb{R}^2, T_2\left(\begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix}\right) = \ (2x + y + w\ ;\ y - x)$

3) Decidir cuáles de las siguientes funciones son transformaciones lineales:

a) f: $R^2 \to R$ f((x ,y)) = x + y + 2

b) f: $R^2 \to R^3$ f((x ,y)) = (x + y, x - y , 2x)

c) f: $R^3 \to R^{2x2}$ f((x , y , z)) = $\begin{bmatrix} x+y+z & 2x-y \\ 2y+z & 0 \end{bmatrix}$

d) f: $R^{2x2} \to R$ f(A) = det(A)

4) Sea f: $R^3 \to R^2$: f((x,y,z)) = (x + y + z , x - y - 2z)

a) Hallar bases de Nu(f) e Im (f)

b) Hallar f^{-1}(v) , si v= (2,-3)

5) Sea f: $R^3 \to R^3$ f((x , y , z)) = (x + y + z, x+ 2y + 2z , 2x+3y + 3z) Hallar bases de Nu(f) e Im(f)

6) Sea la T. L. $f: R^{2x2} \to R$ definida por $f\left(\begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix}\right) = x + z$.
Encontrar una base del núcleo de f.

7) Hallar bases de Nu(f) e Im(f) para las siguientes transformaciones lineales:

a) f: $R^4 \to R^4$,
f((x_1,x_2,x_3 ,x_4)) = ($x_1 + x_2 - x_3 + x_4, x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4, 2x_1 + x_3, 2x_2 - 3x_3 + 2x_4$)

b) $f: \mathbb{R}^{2x2} \to R^3$ $f\left(\begin{bmatrix} a_{11} a_{12} \\ a_{21} a_{22} \end{bmatrix}\right) = (\ a_{11} + a_{12} - a_{21}, -a_{11} + 2a_{12} + a_{22}, 3a_{12} - a_{21} + a_{22}\ )$

8) Decidir si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas, justificando EN TODOS los casos,

a) Si T es una transformación lineal y $v \in Nu(T)$ entonces $2v \in Nu(T)$

$b)$ $T(x_1; x_2) = (x_1\ ;\ x_1\ ;\ x_1)$ tiene un núcleo de dimensión 0.

c) Si T es una transformación lineal y $v \in Im(T)$ entonces $2v \in Im(T)$

9) Sea $T: \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^4$ la transformación definida por:

$$T(x_1; x_2; x_3; x_4) = (x_4 - x_1\ ;\ x_2 - x_1\ ;\ x_4 - x_2\ ; 2x_4 - x_2 - x_1)$$

Y el subespacio $S = \{(x_1; x_2; x_3; x_4) \in \mathbb{R}^4;\ \ x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0\}$

a) Dar bases y dimensión de $Nu(T), Im(T)$

b) Hallar $S \cap Nu(T)$ y verificar que el $(1; 1; 3; 1)$ pertenece al subespacio intersección entre S y $Nu(T)$

10) Sea $\mathrm{T}: \mathbb{V} \to \mathbb{R}^3$ una transformación lineal que verifica que:

$$T(v_1) = (2; 1; 1)$$
$$T(v_2) = (1; 1; 0)$$
$$T(v_3) = (0; 0; 0)$$
$$T(v_4) = (0; -1; 1)$$

Hallar base y dimensión de la $Im(T)$, sabiendo que el conjunto $\{v_1; v_2; v_3; v_4\}$ es base del espacio $\mathbb{V}$