TRABAJO PRÁCTICO N°4: Derivadas Parciales.

13) Calcular el ángulo entre los gradientes de las siguientes funciones:

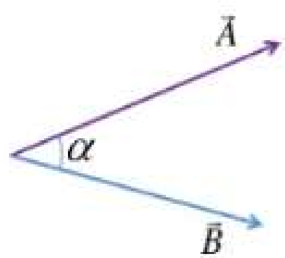
$\boldsymbol{f(x,y,z) = x^4 + 3.y^4.z}$

$\boldsymbol{g(x,y,z) = x + 3.y - 2.z}$

$\boldsymbol{En\ P_0 = (1,2\ ,1)}$

Se puede demostrar, no es el caso, que:

$\vec{A} \circ \vec{B} = \|\vec{A}\|.\|\vec{B}\|.\cos\alpha$



$$\boxed{\mathrm{Cos}\alpha = \frac{\vec{A}.\vec{B}}{A.B}}$$

Esta expresión nos indica que el producto punto de 2 vectores es igual al producto de la norma de estos por el coseno del ángulo que forman.

Recordando que el producto punto o escalar entre 2 vectores es:

Sí $\vec{A}\ \mathcal{E}\ R^n\ y\ \vec{B}\ \mathcal{E}\ R^n, entonces\ \vec{A} \circ\ \vec{B}\ \mathcal{E}\ R$

$\vec{A} = (x_1, x_2, \dots., x_n)$
$\vec{B} = (y_1, y_2, \dots., y_n)|$
$\vec{A} \circ \vec{B} = (x_1, x_2, \dots. x_n) \circ (y_1, y_2, \dots., y_n) = (x_1.y_1 + x_2.y_2 + \cdots + x_n.y_n)$

Además sí:

$\vec{A} = (x_1, x_2, \dots, x_n)\ es\ un\ vector\ con\ "n"\ componentes, se\ dice\ que\ su\ norma\ \|\vec{A}\| es:$

$\|\vec{A}\| = \sqrt{(x_1)^2 + (x_2)^2 + \cdots + (x_n)^2}$

Sabiendo que:

$$\vec{\nabla} f(x,y,z) = \left(\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}, \frac{\partial f}{\partial z}\right) = (4.x^3; 12.y^3.z\,; 3.y^4)$$

$$\vec{\nabla} g(x,y,z) = \left(\frac{\partial g}{\partial x}, \frac{\partial g}{\partial y}, \frac{\partial g}{\partial z}\right) = (1\,; 3\,; -2)$$

$$\boldsymbol{\vec{\nabla} f(1\,,2\,,1) = (4.1^3\,,12.2^3\,,3.2^4) = (4\,,96\,,48)}$$

$$\boldsymbol{\vec{\nabla} g(1\,,2\,,1) = (1\,,3\,,-2)}$$

$$\vec{\nabla} f(1\,,2\,,1) \circ \vec{\nabla} g(1\,,2\,,1) = (4\,,96\,,48) \circ (1\,,3\,,-2) = (4\,.\,1 + 96\,.\,3 - 48\,.\,2)$$

$$\boldsymbol{\vec{\nabla} f(1\,,2\,,1) \circ \vec{\nabla} g(1\,,2\,,1) = 196}$$

$$\left\|\vec{\nabla} f(1\,,2\,,1)\right\| = \sqrt{4^2 + 96^2 + 48^2} \rightarrow$$

$$\boldsymbol{\left\|\vec{\nabla} f(1\,,2\,,1)\right\| = \sqrt{11536}}$$

$$\left\|\vec{\nabla} g(1\,,2\,,1)\right\| = \sqrt{1^2 + 3^2 + (-2)^2} \rightarrow$$

$$\boldsymbol{\left\|\vec{\nabla} g(1\,,2\,,1)\right\| = \sqrt{14}}$$

$$\vec{A} \circ \vec{B} = \left\|\vec{A}\right\|.\left\|\vec{B}\right\|.\cos\alpha \qquad \rightarrow \qquad \cos\alpha = \frac{\vec{A} \circ \vec{B}}{\left\|\vec{A}\right\|.\left\|\vec{B}\right\|}$$

$$\cos\alpha = \frac{196}{\sqrt{11536}\,.\sqrt{14}} = \frac{196}{\sqrt{11536\,.\,14}} = \frac{196}{401{,}8756}$$

$$\cos\alpha = 0{,}487713110005$$

$$\boldsymbol{\alpha = 60{,}8096185596° = 60°\,48'34{,}63''}$$
