Resolución TP5:

Ejercicio 3 - d

Tomando $F(x,y) = x^2 + y^2 - 1 = 0$ Determinar si la ecuación dada define una función implícita $y = f(x)$ en $P = (1{,}0)$y si es así calcular su derivada.

Herramientas:

- Se deben cumplir las 3 condiciones del teorema para $F(x,y) = 0$ e $y = f(x)$
  - $P \epsilon F(x,y) = 0$
  - Las derivadas F_x y F_y son continuas en el entorno del punto.
  - $F_y(P) \neq 0$
- Si se cumple TFI entonces existe $y = f(x)$ y vale $f_x(x_0) = -\frac{F_x(P)}{F_y(P)}$

Resolviendo:

- $¿\, P \epsilon F(x,y) = 0?$

$$x^2 + y^2 - 1 = 0$$
$$1^2 + 0^2 - 1 = 0$$

Se cumple el primer enunciado.

- ¿Son F_x y F_y continuas en R^2?

$$F_x = 2x$$
$$F_y = 2\text{y}$$

Al ser funciones lineales son continuas y se cumple el segundo enunciado.

- $¿\, F_y(P) \neq 0?$

$$F_y(1{,}0) = 2 \cdot 0 = 0$$

Al ser $F_y(\text{P}) = 0$ NO se cumple el tercer enunciado.

No se puede aplicar TFI en P
por lo tanto NO existe $y = f(x)$ y NO vale $f_x(x_0) = -\frac{F_x(P)}{F_y(P)}$

Corolario:

Sin embargo es posible determinar que la ecuación dada define una función implícita $x = g(y)$ en $P = (1,0)$y es posible calcular su derivada.

Herramientas:

- Se deben cumplir las 3 condiciones del teorema para $F(x, y) = 0$ e $x = g(y)$
  - $P \epsilon F(x, y) = 0$
  - Las derivadas F_x y F_y son continuas en el entorno del punto.
  - $F_x(P) \neq 0$
- Si se cumple TFI entonces existe $x = g(y)$ y vale $g_y(y_0) = -\frac{F_y(P)}{F_x(P)}$

Resolviendo:

- $¿P \epsilon F(x, y) = 0?$

$$x^2 + y^2 - 1 = 0$$
$$1^2 + 0^2 - 1 = 0$$

Se cumple el primer enunciado.

- ¿Son F_x y F_y continuas en R^2?

$$F_x = 2x$$
$$F_y = 2y$$

Al ser funciones lineales son continuas y se cumple el segundo enunciado.

- $¿F_x(P) \neq 0?$

$$F_x(1,0) = 2 \cdot 1 = 2$$

Al ser $F_x(\mathrm{P}) = 2$ se cumple el tercer enunciado.

Se cumple TFI por lo tanto existe $x = g(y)$ y vale $g_y(y_0) = -\frac{F_y(P)}{F_x(P)}$

$$g_y(y_0) = x_y(y_0) = x_y(0) = -\frac{0}{2} = 0$$

$$x_y(0) = 0$$