Ejercicios adicionales:

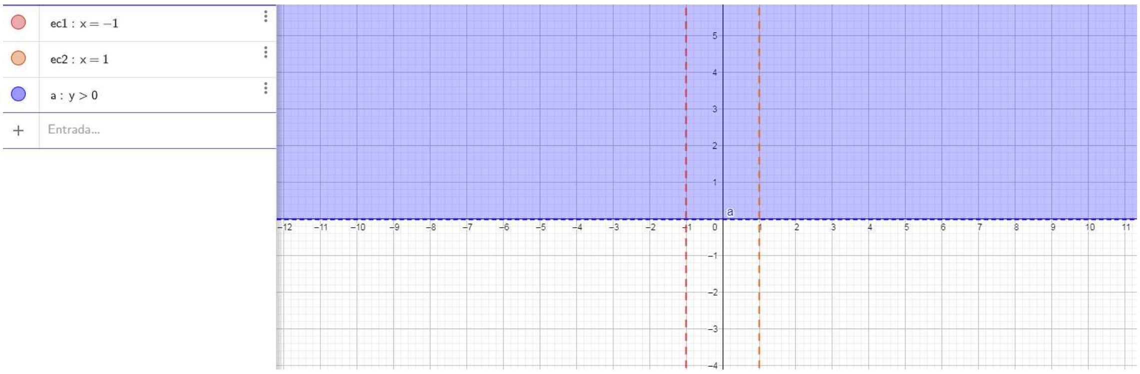
Dominio y conjuntos de nivel.

1. Hallar para $f(x,y)=\frac{ln(y)}{x^2-1}$ su dominio y graficarlo.
2. Proponer mas de una escritura posible para el dominio del ejercicio anterior.
3. Hallar para $f(x,y)=\ln(y-x^2)$ su dominio y graficarlo.
4. Hallar para $f(x,y)=\ln(y-x^2)$ cinco curvas de nivel relevantes.
5. Hallar para $f(x,y)=\ln(y-x^2)$ su imagen y graficarlo.
6. Hallar para $f(x,y,z)=\sqrt{1-x^2-y^2-z^2}$ su dominio y graficarlo.
7. Hallar para $f(x,y,z)=\sqrt{1-x^2-y^2-z^2}$ cinco curvas de nivel relevantes y graficarlos por separado y en contexto.
8. Hallar para $f(x,y,z)=\sqrt{1-x^2-y^2-z^2}$ su conjunto de imagen. De ser posible graficar su imagen, Justificar.
9. Hallar para $f(x,y)=\frac{1}{sen(x-y)}$ su dominio y graficarlo. Enunciar propiedades trigonométricas.
10. Representar gráficamente $x^2+z=0$ en $\mathbb{R}^2$
11. Representar gráficamente $x^2+z=0$ en $\mathbb{R}^3$
12. Representar gráficamente $3x+2y=12$ en $\mathbb{R}^3$
13. Representar gráficamente $3x+2y=2\mathrm{z}$ en $\mathbb{R}^3$
14. Hallar curvas de nivel relevantes para $f(x,y)=\mathrm{x}^2+\mathrm{y}^2$ y graficarlas (Por separado y en contexto).
15. Parametrizar la imagen de las curvas de nivel relevantes para $f(x,y)=\mathrm{x}^2+\mathrm{y}^2$ y graficarlas (Por separado y en contexto).
16. Parametrizar la interseccion para $f(x,y)=\mathrm{x}^2+\mathrm{y}^2$ con los planos coordenados y graficarlas (Por separado y en contexto).
17. Graficar la imagen de $f(x,y)=\mathrm{x}^2+\mathrm{y}^2$
18. Hallar curvas de nivel relevantes para $f(x,y)=\mathrm{e}^{\mathrm{x}-\mathrm{y}}$ y graficarlas (Por separado y en contexto).
19. Hallar superficies de nivel relevantes para $f(x,y,z)=\mathrm{e}^{\mathrm{x}-\mathrm{y}}$ y graficarlas (Por separado y en contexto).
20. Hallar curvas de nivel de radios exactos para $f(x,y)=\sqrt{x^2+y^2}$ y graficarlas (Por separado y en contexto).
21. Graficar la imagen para $f(x,y)=\sqrt{x^2+y^2}$. Utilizar las curvas de nivel y las intersecciones con los planos coordenados como guía.
22. Describir la imagen para $f(x,y)=4-\mathrm{x}^2$ sin graficarla.
23. Graficar $r(t)=(\cos(t), sen(t))$.. Proponga una limitacion coherente para el parametro t.
24. Graficar la imagen de la composicion $f(r(t))$ para $f(x,y)=4-\mathrm{x}^2$ y la siguiente trayectoria $r(t)=(\cos(t), sen(t))$.
25. Graficar la imagen de la composicion $f(r(t))$ para la superficie $f(x,y)=(\mathrm{x},\mathrm{y},4-\mathrm{x}^2)$ y la siguiente trayectoria $r(t)=(\cos(t), sen(t))$.

Ejercicios adicionales:
Dominio y conjuntos de nivel.

1. Hallar para $f(x,y) = \frac{ln(y)}{x^2-1}$ su dominio y graficarlo.
2. Proponer mas de una escritura posible para el dominio del ejercicio anterior.

- $Dom(f) = dom(\ln(y)) \wedge dom(\frac{1}{x^2-1})$
- $Dom(f) = \{ (x,y)\epsilon\mathbb{R}^2 / \ \ln(y) \neq 0 \ \wedge x^2 - 1 \ \neq 0\}$
- $Dom(f) = \{ (x,y)\epsilon\mathbb{R}^2 / \ y > 0 \ \wedge x \neq -1 \ \wedge \ x \neq 1 \}$

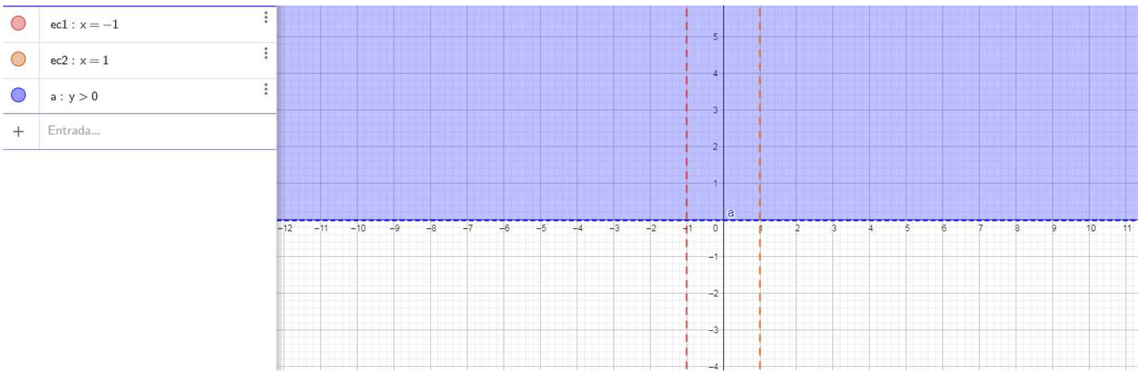


- $Dom(f) = \{ (x,y)\epsilon\mathbb{R}^2 / \ y > 0 \ \wedge (x \neq -1 \ \wedge \ x \neq 1) \}$

- $Dom(f) = \{ (x,y)\epsilon\mathbb{R}^2 / \ y > 0 \ \wedge ((x < -1 \ \vee \ -1 < x) \ \wedge \ (x < 1 \ \vee \ 1 < x)) \}$
- $Dom(f) = \{ (x,y)\epsilon\mathbb{R}^2 / \ y > 0 \ \wedge (x < -1 \ \vee \ -1 < x < 1 \ \vee \ 1 < x) \}$

- $Dom(f) = \{ (x,y)\epsilon\mathbb{R}^2 / \ y > 0 \ \wedge x \neq \pm 1 \}$

- $Dom(f) = \{ (x,y)\epsilon\mathbb{R}^2 / \ y > 0 \ \wedge x^2 \neq 1 \}$



https://www.geogebra.org/calculator/wm5gknss

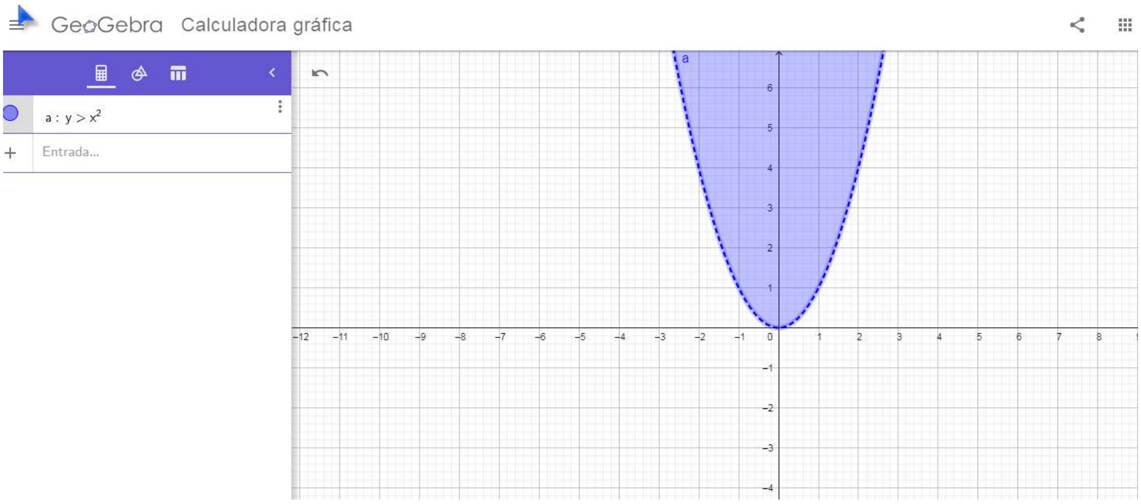
Ejercicios adicionales:

Dominio y conjuntos de nivel.

3. Hallar para $f(x,y) = \ln(y - x^2)$ su dominio y graficarlo.
4. Hallar para $f(x,y) = \ln(y - x^2)$ cinco curvas de nivel relevantes.
5. Hallar para $f(x,y) = \ln(y - x^2)$ su imagen y graficarlo.

3.

- $Dom(f(x,y)) = \{ (x,y) \epsilon \mathbb{R}^2 / \ y - \mathrm{x}^2 > 0\}$
- $Dom(f(x,y)) = \{ (x,y) \epsilon \mathbb{R}^2 / \ y > x^2\}$



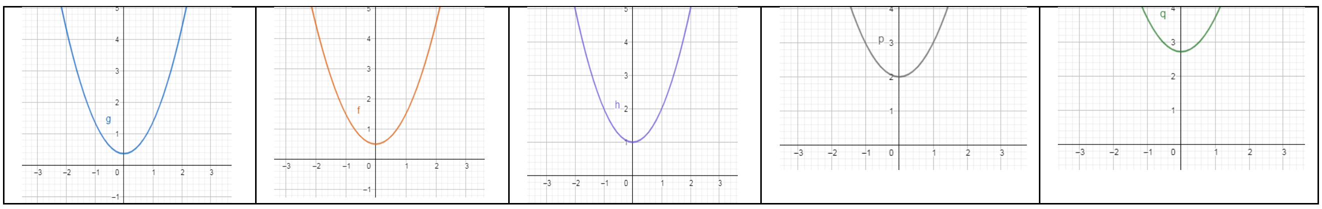
4.

$$f(x,y) = \ln(y - x^2)$$
$$k = \ln(y - x^2)$$

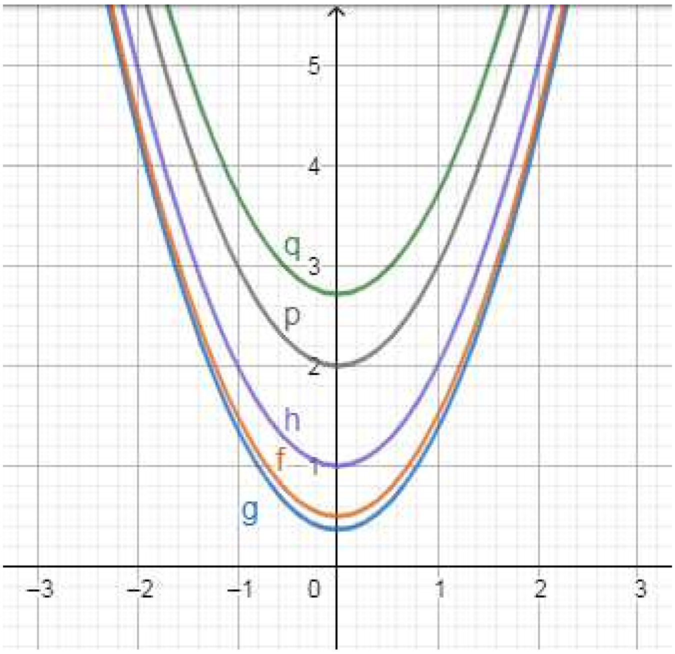
Segun Imagen: $k \in \mathbb{R}$

Se propone $K = \{-1, -\ln(2), 0, \ln(2), 1\}$

$k = -1$	$k = -\ln(2)$	$k = 0$	$k = \ln(2)$	$\mathrm{k} = 1$
$-1 = \ln(y - x^2)$ $e^{-1} = y - x^2$ $y - x^2 = \frac{1}{e}$ $y = \frac{1}{\mathrm{e}} + x^2$	$-\ln(2) = \ln(y - x^2)$ $e^{-\ln(2)} = y - x^2$ $y - x^2 = \frac{1}{e^{\ln(2)}}$ $y = \frac{1}{2} + x^2$	$0 = \ln(y - x^2)$ $e^0 = y - x^2$ $y - x^2 = 1$ $y = 1 + x^2$	$\ln(2) = \ln(y - x^2)$ $e^{\ln(2)} = y - x^2$ $y - x^2 = e^{\ln(2)}$ $y = 2 + x^2$	$1 = \ln(y - x^2)$ $e^1 = y - x^2$ $y - x^2 = e$ $y = \mathrm{e} + x^2$



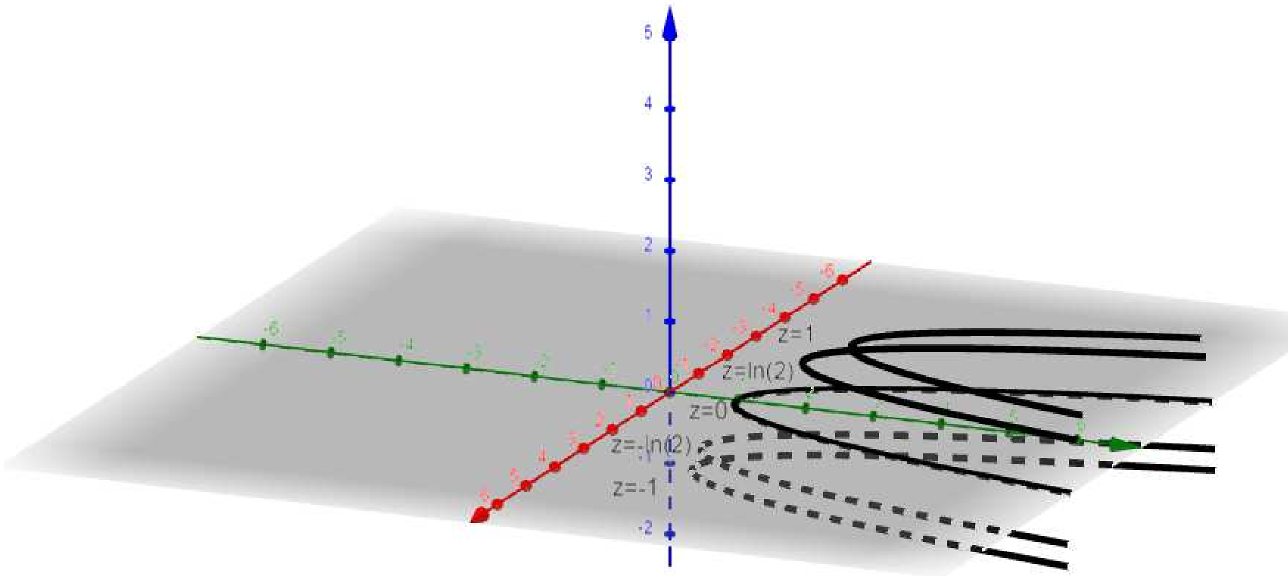
https://www.geogebra.org/calculator/ecyjbpbr



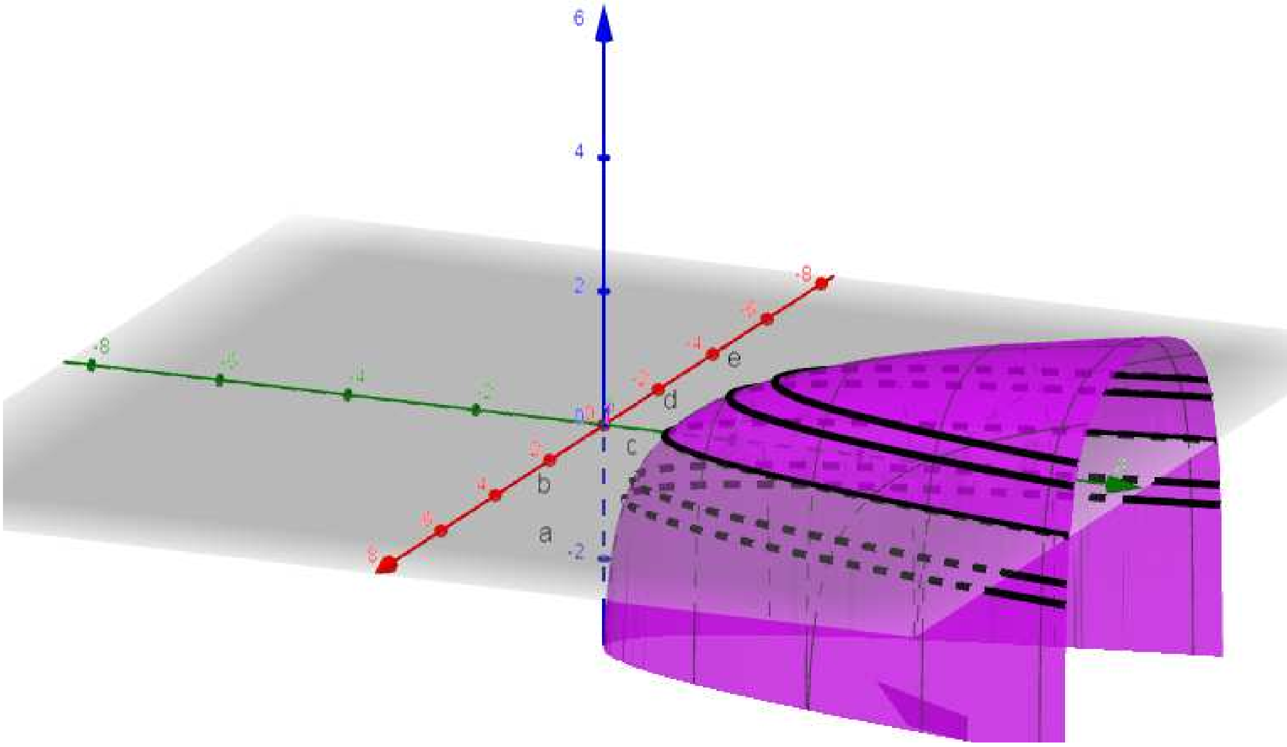
5.

Parametrizacion de curvas de nivel

$k=-1$	$k=-\ln(2)$	$k=0$	$k=\ln(2)$	$k=1$
$r(x)=(x,\frac{1}{e}+x^2,-1)$	$r(x)=(x,\frac{1}{2}+x^2,-\ln(2))$	$r(x)=(x,1+x^2,0)$	$r(x)=(x,2+x^2,\ln(2))$	$r(x)=(x,e+x^2,1)$



https://www.geogebra.org/3d/qawrqc8d



https://www.geogebra.org/3d/yzzav6hs

Ejercicios adicionales:
Dominio y conjuntos de nivel.

6. Hallar para $f(x,y,z) = \sqrt{1 - x^2 - y^2 - z^2}$ su dominio y graficarlo.
7. Hallar para $f(x,y,z) = \sqrt{1 - x^2 - y^2 - z^2}$ cinco curvas de nivel relevantes y graficarlos por separado y en contexto.
8. Hallar para $f(x,y,z) = \sqrt{1 - x^2 - y^2 - z^2}$ su conjunto de imagen. De ser posible graficar su imagen, Justificar.

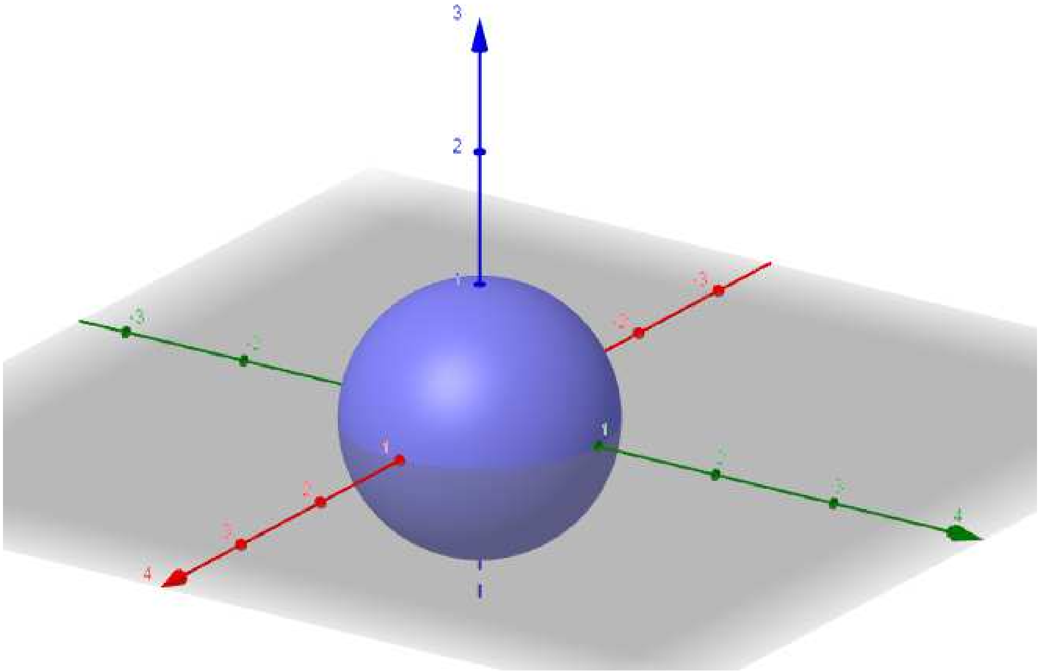
6.

$$f(x,y,z) = \sqrt{1 - x^2 - y^2 - z^2} \;=>\; Domf = \{1 - x^2 - y^2 - z^2 \geq 0\}$$
$$\text{Domf} = \{1 \geq x^2 + y^2 + z^2\}$$

$$\text{Domf} = \{x^2 + y^2 + z^2 \leq 1\}$$

Dado los cuadrados se da por sobre entendido:

$$\text{Domf} = \{0 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 1\}$$



7.

Imagen de f:

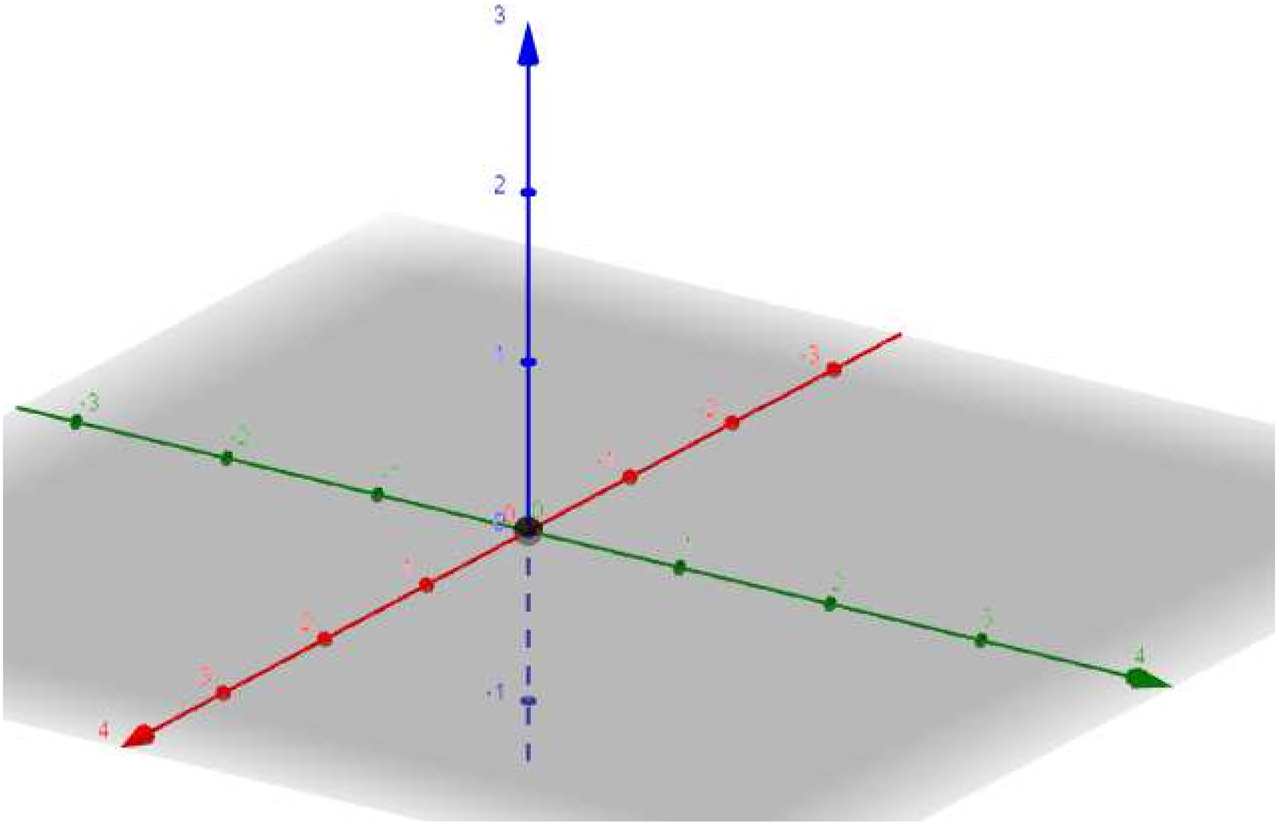
$$f(x,y,z) = \sqrt{1 - x^2 - y^2 - z^2}$$
$$\text{Domf} = \{0 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 1\}$$

$$f(x^2 + y^2 + z^2 = 1) = \sqrt{1 - 1} = 0$$
$$f(x^2 + y^2 + z^2 = 0) = \sqrt{1 - 0} = 1$$

$$\text{Imf} = [0; 1] \;=>\; 0 \leq k \leq 1$$

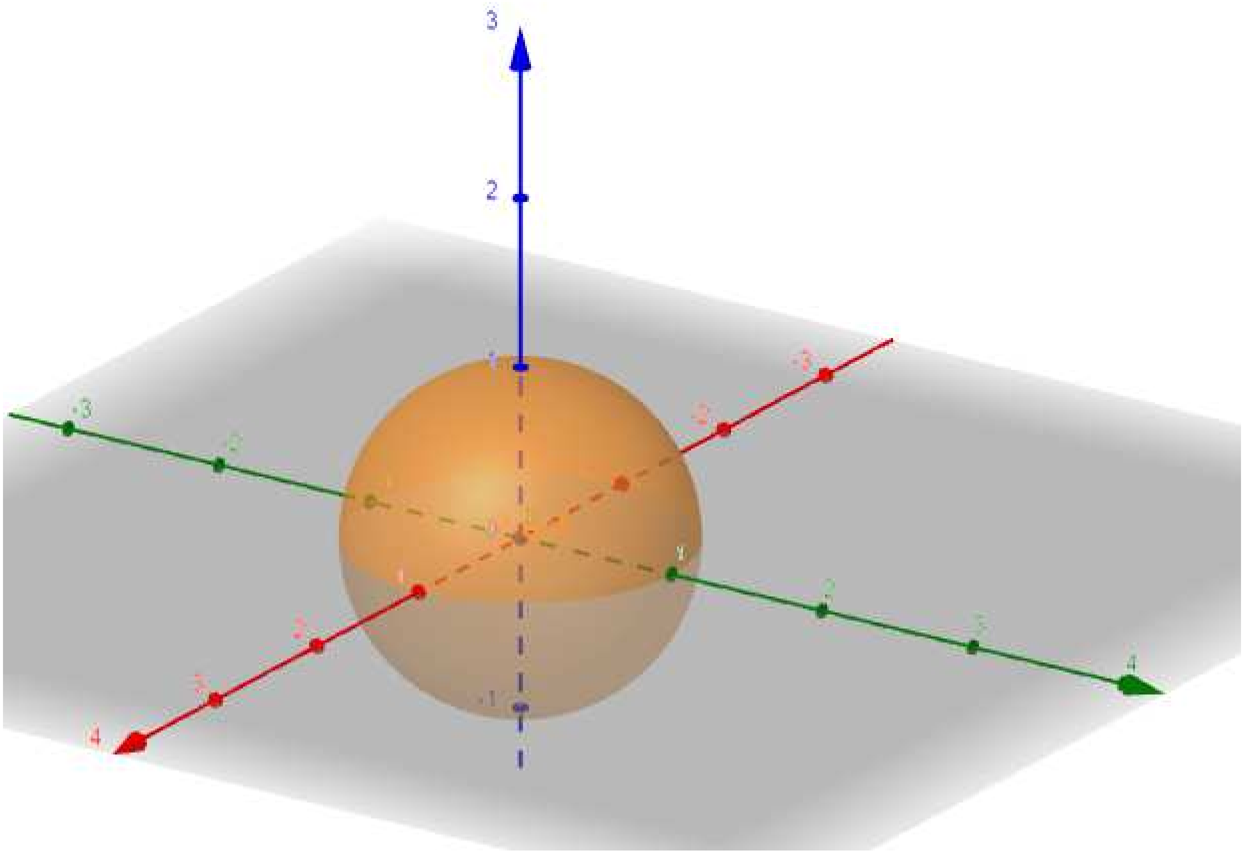
Para k=1

$$1 = \sqrt{1 - x^2 - y^2 - z^2}$$
$$1 = 1 - x^2 - y^2 - z^2$$
$$0 = x^2 + y^2 + z^2$$
$$es\ un\ punto$$
$$P = (0,0,0)$$



Para k=0

$$0 = \sqrt{1 - x^2 - y^2 - z^2}$$
$$0 = 1 - x^2 - y^2 - z^2$$
$$1 = x^2 + y^2 + z^2$$
$$superficie\ de\ una\ esfera\ radio\ 1$$



Para valores exactos:

$$k = \sqrt{1 - x^2 - y^2 - z^2}$$
$$k^2 = 1 - x^2 - y^2 - z^2$$
$$1 - k^2 = x^2 + y^2 + z^2$$
$$1 - k^2 = r^2$$
$$r = \sqrt{1 - k^2}$$
$$r = \left\{\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}\right\} superficie\ de\ una\ esfera\ radio\ \frac{1}{4}, \frac{1}{2}\ y\ \frac{3}{4}$$

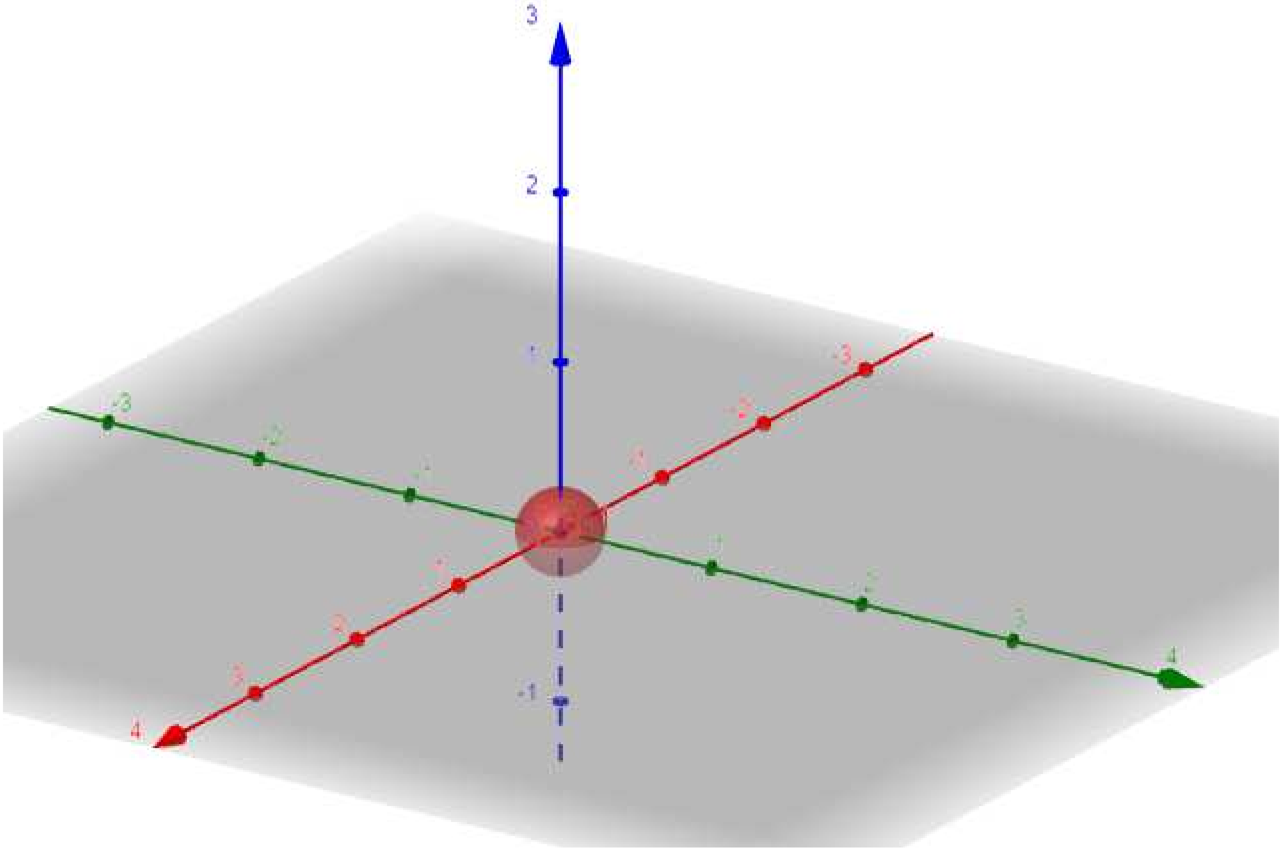
$$\frac{1}{4} = \sqrt{1 - k^2} \Rightarrow \frac{1}{16} - 1 = -\mathrm{k}^2 \Rightarrow k = \sqrt{\frac{15}{16}}$$

$$\frac{1}{2} = \sqrt{1 - k^2} \Rightarrow \frac{1}{4} - 1 = -\mathrm{k}^2 \Rightarrow k = \sqrt{\frac{3}{4}}$$

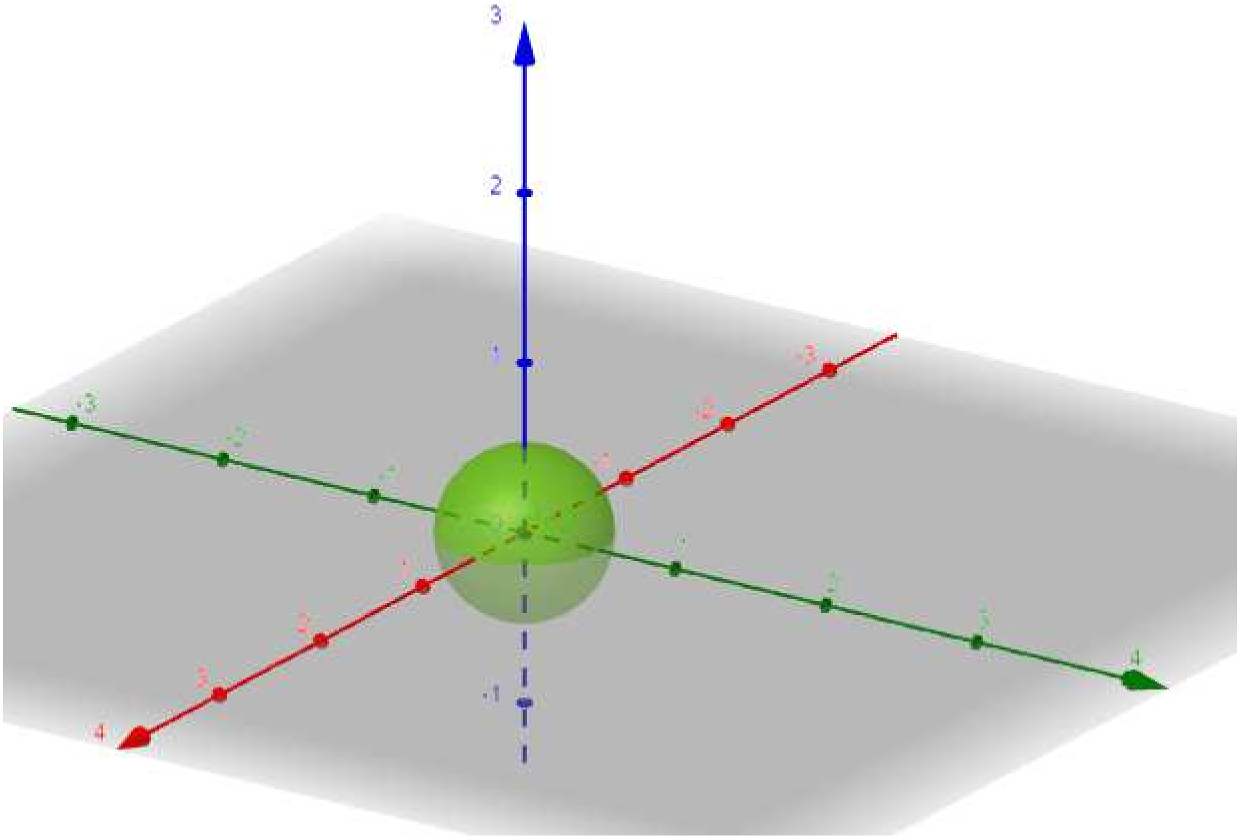
$$\frac{3}{4} = \sqrt{1 - k^2} \Rightarrow \frac{9}{16} - 1 = -\mathrm{k}^2 \Rightarrow k = \sqrt{\frac{7}{16}}$$

entonces:

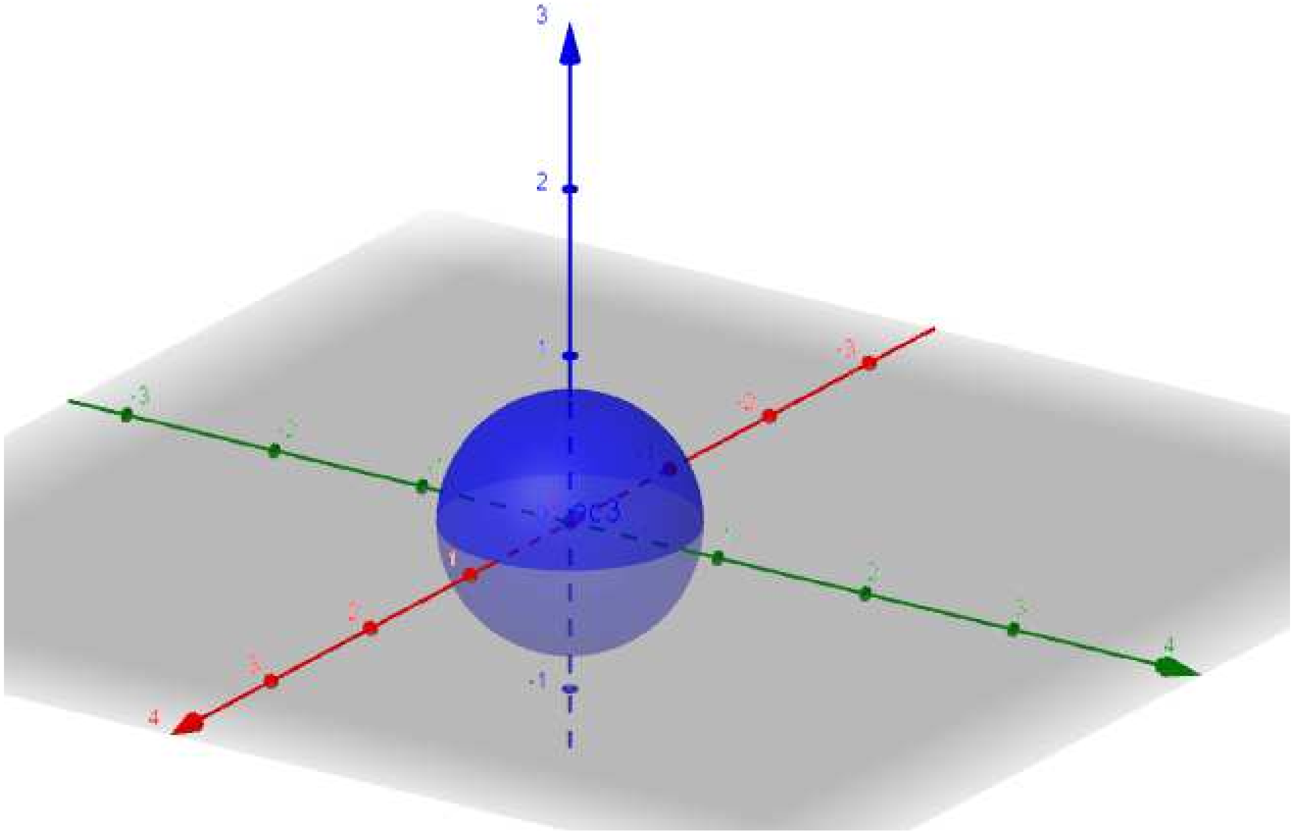
Para $\mathrm{k} = \sqrt{\frac{15}{16}} \Rightarrow x^2 + y^2 + z^2 = \frac{1}{16} \Rightarrow superficie\ de\ una\ esfera\ radio\ \frac{1}{4}$



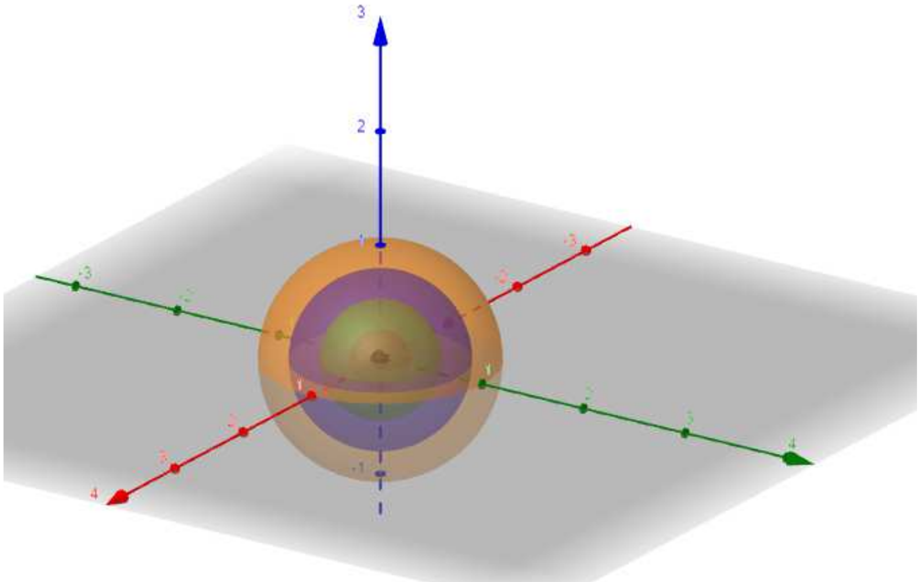
Para $k = \sqrt{\frac{3}{4}} \Rightarrow x^2 + y^2 + z^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow \textit{superficie de una esfera radio } \frac{1}{2}$



Para k $= \sqrt{\frac{7}{16}} \Rightarrow x^2 + y^2 + z^2 = \frac{9}{16} \Rightarrow superficie\ de\ una\ esfera\ radio\ \frac{3}{4}$



En resumen:
Para $k < 0 ==> absurdos$
Para $k = 1 ==> un\ punto$
Para $0 \leq\ k < 1 ==> superficie\ de\ una\ esfera\ de\ radio\ \sqrt{1-k^2}$
Para $k > 1 ==> absurdos$



https://www.geogebra.org/3d/hfsb44bd

7.

La imagen de $f(x,y,z) = \sqrt{1 - x^2 - y^2 - z^2}$ solo se puede definir como conjunto. pero no se puede realizar un grafico en 4 variables (x,y,z, f) o (x,y,z, w), o tambien dicho de la 4ta dimension.

Sabemos que $f(x,y,z) = \sqrt{1 - x^2 - y^2 - z^2}$ es una funcion definida $\mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$. Este conjunto de imagen definido en $\mathbb{R}$, cubre los valores de [0;1].

Lo maximo que podemos especificar son las superficies de nivel, sabiendo que cada superficie se corresponde con un valor de imagen (k).

Porcion del Dominio tal que	Radio	Imagen de $f(x,y,z) = \sqrt{1 - x^2 - y^2 - z^2}$	Valor de k
$x^2 + y^2 + z^2 = 0$		$f(x,y,z) = 1$	$k = 1$
$x^2 + y^2 + z^2 = \frac{1}{16}$	$\frac{1}{4}$	$f(x,y,z) = \sqrt{\frac{15}{16}}$	$k = \sqrt{\frac{15}{16}}$
$x^2 + y^2 + z^2 = \frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$f(x,y,z) = \sqrt{\frac{9}{16}}$	$k = \sqrt{\frac{3}{4}}$
$x^2 + y^2 + z^2 = \frac{9}{16}$	$\frac{3}{4}$	$f(x,y,z) = \sqrt{\frac{7}{16}}$	$k = \sqrt{\frac{7}{16}}$
$x^2 + y^2 + z^2 = 1$	1	$f(x,y,z) = 0$	$k = 0$

Ejercicios adicionales:

Dominio y conjuntos de nivel.

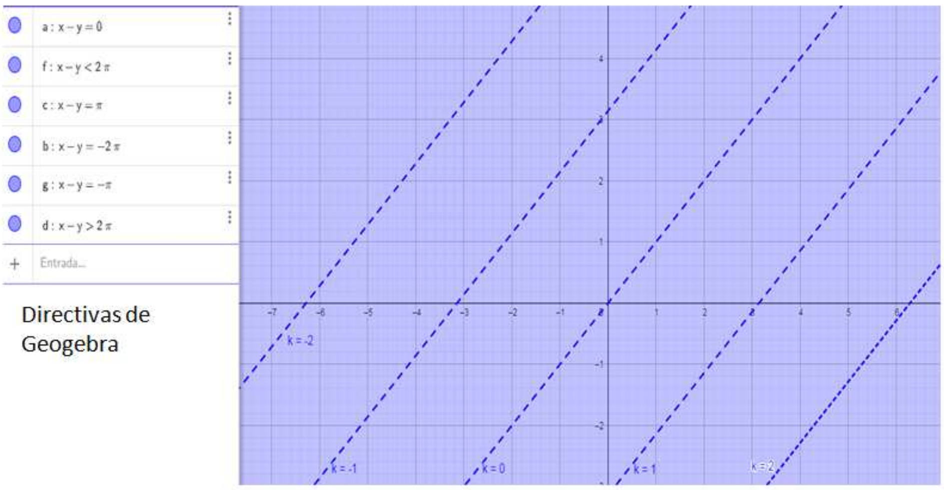
9. Hallar para $h(x, y) = \frac{1}{sen(x-y)}$ su dominio y graficarlo. Enunciar propiedades trigonométricas.

Siendo $h(x, y) = \frac{1}{sen(x-y)}$ una funcion de $\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$

Se obtiene:

- En base a la propiedad de raíces del seno, como ejemplo:
  $sen(0) = 0, sen(\pi) = 0, sen(2\pi) = 0, sen(3\pi) = 0\ o\ sen(-\pi) = 0$
  En fin $sen(k\pi) = 0$
  Por lo tanto $sen(x - y) = 0 \to x - y = k\pi$ condición que al encontrarse en el denominador no debe suceder.
  $Dom(h) = \{\ (x, y)\epsilon\mathbb{R}^2 : x - y \neq k\pi\ con\ k \in \mathbb{Z}\}$
  $Dom(h) = \{\ (x, y)\epsilon\mathbb{R}^2 : y \neq -k\pi + x\ con\ k \in \mathbb{Z}\}$

– Grafico de x-y ≠ k*Π



https://www.geogebra.org/calculator/haja4fmu

Ejercicios adicionales:

Dominio y conjuntos de nivel.

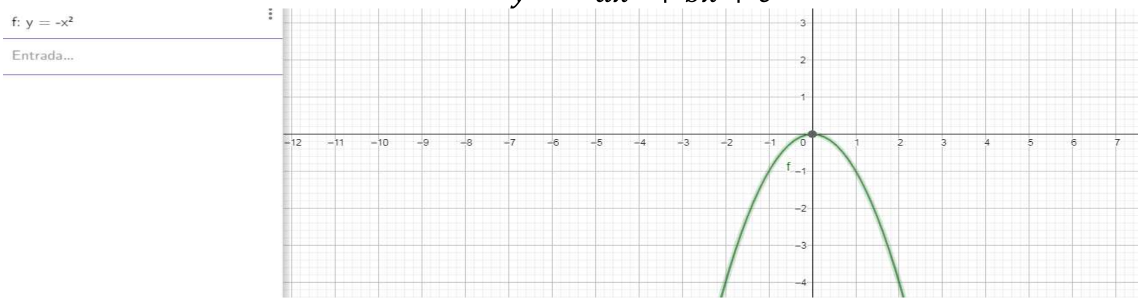
10. Representar gráficamente $x^2 + z = 0$ en $\mathbb{R}^2$
11. Representar gráficamente $x^2 + z = 0$ en $\mathbb{R}^3$
12. Representar gráficamente $3x + 2y = 12$ en $\mathbb{R}^3$
13. Representar gráficamente $3x + 2y - 1 = -2\text{z}$ en $\mathbb{R}^3$

10.

- Estamos hablando de una ecuación($x^2 + z = 0$) por lo que para graficarla tenemos que tener el siguiente recaudo.
  - Se pidió grafico en R2: así que participan x,z
  - Se dibujan aquellos (x,z) que cumplan con la ecuación

Podemos ver que posee similitud con las funciones parabólicas

$$y = -ax^2 + bx + c$$



Vemos que $z = f(x) = -x^2$ posee una forma parabólica.

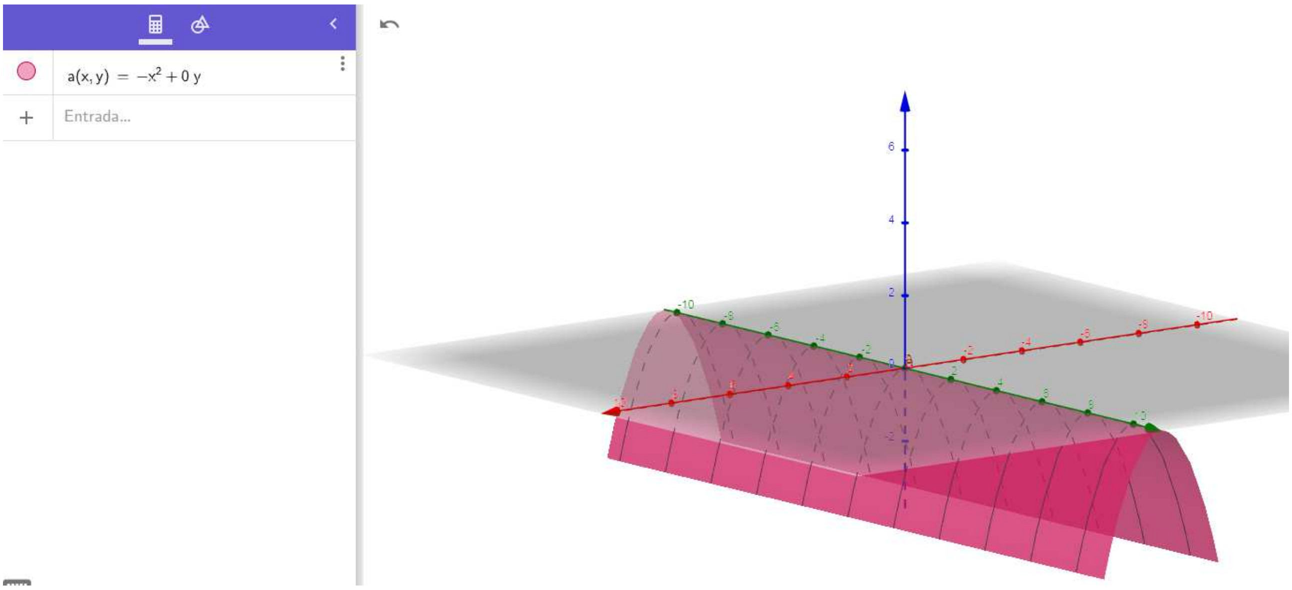
11.

- Estamos hablando de una ecuación($x^2 + z = 0$) por lo que para graficarla tenemos que tener el siguiente recaudo.
  - Se pidió grafico en R3: así que participan x,y,z
  - Se dibujan aquellos (x,y,z) que cumplan con la ecuación
- Como no sería optimo estar calculando todos los puntos podemos asimilarla con pasajes de términos para que quede una función explicita

$$z = f(x, y) = -x^2$$

  - Para valor de $y \in \mathbb{R}$ actúa sobre la función sin modificar el valor de la imagen que le asigna la variable x.
  - En ciertas bibliografías se puede ver: $z = f(x, y) = -x^2 + 0 \cdot y$

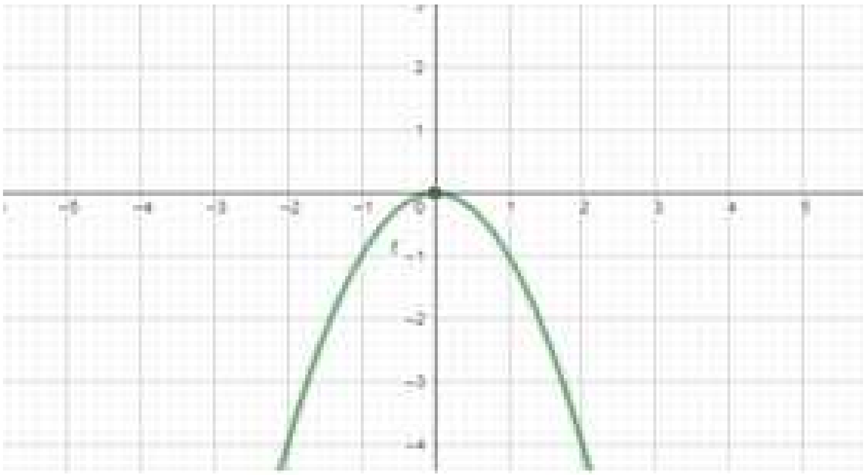
Finalmente:



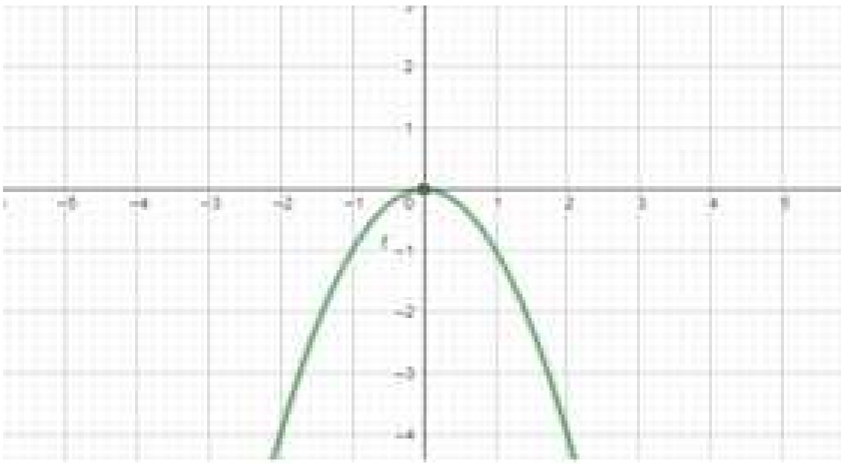
¿Como Dibujar en la carpeta?

Tengamos en cuenta que es dificil reproducir esta practica por medio de word y que cada ejercicio tiene su particularidad. Pero se pueden seguir una serie de propuestas en este caso

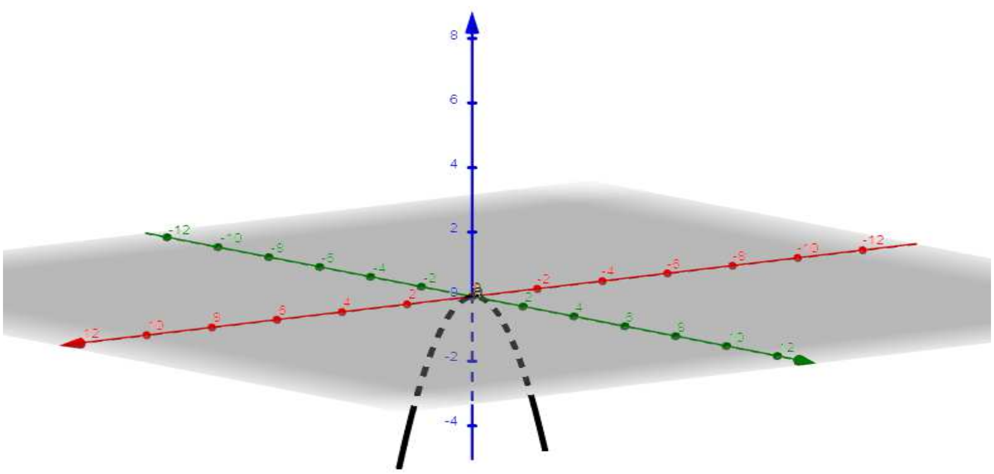
1. Considerar el formato de la parabola $z = -x^2$ en el plano xz



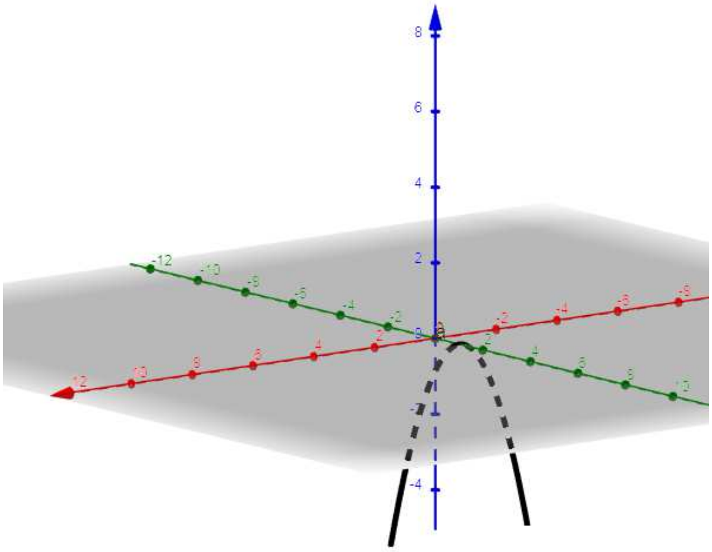
2. Considerar que $z = f(x, y) = -x^2 + 0 \cdot y$ aunque y=0, y=1, y=-1 o cualquier valor para y. El grafico se ve intacto.



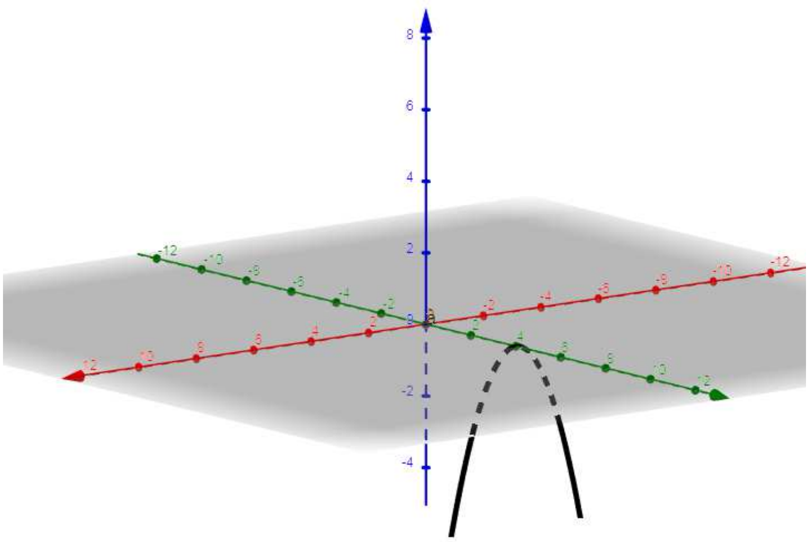
3. Sobre una serie de valores de y, se puede dibujar el esquema en $\mathbb{R}^3$
con y=0



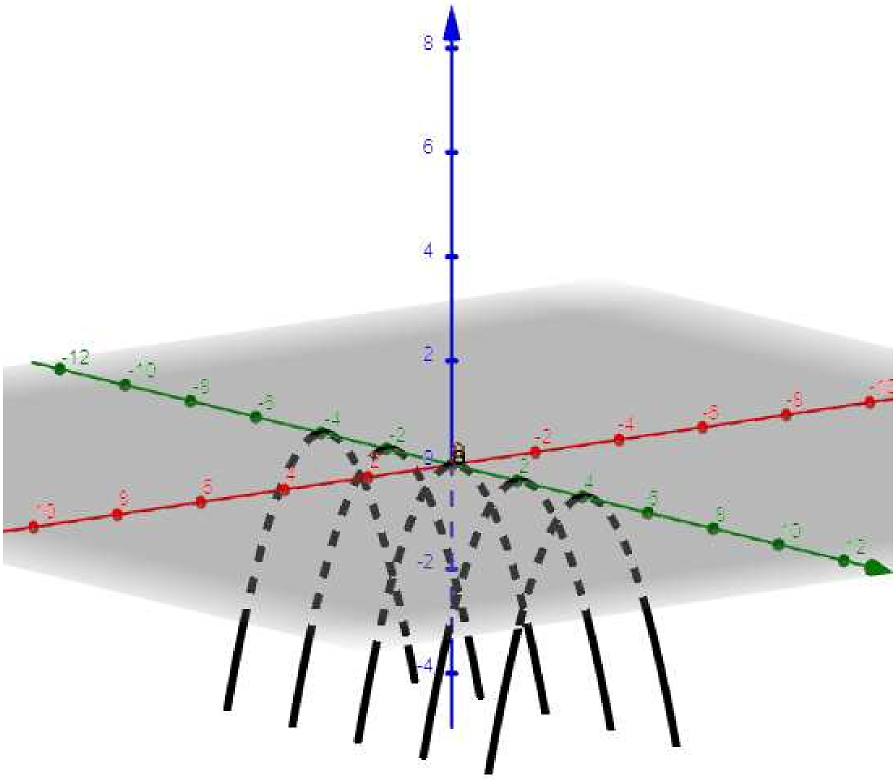
y=1



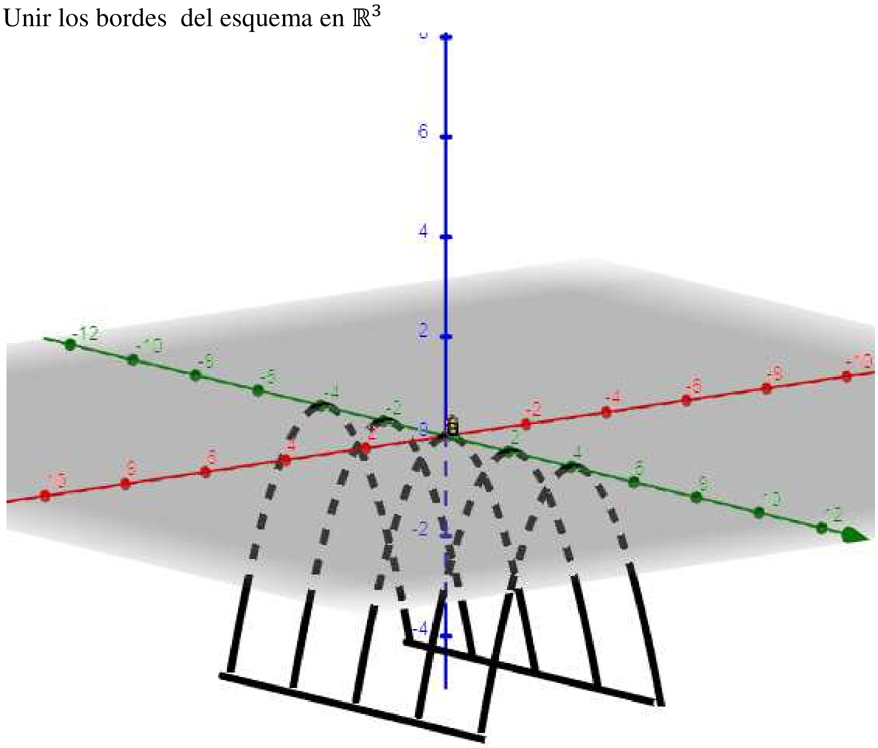
y=4



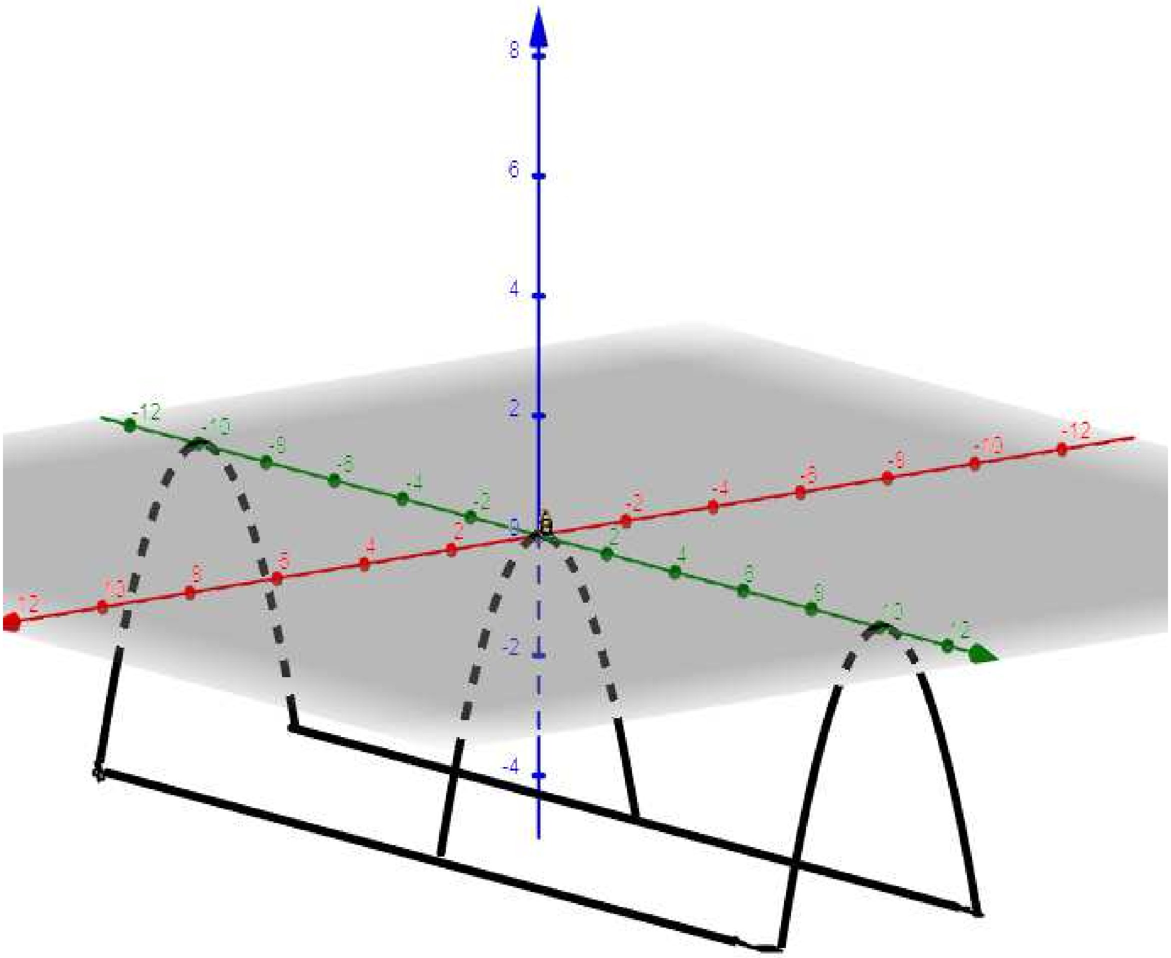
4. Practicar con mas valores de y
5. Dibujar todas al mismo tiempo en el esquema en $\mathbb{R}^3$

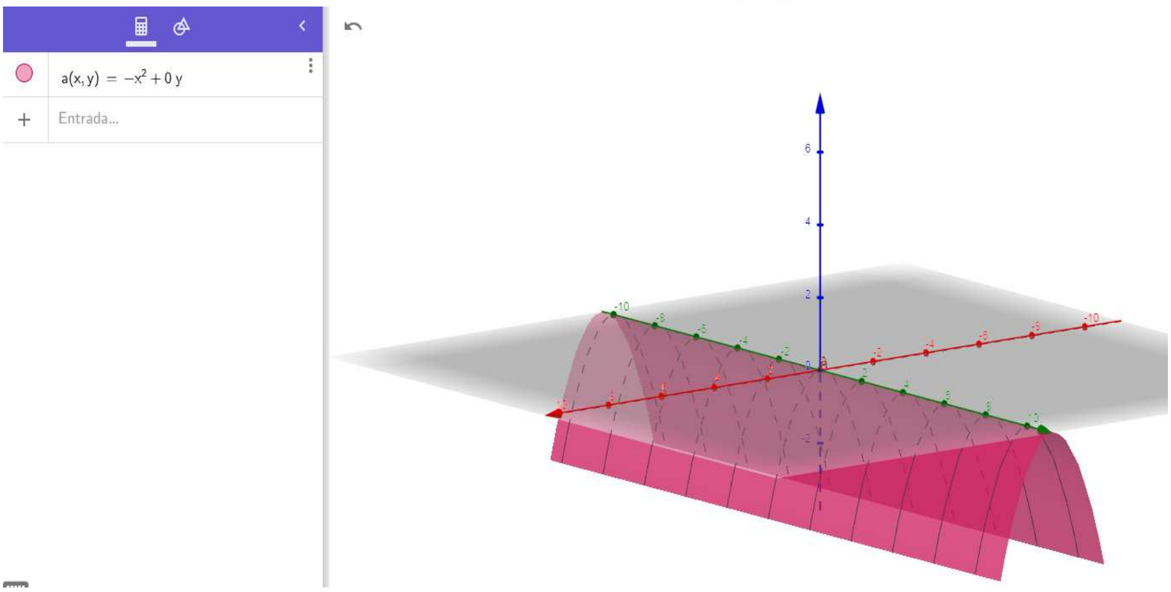


6. Unir los bordes del esquema en $\mathbb{R}^3$



7. Finalmente:

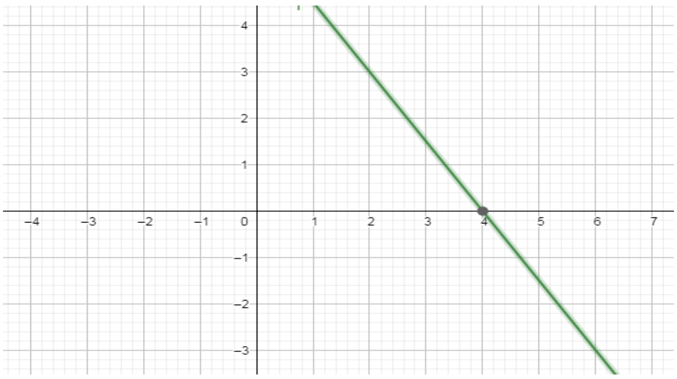



a(x, y) = −x² + 0 y
Entrada...

12.

- Estamos hablando de una ecuación($3x + 2y + 0 \cdot z = 12$) por lo que para graficarla tenemos que tener el siguiente recaudo.
  - Se pidió grafico en R3: así que participan x,y,z
  - Se dibujan aquellos (x,y,z) que cumplan con la ecuación
- Podemos ver que posee similitud con las rectas

$$y = 6 - \frac{3}{2}x$$
$$r(t) = \left(t, 6 - \frac{3}{2}t\right)$$
$$r(x) = \left(x, 6 - \frac{3}{2}x\right)$$



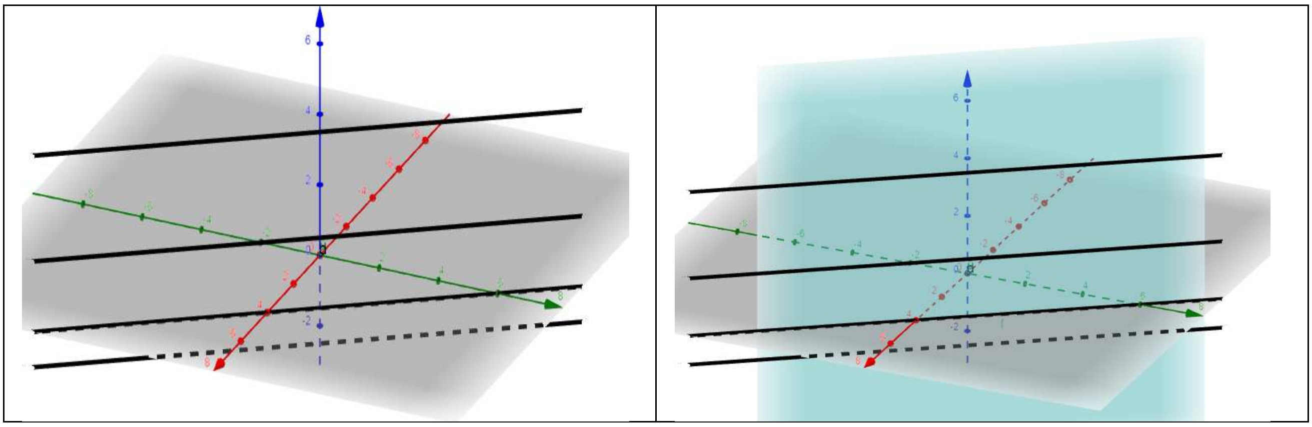
Vemos que $y = 6 - \frac{3}{2}x + 0 \cdot z$

- Para valor de $z \in \mathbb{R}$ actúa sobre la función de y sin modificar el valor de la imagen que le asigna la variable x

Parametrizaciones posibles:

$$r(x) = \left(x, 6 - \frac{3}{2}x, 0\right)$$
$$r(x) = \left(x, 6 - \frac{3}{2}x, 5\right)$$
$$r(x) = \left(x, 6 - \frac{3}{2}x, -5\right)$$

Finalmente:

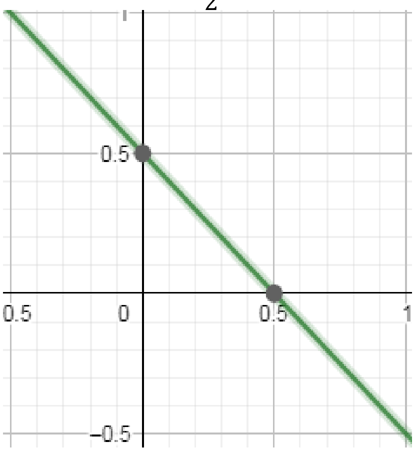
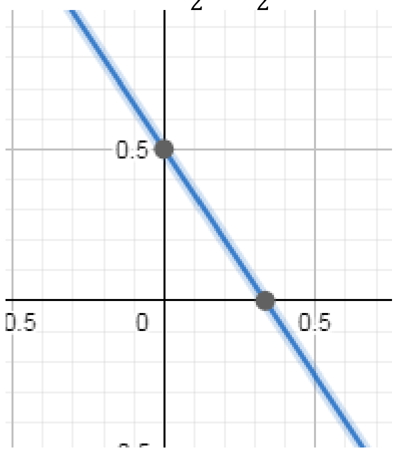
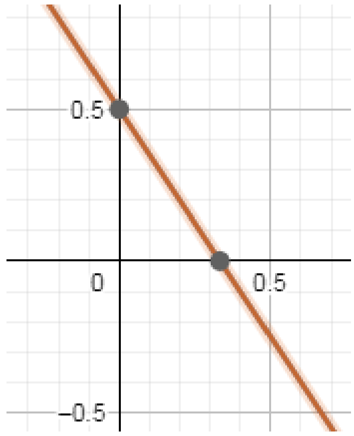


https://www.geogebra.org/3d/f2sxrhfw

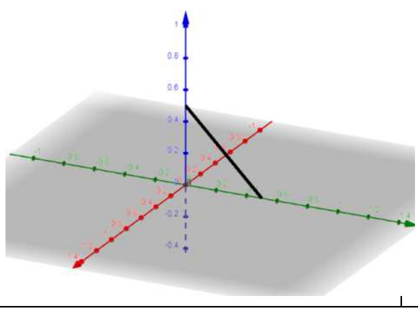
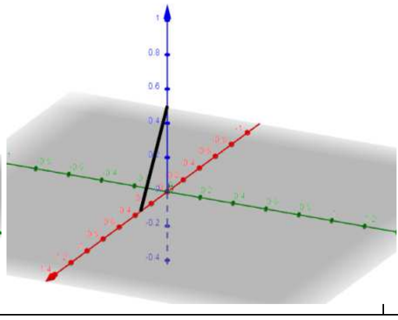
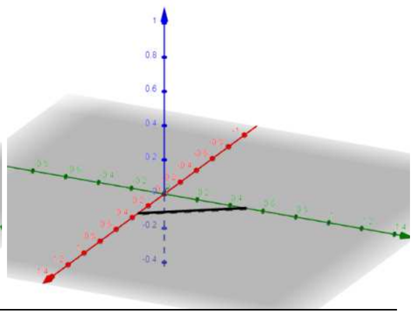
13.

- Estamos hablando de una ecuación($3x + 2y - 1 = -2z$) por lo que para graficarla tenemos que tener el siguiente recaudo.
  - Se pidió grafico en R3: así que participan x,y,z
  - Se dibujan aquellos (x,y,z) que cumplan con la ecuación

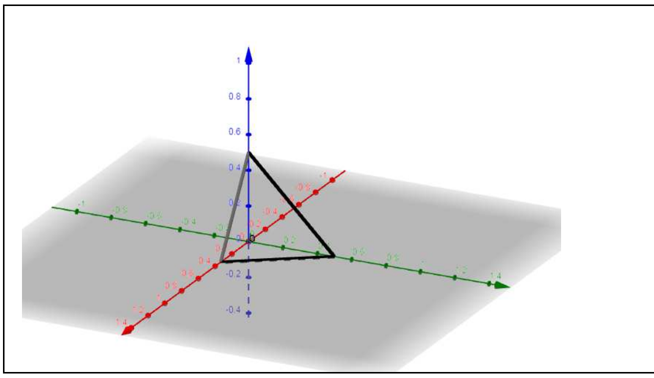
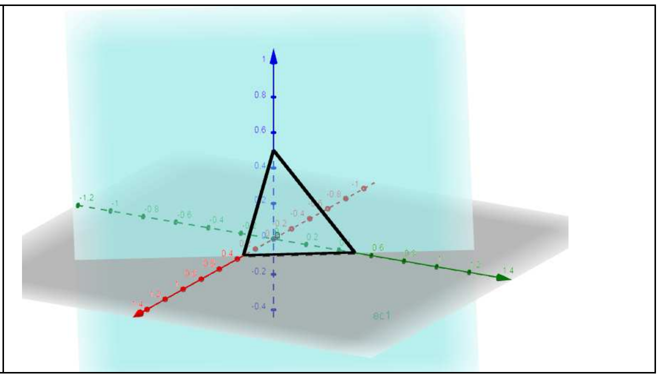
- Podemos dibujar las rectas correspondientes a sus trazas

<table>
<tr>
<td>$x = 0$
$3 \cdot 0 + 2y - 1 = -2z$
$-y + \frac{1}{2} = z$</td>
<td>$y = 0$
$3x + 2 \cdot 0 - 1 = -2z$
$z = -\frac{3}{2}x + \frac{1}{2}$</td>
<td>$z = 0$
$3x + 2y - 1 = -2 \cdot 0$
$y = -\frac{3}{2}x + \frac{1}{2}$</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td></td>
<td></td>
</tr>
</table>

Podemos dibujar las sus trazas en el espacio.

<table>
<tr>
<td>$r(y) = \left(0, y, -y + \frac{1}{2}\right)$</td>
<td>$r(x) = \left(x, 0, -\frac{3}{2}x + \frac{1}{2}\right)$</td>
<td>$r(x) = \left(x, -\frac{3}{2}x + \frac{1}{2}, 0\right)$</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td></td>
<td></td>
</tr>
</table>

Finalmente:

https://www.geogebra.org/3d/yuqxdjzu

Clase 2:

Ejercicio de curvas de nivel

14. Hallar curvas de nivel relevantes para $f(x,y) = x^2 + y^2$ y graficarlas (Por separado y en contexto).
15. Parametrizar la imagen de las curvas de nivel relevantes para $f(x,y) = x^2 + y^2$ y graficarlas (Por separado y en contexto).
16. Parametrizar la interseccion para $f(x,y) = x^2 + y^2$ con los planos coordenados y graficarlas (Por separado y en contexto).
17. Graficar la imagen de $f(x,y) = x^2 + y^2$

14.

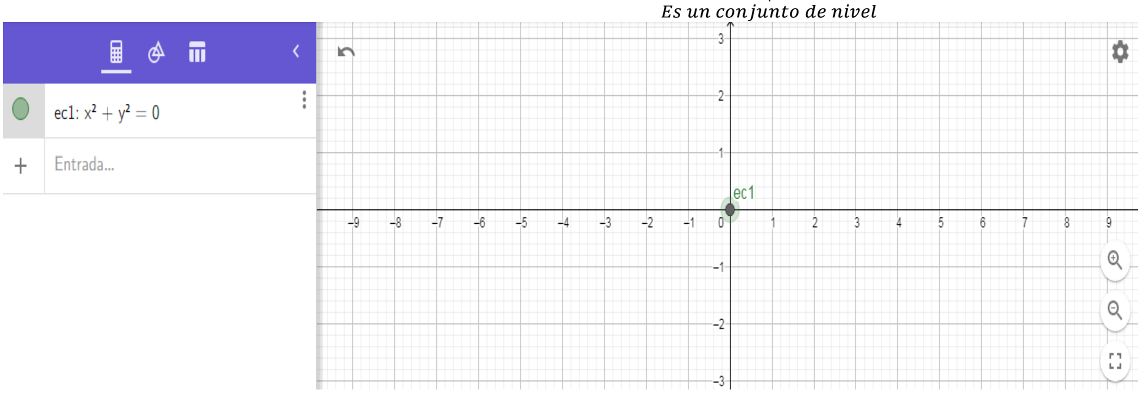
$$f(x,y) = x^2 + y^2$$
$$k = x^2 + y^2$$

Dominio $todos\ los\ valores\ de\ x\ e\ y\ son\ validos\ (\ Reales\ al\ cuadrado)$
Imagen $= \{k \geq 0\} =\ Reales\ positivos$

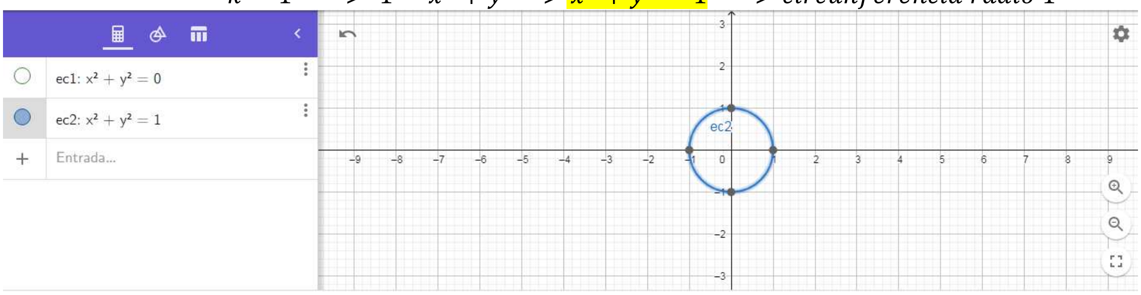
$$k = -1 ==> -1 = x^2 + y^2$$
$$-1 = x^2 + y^2 => \underbrace{\emptyset ==> absurdo}_{Conjunto\ vacio}$$

No es posible solicitar una curva de nivel -1 ya que no pertenece a su imagen.

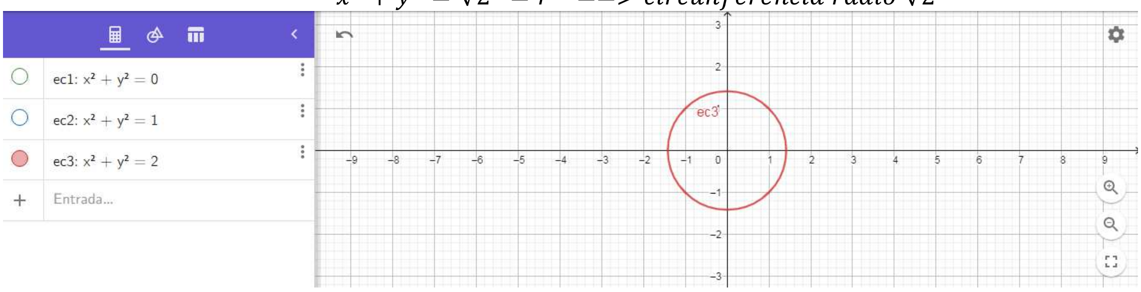
$$k = 0\ \ ==>\ \ 0 = x^2 + y^2\ \ ==>\ \ \underbrace{un\ punto}_{Es\ un\ conjunto\ de\ nivel}\ \ \ P = (0,0)$$



$$k = 1\ ==>\ 1 = x^2 + y^2 => x^2 + y^2 = 1 ==> circunferencia\ radio\ 1$$

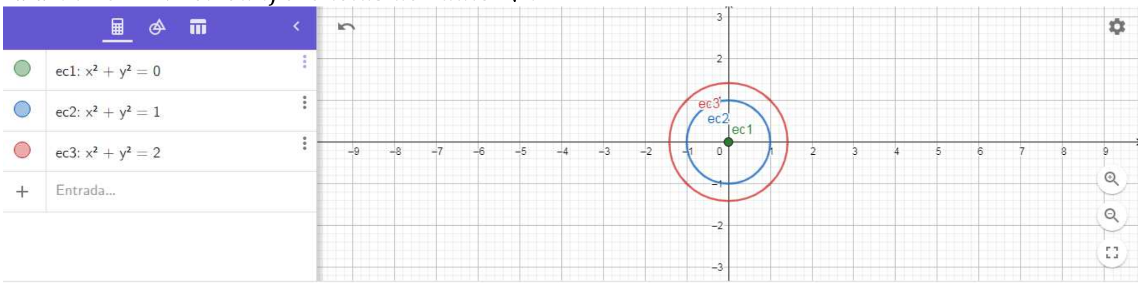


$$k = 2\ ==> 2 = x^2 + y^2 => x^2 + y^2 = 2$$
$$x^2 + y^2 = \sqrt{2}^2 = r^2\ \ ==> circunferencia\ radio\ \sqrt{2}$$



$$4 = x^2 + y^2 => x^2 + y^2 = 4 ==> circunferencia\ radio\ 2$$
$$25 = x^2 + y^2 => x^2 + y^2 = 5^2 ==> circunferencia\ radio\ 5$$

Grafico del contexto:
En resumen:
Para $k < 0 ==> absurdos$
Para $k = 0 ==> un\ punto$
Para $k > 0 ==> circunferencias\ de\ radio\ \sqrt{k}$

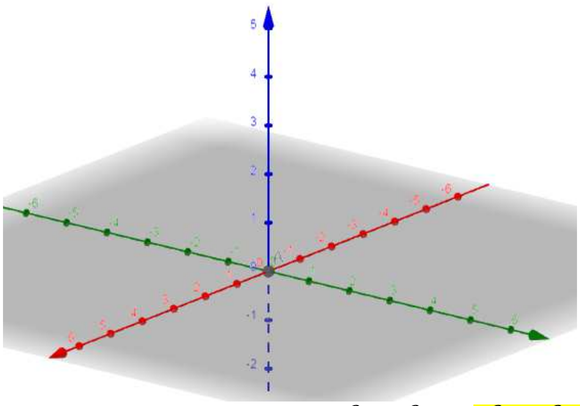


https://www.geogebra.org/calculator/um4grgxm

15.

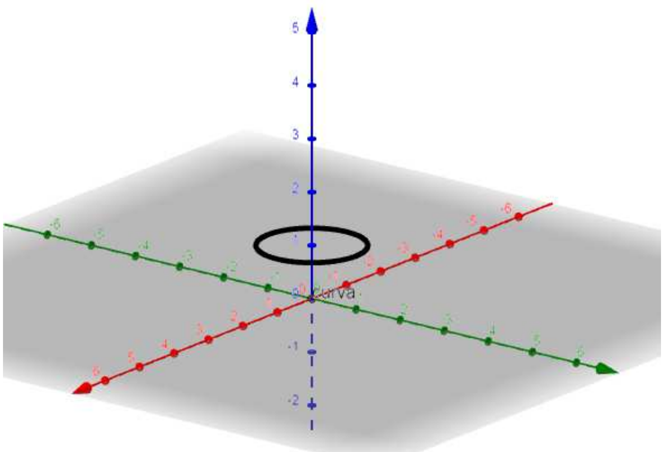
$$k = 0 ==> 0 = x^2 + y^2 ==> \underbrace{un\ punto}_{Es\ un\ conjunto\ de\ nivel} \quad P = (0{,}0)$$

P es un punto del Dominio, en cambio $A = (0,0,k) = (0,0,0)$ es un punto en la grafica $f(x,y) = x^2 + y^2$



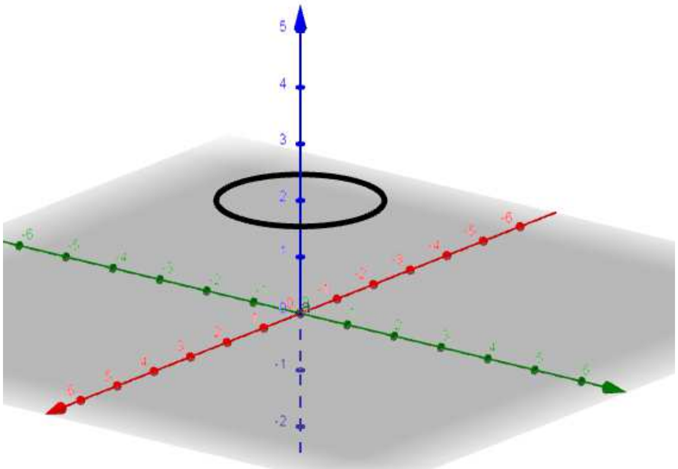
$$k = 1 ==> 1 = x^2 + y^2 => x^2 + y^2 = 1 ==> circunferencia\ radio\ 1\ en\ altura\ z = 1$$

$$r(t) = (\cos(t), sen(t), 1)$$



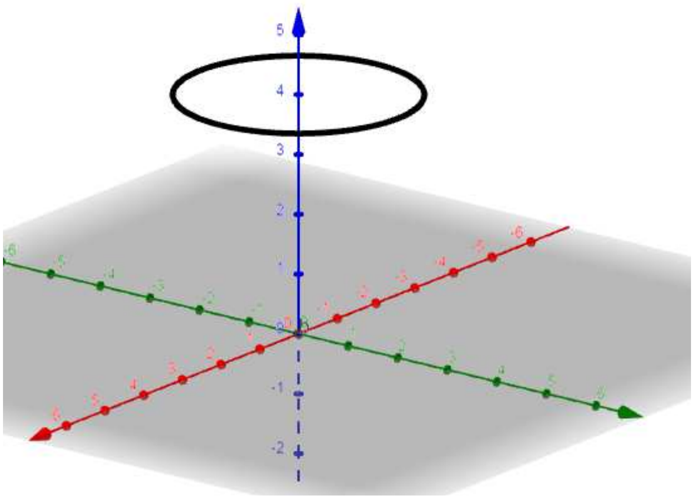
$k = 2 \implies 2 = x^2 + y^2 \Rightarrow x^2 + y^2 = 2 \implies circunferencia\ radio\ \sqrt{2}\ en\ altura\ z = 2$

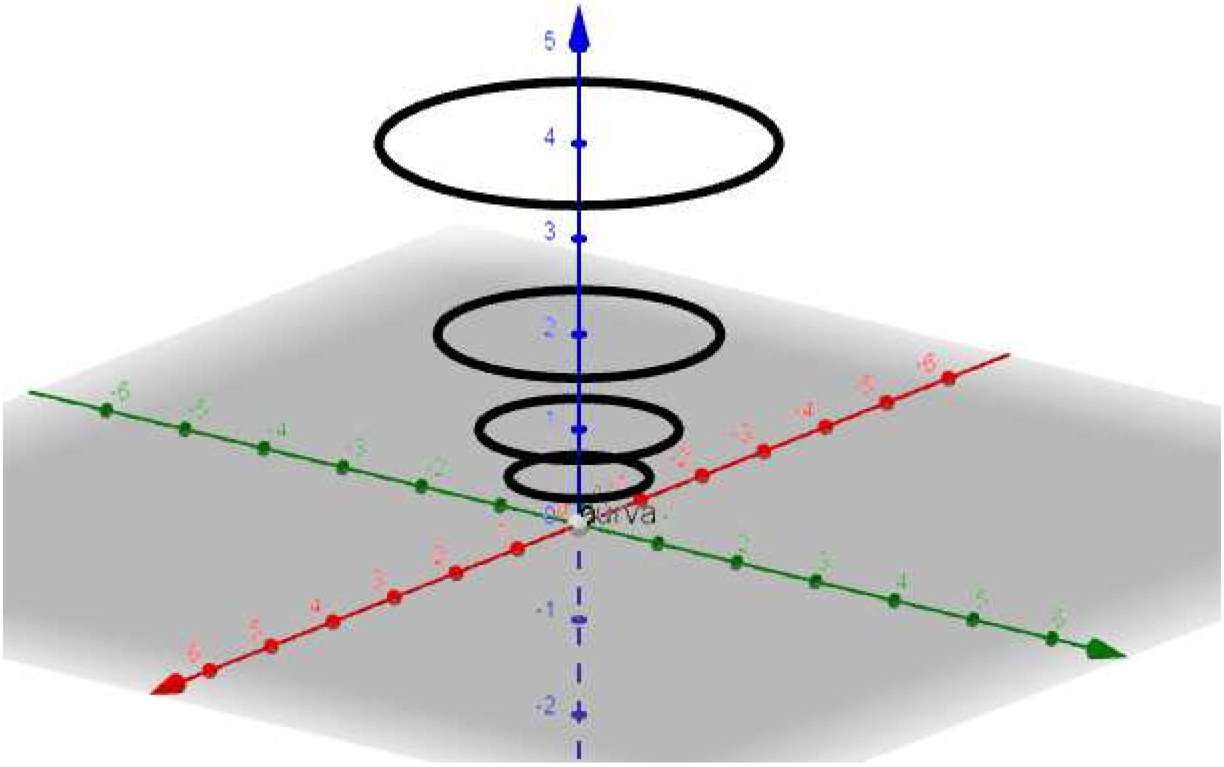
$$r(t) = (\sqrt{2}\ \cos(t), \sqrt{2}\ sen(t), 2)$$



$k = 4 \implies 4 = x^2 + y^2 \Rightarrow x^2 + y^2 = 4 \implies circunferencia\ radio\ 2\ en\ altura\ z = 4$

$$r(t) = (2\cos(t), 2sen(t), 4)$$

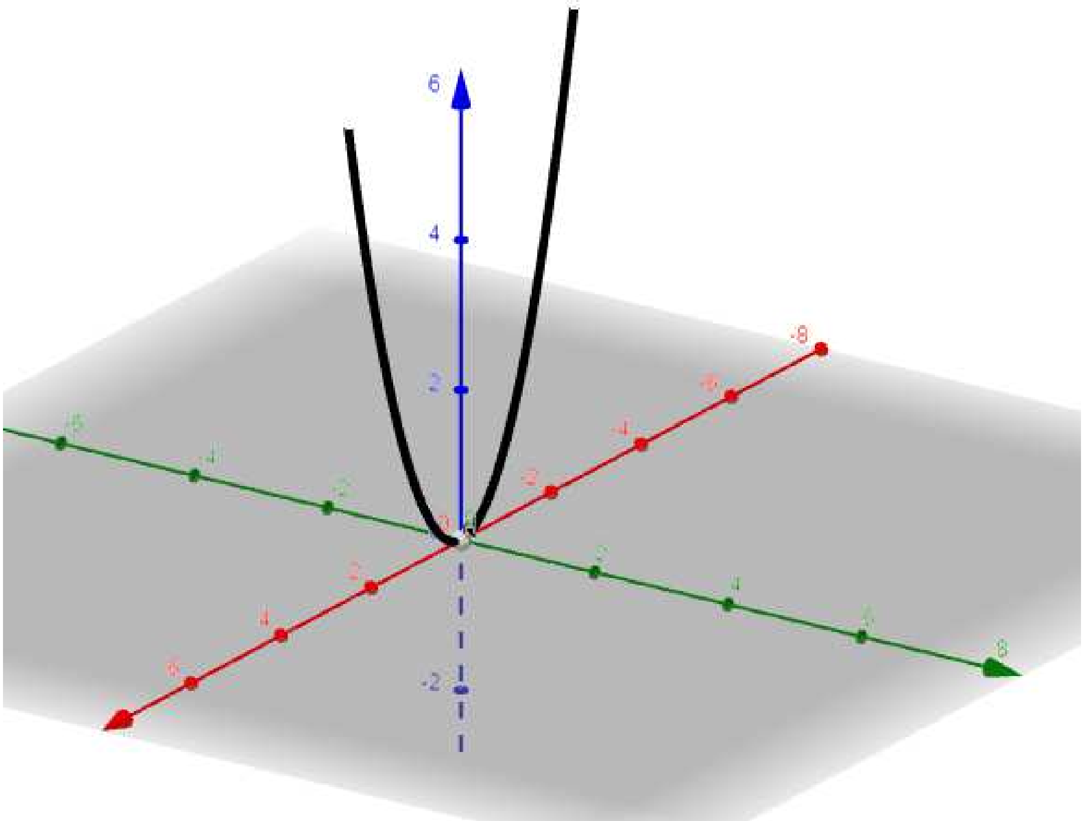




16.

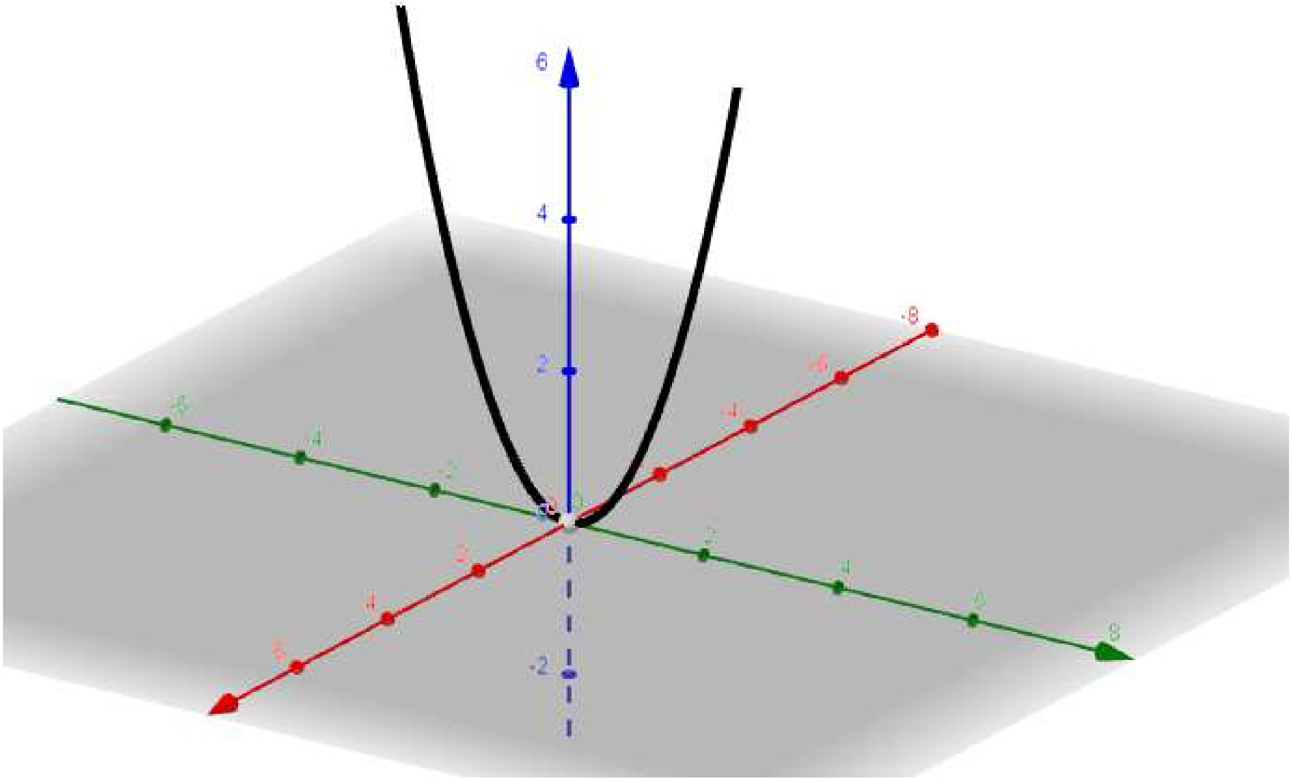
$$y = 0 \implies z = x^2 + 0^2 \implies \boxed{z = x^2} \implies formato\ de\ parabola$$

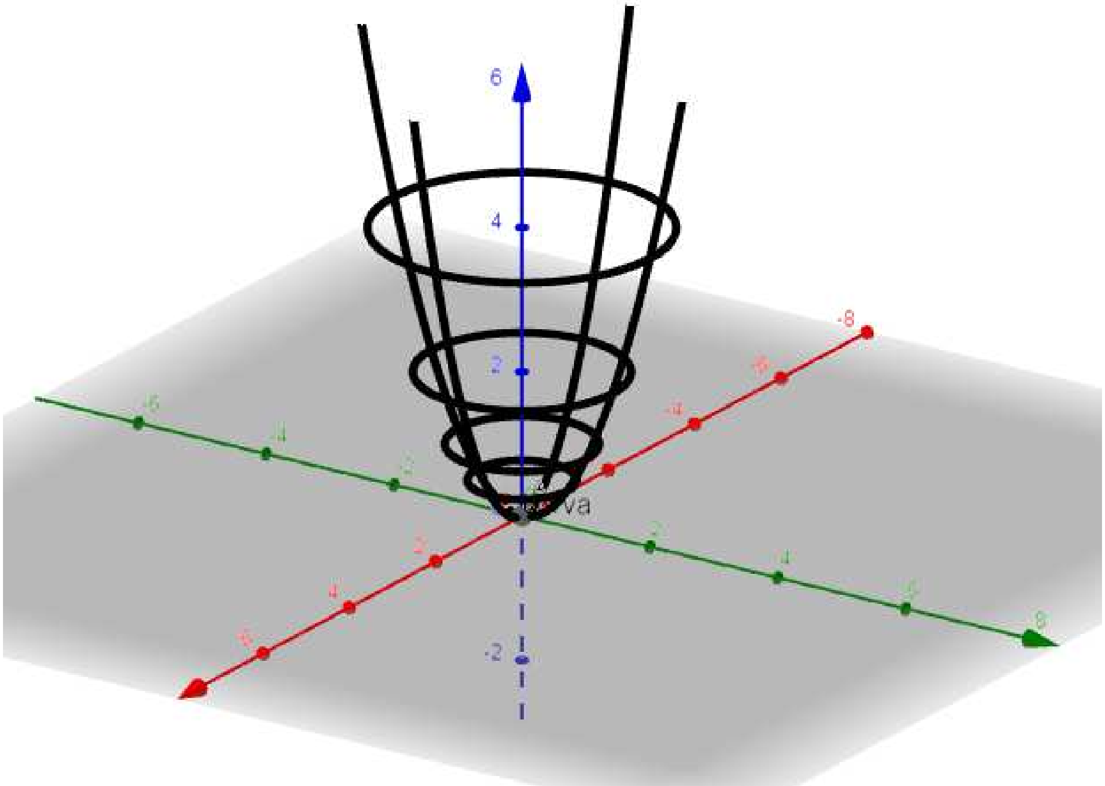
$$r(x) = (x, 0, x^2)$$

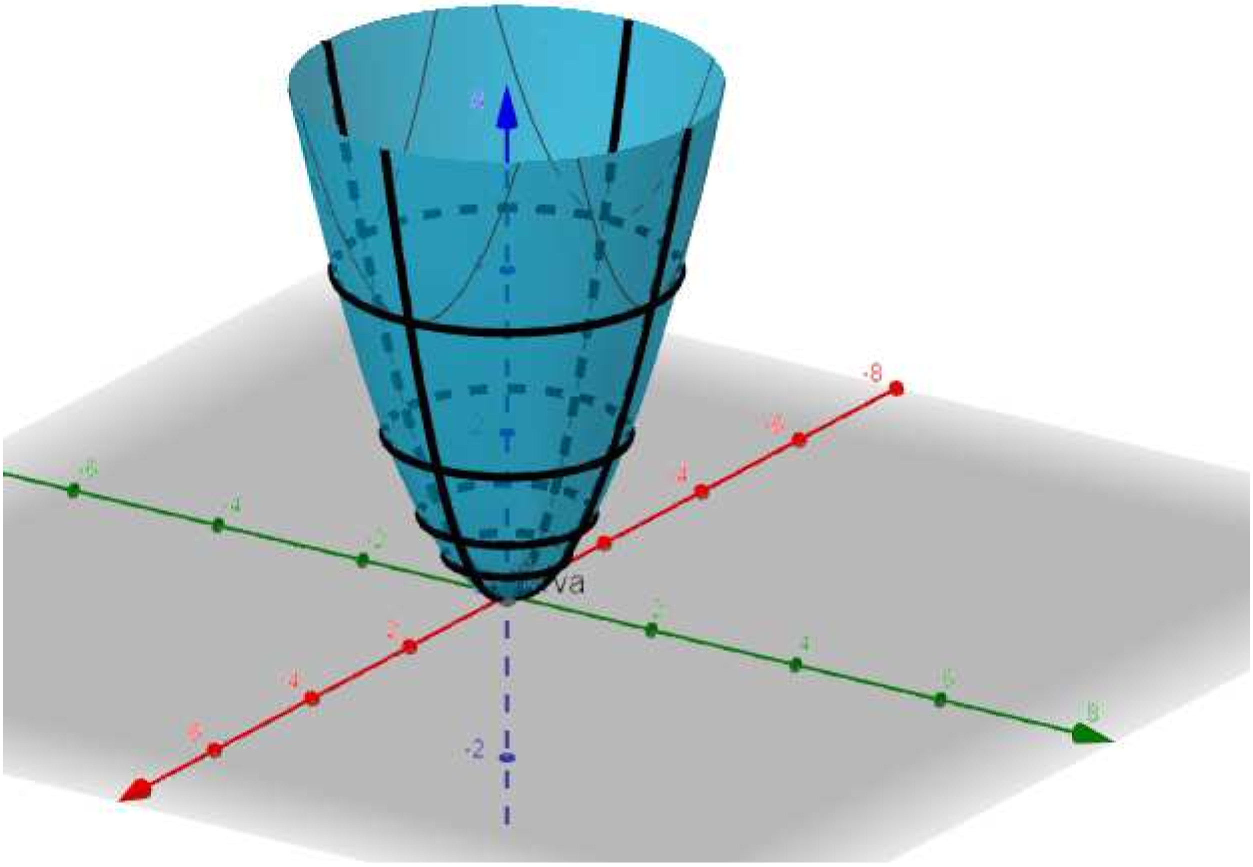


$$x = 0 \implies z = 0^2 + y^2 \implies \boxed{z = y^2} \implies formato\ de\ parabola$$

$$r(y) = (0, y, y^2)$$







https://www.geogebra.org/3d/ns4mjbjk

Grafica de $f(x,y) = x^2 + y^2$, con $z = 0, z = 1, z = 4, z = 25$

Una de las utilidades de las curvas de nivel es percibir el grafico de la función con mayor precisión.
En caso de las superficies de nivel, es la mayor aproximación posible al grafico de 4ta dimensión.

Ejercicios adicionales:
Dominio y conjuntos de nivel.

18. Hallar curvas de nivel relevantes para $f(x,y) = \mathrm{e}^{\mathrm{x-y}}$ y graficarlas (Por separado y en contexto).
19. Hallar superficies de nivel relevantes para $f(x,y,z) = \mathrm{e}^{\mathrm{x-y}}$ y graficarlas (Por separado y en contexto).

18.

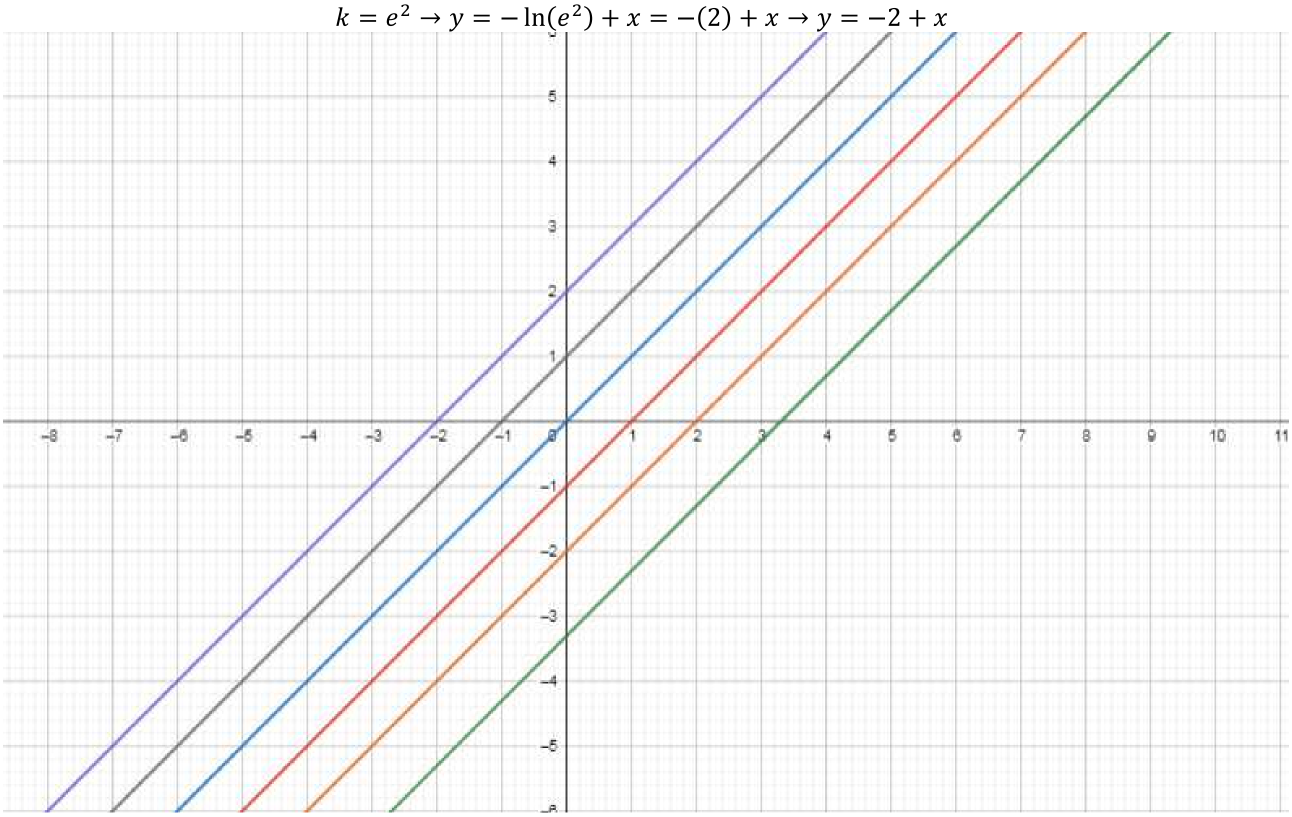
$$f(x,y) = e^{x-y}$$
$$0 = e^{x-y} \quad ==> absurdo$$
$$-1 = e^{x-y} \quad ==> absurdo$$

para $k \leq 0 ==> absurdo\ ya\ que\ e^n\ es\ siempre\ positiva$

para $k > 0 => \ k = e^{x-y} ==> x - y = \ln(k) => \ y = -\ln(k) + x \quad rectas\ con\ ordenada\ al\ origen - \ln(k)$

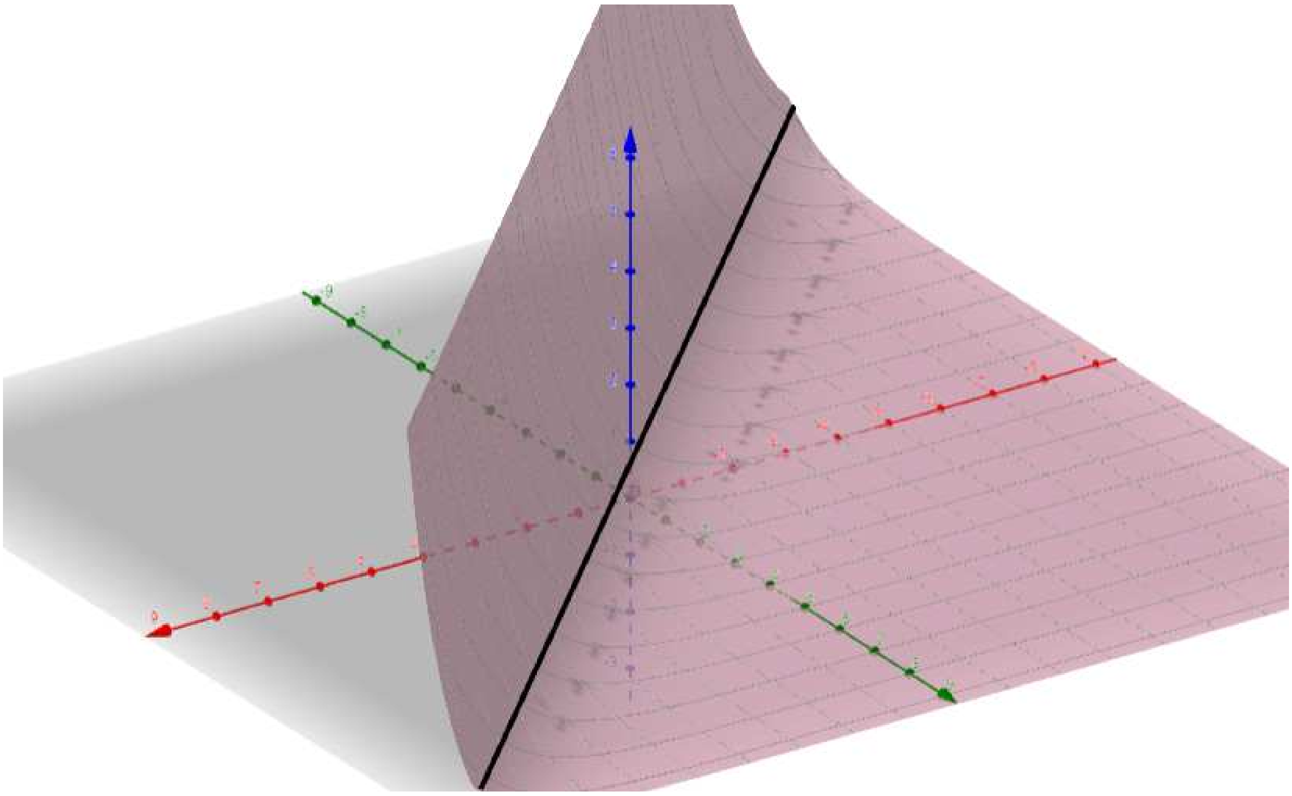
$$k = \frac{1}{2} \to y = -\ln\left(\frac{1}{2}\right) + x$$

$$k = 1 \to y = -\ln(1) + x = 0 + x \to y = x$$
$$k = 2 \to y = -\ln(2) + x$$
$$k = e \to y = -\ln(e) + x = -1 + x \to y = -1 + x$$
$$k = e^{-1} \to y = -\ln\left(\frac{1}{e}\right) + x = -(-1) + x \to y = 1 + x$$
$$k = e^{-2} \to y = -\ln\left(\frac{1}{e^2}\right) + x = -(-2) + x \to y = 2 + x$$
$$k = e^2 \to y = -\ln(e^2) + x = -(2) + x \to y = -2 + x$$



https://www.geogebra.org/calculator/jzx5hteu

https://www.geogebra.org/calculator/rz48j4sx



Parametrizacion de Curvas de nivel:

$$r(x) = (x, -\ln(k) + x, k)$$

Optimizacion de Parametrizacion de Curvas de nivel:

si $\ln(k) = h \rightarrow k = e^h$

$$r_2(x) = (x, -\mathrm{h} + x, e^h)$$

https://www.geogebra.org/calculator/w9hwkdww

19.

$$f(x, y, z) = e^{x-y}$$

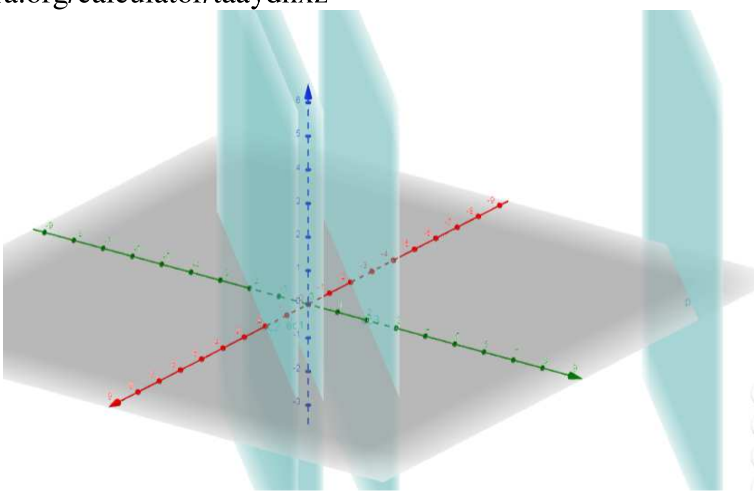
$$0 = e^{x-y} \quad ==> absurdo$$
$$-1 = e^{x-y} \quad ==> absurdo$$

para $k \leq 0 ==> absurdo\ ya\ que\ e^n\ es\ siempre\ positiva$

para $k > 0 => \ C = e^{x-y} ==> x - y = \ln(C) =>$

$$planos\ verticales, tambien\ llamados\ perpendiculares\ al\ plano\ xy$$

https://www.geogebra.org/calculator/taaydnxz



Clase 2:

Ejercicio de curvas de nivel

20.Hallar las curvas de nivel para $f(x,y) = \sqrt{x^2+y^2}$ y graficarlas (Por separado y en contexto).
21.Usar las curvas de nivel para graficar la imagen de la función.

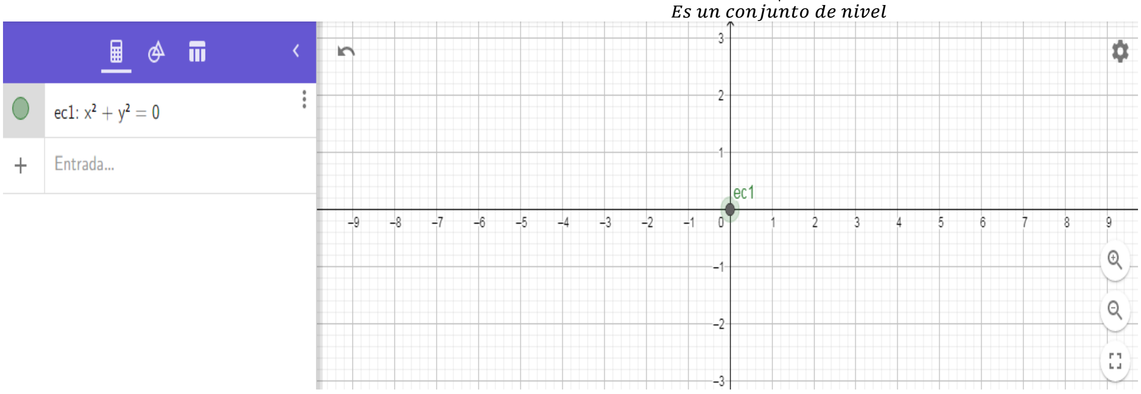
$$f(x,y) = \sqrt{x^2+y^2}$$
$$k = \sqrt{x^2+y^2}$$

Dominio $todos\ los\ valores\ de\ x\ e\ y\ son\ validos\ (\ Reales\ al\ cuadrado)$
Imagen $= \{k \geq 0\} =\ Reales\ positivos$

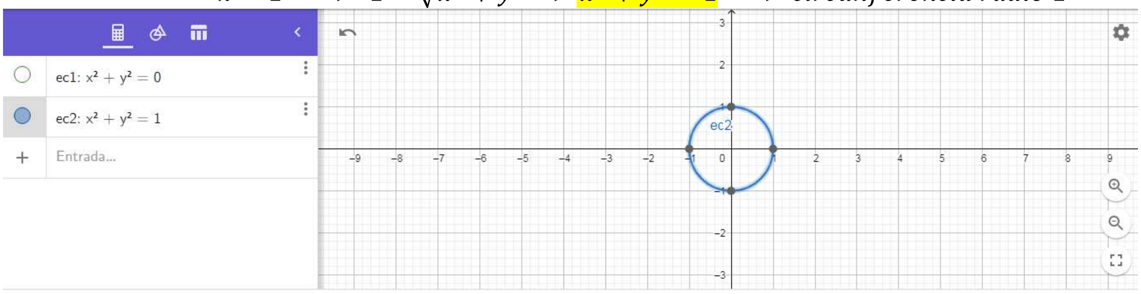
$$k = -1 ==> -1 = \sqrt{x^2+y^2}$$
$$-1 = \sqrt{x^2+y^2} => \underbrace{\emptyset ==> absurdo}_{Conjunto\ vacio}$$

No es posible solicitar una curva de nivel -1 ya que no pertenece a su imagen.

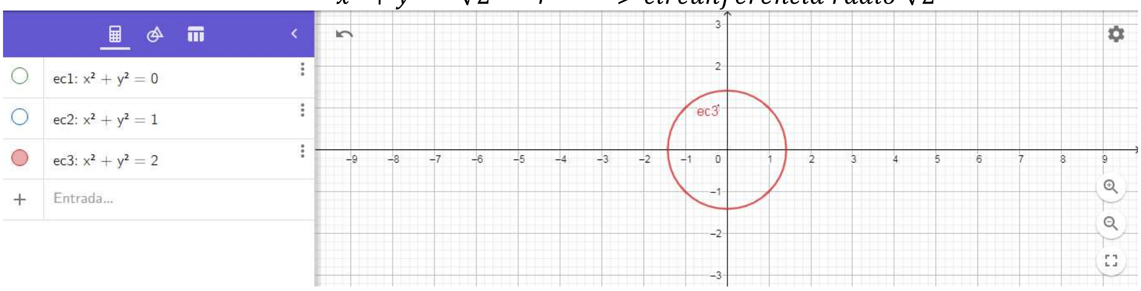
$$k = 0 \ ==> \ 0 = \sqrt{x^2+y^2} \ ==> \quad \underbrace{un\ punto}_{Es\ un\ conjunto\ de\ nivel} \qquad P = (0,0)$$



$$k = 1 \ ==> \ 1 = \sqrt{x^2+y^2} => x^2+y^2 = 1 ==> circunferencia\ radio\ 1$$

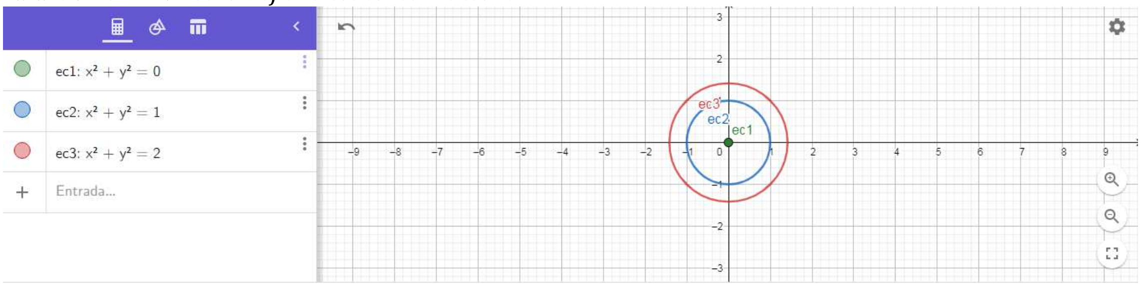


$$k = \sqrt{2} \ ==> \sqrt{2} = \sqrt{x^2+y^2} => x^2+y^2 = 2$$
$$x^2+y^2 = \sqrt{2}^2 = r^2 \ ==> circunferencia\ radio\ \sqrt{2}$$



$$2 = \sqrt{x^2+y^2} => x^2+y^2 = 4 ==> circunferencia\ radio\ 2$$
$$2.5 = \sqrt{x^2+y^2} => x^2+y^2 = 2.5^2 ==> circunferencia\ radio\ 2.5$$

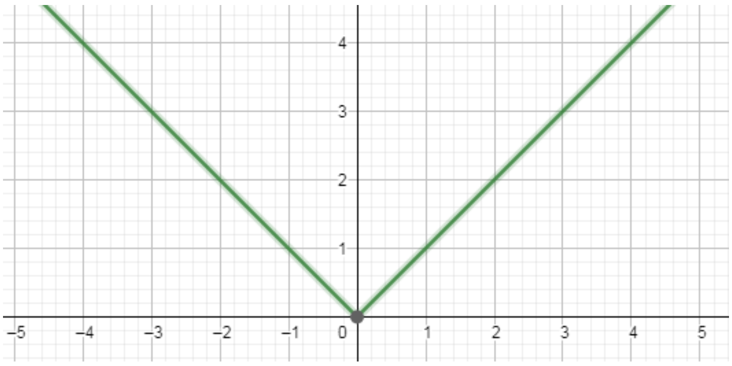
Grafico del contexto:
En resumen:
Para $k < 0 ==> absurdos$
Para $k = 0 ==> un\ punto$
Para $k > 0 ==> circunferencias\ de\ radio\ k$



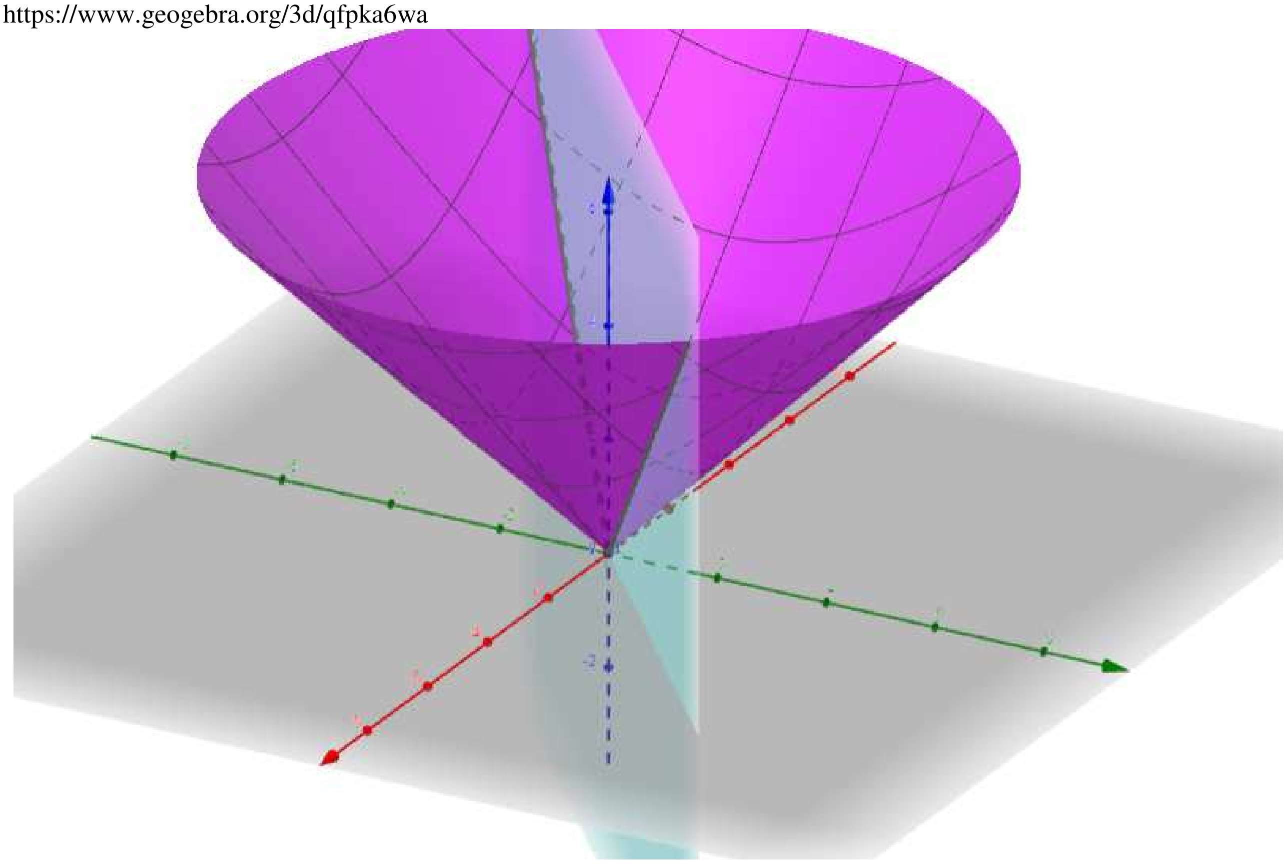
https://www.geogebra.org/calculator/um4grgxm

Con los planos coordenados se refleja el modulo;

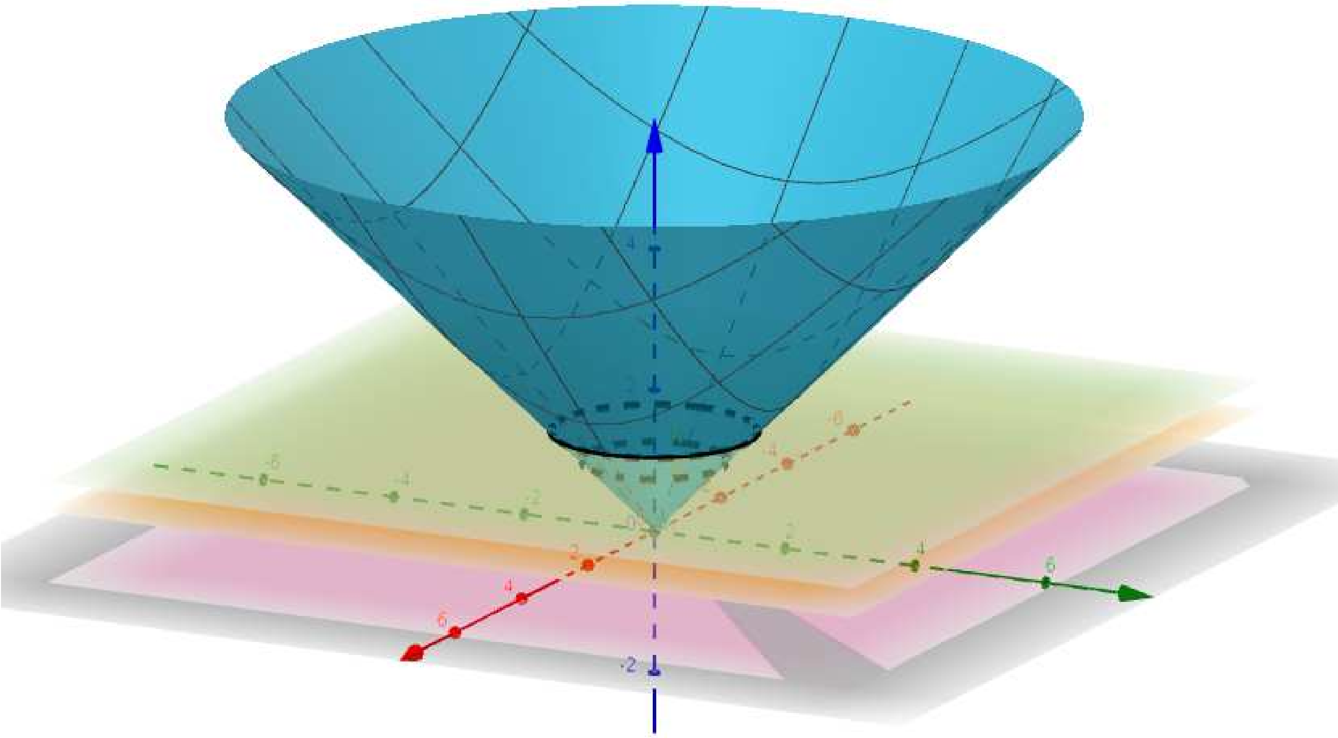
$$y = 0 \rightarrow\ z = \sqrt{x^2 + 0^2} = \sqrt{x^2} = |\ x\ |$$
$$x = 0 \rightarrow z = \sqrt{0^2 + y^2} = |\ y\ |$$
$$y = x \rightarrow\ z = \sqrt{x^2 + x^2} = \sqrt{2x^2} = \sqrt{2}\ \ |\ x\ |$$



https://www.geogebra.org/3d/qfpka6wa



Grafica de $f(x,y) = \sqrt{x^2 + y^2}$, con $z = 0, z = 1, z = \sqrt{2}$



Una de las utilidades de las curvas de nivel es percibir el grafico de la función con mayor precisión.
En caso de las superficies de nivel, es la mayor aproximación posible al grafico de 4ta dimensión.

Clase 2:

Ejercicio de curvas de nivel

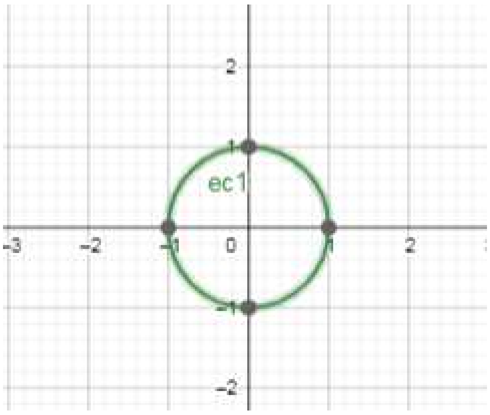
22. Describir la imagen para $f(x, y) = 4 - \mathrm{x}^2$ sin graficarla.
23. Graficar $r(t) = (\cos(t), sen(t))$.. Proponga una limitacion coherente para el parametro t.
24. Graficar la imagen de la composicion $f(r(t))$ para $f(x, y) = 4 - \mathrm{x}^2$ y la siguiente trayectoria $r(t) = (\cos(t), sen(t), 4 - \cos^2(t))$.
25. Graficar la imagen de la composicion $f(r(t))$ para la superficie $f(x, y) = (\mathrm{x}, \mathrm{y}, 4 - \mathrm{x}^2)$ y la siguiente trayectoria $r(t) = (\cos(t), sen(t), 4 - \cos^2(t))$.

----

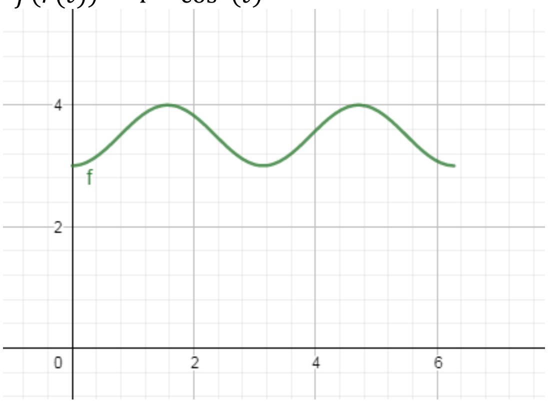
22 - Describir la función $f(x, y) = 4 - x^2$ sin graficarla.

Basados en la utilizacion de funciones estandar grafico de catedra
Se trata de un cilindro parabólica con concavidad negativa

23.
Circunferencia de radio 1.

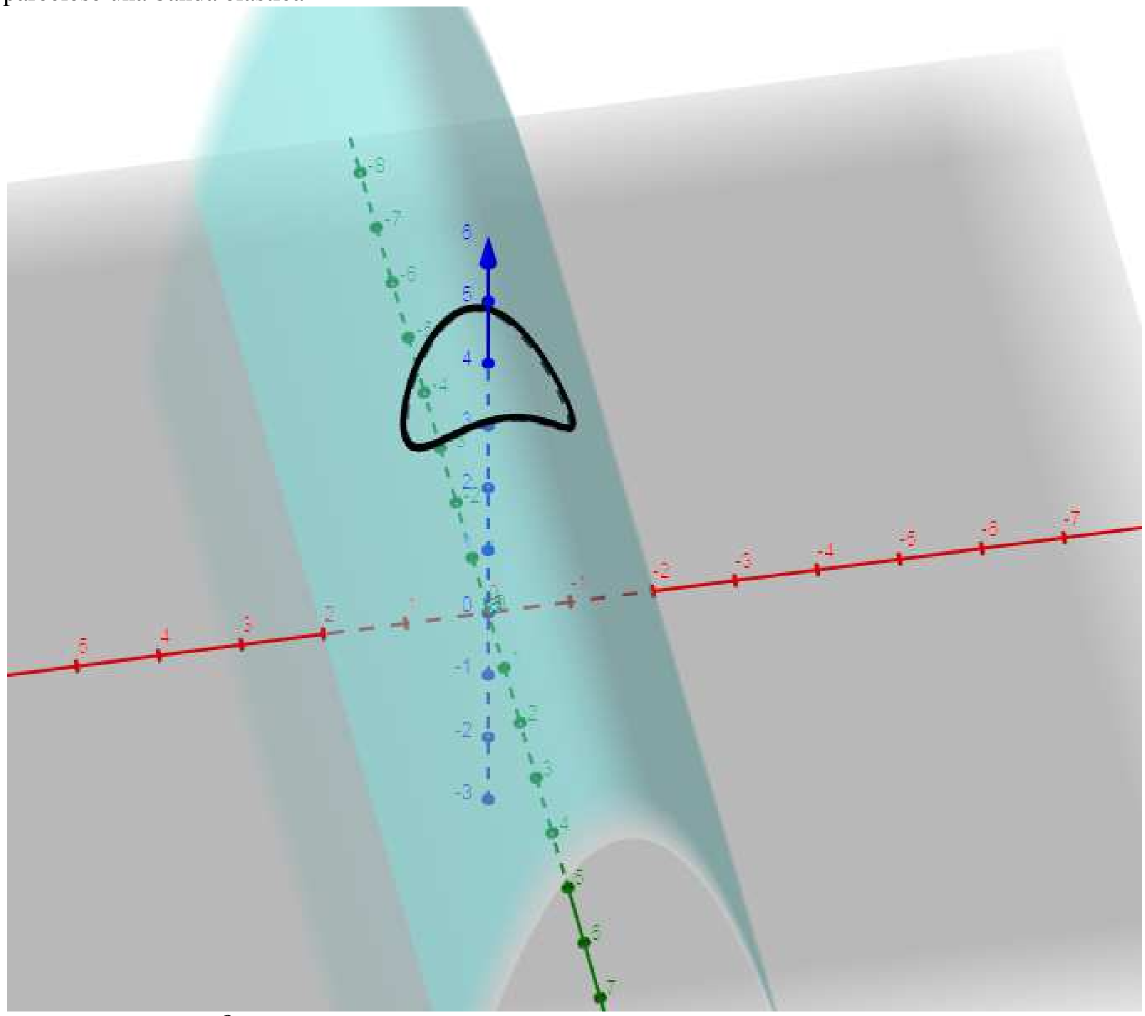


24.
- $f(r(t)) = 4 - \cos^2(t)$



25.

- $f(r(t)) = (\cos(t), sen(t), 4 - \cos^2(t))$ una curva que recorre el cilindro manera circular. pareciese una banda elástica



- $f(r(t)) = 4 - \cos^2(t)$ posee la proyección de la curva