Resolución TP3:

Ejercicio 1 - m

Calcular el limite doble para $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} \frac{(e^x-1)(e^{2y}-1)}{xy}$ usando propiedades:

Para empezar:

- Al tratarse de una función de 2 variables $f(x,y)$ el limite existe si existen tanto por derecha, izquierda, y el resto de las infinitas direcciones y trayectorias.
- El postulado anterior se comprueba usando propiedades de limite sustentadas por la definicion de limite.
- El postulado anterior de refuta con solo encontrar un caso en que el limite de un valor distinto.

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{(e^x-1)(e^{2y}-1)}{xy}$$

Se resuelve con la Propiedad:

1. $\lim\limits_{(x,y)\to(x_0,y_0)} g(x)\cdot h(y) = \lim\limits_{x\to x_0} g(x) \lim\limits_{y\to y_0} h(y)$
2. L'Hopital (valido solo de a una variable y en $\frac{\to 0}{\to 0}$)

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{(e^x-1)(e^{2y}-1)}{xy} = \lim_{x\to 0} \frac{(e^x-1)}{x} \lim_{y\to 0} \frac{(e^{2y}-1)}{y}$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{(e^x-1)}{x} \simeq \frac{\to 0}{\to 0} \to \lim_{x\to 0} \frac{(e^x-1)}{x} \overset{L'}{\triangleq} \lim_{x\to 0} \frac{e^x}{1} = 1$$

$$\lim_{y\to 0} \frac{(e^{2y}-1)}{y} \simeq \frac{\to 0}{\to 0} \to \lim_{y\to 0} \frac{(e^{2y}-1)}{y} \overset{L'}{\triangleq} \lim_{y\to 0} \frac{2e^{2y}}{1} = 2$$

Finalmente:

$$\lim_{(x,y)\to(1,0)} \frac{(e^x-1)(e^{2y}-1)}{xy} = \lim_{x\to 1} \frac{(e^x-1)}{x} \lim_{y\to 0} \frac{(e^{2y}-1)}{y} = 1\cdot 2$$

$$\lim_{(x,y)\to(1,0)} \frac{(e^x-1)(e^{2y}-1)}{xy} = 2$$