Resolución TP10:

Ejercicio 3 - c

Parametrizar la superficie de la grafica de la esfera de radio r centrada en el origen usando coordenadas cartesianas y polares.

$$x^2 + y^2 + z^2 = r^2$$

Resolviendo:

En el caso de coordenadas cartesianas:

Considerando que:

$$x^2 + y^2 + z^2 = r^2$$

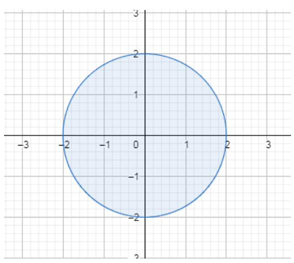
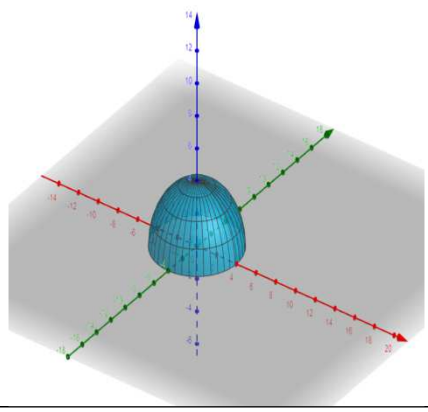
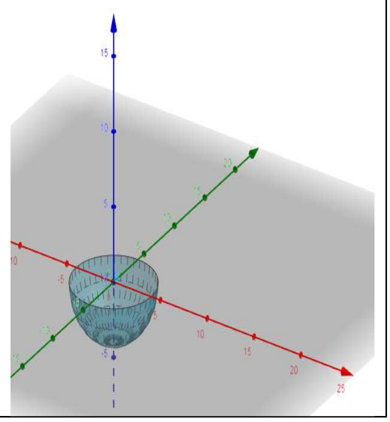
$$z^2 = r^2 - x^2 - y^2$$

$$z(x, y) = \begin{cases} \sqrt{r^2 - x^2 - y^2} \\ -\sqrt{r^2 - x^2 - y^2} \end{cases}$$

Solo se puede parametrizar una mitad de la esfera a la vez

$$\Phi_1(x, y) = \left(x, y, \sqrt{r^2 - x^2 - y^2}\right) \; para \; x^2 + y^2 \leq r^2$$

$$\Phi_2(x, y) = \left(x, y, -\sqrt{r^2 - x^2 - y^2}\right) \; para \; x^2 + y^2 \leq r^2$$

$x^2 + y^2 \leq r^2$	$\Phi_1(x, y)$	$\Phi_2(x, y)$
		

Así mismo se pueden conseguir $\Phi_1(x, z), \Phi_2(x, z), \Phi_1(y, z)$ y $\Phi_2(y, z)$de manera de parametrizar las diferentes mitades en relación al plano coordenado elegido

En el caso de coordenadas esféricas:

$$\Phi(\alpha,\varphi) = (x(\alpha,\varphi), y(\alpha,\varphi), z(\alpha,\varphi))$$

Podemos describir

$$x = rcos(\alpha)sen(\varphi)$$

$$y = rsen(\alpha)sen(\varphi)$$

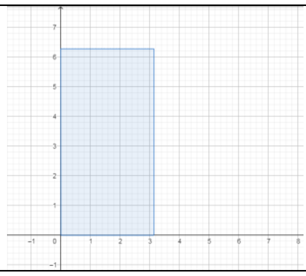
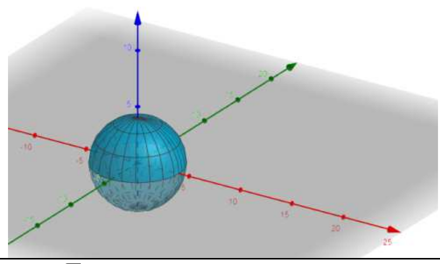
$$z = rcos(\varphi)$$

Finalmente:

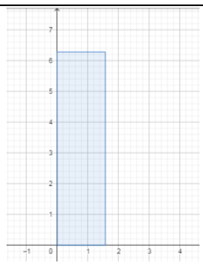
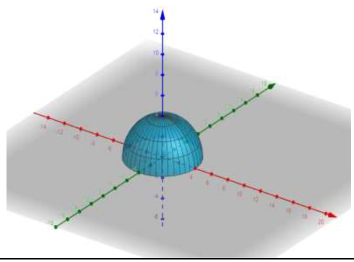
$$\Phi(\alpha,\varphi) = (rcos(\alpha)sen(\varphi), rsen(\alpha)sen(\varphi), rcos(\varphi))$$

Probemos graficarlo en varios dominios:

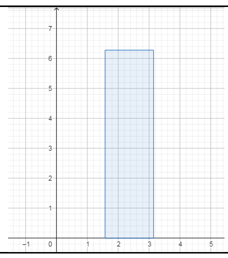
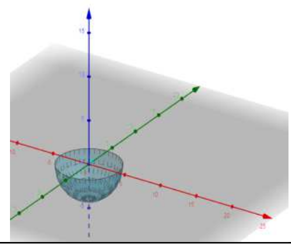
$$Dom\Phi = [0,2\pi]x[0,\pi]$$

$$Dom\Phi = [0,2\pi]x\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$$

$$Dom\Phi = [0,2\pi]x\left[\frac{\pi}{2},\pi\right]$$

Ahora si podemos usar una parametrizacion completa de la esfera y no por mitades. Así mismo se pueden conseguir las equivalentes a $\Phi_1(x,z), \Phi_2(x,z)$, $\Phi_1(y,z)\ y\ \Phi_2(y,z)$ de manera de parametrizar las diferentes mitades en relación al plano coordenado elegido variando correspondientemente (α,φ). Evidentemente es una parametrizacion más potente.