

**Dos problemas sobre extremos libres**

**Problema 1.** Muestre que para todo valor de la constante no nula " $a$ ", los puntos críticos de la función

$$f(x, y) = x^2 + y^2 - a^2 xy^2$$

distintos del origen, son puntos de ensilladura.

**Problema 2.** Considere la función

$$f(x, y) = x^3 + y^3 - a^3 xy$$

*i)* Muestre que para todo valor de la constante no nula " $a$ ", el único punto crítico de la función distinto del origen es un punto de extremo local, es decir que, o bien se trata de un punto de máximo local o de un punto de mínimo local.

*ii)* Muestre además que los únicos dos puntos críticos de la función se encuentran sobre la recta de ecuación  $y = x$ .

*iii)* Luego, hallar el valor de " $a$ " para que el punto crítico distinto del origen sea el  $(1,1)$ .