T P 04 Ej. 14-c

Empleando el gradiente, calcular las derivadas direccionales, y en cada caso indicar cuál es la dirección de máximo crecimiento de las funciones dadas en los puntos indicados.

$$\boldsymbol{f(x,y) = e^{x}.\cos(\pi.y) \quad en \;\; P_0 = (0,1) \; en \; la \; direcci\acute{o}n \; \vec{v} = \left(\frac{-1}{\sqrt{5}},\frac{2}{\sqrt{5}}\right)}$$

Para una explicación detallada de cada uno de los pasos referirse al ejercicio 14-a

A simple vista se puede apreciar que la $\|\vec{v}\| = 1 \;\therefore$

Por lo tanto, emplearemos la expresión:

$$\frac{\partial f}{\partial \breve{v}}(x_0, y_0) = \dot{f}_v(x_0, y_0) = \vec{\nabla} f(x_0, y_0) \circ \breve{v}$$

Ahora bien:

$$\vec{\nabla} f(x,y) = \left(\frac{\partial f}{\partial x},\frac{\partial f}{\partial y}\right) \rightarrow$$

$$\boldsymbol{\vec{\nabla} f(x,y) = \left(\frac{\partial f}{\partial x},\frac{\partial f}{\partial y}\right) = (e^{x}.\cos(\pi.y) \;\; ; \; -\pi.e^{x}.\sin(\pi.y))}$$

Evaluando al gradiente de la función en $P_0 = (0\,,-1)$, tenemos:

$$\vec{\nabla} f(0\,,-1) = \boldsymbol{\left(e^{0}.\cos(-\pi) \;\; ; \; -\pi.e^{0}.\sin(-\pi)\right)} \quad \rightarrow$$

$$\boldsymbol{\vec{\nabla} f(0\,,-1) = \; (-1\,,0)}$$

Entonces:

$$\frac{\partial f}{\partial \breve{v}}(0\,,-1) = \dot{f}_v(0\,,-1) = \vec{\nabla} f(0\,,-1) \circ \breve{v} = \; (-1\,,0) \circ \left(-\frac{1}{\sqrt{5}}\,,\frac{2}{\sqrt{5}}\right) \quad \rightarrow$$

$$\frac{\partial f}{\partial \breve{v}}(0\,,-1) = \dot{f}_v(0\,,-1) = \; -1.\left(-\frac{1}{\sqrt{5}}\right) + 0.\frac{2}{\sqrt{5}} \;\; \rightarrow$$

$$\frac{\boldsymbol{\partial f}}{\boldsymbol{\partial \breve{v}}}(\mathbf{0}\,,-\mathbf{1}) = \dot{\boldsymbol{f}}_{\boldsymbol{v}}(\mathbf{0}\,,-\mathbf{1}) = \frac{\mathbf{1}}{\sqrt{\mathbf{5}}}$$

<u>La dirección de máximo crecimiento será:</u>

$$\vec{u}(x_0, y_0) = \frac{\vec{\nabla} f(x_0, y_0)}{\left\|\vec{\nabla} f(x_0, y_0)\right\|} \quad \rightarrow$$

$$\vec{u}(0\,,-1) = \frac{\vec{\nabla} f(0\,,-1)}{\left\|\vec{\nabla} f(0\,,-1)\right\|} = \frac{(-1\,,0)}{\sqrt{(-1)^2 + 0^2}} = \frac{(-1\,,0)}{\sqrt{1}} \quad \rightarrow$$

$$\vec{\boldsymbol{u}}(\mathbf{0}\,,-\mathbf{1}) = (-\mathbf{1}\,,\mathbf{0})$$