EJERCICIO RESUELTO DE MATRICES CON SEL

Resuelto por la Profesora Mariela Glassman

Dadas A= $\begin{bmatrix} x+2 & y+1 \\ 2x-z & -2 \end{bmatrix}$, B= $\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$ y C = $\begin{bmatrix} z+3 & -z \\ -x-4y+4z-3 & 2 \end{bmatrix}$ se pide:

a) A través del método de Gauss obtenga la solución de A.B = C

b) ¿Existe alguna solución para la cual la suma de sus coordenadas valga 6?

Si la respuesta es afirmativa indique el valor de dichas coordenadas.

Resolución:

a) Como pide resolver a través del método de Gauss, deberíamos tener un sistema de ecuaciones lineales que resolver.

Planteamos lo pedido, que A.B = C

$$\begin{bmatrix} x+2 & y+1 \\ 2x-z & -2 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z+3 & -z \\ -x-4y+4z-3 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -(x+2)+2(y+1) & -(y+1) \\ -(2x-z)-4 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z+3 & -z \\ -x-4y+4z-3 & 2 \end{bmatrix}$$; aplicamos propiedad distributiva y acomodamos…

$$\begin{bmatrix} -x+2y & -y-1 \\ -2x+z-4 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z+3 & -z \\ -x-4y+4z-3 & 2 \end{bmatrix}$$; luego resulta que…

$$\begin{cases} -x+2y = z+3 \\ -y-1 = -z \\ -2x+z-4 = -x-4y+4z-3 \\ 2 = 2 \end{cases}$$, y más tarde nos queda el siguiente sistema (notar que la última ecuación se verifica para todo valor de x, y, z):

$$\begin{cases} -x+2y-z = 3 \\ -y+z = 1 \\ -x+4y-3z = 1 \end{cases}$$

Este sistema lo resolvemos con el método de Gauss, planteamos la matriz ampliada:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} -1 & 2 & -1 & 3 \\ 0 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & 4 & -3 & 1 \end{array}\right) \xrightarrow[f_3 - f_1 \to f_3]{} \left(\begin{array}{ccc|c} -1 & 2 & -1 & 3 \\ 0 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & -2 & -2 \end{array}\right) \xrightarrow[f_3 + 2f_2 \to f_3]{} \left(\begin{array}{ccc|c} -1 & 2 & -1 & 3 \\ 0 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$$

El sistema queda $\begin{cases} -x+2y-z = 3 \\ -y+z = 1 \end{cases}$. Despejando de la última ecuación tenemos que z= 1+y; y reemplazando esto en la primera ecuación tenemos que x= y–4; luego la solución sería el conjunto $\{(y-4; y; 1+y), y \epsilon R\}$.

b) Veamos si alguna de esas infinitas soluciones cumple con que la suma de sus coordenadas valga 6: $(y-4)+y+(1+y) = 6 \rightarrow 3y-3 = 6 \rightarrow y = 3$

Luego la solución que cumple con esta condición es $(-1; 3; 4)$.