Álgebra y Geometría analítica II

Primer cuatrimestre de 2020

Coordenadas de un vector en una Base

Sea $W = \left\{ A \in R^{2x2} / \, tr\left[A . \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right] = 0 \right\}$

un subespacio de R^{2x2}

Dar una base B_W de W, tal que $\left[\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \right]_B = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

Coordenadas de un vector en una Base

Primero daremos una base cualquiera de W

$$W = \left\{A \in R^{2x2} / \, tr\left[A.\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}\right] = 0\right\}$$

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \quad \text{tal que: } tr\left[\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}.\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}\right] = 0$$

$$tr\left[\begin{pmatrix} a & 2a-b \\ c & 2c-d \end{pmatrix}\right] = a + 2c - d = 0 \Rightarrow \boxed{a + 2c = d}$$

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & a+2c \end{pmatrix}$$

$$\boxed{A = a\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + b\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + c\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}} \Rightarrow$$

GENERADORES DE W

Primero daremos una base cualquiera de W

$$W = \left\{A \in R^{2x2} / \, tr\left[A.\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}\right] = 0\right\}$$

$$W = gen\left\{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}\right\}$$

ES UNA BASE DE W?

MÉTODO CORTO: LI ? $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ $\Rightarrow$ Ya están escalonados, son LI

$$B = \left\{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}\right\}$$

Coordenadas de un vector en una Base

$$B = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \right\}$$

Dar una base B_W de W, tal que $\left[\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \right]_B = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

¿La base encontrada cumple con lo pedido por el ejercicio?

$$¿ \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} = 2 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + 1 \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + (-1) \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} ?$$

$$\boxed{\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \neq \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}}$$

Coordenadas de un vector en una Base

$$B=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\1&2\end{pmatrix}\right\} \Leftrightarrow \begin{pmatrix}a&b\\c&a+2c\end{pmatrix}$$

Dar una base B_W de W, tal que $\left[\begin{pmatrix}2&-1\\-1&0\end{pmatrix}\right]_B=\begin{pmatrix}2\\1\\-1\end{pmatrix}$

$$\begin{pmatrix}2&-1\\-1&0\end{pmatrix}=2\begin{pmatrix}a&0\\0&a\end{pmatrix}+1\begin{pmatrix}0&b\\0&0\end{pmatrix}+(-1)\begin{pmatrix}0&0\\c&2c\end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned}2&=2a\\-1&=b\\-1&=-c\\0&=2a-2c\end{aligned} \Rightarrow \boxed{a=c=1\,;\ b=-1}$$

$$\boxed{B_W=\left\{\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&-1\\0&0\end{pmatrix};\begin{pmatrix}0&0\\1&2\end{pmatrix}\right\}}$$

Sea $W = \left\{A \in R^{2x2} / \, tr\left[A.\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}\right] = 0\right\}$

un subespacio de R^{2x2}

Dar una base B_W de W, tal que $\left[\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}\right]_B = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

$$\boxed{B_W = \left\{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}\right\}}$$