Resolución TP3:

Ejercicio 4 - a

Refutar el limite doble para $\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x+y}{x-y}$ por rectas :

Para empezar:

- Al tratarse de una función de 2 variables $f(x,y)$ el limite existe si existen tanto por derecha, izquierda, y el resto de las infinitas direcciones y trayectorias.
- El postulado anterior se comprueba usando propiedades de limite sustentadas por la definicion de limite.
- El postulado anterior de refuta con solo encontrar un caso en que el limite de un valor distinto.

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x+y}{x-y} \simeq \frac{\to 0}{\to 0}$$

Busqueda de resultados tentativos:

Por rectas $y = mx$

$$L_1 = \lim_{(x,y)\to(0,0)} \left.\frac{x+y}{x-y}\right|_{y=mx} = \lim_{x\to 0} \frac{x+mx}{x-mx}$$

$$L_1 = \lim_{x\to 0} \frac{x(1+m)}{x(1-m)} = \lim_{x\to 0} \frac{1+m}{1-m} = \frac{1+m}{1-m}$$

$$L_1(m) = \frac{1+m}{1-m}$$

$$para\ y = 0, \qquad L_1(0) = \frac{1+0}{1-0} = 1$$

$$para\ y = 2x, \qquad L_1(2) = \frac{1+2}{1-2} = -3$$

Dado $L_1(0) \neq L_2(2) \to$ No existe $\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x+y}{x-y}$

Incluso se puede seguir:

$$para\ y = 3x, \qquad L_1(3) = \frac{1+3}{1-3} = \frac{4}{-2} = -2$$

$$para\ y = ex, \qquad L_1(e) = \frac{1+e}{1-e}$$

$$para\ y = e^2x, \qquad L_1(e^2) = \frac{1+e^2}{1-e^2}$$

Otra conclucion equivalente:

Dado $L\ depende\ de\ m$ → No existe $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x+y}{x-y}$

Corolario:

$$f(x,y)=\frac{x+y}{x-y}\to Dom(f)=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2: y\neq x\}$$

Hay una trayectoria que no pertenece al dominio.
No tiene sentido calcular el limite en dicha trayectoria

Utilizando la definicion de limite:

Definición (Límite doble). Sea la función $f: A\subseteq\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$, donde A es un conjunto abierto no vacío de $\mathbb{R}^2$ y sea el par (x_0,y_0) un punto de acumulación de A. Se dice que L es el límite de f cuando $(x,y)\in A\cap D'(x_0,y_0)$, tiende a (x_0,y_0), si para todo $\epsilon\in\mathbb{R}^+$, existe un $\delta\in\mathbb{R}^+$, tal que:

$$|f(x,y)-L|<\epsilon$$

Es necesario establecer correctamente el dominio de la función a estudiar ya que es en ese conjunto donde esta función será estudiada, pues de lo contrario se pueden obtener conclusiones incorrectas.

$$L_1=\lim_{(x,y)\to(0,0)} \left.\frac{x+y}{x-y}\right|_{y=x}=\lim_{x\to 0}\frac{x+x}{x-x}$$

$$L_1=\lim_{x\to 0}\frac{2x}{0}$$

Incluso se denota que la situacion no representa expresion calculable. No se debe confundir con $\lim\limits_{x\to 0}\frac{1}{x}\simeq\frac{1}{\to 0}\simeq\infty$.

La situacion es una division por 0 preexistente a aplicar la tendencia por lo que no es una situacion valida.

Carece de sentido.

No se puede hacer observaciones sobre la existencia del limiteen $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)}\frac{x+y}{x-y}$ en $y=x$