T P 04 Ej. 26-ii

Calcular la Matriz Jacobiana asociada a los siguientes campos vectoriales:

$F(x,y) = (x, \cos(xy), xy, x^2)$ en (1,1)

Para resolver este ejercicio debemos entender que es la Matriz Jacobiana. La matriz jacobiana es una matriz formada por las derivadas parciales de primer orden de una función. Una de las aplicaciones más interesantes de esta matriz es la posibilidad de aproximar linealmente a la función en un punto. En este sentido, el jacobiano representa la derivada de una función multivariable.

Para un Campo Vectorial la matriz se forma de la siguiente manera:

J=$\begin{bmatrix} \frac{\partial y_1}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial y_1}{\partial x_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial y_m}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial y_m}{\partial x_n} \end{bmatrix}$ donde y_m son las componente del campo vectorial.

En nuestro ejercicio antes de hacer matriz alguna, debemos dar nombre a las funciones que van a servir para obtener la matriz. Por consecuencia:

$u = u(x,y) = x$

$v = v(x,y) = \cos(xy)$

$w = w(x,y) = xy$

$l = l(x,y) = x^2$

Ahora, si armo la matriz:

J(x,y)=$\begin{bmatrix} u_x & u_y \\ v_x & v_y \\ w_x & w_y \\ l_x & l_y \end{bmatrix}$ Calculando las respectivas derivadas el Jacobiano queda:

J(x,y)=$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -y.sen(xy) & -x.sen(xy) \\ y & x \\ 2x & 0 \end{bmatrix}$ Reemplazando en el punto dado, queda:

J(1,1)=$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -sen1 & -sen1 \\ 1 & 1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$.