T P 7 Ej 2 g

Calcular la integral:

(a) Integrando primero respecto de x.

(b) Integrando primero respecto de y.

$$\iint_R \frac{1}{(2x+y-3)^3}\, dxdy \qquad\qquad R = [2,3] \times [2,3]$$

(a) Integrando primero respecto de x.

$$\iint_R \frac{1}{(2x+y-3)^3}\, dxdy = \int_{y=2}^{3} \left(\int_{x=2}^{3} \frac{1}{(2x+y-3)^3}\, dx \right) dy$$

Resolvemos primero la integral que se encuentra dentro del paréntesis.

$$\int_{x=2}^{3} \frac{1}{(2x+y-3)^3}\, dx$$

Tomando $t = 2x + y - 3$, podemos sustituir $dx = \frac{dt}{2}$

$$\frac{1}{2}\int \frac{1}{t^3} dt = \frac{1}{2}\int t^{-3}\, dt = -\frac{1}{4}t^{-2} = -\frac{1}{4}(2x+y-3)^{-2}\,|_{x=2}^{3} = -\frac{1}{4}(y+3)^{-2} + \frac{1}{4}(y+1)^{-2}$$

Reemplazamos esta expresión en la integral original.

$$\int_{y=2}^{3} -\frac{1}{4}(y+3)^{-2} + \frac{1}{4}(y+1)^{-2} dy = -\frac{1}{4}\left(\int_{y=2}^{3} (y+3)^{-2} dy - \int_{y=2}^{3} (y+1)^{-2} dy \right)$$

$$-\frac{1}{4}(-(y+3)^{-1} + (y+1)^{-1})|_{y=2}^{3}$$

$$-\frac{1}{4}\left[\left(-\frac{1}{6}+\frac{1}{4}\right) - \left(-\frac{1}{5}+\frac{1}{3}\right)\right] = -\frac{1}{4}\cdot\left(-\frac{1}{20}\right) = \frac{1}{80}$$

(b) Integrando primero respecto de y.

De manera análoga se procede para el ítem (b).