TP 02-7-d   Graficar y obtener la ecuación cartesiana

$d)\ \ \vec{\Phi}_4: [0,\ 2\pi] \times [0,\ H] \to \mathbb{R}^3 /\ \ \vec{\Phi}_4(u,\ v) = (cos\, u\,,\ sen\, u\,,\ v)$

$$\begin{cases} x = x(u,v) = \cos(u) \\ y = y(u,v) = \operatorname{sen}(v) \\ z = z(u,v) = v \end{cases}$$

Obsérvese que las componentes x y y, corresponden a la circunferencia $x^2 + y^2 = 1$, en el plano coordenado xy, es decir, $z = 0$.

La componente $z = v$, podría interpretarse como una altura,

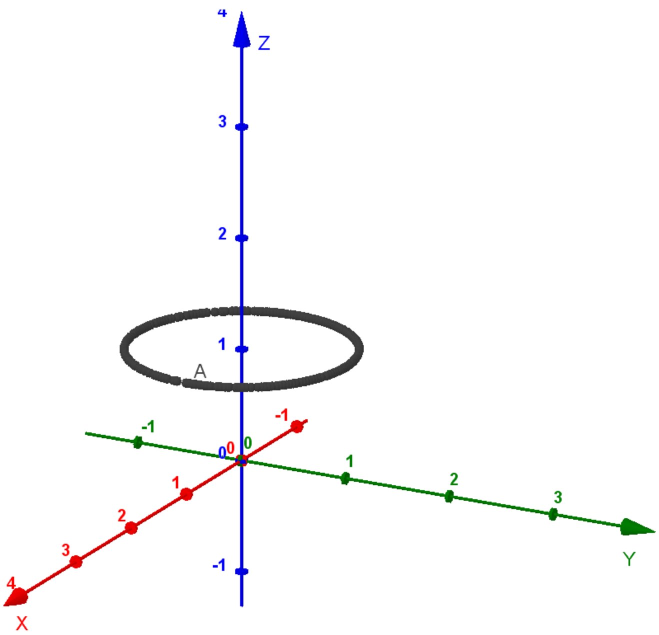
Entonces $\vec{\Phi}_4$, en una primera aproximación intuitiva, sería en $\mathbb{R}^3$, el cilindro $x^2 + y^2 = 1$, desde $z = 0$ hasta $z = H$.

Veamos en detalle, cuál es el gráfico de $\vec{\Phi}_4$ para el dominio dado $[0,\ 2\pi] \times [0, H]$

Si dejamos libre a u y fijo v, resulta lo siguiente:

$u \in [0,\ 2\pi]$ para cada $v(fijo) \in [0, H]$, la ecuación

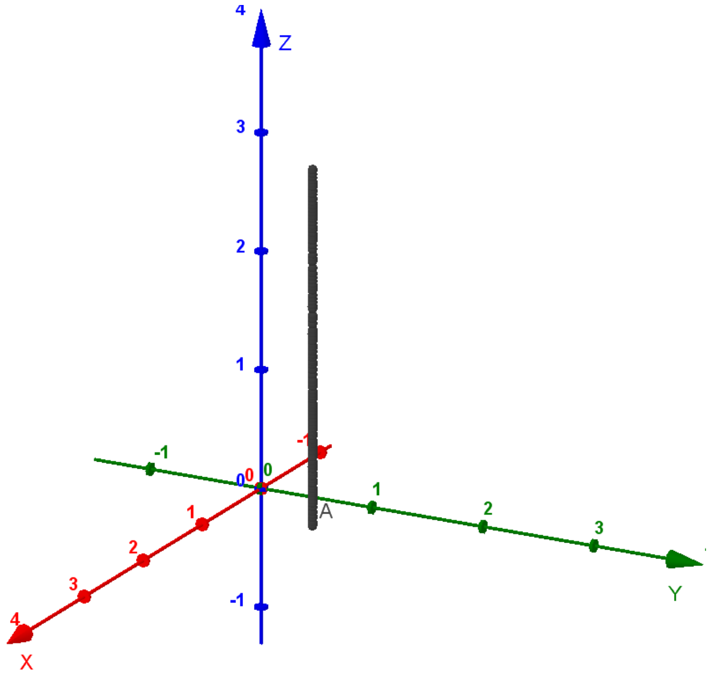
$\vec{\alpha}(u) = \left(cos(u)\,,\ sen(u)\,,\ \underbrace{v}_{cte}\right)$, corresponde a una circunferencia horizontal paralela al plano coordenado xy, o al plano $z = 0$, de radio1, ubicada con respecto a z, entre $0 \leq z \leq H$, más precisamente en $z = H$.



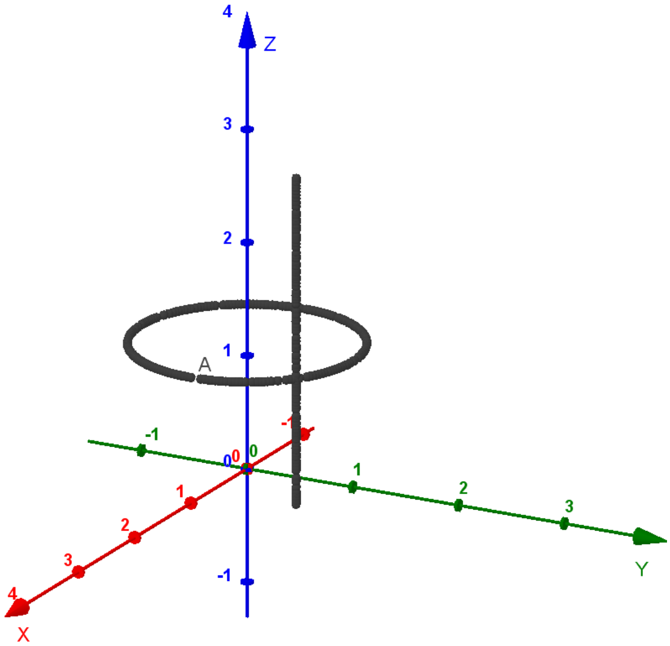
Si ahora dejamos libre a v y fijo u, resulta lo siguiente:

$v \in [0,\ H]$ para cada $u(fijo) \in [0,2\pi]$, la ecuación

$\vec{\beta}(v) = \left(\underbrace{cos(u)}_{cte} \ , \ \underbrace{sen(u)}_{cte} \ , \ v \right)$, corresponde a un segmento de recta vertical, paralelo al eje z, desde $z = 0$ hasta $z = H$

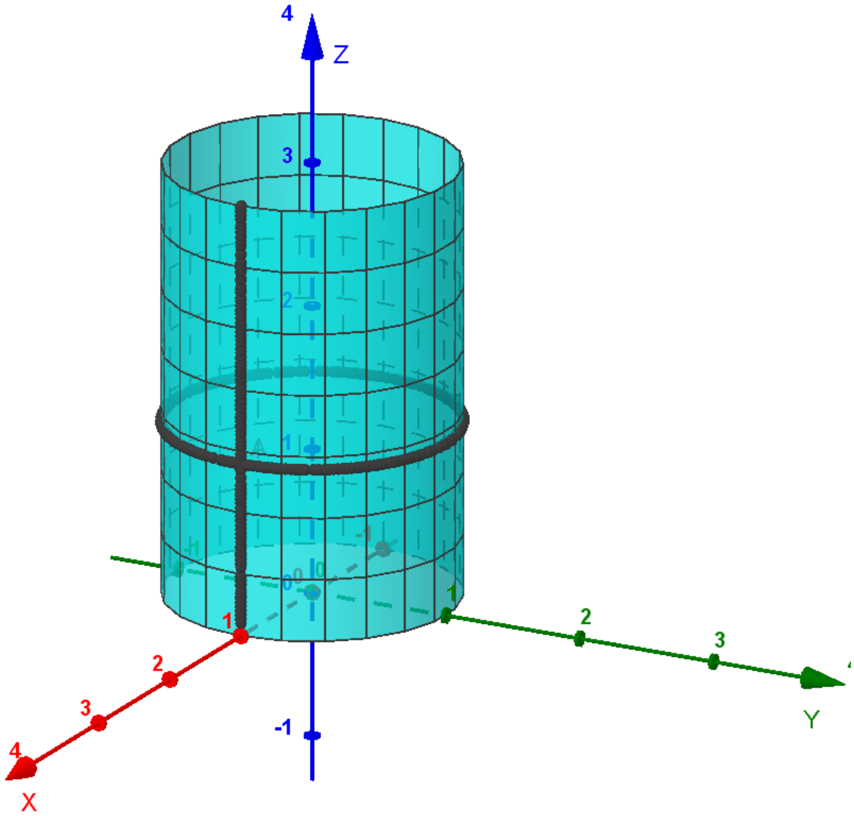


Combinando ambos gráficos, se vería como muestra la siguiente figura



Finalmente, la parametrización dada corresponde al siguiente cilindro

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ 0 \leq z \leq H \end{cases}$$



Acompaña a estas explicaciones, el siguiente archivo de geogebra:

TP 02_7_d.ggb