# Resolución TP3:

## Ejercicio 9-c

Si es posible, Definir $f(0,0)$, para que la funcion sea continua con $f(x,y)=\frac{xy}{\sqrt{x^2+y^2}}$

Informalmente: Salvar la continuidad

$$Dom(f)=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 : \sqrt{x^2+y^2}\neq 0\}$$
$$Dom(f)=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 : x^2+y^2\neq 0\}$$
$$Dom(f)=\mathbb{R}^2-\{(0,0)\}$$

Por lo tanto $f(x,y) no\ es\ continua\ en\ (0,0)$

Si existe el limite en ese punto se puede usar para redefinir la funcion.

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{xy}{\sqrt{x^2+y^2}}$$

Se resuelve con la Propiedad:

1. $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y)=0 \Leftrightarrow \lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} |f(x,y)|=0$

2. $\lim\limits_{(x,y)\to(x_0,y_0)} 0\cdot \overbrace{[a,b]}^{funcion\ de\ imagen\ acotada} =0$

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \left|\frac{xy}{\sqrt{x^2+y^2}}\right|$$

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} |x|\left|\frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}\right|$$

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} |x|\frac{|y|}{\sqrt{x^2+y^2}}$$

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} |x|\frac{\sqrt{y^2}}{\sqrt{x^2+y^2}}$$

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} |x|\sqrt{\frac{y^2}{x^2+y^2}}$$

$$0 \le y^2 \le x^2 + y^2 \to 0 \le \frac{y^2}{x^2+y^2} \le 1 \to 0 \le \sqrt{\frac{y^2}{x^2+y^2}} \le 1$$

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} |x|\sqrt{\frac{y^2}{x^2+y^2}} \simeq\to 0 \cdot\to [0,1]$$

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} |x|\sqrt{\frac{y^2}{x^2+y^2}} = 0$$

Definimos la siguiente funcion continua.

$$g(x,y) = \begin{cases} \dfrac{xy}{\sqrt{x^2+y^2}} & (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$