Ejercicio 3

En una fiesta infantil se reparten 14 chocolates iguales entre los 6 niños asistentes. **3.1** ¿De cuántas formas se pueden repartir?. **3.2**¿Y si cada niño recibe al menos un chocolate?

3.1 Respuesta:

Aquí tenemos que preguntarnos de que formas podrían darse estos repartos. Por ejemplo podríamos darle los 14 chocolates a un solo niño y a los demás ninguno (que cruel e injusto…jaja).

Hagamos una representación de la situación.

Imaginemos que numeramos a los niños del 1 al 6 y que indicamos mediante cruces (x) a los chocolates que recibe cada uno. Quedaría algo así.

1	2	3	4	5	6	
xxx	xxx	xx	xx	xx	xx	
xxxx	x	xxx	xx	xx	x x	
x	xxx	xxx	xxx	xxx	xx	…..etc.

Aquí se observan dos cuestiones importantes:

1°) Cada línea representa un posible reparto de los 14 chocolates entre los 6 niños.

2°) Si eliminamos las barras de los extremos, la cantidad de divisiones sigue siendo 6 , o sea no se alteran las condiciones del problema. Quedaría entonces el esquema simplificado:

1	2	3	4	5	6
xxx	xxx	xx	xx	xx	xx
xxxx	x	xxx	xx	xx	x x
x	xxx	xxx	xxx	xxx	xx … etc.

Donde cada caso que tenemos que contar puede verse ahora como una permutación entre 19 elementos elementos donde hay 5 repetidos (los 5 palitos) y 14 repetidos (las 14 x). O sea,

$$\boldsymbol{P_{14;5}^{19}}$$

3°) Dado un reparto cualquiera, para tener otro distinto tenemos que sacarle al menos un chocolate a un niño y dárselo a otro, o sea, como los chocolates son indistinguibles, no importa el orden, por lo tanto, se trata de combinaciones.

4°) Además como tenemos 14 chocolates y solo 6 niños, no podemos darle exactamente uno a cada uno, por lo tanto, estamos obligados a repetir chocolates.

Se trata entonces de Combinaciones con repetición de 6 elementos (los 6 niños), tomados de a 14 a la vez (los 14 chocolates). Resulta obvio que para combinar 6 elementos de a 14 a la vez, es necesario repetirlos. O sea,

$$\boldsymbol{C'_{6;14} = P^{19}_{14;5}}$$

Para comprender mejor el problema debemos preguntarnos, si estamos repartiendo os chocolates entre los 6 niños o los 6 niños entre los 14 chocolates…

La fórmula es:

$\boldsymbol{C'_{6;14} = P^{19}_{14;5} = \frac{19!}{14!.5!} = \frac{19!}{14!.(19-14)!} = C_{19;14} = C_{6+14-1;14}}$ **, y la solución es :**

$$\boldsymbol{C'_{6;14} = C_{19;14} = \frac{19!}{14!.(19-14)!} = 11628}$$

En general ,

$\boldsymbol{C'_{n;k} = C_{n+k-1;k}}$

3.2

Si cada niño recibe al menos un chocolate. Esto significa que de los 14 chocolates, 6 ya son entregados, uno a cada niño, por lo tanto solo quedan 8 chocolates a repartir, obviamente, con el mismo criterio, ósea que serían

$$\boldsymbol{C'_{6;8} = C_{6+8-1;8} = C_{13;8} = \frac{13!}{8!.(13-8)!} = \frac{13!}{8!.5!} = 1287}$$