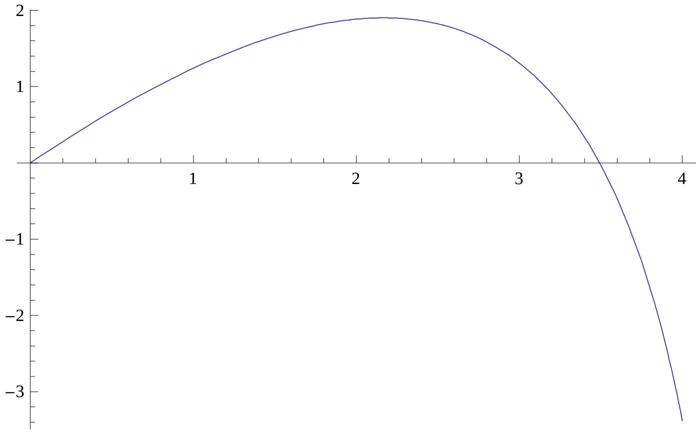
EJERCICIO CON FUNCIÓN INTEGRAL

Hallar el polinomio de Taylor de grado 2 en de la función H(x)= $x + \int_0^{2x} \frac{t-2}{t-9}\, dt$ y usarlo para aproximar H (1.1).Calcular el valor exacto y compararlo con el aproximado mediante el polinomio.

Definimos la función integral dada y la graficamos

$$H[x\_] := x + \int_0^{2x} \frac{t-2}{t-9}\, dt$$

```
graf1 = Plot[H[x], {x, 0, 4}]
```



Calculamos algunas imágenes de dicha función en forma exacta y aproximada

```
H[1]
```

$$3 + \text{Log}\left[\frac{81}{49}\right] + 9\,\text{Log}[7] - 9\,\text{Log}[9]$$

$$N\left[3 + \text{Log}\left[\frac{81}{49}\right] + 9\,\text{Log}[7] - 9\,\text{Log}[9]\right]$$

```
1.2408
```

```
H[0]
```

```
0
```

Calculamos algunas derivadas de dicha función en forma exacta

```
H'[1]
```

```
1
```

```
H'[2]
```

$$\frac{1}{5}$$

H''[1]

$-\frac{4}{7}$

Determinamos el Polinomio de Taylor de grado 2 en x0=1. Usamos el comando Series:

Series[H[x], {x, 1, 2}]

$(3 + 7\,\text{Log}[7] - 7\,\text{Log}[9]) + (x - 1) - \frac{2}{7}(x - 1)^2 + O[x - 1]^3$

Le quitamos el resto o término complementario y lo definimos como una nueva función que es el polinomio que aproxima a la función dada. Calculamos algunas imágenes y la solicitada en el ejercicio a través de la función y del polinomio:

Normal$\left[(3 + 7\,\text{Log}[7] - 7\,\text{Log}[9]) + (x - 1) - \frac{2}{7}(x - 1)^2 + O[x - 1]^3\right]$

$2 - \frac{2}{7}(-1 + x)^2 + x + 7\,\text{Log}[7] - 7\,\text{Log}[9]$

**P2[x_] := ** $2 - \frac{2}{7}(-1 + x)^2 + x + 7\,\text{Log}[7] - 7\,\text{Log}[9]$

P2[1]

$3 + 7\,\text{Log}[7] - 7\,\text{Log}[9]$

P2[1] // N

1.2408

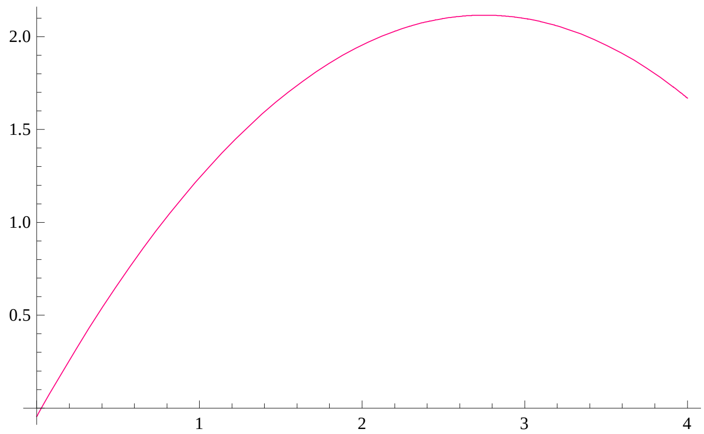
P2[1.1]

1.33794

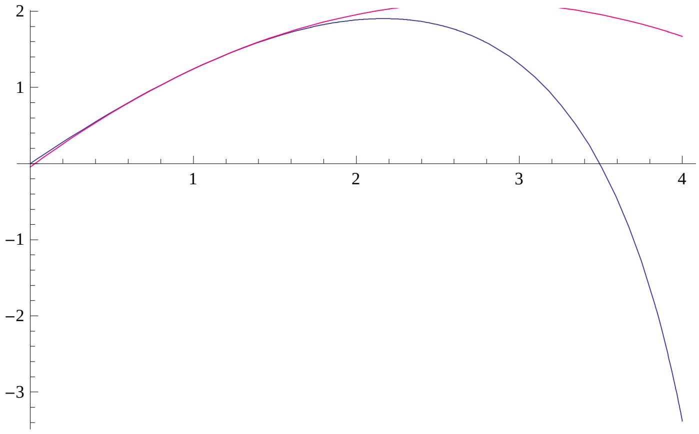
H[1.1]

1.33789

graf2 = Plot[P2[x], {x, 0, 4}, PlotStyle → RGBColor[1, 0, 0.501961]]



```
Show[{graf1, graf2}]
```




```
P2[3] // N
```

```
2.09794
```

```
H[3] // N
```

```
1.30971
```

Observamos que cuando nos alejamos del punto x=1 los valores del polinomio y de la función son bien diferentes, como también se observa en la gráfica.