19.- Calcular:
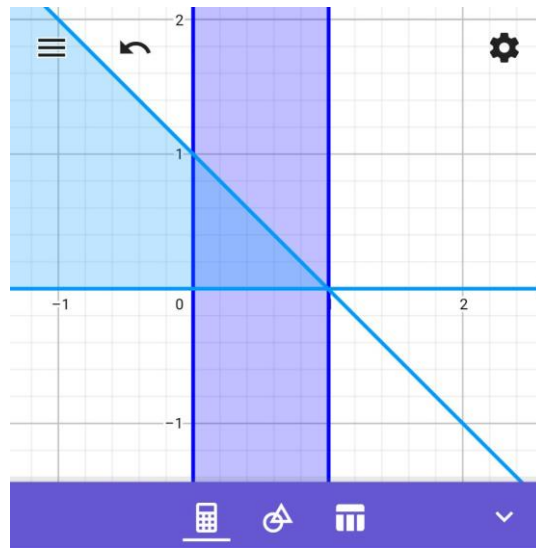
c) $\iiint (xe^y + ye^z)\, dx\, dy\, dz$

S es el prisma limitado por los planos coordenados y los planos $z = 2$, $x + y = 1$.

$\rightarrow el\ triangulo\ R$: $\qquad 0 \le x \le 1 \qquad\qquad\qquad 0 \le y \le 1 - x$

Y para el volumen S agregamos $\qquad 0 \le z \le 2$

ec1 : x + y = 1

f : z = 2

g : y = 0

ec2 : x = 0

h : z = 0
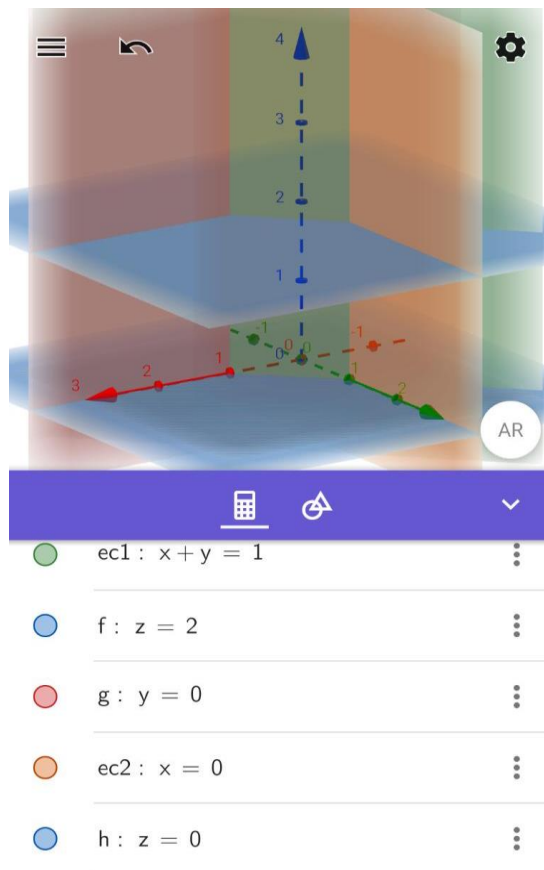
$$I = \int_0^1 \int_0^{1-x} \int_0^2 (xe^y + ye^z)\, dz\, dy\, dx$$

$$I = \int_0^1 \int_0^{1-x} (xze^y + ye^z)\big|_0^2 \, dy\, dx$$

$$I = \int_0^1 \int_0^{1-x} (2xe^y + ye^2 - y)\, dy\, dx$$

$$I = \int_0^1 \left(2xe^y + \frac{1}{2}y^2 e^2 - \frac{y^2}{2}\right)\Big|_0^{1-x} dx$$

$$I = \int_0^1 \left(2xe^{1-x} + \frac{e^2}{2}(1-x)^2 - \frac{1}{2}(1-x)^2 - 2x\right) dx$$

$$I = \int_0^1 \left(\frac{x^2 e^2 - x^2 + 4x\, e^{-x+1} - 2x\, e^2 - 2x + e^2 - 1}{2} \right) dx$$

$$I = \left(\frac{-\dfrac{1}{3} x^3 - x^2 + x\, e^2 - x^2 e^2 + \dfrac{1}{3} x^3 e^2 + 4\,(-x - 1)e^{-x+1} - x}{2} \right) \Bigg|_{x=0}^{1}$$

$$I = \frac{e^2 + 12e - 31}{6}$$