

The file attached is the collection of proceedings of the section "Mathematics" of the 55th International Students Scientific Conference held in Novosibirsk. You can find my abstract at page 48. Unfortunately it all in Russian language, so I added my translation of this abstract.

Modelling of distribution of nonlinear ion-sound waves in a collisionless plasma

Nonlinear kinetic equation for distribution function ions $f(t, x, u)$ in dimensionless variables

$$\frac{\partial f}{\partial t} + u \frac{\partial f}{\partial x} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial x} \frac{\partial f}{\partial u} = 0, \quad \rho = \int f du \quad (1)$$

describes the one-dimensional motion of a quasineutral collisionless plasma [1]. Model (1) falls into the class of systems with operator coefficients, for the study of which a generalization of the method of characteristics was proposed by V. M. Teshukov [2]. In [3] conditions for the generalized hyperbolicity of equation (1), exact solutions in the class of traveling waves and a hydrodynamic analogy are established with the flow of an ideal fluid in a channel with elastic walls. The main focus of this work is on obtaining hydrodynamic reductions and approximations of the kinetic model (1), reducible to hyperbolic systems of one-dimensional differential equations. A model of cold plasma (an analog of the equations shallow ox), gas-dynamic approximation, reduction of waterbag and "Multilayer" approximation are considered. Based on the listed equations numerical simulation of the propagation of waves arising as a result of the breakup of the initial discontinuity was performed. It is shown that the model of cold plasma and gas-dynamic approximation describe evolution of density quite well. For more accurate modeling, including the effect kinetic tipping, leading to instability of the flow, it is necessary to use the equations of "multilayer" approximation (1).

[1] Gurevich A.V., Pitaevsky L.P. Nonlinear dynamics of rarefied plasma and ionospheric aerodynamics // Problems of Plasma Theory. M.: Atomizdat, 1980. Issue. 10.

[2] Lyapidevsky V. Yu., Teshukov V. M. Mathematical models of the propagation of long waves in an inhomogeneous liquid. Novosibirsk: Publishing House of the SB RAS, 2000.

[3] Khe A.K. and Chesnokov A.A. Propagation of nonlinear perturbations in a quasineutral collisionless plasma // Prikl. 2011.Vol. 52, No 5. P. 3–16.

Supervisor - Dr. Phys.-Math. Sciences Chesnokov A.A.

**НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК**

**МАТЕРИАЛЫ
55-й МЕЖДУНАРОДНОЙ
НАУЧНОЙ СТУДЕНЧЕСКОЙ КОНФЕРЕНЦИИ**

МНСК–2017

17–20 апреля 2017 г.

МАТЕМАТИКА

**Новосибирск
2017**

УДК 51
ББК 22.1я431

Материалы 55-й Международной научной студенческой конференции МНСК-2017: Математика / Новосиб. гос. ун-т. – Новосибирск: ИПЦ НГУ, 2017. – 216 с.

ISBN 978-5-4437-0619-1

Научный руководитель секции –
д-р физ.-мат. наук, академик РАН Гончаров С. С.

Председатель секции – д-р физ.-мат. наук Васкевич В. Л.

Ответственный секретарь секции – канд. техн. наук Шваб И. В.

Экспертный совет секции

канд. физ.-мат. наук Абросимов Н. В., канд. физ.-мат. наук Агапов С. В.,
канд. физ.-мат. наук Августинович С. В., канд. техн. наук Анцыз С. М.,
канд. физ.-мат. наук Бульонков М. А., д-р физ.-мат. наук Войтишек А. В.,
канд. физ.-мат. наук Быкадоров И. А., д-р физ.-мат. наук Ерзин А. И.,
канд. физ.-мат. наук Журавлева Е. Н., д-р физ.-мат. наук Карабут Е. А.,
канд. физ.-мат. наук Каргаполова Н. А.,
д-р физ.-мат. наук Карманова М. Б., д-р физ.-мат. наук Лаевский Ю. М.,
канд. физ.-мат. наук Ларичкин А. Ю., д-р физ.-мат. наук Лотов В. И.,
д-р физ.-мат. наук Медных А. Д., д-р физ.-мат. наук Одинцов С. П.,
канд. физ.-мат. наук Рапопорт Э. О., д-р физ.-мат. наук Саханенко А. И.,
канд. физ.-мат. наук Семисалов Б. В., д-р физ.-мат. наук Трахинин Ю. Л.,
д-р физ.-мат. наук Ткачев Д. Л., д-р физ.-мат. наук Фосс С. Г.,
д-р физ.-мат. наук Хлуднев А. М., канд. физ.-мат. наук Чирков Д. В.,
д-р физ.-мат. наук Шарафутдинов В. А.

ISBN 978-5-4437-0619-1

© Новосибирский государственный
университет, 2017

**NOVOSIBIRSK STATE UNIVERSITY
SIBERIAN BRANCH OF THE RUSSIAN ACADEMY OF SCIENCES**

**PROCEEDINGS
OF THE 55th INTERNATIONAL STUDENTS
SCIENTIFIC CONFERENCE**

ISSC-2017

April, 17–20, 2017

MATHEMATICS

**Novosibirsk, Russian Federation
2017**

Proceedings of the 55th International Students Scientific Conference.
Mathematics / Novosibirsk State University. – Novosibirsk, Russian Federation.
2017. – 216 pp.

ISBN 978-5-4437-0619-1

Section scientific supervisor –

Dr. Phys. Math., Academician of RAS Goncharov S. S.

Section head – Dr. Phys. Math. Vaskevich V. L.

Responsible secretary – Cand. Eng. Shvab I. V.

Section scientific committee

Cand. Phys. Math. Abrosimov N. V., Cand. Phys. Math. Agapov S. V.,
Cand. Phys. Math. Avgustinovich S. V., Cand. Eng. Antsys S. M.,
Cand. Phys. Math. Bulyonkov M. A., Dr. Phys. Math. Voitishchek A. V.,
Cand. Phys. Math. Bykadorov I. A., Dr. Phys. Math. Erzin A. I.,
Cand. Phys. Math. Zhuravleva E. N., Dr. Phys. Math. Karabut E. A.,
Cand. Phys. Math. Kargapolova N. A.,
Dr. Phys. Math. Karmanova M. B., Dr. Phys. Math. Laevsky Yu. M.,
Cand. Phys. Math. Larichkin A. Yu., Dr. Phys. Math. Lotov V. I.,
Dr. Phys. Math. Mednykh A. D., Dr. Phys. Math. Odintsov S. P.,
Cand. Phys. Math. Rapoport E. O., Dr. Phys. Math. Sakhanenko A. I.,
Cand. Phys. Math. Semisalov B. V., Dr. Phys. Math. Trakhinin Yu. L.,
Dr. Phys. Math. Tkachev D. L., Dr. Phys. Math. Foss S. G.,
Dr. Phys. Math. Khludnev A. M., Cand. Phys. Math. Chirkov D. V.,
Dr. Phys. Math. Sharafutdinov V. A.

Примитивно рекурсивно категоричные линейные порядки

Блинов К. В.

Новосибирский государственный университет

Пусть M – примитивно рекурсивная структура, и $\Phi(\bar{x}, \bar{y})$ – бескванторная формула. Говорим, что формула $\exists \bar{y} \Phi(\bar{x}, \bar{y})$ разрешима в M с примитивно рекурсивными свидетелями, если существует примитивно рекурсивная функция $g(n)$, которая по номеру набора \bar{x} из M , для которого эта формула истинна, находит номер набора \bar{y} такого, что истинна $\Phi(\bar{x}, \bar{y})$.

Скажем, что \exists -диаграмма M разрешима с примитивно рекурсивными свидетелями, если все \exists -формулы разрешимы в M с примитивно рекурсивными свидетелями равномерно по номеру формулы.

Определим класс алгебраических структур K_Σ как класс примитивно рекурсивных структур, \exists -диаграмма которых разрешима с примитивно рекурсивными свидетелями.

Скажем, что две структуры примитивно рекурсивно изоморфны, если между ними существует изоморфизм f , такой что и он, и f^{-1} являются примитивно рекурсивными функциями.

Будем говорить, что алгебраическая структура M примитивно рекурсивно категорична относительно класса K , если существует изоморфная M структура M_1 из класса K , и любая другая структура M_2 из класса K , изоморфная M , примитивно рекурсивно изоморфна M_1 .

В линейном порядке два элемента называются соседней парой, если они не равны друг другу, и между ними нет других элементов.

Теорема 1. Пусть L – примитивно рекурсивный линейный порядок. Тогда он лежит в классе K_Σ тогда и только тогда, когда формулы

$$\Phi(x, y) = \exists z (x < z < y)$$

$$\Phi_L(x) = \exists y (y < x)$$

$$\Phi_R(x) = \exists y (y > x)$$

разрешимы в нем с примитивно рекурсивными свидетелями.

Теорема 2. Пусть L – примитивно рекурсивный линейный порядок. Тогда он примитивно рекурсивно категоричен относительно K_Σ тогда и только тогда, когда в нем содержится только конечное число соседних пар.

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук Алаев П. Е.

О регулярных вложениях p -групп

Васильев А. С.

Новосибирский государственный университет

Пусть p – простое число, Q – группа порядка p^k . Тогда Q действует на себе правыми сдвигами, и существует регулярное вложение $Q \rightarrow \text{Sym}_{p^k}$ в симметрическую группу степени p^k . По теореме Силова образ Q лежит в некоторой силовской подгруппе P группы Sym_{p^k} .

Проблема. В каких случаях P содержит единственную регулярную подгруппу, изоморфную Q ?

Теорема. Пусть $P \in \text{Syl}_p(\text{Sym}_{p^k})$ и Q – группа порядка p^k . Тогда

а) если $k = 1$, то P содержит единственную регулярную подгруппу, изоморфную Q ;

б) если $k = 2$, то P содержит единственную регулярную подгруппу, изоморфную Q , в том и только в том случае, когда $p = 2$.

В случае, когда $k \geq 3$, вышеупомянутая проблема остается открытой.

Научные руководители – д-р физ.-мат. наук, доц. Вдовин Е. П., д-р физ.-мат. наук, доц. Ревин Д. О.

Об алгебрах бинарных изолирующих формул естественных классов теорий

Емельянов Д. Ю.

Новосибирский государственный университет

В работе приводится обзор результатов по алгебрам бинарных изолирующих формул для ряда известных классов теорий.

1. Для теорий с последовательно вложенными отношениями эквивалентности получены алгебры \mathbf{B}^*_Λ , где $\Lambda = \langle \lambda_1, \dots, \lambda_n, \dots \rangle$, алгебры \mathbf{C}_Λ , где $\Lambda = \langle \lambda_1, \dots, \lambda_n, \dots \rangle$ [1].

2. Для теорий унарных с одноместными предикатами описаны алгебры бинарных изолирующих формул, а именно алгебры, которые задаются группой \mathbf{Z} , группой \mathbf{Z}_p , алгеброй $\mathbf{A}_{n,\lambda}$, алгеброй $\mathbf{A}_{f,\lambda}$, алгеброй $\langle \omega^*; + \rangle$, алгеброй $\mathbf{B}_{n,\Lambda}$, где $\Lambda = \langle \lambda_1, \dots, \lambda_n \rangle$, алгеброй $\mathbf{B}_{\omega,\Lambda}$, где $\Lambda = \langle \lambda_1, \dots, \lambda_n, \dots \rangle$ [2].

3. Для теорий базисных абелевых групп описаны алгебры бинарных изолирующих формул: алгебры \mathbf{Q}' , $\mathbf{Z}'(p^n)$, $\mathbf{Z}'(p^\infty)$, \mathbf{R}'_p [3].

4. Для теорий графов правильных многогранников описаны алгебры бинарных изолирующих формул: алгебра \mathbf{Q}'' , алгебра \mathbf{T} , алгебра \mathbf{O} , алгебра \mathbf{D} , алгебра \mathbf{J} [4].

5. Для счетно категоричных слабо о-минимальных теорий описаны алгебры бинарных изолирующих формул \mathbf{A}_n . Эти алгебры являются моноидами и соответствуют 1-типам бинарного ранга выпуклости n [5].

1. Емельянов Д. Ю. Алгебры распределений бинарных изолирующих формул для вложенных отношений эквивалентности // *Algebra and Model Theory 10: Collection of papers*. Novosibirsk : NSTU Publisher, 2015. P. 59–70.

2. Емельянов Д. Ю. Об алгебрах распределений бинарных формул теорий унарных // *Известия Иркутского государственного университета*. Серия «Математика». 2016. Т. 17. С. 23–36.

3. Байкалова К. А., Емельянов Д. Ю., Кулпешов Б. Ш., Палютин Е. А., Судоплатов С. В. Об алгебрах распределений бинарных формул теорий абелевых групп // *Материалы международной конференции «Мальцевские чтения»*. Новосибирск : ИМ СО РАН, 2016. С. 174.

4. Емельянов Д. Ю. О почти детерминированных алгебрах бинарных изолирующих формул // *Материалы международной конференции «Мальцевские чтения»*. Новосибирск : ИМ СО РАН, 2016. С. 182.

5. Емельянов Д. Ю., Кулпешов Б. Ш., Судоплатов С. В. Алгебры распределений бинарных формул в счетно категоричных слабо о-минимальных структурах // *Алгебра и логика*. 2017. Т. 56, № 1.

Научные руководители – д-р физ.-мат. наук, проф. Кулпешов Б. Ш., д-р физ.-мат. наук, доц. Судоплатов С. В.

Когомологии Хохшильда ассоциативных конформных алгебр с точным представлением конечного типа

Козлов Р. А.

Новосибирский государственный университет

Конформные алгебры представляют собой формальные алгебраические системы с многозначными операциями, возникшие в математической физике и теории представлений алгебр Каца – Муди как инструмент исследования сингулярной части разложения операторного произведения киральных полей.

Конформной алгеброй Вейля называется пространство многочленов $\text{Cend}_1 = C[D, x]$ с полуторалинейной операцией, заданной по правилу

$$f(x) \lambda g(x) = f(x)g(x+\lambda).$$

Известно, что любая ассоциативная конформная алгебра с точным представлением конечного типа имеет наибольший разрешимый идеал (радикал), фактор по которому изоморфен прямой сумме неприводимых матричных подалгебр в алгебре $\text{Cend}_n = M_n(\text{Cend}_1)$, изоморфных либо подалгебре петель $\text{Cur}_n = M_n(C[D])$ либо правому идеалу вида $Q(x)\text{Cend}_n$, $\det Q \neq 0$. В работе [1] было показано, что если все прямые слагаемые фактора по радикалу имеют вид Cur_n или Cend_n , то в ассоциативной конформной алгебре выполняется аналог основной теоремы Веддерберна об отщеплении радикала. С другой стороны, в работе [2] приведен нерасщепляющийся пример алгебры с фактором $x^2\text{Cend}_1$.

В данной работе мы исследуем вопрос об отщеплении разрешимого радикала в ассоциативной конформной алгебре с полупростым фактором вида $\text{Cend}_{1,x} = x\text{Cend}_1$, заполняя тем самым пробел между результатами [1] и [2]. Для этой цели мы используем методы теории когомологий, согласно которой существует взаимно-однозначное соответствие между классами эквивалентных расширений алгебры C с помощью бимодуля M и элементами второй группы когомологий $H^2(C, M)$.

Теорема. Пусть $C = \text{Cend}_{1,x}$, M – любой конформный бимодуль над C . Тогда $H^2(C, M) = 0$.

-
1. Долгунцева И. А. Когомологии Хохшильда для ассоциативных конформных алгебр // Алгебра и логика. 2007. Т. 46, № 6. С. 688–706.
 2. Kolesnikov P. S. On the Wedderburn principal theorem in conformal algebras // Journal of Algebra and Its Applications. 2007. Vol. 6, № 1. P. 119–134.

Научный руководитель – Колесников П. С.

О структуре почти конечномерных йордановых алгебр

Панасенко А. С.

Новосибирский государственный университет

Алгебра A над полем F называется йордановой, если для любых элементов $x, y \in A$ выполняются следующие тождества:

$$x^2(yx) = (x^2y)x, \quad xy=yx.$$

Определение. Алгебра A называется почти конечномерной, если $\dim(A)=\infty$ и $\dim(A/I) < \infty$ для любого ненулевого идеала I .

В работе Д. Фарины и К. Пендерграсс-Райс [1] было доказано, что почти конечномерная ассоциативная алгебра первична, а если она удовлетворяет полиномиальному тождеству, то она является конечным модулем над своим центром, который почти конечномерен. Аналогичные результаты недавно были получены для альтернативных алгебр [2].

В работе доказаны следующие теоремы:

Теорема 1. Почти конечномерная йорданова алгебра первична и невырожденна.

Теорема 2. Пусть A – кольцо Алберта с единицей и нетеровым центром. Тогда оно является конечным модулем над своим центром.

В качестве следствия получено описание почти конечномерных йордановых исключительных алгебр как конечных модулей над почти конечномерным центром. Сделаны некоторые замечания для случая специальных алгебр.

1. Farina J., Pendergrass-Rice C. A Few Properties of Just Infinite Algebras // Comm. in Algebra. 2007. Т. 35, № 5. С. 1703–1707.

2. Желябин В. Н., Панасенко А. С. Ниль-идеалы конечной коразмерности в нетеровых альтернативных алгебрах // Матем. заметки. 2017. Т. 101, № 3. С. 395–402.

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук, доц. Желябин В. Н.

О локально конечных многообразиях, содержащих группу $SL(2,3)$

Скресанов С. В.

Новосибирский государственный университет

Напомним, что *секцией* группы называется гомоморфный образ одной из ее подгрупп. Основным результатом данной работы является следующая

Теорема. Пусть X и Y – локально конечные группы, и группа $SL(2,3)$ является секцией прямого произведения $X \times Y$. Тогда $SL(2,3)$ является секцией либо X , либо Y .

Напомним, что многообразие групп называется *локально конечным*, если любая конечно порожденная группа из этого многообразия конечна. Имеем

Следствие. Пусть V – локально конечное многообразие, порожденное множеством Θ групп. Если $SL(2,3)$ лежит в V , то $SL(2,3)$ является секцией группы из Θ . В частности, если Θ состоит из конечного числа конечных групп и $SL(2,3)$ принадлежит многообразию, порожденному Θ , то $SL(2,3)$ – секция группы из Θ .

Отметим, что данная работа является естественным продолжением исследований в [1].

1 Васильев А. В., Скресанов С. В. О вопросе Л. Г. Ковача, Алгебра и логика. 2016. Т. 55, № 4. С. 512–518.

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук, проф. Васильев А. В.

О k -замыканиях конечных разрешимых групп

Чуриков Д. В.

Новосибирский государственный университет

Пусть G – группа подстановок множества Ω мощности n . Действие G на Ω индуцирует действие G на декартовом квадрате $\Omega \times \Omega$ по правилу $(\alpha, \beta)g = (\alpha g, \beta g)$. Множество орбит $Orb_2(G)$ этого действия является разбиением множества $\Omega \times \Omega$. Группа $G^{(2)} = Aut(Orb_2(G))$ называется *2-замыканием* группы G . Здесь под группой $Aut(P)$ автоморфизмов разбиения P множества $\Omega \times \Omega$ понимается подгруппа симметрической группы $Sym(\Omega)$, элементы которой оставляют на месте все классы разбиения P . Иначе говоря, 2-замыкание это максимальная по включению группа в $Sym(\Omega)$, обладающая такими же 2-орбитами, что и G . Аналогично определяется k -замыкание группы подстановок для $k > 2$.

Основная проблема. Для данной группы подстановок G найти порождающее множество для группы $G^{(2)}$.

В работе рассматривается вопрос о 2-замыканиях $3/2$ -транзитивных групп, т. е. транзитивных групп у которых орбиты стабилизатора точки имеют одинаковую неединичную длину. Кроме того, $3/2$ -транзитивные группы были недавно классифицированы, и часть задачи уже была решена в [1], а именно, для $3/2$ -транзитивных групп подстановок, возникающих из конечных почти-полей, было найдено условие разрешимости групп $G^{(2)}$. Более того, для разрешимых групп $G^{(2)}$ были указаны известные группы, содержащие группы $G^{(2)}$, что позволяет решать проблему для таких групп за полиномиальное от n время.

1. Churikov D. V., Vasil'ev A. V. Automorphism groups of cyclotomic schemes over finite near-fields // Siberian electronic mathematical reports. 2016. Vol. 13. P. 1271–1282.

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук, проф. Васильев А. В.

Квазимногообразия графов и независимая базируемость

Яковлев А. В.

Новосибирский государственный университет

В докладе рассматривается такая мера сложности решеток квазимногообразий, как наличие континуума элементов, не имеющих независимого базиса квазитожеств. Раньше подобный результат был доказан для унаров, орграфов и антимногообразия унаров. Так же была доказана следующая теорема:

Существует континуум квазимногообразий неориентированных графов, не имеющих покрытий в $L_q(V)$.

Ранее было известно, что решетка квазимногообразий графов имеет мощность 2^{ω} , является Q-универсальной, а множество ее конечных подрешеток невычислимо.

Исследуется также вопрос об Ω -независимых базисах квазитожеств.

Научный руководитель — канд. физ.-мат. наук, ст. науч. сотр. Кравченко А. В.

Разрешимость краевых и начально-краевых задач для некоторых неклассических дифференциальных уравнений с вырождением

Андреев А. А.

Новосибирский государственный университет

Доклад посвящен изложению результатов о разрешимости краевых и начально-краевых задач для неклассических дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned}u_t - \beta u_{xx} - \gamma u_{xxt} &= f, \\u_{tt} - \beta u_{xx} - \gamma u_{xxt} &= f, \\u_{tt} - \beta u_{xx} - \gamma u_{xxtt} &= f\end{aligned}$$

в ситуации, когда параметр γ может совпадать с одним из собственных чисел оператора $\frac{\partial^2}{\partial x^2}$ (при задании по переменной x условий первой, второй или смешанной краевых задач). Для изучаемых задач даются условия, обеспечивающие существование, единственность, несуществование и неединственность решений.

Помимо задач с локальными (точечными) условиями, рассматриваются задачи с нелокальными условиями интегрального вида по временной переменной (и с естественным условием первой, второй или третьей задач по пространственным переменным). Более конкретно, задачи с интегральными условиями изучаются для уравнений:

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial t}(u - \alpha \Delta u) + \beta \Delta u + \gamma u &= f(x, t), \\ \frac{\partial}{\partial t}(u_t - \alpha \Delta u) + \beta \Delta u + \gamma u &= f(x, t);\end{aligned}$$

собственно же интегральное условие есть условие вида

$$\int_0^T N(t)u(x, t)dt = 0.$$

Для этих задач также получены результаты о существовании и несуществовании, единственности и неединственности решений.

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук, проф. Кожанов А. И.

Об одной задаче группового преследования через Интернет

Бичурина А. И.

Удмуртский государственный университет, г. Ижевск

В пространстве R^k ($k \geq 2$) рассматривается [1–3] дифференциальная игра Γ $n+1$ лиц: n преследователей P_1, \dots, P_n и убегающего E , описываемая системой вида

$$\dot{z}_i = az_i + u_i - v, \|u_i\| \leq \alpha, \|v\| \leq \beta, z_i(0) = z_i^0 \quad (1)$$

где $z_i \in R^k, i \in I = \{1, 2, \dots, n\}, a \in R^1$.

Цель группы преследователей – поймать убегающего.

Условие поимки $\|z_j(T)\| \leq l$ при некоторых $j \in I, T \geq 0$, где $l > 0$ – заданное число.

Убегающий использует кусочно-программные стратегии, преследователи – кусочно-программные контрстратегии. Дополнительно предполагается, что каждому преследователю информация о значении управления убегающего $v(t)$ в момент t поступает с некоторой задержкой $\tau > 0$, и значение управления u_i преследователя P_i , формируемое в момент t , поступает в систему (1) с временной задержкой τ . Данная ситуация может возникнуть, например, если преследователи используют Интернет, так как использование каналов связи приводит к задержке информации.

Пусть далее $\text{Int}A$, $\text{co}A$ соответственно внутренность и выпуклая оболочка множества A .

Теорема 1. Пусть $a < 0, \alpha > \beta, l > \frac{\beta(e^{a\tau} - e^{-a\tau})}{a}$. Тогда в игре Γ происходит поимка.

Теорема 2. Пусть $a < 0, \alpha = \beta, l > \frac{\beta(e^{a\tau} - e^{-a\tau})}{a}$ и $0 \in \text{Intco}\{z_1^0, \dots, z_n^0\}$. Тогда в игре Γ происходит поимка.

Теорема 3. Пусть $a = 0, \alpha > \beta, l > 2\beta\tau$. Тогда в игре Γ происходит поимка.

Теорема 4. Пусть $a = 0, \alpha = \beta, l > 2\beta\tau$ и $0 \in \text{Intco}\{z_1^0, \dots, z_n^0\}$. Тогда в игре Γ происходит поимка.

1. Благодатских А. И., Петров Н. Н. Конфликтное взаимодействие групп управляемых объектов. Ижевск : Изд-во Удмуртского ун-та, 2009. 266 с.

2. Григоренко Н. Л. Математические методы управления несколькими динамическими процессами. М. : Изд-во МГУ, 1990. 197 с.

3. Чикрий А. А. Конфликтно управляемые процессы. Киев : Наукова думка, 1992. 384 с.

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук, проф. Петров Н. Н.

**О существовании решения задачи равновесия двумерного
упругого тела с тонким вырезом и трещиной**

Борисова Е. Б.

Северо-восточный федеральный университет имени М. К. Аммосова,
г. Якутск

Работа посвящена исследованию разрешимости задачи о равновесии двумерного упругого тела, закрепленного по краю и имеющего тонкий вырез и трещину. Рассмотрены два случая – с прямоугольным вырезом, а также с вырезом в виде криволинейного четырехугольника с параллельными сторонами. Предполагается, что ширина выреза сравнима с величиной перемещений точек тела, вследствие чего противоположные края выреза могут контактировать. На двух краях выреза и на кривой трещины заданы условия вида неравенств, исключающие проникание точек противоположных сторон друг в друга.

Приведена вариационная постановка в виде задачи минимизации функционала энергии, получено эквивалентное вариационное неравенство. Доказана однозначная разрешимость задачи. Из вариационного неравенства выведена полная система краевых условий, выполняющихся на краях выреза в предположении дополнительной гладкости решений. Таким образом, получена эквивалентная постановка в виде краевой задачи с нелинейными граничными условиями. Также исследована задача с криволинейным вырезом. Доказана однозначная разрешимость вариационной задачи минимизации функционала энергии на выпуклом множестве.

Для задач о трещинах с односторонними ограничениями на части границы в работах А. М. Хлуднева разработан общий подход к исследованию данного класса задач, в работах Т. С. Поповой, Н. П. Лазарева, Н. В. Неустроевой и др. также исследованы различные случаи задач с трещинами и жесткими включениями, а также контактные задачи.

Научный руководитель – канд. физ.-мат. наук Попова Т. С.

Некоторые обратные задачи для эллиптических уравнений

Велисевич А. В.

Сибирский федеральный университет, г. Красноярск

В данной работе основным объектом изучения являются обратные задачи отыскания неизвестной функции источника и коэффициента при младшем члене в эллиптическом уравнении.

Обратная задача 1: при заданных функциях $h(x)$, $\beta(x)$ и константе μ найти неизвестную функцию u и константу f , удовлетворяющие уравнению

$$Mu = f,$$

граничному условию

$$u|_{\partial\Omega} = \beta(x), \quad (1)$$

и условию переопределения

$$\int_{\partial\Omega} \frac{\partial u}{\partial N} h(x) ds = \mu. \quad (2)$$

где M – эллиптический оператор второго порядка вида

$$M = -\operatorname{div}(\mathbf{M}(x)\nabla) + m(x)I.$$

Здесь $\mathbf{M}(x)$ – матрица функций $m_{ij}(x)$, $(i, j = 1, \dots, n)$, $m(x)$ – скалярная функция, I – тождественный оператор,

$$\frac{\partial}{\partial N} = (\mathbf{M}(x)\nabla, \mathbf{n}),$$

\mathbf{n} – единичный вектор нормали к границе $\partial\Omega$ области Ω изменения пространственных переменных $x = (x_1, \dots, x_n)$.

Обратная задача 2: при заданных функциях $h(x)$, $\beta(x)$, $f(x)$ и константе μ найти неизвестную функцию u и константу k , удовлетворяющие уравнению

$$Mu + ku = f(x),$$

граничному условию (1) и условию переопределения (2).

При некоторых ограничениях доказаны теоремы существования и единственности решений данных обратных задач, причем $u \in W_2^2(\Omega)$. В случае первой обратной задачи получена явная формула для определения неизвестной правой части. Решение второй обратной задачи удовлетворяет следующим оценкам

$$0 \leq u \leq a, \quad 0 \leq k \leq k_1,$$

где $a = a(x)$ – решение уравнения $Ma = f$, удовлетворяющее граничным данным (1); k_1 – некоторая положительная постоянная.

Научный руководитель – канд. физ.-мат. наук, доц. Любанова А. Ш.

**К вопросу об устойчивости состояния покоя
для несжимаемой полимерной жидкости**

Голдин А. Ю.

Новосибирский государственный университет

Вопрос об устойчивости (или неустойчивости) стационарных решений уравнений несжимаемой вязкоупругой полимерной жидкости является чрезвычайно важным с практической точки зрения (для описания течений полимерной жидкости мы используем обобщенную реологическую модель Виноградова – Покровского, предложенную в монографии [1]).

В докладе обсуждаются вопросы об устойчивости состояния покоя полимерной жидкости в плоском канале при отсутствии и наличии сильного разрыва в течении. В первом случае доказано отсутствие растущих по времени частных решений линеаризованной системы уравнений полимерной жидкости, а во втором случае такие решения сконструированы.

Для исследования устойчивости была произведена линеаризация исходной системы дифференциальных уравнений, а затем искались решения, специальным образом зависящие от времени. При этом важную роль играет расположение собственных чисел поставленной задачи на комплексной плоскости. Так, в случае отсутствия сильного разрыва аналитическое изучение условий существования решений позволяет заключить, что спектр задачи лежит в левой полуплоскости, а значит, отсутствуют и растущие по времени решения.

Аналогичный подход при рассмотрении течения с сильным разрывом, когда в канале имеется две полимерных жидкости с различными параметрами, приводит к более сложным условиям существования. Они уже не дают сделать вывод о расположении спектра на основе аналитического подхода. Но результаты вычислений показывают, что в довольно большом диапазоне параметров у задачи есть собственные числа с положительной вещественной частью. Из этого следует, что у линеаризованной системы существуют частные решения, которые растут по времени, и состояние покоя для течения полимерной жидкости в плоском канале с сильным разрывом является неустойчивым.

1. Алтухов Ю. А., Гусев А. С., Пышнограй Г. В. Введение в мезоскопическую теорию текучих полимерных систем. Барнаул : Изд-во АлтГПА, 2012. 121 с.

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук, проф. Блохин А. М.

Единственность обобщенного решения вырожденной системы интегральных уравнений Абеля

Грюнвальд Л. А.

Иркутский государственный университет

Рассматривается система интегральных уравнений

$$\mathfrak{I}_\alpha(u(t)) \equiv Bu(t) - \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_0^t (t-s)^{\alpha-1} Au(s) ds = f(t), \quad t \geq 0,$$

где B, A – квадратные матрицы порядка r , $\Gamma(\alpha)$ – гамма-функция Эйлера, $0 < \alpha < 1$ – параметр, $u = u(t)$ и $f = f(t)$ – неизвестная и заданная r -мерные векторные функции неотрицательного действительного аргумента t . В классе r -мерных распределений с ограниченным слева носителем эта задача принимает вид системы уравнений в свертках

$$\mathfrak{I}_\alpha(\delta(t)) * \tilde{u} = \tilde{f}.$$

Здесь $\tilde{u}(t) = u(t)\theta(t)$ и $\tilde{f}(t) = f(t)\theta(t)$ обозначают продолженные нулем на $(-\infty; 0)$ классическое (непрерывное) решение u исходной системы и ее правую часть f , а $\theta(t)$ и $\delta(t)$ – функции О. Хэвисайда и П. Дирака. Фундаментальным решением интегрального оператора $\mathfrak{I}_\alpha(u(t))$ будем называть обобщенную матрицу-функцию \mathcal{E} , удовлетворяющую равенствам $\mathfrak{I}_\alpha(\delta(t)) * \mathcal{E} * v = \mathcal{E} * \mathfrak{I}_\alpha(\delta(t)) * v = v$ при любом v – r -мерном векторном распределении с носителем на положительной полуоси. Нетрудно показать, что если вид \mathcal{E} известен, то единственным решением рассматриваемого уравнения в свертках (обобщенным решением исходной системы) является $\tilde{u} = \mathcal{E} * \tilde{f}$. Действительно, из первого равенства в определении фундаментального решения следует, что эта обобщенная вектор-функция удовлетворяет рассматриваемому уравнению в свертках. Корректным определением бинарной операции $*$ в выбранном классе распределений объясняется существование решения \tilde{u} , а единственность его доказывается коротко методом от противного. Пусть \tilde{v} такая, что $\text{supp } \tilde{v} \subseteq [0; +\infty)$, $\tilde{v} \neq \tilde{u}$ и $\mathfrak{I}_\alpha(\delta(t)) * \tilde{v} = \tilde{f}$. Справедлива цепочка равенств: $\tilde{v} = \mathcal{E} * \mathfrak{I}_\alpha(\delta(t)) * \tilde{v} = \mathcal{E} * \tilde{f} = \tilde{u}$, которая противоречит наличию другого обобщенного решения исходной системы, кроме $\tilde{u} = \mathcal{E} * \tilde{f}$. В предположениях rang $B = r - n$, где $1 \leq n < r$, и полноты A -жорданова набора матрицы B получен вид фундаментального решения. Показано, что обобщенное решение исходной системы имеет сингулярной составляющей линейную комбинацию δ -функции и ее левосторонних производных Римана – Лиувилля дробного порядка, кратного α . Указаны условия, при которых построенное обобщенное решение окажется классическим.

Научный руководитель – канд. физ.-мат. наук Орлов С. С.

О разрешимости одной обратной задачи для полулинейного параболического уравнения

Дятловская А. А.

Сибирский федеральный университет, г. Красноярск

В полосе $G_{[0,T]} = \{(t, x, z) | 0 \leq t \leq T, x \in E_1, z \in E_1\}$ рассмотрим задачу Коши

$$u_t = L_x(u) + \beta_3(t)u_{zz} + a_1(t, x)u_z + \beta_4(t)u^2 + a_2(t, x)f(t, x, z), \quad (1)$$

$$u(0, x, z) = u_0(x, z). \quad (2)$$

Здесь $L_x(u) = \beta_1(t)u_{xx} + \beta_2(t)u_x$, функции $u_0(x, z)$, $f(t, x, z)$ заданы в E_2 и $G_{[0,T]}$ соответственно, коэффициенты $\beta_i(t)$, $i = \overline{1,4}$, — непрерывные действительнoзначные функции переменной t , $0 \leq t \leq T$, $T - const$, причем $\beta_1(t), \beta_3(t) > 0$.

Предполагается, что выполнены условия переопределения:

$$u(t, x, c) = \varphi_1(t, x), (t, x) \in \Pi_{[0,T]}, \quad (3)$$

$$u_z(t, x, c) = \varphi_2(t, x), (t, x) \in \Pi_{[0,T]}, \quad (4)$$

где $\Pi_{[0,T]} = \{(t, x) | 0 \leq t \leq T, x \in E_1\}$; $\varphi_1(t, x)$, $\varphi_2(t, x)$ — заданные функции, удовлетворяющие условиям согласования:

$$\varphi_1(0, x) = u_0(x, c),$$

$$\varphi_2(0, x) = u_{0z}(x, c), x \in E_1, c - const.$$

Под решением обратной задачи (1)–(4) в полосе $G_{[0,t^*]}$, $0 < t^* \leq T$, понимается тройка функций $a_1(t, x)$, $a_2(t, x)$, $u(t, x, z)$, которые удовлетворяют соотношениям (1)–(4).

В работе доказана теорема существования и единственности классического решения обратной задачи (1)–(4) в классе гладких ограниченных функций. В доказательстве с помощью условий (3), (4) осуществляется переход от задачи (1)–(4) к прямой вспомогательной задаче Коши. Разрешимость прямой задачи доказана методом слабой аппроксимации [1].

1. Белов Ю. Я., Кантор С. А. Метод слабой аппроксимации. Красноярск : КрасГУ, 1999.

Научный руководитель — канд. физ.-мат. наук Полынцева С. В.

**Использование интерполяционной формулы К. И. Бабенко
для построение разностных схем**

Есимбек А. А.

Новосибирский государственный университет

В настоящей работе обсуждается численный алгоритм для нахождения приближенных решений гиперболических уравнений (на примере простого уравнения переноса), который строится с помощью интерполяционных формул, предложенных К. И. Бабенко. Приводятся результаты численных расчетов – модельный пример одного уравнения с постоянным коэффициентом (ставится краевая задача).

Основным требованием является правильно и точно построить алгоритм, используя интерполяционные формулы К. И. Бабенко.

Примеры численных решений:

- промоделировать так называемую ударную волну (в этом случае решение имеет разрыв);
- второй пример иллюстрирует случай, когда решение имеет слабый разрыв (производная от решения имеет разрыв).

Научный руководитель – д-р физ.-мат., наук проф. Блохин А. М.

Задача интегральной геометрии для семейства парабол на плоскости

Исмоилов А. С.

Самаркандский государственный университет, г. Самарканд, Узбекистан

Задачи интегральной геометрии – интенсивно развивающееся направление современной математики. Она является одним из крупнейших направлений в теории некорректных задач математической физики и анализа.

Единственность широкого класса задач интегральной геометрии в полосе была установлена В. Г. Романовым. Задачи не вольтерровского типа изучались в работах М. М. Лаврентьева.

Слабо некорректные задачи интегральной геометрии вольтерровского типа с весовыми функциями, имеющими особенность, исследовались в работах [1].

В настоящей работе рассмотрена задача восстановления функции по семейству парабол в верхней полуплоскости с весовой функцией, имеющей особенность.

Пусть семейство кривых, которое гладко заполняют $R_+^2 = \{(x, y) : x \in R^1, y \geq 0\}$ и однозначно параметризуются с помощью координат своих вершин (x, y) , произвольная кривая семейства $P(x, y)$ определяется соотношениями:

$$P(x, y) = \{(\xi, \eta) : (y - \eta) = (x - \xi)^2, 0 \leq \eta \leq y\}.$$

Постановка задачи:

Определить функцию $u(x, y)$, если для всех $(x, y) \in R_+^2$ из полосы $\Omega = \{(x, y), x \in R^1, y \in (0, l), l < \infty\}$ известны интегралы от функции $u(x, y)$ по кривым $P(x, y)$

$$\int_{x-\sqrt{y}}^{x+\sqrt{y}} g(x, \xi) u(\xi, y - (x - \xi)^2) d\xi = f(x, y), \quad (1)$$

где $g(x - \xi) = |x - \xi|$.

Доказана теорема единственности решения уравнения (1) и выведена формула обращения.

1. Бегматов Акр. Х., Очиллов З. Х. Задачи интегральной геометрии с разрывной весовой функцией // Доклады РАН, 2009. Т. 429, № 3. С. 295–297.

Научный руководитель – канд. физ.-мат. наук, доц. Очиллов З. Х.

О существовании циклов в фазовых портретах динамических систем кинетического типа

Кириллова Н. Е.

Новосибирский государственный университет

Рассмотрим динамическую систему:

$$\begin{cases} \dot{m}_j = -k_j m_j + f_j(p_{j-1}), \\ \dot{p}_j = \mu_j(m_j - p_j), j = \overline{1, 5}. \end{cases} \quad (1)$$

Здесь $\mu_j, k_j > 0, j - 1 = 5 \Leftrightarrow j = 1$.

Подобная шестимерная система ($j = 1, 2, 3$) изучалась в [1] в частном случае ($k_j = 1, \mu_1 = \mu_2 = \mu_3$) при моделировании генных сетей.

Пусть $A_j = \frac{f_j(0)}{k_j}$, $Q = \prod_{j=1}^5 [0, A_j] \times [0, A_j] \subset R_+^{10}(m_j, p_j)$.

Лемма. 1) Q – инвариантная область системы (1);

2) Система (1) имеет единственную стационарную точку $S_0 \in Q$.

Проведем через S_0 гиперплоскости, параллельные координатным; они разобьют область Q на 2^{10} блоков $\{\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_{10}\}$, которые нумеруются бинарными индексами. Точка S_0 называется *гиперболической*, если матрица линеаризации системы (1) в этой точке имеет собственные числа с положительными и отрицательными вещественными частями и не имеет мнимых собственных чисел.

Теорема. Если S_0 – гиперболическая точка системы (1), то в области Q существует цикл, который переходит из блока в блок согласно диаграмме

$$\begin{aligned} (1100110011) &\rightarrow (0100110011) \rightarrow (0000110011) \rightarrow (0010110011) \rightarrow \\ (0011110011) &\rightarrow (0011010011) \rightarrow (0011000011) \rightarrow (0011001011) \rightarrow \\ (0011001111) &\rightarrow (0011001101) \rightarrow (0011001100) \rightarrow (1011001100) \rightarrow \\ (1111001100) &\rightarrow (1101001100) \rightarrow (1100001100) \rightarrow (1100101100) \rightarrow \\ &(1100110011) \rightarrow \dots \end{aligned}$$

1. Elowitz M. B., Leibler S. A synthetic oscillatory network of transcriptional regulators / Nature, 2000. Vol. 403. P. 335–338.

2. Голубятников В. П., Голубятников И. В., Лихошвай В. А. О существовании и устойчивости циклов в пятимерных моделях генных сетей // Сиб. журн. вычисл. математики / РАН. Сиб. отделение. Новосибирск, 2010. Т. 13, № 4. С. 403–411.

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук, проф. Голубятников В. П.

**Метод оптимального управления в задаче
для обыкновенных дифференциальных уравнений**

Кондакова Е. А.

Новосибирский государственный университет

В работе численно исследуется прямая и обратная задачи для математической модели взаимодействия новообразований и иммунных клеток, которые носят глобальный характер [1]. Исследуемая модель описывается системой нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ), параметры которой характеризуют степень новообразования и скорость иммунного ответа.

В докладе рассматриваются вопросы устойчивости прямой и обратной задач для системы нелинейных ОДУ, основанные на исследовании фазовых портретов системы [2–3]. Установлено влияние члена, отвечающего за лечение, на устойчивость системы.

Цель работы – построение численного алгоритма определения оптимального лечения [3], основанного на методе оптимального управления, и разработка алгоритма регуляризации задачи управления. Результаты численных расчетов приведены и обсуждены.

1. Ledzewicz U., Mosalman M. S. F., Schattler H. Optimal controls for a mathematical model of tumor-immune interactions under targeted chemotherapy with immune boost // Discrete and Continuous Dynamical Systems Series B. 2013. Vol. 18, № 4. P. 1031–1051.

2. Годунов С. И. Современные аспекты линейной алгебры. Новосибирск : Научная книга, 1997.

3. Кабанихин С. И. Обратные и некорректные задачи. Новосибирск : Сибирское научное издательство, 2009.

Научные руководители – д-р физ.-мат. наук, чл.-кор. РАН Кабанихин С. И., канд. физ.-мат. наук Криворотько О. И.

Исследование спектральных портретов матриц дискретных аналогов операторов обратных задач иммунологии

Котомина М. Б.

Новосибирский государственный университет

Исследование свойств матрицы A в задаче $Aq = f$, где необходимо определить вектор q по данным f , дает необходимую информацию для построения регуляризирующего алгоритма решения исследуемой обратной задачи $Aq = f$.

В качестве примера рассматривается обратная задача для простейшей математической модели иммунологии, описывающей взаимодействие антигенов и иммунных клеток организма [1]. Модель описывается системой нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ). Обратная задача состоит в определении коэффициентов q ОДУ, характеризующие заболевание и иммунный ответ, по дополнительным измерениям концентрации антител и антигенов в фиксированные моменты времени. Исследованы сингулярные числа дискретного аналога оператора A линеаризованной обратной задачи. Построен алгоритм регуляризации обратной задачи методом усеченного сингулярного разложения [2–3].

1. Afraites L., Atlas A. Parameters identification in the mathematical model of immune competition cells // Journal of Inverse and Ill-Posed Problems. 2015. Vol. 23, № 4. С. 323–337.

2. Годунов С. И. Современные аспекты линейной алгебры. Новосибирск : Научная книга, 1997.

3. Кабанихин С. И. Обратные и некорректные задачи. Новосибирск : Сибирское научное издательство, 2009.

Научные руководители – д-р физ.-мат. наук, чл.-кор. РАН Кабанихин С. И., канд. физ.-мат. наук Криворотько О. И.

Вариационное усвоение данных дистанционного зондирования

Ли Ф.

Новосибирский государственный университет

Из-за высокой стоимости и сложности экспериментов, точный динамический пространственный и временный мониторинг концентрации атмосферных примесей не осуществим. Поэтому стабильные алгоритмы усвоения данных модели переноса и трансформации атмосферных примесей широко используются для прогнозирования качества атмосферного воздуха. Задачу усвоения данных рассматриваем как последовательности связанных обратных задач с различными наборами данных измерений. Рассмотрим модель процесса диффузии химического вещества (в штилевых условиях):

$$\begin{cases} \frac{\partial \varphi}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \mu \frac{\partial \varphi}{\partial x}, & (x, t) \in [0, 1] \times [0, T], \\ \varphi|_{x=0} = \varphi|_{x=1} = 0, \\ \varphi|_{t=0} = \varphi_0, \end{cases}$$

где φ – концентрация, μ – коэффициент диффузии. Данные измерений:

$$\int_0^1 k_m(x) \varphi(x, T) dx = I_m, \quad m = 1, 2, \dots, M.$$

По заданным I_m, k_m, μ требуется найти φ . Задача решается вариационными методами с применением сопряженных уравнений [1] и методов регуляризации по Тихонову. Обсуждается корректность обратной задачи. Приводятся результаты численных экспериментов.

1. Пененко В. В. Метод численного моделирования атмосферных процессов. Л. : Гидрометиздат, 1981.

Научные руководители – д-р физ.-мат. наук, проф. Пененко В. В., канд. физ.-мат. наук Пененко А. В.

Анализ идентифицируемости математической модели секреции и кинетики С-пептида на основе чувствительности ее параметров

Лифенко В. И.

Новосибирский государственный университет

В работе рассмотрена математическая модель секреции и кинетики С-пептида:

$$\begin{cases} \dot{c}p_1(t) = -[k_{01} + k_{21}]cp_1(t) + k_{12}cp_2(t) + mx(t) \\ \dot{c}p_2(t) = k_{21}cp_1(t) - k_{12}cp_2(t) \\ \dot{x}(t) = -mx(t) + y(t) \\ \dot{y}(t) = -\alpha(y(t) - \beta[G - h]) \\ cp_1(0) = 0, cp_2(0) = 0, x(0) = x_0, y(0) = 0 \end{cases}$$

Модель содержит 8 неизвестных параметров. Три из них относятся к кинетике С-пептида (показателя, отражающего уровень секреции инсулина): k_{01} , k_{21} , k_{12} ; остальные относятся к секреции поджелудочной железы: α , β , m , h , x_0 . В работе представлены результаты анализа идентифицируемости параметров.

Анализ чувствительности модели проводится с целью определить степень вариабельности каждого параметра и начальных условий. При данном подходе не требуется информация о значениях экспериментальных данных, хотя необходимо знать их количество, расположение точек по времени и значение номинального параметра. Таким образом, параметры оцениваются по отношению к определенной точке в пространстве параметров с помощью различных подходов.

Методы анализа чувствительности модели основаны на исследовании свойств *матрицы чувствительности*. В работе представлены пять методов и их сравнительный анализ: *корреляционный метод, метод анализа главных компонент, ортогональный метод, метод собственных значений и метод сингулярного разложения*.

Научные руководители – д-р физ.-мат. наук, чл.-кор. РАН, Кабанихин С. И., Воронов Д. А.

**Исследование устойчивости сильного разрыва в
несжимаемой полимерной жидкости**

Маринов А. И.

Новосибирский государственный университет

В данной работе мы исследуем устойчивость стационарного решения математической модели, описывающей течение несжимаемой полимерной жидкости. В рамках исследования строится частное решение специального вида для линеаризованной системы уравнений модели (линеаризованной относительно кусочно-постоянного решения).

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук, проф. Блохин А. М.

Краевые задачи дифференциальных уравнений с запаздывающим аргументом неопределенного типа

Осоев А. В.

Бурятский государственный университет

Рассмотрим дифференциальное уравнение с запаздывающим аргументом неопределенного типа (это уравнения, в которых отсутствует функция и ее производные от аргумента x)

$$y^{(n)}(u_l(x)) + \sum_{j=1}^l \sum_{i=0}^{n-1} f_{ij}(x) y^{(i)}(u_j(x)) = f(x), \quad (1)$$

где $u_j(x) \leq x$, $u_j(x) \not\equiv x$, $j = \overline{1, l}$, $f_{ij}(x)$, $f(x)$ и $u_j(x)$ – непрерывны на отрезке $a \leq x \leq b$.

Выпишем начальные функции и краевые условия:

$$y^{(i)}(u_j(x)) = y^{(i)}(x_0) \varphi^{(i)}(u_j(x)), \quad (2)$$

$$\sum_{i=0}^{n-1} [\alpha_{i\tau} y^{(i)}(x_0) + \beta_{i\tau} y^{(i)}(x_1)] = \gamma_\tau, \quad (3)$$

где $i, \tau = \overline{0, n-1}$, $a \leq x_0 \leq x_1 \leq b$, $\alpha_{i\tau}$, $\beta_{i\tau}$ и γ_τ – постоянные числа.

С помощью функций гибкой структуры, полученной для решения краевых задач [1], положив $z = u_l(x)$, решение задачи (1)–(3) сводится к разрешающему интегральному уравнению с обыкновенным аргументом

$$\mu(z) + \sum_{j=1}^l \left[\int_{x_0}^{x_1} T_j(z, t) \mu(t) dt + \int_{x_0}^{v_j(z)} Q_j(z, t) \mu(t) dt \right] = R(z).$$

Цель работы – получить разрешающее уравнение для задачи (1)–(3) и осуществить программную реализацию его нахождения на языке java.

Рассмотрены примеры краевых задач, иллюстрирующие аспекты нахождения программой разрешающих уравнений.

1. Шишкин Г. А. Краевые задачи дифференциальных уравнений с отклоняющимся аргументом. Улан-Удэ : Изд-во БГУ, 2013.

Научный руководитель – канд. физ.-мат. наук, проф. Шишкин Г. А.

**Численное исследование вынужденных нелинейных колебаний
в одной математической модели микрорезонатора**

Пиманов Д. О.

Новосибирский государственный университет

Исследуются нелинейные колебания материальной точки, описываемые дифференциальным уравнением второго порядка, под воздействием линейной упругой силы, силы трения и силы электростатического притяжения, меняющейся во времени с заданным периодом. Рассматриваемая проблема представляет математическую модель микрорезонатора, в котором недеформируемая платформа с заданной массой на пружине играет роль материальной точкой. В связи с этим формулируется нелинейная краевая задачи с условиями периодичности, для исследования которой привлекается метод продолжения решения по параметру на основе дифференциальных прогонок метода множественной стрельбы. В результате были установлены области параметров, в которых существуют периодические решения задачи Коши для рассматриваемого дифференциального уравнения с периодом внешнего воздействия, их множественность и устойчивость. Показано существование устойчивых периодических решений с периодом, кратным периоду внешнего воздействия. Приведены примеры, в которых периодические решения переходят в хаотические колебания по сценарию Фейгенбаума через удвоение периода.

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук, проф. Фадеев С. И.

Научный консультант – д-р физ.-мат. наук Косцов Э. Г.

О восстановлении функции через интегралы по семейству парабол

Рузикулов А.

Самаркандский государственный университет, г. Самарканд, Узбекистан

Задача восстановления функции по известным интегралам от нее по семейству многообразий является задачей интегральной геометрии одного из актуальных и интенсивно развивающихся направлений современной математики.

В работе М. М. Лаврентьева и В. Г. Романова впервые была установлена связь между задачами интегральной геометрии и многомерными обратными задачами для дифференциальных уравнений.

В работе Акр. Х. Бегматова и З. Х. Очилова [1] получены результаты новые классы задачи интегральной геометрии с разрывной весовой функцией.

Пусть $\{P(x, y)\}$ – семейство кривых в R_+^2 , которое определяется соотношениями:

$$P(x, y) = \{(\xi, \eta) : \eta = (\xi - x + \sqrt{y})^2, 0 \leq \eta \leq y, x - \sqrt{y} \leq \xi \leq x\} \cup \\ \cup \{(\xi, \eta) : \eta = (\xi - x - \sqrt{y})^2, 0 \leq \eta \leq y, x \leq \xi \leq x + \sqrt{y}\}.$$

Задача 1. Определить функцию двух переменных $u(x, y)$, если для всех $(x, y) \in R_+^2$ известны интегралы от функции $u(\cdot)$ по кривым $P(x, y)$:

$$\int_{x-\sqrt{y}}^x g(x-\xi) u(\xi, (\xi - x + \sqrt{y})^2) d\xi + \int_x^{x+\sqrt{y}} g(x-\xi) u(\xi, (\xi - x - \sqrt{y})^2) d\xi = f(x, y)$$

где $g(x-\xi)$ – функция Хевисайда.

Функция $u(x, y)$ – функция из класса U , которые имеют все непрерывные частные производные до второго порядка включительно и финитны с носителем в R_+^2 :

$$\text{supp } u \subset D = \{(x, y) : -a < x < a, 0 < a < \infty, 0 < y < l, l < \infty\}.$$

Теорема. Пусть функция $f(x, y)$ известна для всех $(x, y) \in \overline{\Omega}$. Тогда решения задачи 1 в класс U единственно.

1. Бегматов Акр. Х., Очилов З. Х. Задачи интегральной геометрии с разрывной весовой функцией // Доклады РАН. 2009. Т. 429. № 3. С. 295–297.

Научный руководитель – канд. физ.-мат. наук, доц. Очилов З. Х.

**Задача определения функции источника и коэффициента при второй
производной в полулинейном многомерном
параболическом уравнении**

Спирина К. И.

Сибирский федеральный университет, г. Красноярск

В полосе $G_{[0,T]}$ рассматривается задача Коши

$$u_t = \sum_{i,j=1}^n \alpha_{ij} u_{x_i x_j} + \sum_{i=1}^n \alpha_i u_{x_i} + a(t, x) u_{zz} + \beta_1(t, x) u_z + \beta_2(t, x) u^2 + b(t, x) f(t, x, z), \quad (1)$$

$$u(0, x, z) = u_0(x, z), \quad (x, z) \in E_{n+1}. \quad (2)$$

Здесь функции $u_0(x, z)$, $f(t, x, z)$ заданы в E_{n+1} и $G_{[0,T]} = \{(t, x, z) | 0 \leq t \leq T, x \in E_n, z \in E_1\}$ соответственно, коэффициенты $\alpha_{ij}(t)$, $\alpha_i(t)$, $(i, j=1, \dots, n)$, $\beta_1(t, x)$, $\beta_2(t, x)$ – непрерывно дифференцируемые действительнoзначные функции переменной t , и t, x соответственно, $x \in E_n$, $0 \leq t \leq T$, $T > 0$, $T - const$. E_n – n -мерное евклидово пространство, $n \in \mathbb{N}$.

Будем считать, что $\alpha_{ij}(t) = \alpha_{ji}(t)$ и выполняется соотношение

$$\sum_{i,j=1}^n \alpha_{ij} \xi_i \xi_j > 0, \forall \xi \in E_n \setminus \{0\}, t \in [0, T].$$

Коэффициенты $a(t, x)$, $b(t, x)$ и решение $u(t, x, z)$ задачи Коши являются неизвестными.

Предполагается, что выполняются условия переопределения

$$u(t, x, d_1(t)) = \varphi(t, x), \quad u(t, x, d_2(t)) = \psi(t, x), \quad (t, x) \in \Pi_{[0,T]}, \quad (3)$$

где $\Pi_{[0,T]} = \{(t, x) | 0 \leq t \leq T, x \in E_n\}$; $d_1(t)$, $d_2(t)$ – непрерывно дифференцируемые функции переменной t , $d_1(t) \neq d_2(t)$; $\varphi(t, x)$, $\psi(t, x)$ – заданные функции, удовлетворяющие условиям согласования

$$\varphi(0, x) = u_0(x, d_1(0)), \quad \psi(0, x) = u_0(x, d_2(0)), \quad x \in E_n.$$

В данной работе с помощью (3) обратная задача (1)–(3) приводится к вспомогательной прямой задаче Коши, разрешимость которой доказывается методом слабой аппроксимации при условии достаточно гладких входных данных. Решение задачи (1)–(3) выписывается в явном виде через решение прямой задачи. На этой основе доказывается однозначная разрешимость задачи (1)–(3) в классе гладких ограниченных функций.

Научный руководитель – канд. физ.-мат. наук Полынцева С. В.

О модели каталитической реакции в проточном реакторе с активной поверхностью

Толстихин А. А.

Новосибирский государственный университет

Работа посвящена исследованию математической модели процесса окисления примеси, содержащейся в потоке газа, в реакторе с блочным катализатором [1]. Целью работы является изучение динамики распределения концентраций веществ в реакторе на основе теории дифференциальных уравнений и математического моделирования, численное построение решения и выполнение параметрического анализа.

Математическая модель процесса представляет собой начально-краевую задачу для системы дифференциальных уравнений: распределение концентраций веществ в газовой фазе по длине реактора описывается двумя уравнениями переноса, а концентрация промежуточного вещества на поверхности катализатора в каждой точке по длине удовлетворяет обыкновенному дифференциальному уравнению по времени. Систему уравнений замыкают начальные и краевые условия. В алгоритме использован метод бегущего счета для построения решения неоднородных уравнений переноса и метод Эйлера для численного интегрирования нелинейного обыкновенного дифференциального уравнения.

Результаты численного анализа показывают, что динамику процесса в значительной мере определяет конвективный перенос газа вдоль реактора. Если химических превращений не происходит, то уравнения переноса однородные и решение является автоволновым; реализуется режим идеального вытеснения. В условиях химического взаимодействия веществ из газовой фазы и с поверхности катализатора решение задачи перестает быть автоволновым, но зона больших градиентов (или *зона реакции*) также перемещается вдоль продольной координаты с постоянной скоростью. Это же справедливо в условиях химической реакции, когда в потоке газа присутствует примесь и окислитель, а формирование стационарного решения задачи происходит с образованием подвижной зоны реакции.

Полученные результаты будут полезны при изучении процессов в условиях влияния динамики поверхности катализатора на технологические параметры.

1. Pokrovskaya S. A., Chumakova N. A., Sozonova N. N., Sadydov V. A., Transient studies of reaction kinetics over solid catalysts with lattice oxygen mobility // Int. Conf. on Chemical Reactor Engineering «CHEM-REACTOR-20». December 3–7. Luxemburg, 2012.

Научный руководитель – канд. техн. наук, доц. Чумакова Н. А.

**Краевые задачи с интегральными условиями
для многомерных квазигиперболических уравнений**

Хлыстова И. В.

Новосибирский государственный университет

Квазигиперболическими уравнениями в последнее время называют уравнения вида

$$(-1)^{p+1} \frac{\partial^{2p} u}{\partial t^{2p}} = Au + f(x, t), (x \in \Omega \subset R^n, 0 < t < T < \infty) \quad (1)$$

в случае $p > 1$ и с эллиптическим оператором A второго порядка, действующим по пространственным переменным (при $p=1$ уравнения (1) являются обычными гиперболическими уравнениями). Исследование разрешимости краевых задач для таких уравнений началось с работ В. Н. Врагова, в дальнейшем изучением краевых задач для них занимались А. Н. Терехов, И. Е. Егоров, Н. А. Ларькин, А. И. Кожанов, В. Е. Федоров, Е. Ф. Шарин, Н. Р. Пинигина. Непосредственно в докладе будут представлены результаты о разрешимости нелокальных задач для уравнений (1) с заданием на боковой границе цилиндра $\Omega \times (0, T)$ условий интегрального вида – именно, аналога условия первой краевой задачи

$$u(x, t)|_{x \in \partial\Omega, 0 < t < T} = \int_{\Omega} N(x, y) u(y, t) dy|_{x \in \partial\Omega, 0 < t < T} \quad (2)$$

или же аналога второй краевой задачи

$$\frac{\partial u(x, t)}{\partial \nu} \Big|_{x \in \partial\Omega, 0 < t < T} = \int_{\Omega} N(x, y) u(y, t) dy \Big|_{x \in \partial\Omega, 0 < t < T} \quad (3)$$

($\frac{\partial}{\partial \nu}$ – производная по координате). Ранее подобные задачи для многомерных квазигиперболических уравнений не изучались.

Для краевых задач с нелокальными условиями (2) или (3) для квазигиперболических уравнений доказаны теоремы существования и единственности регулярных (имеющих все обобщенные по С. Л. Соболеву производные, входящие в уравнение) решений.

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук, проф. Кожанов А. И.

Итеративная регуляризация в задаче усвоения данных дистанционного зондирования

Чжэн Ц.

Новосибирский государственный университет

В настоящее время задачи усвоения данных дистанционного зондирования активно изучаются. При решении задачи усвоения данных требуется решить последовательность связанных обратных задач с различными наборами данных измерений. Рассмотрим модель процесса диффузии химического вещества

$$\begin{cases} \frac{\partial \varphi}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} \mu \frac{\partial \varphi}{\partial x} = f(x), & (x, t) \in [0, 1] \times [0, T], \\ \varphi|_{x=0} = \varphi|_{x=1} = 0, & \varphi|_{t=0} = 0. \end{cases}$$

Доступны данные измерений:

$$\int_0^1 k_m(x) \varphi(x, T) dx = I_m, m = 1, \dots, M.$$

Обратная задача: требуется по известным I_m и μ найти $f(x)$ и $\varphi(x, t)$.

В рамках вариационного подхода обратная задача сводится к оптимизационной. В работе изучается применение алгоритмов итеративной регуляризации [1] к задаче дистанционного зондирования. При решении некорректных задач сначала итеративное приближенное решение может сходиться к точному, демонстрируя эффект регуляризации, но когда число итераций превышает определенный порог, итерации расходятся, и следовательно, ключевым вопросом является поиск подходящего момента остановки. В работе изучаются свойства алгоритма, приводятся результаты численных экспериментов.

1. Вайникко Г. М., Веретенников А. Ю. Итерационные процедуры в некорректных задачах. М. : Наука, 1996.

Научные руководители – д-р физ.-мат. наук, проф. Пененко В. В., канд. физ.-мат. наук Пененко А. В.

Псевдометрики на фрактальных множествах

Даржаин А. Э.

Новосибирский государственный университет

На кривых K в R^2 , геометрически устроенных как снежинки Коха, рассматриваются псевдометрики (т. е. метрики, но, возможно, вырожденные), зависящие от двух параметров s и t . Полагаем $\inf \rho_{s,t}(a,b) = \inf \sum |x_i - x_{i+1}|^s \ln^t |x_i - x_{i+1}|$, где инфимум берется по всем конечным наборам точек x_i множества K , таких, что $x_1 = a, x_N = b$.

Исследуется связь между хаусдорфовой размерностью \dim_H множества K и поведением функции $\inf \rho_{s,t}$. Показано, что в естественных случаях граница невырожденности параметра s совпадает с $\dim_H(K)$. Таким образом, параметр t можно рассматривать как некоторую размерностную характеристику, более тонкую, чем хаусдорфова размерность. В докладе приводятся примеры, которые различимы вторым параметром t .

Научный руководитель — канд. физ.-мат. наук, ст. науч. сотр. ИМ СО РАН Сторожук К. В.

Инверсионный циркуль

Ермолаев В. С.

Томский государственный университет

В данном проекте рассматривается инверсия не относительно какой-то заданной окружности, а относительно окружности, параметры которой изменяются каким-либо определенным образом. Отражая некоторые точки относительно этой изменяющейся кривой можно получить различные замечательные кривые.

Целью моей работы является изучение инверсии как способа построения различных замечательных кривых.

Теорема 1:

Дана окружность $(A;AB)$, по окружности двигаются диаметрально противоположные точки C и C' . Построим окружность $(C;CB)$, относительно этой окружности отразим точку C' , тогда полученная точка D будет двигаться по окружности, с диаметром AB .

Теорема 4:

Дана окружность $(A;R)$, по ней движется точка D . На расстоянии $2R$ от точки A взята точка C . Тогда отражение точки A относительно окружности $(D;DC)$, точка A' будет двигаться по кардиоиде, с вершиной в точке A и основной окружностью $(C;CA)$.

Теорема 5:

Дана парабола с фокусом D . По параболе движутся точки C и E , так что отрезок CE проходит через точку D . Тогда точка E' – симметричная E , относительно окружности $(C;CD)$, будет двигаться по окружности с центром в точке D и радиусом равным расстоянию между фокусом и вершиной параболы.

Это были только некоторые теоремы из моей исследовательской работы, каждая из которых имеет аналитическое или геометрическое доказательство.

Научный руководитель – магистр естественных наук Шерстобитов А. В.

О нижней оценке функционала энергии для лагранжевых торов в $\mathbb{C}P^2$

Кажымурат А. А.
НИИ ФМН, г. Алматы, Казахстан

В [1] введено понятие функционала энергии для лагранжевых торов в $\mathbb{C}P^2$. Для лагранжевого тора $\Sigma \subset \mathbb{C}P^2$ энергия определяется формулой $E(\Sigma) = \int d\sigma + \frac{1}{8} \int |H|^2 d\sigma$, где $d\sigma$ – элемент площади на Σ , H – вектор средней кривизны. В [1] выдвинута гипотеза о том, что минимум функционала энергии достигается на торе Клиффорда $\Sigma_{Cl} \subset \mathbb{C}P^2$, причем $E(\Sigma_{Cl}) = \frac{4\pi^2}{3\sqrt{3}}$. В [2] построено семейство Σ_{HM} гамильтоново-минимальных лагранжевых торов в $\mathbb{C}P^2$. В нашей работе мы доказываем гипотезу для частного случая Σ_{HM} .

Теорема 1. Имеет место неравенство $E(\Sigma_{HM}) > E(\Sigma_{Cl})$.

-
1. Ma H., Mironov A. E., Zuo D. Energy functional for Lagrangian tori in $\mathbb{C}P^2$: arxiv:math.DG/1701.07211.
 2. Миронов А. Е. О гамильтоново-минимальных лагранжевых торах в $\mathbb{C}P^2$ // Сиб. матем. журн. 2003. Вып. 44, № 6. С. 1324–1328.

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук, чл.-кор. РАН Миронов А. Е.

Исследование зонотопов при помощи пакета «Matlab»

Кашкарев П. В.

Алтайский государственный университет, г. Барнаул

Зонотопом называют полиэдр в R^n , который можно представить в виде суммы Минковского нескольких отрезков. Исследованию свойств зонотопов были посвящены работы [1–3].

В настоящей работе проводится изучение свойств зонотопа в евклидовом пространстве R^3 . Составлен и реализован в среде Matlab алгоритм, позволяющий строить изображение зонотопа при заданных слагаемых суммы Минковского.

Каждому зонотопу можно сопоставить конфигурацию прямых в плоскости R^2 . Изучены свойства конфигураций, соответствующих зонотопам, а также рассмотрена задача о восстановлении зонотопа по числу его вершин, ребер и граней.

-
1. McMullen P. Polytopes with centrally symmetric faces. Israel : Israel J. Math., 1970. 372 p.
 2. Matthias B. Robins S. Computing the Continuous Discretely. Berlin : Springer, 2015. 230 p.
 3. Edelsbrunner H. Algorithms in combinatorial geometry. Berlin : Springer-Verlag, 1987. 423 p.

Научный руководитель – канд. физ.-мат. наук, доц. Оскорбин Д. Н.

**Четырехмерные однородные псевдоримановы многообразия
с изотропным тензором Вейля**

Клепикова С. В., Клепиков П. Н.

Алтайский государственный университет, г. Барнаул

Исследованию конформно плоских (псевдо)римановых многообразий посвящены работы многих математиков. Так, например, хорошо известна классификация однородных римановых многообразий с конформно плоской римановой метрикой.

В псевдоримановом случае тривиальность квадрата длины не влечет тривиальности тензора Вейля. Многообразия с тривиальным квадратом длины и нетривиальным тензором Вейля назовем многообразием *с изотропным тензором Вейля*.

Данная работа посвящена изучению однородных псевдоримановых многообразий с изотропным тензором Вейля и нетривиальной стационарной подгруппой. С помощью обобщенных базисов Дж. Милнора получена полная классификация таких многообразий, которая обобщает известную классификацию четырехмерных однородных псевдоримановых многообразий с тривиальным тензором Вейля, полученную Дж. Кальварузо и А. Заемом.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (гранты: № 16-01-00336А, № 16-31-00048мол_а.

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук, проф. Родионов Е. Д.

Кубические комплексы и группы преобразований димерных покрытий

Рожков Д. С.

Новосибирский государственный университет

В теории графов *паросочетания* изучаются обычно с точки зрения числовых инвариантов графов. В работе [1] В. Г. Тураев предложил новый подход к изучению паросочетаний: с каждым паросочетанием в графе он связал группу, называемую *группой паросочетания* $\pi_A(\Gamma)$. Группа паросочетания, отнесенная к *совершенному паросочетанию*, также называемому *димерным покрытием*, называется *группой димеров*.

В. Г. Тураев показал, что группа димеров имеет естественное описание на языке алгебраической топологии – она может быть определена как фундаментальная группа некоторого *кубического комплекса неположительной кривизны*.

Мы исследовали вопрос о наличии соотношений в группе димеров. Из теории САТ(0)-пространств известно, что плоские торы в пространстве неположительной кривизны соответствуют абелевым подгруппам фундаментальной группы. Более точно [2], если X – компактное пространство неположительной кривизны и $\pi_1(X)$ содержит абелеву подгруппу G ранга $k > 1$, то X содержит выпуклое подмножество, изометричное k – мерному плоскому тору.

Получены следующие результаты. Для *комплексов димеров* некоторых графов дано комбинаторное описание подмножества, отвечающего абелевой подгруппе ранга два, которое гомотопически эквивалентно двумерному тору. Доказано, что для любого графа без петель наличие такого подмножества в комплексе димеров является достаточным условием для того, чтобы группа димеров не была свободной. Более того, если граф является *графом квадратной решетки*, то данное условие является также необходимым.

1. Turaev V., Matching groups and gliding systems // Journal of Geometry and Physics. 2014. Vol. 81. P. 128–144.

2. Бурого Д. Ю., Бурого Ю. Д., Иванов С. В. Курс метрической геометрии. М.; Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2004. 512 с. (Современная математика)

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук, чл.-кор. РАН Веснин А. Ю.

Солитоны Риччи на 2-симметрических лоренцевых многообразиях

Эрнст И. В.

Алтайский государственный университет, г. Барнаул

Псевдориманово многообразие (M, g) называется солитоном Риччи, если для некоторого гладкого векторного поля X выполняется *уравнение солитона Риччи*:

$$L_X + r = \lambda g,$$

где L_X – производная Ли вдоль поля X , r – тензор Риччи метрики g , λ – некоторая константа. Солитоны Риччи были изучены Р. Гамильтоном в работе [1].

Псевдориманово многообразие (M, g) называется 2-симметрическим, если для тензора кривизны R метрики g имеет место соотношение: $\nabla^2 R = 0, \nabla R \neq 0$. 2-Симметрические лоренцевы многообразия были изучены в работах [2–3].

В настоящей работе рассмотрено уравнение солитона Риччи на 2-симметрических лоренцевых многообразиях. Доказана

Теорема. *Уравнение солитона Риччи на локально неразложимом 2-симметрическом лоренцевом многообразии размерности 5 локально разрешимо для любой константы λ .*

1. Hamilton R. S. Ricci flow on surfaces // Contemporary Mathematics. 1988. Vol. 71. P. 237–261.

2. Alekseevsky D. V., Galaev A. S. Two-symmetric Lorentzian manifolds // Journal of Geometry and Physics. 2011. Vol. 61, №. 12. P. 2331–2340.

3. Blanco O. F., Sánchez M., Senovilla J. M. Structure of second-order symmetric Lorentzian manifolds // Journal of the European Mathematical Society. 2013. Vol. 15. P. 595–634.

Научные руководители – д-р физ.-мат. наук, проф. Родионов Е. Д., канд. физ.-мат. наук, доц. Оскорбин Д. Н.

ВЕЩЕСТВЕННЫЙ, КОМПЛЕКСНЫЙ И ФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ

УДК 517.518.114

A Self-Similar Dendrite with One-Point Intersection and Infinite Post-Critical Set

Prabhjot Singh
Novosibirsk State University

Definition 1. Let $S = \{f_1 \dots f_m\}$ be a system of contraction maps on Euclidean Space R^n . A non empty compact set $K \in R^n$ satisfying

$$K = f_1(K) \cup \dots \cup f_m(K)$$

is called invariant set, or attractor, of the system S .

The uniqueness and existence of the attractor K is provided by Hutchinson's theorem [1].

We say that the system S satisfies one-point intersection property if for any $i, j=1, \dots, m$, $f_i(K) \cap f_j(K)$ is either empty or is a one-point set.

Definition 2. [2] Let K be the attractor of a system S . Let C be the union of all intersections $f_i(K) \cap f_j(K)$, $i \neq j$, $i, j=1, \dots, m$. Post-critical set P of the system S is the set of all sequences of indices $\{i_1, i_2, \dots\}$ such that for some j_1, j_2, \dots, j_s , $f_{j_1 j_2 \dots j_s}(x_{i_1 i_2 \dots}) \in C$.

Many examples show that one-point intersection property implies that post-critical set is finite.

Using special kind of an irrational numbers, we build an example of a system S of similarities whose attractor is a plane dendrite K which satisfies one point intersection property and its post-critical set is an infinite subset of index space whose natural projection to K is dense in a certain Cantor subset of K .

1. Hutchinson J. E. Fractals and self-similarity // Indiana Univ. Math. J. 1981. Vol. 30. P. 713–747.

2. Kigami J. Analysis on Fractals. Cambridge University Press, 2001.

Scientific Advisor – dr. phil. Tetenov A. V.

Численное решение одной задачи восстановления внутренней структуры объекта по интегральным даннымДжайков Г. М.¹, Бектемиров И. Т.²¹ Нукусский филиал Ташкентского университета информационных технологий, г. Нукус, Узбекистан² Новосибирский государственный технический университет

В докладе рассматривается задача определения функции внутри области по ее интегральным данным на отрезках прямых, пересекающих область или ее часть [1; 2; 3].

Получено аналитическое представление решения в классе гладких финитных функций. Представлены оценки решения задачи в соболевских пространствах, откуда следует ее слабая некорректность. На основе формулы обращения получены оценки устойчивости решения модельной задачи определения внутренней структуры объекта с помощью интегральных характеристик.

1. Бегматов А. Х., Пиримбетов А. О., Сеидуллаев А. К. Слабо некорректные задачи интегральной геометрии с возмущением на семействе ломаных // Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Математика. Механика. Информатика. 2015. Т. 15, № 1. С. 5–12.

2. Бегматов А. Х., Джайков Г. М. Линейная задача интегральной геометрии с гладкими весовыми функциями и возмущением // Владикавказский математический журнал. 2015. Т. 17, вып. 3. С. 14–22.

3. Begmatov A. H., Djaikov G. M. Numerical recovery of function in a strip from given integral data on linear manifolds // 11 International forum on strategic technology (IFOST 2016): proc., Novosibirsk, 1–3 June 2016. Novosibirsk : NSTU, 2016. Pt. 1. P. 478–483.

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук Бегматов А. Х.

О количестве нулей целой функции

Наприенко Я. М.

Факультет математики НИУ ВШЭ, г. Москва

В алгебре многочленов известен метод исключения неизвестных, позволяющий при помощи результата сводить решение системы уравнений от нескольких переменных к решению одного уравнения с одной переменной. Подобного метода нет для системы неалгебраических уравнений. Потребность в таком методе следует, например, из уравнений химической кинетики, где возникают функции и уравнения, являющиеся экспоненциальными полиномами [1].

В нашей совместной статье с профессором А. М. Кытмановым [2] мы обобщили понятие результата на класс функций конечного порядка роста с конечным числом нулей. Теперь нужно найти критерии, когда функция имеет такой вид. Условие на порядок роста хорошо известно. А. М. Кытманов в своей работе [3] указал общие, но труднопроверяемые условия на коэффициенты, при которых целая функция имеет конечное число нулей.

В данной работе были найдены существенно более простые условия на коэффициенты целой функции, содержащие простой предельный переход. С помощью этих условий был получен простой критерий для целых функций первого порядка роста как частный случай.

Помимо этого, были найдены альтернативные формулы для факторизации целой функции конечного порядка роста с конечным числом нулей, что имеет преимущество в вычислительном плане и был дан общий метод приведения целой функции к частному виду разложения Адамара. Таким образом, были получены практические методы для факторизации целой функции конечного порядка роста и определения количества ее нулей через простые и легкопроверяемые выражения.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 16-31-00173)

1. Быков В. И., Цыбенова С. Б. Нелинейные модели химической кинетики. М. : КРАСАНД, 2011.

2. Kytmanov A. M., Naprienko Y. M. An approach to define the resultant of two entire functions // Journal Complex Variables and Elliptic Equations. 2017.

3. Kytmanov A., Khodos O. On localization of zeros of an entire function of finite order of growth. Complex. Anal. Oper. Th. Forthcoming.

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук, проф. Буфетов А. И.

Лифтинг однородных векторных полей

Растрепав А. А.

Новосибирский государственный университет

Для $\sigma = (\sigma_1, \dots, \sigma_N)$ такого, что $1 \leq \sigma_1 \leq \dots \leq \sigma_N$ и $\lambda > 0$ определим семейство растяжений $\{\delta_\lambda\}_{\lambda > 0}$ на R^N следующим образом:

$$\delta_\lambda(x) := (\lambda^{\sigma_1} x_1, \dots, \lambda^{\sigma_N} x_N), x \in R^N.$$

Вещественное векторное поле X , не равное тождественно 0, называется δ_λ -однородным степени m , если $\forall \varphi \in C^\infty(R^N), x \in R^N, \lambda > 0$ выполняется

$$X(\varphi(\delta_\lambda(x))) = \lambda^m X\varphi(\delta_\lambda(x)).$$

Векторные поля X_1, \dots, X_n , определенные на R^N , т.е. линейные дифференциальные операторы первого порядка, удовлетворяют *условию Хёрмандера*, если среди них и их коммутаторов порядка не более r существует N линейно независимых векторных полей.

Введем обозначение $X_I = X_1 \dots X_n$, где I – мультииндекс, $|I| = k$. Будем говорить, что векторные поля X_1, \dots, X_n свободны до порядка s в нуле, если все дифференциальные операторы $X_I(0)$, $|I| \leq s$, линейно независимы в пространстве всех дифференциальных операторов порядка не более s .

Известно, что семейство векторных полей X_1, \dots, X_n , удовлетворяющих условию Хёрмандера, можно продолжить до семейства векторных полей

$$\tilde{X}_i(x, t) = X_i(x) + \sum_{j=1}^m u_{ij}(x, t) \frac{\partial}{\partial t_j},$$

свободных до порядка r . Эта процедура называется *поднятием* или *лифтингом* векторных полей.

В этой работе доказано следующее утверждение:

Теорема. Пусть имеется семейство векторных полей X_1, \dots, X_n , определенных в окрестности нуля $U \subset R^N$, δ_λ -однородных степеней m_i , $1 \leq i \leq n$. Тогда существуют определенные в $U \times R^p$ многочлены $u_{ij}(x, t)$, $1 \leq i \leq n$, $1 \leq j \leq p$, степени не выше s , такие, что векторные поля

$$\tilde{X}_i(x, t) = X_i(x) + \sum_{j=1}^p u_{ij}(x, t) \frac{\partial}{\partial t_j},$$

определенные в $U \times R^p$, δ_λ -однородны степеней m_i соответственно и свободны до порядка s .

Публикация выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки России (Проект № 1.3087.2017/ПЧ).

Научный руководитель – канд. физ.-мат. наук Басалаев С. Г.

Критерий гомеоморфности прямой Зоргенфрея и ее модификации S_A

Сухачева Е. С.

Томский государственный университет

Прямая Зоргенфрея (или «стрелка»), обозначаемая S , представляет из себя числовую прямую R с топологией, базу которой образуют все полуинтервалы вида $(a, b]$. В данной работе рассматриваются модификации прямой Зоргенфрея S_A . Для произвольного подмножества $A \subset R$ под модификацией прямой Зоргенфрея понимаем множество вещественных чисел с топологией порождаемой базой окрестностей точки $x \in R$ и определенной следующим образом:

$$B_x = \{(x - \varepsilon, x]; \varepsilon > 0\}, \text{ если } x \in R \setminus A;$$

$$B_x = \{[x, x + \varepsilon); \varepsilon > 0\}, \text{ если } x \in A.$$

Пространство, топология которого задается описанной выше базой окрестностей, обозначается символом S_A . В частности, если $A = \emptyset$, то $S_A = S$, а если $A = R$, то S_A – прямая Зоргенфрея с топологией «правой стрелки». Для любого подмножества вещественных чисел $X \subset R$ через \bar{X} обозначается замыкание множества X в пространстве R . Исследуется вопрос, для каких множеств $A \subset R$ пространство S_A гомеоморфно S . Подобные вопросы рассматривались в работе V. A. Chatyrko, Y. Hattori [1], где база окрестностей точки $x \in A \subset R$ заменялась на базу окрестностей точки $x \in R$.

Основным результатом работы является следующая теорема.

Теорема 1. Пусть A – некоторое подмножество вещественной прямой. Следующие условия эквивалентны:

- (1) пространства S_A и S гомеоморфны;
- (2) не существует подмножества $\emptyset \neq V \subset A$, замкнутого в A и такого, что $\bar{V} = \bar{V} \setminus V$;
- (3) множество A является множеством типа F_σ и G_δ в R .

Частный случай теоремы 1 был рассмотрен в работе [2].

1. Chatyrko V. A., Hattori Y. A poset of topologies on the set of real numbers // Commentationes Mathematicae Universitatis Carolinae. 2013. Т. 54. №. 2. С. 189–196.

2. Хмылева Т. Е. О гомеоморфизме прямой Зоргефрея и ее модификации S_q // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2016. №. 1 (39).

Научный руководитель – канд. физ.-мат. наук, доц. Хмылева Т. Е.

Применение диаграмм Найквиста для анализа релаксационных колебаний в гемодинамике головного мозга

Борд Е. Е.

Новосибирский государственный университет

В работе исследуются свойства решений уравнения нелинейного осциллятора Ван-дер-Поля – Дуффинга, описывающего релаксационные колебания гемодинамических параметров в сосудистой системе головного мозга.

$$\varepsilon q''(t) + P_2(q)q' + P_3(q) = ku(t).$$

В уравнении $q(t)$ и $u(t)$ – гемодинамические параметры. Коэффициенты $a_i, b_i, k \in R$ функций P_2, P_3 определяют демпфирующие и упругие свойства системы, ε – малый параметр. Эти коэффициенты определяются индивидуально для каждого пациента на основе экспериментальных данных. Уравнение имеет решения различной структуры, которая определяется коэффициентами $\{a_i, b_i, k\}$ и правой частью.

Уравнения, построенные по клиническим данным, обладают, как правило, устойчивым периодическим решением. Диаграммы Найквиста (ДН) являются удобным инструментом исследования решений уравнения с гармонической правой частью $u(t) = A \sin(\omega t)$ при различных A и ω . ДН связывают параметры внешней силы (A и ω) и параметры возбуждаемых в системе колебаний. Такой подход существенно дополняет экспериментальные данные и позволяет расширить исследуемый диапазон возможных внешних воздействий на гемодинамическую систему мозга.

Проводится аналитическое исследование бифуркаций решений уравнения. Выявлены значения параметров, для которых происходит качественная перестройка решений и возникают высокочастотные осцилляции (субгармоники). Результаты аналитических исследований согласуются с численным исследованием бифуркаций.

Научный руководитель – канд. физ.-мат. наук Черевко А. А.

Распространение нелинейных волн в бесстолкновительной плазме

Бородина С. В.

Новосибирский государственный университет

Нелинейное кинетическое уравнение для функции распределения ионов $f(t, x, u)$ в безразмерных переменных

$$\frac{\partial f}{\partial t} + u \frac{\partial f}{\partial x} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial x} \frac{\partial f}{\partial u} = 0, \quad \rho = \int f du \quad (1)$$

описывает одномерные движения квазинейтральной бесстолкновительной плазмы [1]. Модель (1) попадает в класс систем с операторными коэффициентами, для исследования которых В. М. Тешуковым [2] было предложено обобщение метода характеристик. В [3] сформулированы условия обобщенной гиперболичности уравнения (1), построены точные решения в классе бегущих волн и установлена гидродинамическая аналогия с течением идеальной жидкости в канале с упругими стенками.

Основное внимание данной работы сосредоточено на получении гидродинамических редукций и аппроксимаций кинетической модели (1), сводящихся к гиперболическим системам одномерных дифференциальных уравнений. Рассматривается модель холодной плазмы (аналог уравнений мелкой волны), газодинамическая аппроксимация, редукция waterbag и «многослойная» аппроксимация. На основе перечисленных уравнений проведено численное моделирование распространения волн, возникающих в результате распада начального разрыва. Показано, что модель холодной плазмы и газодинамическое приближение хорошо описывают эволюцию плотности. Для более точного моделирования, включающего эффект кинетического опрокидывания, приводящего к неустойчивости течения, необходимо использовать уравнения «многослойной» аппроксимации (1).

1. Гуревич А. В., Питаевский Л. П. Нелинейная динамика разреженной плазмы и ионосферная аэродинамика // Вопросы теории плазмы. М.: Атомиздат, 1980. Вып. 10.

2. Ляпидевский В. Ю., Тешуков В. М. Математические модели распространения длинных волн в неоднородной жидкости. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2000.

3. Хе А. К., Чесноков А. А. Распространение нелинейных возмущений в квазинейтральной бесстолкновительной плазме // ПМТФ. 2011. Т. 52, № 5. С. 3–16.

Научный руководитель – д-р. физ.-мат. наук Чесноков А. А.

Численное моделирование и оптимизация процесса эмболизации артериовенозной мальформации на основе модели двухфазной фильтрации

Гологуш Т. С.

Новосибирский государственный университет

Артериовенозная мальформация (АВМ) является сложным и опасным пороком развития сосудов головного мозга. Эндоваскулярная эмболизация АВМ является эффективным средством лечения таких патологий. Тем не менее, все еще существует опасность разрыва АВМ во время операции и в течении нескольких суток после ее окончания. Цель данной работы состоит в построении оптимизационного алгоритма эмболизации АВМ.

АВМ может адекватно моделироваться пористой средой в силу того, что она состоит из хаотического неупорядоченного переплетения вырожденных сосудов малых диаметров, осуществляющих шунтирование крови из артерии в вену. Процесс эмболизации описывается внедрением в пористую среду, заполненную жидкостью (кровью), другой жидкости (эмболизата), несмешивающейся с первой. Данный процесс описывается уравнением Баклея-Левеверетта, которое решается численно с помощью новой модификации схемы Кабаре. Для проверки пригодности метода при расчете задач эмболизации, были проведены численные эксперименты, в которых смоделированы основные моменты процесса эмболизации и проведено сравнение расчетов с точными решениями.

Модель оптимальной эмболизации имеет две особенности.

1. На процесс эмболизации накладывается требование об ограничении удельной нагрузки на узел АВМ при эмболизации. Это требование следует из нейрохирургической практики. Оно формулируется в виде ограничения

$$\Delta E/V \leq W_{max},$$

где ΔE – энергия, рассеивающаяся в АВМ за единицу времени. Она равна разности потоков энергии на входе в АВМ и выходе из нее, V – объем АВМ, W_{max} – предельное допустимое значение удельной нагрузки.

2. Процесс эмболизации описывается как процесс оптимального управления, в котором, управляя концентрацией эмболизата на входе в АВМ, нужно добиться максимально возможной ее эмболизации за конечное время при выполнении ограничения.

Показано, что оптимальное управление состоит из интервалов, на которых либо удельный объем крови на входе в АВМ достигает минимального допустимого значения, либо в процессе эмболизации постоянно поддерживается предельно допустимая нагрузка W_{max} .

Научный руководитель – канд. физ.-мат. наук, доц. Черевко А. А.

**Стационарные стратифицированные течения
над комбинированным препятствием**

Денисенко Д. С.

Новосибирский государственный университет

Рассматриваются двумерные стационарные течения неоднородной несжимаемой жидкости в слое конечной глубины над неровным дном в поле силы тяжести. Предполагается, что обтекаемое препятствие локализовано в конечной области, вне которой дно является ровным. Данный процесс описывается нелинейной краевой задачей для уравнения Дюбрей-Жакотен – Лонга [1] с граничными условиями непротекания на дне и крышке и условием отсутствия возмущений вверх по потоку. Разрешимость данной краевой задачи ранее была установлена [2; 3] для достаточно больших чисел Фруда, отвечающих большим скоростям набегающего сверхкритического потока. В настоящей работе доказана теорема существования решения во всем диапазоне сверхкритических чисел Фруда. С этой целью исходная нелинейная краевая задача сводится к эквивалентной операторной формулировке в специальных функциональных пространствах типа классов Харди. После выделения и обращения главной линейной части поиск решения сводится к применению принципа сжимающих отображений, использующего малость высоты препятствия по отношению к глубине слоя жидкости. Исследована асимптотика решения по указанному малому параметру.

-
1. Yih C. S. Stratified flows. N.-Y. : Academic Press, 1980.
 2. Krutitskii P. A. Fast nonlinear stratified flow over an obstacle // Appl. Math. Lett. 1996. Vol. 9, № 6. P. 41–46.
 3. Krutitskii P. A. Fast nonlinear stratified flow over several obstacles // Int. J. Nonlin. Mech. 1997. Vol. 32, № 3. P. 483–488.

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук, проф. Макаренко Н. И.

**Моделирование гемодинамики головного мозга
на основе клинических данных**

Дылгыржапов Б. Б.
Новосибирский государственный университет

Работа посвящена моделированию течения крови в сосудах головного мозга человека в норме и при наличии сосудистых патологий. Заболевания церебральной системы кровообращения являются одной из опасных болезней, приводящих к смерти и инвалидизации. Актуальными задачами математического моделирования являются описание возникновения и развития патологии, оценка рисков осложнения, предоперационное моделирование.

Задача математического моделирования движения жидкости по системе трубок имеет широкую область научного и практического применения. Исследования в области гемодинамики требуют как построения и разработки собственно физических моделей, так и усилий по созданию численных методов решения соответствующих задач. Особое место занимает подготовка вычислительного эксперимента и обработка его результатов. Увеличение производительности вычислительной техники сделало возможным численное исследование гидродинамики крови в сосуде в трехмерной геометрии, близкой к реальной. В данной работе по реальным клиническим данным построены модели сосудов головного мозга и проведено численное моделирование кровотока.

На основе клинических данных (томографических изображений) построена трехмерная геометрия сосудов головного мозга, включающая сосуды различного порядка и диаметра.

Проведено численное моделирование кровотока в построенной системе и исследовано изменение кровоснабжения головного мозга и гемодинамических параметров кровотока при изменениях гемодинамики во входящих артериях.

Численная реализация данного алгоритма опирается на возможности программного пакета ANSYS (ИБЦ НГУ). Расчеты проведены для различных режимов течения, соответствующих клиническим данным внутрисосудистых измерений скорости и давления кровотока. Результаты работы могут быть использованы как в дальнейших исследованиях по математическому моделированию гемодинамики сосудов головного мозга, так для решения задач практической медицины.

Научный руководитель – канд. физ.-мат. наук Хе А. К.

Стационарные течения жидкости в ограниченной области

Кукушкин Д. Е.

Новосибирский государственный университет

В работе рассмотрена задача об установившемся течении несжимаемой жидкости, возникающая при описании внутренних волн в невязкой среде, стратифицированной по плотности. В двумерном случае такие течения описываются квазилинейным эллиптическим уравнением Дюбрей-Жакотэн – Лонга для функции тока. Для уравнения Дюбрей-Жакотэн – Лонга построены асимптотические решения, которые указывают на возможность существования нелинейных волновых структур в установившихся потоках стратифицированной жидкости в ограниченной области. Для построения численного решения в работе используется метод коллокаций и наименьших невязок (КНН). Установлено, что выделение главной части в решении и добавление соответствующей новой функции в базис позволяет существенно повысить точность численного решения.

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук, проф. Макаренко Н. И.

Движение теплоносителя по системе трубок в котле

Кусаинов П. И.

Кемеровский государственный университет

С увеличением малоэтажного строительства задача проектирования отопительных котлов с наиболее высоким коэффициентом полезного действия (КПД) становится все актуальнее. Обычно котлы малой мощности представляют собой систему трубок, через которые под давлением течет теплоноситель (вода). Эта система трубок каким-либо способом нагревается, и горячая вода идет в систему отопления. Чем больше тепла накапливает теплоноситель, тем эффективней является топочный котел. Модернизация оборудования, в особенности отопительного, ставит перед собой цель учесть также общественные интересы. Вопросы экономичного и рационального использования ресурсов все чаще затрагиваются на различных уровнях. Для решения задачи моделирования потока в теплоносители используется уравнение Навье – Стокса.

Точные решения системы уравнений Навье – Стокса способствуют лучшему пониманию качественных особенностей стационарных и нестационарных течений. Они позволяют оценить область применимости упрощенных гидродинамических моделей (невязкая жидкость, ползущие течения, пограничный слой и др.) и незаменимы для тестирования соответствующих численных, асимптотических и приближенных аналитических методов. Одним из таких методов является метод конечных элементов (МКЭ) предназначенный для решения дифференциальных уравнений с частными производными, а также интегральных уравнений, возникающих при решении задач прикладной физики.

Целью данной работы является исследование возможности повышения КПД топочных котлов с помощью закрутки потока теплоносителя в топочном пространстве. Закрутка возможна за счет соединения между собой трубок топочного котла короткими прямыми переходами (патрубками). Присоединенный к трубе специальным образом, патрубок обеспечивает закручивание потока теплоносителя.

Научный руководитель – канд физ.-мат. наук Карабцев С. Н.

**Эволюция плоского пузыря
в тяжелой идеальной несжимаемой жидкости**

Ондар Б. К.

Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, г. Новосибирск

Рассматривается плоская задача о нестационарном всплывании цилиндрической полости в безграничной идеальной несжимаемой тяжелой жидкости. Внутри полости поддерживается постоянное давление, капиллярные эффекты не учитываются. В начальный момент времени жидкость покоится, а цилиндрическая полость является круговой. Требуется найти поле скоростей и форму свободной границы в последующие моменты времени. Данная задача до сих пор полностью не решена, хотя она имеет как теоретический, так и практический интерес для эксплуатации подводных нефтяных месторождений.

В [1] задача решалась с использованием степенных рядов по времени. Однако форму свободной границы не удалось построить из-за расходимости рядов. В настоящей работе ряды удалось численно просуммировать, используя некоторые замены переменных специального вида с последующим Паде-суммированием. Построена свободная граница, изучены скоростные характеристики течения, найдены особые точки решения.

1. Baumel R. T., Burley S. K., Freeman D. F., Gammel J. L., and Nuttall J. The rise of a cylindrical bubble in an inviscid liquid // Can. J. Phys. 1982. Vol. 60(7). P. 999–1007.

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук Карабут Е. А.

Нестационарное взаимодействие горизонтально-сдвиговых потоков

Рыжкович А. А.

Новосибирский государственный университет

Рассматривается система уравнений, описывающая в приближении теории мелкой воды горизонтально-сдвиговое движение идеальной несжимаемой жидкости в открытом канале с боковыми стенками $y=0$ и $y=Y$ над ровным дном $z=0$ в поле силы тяжести [1]

$$\begin{aligned} u_t + uu_x + vu_y + gh_x &= 0, & h_y &= 0, \\ h_t + (uh)_x + (vh)_y &= 0, & v|_{y=0;Y} &= 0. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь $u(t,x,y)$ и $v(t,x,y)$ компоненты вектора скорости, $h(t,x)$ глубина слоя жидкости. Следствием системы (1) является сохранение потенциальной завихренности $\Omega = u_y/h$ вдоль траекторий. Установленная в [1] аналогия между уравнениями (1) и системой Бенни вихревой мелкой воды дает возможность применить развитые в [2] методы для теоретического анализа рассматриваемой модели.

Целью представленной работы является изучение задачи о распаде произвольного разрыва для уравнений (1). Указанная выше аналогия с уравнениями Бенни позволяет использовать результаты В. М. Тешукова [3] и обобщить их на случай горизонтально-сдвиговых течений. Рассмотрен класс частных решений (1), соответствующих движениям жидкости с кусочно-постоянной потенциальной завихренностью. В этом классе при определенных ограничениях доказано существование автомодельных решений, описывающих распространение простых волн, сильных и слабых разрывов, возникающих в результате нелинейного взаимодействия заданных сдвиговых потоков. Предложен алгоритм для определения типа возникающих волновых конфигураций по начальным данным и детально исследовано течение в области простой волны взаимодействия потоков.

1. Чесноков А. А., Ляпидевский В. Ю. Волновые движения идеальной жидкости в узком открытом канале // ПМТФ. 2009. Т. 50, № 2. С. 61–71.

2. Ляпидевский В. Ю., Тешуков В. М. Математические модели распространения длинных волн в неоднородной жидкости. Новосибирск : Изд-во СО РАН, 2000.

3. Тешуков В. М. Нестационарное взаимодействие равномерно завихренных потоков // ПМТФ. 1998. Т. 39, № 5. С. 55–66.

Научный руководитель – д-р. физ.-мат. наук Чесноков А. А.

Исследование релаксационных колебаний гемодинамики головного мозга при повторных операциях

Уфимцева И. В.

Новосибирский государственный университет

Моделирование течения крови в сосудистой сети головного мозга как в норме, так и при патологии является ключевой задачей фундаментальной гидродинамики. В данной работе предложен подход, опирающийся на гидродинамические данные, получаемые непосредственно в ходе клинических измерений, что гарантирует точность полученных результатов.

Экспериментально наблюдаемые колебания скорости и давления имеют релаксационный характер. Их хорошо описывает уравнение нелинейного осциллятора Ван дер Поля – Дуффинга

$$\varepsilon y'' + P_2(y)y' + Q_3(y) = kz(t),$$

в котором одна из величин – давление $p=p(t)$ или скорость $v=v(t)$ – выступает в роли управляющей функции, то есть, является правой частью уравнения. Функции $P_2(y)$ и $Q_3(y)$ характеризуют вязкие и упругие свойства системы, ε – релаксационный параметр. Данное уравнение обладает устойчивым периодическим решением. Вместе с тем, уравнение такого вида обладает большим и сложно устроенным множеством решений, структура которого определяется значениями его коэффициентов.

Уравнение имеет универсальный характер и описывает колебания давления и скорости как в различных сосудах мозга (артерии, вены, синусы), так и в лабораторной модели бифуркации сонной артерии. Полученное уравнение описывает реологию составной системы «поток крови – упругие стенки сосуда – гелеобразная среда мозга» и является своеобразным уравнением состояния такой сложной среды.

Построены сравнительные диаграммы коэффициентов упругости и демпфирования, иллюстрирующие тенденции изменения гемодинамических параметров у пациентов при повторных операциях. Также показаны тенденции к снижению скорости кровотока при успешно проведенной операции, что является положительным фактором и служит критерием для установления предельно допустимых значений, при которых сосуды сохраняют свою функциональность.

Результаты, представленные в данном докладе, имеют важное прикладное значение для медицины. С их помощью можно адекватно оценивать состояние пациента в ходе и после операций и рассчитывать возможные риски.

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук, проф. Чупахин А. П.

Влияние характера колебаний жидкости на поведение твёрдого включения

Цой Н. Г.

Новосибирский государственный университет

В настоящее время представляют интерес исследования, направленные на выявление закономерностей поведения тел в вибрирующей жидкости. Колебательные воздействия на жидкость с включениями могут приводить к эффекту монотонного движения включений. В частности, установлено, что поведение твёрдых частиц в однородно и неоднородно колеблющихся жидкостях является качественно различным.

В данной работе рассматривается задача, где (в одной задаче), за счет изменения параметров, могут быть реализованы как однородные, так и неоднородные колебания жидкости. В идеальной несжимаемой неограниченной извне жидкости находятся два абсолютно твёрдых тела: тело-вибратор, совершающий заданные колебания, и свободное включение, движение которого требуется определить. Жидкость на бесконечности колеблется заданным образом. При равенстве амплитуд колебаний жидкости и тела-вибратора колебания жидкости являются однородными; в противном случае – колебания жидкости являются неоднородными.

Решение задачи находится при помощи методов отражений и возмущений. Строится асимптотическое представление решения задачи при стремлении к бесконечности расстояния между телами.

Установлено, что при однородных колебаниях жидкости включение не совершает монотонного движения; при неоднородных колебаниях жидкости наблюдается эффект монотонного перемещения включения.

Полученные в данной работе результаты подтверждают, что движение твёрдых тел в однородно и неоднородно колеблющейся жидкости (в данном случае в пределах одной задачи) может быть качественно различным.

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук, доц. Сенников В. Л.

**Исследование гемодинамики лабораторных животных
при сахарном диабете первого типа**

Янькова Г. С.

Новосибирский государственный университет

Кровеносная система головного мозга является интенсивно работающей системой, снабжающей все участки мозга необходимым количеством кислорода, глюкозы и других веществ. От ее эффективности во многом зависит функционирование организма. Естественным является предположение о связи генотипа и устройства сосудистой сети.

В работе рассматриваются модели сосудистых сетей головного мозга лабораторных мышей генетической линии NODSCID с сахарным диабетом I типа. Цель работы состоит в изучении влияния генетических особенностей и заболеваний на строение сосудистой сети.

Для построения конфигураций сосудистых сетей успешно применяется магнитно-резонансная томография (МРТ). Для линии мышей NODSCID был применен метод получения МРТ изображений с использованием объемной протонной радиочастотной катушки.

Для построенных конфигураций проведены гемодинамические расчеты с помощью пакета ANSYS CFX на базе компьютерного центра НГУ, был выполнен статистический анализ параметров кровотока. На основе данных, полученных в результате статистического и численного анализа, для мышей с сахарным диабетом I типа были выявлены статистически значимые различия в строении подходящих артерий к Виллизиеву кругу.

Научный руководитель – канд. физ.-мат. наук Черевко А. А.

Компьютерное моделирование неупругой деформации и поврежденности образцов горных пород на мезоуровне

Ахметов А. Ж.

Томский государственный университет

Исследование напряженно-деформированного состояния образцов и сред, а также выявление зародышей трещин, влекущие к образованию катастрофических разрушений, являются основной задачей в механике деформируемого твердого тела. Математическую основу для деформируемых твердых тел составляют основные уравнения механики сплошных сред, отражающие общие законы сохранения массы, импульса, моментов импульса и энергии, и определяющие соотношения, описывающие картину разрушения образцов [1].

Так как физико-механические свойства горных пород обусловлены неоднородной структурой, пористостью и поврежденностью, то для изучения катастрофического состояния образцов горных пород предварительно была определена их структура методами оптической микроскопии и рентгеновской томографии.

По результатам этих исследований были построены двумерные компьютерные модели образцов горных пород. Для компьютерного моделирования напряженно-деформированного состояния изучаемых образцов при одноосном и одноосно-сдвиговом сжатии была использована компьютерная программа на основе конечно-разностного метода Уилкинса [2].

В результате расчета были выявлены области зарождения неупругой деформации и разрушения, а также проведен анализ эволюции интенсивности тензора неупругой деформации и поврежденности в ходе нагружения образцов.

Данная работа выполнена в рамках проекта РНФ №14-17-00198.

1. Макаров П. В. Математическая теория эволюции нагружаемых твердых тел и сред // Физ. мезомех. 2008. Т. 11. № 3. С. 19–35.

2. Уилкинс М. Л. Расчет упругопластических течений // Вычислительные методы в гидродинамике. М. : Мир, 1967. С. 212–263.

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук, доц. Смолин И. Ю.

Применение метода асимптотического расщепления в задачах статики и динамики композитных слоистых балок

Горынин А. Г.

Новосибирский государственный университет

Тонкостенные слоистые стержни, пластины и оболочки являются важнейшими элементами многих современных конструкций. Широкое применение композитов в таких конструкциях выявило необходимость учета новых факторов и поставило новые задачи в механике композитных материалов. В настоящей работе для решения краевых задач статики и динамики слоистых балок используется метод асимптотического расщепления [1]. Суть метода заключается в расщеплении исходной трехмерной задачи теории упругости на одномерные и двумерные задачи, которые существенно проще исходной. В случае произвольного нагружения метод является асимптотическим, однако для наиболее распространенных классов нагрузок он дает точное решение пространственной статической задачи теории упругости. Для трехслойной балки прямоугольного сечения найдены все компоненты тензора напряжений и определены ее жесткостные характеристики, используемые далее в задаче о собственных колебаниях. Выведено уравнение собственных колебаний трехслойной балки и рассчитаны собственные частоты.

1. Горынин Г. Л., Немировский Ю. В. Пространственные задачи изгиба и кручения слоистых конструкций. Метод асимптотического расщепления. Новосибирск : Наука, 2004. 408 с.

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук Голушко С. К.

О задачах массообмена в бинарных смесях

Дадашов С. Х.

Сибирский федеральный университет, г. Красноярск

В работе получены решения краевых и начально-краевых задач для стационарных и нестационарных уравнений, описывающих процессы массопереноса в бинарных смесях под влиянием эффекта термодиффузии. Данный эффект заключается в появлении в смеси градиента концентрации компонентов вследствие разности температур и важен для более точного моделирования распределения температуры и компонентов при тепломассопереносе в смесях. Во всех задачах предполагается, что температура T распределена линейно по поперечной координате z : $T = T_0 + \Delta T(z/L - 1/2)$, где T_0 – начальная температура смеси, ΔT – изменение температуры в горизонтальном слое толщины L . Уравнение модели имеет вид

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(D(T, C) \frac{\partial C}{\partial z} + D_T(T, C) \frac{\partial T}{\partial z} \right). \quad (1)$$

На границах слоя ставятся условия отсутствия потока вещества через твердые стенки:

$$D(T, C) \frac{\partial C}{\partial z} + D_T(T, C) \frac{\partial T}{\partial z} = 0, \text{ при } z = 0, L. \quad (2)$$

В начальный момент времени задается начальная концентрация C_0

$$C_{t=0} = C_0. \quad (3)$$

В уравнениях (1)–(3) C – концентрация легкой компоненты, $D(T, C)$ и $D_T(T, C)$ – коэффициенты диффузии и термодиффузии, в общем случае считающиеся функциями от температуры и концентрации.

Для задачи (1)–(3) построены точные решения в стационарной и нестационарной постановке при разных зависимостях коэффициентов D и D_T от температуры и концентрации. Рассмотрены случаи, когда оба коэффициента постоянны, когда коэффициент термодиффузии линейно зависит от концентрации и/или температуры. Полученные решения использованы для описания перераспределения компонент в водном растворе полистирола, зависимости коэффициентов переноса взяты из экспериментальных данных. В каждом случае показана сходимость нестационарных решений к стационарным при больших временах.

Работа выполнена при поддержке гранта Президента РФ для молодых ученых МК-4915.2016.1

Научный руководитель – канд. физ.-мат. наук Степанова И. В.

Отыскание оптимальных параметров нагружения в задаче автофреттажа

Дранишников Н. С.

Новосибирский государственный университет

В работе исследуется задача о нахождении оптимальных параметров нагружения для получения наилучших полей остаточных напряжений на поверхности материала. Задача относится к классу обратных. Исследуемая модель описывает поведение материала в режиме больших деформаций. Модель учитывает нелинейное изотропное упрочнение типа Воце (Voce) в комбинации с кинематическим упрочнением Армстронга-Фредерика (Armstrong-Frederick). Таким образом, модель также учитывает эффект Баушингера (Bauschinger), который играет важную роль в задачах обработки металлов давлением.

Модель материала описывает поведение на примере Alu5754.

В настоящей работе исследованы различные способы наведения остаточных напряжений: гидроавтофреттаж и ротационный автофреттаж. Обсуждается вопрос оптимального выбора пути нагружения.

Полученные результаты позволяют увеличить долговечность материала.

-
1. Lion A. Constitutive modelling in finite thermoviscoplasticity: a physical approach based on nonlinear rheological elements // *Int. J. Plast.* 2000. Vol. 16. P. 469–494.
 2. Shutov A. V., Kreißig R. Finite strain viscoplasticity with nonlinear kinematic hardening: Phenomenological modeling and time integration // *Comp. Meth. Appl. Mech. Engrng.* 2008. Vol. 197. P. 2015–2029.

Научный руководитель работы – канд. физ.-мат. наук Шутов А. В.

Расчет напряженного состояния элементов крепи при различных порядках их возведения в выработках больших сечений

Жамалова Б. Р.

Новосибирский государственный университет

Выработки больших поперечных сечений создаются при строительстве подземных сооружений и предназначаются для размещения важных объектов, рассчитанных на длительный период работы. В таких условиях особое внимание уделяется оценке напряженно-деформированного состояния элементов крепи и окружающего массива с целью сохранения устойчивости создаваемого подземного сооружения.

Последовательность работ по поэтапному раскрытию поперечных сечений выработок и возведению в них элементов крепи оказывает существенное влияние на напряженно-деформированное состояние подземных сооружений. Это требует разработки методов и программного обеспечения, позволяющих проводить расчеты механического состояния породного массива с учетом последовательности развития горных работ.

В Институте горного дела им. Н. А. Чинакала СО РАН разработаны методы и алгоритмы, позволяющие рассмотреть процесс перераспределения напряжений в массиве горных пород и в возводимых в выработанном пространстве сооружений с учетом последовательности ведения горных работ. В их основе лежит применение методов начальных напряжений и начальных деформаций, предполагающих использование матрицы жесткости расчетной системы, не меняющейся при нахождении нелинейных решений задач механики деформируемого тела.

Проведен расчет двух вариантов развития горных работ при раскрытии поперечного сечения выработки в условиях упругого деформирования массива и крепи. Рассмотрен характер перераспределения полей напряжений в элементах крепи при их последовательном сооружении. Показано, что последовательность горных работ оказывает существенное влияние на значения напряжений в элементах крепи. Вариант ведения горных работ с начальным формированием вертикальных элементов крепи приводит к значительно большим величинам напряжений растяжения в крепи по сравнению с вариантом первичной отработки подсводового пространства.

Научный руководитель – д-р техн. наук, проф. Серяков В. М.

Отыскание параметров материала для анизотропных упругопластических моделей в геометрически точной постановке

Кайгородцева А. А.

Новосибирский государственный университет

В работе исследуется задача о нахождении параметров упругопластического материала, который может проявлять анизотропию и вязкость. Задача относится к классу обратных. Исследуемая модель описывает поведение материала в режиме больших деформаций и пригодна для проведения расчетов формообразования. Модель учитывает нелинейное изотропное упрочнение типа Воче (Voce) в комбинации с кинематическим упрочнением Армстронга – Фредерика (Armstrong – Frederick). Таким образом, модель также учитывает эффект Баушингера (Bauschinger), который играет важную роль в задачах обработки металлов давлением.

Описание кинематики модели материала основано на вложенном мультипликативном разложении тензора градиента деформации [1; 2].

Набор экспериментальных данных по кручению взят для тонкостенных трубчатых образцов из стали марки 42CrMo4, при этом деформация сдвига достигает 160 %.

В настоящей работе исследованы различные стратегии определения параметров материала из решения обратной задачи. Обсуждается вопрос оптимального выбора функционала ошибки и вопрос устойчивости набора параметров по отношению к ошибкам измерения.

Найдены наборы параметров, характеризующие сталь 42CrMo4 в широком диапазоне нагрузок.

1. Lion A. Constitutive modelling in finite thermoviscoplasticity: a physical approach based on nonlinear rheological elements // Int. J. Plast. 2000. Vol. 16. P. 469–494.

2. Shutov A. V., Kreißig R., Finite strain viscoplasticity with nonlinear kinematic hardening: Phenomenological modeling and time integration // Comp. Meth. Appl. Mech. Engng. 2008. Vol. 197. P. 2015–2029.

Научный руководитель – канд. физ.-мат. наук Шутов А. В.

**Математическое и численное моделирование равновесия
упругого тела с жесткими включениями**

Кири́н Д. Л.

Новосибирский государственный университет

Рассмотрена задача равновесия двумерного упругого тела. На части Γ_d внешней границы области Ω задано условие жесткой зацепки. На другой части Γ_n этой границы действует внешняя сила. Считается, что в теле присутствует тонкое жесткое включение $\gamma = \gamma_1 \cup \gamma_2$ с изломом. Без ограничения общности считается, что излом находится в точке $(0, 0)^T$. На каждой части γ_1 и γ_2 жесткого включения перемещения тела принадлежат классу инфинитезимально-жестких перемещений.

Обозначим $H^1_{\Gamma_d}(\Omega)$ – пространство функций из $H^1(\Omega)$, имеющих нулевой след на Γ_d . Введем в $H^1_{\Gamma_d}(\Omega)^2$ скалярное произведение

$$(u, v) = \int_{\Omega} \sigma(u) \varepsilon(v) dx$$

Здесь $\varepsilon_{ij}(v) = 1/2(v_{i,j} + v_{j,i})$, $\sigma_{ij} = A_{ijkl} \varepsilon_{kl}$, $u_{,i}$ – частная производная по x_i .

Для численного решения задачи предложен следующий алгоритм.

1) Для заданной силы $f \in L_2(\Gamma_n)^2$ найти функцию $u_f \in H^1_{\Gamma_d}(\Omega)^2$, удовлетворяющую условию

$$(u_f, v) = \int_{\Gamma_n} f v ds \text{ для всех } v \in H^1_{\Gamma_d}(\Omega)^2$$

2) Найти функции $y_0, y_1, y_2, y_3, y_4 \in H^1_{\Gamma_d}(\Omega)^2$, $(y_k, v) = 0$ для всех $v \in H^1_0(\Omega \setminus \gamma)^2$ такие, что

$$\begin{aligned} y_0 &= u_f \text{ на } \gamma \\ y_1 &= (x_2, -x_1)^T \text{ на } \gamma_1, y_1 = 0 \text{ на } \gamma_2 \\ y_2 &= 0 \text{ на } \gamma_1, y_2 = (x_2, -x_1)^T \text{ на } \gamma_2 \\ y_3 &= (1, 0)^T \text{ на } \gamma_1, y_3 = (1, 0)^T \text{ на } \gamma_2 \\ y_4 &= (0, 1)^T \text{ на } \gamma_1, y_4 = (0, 1)^T \text{ на } \gamma_2 \end{aligned}$$

3) Составить В-матрицу Грама для функций y_1, \dots, y_4 и вектор C .

$$B = \begin{pmatrix} (y_1, y_1) & (y_1, y_2) & (y_1, y_3) & (y_1, y_4) \\ (y_2, y_1) & (y_2, y_2) & (y_2, y_3) & (y_2, y_4) \\ (y_3, y_1) & (y_3, y_2) & (y_3, y_3) & (y_3, y_4) \\ (y_4, y_1) & (y_4, y_2) & (y_4, y_3) & (y_4, y_4) \end{pmatrix}, C = - \begin{pmatrix} (y_0, y_1) \\ (y_0, y_2) \\ (y_0, y_3) \\ (y_0, y_4) \end{pmatrix}$$

4) Решить СЛАУ $Ba = C$ и получить вектор $a = (a_1, a_2, a_3, a_4)^T$.

5) Функция $u = u_f - y_0 + a_1 y_1 + a_2 y_2 + a_3 y_3 + a_4 y_4$ является решением исходной задачи и описывает перемещение тела.

1. Хлуднев А. М. Задачи теории упругости в негладких областях.

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук, доц. Рудой Е. М.

Об особенностях зоны внедрения вокруг горизонтальной скважины

Колдаев Д. А.

Новосибирский государственный университет

Процесс бурения скважины нарушает естественное равновесное состояние нефтегазоносных пластов. В частности, происходит проникновение бурового раствора в околоскважинную зону с образованием зоны внедрения. В окрестности горизонтальной скважины зоны внедрения может иметь сложную форму. Проникновение бурового раствора влияет на электрическое сопротивление пласта, а соответственно, и на электромагнитные измерения, которые делаются в процессе бурения для определения параметров пласта. Таким образом, необходимо исследовать свойства зоны внедрения при бурении горизонтальных скважин для улучшения интерпретацию электромагнитных измерений.

Течение флюидов в пористой среде описывается системой уравнений двухфазной фильтрации Баклея – Леверетта [1]. Модель даже в полностью несжимаемом случае (несжимаемые флюиды и пласт) представляет собой систему составного эллиптического-гиперболического типа. Составной тип создает трудности для численного моделирования.

Для исследования зоны внедрения вокруг горизонтальной скважины была разработана двумерная программа, моделирующая процессы фильтрации. Основную сложность при моделировании представляла собой сложная геометрия исследуемой области и анизотропия пласта. Итоговая программа использует IMPES-метод [1] и учитывает, в частности, силу тяжести, анизотропию, слоистость пласта, эффект непроницаемых границ, а также рост глистой корки на стенке скважины.

Были проведены систематические расчеты зоны внедрения и проведен анализ, в ходе которого сделаны выводы о свойствах зоны внедрения вокруг горизонтальных скважин. Установлено, что зона внедрения может принимать различные, далекие от круговых формы, как результат влияния непроницаемых границ или анизотропии. Сила тяжести же в большинстве реальных случаев существенного влияния не оказывает.

1. Азиз Х., Сеттари Э. Математическое моделирование пластовых систе. М. : Недра, 1982. 416 с.

Научный руководитель – канд. физ.-мат. наук, доц. Бочаров О. Б.

Построение модели градиентной среды

Краус А. Е.

Новосибирский государственный технический университет,
Институт теоретической и прикладной механики
им. С. А. Христиановича СО РАН, г. Новосибирск

Рассматривается одномерная, не стационарная задача о распространении ударной волны в плотных смесях твердых веществ, например, алюминия и карбида бора.

Для описания поведения среды используется система уравнений сохранения массы, импульса и энергии, которая замыкается уравнением состояния твердого вещества. Так как аналитически решить уравнения не представляется возможным, то используется численный метод, а именно, явная разностная схема. Для нее задаются начальные данные и граничные условия.

Рассмотрены две модели смеси: на основе аддитивных свойств материала (представляет собой сплошной материал с заданной массовой концентрацией определенного компонента смеси вдоль счетной области) и слоистая среда (каждый слой обладает свойствами и характеристиками заданных материалов). Проведено сравнение моделей. Из полученных данных можно сделать вывод, что метод на основе аддитивных свойств материала более точно описывает распространение ударной волны в материале.

Выражаю благодарность моему научному руководителю академику Фомину Василию Михайловичу за постановку задачи.

Научный руководитель – Фомин В. М.

Н-мера для изучения нерегулярных режимов взаимодействия океана и атмосферы

Маркелова Ю. В.

Новосибирский государственный университет

Работа посвящена изучению турбулентных режимов вязкой жидкости с помощью обобщенных функций. В качестве инструмента решения задачи гомогенизации используется концепция Н-мер Тартара [1; 2]. По своей природе Н-меры являются микролокальными мерами дефекта, позволяющими проследить эволюцию быстро осциллирующих режимов в решениях уравнений математической физики в пространстве времени, позиций и частот.

Для краевой задачи гомогенизации вязкой несжимаемой жидкости с быстро осциллирующими силами инерции были определены классы решений задачи, понятие обобщенного решения. Получены необходимые предельные соотношения. Для точного вывода гомогенных коэффициентов использовалась мера Тартара. Таким образом, получена замкнутая гомогенная модель, описывающая предельный стационарный режим осцилляций.

1. Tartar. L. H-measures, a new approach for studying homogenisation, oscillations and concentration effects in partial differential equations // Proceedings of the Royal Society of Edinburgh. 1990. Vol. 115A. P. 193–230.

2. Sazhenkov S. A. Cauchy problem for the Tartar Equation. Proceedings of the Royal Society of Edinburgh. 2002. Vol. 132A. P. 395–418.

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук, доц. Саженов С. А.

**Физическое и численное моделирование деформирования
слоистого композита**

Модонова Т. В.

Новосибирский государственный университет

В настоящее время композиты на основе высокопрочных волокон находят все более широкое применение в качестве конструкционных материалов, вытесняя стали и сплавы, поскольку они сочетают высокую прочность с малой плотностью. Однако они имеют ряд недостатков по сравнению с металлическими материалами. Один из них состоит в низкой ремонтпригодности таких повреждений, которых легко устранимы в металлических конструкциях (например, вмятин). В работе проведено экспериментальное и численное исследование влияния последствий вдавливания инденторов сферической и цилиндрической формы на прочность ряда слоистых композитов на полимерной основе, упрочненных тканями из стеклянных и текстильных волокон. Также рассмотрено деформирование и разрушение гибридного композита, представляющего собой сочетание слоев стеклотекстолита и алюминиевого сплава.

Было обнаружено влияние анизотропии структуры слоев стеклотекстолита на повреждения, вызванные вдавливанием сферического индентора. В исходном состоянии композит имел одинаковые прочностные характеристики в основных направлениях ориентации волокон. После вдавливания индентора происходило значительное уменьшение прочности в одном из направлений без ущерба прочности в другом направлении. Установить направление нагружения, ставшее критическим после вдавливания индентора, можно по характеру кратера.

Обнаружено отрицательное влияние поперечных растягивающих деформаций в стеклотекстолитовых слоях на прочность и сопротивление усталостному разрушению при продольном растяжении гибридного композита вдоль слоев. Изучена зависимость этого влияния от соотношения толщин слоев стеклотекстолита и алюминиевого сплава.

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук Карпов Е. В.

Моделирование деформирования гофрированных оболочек с уточненными граничными условиями

Стрельников Р. В.

Новосибирский государственный университет

В работе решается задача компьютерного моделирования формообразования осесимметричной гофрированной оболочки методом гидроформовки в режиме пластических деформаций. При конечно-элементном моделировании используется упругопластическая постановка с большими деформациями. Таким образом, постановка задачи включает в себя три типа нелинейности: физическую, геометрическую и контактную. Моделирование свойств материала выполнено при помощи новой модели, основанной на вложенном мультипликативном разложении тензора градиента деформаций [1; 2]. Примененная модель учитывает нелинейное изотропное и кинематическое упрочнение для точного описания эффекта Баушингера, что, в свою очередь, необходимо для корректного предсказания поля остаточных напряжений и распружинивания заготовки. Обсуждаются различные варианты постановки граничных условий, более точно описывающие реальные условия деформирования заготовки.

1. Lion A. Constitutive modelling in finite thermoviscoplasticity: a physical approach based on nonlinear rheological elements // Int. J. Plast. 2000. Vol. 16. P. 469–494.

2. Shutov A. V., Kreißig R., Finite strain viscoplasticity with nonlinear kinematic hardening: Phenomenological modeling and time integration // Comp. Meth. Appl. Mech. Engng. 2008. Vol. 197. P. 2015–2029.

Научный руководитель работы – канд. физ.-мат. наук Шутов А. В.

Моделирование механических свойств биологических тканей в режиме конечных деформаций

Тагильцев И. И.

Новосибирский государственный университет

В работе рассматривается задача о моделировании механического нагружения артерий в условиях больших деформаций. Задача важна для изучения поведения сосудов при атеросклерозе и артериосклерозе, для точного моделирования транслюминальной ангиопластики и вынесения решения о необходимости проведения оперативного вмешательства.

В работе рассмотрены основные подходы и определяющие модели механики эластичных сосудов, разработанные и применяемые в последние годы.

Сосуд моделируется в виде толстостенного цилиндра, допускающего три типа нагружений, естественных при нагрузках в живом организме. При этом учитывается анизотропия материала, наличие в нем начальных напряжений, вязкость, пластичность, а также неоднородность свойств по толщине. Стенка сосуда моделируется как слоистый композит, армированный коллагеновыми волокнами [1; 2].

Предложен способ нахождения кинематических параметров сосуда и более универсальный метод задания преднапряженного состояния с помощью калибровочных полей. В частности, показано, что метод калибровочных полей позволяет точно воспроизвести результаты, полученные по классическим методам описания преднапряжения сосуда в осевом и окружном (циркулярном) направлениях [1].

1. Holzapfel G. A., Gasser T. C., Ogden R. W. A new constitutive framework for arterial wall mechanics and a comparative study of material models // Journal of Elasticity. 2000. Vol. 61. P. 1–48.

2. Holzapfel G. A., Gasser T. C. A viscoelastic model for fiber-reinforced composites at finite strains: Continuum basis, computational aspects and applications, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering. 2001. Vol. 190(34). P. 4379–4403.

Научный руководитель работы – канд. физ.-мат. наук Шутов А. В.

**О контакте тонкого препятствия и пластины,
содержащей тонкое включение**

Фурцев А. И.

Новосибирский государственный университет

В настоящее время широкое применение находят композиционные материалы, которые представляют собой матрицу и инкорпорированные в нее волокна. В связи с этим математическое исследование задач о контакте упругих тел разных размерностей является чрезвычайно актуальным. Дополнительные трудности возникают в случаях, когда возможно отслоение тел друг от друга, означающее наличие трещины между волокнами и матрицей.

В докладе рассматривается краевая задача, описывающая контакт пластины с тонким препятствием. При этом пластина содержит тонкое включение. Термины «тонкое препятствие» и «тонкое включение» подразумевают, что размерность соответствующих тел на единицу меньше размерности области, отвечающей пластине. Равновесие пластины, препятствия и включения описывается дифференциальными уравнениями четвертого порядка, а условия сопряжения указанных тел имеют вид равенств и неравенств. Множество точек, в которых происходит контакт пластины с препятствием, заранее не известно. Сказанное означает, что краевая задача относится к классу проблем с неизвестной границей.

Целью проводимого исследования является доказательство однозначной разрешимости задачи и анализ предельного перехода по параметру жесткости включения. Доказывается, что в результате предельного перехода при стремлении параметра жесткости к бесконечности получается задача, которая описывает контакт тонкого препятствия с пластиной, содержащей жесткое включение.

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук, проф. Хлуднев А. М.

Количественный анализ рекуррентных диаграмм динамики популяций

Абрамова А. В., Букасова А. К.

Алтайский государственный университет, г. Барнаул

Удобство исследования и богатое внутреннее содержание дискретных динамических моделей в математической экологии не вызывает никакого сомнения. Несколько сложнее обстоит дело с критерием адекватности [1].

Задача состоит в оценке степени адекватности и предположениях о границах применимости дискретных подходов в различном их сочетании при разработке динамических моделей популяционной динамики.

Материал для статистической обработки формируется за счет происходящей с заданной регулярностью периодической фиксации мгновенных значений общей численности. Затем полученные сколь угодно длинные ряды виртуальных наблюдений используются в качестве исходных данных с целью выявления режимов динамики, характерных для разностных моделей классического типа.

Подходящим инструментом для проведения такого специфического анализа может служить метод рекуррентных диаграмм. По внешнему виду рекуррентной диаграммы можно судить о характере протекающих в системе процессов, наличия и влиянии шума, наличии состояний повторения и замирания, совершении в ходе эволюции системы резких изменений состояния [2].

В данный момент было построено семейство моделей численности популяции, собран статистический материал и на основе его построены рекуррентные диаграммы. Визуальный анализ рекуррентных диаграмм не выявил наличия ни периодических, ни хаотических режимов в модельных данных. Для подтверждения или опровержения гипотезы о применимости дискретных моделей планируется проведение количественного анализа рекуррентных диаграмм модельных данных.

1. Топаж А. Г., Абрамова А. В., Толстомятов С. Е. Дискретные модели популяционной динамики: достоинства, проблемы и обоснование // Компьютерные исследования и моделирование. М., 2016. Т. 8, № 2. С. 267–284.

2. Киселев В. Б. Рекуррентный анализ – теория и практика // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. СПб., 2006. № 29. С. 118–127.

Научный руководитель – канд. техн. наук, проф. Хворова Л. А.

Сравнительный анализ верхних оценок для задачи размещения с нефиксированным спросом

Белан С. Е.

Омский государственный университет им. Ф. М. Достоевского

В докладе рассматривается конкурентная задача размещения с нефиксированным спросом, который гибко меняется в зависимости от расположения и вида открываемых предприятий [1]. Целевая функция соответствующей модели нелинейная, задача является NP-трудной, а реальные примеры имеют большую размерность. Все это осложняет поиск оптимального решения, поэтому разработка приближенных методов является актуальным направлением исследований. При этом возникает необходимость оценивания качества получаемых решений. Для этого могут быть использованы верхние оценки значений целевой функции.

В докладе изучаются три способа получения верхних оценок и условия применения этих способов. В основе их построения лежит идея перехода от нелинейной целевой функции к ее линейному аналогу. При этом новая функция используется в качестве верхней границы оптимальных значений целевой функции исходной задачи. Два способа предложены проф. Ю. А. Кочетовым. В первом из них рассматривается случай, когда коэффициент гибкости спроса $\lambda \approx 1$. Тогда множитель, содержащий нелинейную функцию, принимает значение близкое к 1, и с помощью замены математическая модель сводится к задаче целочисленного линейного программирования. Второй способ применяется, когда λ мало. Строятся вспомогательные задачи, полученные решения используются в исходной модели для нахождения оценок.

В данной работе предложен третий способ построения оценки, основанный на известном неравенстве $1 - e^{-\lambda x} \leq \lambda x$. После его применения получается задача целочисленного линейного программирования, которая может быть решена с помощью коммерческих пакетов. Был проведен вычислительный эксперимент для сравнения значений верхних оценок целевой функции рассматриваемой задачи. Необходимо отметить, что при $\lambda \approx 1$ первая оценка оказалась ближе к известным рекордам, чем третья. Однако, при значениях λ близких к 0 третья оценка оказалась предпочтительнее, чем вторая. Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант №17-07-00868).

1. Aboolian R., Berman O., Krass D. Competitive Facility Location and Design Problem // Eur. J. of Oper. Res. 2007. Vol. 182(1). P. 40–62.

Научный руководитель – канд. физ.-мат. наук, доц. Леванова Т. В.

Локальный поиск с чередующимися окрестностями для выбора состава электрогенерирующего оборудования

Глушков О. А.

Новосибирский государственный университет

Рассматривается математическая модель частично-целочисленного программирования для выбора состава генерирующего оборудования в условиях конкурентного рынка электроэнергии. Имеется оценка потребностей клиентов в течение заданного промежутка времени. Генераторы необходимо отключать для профилактического обслуживания, при этом включенный генератор должен проработать не менее определенного количества времени. Включение и работа генератора влечет определенных затрат, при этом включить недавно работавший генератор дешевле. Требуется составить такой план работы генераторов, чтобы суммарные затраты на их включение и работу были минимальными, и в каждый момент времени потребности клиентов были бы удовлетворены.

Для решения задачи разработан приближенный гибридный алгоритм на основе локального поиска с чередующимися окрестностями [1] и поиска с запретами [2]. Стартовое решение строится случайным образом. В качестве окрестностей применяются окрестности типа *Flip*: выключить один генератор на профилактику или выключить его в определенный момент времени. Просмотр окрестностей проводится в порядке убывания удельной стоимости вырабатываемой электроэнергии. Для диверсификации поиска применяется процедура *Shake*, в ходе которой осуществляется несколько случайных переходов в соседние решения. Локальный поиск с запретами применяется для улучшения полученных решений. В качестве списка запретов используются решения, полученные на нескольких последних итерациях алгоритма. Поиск заканчивается, если рекордное решение не меняется в течение заданного числа итераций. Алгоритм реализован на языке C++. Обсуждаются результаты численных экспериментов на реальных исходных данных.

1. Todosije vic R., Mladenovic M. Adaptive general variable neighborhood search heuristic for solving unit commitment problem // Les Cahiers du GERAD. 2015.

2. Glover F., Laguna M. Tabu Search. Kluwer Academic Publisher, 1997.

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук, проф. Кочетов Ю. А.

Жадные обобщенные коды Грея в Star графе

Гостевский Д. А.

Новосибирский государственный университет

Star граф $S_n = Cay(Sym_n, t)$, $n \geq 2$, является графом Кэли на симметрической группе Sym_n перестановок $\pi = [\pi_1 \pi_2 \dots \pi_n]$ с порождающим множеством $t = \{t_i \in Sym_n, 2 \leq i \leq n\}$ транспозиций $t_i = (1\ i)$, меняющих местами 1-й и i -й элементы в перестановке π . Star граф является двудольным, вершинно-транзитивным и реберно-транзитивным. Известно [2], что в Star граф S_n , $n \geq 3$, вкладываются все четные циклы C_l , где $l = 6, 8, \dots, n!$, т. е. он является гамильтоновым.

Под обобщенным кодом Грея [1] понимается последовательность комбинаторных объектов, такая что два соседних элемента в последовательности отличаются на одну элементарную операцию.

В [3] введено понятие *префикс-реверсального кода Грея*, позволяющего перечислить последовательно все перестановки и, соответственно, построить гамильтонов цикл в Pancake графе. Префикс-реверсальный код Грея строится при помощи *жадной последовательности*, состоящей из элементов порождающего множества и задающей порядок применения элементов при порождении различных перестановок.

В работе вводятся и изучаются *жадные подпоследовательности* в Star графе.

Теорема 1. *Любая последовательность попарно различных $(n - 1)$ элементов из множества t графа S_n , $n \geq 4$, является жадной подпоследовательностью и порождает в графе цикл длины $2 \cdot 3^{n-2}$.*

Теорема 1 дает базис для построения гамильтоновых циклов в Star графе. Алгоритм построения таких циклов использует жадные подпоследовательности, а также структуру малых циклов в Star графе. Полученные гамильтоновы циклы соответствуют обобщенным кодам Грея.

-
1. Joichi J. T., Denis E. White, and S. G. Williamson, Combinatorial Gray codes // SIAM Journal on Computing. 1980. Vol. 9, № 1. P. 130–141.
 2. Jwo J. S., Lakshmivarahan S., Dhall S. K. Embedding of cycles and grids in star graphs // J. Circuits Syst. Comput. 1991. Vol. 1. P. 43–47.
 3. Williams A., Savada J. Greedy Pancake flipping // Electron. Notes Discrete Math. 20013. Vol. 44. P. 357–362.

Научный руководитель – канд. техн. наук, доц. Константинова Е. В.

Численное исследование свойств метода AFS

Дерюгин Д. Ф.

Бурятский государственный университет, г. Улан-Удэ

Глобальная оптимизация на сегодняшний день имеет большое значение для науки, так как множество задач в науке сводится к оптимизации функций. Многие алгоритмы глобальной оптимизации, описанные в различных сборниках статей, задают некоторую гибкость введением различных параметров, изменение которых, так или иначе, меняет их точность и скорость работы. В работе рассматривается один из прямых методов глобальной оптимизации.

Artificial Fish Swarm Algorithm (Алгоритм поиска косяком рыб) [1] представляет собой популяционный алгоритм глобальной поисковой оптимизации. Данный метод основан на поведении косяка рыб, ищущего еду в некотором водоеме. Рассматриваемая реализация алгоритма имеет 2 главных параметра: step (расстояние, на которое может переместиться рыба с каждой итерацией) и visual (область видимости рыбы), neighborhood rating (показатель «тесноты» – сколько может быть соседей у рыбы в ее области видимости). Данные параметры позволяют менять эффективность алгоритма, предупреждая его скатывание в локальный минимум и обеспечивая движение особей в наиболее перспективных для поиска направлениях.

Реализованная версия алгоритма была протестирована на наборе тестовых функций, имеющих различные экстремальные характеристики. В работе описаны наиболее оптимальные значения параметров алгоритма, найденные экспериментальным путем.

В результате был реализован алгоритм поиска косяком рыб и включен в разработанный фреймворк глобальной оптимизации [2].

1. Tsai H. C., Lin Y. H. Modification of the fish swarm algorithm with particle swarm optimization formulation and communication behavior //Applied Soft Computing. 2011. Vol. 11, № 8. P. 5367–5374.

2. URL: <https://github.com/GlobOptFramework/GlobalOptimization>

Научный руководитель – канд. техн. наук Хандаров Ф. В.

Построение приближенных алгоритмов решения для двухуровневой задачи размещения производства и ценообразования

Дорохова П. Ю.

Новосибирский государственный университет

В работе рассматривается задача размещения производства и ценообразования, которую можно представить в виде игры Штакельберга. На верхнем уровне компания, входящая на рынок, размещает свои предприятия и определяет цены на каждом из них. На нижнем уровне каждый из потребителей выбирает то из предприятий, на котором транспортные затраты и затраты на приобретение продукции в сумме минимальны. Покупка совершается в том случае, когда это позволяет бюджет потребителя (порог, заданный уже существующими предприятиями и ценами на них). Цель игры: открыть такие предприятия и установить такие цены, при которых доход производителя (сумма цен на товары, купленные потребителями) за вычетом затрат на открытие предприятий максимален. В [1] показано, что при любой из трех стратегий ценообразования: равномерной, фабричной и дискриминационной, соответствующая оптимизационная задача NP-трудна в сильном смысле, принадлежит классу Poly-APX и является полной в нем относительно AP-сводимости. В данной работе для ее решения разработаны приближенные алгоритмы, использующие локальный поиск и VND-метаэвристику. Приводятся результаты вычислительных экспериментов на исходных данных из библиотеки тестовых задач «Дискретные задачи размещения».

1. Панин А. А., Плясунов А. В. О сложности двухуровневых задач размещения и ценообразования // Дискретн. анализ и исслед. опер. 2014. Т. 21, № 5. С. 54–66.

Научный руководитель – канд. физ.-мат. наук, доц. Плясунов А. В.

Распознавание образов с использованием коллектива алгоритмов кластерного анализа

Караев Н. М.

Новосибирский государственный университет

Рассматривается задача распознавания образов с полуконтролируемым обучением. В задачах полуконтролируемого обучения множество объектов $X = \{x_1, \dots, x_N\}$ может быть поделено на две части: размеченные объекты $X_c = \{x_1, \dots, x_k\}$ с заданными ответами $Y_c = \{y_1, \dots, y_k\}$ и неразмеченные объекты $X_u = \{x_{k+1}, \dots, x_N\}$. В данной работе объектами являются пиксели изображения. Размеченные пиксели – это пиксели с информацией о том, к какому образу они принадлежат. Требуется произвести трансдуктивное обучение, т. е. построить решающую функцию для классификации неразмеченных пикселей X_u .

Для решения задачи предлагается использовать два основных этапа. На первом этапе применяется коллектив алгоритмов μ_1, \dots, μ_M кластерного анализа. Каждый алгоритм дает L_m вариантов разбиения, $m = 1, \dots, M$, с использованием которых составляется усредненная матрица H попарных различий объектов из X . Элементы матрицы равны:

$$h(i, j) = \sum_{m=1}^M \alpha_m \frac{1}{L_m} \sum_{l=1}^{L_m} h_{l,m}(i, j)$$

где $i, j \in \{1, \dots, N\}$ – номера объектов ($i \neq j$), α_m – заданные неотрицательные веса такие, что $\sum_m \alpha_m = 1$; $h_{l,m}(i, j) = 0$, если пара (i, j) принадлежит разным кластерам в l -ом варианте разбиения, полученного алгоритмом μ_m и 1, если принадлежит одному кластеру. Веса могут быть пропорциональны индексу качества кластеризации.

Доказано, что матрица H удовлетворяет условиям теоремы Мерсера, т. е. может быть использована в качестве ядра в методе опорных векторов (SVM). На втором этапе предлагается построить решающее правило для размеченных данных X_u путем применения SVM.

В данной работе результаты распознавания, полученные с помощью предложенного алгоритма, сравниваются с результатами некоторых известных алгоритмов.

Научный руководитель – д-р техн. наук, доц. Бериков В. Б.

Генетический алгоритм оптимизации линейной функции на границе Парето

Кацурина Н. С.

Новосибирский государственный университет

Рассматривается задача оптимизации линейной функции на множестве эффективных решений многокритериальной задачи целочисленного линейного программирования. Сложность ее решения заключается в структуре множества, на котором осуществляется оптимизация. Интерес к задаче связан с поиском кооперативных и некооперативных решений в задачах двухуровневого программирования [1].

В работе [2] для решения этой задачи описан точный алгоритм, на каждой итерации которого решаются вспомогательные задачи достаточно сложной структуры. Мы усовершенствовали этот алгоритм следующим образом. С помощью генетического алгоритма строится аппроксимация границы Парето для многокритериальной задачи. Оптимизируемая линейная функция влияет на выбор родительской пары и учитывается в ходе локального улучшения потомков. Путем подстановки найденных точек в точной алгоритм для оптимизации линейной функции удалось сократить область, в которой проводится дальнейший поиск. Таким образом, с помощью генетического алгоритма мы стараемся угадать ответ, а потом точным методом доказать, что найденной решение является точным или довести его до точного. Разработана программа на языке C++. Приводится сравнение разработанного алгоритма с ранее известным методом на примере задачи о (r)p-центроиде с двумя целевыми функциями у конкурента.

1. Alekseeva E., Kochetov Yu., Talbi El-G. A matheuristic for the discrete bi-level problem with multiple objectives at the lower level // J. International Transactions in Operation Research. DOI: 10.1111/itor.12268.

2. Jesu's M. Jorge An algorithm for optimizing a linear function over an integer efficient set // European J. Oper. Res. 2009. Vol. 195. P. 98–103.

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук, проф. Кочетов Ю. А.

Совершенные ориентационные раскраски призмы

Киреева Т. Е.

Новосибирский государственный университет

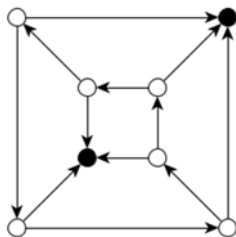
Раскраска вершин графа G называется *совершенной*, если для любых двух вершин одного цвета цветовые составы их окружения совпадают. Матрицей параметров совершенной раскраски называется матрица S , где s_{ij} обозначает количество соседей цвета j у вершины цвета i .

Рассмотрим произвольный кубический граф G . *Ориентацией* графа G называется присваивание направления каждому ребру графа. Обозначим через G' граф с заданной на нем ориентацией. Под цветом вершины в графе G будем подразумевать полустепень исхода в графе G' . Исходя из перечисленных выше определений можно ввести понятие совершенной ориентационной раскраски графа G . *Совершенной ориентационной раскраской* графа G назовем его ориентацию, порождающую совершенную раскраску в графе G . Такую ориентацию будем называть *совершенной*.

В [1] были описаны все совершенные раскраски для графа бесконечной призмы P_∞ , являющегося прямым произведением бесконечной цепи на ребро.

Используя этот результат, в данной работе были построены все совершенные ориентации призмы P_∞ .

Ниже (см. рисунок) приведен пример совершенной ориентационной раскраски графа призмы с матрицей параметров $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$.



Совершенная ориентация призмы

-
1. Лисицына М. А., Августинович С. В. Совершенные раскраски призмы // Сибирские электронные математические известия. 2016. Т. 13. С. 1116–1128.

Научный руководитель – канд. физ.-мат. наук Августинович С. В.

Свойства изометричных отображений множества бент-функций

Куценко А. В.

Новосибирский государственный университет

Скалярным произведением $\langle x, y \rangle$ двух двоичных векторов x, y длины n называется число $x_1y_1 \oplus x_2y_2 \oplus \dots \oplus x_ny_n$, где операция \oplus есть сложение по модулю 2. *Расстоянием Хэмминга* $dist(f, g)$ между двумя булевыми функциями от n переменных f, g называется число двоичных векторов длины n , на которых эти функции принимают различные значения. *Преобразование Уолша-Адамара* булевой функции f от n переменных называется целочисленная функция $W_f(y) = \sum_x (-1)^{\langle x, y \rangle \oplus f(x)}$, где суммирование происходит по всем двоичным векторам длины n .

Булева функция f от четного числа переменных n называется *бент-функцией*, если $W_f(y) = 2^{n/2}(-1)^{\tilde{f}(y)}$, где булева функция \tilde{f} называется *дуальной* к бент-функции f . Функция \tilde{f} является бент-функцией [1].

Отображение ϕ множества всех булевых функций от n переменных в себя называется *изометричным*, если $dist(\phi(f), \phi(g)) = dist(f, g)$ для любых булевых функций f, g . В работе [1] показано, что отображение $f \rightarrow \tilde{f}$, определенное на множестве бент-функций, является изометричным. В статье [2] доказано, что единственным изометричным отображением множества всех булевых функций в себя, сохраняющим множество бент-функций на месте, является аффинное преобразование.

Утверждение 1. Отображение $f \rightarrow \tilde{f}$ не может быть расширено до изометричного отображения всего множества булевых функций.

Утверждение 2. При $k > 2$ множество бент-функций от $2k$ переменных не является транзитивным относительно композиции отображения $f \rightarrow \tilde{f}$ и аффинного преобразования.

Проверено, что при $n=2, 4, 6$ бент-функция от n переменных и ее дуальная принадлежат одному классу аффинной эквивалентности.

1. Carlet C. Boolean functions for cryptography and error-correcting codes // Boolean models and methods in mathematics, computer science, and engineering. N. Y. : Cambridge Univ. Press, 2010. P. 257–397.

2. Токарева Н. Н. Группа автоморфизмов множества бент-функций // Дискрет. матем. 2010. Т. 22, № 4. С. 34–42.

Научный руководитель – канд. физ.-мат. наук Токарева Н. Н.

О взаимно однозначных векторных булевых функциях в полиномиальном представлении

Милосердов А. В.

Новосибирский государственный университет

Известно, что многие криптографические булевы функции находятся с помощью алгебраического представления – в виде полиномов над конечными полями характеристики 2. Например, APN-функции, бент-функции и другие, которые используются в узлах замены современных шифров. При этом свойства таких функций существенно зависят от конкретного n . В то же время для работы с криптографическими булевыми функциями часто требуется их комбинаторное представление – в виде алгебраической нормальной формы (или полинома Жегалкина), позволяющее напрямую оперировать с такими характеристиками булевой функции, как ее степень, вес, зависимость от переменных.

Любая функция $f: F_2^n \rightarrow F_2^n$ представляется единственным образом в виде полинома от x степени не более, чем $2^n - 1$.

В работе исследуются взаимосвязи между комбинаторным и алгебраическим представлениями взаимно однозначных векторных булевых функций [1]. Исследуются взаимно однозначные функции $f: F_2^n \rightarrow F_2^n$ вида $f(x) = \alpha^k x^i + x^j$, где α – примитивный элемент поля F_2^n , и выполняется $0 < i, j < 2^n - 1$, $i \neq j$.

Утверждение. Если функция $f(x) = \alpha^k x^i + x^j$ взаимно однозначна, то $\text{НОД}(i - j, 2^n - 1)$ не делит $\text{НОД}(k, 2^n - 1)$.

Теорема. Для любого составного n существует взаимно однозначная функция вида $f(x) = \alpha^k x^i + x^j$.

1. Christopher J. Shallue Permutation polynomials of finite fields. Honours Project, Monash University, 2012.

Научный руководитель – канд. физ.-мат. наук, доц. Токарева Н. Н.

**Численная реализация метода максимума согласования
для восстановления зависимостей по интервальным данным**

Мисюра В. А., Шабанов А. А.
Новосибирский государственный университет

Рассматривается задача восстановления зависимостей по данным, имеющим интервальную неопределённость, когда нам известны лишь нижние и верхние границы возможных значений величин. По набору измерений входов и выходов некоторой системы требуется найти или как-то оценить значения ее параметров. Мы исследуем случай линейной зависимости между входом и выходом.

Эта задача может быть сведена к решению интервальной системы линейных алгебраических уравнений, построенной по данным задачи. Более точно, мы ищем «наиболее представительную точку» из множества решений интервальной линейной системы или, в случае его пустоты, точку, на которой максимизируется «согласование» левой и правой частей системы уравнений. В этом состоит метод максимума согласования, предложенный для решения задачи восстановления зависимостей по интервальным данным в [1; 2].

Для нахождения требуемой точки разработан численный алгоритм, основанный на применении методов интервального анализа и использующий интервальное оценивание области значений целевой функции по подмножествам области определения вместе с ее адаптивным дроблением.

Преимуществом предложенного метода является возможность использовать его и для систем с невыпуклыми множествами решений, в отличие от применявшегося ранее субградиентного метода, который существенно опирается на выпуклость множеств решений.

-
1. Шарый С. П. Разрешимость интервальных линейных уравнений и анализ данных с неопределенностями // Автоматика и телемеханика. 2012. № 2. С. 111–125.
 2. Шарый С. П., Шарая И. А. Распознавание разрешимости интервальных уравнений и его приложение к анализу данных.
 3. Шор Н. З., Журбенко Н. Г. Метод минимизации, использующий операцию растяжения пространства в направлении разности двух последовательных градиентов // Кибернетика. 1971. № 3. С. 51–59.

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук Шарый С. П.

Алгоритмы с оценками для задачи сбалансированной кластеризации

Моткова А. В.

Новосибирский государственный университет

Рассматривается NP-трудная в сильном смысле [1]

Задача. Дано: множество $Y = \{y_1, \dots, y_N\}$ точек из \mathbb{R}^q и натуральное число M . Найти разбиение множества Y на кластеры C и $Y \setminus C$ такие, что

$$|C| \sum_{y \in Y} \|y - \bar{y}(C)\|^2 + |Y \setminus C| \sum_{y \in Y \setminus C} \|y\|^2 \rightarrow \min,$$

где $\bar{y}(C) = \frac{1}{|C|} \sum_{y \in C} y$ – геометрический центр (центроид) подмножества C при ограничении $|C| = M$.

Исследование мотивировано слабой изученностью задачи в алгоритмическом плане и ее актуальностью для многих приложений, среди которых, в частности, проблемы кластерного анализа данных, проблемы интерпретации данных, проблемы геометрии, статистические проблемы совместного оценивания и проверки гипотез по неоднородным выборкам.

В настоящей работе для этой задачи предложены алгоритмы с гарантированными оценками качества (точности и временной сложности).

Алгоритм \mathcal{A}_1 находит 2-приближенное решение задачи за время $\mathcal{O}(qN^2)$.

Алгоритм \mathcal{A}_2 для заданной относительной погрешности ε позволяет находить $(1 + \varepsilon)$ -приближенное решение за время $\mathcal{O}(qN^2(\sqrt{2q/\varepsilon} + 1)^q)$. В случае, когда размерность q пространства ограничена константой, алгоритм реализует полностью полиномиальную аппроксимационную схему (FPTAS) и время его работы оценивается величиной $\mathcal{O}(N^2(1/\varepsilon)^{q/2})$.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проекты 16-31-00186-мол-а, 16-07-00168).

1. Кельманов А. В., Пяткин А. В. NP-трудность некоторых квадратичных евклидовых задач 2-кластеризации // Докл. АН. 2015. Т. 464, № 5. С. 535–538.

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук, ст. науч. сотр. Кельманов А. В.

Вычислительно эффективный алгоритм ансамблевого кластерного анализа

Новиков И. А.

Новосибирский государственный университет

В задаче ансамблевого кластерного анализа рассматривается комбинирование нескольких алгоритмов кластеризации. Ряд алгоритмов ансамблевого кластерного анализа [3] использует представление данных в виде матрицы коассоциации [1; 3]

$$H_{ij} = \sum_l w_l H_l(i, j)$$

$H_l(i, j) = 1$, если l -й алгоритм поместил i -ю и j -ю точку в один кластер и 0 иначе. $w_l > 0$ – весовая функция, выражающая качество l -го разбиения.

Размерность матрицы коассоциации равна N^2 , где N – число точек в задаче. Ограниченность вычислительных ресурсов приводит к ограничению на мощность множества точек. В данной работе предлагается сохранять все точки, в качестве альтернативы поиску информативного подмножества [1]. Для повышения вычислительной эффективности предлагается использовать более компактное представление с помощью иерархических матриц [2]. Пусть A – произвольная матрица на некотором уровне иерархии. Она делится на блоки, затем часть блоков аппроксимируется матрицами более низкого ранга. Рассмотрим блок $A_{J \times J}$, где $J \subset I = \{1, \dots, M\}$ – поднабор множества индексов. Матрица $A_{J \times J}$ далее аппроксимируется матрицей B :

$$\text{rank } B = k < |J| = n$$

В результате размерность представления и сложность операций сложения и умножения уменьшается до $O(n)$ при фиксированном k . Низкоранговая аппроксимация B матрицы A может быть, в частности, выполнена с помощью сингулярного разложения:

$$A = U \Sigma V^* \Rightarrow B = U \Sigma_1 V^*$$

Σ_1 получена из Σ заменой $n-k$ наименьших сингулярных чисел нулями.

1. Berikov V., Pestunov I. Ensemble clustering based on weighted co-association matrices: Error bound and convergence properties // Pattern recognition. Vol. 63. March 2017. P. 427–436.

2. Hackbusch W. A Sparse Arithmetic based on \mathcal{H} -matrices. Part 1: Introduction to \mathcal{H} -matrices // Computing. 1999. P. 62:89–108.

3. Nguyen N., Caruana R. Consensus clusterings. URL: http://www.cs.cornell.edu/~nhnguyen/consensusclustering_long.pdf

Научный руководитель – д-р техн. наук, доц. Бериков В. Б.

Максимальные метрически регулярные множества в булевом кубе

Облаухов А. К.

Новосибирский государственный университет

В работе изучаются *метрически регулярные* подмножества булева куба. *Метрическим дополнением* [1] множества называется множество векторов булева куба, максимально удаленных от него в метрике Хэмминга. Множество A называется *метрически регулярным*, если метрическое дополнение его метрического дополнения совпадает с самим A .

Задача исследования максимальных (по мощности) метрически регулярных множеств тесно связана с исследованиями *бент-функций*, множество которых является метрически регулярным. Бент-функции часто используются в криптографии, однако многие связанные с ними задачи остаются открытыми. В частности, задача о количества бент-функций.

В работе задача поиска максимального метрически регулярного множества сведена к одной известной задаче теории кодирования и получены нижние оценки на мощность метрически регулярных множеств с фиксированным расстоянием.

Теорема. Пусть A, B – пара метрически регулярных множеств, являющихся метрическими дополнениями друг друга. Тогда существует пара метрически регулярных множеств A_1, B_1 таких, что A содержится в A_1 , B содержится в B_1 , а A_1 и B_1 являются метрическими дополнениями друг друга и расстояние между ними равно единице.

Следствие. Максимальное по мощности нетривиальное метрически регулярное множество удалено от своего метрического дополнения на расстояние 1 и совпадает с метрическим дополнением минимального по мощности покрывающего кода радиуса 1.

Таким образом, задача поиска максимального метрически регулярного множества эквивалентна задаче поиска минимального покрывающего кода радиуса 1. В общем случае это открытая проблема. Однако фиксацией расстояния между множествами мы получаем интересную подзадачу.

Утверждение. Пусть A, B – пара метрически регулярных множеств в булевом кубе, являющихся метрическими дополнениями друг друга и отстоящих друг от друга на расстояние d , а M, N – мощности этих множеств соответственно. Тогда $M + N \geq \frac{2^{n+1}(n-2)}{n(n-1)^{d-1}+n-4}$, где n – размерность булева куба.

1. Облаухов А. К. О метрическом дополнении подпространств булева куба // Дискретн. анализ и исслед. опер. 20016. Т. 23:3. С. 93–106.

Оптимальные линейные коды для технологии цифровой сотовой связи CDMA

Одиноких Н. С.

Новосибирский государственный университет

Code Division Multiple Access (CDMA) – это технология мобильной связи, основанная на кодовом разделении канала. Для оценки качества сигнала в CDMA вводится понятие коэффициента отношения пиковой и средней мощностей сигнала (Peak-to-Average Power Ratio). Многие задачи, связанные с CDMA, направлены на снижение коэффициента PAPR, так как высокие значения коэффициента ведут к необходимости использования дорогих усилителей. Векторами, на которых достигается минимальное значение PAPR, являются вектора значений бент-функций. Бент-функция – это булева функция от четного числа переменных, находящаяся на наибольшем расстоянии от аффинных функций. Бент-функции имеют множество применений в криптографии [1]. Линейный код длины 2^n будем называть кодом постоянной амплитуды для бент-функции f от n переменных, если сдвиг вектора значений f на любой кодовый вектор оставляет функцию в классе бент-функций.

В работе исследуются свойства бент-функций, лежащих в классе Мэйорана – МакФарланда. Предложена конструкция оптимального (максимального по размерности) кода постоянной амплитуды для бент-функции $x_1x_{n+1} + \dots + x_nx_{2n}$. Доказываются следующие утверждения.

Теорема. Размерность оптимального кода постоянной амплитуды для бент-функции $x_1x_{n+1} + \dots + x_nx_{2n}$ от $2n$ переменных равна $2^{n+1}-1$. Данная размерность является максимальной среди размерностей всех оптимальных кодов для функций из класса Мэйорана – МакФарланда.

Утверждение. Количество различных оптимальных кодов постоянной амплитуды размерности $2^{n+1}-1$ не меньше, чем $(n/2)!$.

1. Tokareva N. Bent functions: results and applications to cryptography // Acad. Press. Elsevier. 2015. 220 p.

Научный руководитель – канд. физ.-мат. наук, доц. Токарева Н. Н.

Гамильтоновость 3-Big Pancake графа

Панкратова А. А.

Новосибирский государственный университет

3-Big Pancake граф порядка $n!$ определяется на симметрической группе Sym_n перестановок $\pi = [\pi_1 \pi_2 \dots \pi_n]$, где $\pi_i = \pi(i)$ для любого $i \in \{1, \dots, n\}$, с порождающим множеством $PR = \{r_i \in Sym_n, n-2 \leq i \leq n\}$ трех больших префикс-реверсалов r_i , меняющих порядок элементов внутри интервала $[1, i]$ перестановки π при умножении на нее справа.

Понятие 3-Big Pancake графа введено Дж. Савадой и А. Вильямсом в статье [1], где они выдвинули гипотезу, основанную на гипотезе Ловаса [2].

Гипотеза (Л. Ловас, 1970). *Любой связный граф Кэли с числом вершин не менее трех имеет гамильтонов цикл.*

Гипотеза (Дж. Савада, А. Вильямс, 2016). *В 3-Big Pancake графе для любого $n \geq 4$ существует циклический код Грея.*

3-Big Pancake граф является подграфом Pancake графа P_n , порожденного всеми префикс-реверсалами. Известно [3, 4], что в P_n существует код Грея, соответствующий гамильтонову циклу, порожденному жадной последовательностью $\{r_n, r_{n-1}, r_{n-2}, \dots, r_2\}$.

В работе исследуется структура как больших циклов, так и циклов малой длины 3-Big Pancake графа. Дан положительный ответ на гипотезу Савады – Вильямса для графов начальных порядков. Данный результат получен с помощью компьютерного анализа с использованием эвристического алгоритма «перекусывания хвостов», позволяющего найти гамильтонов цикл в кубическом графе. Кроме этого, проверяется предположение об использовании жадных последовательностей при построении гамильтонова цикла в этом графе.

1. Savada J., Williams A. Successor rules for flipping pancakes and burnt pancakes // Theoretical Computer Science. 2016. Vol. 609. P. 60–75.

2. Lovász L. Problem 11 // Combinatorial structures and their applications, Gordon and Breach. N. Y., 1970. P. 243–246.

3. Williams A. The greedy gray code algorithm // LNCS. 2013. Vol. 8037. P. 525–536.

4. Williams A., Savada J. Greedy Pancake flipping // Electron. Notes Discrete Math. 2013. Vol. 44. P. 357–362.

Научный руководитель – канд. техн. наук, доц. Константинова Е. В.

Векторные булевы функции с максимальной компонентной алгебраической иммунностью

Покрасенко Д. П.

Новосибирский государственный университет

Важным криптографическим свойством булевых функций является алгебраическая иммунность, которая была введена W. Meier, E. Pasalic, C. Carlet в 2004 г., в работе [1]. Алгебраической иммунностью $AI(f)$ булевой функции f называется минимальное число d такое, что существует булева функция g степени d , не тождественно равная нулю, при умножении которой на f или на $f+1$ получается тождественный ноль.

Данное понятие различными способами было обобщено на векторный случай. Одним из наиболее естественных обобщений является понятие компонентной алгебраической иммунности, введенное C. Carlet в 2009 г. Компонентной алгебраической иммунностью векторной булевой функции F , действующей из Z_2^n в Z_2^m , называется минимальная алгебраическая иммунность компонентных функций bF .

$$AI_{comp}(F) = \min\{AI(bF) | b \in Z_2^m, b \neq 0\}, \text{ где } bF = b_1f_1 \oplus \dots \oplus b_mf_m$$

Причем для векторных булевых функций всегда справедлива следующая оценка

$$AI_{comp}(F) \leq \left\lceil \frac{n}{2} \right\rceil.$$

Данная работа посвящена изучению условий существования векторных булевых функций с максимальной компонентной алгебраической иммунностью, то есть функций на которых данная оценка достигается.

В ходе изучения данного вопроса было доказано.

Утверждение. Векторная булева функция имеет максимальную компонентную алгебраическую иммунность только для таких n , m , для которых выполняется следующее условие

$$m \leq 2^{\left\lceil \frac{n+1}{2} \right\rceil} - 1.$$

Если при этом n – нечетное, то имеет место более строгая оценка

$$m \leq n.$$

1. Meier W., Pasalic E., Carlet C. Algebraic attacks and decomposition of Boolean functions. // Eurocrypt. 2004. Lecture Notes in Computer Science. 2004. Vol. 3027. P. 474–491.

Научный руководитель – канд. физ.-мат. наук Токарева Н. Н.

Построение ациклических туров в регулярных графах и задача об m коммивояжерах

Савин С. А., Науменко А. Б.

Православная гимназия Игнатия Брянчанинова, г. Новосибирск

Среди задач маршрутизации все большую известность приобретает задача об m коммивояжерах (m -PSP), обобщающая классическую задачу коммивояжера (TSP) и состоящая в поиске в полном взвешенном графе m реберно непересекающихся гамильтоновых циклов экстремального суммарного веса. Так как все содержательные постановки задач TSP и m -PSP являются NP-трудными, то актуально построение для них эффективных приближенных алгоритмов с гарантированными оценками точности.

Для задачи одного коммивояжера на максимум (TSP-max) наилучшую на сегодня оценку точности $4/5$ имеет алгоритм из [1], для задачи 2-PSP-max – алгоритм с оценкой $7/9$ [3], а для 3-PSP-max – алгоритм с оценкой $2/3$ [4].

Наша цель – разработать для задачи 3-PSP-max полиномиальный алгоритм с гарантированной оценкой точности $3/4$, улучшив результат [4]. Алгоритм реализует идею построения гамильтоновых циклов из ациклических частичных туров [2]. В настоящий момент нами доказана ключевая лемма о существовании ациклического частичного тура в 6-регулярном графе.

1. Dudycz S., Marcinkowski J., Paluch K., Rybicki B. A $4/5$ -Approximation Algorithm for the Maximum Traveling Salesman Problem. arXiv:1512.09236v2 [cs.DS].

2. Гимади Э. Х., Глазков Ю. В., Глебов А. Н. Приближенные алгоритмы решения задачи о двух коммивояжерах в полном графе с весами ребер 1 и 2 // Дискрет. анализ и исслед. операций. Сер. 2. 2007. Т. 14, № 2. С. 41–61.

3. Глебов А. Н., Замбалаева Д. Ж. Полиномиальный алгоритм с оценкой точности $7/9$ для задачи о двух коммивояжерах на максимум // Дискрет. анализ и исслед. операций. 2011. Т. 18, № 4. С. 17–48.

4. Быков М. А. Полиномиальный $2/3$ -приближенный алгоритм для задачи о трех коммивояжерах на максимум // Выпускная квалификационная работа бакалавра. ММФ НГУ. 2015.

Научный руководитель – канд. физ.-мат. наук Глебов А. Н.

Алгоритм локального поиска для задачи конкурентного размещения предприятий

Смородинов Т. В.

Новосибирский государственный университет

Работа посвящена следующей задаче размещения предприятий для двух конкурирующих сторон (Лидера и Последователя). Имеется конечное число мест, где стороны открывают свои предприятия последовательно, сначала Лидер, а затем Последователь. Каждый потребитель, исходя из собственных предпочтений, выбирает для своего обслуживания ровно одно предприятие и тем самым приносит доход одной из сторон. Требуется найти размещение предприятий Лидера, обеспечивающее ему максимальную прибыль с учетом некооперативного поведения Последователя.

Решаемая задача в вычислительном плане является более трудной, чем NP-полные задачи, что обосновывает разработку приближенных алгоритмов. Идея локального поиска является одной из наиболее перспективных в этом направлении. Однако вычисление целевой функции Лидера в рассматриваемой модели является трудоемкой процедурой, поскольку подразумевает решение задачи Последователя. Для сокращения вычислительных затрат при просмотре промежуточных решений предлагаемый метод использует оценки целевой функции Лидера, получаемые с использованием приближенных решений задачи Последователя. Данные решения строятся с применением алгоритмов машинного обучения.

Для каждой из компонент решения Последователя значения «0» либо «1», принимаемые ею, рассматриваются в качестве пометок классов. В качестве признаков выступают значения компонент решения Лидера. На подготовительном этапе строится обучающая выборка, когда для некоторого набора решений Лидера задача Последователя решается точно. Во время работы локального поиска приближенные решения Последователя строятся на основе результатов прогноза обученных на данной выборке классификаторов.

Для исследования возможностей предлагаемого подхода проведены численные эксперименты с искусственно полученными входными данными.

Научный руководитель – канд. физ.-мат. наук Мельников А. А.

Анализ и сложность символьных последовательностей из специальных классов

Таранов Н. О.

Новосибирский государственный университет

Исследуется последовательность слов, каждое из которых (кроме начального) получается операцией перестановки четырех последовательных блоков предыдущего слова в соответствии с некоторой заранее фиксированной перестановкой длины четыре.

Рассматривались вопросы: порождаются ли последовательности, определяемые пошаговой конкатенацией таких слов, некоторым морфизмом, периодичны ли они, какова сложность сборки слов последовательности. Получены следующие результаты.

Теорема 1. *Последовательность периодична тогда и только тогда, когда определяющая ее перестановка тождественна.*

Теорема 2. *Для любой последовательности, определяемой произвольной перестановкой, существует (и находится) равноблочный морфизм, порождающий эту последовательность.*

Также для каждой из перестановок найдена суффиксная сложность слов, определяемых этой перестановкой. Интересным представляется тот факт, что суффиксную сложность для слов большой длины можно найти, зная значения суффиксной сложности слов, определяемых лишь несколькими первыми членами последовательности. Например, пусть i -ое слово последовательности есть w_i , и $D = L(w_2) - L(w_1)$, где $L(w)$ – суффиксная сложность слова w . Тогда справедлива

Теорема 3. *Если порождающий морфизм обратим, то для любого натурального k справедливо равенство $L(w_k) = 4 + (k-1)D - 1$.*

Теорема 3 и значения суффиксной сложности позволяют доказывать оптимальность (по числу выполняемых конкатенаций) предложенного алгоритма сборки слов последовательностей рассматриваемого класса.

1. Евдокимов А. А., Левин А. А. Графические модели и комбинаторика генетических и математических символьных последовательностей: вычислительные технологии. Новосибирск, 2002. Т. 7. С. 274–278.

Научный руководитель – канд. физ.-мат. наук, проф. Евдокимов А. А.

Приближенный алгоритм для несимметричной задачи о трех коммивояжерах на максимум

Токтохоева С. Г.

Новосибирский государственный университет

В последнее время наряду с классической задачей коммивояжера (TSP) в работах некоторых авторов рассматривается более общая задача об m коммивояжерах (m -PSP). В настоящей работе исследуется несимметричная задача о трех коммивояжерах на максимум, в которой требуется найти в полном взвешенном ориентированном графе три реберно непересекающихся ориентированных гамильтоновых цикла максимального суммарного веса (задача 3-APSP-max). Известно, что все содержательные постановки задач TSP и m -PSP являются NP-трудными. Поэтому актуальным является построение для них эффективных приближенных алгоритмов с гарантированными оценками точности.

В этом направлении для несимметричной задачи на максимум были получены следующие результаты: алгоритм с оценкой точности $2/3$ для задачи одного коммивояжера (ATSP-max) [1] и алгоритм с такой же оценкой точности для задачи о двух коммивояжерах (2-APSP-max) [2].

Целью данной работы является разработка алгоритма с оценкой точности $3/5$ и кубической оценкой временной сложности для задачи 3-APSP-max. Как и алгоритм в [2], данный алгоритм основан на построении специальной раскраски ребер графа и на последующем выделении трех реберно непересекающихся частичных туров (наборов цепей) достаточно большого веса. К настоящему времени проведена основная работа по построению упомянутых выше частичных туров необходимого веса и разрабатывается процедура по замыканию этих туров в непересекающиеся гамильтоновы циклы.

Работа поддержана грантом РФФИ № 16-01-00108.

1. Kaplan H., Lewenstein M., Shafrir N., Sviridenko M. Approximation algorithms for asymmetric TSP by decomposing directed regular multigraphs // JACM. 2005. Vol. 52, № 4. P. 602–626.

2. Глебов А. Н., Замбалаева Д. Ж., Скретнева А. А. $2/3$ -приближенный алгоритм для несимметричной задачи о двух коммивояжерах на максимум // Дискрет. анализ и исслед. операций. 2014. Т. 21, № 6. С. 11–20.

Научный руководитель – канд. физ.-мат. наук Глебов А. Н.

Численное исследование свойств метода IWD

Туголуков А. В.

Бурятский государственный университет, г. Улан-Удэ

Глобальная оптимизация на сегодняшний день имеет большое значение для науки, так как множество задач в науке сводится к оптимизации функций. Задачи глобальной оптимизации возникают и решаются повсеместно в практических областях человеческой деятельности, что связано как с ростом вычислительных мощностей, так и со сложностью решаемых задач. Многие алгоритмы глобальной оптимизации, описанные в различных сборниках статей, задают некоторую гибкость введением различных параметров, изменение которых, так или иначе, меняет их точность и скорость работы. В работе рассматривается один из прямых методов глобальной оптимизации.

Intelligent Water Drops Algorithm (Алгоритм капель воды) [1] представляет собой популяционный алгоритм глобальной поисковой оптимизации. Данный метод основан на поведении капель воды в реке, ищущей путь от источника к месту назначения. Рассматриваемая реализация алгоритма имеет 2 главных параметра: velocity (скорость) и soil (почва). Различные значения этих параметров в совокупности изменяют эффективность алгоритма.

Реализованная версия алгоритма была протестирована на наборе тестовых функций, имеющих различные экстремальные характеристики. В работе описаны наиболее оптимальные значения параметров алгоритма, найденные экспериментальным путем.

В результате был реализован алгоритм капель воды и включен в разработанный фреймворк глобальной оптимизации [2].

1. Shah-Hosseini H. The intelligent water drops algorithm: a nature-inspired swarm-based optimization algorithm // International Journal of Bio-Inspired Computation. 2009. Т. 1. № 1–2. С. 71–79.

2. URL: <https://github.com/GlobOptFramework/GlobalOptimization>

Научный руководитель – канд. техн. наук Хандаров Ф. В.

Алгоритм поиска с запретами для оптимизации линейной функции на границе Парето

Фишман Д. С.

Новосибирский государственный университет

Задача оптимизации линейной функции на дискретном множестве эффективных решений является одной из интереснейших алгоритмических проблем в связи со сложностью множества, на котором осуществляется оптимизация. На данный день известен точный метод решения этой задачи [1], на каждой итерации которого решаются вспомогательные задачи достаточно сложной структуры. В настоящей работе мы попытались усовершенствовать этот метод, получив аппроксимацию границы Парето. Интерес к этой задаче связан с поиском кооперативных и некооперативных решений в задачах двухуровневого программирования.

Для решения задачи разработан новый точный алгоритм, являющийся комбинацией локального поиска с запретами [2] и уже упомянутого точного метода. Поиск с запретами применяется для нахождения эффективных решений или близких к ним по свертке целевых функций. Коэффициенты в этой свертке меняются адаптивным образом в зависимости от получаемых значений оптимизируемой функции. Локальный поиск с запретами использует стандартные окрестности *Flip* и *Swap*, а в качестве списка запретов – набор решений за несколько последних шагов алгоритма. Разработана программа на языке C++. Приводится сравнение разработанного алгоритма с ранее известным методом на примере задачи о (г|р)-центроиде с двумя целевыми функциями у конкурента. Показано преимущество нового подхода.

-
1. Jesu's M. Jorge An algorithm for optimizing a linear function over an integer efficient set // European J. Oper. Res. 2009. Vol. 195. P. 98–103.
 2. Ерзин А. И., Кочетов Ю. А. Задачи маршрутизации. НГУ, 2014.

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук, проф. Кочетов Ю. А.

Порождение кодов Грея с заданным спектром

Хабаров И. В.

Институт математики СО РАН, г. Новосибирск
Новосибирский государственный университет

Кодом Грея размерности n называется гамильтонов цикл в булевом кубе размерности n . Коды Грея имеют широкое применение и являются объектом активного исследования. Одной из их характеристик является спектр – упорядоченный набор чисел, определяемый направлениями ртбер цикла в булевом n -кубе.

Рассматривается нерешенная задача, сформулированная Д. Э. Кнудом в [1]:

Известны необходимые условия того, что последовательность чисел a является спектром кода Грея размерности n :

- 1) a_i – неотрицательное четное число для любого $i = 1, \dots, n$;
- 2) $a_1 + a_2 + \dots + a_n = 2^n$;
- 3) $a_1 + a_2 + \dots + a_k \leq 2^k$.

Суть задачи состоит в том, чтобы доказать, что эти условия являются достаточными для существования кода Грея с заданным спектром или показать обратное.

Целью данной работы является решение задачи для размерности 8. Ввиду несостоятельности переборного подхода, для решения задачи используется конструктивный подход, в качестве инструментов применяются конструкции Потапова и Рамаса. В ходе работы, возможно, удастся полностью решить данную задачу для любой размерности на основе Теоремы 1 из [2].

1. Knuth D. E. The art of computer programming. Addison-Wesley, 2004. Vol. 4.

2. Потатов В. Н. Построение гамильтоновых циклов с заданным спектром направлений ребер в булевом n -мерном кубе // Дискретный анализ и исследование операций. 2012. Т. 19, № 2. С. 75–83.

Научный руководитель – канд. физ.-мат. наук Пережогин А. Л.

О спектре Star графа

Хомякова Е. Н.

Новосибирский государственный университет

Спектром графа называется набор собственных значений его матрицы смежности. В редких случаях удается найти графы, имеющие целочисленный спектр. К таким графам относятся так называемые Star графы, являющиеся графами Кэли на симметрической группе всех перестановок длины n , порожденные набором попарно некоммутирующих транспозиций. Star граф St_n имеет матрицу смежности порядка $n!$, что делает задачу нахождения кратностей собственных значений этого графа нетривиальной.

В ходе исследования был описан метод, позволяющий получать аналитические формулы для вычисления кратностей собственных значений Star графа. Этот метод базируется на теории представлений симметрической группы с использованием таблиц Юнга [1–2]. Согласно полученным результатам, была доказана следующая теорема.

Теорема. Пусть $n > 1$ и $0 < t < n/2$, тогда $(n-t)$ является собственным значением Star графа St_n и его кратность выражается многочленом от n степени $2(t-1)$.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ 15-01-05867.

1. Avgustinovich S. V., Khomyakova E. N., Konstantinova E. V. Multiplicities of eigenvalues of the Star graph // Sib. Electron. Math. Reports 2016. Vol. 13. P. 1258–1270.

2. Khomyakova E. N., Konstantinova E. V. Note on exact values of multiplicities of eigenvalues of the Star graph // Sib. Electron. Math. Reports. 2016. Vol. 12. P. 92–100.

Научный руководитель – канд. техн. наук, доц. Константинова Е. В.

Экспериментальное исследование возможностей анализа текста на основе языка UNL

Юрганов А. А.

Новосибирский государственный университет

Universal Networking Language – декларативный формальный язык, спроектированный для представления семантических данных, извлекаемых из текстов на естественном языке.

Как и обычный язык, UNL имеет свою лексику и грамматику. Лексика UNL представлена совокупностью так называемых универсальных слов, представляющих некие концепты. Поскольку, в силу статуса языка международного общения, в основу UNL положен английский язык, универсальные слова выражаются соответствующими английскими словами или словосочетаниями.

В грамматику UNL входит перечень возможных семантических отношений между универсальными словами, обозначаемых с помощью специальных меток, а также набор вероятных параметров для универсальных слов, служащих для выражения грамматических и прагматических свойств предложения.

В контексте данной работы нас интересует только отношение «icl>please>be». Оно выражает наследование свойств между универсальными словами. Если рассматривать данную последовательность отношений в качестве дерева, то можно понять, что глагол «please» (позитивно относиться к чему-либо) будет для глагола «like» непосредственным родителем, а «be» – вершиной всего дерева глаголов.

Приложение, разработанное в ходе данного исследования, предназначено для выявления различных характеристик текста. Таких как средняя сложность, количество гиперонимов (слов верхнего уровня) и их распределение частот. А также других вспомогательных параметров.

Веб-приложение разрабатывается с использованием синтаксического анализатора, преобразованного словаря unl на основе метода вложенных множеств (Nested Set). Для реализации приложения применяются языки HTML, PHP и JavaScript.

Научный руководитель – д-р филол. наук, проф. Тимофеева М. К.

Convergence of the moments of the number of different elements in a sample in the infinite urn model

Evseeva V. O.
Novosibirsk State University

We consider an i.i.d. sample x_1, \dots, x_n , where random variables x_i take positive integer values.

$$P(x_i = j) = p_j, j > 0.$$

Denote by R_n the number of different sample elements.

$$R_n = \sum_{j=1}^{\infty} I\{\exists i, 1 \leq i \leq n: x_i = j\},$$

where $\mu_k = E(R_n - ER_n)^k$ is the k -th central moment of random variable R_n .

Theorem. *If $p_j = C(j, \alpha)j^\alpha, j > 0, \alpha > 1$ and $C(j, \alpha) \rightarrow C(\alpha) = C > 0$ as $j \rightarrow \infty$, then the following equivalents hold, as $n \rightarrow \infty$,*

$$\begin{aligned}\mu_2 &\sim n^{\frac{1}{\alpha}} C^{\frac{1}{\alpha}} \alpha^{-1} \int_0^{\infty} (e^{-t} - e^{-2t}) t^{-\frac{1}{\alpha}-1} dt. \\ \mu_3 &\sim n^{\frac{1}{\alpha}} C^{\frac{1}{\alpha}} \alpha^{-1} \int_0^{\infty} (-e^{-t} + 3e^{-2t} - 2e^{-3t}) t^{-\frac{1}{\alpha}-1} dt. \\ \mu_4 - 3\mu_2^2 &\sim n^{\frac{1}{\alpha}} C^{\frac{1}{\alpha}} \alpha^{-1} \int_0^{\infty} (e^{-t} - 7e^{-2t} + 12e^{-3t} - 6e^{-4t}) t^{-\frac{1}{\alpha}-1} dt.\end{aligned}$$

The obtained asymptotics have been confirmed by simulation.

Scientific Advisor – Prof. Kovalevskii A. P.

On existence of explicit asymptotically normal estimators of unknown parameters in a logarithmic regression problem

Kalenchuk A. A.
Novosibirsk State University

Let $\{Y_i\}_{i \leq n}$ be an observed sequence of random variables, $\{x_{0i}\}_{i \leq n}$ and $\{x_{ij}\}_{i \leq n, j \leq n}$ be known constants. Let they are connected by a relation

$$Y_i = \ln(x_{0i} + \sum_{j=1}^k \alpha_j x_{ij}) + \varepsilon_i, \quad i = 1, \dots, n,$$

where α is unknown k -dimensional parameter, $\{\varepsilon_i\}_{i \leq n}$ are unobservable independent and identically distributed random variables. The research objective is to get explicit estimator of the parameter α and investigate it.

Let \mathbf{x}_0 and \mathbf{z} are vectors with components $\{x_{0i}\}_{i \leq n}$ and $\{e^{Y_i}\}_{i \leq n}$ respectively. \mathbf{X} is a matrix with components $\{x_{ij}\}_{i \leq n, j \leq n}$. Introduce the class of statistics:

$$\hat{\alpha} = \frac{d\mathbf{x}_0 \left(\mathbf{A} \left(\mathbf{I} - \mathbf{x}_0 \frac{\mathbf{x}_0 \mathbf{b}}{\mathbf{b} \mathbf{x}_0} \right) \mathbf{X} \right)^{-1} \mathbf{A}(\mathbf{z} - \mathbf{x}_0 \mathbf{b} \mathbf{z})}{d\mathbf{z} - d\mathbf{X} \left(\mathbf{A} \left(\mathbf{I} - \mathbf{x}_0 \frac{\mathbf{x}_0 \mathbf{b}}{\mathbf{b} \mathbf{x}_0} \right) \mathbf{X} \right)^{-1} \mathbf{A}(\mathbf{z} - \mathbf{x}_0 \mathbf{b} \mathbf{z})},$$

where \mathbf{A} is a constant matrix, \mathbf{b} and \mathbf{d} are n -dimensional constant vectors such that $\det \left(\mathbf{A} \left(\mathbf{I} - \mathbf{x}_0 \frac{\mathbf{x}_0 \mathbf{b}}{\mathbf{b} \mathbf{x}_0} \right) \mathbf{X} \right) \neq 0$, $\mathbf{b} \mathbf{x}_0 \neq 0$ and $d\mathbf{x}_0 \neq 0$.

Theorem 1. Under appropriate assumptions $\hat{\alpha}$ is an asymptotically normal estimator of the unknown parameter α , i. e.

$$(\text{cov } \hat{\alpha})^{-1/2}(\hat{\alpha} - \alpha) \Rightarrow N_{(0, I)}.$$

Scientific advisor – dr. sci. (phys.-math), prof. Sakhanenko A. I.

On Gaussian approximation of weighted empirical processes

Sukhovershina O. A.
Novosibirsk State University

Let for each $n = 1, 2, \dots$ we have n independent random variables $\eta_{n1}, \dots, \eta_{nn}$ with values in the interval $[0, 1]$. We consider a weighted empirical distribution function

$$F_n(t) := \sum_{i \leq n} \alpha_{ni} \{\mathbf{I}(\eta_{ni} \leq t) - \mathbf{P}(\eta_{ni} \leq t)\}, \quad t \in [0, 1], \quad (1)$$

where $\alpha_{n1}, \dots, \alpha_{nn}$ are independent of $\{\eta_{ni}\}$ random weights satisfying the conditions

$$\sum_{i \leq n} \mathbf{E} \alpha_{ni}^2 = 1, \quad \sum_{i \leq n} \mathbf{E} |\alpha_{ni}|^3 \rightarrow 0, \quad \text{as } n \rightarrow \infty. \quad (2)$$

Denote by $W_n(t)$ an accompanying Gaussian process which has the same mean and covariance function as the weighted empirical process $F_n(t)$. And let $\Pi(F_n, W_n)$ be the Prokhorov distance between the distributions of the processes F_n and W_n .

Theorem 1. *For any $n = 1, 2, \dots$ the following inequality is satisfied:*

$$\Pi(F_n, W_n) \leq C \left(\sum_{i \leq n} \mathbf{E} |\alpha_{ni}|^3 \right)^{1/8},$$

where $C < \infty$ is an absolute constant.

This estimate also allows us to obtain Koul's theorem [1, p. 16] under more general assumptions. It improves the corresponding result from Corollary 1 in [2], where $\alpha_{ni} = d_{ni}$ were non random.

1. Koul Hira L. Weighted Empirical Processes in Dynamic Nonlinear Models. N.Y. : Springer-Verlag, 2002.

2. Sakhanenko A. I., Sukhovershina O. A. On accuracy of approximation in Koul's theorem for weighted empirical processes // Siberian Electronic Mathematical Reports. 2015. Vol. 12. P. 784–794.

Scientific advisor – dr. sci. (phys.-math), prof. Sakhanenko A. I.

**Constructing and investigation of statistical estimators
for pressure-derivative function**

Tsebukhovskaya E. L.
Novosibirsk State University

On some time interval T with step $h = h_n > 0$ we have $2n+1$ observations $\{Y_j\}_{j=0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm n}$, which can be represented in the following way:

$$Y_j = f(t_0 + jh) + \varepsilon_j, \quad j = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm n,$$

where the function $f(t)$ is supposed to be unknown, errors $\{\varepsilon_1\}_{i \leq n}$ are independent and identically distributed random variables with $E\varepsilon_1 = 0$ and $\text{Var } \varepsilon_1 = \sigma^2 > 0$.

There is needed to estimate at each point $t \in T$ pressure-derivative function $l(t) = \frac{d \log f(t)}{d \log t} = t \frac{f'(t)}{f(t)}$.

At this research we investigate the following estimator:

$$\hat{l}(t_0) = 6 t_0 \frac{\sum_{i=-n}^n i Y_i}{h_n(n+1)(2n+1) \sum_{i=-n}^n Y_i}.$$

Theorem 1. Suppose that function f is three times differentiable and that

$$h_n * n^{7/6} \rightarrow 0, \quad \text{when } n \rightarrow \infty.$$

Then $\hat{l}(t_0)$ is asymptotically normal estimator for $l(t_0)$, i. e.

$$\sqrt{\frac{2n^{3/2} h_n f(t_0)}{3 t_0 \sigma}} (\hat{l}(t_0) - l(t_0)) \Rightarrow N_{(0,1)}.$$

Scientific advisor – dr. sci. (phys.-math), prof. Sakhanenko A. I.

**Exponential inequalities for the distribution tails of von Mises statistics
based on dependent observations**

Tsydenov A. B.
Novosibirsk State University

Let $\{X_i, i \in \mathbb{N}\}$ be a stationary sequence of random variables, $f(t_1, \dots, t_d): \mathbb{R}^d \rightarrow \mathbb{R}$ be a measurable function, then normalized Mises statistics (or V -statistics) can be defined as follows:

$$V_n = n^{-d/2} \sum_{1 \leq i_1, \dots, i_d \leq n} f(X_{i_1}, \dots, X_{i_d}), n \in \mathbb{N},$$

where $d \geq 2$ and indices of summation i_k take all values independently of each other from 1 до n . Function f is called a kernel of Mises statistic.

A function f is called is canonical if

$$\mathbb{E}f(t_1, \dots, t_{k-1}, X_1, t_{k+1}, \dots, t_d) = 0$$

for every $k = 1, \dots, d$. We consider only the statistics with canonical kernels. In this case, the corresponding V -statistic is also called canonical.

Theorem. Let

1) stationary sequence of random variables $\{X_i, i \in \mathbb{N}\}$ satisfies ψ -mixing condition;

2) $\{X_i, i \in \mathbb{N}\}$ has uniform distribution on $[0,1]$;

3) f is defined on $[0,1]^d$, canonical and $|f(t_1, \dots, t_d)| \leq K = \text{const}$, $\forall (t_1, \dots, t_d) \in [0,1]^d$;

4) the number N of non-zero mixing coefficients is finite;
then for $t > t_0$ (explicit form of t_0 is given in the proof) we have

$$P(|V_n| > t) \leq \psi(0)\exp(-\gamma t^{1/d}),$$

where $\gamma = 2(2N(1 + \psi(0))^{1/2} K^{1/d} e)^{-1}$.

Scientific advisor – PhD Bystrov A. A.

**Характеристическая функция распределения вероятностей
суммарного объема заявок в двухфазной системе массового
обслуживания с простейшим входящим потоком**

Галилейская А. А.

Томский государственный университет

Двухфазные системы массового обслуживания (СМО) являются моделями, представляющими последовательную обработку данных. Такая СМО представляет собой линейную последовательность двух систем обслуживания, называемых фазами обслуживания, где выходящий поток первой системы является входящим для второй.

В данной работе рассматривается двухфазная СМО с неограниченным числом приборов, на вход которой поступает простейший поток с параметром λ . Предполагаем, что каждое требование характеризуется случайным объемом $v > 0$, и $G(y) = P\{v \leq y\}$ – функция распределения случайной величины v . Объемы различных требований независимы.

Считаем, что продолжительность обслуживания заявки на первой фазе имеет произвольную функцию распределения, одинаковую для всех приборов, которую обозначим $B_1(x)$, и на второй фазе – $B_2(x)$. После обслуживания на первой фазе заявка с тем же объемом переходит на вторую фазу, после обслуживания на второй фазе заявка покидает систему и «уносит» с собой свой объем.

Обозначим $V_k(t)$ – суммарный объем заявок на k -ой фазе в момент времени t , где $k = 1, 2$ – номер фазы.

В работе была получена характеристическая функция распределения вероятностей двумерного процесса $\{V_1(t), V_2(t)\}$ в стационарном режиме:

$$H(\alpha_1, \alpha_2) = \exp \{ \lambda b_1 [G^*(\alpha_1) - 1] + \lambda b_2 [G^*(\alpha_2) - 1] \},$$

где

$$b_1 = \int_0^\infty (1 - B_1(\tau)) d\tau, \quad b_2 = \int_0^\infty \left(B_1(\tau) - \int_0^\tau B_2(\tau - y) dB_1(y) \right) d\tau, \quad G^*(\alpha) = \int_0^\infty e^{j\alpha y} dG(y).$$

Научный руководитель – Лисовская Е. Ю.

Последовательный метод оценивания параметров модели непрерывной авторегрессии

Иващенко А. О.

Томский государственный университет

В задачах обработки временных рядов, идентификации, прогнозирования широко используются модели с непрерывным временем, описываемые стохастическими дифференциальными уравнениями. Как правило, параметры таких уравнений неизвестны, поэтому перед использованием модели для решения основных задач фильтрации, прогнозирования требуется идентифицировать параметры непосредственным оцениванием.

Для решения задач в неасимптотической постановке требуются методы, позволяющие контролировать точность оценок при малых объемах данных. В связи с этим успешно применяется последовательный анализ, который характеризуется тем, что длительность наблюдений не фиксируется заранее и определяется специальными правилами, определяемыми в ходе наблюдения процесса.

Рассматривается процесс диффузионного типа, заданный стохастическим дифференциальным уравнением

$$dX_t = \mu f(X, t)dt + \sigma_t dW_t, \quad (1)$$

где $W = (W_t^1, \dots, W_t^n)_{t \geq 0}$ – винеровский процесс, $f(X, t) = X_{t-1}$, $X_0 = 0$, μ – оцениваемый параметр, а σ_t – наблюдаемая функция.

Для оценивания параметров процесса диффузионного типа предлагается использовать оценку по методу максимального правдоподобия

$$\hat{\mu}_T = \frac{\int_0^T f(X, t) dX_t}{\int_0^T f^2(X, t) dX_t}. \quad (2)$$

Такая оценка обладает свойствами асимптотической нормальности и асимптотической эффективности.

В работе проводится имитационное моделирование для получения последовательных оценок параметров модели авторегрессии первого порядка с непрерывным временем, а также вычисления момента остановки и оптимального времени наблюдения системы. Также проводится сравнительный анализ результатов оценивания, полученных при использовании оптимального времени наблюдения и последовательного подхода к оцениванию.

Научный руководитель – канд. физ.-мат. наук Емельянова Т. В.

**Асимптотический анализ RQ-системы с нетерпеливыми заявками в
условии долгой терпеливости**

Осипович О. А.

Томский государственный университет

Системы массового обслуживания с повторными вызовами или RQ-системы (Retrial Queueing System) широко применяются для анализа и оптимизации различных телекоммуникационных систем, сетей мобильной связи, call-центров и других технических и экономических систем [1]. Характерной чертой таких моделей является наличие повторных обращений заявок к прибору после неудачной попытки обслуживания спустя некоторое случайное время. Такие ситуации могут быть вызваны не только отсутствием свободных серверов в моменты поступления заявок в систему, но и техническими причинами.

В настоящей работе построена и исследована математическая модель RQ-системы с нетерпеливыми заявками. Рассматривается однолинейная система, на вход которой поступает простейший поток заявок с параметром λ , время обслуживания каждой заявки распределено по экспоненциальному закону с параметром μ . Если поступившая заявка застаёт прибор свободным, то она занимает его для обслуживания, иначе переходит в источник повторных вызовов (ИПВ), где осуществляется случайная задержка, продолжительность которой имеет экспоненциальное распределение с параметром σ . Отличие рассматриваемой задачи от классических заключается в том, что заявка, которая находится в источнике повторных вызовов, после случайного времени, имеющего экспоненциальное распределение с параметром α , покидает систему. В работе получено асимптотическое распределение вероятностей числа заявок в источнике повторных вызовов для рассматриваемой системы.

1. Artalejo J. R., Falin G. I. Standard and retrial queueing systems: A comparative analysis // Revista Matematica Complutense. 2002. Vol. 15. P. 101–129.

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук, доц. Моисеева С. П.

Исследование системы $MMPP / GI / \infty$ с неограниченным числом обслуживающих приборов и случайным объемом заявок

Потатуева В. В.

Томский государственный университет

Системы массового обслуживания (СМО) с заявками случайного объема [1] позволяют решать задачи проектирования информационных систем, объектом преобразования в которых является информация, поступающая порциями в виде сообщений. Сообщения обладают различным информационным объемом, который представляет собой случайную величину. В настоящей работе построена и исследована математическая модель изменения объема требований, находящихся в системе вида $MMPP / GI / \infty$ в стационарном режиме.

СМО с неограниченным числом обслуживающих приборов, на вход которой поступает ММРР-поток, управляемый цепью Маркова $k(t)$ с конечным числом состояний, заданной матрицей инфинитезимальных характеристик Q , и матрицей условных интенсивностей λ . Продолжительность обслуживания заявки имеет произвольную функцию распределения, одинаковую для всех приборов $B(x)$. Каждое требование характеризуется некоторым случайным объемом v . Объемы различных требований являются независимыми случайными величинами с функцией распределения $G(y) = P\{v < y\}$.

В работе, с помощью просеянного потока [2], была получена система уравнений Колмогорова для процесса $\{i(t), V(t)\}$. С помощью асимптотического анализа была получена гауссовская аппроксимация для характеристической функции суммарного объема находящихся в системе требований

$$h_2(u) = \exp \left\{ jk_1 u a_1 b_1 + \frac{(u a_1)^2}{2} (k_1 b_1 + 2k_2 b_2) \right\}.$$

1. Тихоненко О. М. Моделирование процессов и систем обработки информации : курс лекций. Минск : БГУ, 2008. 148 с.

2. Назаров А. А., Моисеева С. П. Метод асимптотического анализа в теории массового обслуживания. Томск : Изд-во НТЛ, 2006. 112 с.

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук, доц. Моисеева С. П.

Асимптотика среднего времени пребывания траектории случайного блуждания выше удаляющейся криволинейной границы

Шефер Е. И.

Новосибирский государственный университет

Пусть ξ_1, ξ_2, \dots – независимые одинаково распределенные центрированные случайные величины с конечной дисперсией σ^2 . Набор случайных величин $\{S_k = \sum_{i=1}^k \xi_i, k = 1, 2, \dots, n\}$ будем называть траекторией случайного блуждания до момента времени n . Временем пребывания траектории случайного блуждания $\{S_k; k \leq n\}$ выше переменного уровня до момента времени n называется случайная величина $\tau_n := \sum_{k=1}^n I\{S_k > x(n)g(k/n)\}$, где $x = x(n)$ задает скорость удаления границы, а $g = g(k/n)$ определяет конфигурацию границы в зависимости от времени, $I\{\dots\}$ – индикатор события.

Получено асимптотическое представление при $n \rightarrow \infty$ математического ожидания $E\tau_n$ при следующих ограничениях: 1) $\frac{x(n)}{n} \rightarrow 0, \frac{x(n)}{\sqrt{n}} \rightarrow \infty$; 2) $Ee^{\lambda|\xi_1|} < \infty$ для некоторого $\lambda > 0$; 3) $0 < \delta < g(x) < L < \infty \forall x \in [0,1], g(1) = 1$; 4) $g^2(t)t^{-1}$ – невозрастающая функция на $(0,1]$; 5) $g \in C^2[0,1]$ и $\lim_{t \rightarrow 0} t^2 |g''(t)| = 0$.

Теорема. При выполнении условий 1)–5)

$$E\tau_n \sim \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{n^{\frac{5}{2}} \sigma^3}{x^3 |2g'(1) - 1|} e^{-n\Lambda(\frac{x}{n})},$$

где $\Lambda(z)$ – функция уклонений случайной величин ξ_1 .

Данное исследование является продолжением работы [1], где рассматривалась более узкая зона уклонений: $\frac{x(n)}{n^{2/3}} \rightarrow 0, \frac{x(n)}{\sqrt{n}} \rightarrow \infty$, а также обобщает результат работы [2], где рассматривался случай с прямолинейной границей, т. е. случай $g(t) \equiv 1$.

1. Шефер Е. И. О среднем времени пребывания случайного блуждания в области с криволинейной границей // Выпускная квалификационная работа бакалавра, мех.-мат. факультет НГУ. 2015.

2. Лотов В. И., Тарасенко А. С. Об асимптотике среднего времени пребывания случайного блуждания на полуоси // Изв. РАН. Сер. матем. 2015. Т. 79, № 3. С. 23–40.

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук, проф. Борисов И. С.

Численное исследование точности разностных схем для волновых уравнений

Анисимова А. С.

Новосибирский государственный университет

В работе численно исследуются разностные схемы различной точности. Схемы приводятся как для волновых уравнений, так и для волновых систем, переписанных в терминах «давление» – «скорость». Также в работе приводится исследование зависимости фазовой скорости от различных волновых чисел и шагов по пространству, так называемый «дисперсионный анализ». Приводятся результаты расчетов для начальных возмущений различной гладкости, для различных чисел Куранта. Исследование проведено на неравномерной сетке для однородных и неоднородных схем, аппроксимирующих одномерное волновое уравнение.

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук, проф. Лаевский Ю. М.

Численное моделирование гидравлического режима дельты реки Лена

Антипова Е. А.

Новосибирский государственный университет

Работа посвящена численному моделированию гидравлического режима дельты р. Лены на основе системы уравнений Сен-Венана, описывающих неустановившееся движение речного потока в одномерном приближении.

В качестве численного метода решения исходных дифференциальных уравнений используется абсолютно устойчивая неявная разностная схема. Реализация данного метода зависит от типа рассматриваемого разветвленного русла. При решении получившейся замкнутой системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) для разветвлений с «кольцами» учитывается структура одномерного графа «дерево», а для простых разветвлений без «колец» используется метод параметрической прогонки.

Для исследования сходимости численного решения к точному система уравнений Сен-Венана была сведена к параболическому уравнению конвекции-диффузии, описывающему перемещение паводковых волн. При постоянном коэффициенте диффузии и постоянной скорости конвекции полученное уравнение имеет аналитическое решение, которое было найдено с помощью метода Фурье. Это позволило выполнить сравнительный анализ полученного точного решения с численным.

С помощью математической модели неустановившегося движения был проведен вычислительный эксперимент по расчету расхода воды и уровня свободной поверхности для одной из главных судоходных протоков дельты р. Лены – Быковской протоке. Полученные результаты позволили перейти к рассмотрению всей сложно разветвленной дельты реки и рассчитать гидравлический режим основных протоков дельты в навигационный период с мая по октябрь. Можно утверждать, что используемая численная модель удовлетворительно описывает гидравлический режим дельты р. Лены.

Научный руководитель – канд. физ.-мат. наук Крылова А. И.

Численное исследование свойств метода Invasive Weed Optimization

Бастуев А. В.

Бурятский государственный университет, г. Улан-Удэ

Задачи глобальной оптимизации возникают и решаются повсеместно в практических областях человеческой деятельности, что связано как с ростом вычислительных мощностей, так и со сложностью решаемых задач. В данной работе реализован и исследован один из представителей семейства прямых методов оптимизации.

Invasive Weed Optimization (Сорняковый алгоритм) [1] представляет собой популяционный алгоритм глобальной поисковой оптимизации. Основным механизмом данного метода является естественный отбор наиболее приспособленных «сорняков».

Алгоритм был протестирован на наборе тестовых функций, имеющих различные экстремальные характеристики. Также экспериментальным путем получен оптимальный набор его параметров, на котором алгоритм показал лучшие результаты.

В результате был реализован сорняковый алгоритм и включен в разработанный фреймворк глобальной оптимизации [2].

1. Mallahzadeh A. R. R., Oraizi H., Davoodi-Rad Z. Application of the invasive weed optimization technique for antenna configurations // Progress In Electromagnetics Research. 2008. Vol. 79. P. 137–150.

2. URL: <https://github.com/GlobOptFramework/GlobalOptimization>

Научный руководитель – канд. техн. наук Хандаров Ф. В.

Регуляризация задачи продолжения решения с части границы уравнения Пуассона

Гаранина Ю. С.

Новосибирский государственный университет

В докладе рассматриваются методы регуляризации начально-краевой задачи для уравнения Пуассона (задача продолжения), описывающего стационарное распределение температуры.

Задачи продолжения относятся к некорректно поставленным задачам математической физики, основы теории которых были заложены в работах А. Н. Тихонова, М. М. Лаврентьева, В. К. Иванова, а также их учеников и последователей.

Рассматривается следующая задача в области $\Omega = \{(x, y, z): x \in (0, A), y \in (0, B), z \in (0, h)\}$:

$$(1) \begin{cases} \Delta u = F(x, y, z), x, y, z \in \Omega, \\ u_x|_{x=0} = u_x|_{x=A} = u_y|_{y=0} = u_y|_{y=B} = 0, \\ u|_{z=0} = f(x, y), \\ u_z|_{z=0} = g(x, y). \end{cases}$$

На части границы $x = 0$ тепловизором измеряется температура f и определяется поток тепла g . Задача продолжения (1) заключается в определении функции $u(x, y, z)$ в области Ω .

Регуляризация задачи (1) основана на сведении к обратной задаче [1–3]: найти неизвестное граничное условие при $x = h$ по дополнительной информации. Решение обратной задачи ищется градиентным методом минимизации целевого функционала [1, 2]. На каждом этапе итерационного процесса решается прямая и сопряженная задача. Получена формула градиента функционала. Представлены результаты численных расчетов. Показано, что номер итерации является параметром регуляризации.

1. Kabanikhin S. I., Karchevsky A. L. Method for solving the Cauchy problem for an elliptic equation // J. Inverse Ill-Posed Problems. 1995. Vol. 3, № 1. P. 21–46.

2. Kabanikhin S. I., Gasimov Y. S., Nurseitov D. B., Shishlenin M. A., Sholpanbaev B. B., Kasenov S. Regularization of the continuation problem for elliptic equations // J. Inverse and Ill-Posed Problems. 2013. Vol. 21, № 6. P. 871–884.

3. Marchuk I., Karchevsky A., Surtaev A., Kabov O. Heat flux at the surface of metal foil heater under evaporating sessile droplets // International J. of Aerospace Engineering. 2015. Article ID 391036.

Научный руководитель – канд. физ.-мат. наук Шишленин М. А.

Математическое моделирование переноса примеси в уличном каньоне

Грудович Л. Е.

Томский государственный университет

Для понимания процессов переноса выбросов автотранспорта, происходящих внутри городских кварталов, необходимо развитие и внедрение математических моделей, воспроизводящих эти процессы. Исследования такого рода актуальны для понимания микроклимата городов, полезны в планировании новых зданий и оценке зон повышенной экологической опасности. Поэтому представляемая работа посвящена построению и апробации двухмерной математической модели для исследования процессов переноса примеси в уличных каньонах.

С физической точки зрения рассматривается двухмерное стационарное движение воздуха над неоднородной подстилающей поверхностью с элементами крупномасштабной шероховатости. Элементы шероховатости представляют собой прямоугольные препятствия, размеры которых соизмеримы с размерами области исследования. Математическая модель включает в себя уравнение неразрывности, уравнения Навье – Стокса и уравнение переноса с заданными начальными и граничными условиями.

Численное решение системы дифференциальных уравнений в частных производных осуществляется на основе метода конечного объема с использованием разнесенной разностной сетки [1]. Аппроксимация конвективных членов уравнения переноса выполняется с использованием противопотоковой схемы. Аппроксимация диффузионных членов осуществляется с использованием центрально-разностной схемы второго порядка. Результатом дискретизации является неявная разностная схема второго порядка аппроксимации по пространству. Для согласования полей скорости и давления использовался метод SIMPLE. Решение систем линейных алгебраических уравнений, возникающих при дискретизации исходной дифференциальной задачи и в части согласования полей скорости и давления, будет осуществляться с использованием метода Зейделя.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Президента РФ № МК-1723.2017.5.

1. Патанкар С. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости / Пер. с англ. М. : Энергоатомиздат, 1984. 149 с.

Научный руководитель – канд. физ.-мат. наук Данилкин Е. А.

**Моделирование пучково-плазменного взаимодействия методом
«частиц-в-ячейках» на суперЭВМ**

Каргапольцева Е. С.

Новосибирский государственный университет

Для объяснения природы солнечных вспышек, а также для создания энергетического термоядерного реактора проводится моделирование взаимодействия мощного электронного пучка с высокотемпературной плазмой. Плазма в этом случае является существенно неравновесной, поэтому моделирование необходимо проводить в кинетическом приближении. В таком случае исключительно важен вопрос о точности используемых моделей. Таким образом, непосредственной целью работы является выяснение влияния количества модельных частиц и размера сетки на точность моделирования пучково-плазменного взаимодействия. Существует большое количество программ. Реализующих метод частиц, в частности OOPIC, OSIRIS, VLPL, QuickPIC, но точность выполняемых ими расчетов не гарантирована, в особенности на тех задачах, на которых эти программы не были протестированы. Вопрос о влиянии параметров метода частиц на точность счета исследовался многими авторами, тем не менее, в общем случае этот вопрос остается открытым. Для моделирования пучково-плазменного взаимодействия используется система уравнений Власова – Максвелла [1]. Для ее решения создана двумерная параллельная программа на основе метода частиц в ячейках. Вычисление электромагнитного поля производится методом конечных разностей во временной области. Распараллеливание произведено методом декомпозиции областей. Проведены расчеты по моделированию пучково-плазменной неустойчивости в гидродинамическом режиме, т. е. для большой скорости нарастания возмущения. Исследовано влияние параметров метода частиц на качество получаемого решения, выработаны критерии корректности проводимых расчетов.

1. Березин Ю. А., Вшивков В. А. Метод частиц в динамике разреженной плазмы. Новосибирск : Наука, 1980.

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук Лазарева Г. Г.

Сравнение технологий распараллеливания вычислений на примере решения задачи о кручении стержня прямоугольного сечения

Керп А. С.

Сибирский федеральный университет, г. Красноярск

Применение параллельных вычислительных систем (ПВС) является стратегическим направлением развития вычислительной техники. Это обстоятельство вызвано не только принципиальным ограничением максимально возможного быстродействия обычных последовательных ЭВМ, но и практически постоянным наличием вычислительных задач, для решения которых возможностей существующих средств вычислительной техники всегда оказывается недостаточно.

Основной принцип работы ПВС – организация выполнения одновременно несколько операций обработки данных. Подобный подход позволяет выполнять необходимые вычисления с меньшими затратами времени, достигая ускорения процесса решения вычислительной задачи.

Целями работы являются изучение возможностей ПВС, анализ и сравнение способов распараллеливания вычислительных задач, построение наиболее эффективной параллельной программы для численного решения задачи Дирихле для уравнения Пуассона.

Рассматривается задача о кручении упругого стержня некругового сечения $D \subset R^2$:

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + 2G\Theta = 0, \forall (x, y) \in D$$

с краевым условием на всей границе:

$$\varphi(x, y) = 0, \forall (x, y) \in \partial D.$$

Здесь φ – функция напряжения, G – упругая характеристика материала, Θ – угол закручивания сечения стержня.

Для численного решения поставленной задачи используются методы конечных разностей и конечных элементов. Параллельная версия алгоритма реализована для высокопроизводительных вычислительных систем гибридной архитектуры. В программной реализации параллельного алгоритма объединены технология передачи сообщений MPI и технология многопоточного программирования OpenMP. Проведен анализ эффективности применения гибридной архитектуры по сравнению с параллельным алгоритмом, основанным только на технологии MPI для систем с распределенной памятью.

Научный руководитель – канд. физ.-мат. наук Кучунова Е. В.

Сравнительный анализ решения обратной кинематической задачи в пространствах L_2 , L_1 , L_0

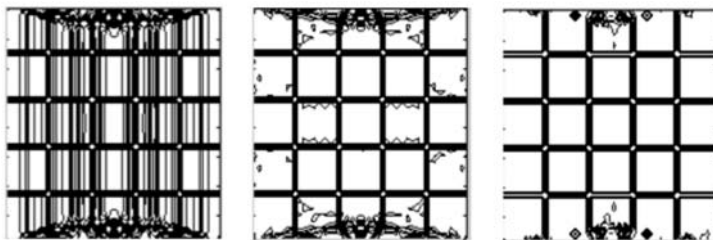
Кириленко А. В.

Новосибирский государственный университет

Решение обратной кинематической задачи сейсмоки имеет большое прикладное значение, поскольку позволяет восстанавливать скоростное строение среды при сейморазведке и повышать точность структурных построений.

Данная работа посвящена решению обратной кинематической задаче на прямых лучах в двухмерном случае. Изучены различные подходы к решению дискретизованного операторного уравнения $Ax = y$ в пространствах L_2 , L_1 , L_0 . Аргументами в пользу выбора пространств L_1 , L_0 является тот факт, что матрица, соответствующая линейному оператору A сильно разрежена. В работе исследованы такие методы как SVD усечение, регуляризация Тихонова, IRLS, а также FOCUSS.

Численные эксперименты на модельных данных показали состоятельность алгоритмов, использующих минимизацию по норме в пространствах L_p , где $0 \leq p \leq 1$. Линии уровня решений, полученных в пространствах L_2 , L_1 , L_0 (см. рисунок), наглядно демонстрируют улучшение качества решения с уменьшением величины p .



Линии уровня решений в пространствах L_2 , L_1 , L_0

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук, проф. Чеверда В. А.

**Экспериментальное исследование разностных моделей
газовой динамики с ударными волнами**

Ключинский Д. В.

Новосибирский государственный университет

В докладе будут приведены примеры разностных моделей, по которым проводились расчеты разрывных решений одномерных уравнений газовой динамики (ударных волн и задач о распадах разрыва при столкновении таких волн). В результатах численных расчетов были замечены некоторые особенности касательно структуры получаемых разрывных решений. Так, например, после столкновения ударных волн происходит формирование их стационарной структуры, т. е. ширина ударной волны увеличивается с течением времени и только через определенный момент становится постоянной. Показана зависимость структуры решений от выбора числа Куранта для расчета.

В работе [1] было описано, что линеаризованная схема Годунова – Куликова [2] на разрывных решениях имеет «дробные» порядки точности, отличные от первого порядка аппроксимации схемы. Предполагается, что замеченные особенности о структуре ударных волн являются причиной этого явления. По-видимому, этот момент придется учитывать в формулировке обобщенного решения для уравнений газовой динамики.

Важно отметить, что в ходе экспериментов было обнаружено ограничение на применимость линеаризованной схемы, которое не было описано в работе [2]. Оказывается, линеаризация решения задачи Римана на границе ячеек разностной сетки имеет место не для всех типов распадов разрывов. В докладе приводятся примеры, описывающие данный факт. Дополнительно, с помощью численных расчетов по линеаризованной схеме показано выполнение закона неубывания энтропии на разрывах, гарантированное в работе [2], однако экспериментально неисследованное ранее.

1. Ключинский Д. В. Исследование порядка точности линеаризованной схемы Годунова – Куликова в эйлеровых координатах // Материалы 54-й Международной научной студенческой конференции МНСК-2016: Математика. Новосибирск : Новосиб. гос. ун-т, 2016. 120 с.

2. Годунов С. К., Куликов И. М. Расчет разрывных решений уравнений гидродинамики с гарантией неубывания энтропии // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 2014. Т. 54, № 6. С. 1008–1021.

Научные руководители – д-р физ.-мат. наук, акад. РАН Годунов С. К., д-р физ.-мат. наук, чл.-кор. РАН Кабанихин С. И.

Многоуровневые алгебраические методы решения системы уравнений Навье – Стокса

Марков С. И.

Новосибирский государственный технический университет
Институт нефтегазовой геологии и геофизики СО РАН, г. Новосибирск

Существует две сложности при численном решении системы уравнений Навье – Стокса с помощью метода конечных элементов (МКЭ). Первая проблема связана с дискретизацией нелинейного конвективного члена для течений с высоким значением числа Рейнольдса. Вторая проблема – численное решение задачи о седловой точке, в которой переменная давления интерпретируется как множитель Лагранжа.

Для решения данных проблем предлагается использовать разрывный метод Галёркина, который входит в семейство неконформных конечно-элементных методов (НМКЭ). Разрывный метод Галёркина (DG – Discontinuous Galerkin Method) позволяет определить решение задачи Навье – Стокса на сумме трех пространств: пространства для вектора скорости, давления и тензора напряжений. Отсутствие требования непрерывности описанных полей на межэлементной границе в DG-методе требует введения специальных лифтинг-операторов, которые позволяют связать значение функции внутри конечного элемента со следом функции на его границе через «численные потоки», что позволяет получить физически релевантное решение поставленной задачи.

В работе рассматривается идея применения DG-метода для решения уравнений Навье – Стокса, основанная на использовании высокоэффективной технологии Multigrid для реализации концепции многоуровневых решателей, что позволяет получить решение задачи с минимальными вычислительными затратами.

Научный руководитель – д-р техн. наук, проф. Шурина Э. П.

**Разработка численных методов
решения интервальных линейных включений**

Очиров А. А.

Новосибирский государственный университет

Пусть $Ax \subseteq b$ – интервальная линейная система включений, где A – интервальная $m \times n$ -матрица, b – интервальный m -вектор, x – интервальный n -вектор неизвестных. Характерной особенностью задачи является тот факт, что количество неизвестных не совпадает с количеством соотношений ($m \neq n$).

В современном интервальном анализе хорошо изучены интервальные системы уравнений. Мы рассматриваем в нашей работе системы включений, так как, во-первых, они предъявляют более мягкие требования к разрешимости и, во-вторых, именно решение включений используется для оценивания множеств решений интервальных систем уравнений.

Мы представляем численный метод для решения интервальных систем включений, опирающийся на использование субдифференциального метода Ньютона в применении к семействам подсистем уравнений $Cx = d$ с квадратными подматрицами C матрицы A . Отдельно рассматриваются случаи переопределенных систем ($m > n$) и недоопределенных систем ($m < n$).

В первом случае – общая идея состоит в том, чтобы перейти от исходной системы к нескольким квадратным системам, методы решения которых хорошо известны.

Во втором случае идея состоит в том, чтобы означить некоторые компоненты вектора неизвестных, перенести в правую часть и решать полученную квадратную систему.

1. Шарый С. П. Конечномерный интервальный анализ [Электронный ресурс]. 2017.

2. Ratschek H., Sauer W. Linear interval equations // Computing. 1982. P. 105–115.

3. Shary S. P. Algebraic approach in the «outer problem» for interval linear equations // Reliable Computing. 1997. Vol. 3, № 2. P. 103–135.

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук Шарый С. П.

О некоторых свойствах кардинальных сплайнов

Сайнакова И. С.

Томский государственный университет

Полиномиальные интерполяционные сплайны, впервые рассматривавшиеся еще в работах И. Шенбега в середине прошлого века, активно используются в современной математике и ее приложениях. Сплайны – это функции, которые заданы неодинаковым образом на сетке $\omega = \{a = x_0 < x_1 < \dots < x_N = b, h_i = x_i - x_{i-1}, i = \overline{1, N}\}$ при сохранении заданных условий гладкости. Восстановление сеточных функций сплайнами можно осуществить с помощью линейной комбинации базисных функций (В-сплайнов). Кардинальными В-сплайнами $K_m(x)$, где m – число интервалов носителя, называются базисные функции, имеющие компактные носители на целочисленной сетке $Z = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$. Функции $K_m(x)$ можно использовать в вейвлет-анализе [1], который обеспечивает двумерное представление исследуемого нестационарного сигнала в частотной области. Одним из базовых понятий в этой теории является масштабирующая функция, интеграл от которой равен 1. Сами вейвлеты – это функции, образующие базис пространства L_2 , получаемые сдвигом и сжатием материнского вейвлета. Вейвлет-анализ объединяет положительные качества сплайнов и рядов Фурье.

Структурные свойства вейвлетов и их масштабирующих функций позволяют осуществить расщепление функции приближения к сигналу на две составляющие: аппроксимирующую – грубую, достаточно медленно меняющуюся со временем, и детализирующую – с более быстрой динамикой изменения.

В работе показано, что кардинальные сплайны являются масштабирующими функциями. Рассмотрены их свойства и способы вычисления.

1. Смоленцев Н. К. Основы теории вейвлетов. Вейвлеты в MATLAB. М. : ДМК-Пресс, 2014. 628 с.

Научный руководитель – канд. физ.-мат. наук Берцун В. Н.

Численное исследование свойств метода биогеографии

Сороковиков П. С.

Бурятский государственный университет, г. Улан-Удэ

Задачи глобальной оптимизации возникают и решаются повсеместно в практических областях деятельности человека. В настоящее время для их решения часто применяют прямые методы, что связано с ростом мощности вычислительной техники и с необходимостью решения сложных задач большой размерности. В данной работе представлена программная реализация и численное исследование одного из представителей семейства прямых методов оптимизации – метода биогеографии.

Метод оптимизации на основе биогеографии (Biogeography-Based Optimization), предложенный в [1], является метаэвристическим эволюционным алгоритмом, не использующим производных целевой функции. Алгоритм основан на эволюционных принципах островной биогеографии, изучающей факторы, влияющие на видовое богатство изолированных сообществ.

Алгоритм был протестирован на наборе тестовых задач, представляющих собой функции с различными экстремальными характеристиками. Также путем вычислительных экспериментов получен оптимальный набор его параметров, на котором алгоритм показал лучшие результаты.

В результате был реализован метод биогеографии и включен в библиотеку прямых методов разработанного фреймворка глобальной оптимизации [2].

1. Simon D. Biogeography-based optimization // IEEE transactions on evolutionary computation. 2008. Т. 12, №. 6. С. 702–713.

2. URL: <https://github.com/GlobOptFramework/GlobalOptimization>

Научный руководитель – канд. техн. наук Хандаров Ф. В.

Анализ различных численных схем для расчета задач с движением снарядов в потоке теплоносителя

Чухно В. И.

Новосибирский государственный университет

Многие современные технологии, такие как атомная и тепловая энергетика, различные нефтехимические производства, трубопроводный транспорт – в большой мере основаны на использовании многофазных систем, прежде всего газожидкостных.

Данное исследование посвящено моделированию транспорта газовых образований (пузырьков, снарядов) и использует двухжидкостную модель, учитывающую гетерогенность и скоростную неравновесность фаз, а также особенности взаимодействия фаз между собой. В работе представлены две математические модели для описания одномерного течения двухфазной среды.

Первая модель построена на предположении равенства давлений газовой и жидкой фаз, данная модель обладает рядом достоинств и широко используется во многих компьютерных кодах [1]. Несмотря на свою популярность, предложенная модель не является гиперболической. Для устранения проблем, связанных с не гиперболичностью исходной системы уравнений, для численной реализации была выбрана схема с аппроксимацией конвективных членов разностью «против потока». Предложенная схема имеет первый порядок точности и обладает большой аппроксимационной вязкостью, которая подавляет возникающие неустойчивости.

Вторая модель [2] предполагает, что давление в газовой и жидкой фазе различно. Данная модель – гиперболическая, что позволяет применять разностные схемы повышенной точности. Для численной реализации был выбран балансно-характеристический алгоритм, основанный на схеме «КАБАРЕ» [3].

В качестве иллюстраций приведены результаты расчетов аналитических тестов и экспериментов по движению пузырей в жидкости с использованием указанных схем.

1. Ransom et al. RELAP5/MOD3 Code manual; NUREG/CR-5535, Idaho National Engineering Laboratory, 1995.

2. Saurel R., Abgrall R. A multiphase Godunov method for compressible multifluid and multiphase flows // J. Comp. Phys. 1999.

3. Головизнин В. М. Балансно-характеристический метод численного решения одномерных уравнений газовой динамики в Эйлеровых переменных // Матем. Моделирование. 2006.

Научный руководитель – канд. техн. наук Усов Э. В.

Randomized methods for scaled calculation of iterations of large matrices and stationary distribution of Markov processes.

Andorny E. N.
Novosibirsk State University

The randomization approach is nowadays more and more extensively used in large scale calculations. In the traditional Markov chain based Monte Carlo methods for solving linear algebraic and integral equations, the calculations use the Neumann series representation, with the randomized calculation of the relevant iterations [1].

In this report we implement a new randomized algorithms for solving large linear systems suggested in [2]. The idea behind this new approach is in using stochastic and double stochastic matrices for efficient randomized calculation of matrix iterations. To prepare the original equation $Ax = b$ to the desired form, we undertake a transformation $\hat{A} = D_1 A D_2$ where \hat{A} is a stochastic or a doubly stochastic matrix, and D_1, D_2 are diagonal matrices. Here it is assumed that the matrix A is nonnegative. We discuss an application of this method to solve the well-known «PageRank problem» [3]. In addition, it can be used for calculation of the principal eigenvector of large matrices, for constructing a randomized stochastic gradient search method and some others.

-
1. Sabelfeld K. K. Monte Carlo methods in boundary value problems. N. Y.; Heidelberg; Berlin : Springer Verlag, 1991.
 2. Sabelfeld K. Vector Monte Carlo stochastic matrix-based algorithms for large linear systems // MCMA. 2016. Vol. 22, № 3. P. 259–267.
 3. Ishii H., Tempo R. A Distributed Randomized Approach for the PageRank Computation: Part 1. // Proceedings of the 47th IEEE Conference on Decision and Control Cancun. 2008. P. 3523–3528.

Scientific advisor – dr. phys.-math., prof. Sabelfeld K. K.

Computation of phase functions for waterdrop clouds

Zakovryashin A. V.
Novosibirsk State University

Such optical phenomena like rainbows, glories and coronas arise due to the nature of the light scattering by water droplets. A dependence of intensity of the scattered radiation on the angle between the incident and scattered photons can be described by the scattering phase function. Phase functions of waterdrop clouds are defined by the wavelength and size distribution of droplets.

The purpose of this paper is to present software developed to compute phase functions for different wavelengths and water drop size distributions. The software enables one to generate phase functions for clouds and fogs with arbitrary droplet size distributions including conventional OPAC [1] and MODTRAN [2] models. The software is based on the Mie theory algorithms [3].

The research was supported by the Russian Foundation for Basic Research (project 16-01-00145).

-
1. Hess M., Koepke P., Schult I. Optical properties of aerosols and clouds: the software package OPAC // Bulletin of the American Meteorology Society. 1998. Vol. 79, № 5. P. 831–844.
 2. Berk A., Bernstein L. S., Robertson D. C. MODTRAN: A moderate resolution model for LOWTRAN 7. Geophysics Laboratory, Bedford, Maryland, Report AFGL-TR-89-0122, Air Force Geophysics, Hanscom AFB, Ma 01731.
 3. Wiscombe W. J. Mie scattering calculations: advances in technique and fast, vector – speed computer codes // Applied Optics. Vol. 19, № 9. P. 1505–1509.

Scientific advisor – prof. Prigarin S. M.

Monte Carlo simulation of laser pulses scattered in optical media

Mironova D. E.
Novosibirsk State University

Multiple scattering of radiation plays an important role in the formation of LIDAR return signals, which should be taken into account when interpreting the results of remote sensing. In particular, multiple scattering is responsible for the fact that under certain conditions the wide-angle imaging CCD LIDAR return signals have the shape of an expanding ring [1]. This optical phenomenon was studied by Monte Carlo method in paper [2].

The paper deals with the time dependence of distributions of the laser pulse photons multiply scattered in an optical medium. The concentration of photons scattered in space for the diffused laser pulse has been calculated by the Monte Carlo method. The initial pulse that can be presented as a segment of certain length transforms into a “cloud of photons” and the shape of this cloud change in time [3]. The results of several computational experiments on stochastic simulation of such “photon clouds” are presented.

The research was supported by the Russian Foundation for Basic Research (project 16-01-00145).

1. Love S. P., Davis A. B., Ho C., Rohde C. A. Remote sensing of cloud thickness and liquid water content with Wide-Angle Imaging Lidar (WAIL) // *Atm. Res.* 2001. P. 59–60, 295–312.

2. Prigarin S. M., Aleshina T. V. Monte Carlo simulation of ring-shaped returns for CCD LIDAR systems // *Russian J. Numer. Anal. Math. Modelling.* 2015. Vol. 30, № 4. P. 251–257.

3. Prigarin S. M., Mironova D. E. Stochastic simulation of 3D distributions for laser pulses scattered in optical media // *Proc. SPIE 10035, 22nd International Symposium Atmospheric and Ocean Optics: Atmospheric Physics*, 100351M (November 29, 2016).

Scientific advisor – prof. Prigarin S. M.

Approximate models of conditional fields of daily amounts of precipitations

Nikushkin N. Y.
Novosibirsk State University

The paper deals with the numerical parametric stochastic model of homogeneous space fields of daily amounts of precipitations. The model takes into account the one-dimensional probability distribution generalized for whole territory and the correlation function which consider the specificity of space correlation structure of precipitations fields. The specificity of the model consider in the fact that the lack of precipitations for chosen day are identified with zero amounts of precipitations. It is allow to use the inverse distribution function method for modeling of daily precipitations fields. Based on this model the approximate numerical stochastic model of non-Gaussian conditional precipitations fields with fixed values on a set grid of meteorological stations is constructed. To construct realizations of conditional fields the algorithm for modeling of Gaussian fields in conjunction with the inverse distribution function method is used. Based on the performance of the correlation function of the space-time precipitations field as a multiplication of the space and time correlation functions, the absolute model of the space-time field of daily precipitations and the corresponding conditional model of space-time field of precipitations are constructed. In this case the fixed field is the filed on the stations at the initial time.

The data of models are assign to solve the problems connected with stochastic interpolation and probabilistic forecast of precipitations fields with given values of these fields at the stations.

1. Ogorodnikov V. A., Sereseva O. V. Multiplicative numerical stochastic model of daily sums of liquid precipitation fields and its use for estimating statistical characteristics of extreme precipitation regimes // *Atmospheric and Oceanic Optics*. 2015. Vol. 28, Is. 4. P. 328–335. doi:10.1134/S1024856015040107

Scientific advisor – prof. Ogorodnikov V. A.

Random walk on cylinders algorithm to solve visualization problems for dislocations in crystals

Prasol D. A.
Novosibirsk State University

We deal in this study with two techniques for visualization of dislocations in crystals: the cathodoluminescence (CL), and electron beam induced current (EBIC). In these methods, a volume source is generating excitons in the crystal. In the CL method, one measures the total concentration of excitons self-annihilated in the volume. In the EBIC method one calculates the flux of excitons to the surface of the crystal. Mathematically, the problem is described by a diffusion-reaction equation with the Dirichlet boundary conditions.

In this study we construct and implement a random walk on semi-cylinders algorithm, which can be used to calculate both CL and EBIC intensities to analyze dislocations and some other defects.

1. Sabelfeld K. Random walk on semi-cylinders for diffusion problems with mixed Dirichlet-Robin boundary conditions // Monte-Carlo Methods and Applications. 2016. Vol. 22, № 2. P. 117–132.

Scientific advisor – dr. phys.-math., prof. Sabelfeld K. K.

Numerical Gaussian model of rogue waves

Rybdylova G. S.
Novosibirsk State University

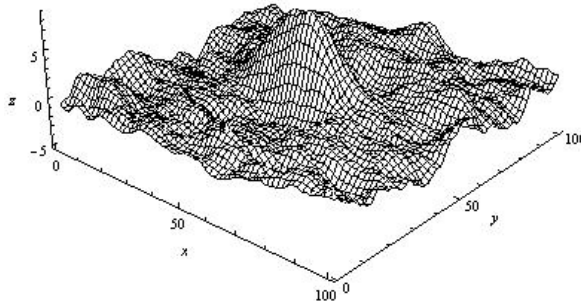
This paper deals with numerical simulation of extreme ocean waves based on conditional Gaussian distributions. Let ξ be a Gaussian random vector with mathematical expectation m and correlation matrix R such that $b - Am \in AR(\mathbb{R}^k)$. Then the conditional distribution of vector ξ , provided that $A\xi = b$, is the Gaussian one (see [1]) with expectation

$$\mu = m + R^{1/2}(AR^{1/2})^+(b - Am) = m + RA^T(ARA^T)^+(b - Am)$$

and correlation matrix

$$B = R - R^{1/2}(AR^{1/2})^+AR = R - RA^T(ARA^T)^+AR.$$

Simulation of conditional distributions enable one to fix extremely high values of a Gaussian sea surface model and to construct numerical realizations of rogue waves (see figure).



Stochastic realization of a rogue wave

The research was supported by the Russian Foundation for Basic Research (project 15-01-01458).

1. Prigarin S. M. Spectral Models of Random Fields in Monte Carlo Methods. Utrecht: VSP, 2001. 198 p.

Scientific advisor – prof. Prigarin S. M.

Сравнение различных алгоритмов численного моделирования изотропных случайных векторов

Абдразакова А. Р.

Новосибирский государственный университет

Определение (см., например, [1]). Случайный вектор $\xi = (\xi^{(1)}, \dots, \xi^{(d)})$ называется **изотропным**, если точка $\omega = \xi/|\xi|$ равномерно распределена на поверхности d -мерной сферы единичного радиуса с центром в начале координат и не зависит от длины $|\xi| = \sqrt{(\xi^{(1)})^2 + \dots + (\xi^{(d)})^2}$.

В данной работе подробно обоснованы (в целом известные – см., например, [1, Раздел 10.1]) выводы о том, что:

– для численного моделирования многомерного (размерности $d \geq 4$) изотропного случайного вектора следует использовать парные значения формул Бокса – Мюллера [2]:

$$\xi_1 = \sqrt{-2 \ln \alpha_1} \cos 2\pi\alpha_2; \quad \xi_2 = \sqrt{-2 \ln \alpha_1} \sin 2\pi\alpha_2; \quad (1)$$

здесь α_1, α_2 – стандартные случайные числа;

– те же формулы Бокса – Мюллера (1) являются наиболее эффективными для моделирования стандартного нормального распределения.

Кроме того, для размерностей $d = 1, 2, 3$ проведено численное сравнение различных алгоритмов моделирования изотропных случайных векторов, а также рассмотрен вопрос об использовании выборочных значений изотропных векторов разной размерности в алгоритмах численного статистического моделирования.

В работе также перечислены альтернативные подходы к численному моделированию изотропных случайных векторов ξ размерности $d \geq 4$ и показано, что соответствующие вычислительные методы являются значительно более трудоемкими, чем алгоритмы, связанные с применением формул (1).

Сформулирована проблема построения *вычислимых моделируемых преобразований декартовых координат* для «немоделируемого» (в декартовых координатах) случайного вектора и проведено ее исследование для изотропного вектора ξ .

1. Михайлов Г. А., Войтишек А. В. Численное статистическое моделирование. Методы Монте-Карло. М. : Изд. центр «Академия», 2006.

2. Box G. E. P., Muller M. E. A note on the generation of random normal deviates // The Annals of Mathematical Statistics. 1958. Vol. 29, № 2. P. 610–611.

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук, проф. Войтишек А. В.

Сравнительный анализ функциональных алгоритмов метода Монте-Карло с зависимыми и независимыми оценками в узлах сетки

Алдохин А. С.

Новосибирский государственный университет

В последние три десятилетия активное развитие получают теория и приложения *дискретно-стохастических функциональных алгоритмов метода Монте-Карло* (см., например, [1; 2]). В качестве основных примеров приближаемых функций рассматриваются: интеграл, зависящий от параметра (как «методический» пример), а также решение интегрального уравнения Фредгольма второго рода. Для оценки решения в узлах сетки используются: *метод зависимых испытаний и независимые оценки*.

Перечислим ряд преимуществ метода зависимых испытаний.

1. *При реализации соответствующего дискретно-стохастического алгоритма нужен лишь однократный выбор вероятностных плотностей.*

2. *Если приближаемая функция является гладкой, то и оценки в узлах сетки, полученные методом зависимых испытаний, ложатся на гладкую кривую (в многомерном случае – на гладкую поверхность).*

3. *Для гладких приближаемых функций удастся показать, что скорость сходимости (по вероятности) приближения метода зависимых испытаний имеет порядок $n^{-1/2}$ (где n – число реализуемых выборочных значений или траекторий «прикладных» цепей Маркова) и не зависит от числа узлов.*

Для интегральных уравнений Фредгольма второго рода указанные требования гладкости на практике выполняются относительно редко. Поэтому в качестве более «приспособленной» для применения метода зависимых испытаний задачи можно рассмотреть приближение интеграла, зависящего от параметра.

В данной работе рассмотрены «практически важные» интегралы, зависящие от параметра, для приближения которых целесообразно применять метод зависимых испытаний (в частности, специальные функции – гамма-, бета-функции, функции Бесселя и др.).

1. Михайлов Г. А., Войтишек А. В. Численное статистическое моделирование. Методы Монте-Карло. М. : Изд. центр «Академия», 2006.

2. Войтишек А. В. Функциональные оценки метода Монте-Карло. Новосибирск : НГУ, 2007.

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук, проф. Войтишек А. В.

**Решение нелинейной системы уравнений диффузионного типа
на основе полиномиального хаоса**

Дульзон О. В.

Новосибирский государственный университет

В работе рассматривается система уравнений диффузионного типа со случайными начальными условиями и периодическими граничными значениями. Указанная система уравнений описывает диффузию электронов и дырок с учетом их взаимодействия (аннигиляции). Для вычисления требуемых функционалов от решения (интенсивность, средняя концентрация электронов) и для разложения решения используется полиномиальный хаос Винера-Аски. Вектор решений разлагается по стохастическим полиномам Эрмита, Лежандра. Коэффициенты разложения находятся на основе стохастического метода коллокаций. В работе сравниваются численные результаты, полученные методом Монте-Карло и на основе полиномиального разложения хаоса.

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда, грант № 14-11-00083.

1. Шалимова И. А., Сабельфельд К. К., Дульзон О. В. Стохастический метод коллокаций для решения начально-краевых задач со случайными входными данными // Труды международной конференции «Актуальные проблемы вычислительной и прикладной математики 2015». Новосибирск.

2. Cagan Ozen H., Guillaume Bal. Dynamical Polynomial Chaos Expansions and Long Time Evolution of Differential Equations with Random Forcing // SIAM/ASA J. Uncertainty Quantification. Vol. 4, № 1. P. 609–635.

Научный руководитель – канд. физ.-мат. наук Шалимова И. А.

**Вычисление методом Монте-Карло эхо-сигналов и тел яркости
при лазерном зондировании рассеивающих сред**

Хохлова Ю. В.

Новосибирский государственный университет

При решении задач переноса излучения, а также при исследовании лидарных эхо-сигналов используется метод статистического моделирования [1], основная идея которого состоит в следующем: моделируется большое количество траекторий частиц (ансамбль траекторий частиц), по которому оцениваются интересующие нас величины.

Работа посвящена моделированию методом Монте-Карло эхо-сигналов бистатистических лидаров и исследованию свойств эхо-сигналов в зависимости от толщины облачного слоя и расстояния между эмиттером и приемником излучения. Кроме того, для лазерного излучения методом Монте-Карло вычислялось тело яркости (скалярная функция в полном телесном угле 4π , характеризующая световое поле в заданной точке рассеивающей среды). Эта задача актуальна при изучении точности лазерных инструментальных систем посадки самолетов в условиях недостаточной видимости [2].

1. Пригарин С. М. Основы статистического моделирования переноса оптического излучения. Новосибирск: НГУ, 2001.

2. Ошлаков В. Г., Цвык Р. Ш., Илюшин Я. А. Оптическая инструментальная система ориентирования в условиях недостаточной видимости // Сборник трудов научно-технической конференции «Техническое зрение в системах управления 2012». М., 2012.

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук, проф. Пригарин С. М.

Практические применения метода зависимых испытаний

Шипилов Н. М.

Новосибирский государственный университет

В последние три десятилетия активное развитие получают теория и приложения *функциональных оценок метода Монте-Карло* (см., например, [1, 2]). Здесь одной из основных задач является проблема приближения решения $\varphi(x)$ интегрального уравнения Фредгольма второго рода

$$\varphi(x) = \int k(x', x)\varphi(x')dx' + f(x) \quad (1)$$

с заданным ядром $k(x', x)$ и свободным членом $f(x)$ на компактном множестве X . Одним из перспективных подходов к решению этой задачи является применение *метода зависимых испытаний* (или *функциональной локальной оценки*; см., например, [1, 2]):

$$\varphi(x) = \mathbf{E}\zeta(x) = \sum_{m=0}^N Q^{(m)}k(\xi^{(m)}, x) + f(x), \quad (2)$$

где $(\xi^{(0)}, \xi^{(1)}, \dots, \xi^{(N)})$ – «прикладная» (обрывающаяся с вероятностью единица) цепь Маркова (N – случайный номер обрыва) с начальной плотностью $\pi(x)$ и переходной функцией $p(x', x)$, а случайные веса $Q^{(m)}$ определяются рекуррентно:

$$Q^{(0)} = \frac{\pi(\xi^{(0)})}{f(\xi^{(0)})}; \quad Q^{(m)} = Q^{(m-1)} \frac{k(\xi^{(m-1)}, \xi^{(m)})}{p(\xi^{(m-1)}, \xi^{(m)})}.$$

Обоснованное применение оценки (2) требует определенной гладкости функции $\varphi(x)$ (а значит, и функций $k(x', x)$, $f(x)$) по переменной x , что на практике выполняется относительно редко.

Если учесть, что решение уравнения (1) представимо в виде бесконечной суммы интегралов, зависящих от параметра x (ряда Неймана) [1, 2], то в качестве более «приспособленной» для применения метода зависимых испытаний задачи можно рассмотреть приближение интеграла, зависящего от параметра.

В данной работе рассмотрены «практически важные» интегралы, зависящие от параметра, для приближения которых целесообразно применять метод зависимых испытаний (в частности, специальные функции – гамма-, бета-функции, функции Бесселя и др.).

1. Михайлов Г. А., Войтишек А. В. Численное статистическое моделирование. Методы Монте-Карло. М. : Изд. центр «Академия», 2006.

2. Войтишек А. В. Функциональные оценки метода Монте-Карло. Новосибирск: НГУ, 2007.

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук, проф. Войтишек А. В.

Численное решение задачи рассеяния света на частицах, характерных для перистых облаков

Шишко В. А., Тимофеев Д. Н.

Томский государственный университет;

Институт оптики атмосферы имени В. Е. Зуева СО РАН, г. Томск

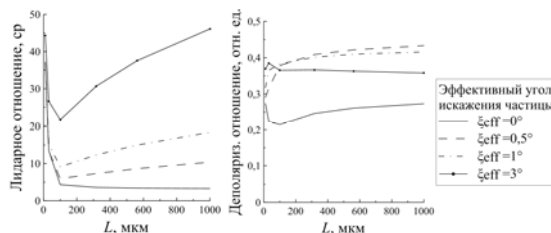
Наиболее часто встречающимся методом исследования атмосферы является лидарное дистанционное зондирование, основанное на распространении и рассеянии оптических волн. Этот метод стал чрезвычайно важным средством изучения структуры и динамики атмосферы. Однако для интерпретации получаемых лидарных данных, что, по сути, является обратной задачей рассеяния, необходимо теоретическое решение прямой задачи рассеяния света как на одной частице, так и на ансамбле частиц в облаке.

При решении прямой задачи рассеяния света на частицах, характерных для перистых облаков обычно используют либо приближение геометрической оптики, основанное на алгоритме трассировки лучей, который реализуется на основе метода Монте-Карло, либо приближение физической оптики, основанное на алгоритме трассировки пучков.

Целью работы является исследование влияния искажения кристаллической частицы на ее оптические параметры.

Для достижения данной цели потребовалось провести расчеты оптических параметров идеальных и искаженных гексагональных ледяных столбиков. Расчеты выполнены в приближении физической оптики.

В качестве примера приведены лидарное и деполаризационное отношения, рассчитанные для длины волны 0,532 мкм, в зависимости от длины и эффективного угла искажения столбика (см. рисунок).



Лидарное и деполаризационное отношения

Работа выполнена при поддержке гранта Президента РФ (МК-2495.2017.5).

Научный руководитель – канд. физ.-мат. наук Коношонкин А. В.

A combined numerical algorithm of parameters identification in the mathematical model of the transmission TB/HIV co-infection

Kashtanova V. N.
Novosibirsk State University

The development and investigation of an individual mathematical model describing the co-infection of HIV and Tuberculosis (TB) and their transmission in the population is one of the most effective methods for prediction of the epidemic spread in a particular region and helps to define the most effective treatment strategy for these diseases in the population. Such models are described by systems of nonlinear ordinary differential equations (ODE). The coefficients of these systems characterize the features of population and disease spread. Consequently, it is necessary to qualitatively evaluate parameters of model (or their combinations) [1] for construct more precisely mathematical model for particular population.

The purpose of this work is the construction and investigation of numerical algorithms for determining the coefficients of nonlinear ODE system which describes HIV and TB transmission processes with treatment and co-infection [2] using additional information about a special population according to statistical data for the previous few years (namely, the number of healthy, latently infected and infectious diseases individuals).

The results of numerical calculations show that above approach determines the set of more sensitive parameters to a particular region that differs significantly from its widely used standard values. The numerical results are analyzed and discussed.

1. Kabanikhin S. I. Inverse and Ill-Posed Problems: Theory and Applications // Berlin : Gruyter. 2011.

2. Sharomi O., Podder C. N., Gumel A. B. and Song B. Mathematical analysis of the transmission dynamics of HIV/TB coinfection in the presence of treatment // Mathematical Biosciences and Engineering. 2008. Vol. 5, № 1. P. 145–174.

Scientific advisers – corr. member of RAS, prof. Kabanikhin S. I., cand. phys.-math. Krivorotko O. I.

An optimization approach for solving a problem of determining the parameters of the mathematical model of the intracellular dynamics of HIV with treatment

Yermolenko D. V.
Novosibirsk State University

Mathematical modeling is a tool to obtain recommendations that are not available using modern measurement instruments. It is the reason that in our century mathematical models of biology are developing rapidly. These models are described by systems of nonlinear ordinary differential equations and characterized by a set of parameters. These parameters describe features of immunity and disease. It is necessary to find important set of parameters for constructing an individual treatment plan. For this, an approach of inverse problem theory [1] in which the unknown model parameters are determined from the available experimental data (observations) is used.

In this talk we consider mathematical model of HIV dynamics with treatment [2]. The main idea consists in construction and investigation of stochastic numerical algorithm for determining some important coefficients of mathematical model for HIV dynamics using additional information about given concentrations. The inverse problem is reduced to minimization problem of least square function that describes the deviation between model and measured data. The influence of the measurement number on the value of the relative accuracy error of parameter identification problem is investigated. Linearized matrix of inverse problem is obtained by using methods of linearization and discretization. The stability of the inverse problem solution is analyzed using the singular value decomposition for linearized matrix of inverse problem. The problem of optimal treatment control is solved by minimizing misfit function that characterizes combination of viral load and treatment costs. Numerical results are presented and discussed.

1. Kabanikhin S. I. Inverse and Ill-Posed Problems: theory and Applications. Berlin; Boston: de Gruyter, 2012. 459 p.

2. Adams B. M., Banks H. T. et al. HIV dynamics: Modeling, data analysis, and optimal treatment protocols // Journal of Computational and Applied Mathematics. 2005. Vol. 184. P. 10–49.

Scientific advisers – corr. member of RAS, prof. Kabanikhin S. I., cand. phys.-math. Krivorotko O. I.

Разреженная идентификация для волоконно-оптических линий связи

Аверьянов Е. А.

Новосибирский государственный университет

В настоящее время более 99 % глобальных информационных потоков обеспечиваются волоконно-оптическими линиями связи (ВОЛС). Количество ежегодно передаваемой информации продолжает расти более чем на 40 % в год, поэтому актуальными являются исследования, направленные на повышение пропускной способности ВОЛС. Многомодовые линии связи являются наиболее перспективным направлением для увеличения пропускной способности оптических сетей за счет одновременной передачи сигналов по различным модам волокна. При этом основным ограничивающим фактором являются нелинейные искажения сигнала, возникающие при распространении в оптическом волокне.

В работе исследуется распространение оптического сигнала в ВОЛС с несколькими пространственными модами, описываемое уравнениями Манакова в режимах сильной и слабой связи мод. Данные уравнения решались численно с помощью метода Фурье расщепления по физическим процессам.

Цель данного исследования является разработка простого и эффективного способа компенсации нелинейных искажений принятого сигнала на основе методов машинного обучения. Предлагается использовать метод разреженной идентификации нелинейной динамики (SIND) для фильтрации полученных на приемнике символов непосредственно перед их демодуляцией. Для этого строится нелинейная матрица $\Theta(\mathbf{X})$, называемая библиотекой, которая состоит из нелинейных комбинаций символов, формирующих вектор \mathbf{X} . Далее из линейных комбинаций элементов библиотеки формируется выходной вектор символов \mathbf{Y} , т. е. $\mathbf{Y} = \Theta(\mathbf{X}) \Xi$. Так как значимое взаимодействие имеют только соседние символы, можно считать, что матрица Ξ разреженная, в силу чего применимы методы машинного обучения для разреженного решения переопределенных систем, в частности метод LASSO.

В результате был разработан простой метод обработки сигнала в приемнике, и с помощью численного эксперимента продемонстрирована его высокая эффективность для компенсации нелинейных искажений.

Научные руководители – канд. физ.-мат. наук, проф. Турицын С. К., д-р физ.-мат. наук, проф. Федорук М. П.

Математическая модель промерзания и оттаивания грунта

Алипова К. А.

Томский государственный университет

В работе проводится исследование математической модели промерзания и оттаивания грунта [1]. Для тестирования модели были выбраны данные с метеостанции Violett, США [2]. Рассматриваемая модель с методом преобразования координат была протестирована с использованием данных за август 2016 г. [3]. Было показано, что в случае отсутствия промерзания модель дает хорошее качественное совпадение с данными измерений.

В данной работе проведено исследование модели промерзания грунта для осеннего периода. Было проведено сравнение результатов расчетов по математической модели при заданных граничных условиях с реальными данными измерений температуры почвы. Данное сравнение показало хорошее качественное и количественное совпадение численных расчетов и прямых данных измерений.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ и Администрации Томской области в рамках научного проекта №16-41-700178 p_a.

1. Алипова К. А., Богословский Н. Н. Задача Стефана для уравнения теплопроводности // Всероссийская молодежная конференция «Все грани математики и механики»: сборник статей / под ред. А. В. Старченко. Томск : Издательский Дом Том. гос. ун-та, 2016. С. 92–99.

2. USDA National Resources Conservation Service. URL: <https://wcc.sc.gov.usda.gov/nwcc/site?sitenum=2118>.

3. Алипова К. А. Сравнение двух численных методов решения задачи Стефана // Материалы XVII Всероссийской конференции молодых ученых по математическому моделированию. г. Новосибирск, Россия, 30 октября – 3 ноября 2016 г. Новосибирск : ИВТ СО РАН, 2016. С. 26.

Научный руководитель – канд. физ.-мат. наук Богословский Н. Н.

Конвекция в обогреваемой замкнутой пористой полости, заполненной жидкостью с переменной вязкостью

Астанина М. С.

Томский государственный университет

Конвективный теплоперенос является одним из основных механизмов распространения энергии в природных и технических системах. Роль этого механизма возрастает с развитием промышленности: солнечные коллекторы, микропроцессоры и микросхемы – их разработка зачастую опирается на создание пассивной системы охлаждения, в которой естественная конвекция является определяющим механизмом теплоотвода.

Цель данного исследования – моделирование свободно-конвективного теплопереноса в замкнутой квадратной пористой области, заполненной жидкостью с переменной вязкостью, при наличии источника энергии. Изучаемая область заполнена ньютоновской теплопроводной жидкостью, удовлетворяющей приближению Буссинеска, течение – ламинарное. Вязкость жидкости рассматривается в зависимости от температуры в виде экспоненциального закона:

$$\mu = \mu_0 \cdot \exp\left(-C \frac{T - T_0}{T_h - T_c}\right).$$

Для математического описания рассматриваемого процесса в пористой полости была использована модель Дарси – Бринкмана. Дифференциальные уравнения в частных производных, описывающие анализируемый процесс, формулируются на основе нестационарных уравнений Обербека – Буссинеска для случая переменной вязкости с использованием безразмерных переменных «функция тока – завихренность – температура».

Сформулированная краевая задача реализована численно методом конечных разностей второго порядка точности на равномерной сетке. Разработанная вычислительная методика протестирована на серии модельных задач, а также на множестве разностных сеток. Изучено влияние параметров, характеризующих свойства пористости среды – число Дарси (Da) и пористость среды (ϵ), а также отдельно проанализированы поля локальных и интегральных характеристик при изменении чисел Рэлея (Ra) и Прандтля (Pr) и параметра изменения вязкости C .

Рассматриваемая физическая постановка задачи позволяет в первом приближении смоделировать охлаждение микропроцессора в некоторой полости при наличии различных вставок: кабелей, проводов и т. п.

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук, доц. Шеремет М. А.

Алгоритм решения обратной задачи термокапиллярной конвекции в горизонтальном слое жидкости при локальном нагреве

Бараховская Э. В.

Новосибирский государственный университет

Институт теплофизики им. С. С. Кутателадзе СО РАН, г. Новосибирск

Разработаны алгоритмы и создан расчетный код для решения обратной задачи по определению свойств жидкостей: коэффициента поверхностного натяжения σ и коэффициента зависимости поверхностного натяжения от температуры σ_T . Разработанные алгоритмы протестированы на синтетических данных, полученных из решения прямых задач. Показана хорошая сходимость и эффективность алгоритмов.

Идентификация жидкостей является актуальной задачей в области химических технологий и нефтяной промышленности. Такая идентификация может быть произведена по индивидуальным особенностям термокапиллярных течений и деформаций в горизонтальных слоях жидкостей. В значительной степени термокапиллярный эффект проявляется при локальном нагреве тонких слоев жидкости. В данной работе представлен способ вычисления σ и σ_T на основе данных о динамике деформаций тонкого локально нагреваемого горизонтального слоя жидкости.

Рассматривается горизонтальный слой жидкости в круглой кювете с локальным нагревателем в центре подложки из фторопласта. Геометрия системы осесимметричная. Производится импульсный нагрев заданной мощности в течение 1 секунды. Обратная задача состоит в определении коэффициентов σ и σ_T по измеренному в эксперименте термокапиллярному отклику – зависимости от времени диаметра лазерного луча, отраженного от поверхности жидкости и спроецированного на экран. Обратная задача решается путем минимизации функции невязки, которая выражает интегральное отклонение измеренного термокапиллярного отклика от рассчитанного.

Выполнены численные расчеты для силиконового масла марки ПМС-5 начальной толщины 238 мкм и 538 мкм. Рассчитаны термокапиллярные отклики для различных значений σ и σ_T . Для разных σ и σ_T диаметр термокапиллярного отклика значительно отличается. Построены функции невязки $J(\sigma)$ и $J(\sigma_T)$. Полученные функции являются выпуклыми и их минимум единствен. Это позволяет найти минимум функции методом Ньютона за несколько итераций с достаточно высокой точностью.

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук, проф. Марчук И. В.

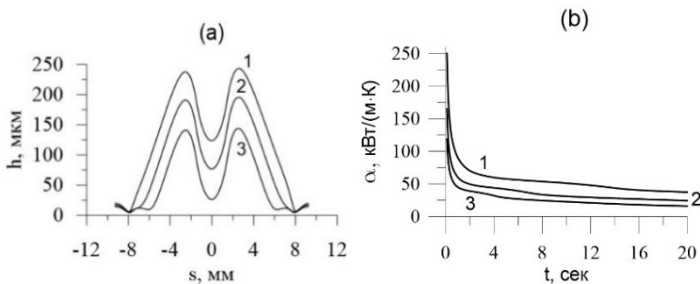
Численное моделирование пленочной конденсации водяного пара в сплюснутых трубах

Барский А. А.

Новосибирский государственный университет

В данной работе выполнено численное моделирование пленочной конденсации чистого пара в сплюснутой трубе с плоскими боковыми стенками. Такие трубы применяются при изготовлении конденсаторов пара, в которых необходим хороший термический контакт с поверхностью теплообменника. Используется модель пленочной конденсации пара на криволинейных поверхностях, представленная в [1]. Рассчитывался процесс нестационарной конденсации неподвижного водяного пара внутри сплюснутой трубы, для сечения которой длина плоского участка – 3 мм, радиус круглой части – 2 мм, периметр – 18,6 мм. Минимальная толщина пленки конденсата и наибольшая интенсивность конденсации наблюдаются в местах сопряжения плоской и круглой частей трубы в верхней ее части. За счет действия силы тяжести и градиента капиллярного давления конденсат скапливается в нижних скругленных частях трубы.

Процесс конденсации рассчитывался для различных перепадов температуры между стенкой трубы и температурой насыщения пара, см. рисунок, *a*. Получено, что при увеличении температурного напора интенсивность конденсации увеличивается, а величина коэффициента теплоотдачи уменьшается, см. рисунок, *b*.



Результаты расчетов 20 с конденсации при различных перепадах dT : *a* – распределения толщины пленки конденсата, 1 – $dT=0,5$ K, 2 – $dT=0,25$ K, 3 – $dT=0,1$ K; *b* – зависимость среднего коэффициента теплоотдачи от времени, 1 – $dT=0,1$ K, 2 – $dT=0,25$ K, 3 – $dT=0,5$ K

1. Марчук И. В., Кабов О. А., Модель пленочной конденсации пара на криволинейных поверхностях // ДАН. 2016. Т. 466, № 1, С. 33–37.

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук, Марчук И. В.

Варианты метода коллокации и наименьших невязок для решения задач математической физики в неканонических областях

Беляев В. А.

Новосибирский государственный университет

Предложены, реализованы различные варианты метода коллокации и наименьших невязок для численного решения краевых задач для уравнений Пуассона и бигармонического в неканонических областях. Дифференциальные задачи методом коллокации и наименьших невязок проектировались в пространство полиномов второй, четвертой и восьмой степеней. Граничные условия для приближенного решения выписывались точно на границе расчетной области Ω . В ячейках, которые пересекала граница, использованы «законтурные» точки коллокации и согласования. Исследована обусловленность полученных приближенных задач, указаны достоинства одних вариантов метода перед другими.

Сначала рассматриваемый подход был испытан на решении с повышенной точностью задачи Дирихле для уравнения Пуассона.

Решение второй задачи применялось для расчета напряженно – деформированного состояния изотропных пластин, имеющих различные формы и находящейся под действием поперечной нагрузки. Оно описывается решением бигармонического уравнения

$$\frac{\partial^4 \omega(x_1, x_2)}{\partial x_1^4} + 2 \frac{\partial^4 \omega(x_1, x_2)}{\partial x_1^2 \partial x_2^2} + \frac{\partial^4 \omega(x_1, x_2)}{\partial x_2^4} = \frac{q(x_1, x_2)}{D}, \quad (x_1, x_2) \in \Omega \quad (1)$$

с соответствующими различными краевыми условиями. Здесь $\omega(x_1, x_2)$ – прогиб срединной поверхности; $q(x_1, x_2)$ – поперечная нагрузка; D – жесткость пластины при изгибе.

Численные эксперименты проведены на последовательности сеток размеров 10×10 , 20×20 , 40×40 , 80×80 . Результаты расчетов показали, что приближенные решения сходятся с повышенным порядком и с высокой точностью совпадают с тестовыми аналитическими решениями.

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук, проф. Шапеев В. П.

Моделирование граничных условий при расчете тонкостенных конструкций в рамках различных теорий оболочек

Бобкова М. С.

Новосибирский государственный университет

Композитные оболочки активно применяются в судо-, авиа- и ракетостроении, в различных космических системах. Эффективное использование свойств композиционных материалов при проектировании конструкций из них требует решения вычислительно трудоемких оптимизационных задач. Использование при этом оболочечных математических моделей является одним из путей, позволяющих существенно снизить эту трудоемкость. Одним из важных, но часто остающихся за рамками рассмотрения вопросов применения теорий пластин и оболочек, является вопрос о моделировании различных видов закрепления и о формулировке граничных условий. Так, в реальных конструкциях баков и сосудов широко используются фланцевые соединения, моделирование которых в полной пространственной постановке является очень трудоемким процессом, поэтому важно научиться моделировать такие соединения в форме граничных условий для краевых задач теорий пластин и оболочек.

В настоящей работе изучены различные виды таких граничных условий, выполнена их валидация сравнением с решениями в рамках пространственной теории упругости. Рассмотрены круглая пластина и тороидальный бак, находящиеся под действием равномерно распределенного давления. Расчет в рамках теорий пластин и оболочек производится с помощью пакета программ GMDO, в пространственных постановках – в программном комплексе ANSYS.

В результате определены варианты, когда допустима замена реальных условий закрепления приближением с применением теорий пластин и оболочек и специально построенных краевых условий, что позволяет существенно сократить время решения задач сложного компьютерного моделирования и оптимизации композитных конструкций.

Научный руководитель – канд. физ.-мат. наук Юрченко А. В.

Идентифицируемость и оценка параметров для фармакокинетических моделей

Вострикова Е. И.

Новосибирский государственный университет
Институт вычислительной математики и математической геофизики,
г. Новосибирск

Обыкновенные дифференциальные уравнения (ОДУ) имеют широкую область применения в различных областях науки. В частности, ОДУ играют важную роль в моделировании процессов фармакокинетики, эпидемиологии и иммунологии. Прямая задача состоит в решении системы с заданными параметрами и начальными данными. Обратная задача заключается в оценке параметров по результатам экспериментов.

В действительности, до оценки параметров необходимо определить, существует ли единственное решение у задачи? Сколько необходимо измерений и в какие моменты времени необходимо их провести для качественной оценки? Для решения этих задач может быть применена теория идентифицируемости [1].

1. *Априорный (структурный) анализ идентифицируемости.*

Для анализа структурной идентифицируемости необходимо выполнение двух условий: структура модели является точной и измерения не зашумлены.

2. *Апостериорный (практический) анализ идентифицируемости.*

Выполняется в том случае, если известно, что параметры структурно идентифицируемы. Особенность апостериорного анализа в том, что параметры оцениваются по данным с шумом.

3. *Анализ чувствительности.*

Анализ чувствительности представляет собой метод между априорным анализом идентифицируемости и апостериорным, так как предполагается, что данные измерений не зашумлены; требует предварительно заданных значений параметров; необходимо знать количество и расположение точек измерения.

В докладе представлен обзор современных подходов анализа идентифицируемости, а также представлены результаты расчетов для фармакокинетических задач.

1. Miao H. et al. On identifiability of nonlinear ODE models and applications in viral dynamics //SIAM review. 2011. Т. 53, №. 1. С. 3–39.

Научные руководители – д-р физ.-мат. наук, чл.-кор. РАН
Кабанихин С. И., мл. науч. сотр. Воронов Д. А.

**Расчет кинематики сейсмических волновых полей в трехмерных
неоднородных изотропных средах**

Галактионова А. А.

Новосибирский государственный университет

Разработка эффективных алгоритмов для расчета кинематики сейсмических волновых полей в трехмерных неоднородных изотропных средах актуальна для анализа сейсморазведочных данных. Целью работы является создание алгоритмов и программ для расчета времен и направлений прихода волн в заданную 3D сетку точек.

Разработан алгоритм 3D лучевой пристрелки как для случая точечного источника, так и в более общей постановке, когда начальное положение фронта волны задано в виде гладкой поверхности $\mathbf{r}=\mathbf{r}(u,v)$. В последнем случае начальные точки лучей на этой поверхности заранее неизвестны.

Алгоритм отличается от известного метода волновых фронтов тем, что не требует построения опорной сетки лучей.

Рассматриваются случаи различного скоростного строения среды: однородная, градиентная и т. д., а также различные виды поверхности $\mathbf{r}(u,v)$. Приводятся результаты численных экспериментов.

Научный руководитель – канд. физ.-мат. наук, доц. Белоносов А. С.

**Алгоритм определения амплитуды переднего фронта волны для
линейных уравнений мелкой воды как метод решения задач
определения источников колебаний.**

Горовик М. А.

Новосибирский государственный университет

В работе предлагается алгоритм определения амплитуды переднего фронта волны, основанный на свойствах фундаментального решения линейной системы уравнений мелкой воды [1]. Преимущество данного алгоритма состоит в вычислительной эффективности (определение функции двух переменных вместо функции трех переменных) и в применении к вычислению источников возмущений (обратных задач) [2].

Цель работы состоит в восстановлении амплитуды источника по наблюдаемым высотам проходящей волны для более точного прогноза полной энергии набегающей на берег волны цунами. Ключевую роль в алгоритме играет уравнение эйконала [3], которое характеризует время прихода волны в заданную точку. Решение задачи Коши для уравнения эйконала определяется методом бихарактеристик. В одномерном случае решение полученной задачи Коши для определения амплитуды переднего фронта волны определяется аналитически и совпадает с общеизвестной формулой Эри-Грина (*Airy G. Tides and Waves*, 1845), полученной из физических законов сохранения. Согласно этой формуле амплитуда волны растет при подходе к берегу, что согласуется с реальностью.

Для модельного дна приведены и обсуждены результаты численных расчетов.

1. Кабанихин С. И., Криворотько О. И. Численный алгоритм расчета амплитуды волны цунами. Сибирский журнал вычислительной математики. 2016. Т. 19, № 2. С. 153–165.

2. Кабанихин С. И. Обратные и некорректные задачи. Новосибирск : Сибирское научное издательство, 2009.

3. Кабанихин С. И. Линейная регуляризация многомерных обратных задач для гиперболических уравнений // Препринт института математики СО АН СССР, Новосибирск, 1988. Т. 27.

Научные руководители – д-р физ.-мат. наук, чл.-кор. РАН Кабанихин С. И., канд. физ.-мат. наук Криворотько О. И.

Модифицированные схемы вариационного усвоения данных с использованием принципа невязки

Гришина А. А.

Новосибирский государственный Университет

В алгоритмах усвоения данных совместно используются математические модели и поступающие в реальном времени измерения доступных характеристик исследуемого процесса для решения прогностических задач. С развитием систем мониторинга окружающей среды, позволяющих измерять концентрации различных примесей в атмосферном воздухе, алгоритмы усвоения данных становятся все более актуальными [1].

В работе рассмотрен метод 4DVar со слабыми ограничениями, а также построена неявная модификация вариационного метода усвоения данных 3DVar [2]. Алгоритмы применены к системе Робертсона – жесткой системе химической кинетики. Оба метода основаны на введении функции неопределенности в исходную модель. Целевые функционалы совмещают квадрат нормы невязки между смоделированными и измеренными значениями и взвешенный квадрат нормы функции неопределенности. Параметры усвоения (регуляризации) отыскивались как эмпирически, так и с использованием обобщенного принципа невязки.

В ходе работы смоделированы зашумленные данные измерений и решена задача усвоения данных, целью которой было определение значений концентраций всех веществ на рассматриваемом промежутке времени по поступающим данным измерений об одном веществе. Найдены условия, в которых более простой метод типа 3DVar показал лучшие результаты, чем метод 4DVar, что объясняется свойствами рассмотренной системы. Изучена эффективность определения параметра усвоения с помощью обобщенного принципа невязки для системы Робертсона.

Работа поддержана программой Президиума РАН I.33П и II.2П/I.3-3; проектами МК-8214.2016.1 и РФФИ 14-01-00125.

1. Bocquet M., Elbern H., Eskes H. et al. Data assimilation in atmospheric chemistry models: current status and future prospects for coupled chemistry meteorology models // Atmos. Chem. Phys. 2015. Vol. 15. P. 5325–5358.

2. Пененко А. В., Пененко В. В. Прямой метод вариационного усвоения данных для моделей конвекции-диффузии на основе схемы расщепления // Вычислительные технологии. 2014. Т. 19, № 4, С. 69–83.

Научные руководители – д-р физ.-мат. наук, проф. Пененко В. В., канд. физ.-мат. наук Пененко А. В.

Использование дифференциальных уравнений в моделировании процесса демографии

Давыдов Н. П.

Северо-восточный федеральный университет им. М. К. Аммосова,
г. Якутск

Дифференциальные уравнения являются одним из важнейших разделов математического анализа. Они могут использоваться в процессах, наблюдаемых в экологии, демографии и других, далеких от математики социальных науках.

Актуальность нашего исследования обусловлена тем, что в плане мероприятий по подготовке и проведению празднования 100-летия образования Якутской АССР определен комплекс мер, направленный на достижение численности населения Республики Саха (Якутия) к 2022 г. 1 миллиона человек.

Удастся ли это за 5 лет?

Чтобы ответить на этот вопрос, особую роль отведем математическому моделированию процесса демографии, в частности, дифференциальным уравнениям.

Рост населения представляет собой динамический процесс, который можно эффективно описать с помощью дифференциальных уравнений. Мы рассмотрели несколько моделей роста, предложенных экономистами и физиками:

- 1) Мальтузианская модель роста;
- 2) Логистическая модель;
- 3) Гиперболические модели роста;
- 4) модель, разработанная С. Капицей, и т. д.

В своей работе мы использовали простейшую модель роста.

Пусть $y(t)$ – число жителей региона в момент времени t . Прирост населения за время Δt равен: $\Delta t = k_1 y \Delta t - k_2 y \Delta t \Rightarrow \frac{dy}{dt} = ky$, $k = k_1 - k_2$.

Переходя к пределу при $\Delta t \rightarrow 0$, получим $\frac{dy}{dt} = ky$. Разделяя переменные, имеем простейшее дифференциальное уравнение с разделенными переменными $\frac{dy}{y} = k dt$. Интегрируя получаем следующую формулу:

$$y = c \cdot e^{kt}, \text{ где } c = \pm c - \text{произвольная постоянная.}$$

Поставляем данные с таблицы численности населения по годам.

И у нас получается, что к 2022 г. численность населения РС(Я) стала 976,7 тыс. чел. Таким образом, наша гипотеза действительно покажет, что численность населения РС(Я) достигнет одного миллиона человек к 2022 г. не подтвердилась. А достигнет только к 2031 г.

Научный руководитель – канд. пед. наук. Егорова Е. М.

Одномерная модель гемодинамики для сосудов конической формы

Давыдова С. Г.

Новосибирский государственный университет

Математическое моделирование в биологии и медицине приобретает все большие масштабы. В частности, множество работ посвящено моделированию сердечно-сосудистой системы. При моделировании артериальной системы человека чаще всего используется одномерная модель гемодинамики. При этом форма сосудов считается цилиндрической [1], хотя ряд крупных сосудов, например аорта, имеет коническую форму. В данной работе проведена адаптация одномерной модели гемодинамики для сосудов конической формы, а именно, внесены соответствующие изменения в уравнения математической модели и проведен ряд численных экспериментов.

Разработана уточненная методика получения уравнения состояния [2]. Проведено тестирование новых уравнений состояния на примере кровотока в аорте.

Проведено исследование отражения пульсовой волны от стыка двух цилиндрических сосудов и влияния коэффициента фильтрации на формирование отраженной волны. Результаты моделирования показали, что использование конических сосудов, а также специального коэффициента фильтрации на концах терминальных сосудов приводит к сглаживанию формы пульсовой волны.

Актуальность полученных результатов обусловлена важностью моделирования профиля пульсовой волны и изучения условий его формирования, вследствие его высокой диагностической информативности.

1. Киселев И. Н., Бибердорф Э. А., Баранов В. И., Комлягина Т. Г., Мельников В. Н., Суворова С. Ю., Кривошеков С. Г., Колпаков Ф. А. Персонализация параметров и валидация модели сердечно-сосудистой системы человека // Математическая биология и биоинформатика. 2015. Т. 10, № 2. С. 526–547.

2. Владимиров Ю. А., Рошупкин Д. И., Потапенко А. Я., Деев А. И. Биофизика: учебник. М., 1983. С. 200–205.

Научный руководитель – канд. физ.-мат. наук Бибердорф Э. А.

Двумерное ползущее движение бинарной смеси в плоском слое

Дараби Н. Б.

Сибирский федеральный университет, г. Красноярск

Рассматриваются решения уравнений термодиффузии специального вида, описывающее двумерное движение в плоском слое

$$\begin{aligned}
 u &= U(y, t)x, & v &= V(y, t), \\
 p &= W(y, t)x^2/2 + F(y, t), \\
 T(x, y, t) &= A(y, t)x^2 + B(y, t), \\
 C(x, y, t) &= M(y, t)x^2 + N(y, t), \\
 W(y, t) &= 2G \int_0^y (A(z, t) + M(z, t)) dz + w(t), \\
 F(y, t) &= V_y + f_0(t) - \frac{\partial}{\partial t} \int_0^y V(z, t) dz \\
 &+ \int_0^y G(B(z, t) + N(z, t)) dz,
 \end{aligned} \tag{1}$$

где u и v – компоненты вектора скорости; p – давление; T – температура; C – концентрация; $G = Gr/Re$ – отношение числа Грасгофа к числу Рейнольдса и $f_0(t) \equiv 0$.

После подстановки представления (1) в уравнения движения и граничные условия возникают начально-краевые задачи для неизвестных функций u , v , p , T и C . В предположении малости числа Рейнольдса (ползущие движения) эти задачи становятся линейными. Кроме того, они являются обратными, так как градиент давления (функция $w(t)$) тоже является искомым.

Решение задачи получено с помощью преобразования Лапласа. Найдены нестационарное решение и точное решение стационарной задачи и установлено, что этот режим является предельным для нестационарной задачи, когда время стремится к бесконечности.

Проведены численные расчеты для движения конкретных смесей.

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук, проф. Андреев В. К.

Последовательная регуляризация в задачах усвоения данных для моделей адвекции-диффузии

Ермишина В. Е.

Новосибирский государственный университет

Алгоритмы усвоения данных используются при изучении процессов, характеристики которых быстро изменяются со временем. Примером являются процессы переноса примесей в атмосфере. В работе поставлены и рассмотрены прямая задача распределение примесей и обратная задачи поиска источников по значениям функции состояния в заданных точках пространства и времени, а также задача усвоения данных, представленная в виде последовательности обратных задач с увеличивающимся набором данных измерений. Обратные задачи из этой последовательности решаются с помощью градиентного алгоритма. Градиент целевого функционала разыскивается с помощью сопряженных уравнений.

Обычно в алгоритмах вариационного усвоения данных используются алгоритмы 3DVAR и 4DVAR, аналогичные алгоритмам Тихоновской регуляризации. Однако если нет возможности решить задачу минимизации прямым алгоритмом, то каждый раз при выборе параметра регуляризации требуется привлечение итерационных алгоритмов, что является затратным с вычислительной точки зрения. Альтернативой при решении некорректных обратных задач является итерационная регуляризация, когда номер итерации является параметром регуляризации. Таким образом, в данной работе численно исследуется эффективность применения алгоритма усвоения данных на основе итерационной регуляризации к модели адвекции – диффузии. Приводятся результаты численных экспериментов.

Научный руководитель – канд. физ.-мат. наук Пененко А. В.

Моделирование неізотермического течения вязкоупругой полимерной жидкости в канале с тонким нагревательным элементом с расчетом погрешности

Круглова Е. А.

Новосибирский государственный университет

Стремительное развитие современных технологий 3D-печати с использованием полимерных материалов требует разработки новых математических моделей, описывающих течения растворов и расплавов полимеров в каналах печатающих устройств. Для решения уравнений таких моделей требуются новые вычислительные схемы, обладающие повышенной точностью и устойчивостью.

В данной работе за основу берется модификация мезоскопической реологической модели Покровского – Виноградова [1], описывающая стационарные неізотермические течения несжимаемой вязкоупругой полимерной жидкости. Модель учитывает важнейшие характеристики течений, определяющие параметры технологического процесса 3D-печати.

В работе поставлена нелинейная краевая задача для определения скорости течения жидкости в цилиндрическом канале с тонким нагревательным элементом (нитью) в центре. Численные решения краевой задачи найдены с помощью нелокального алгоритма, описанного в [3]. Приведены результаты расчетов различных течений. Получены оценки точности двух компонент погрешности: вычислительной погрешности и погрешности метода.

1. Pokrovskii V. N. The Mesoscopic Theory of Polymer Dynamics. 2nd ed. Berlin: Springer, 2010. doi:10.1007/978-90-481-2231-8.

2. Блохин А.М., Семисалов Б.В. Стационарное течение несжимаемой вязкоупругой полимерной жидкости в канале с эллиптическим сечением // СибЖИМ. 2014. Т. XVII, № 4(60). С. 38–47.

3. Семисалов Б. В. Нелокальный алгоритм поиска решений уравнения Пуассона и его приложения // Журн. выч. мат. и мат. физ. 2014. Т. 54, № 7. С. 1110–1135.

4. Круглова Е. А. Численный анализ свойств неізотермического течения полимерной жидкости в цилиндрическом канале с тонким нагревательным элементом // Материалы 54-й Международной научной студенческой конференции (ISSC). Россия. Новосибирск, 16.04–20.04.2016. С. 50.

Научный руководитель – канд. физ.-мат. наук, ст. науч. сотр. КТИ ВТ СО РАН Семисалов. Б. В.

**Решение уравнений движения жидкости в узком канале
переменного сечения при варьировании положения выходной
границы**

Куклин А. А.

Новосибирский государственный университет

Для интенсификации добычи при эксплуатации нефтяных скважин применяется технология гидроразрыва пласта (ГРП). Одной из моделей ГРП является одномерная радиальная модель, описанная, например, в [1]. Модель включает в себя уравнения упругости для вычисления ширины трещины, критерий Ирвина распространения трещины и уравнения движения жидкости. В систему уравнений движения жидкости входят уравнения количества движения, уравнение неразрывности, закон Картера, описывающий утечку жидкости в породу.

В процессе итерационного решения связанной системы нелинейных уравнений модели необходимо варьировать положение фронта жидкости точку задания граничных условий для давления. Для решения уравнения движения жидкости в настоящей работе используется метод конечных элементов (МКЭ) на неравномерной сетке с линейными элементами и изменение точки задания граничных условий требует перестроения сетки и перезаполнения матрицы жесткости, что существенно увеличивает время решения всей задачи.

Цель работы – разработать модификацию МКЭ такую, чтобы изменение точки задания граничных условий не требовало перестроения сетки. Это предполагается сделать путем использования специальных элементов более высокого порядка.

В настоящий момент построена аппроксимация и реализован МКЭ для рассматриваемого уравнения. На основе численного решения проведено исследование на сеточную сходимость и показано влияние положения выходной границы на решение.

1. Черный С. Г., Лапин В. Н., Есипов Д. В., Куранаков Д. С. Методы моделирования зарождения и распространения трещин. Новосибирск : Изд-во СО РАН, 2016.

Научный руководитель – канд. физ.-мат. наук Лапин В. Н.

**Исследование динамики встречных гауссовых пучков
заряженных частиц**

Лаговская К. В.

Новосибирский государственный университет

В работе рассмотрена задача о взаимодействии двух релятивистских пучков, заряженных электронами и позитронами. Каждый из них характеризуется набором параметров, таких как форма, начальные координаты, величина заряда, энергия. Движение происходит под действием самосогласованного электромагнитного поля в вакууме. Для его описания используются уравнения Власова и уравнения Максвелла. Такая система уравнений решается с помощью метода частиц в ячейках.

Целью данной работы было исследование конфигурации пучков для достижения наибольшей светимости коллайдера. В докладе представлены результаты моделирования взаимодействия пучков с гауссовым распределением плотности заряда. Для проверки результатов применялись существующие аналитические решения.

Научный руководитель – канд. физ.-мат. наук Боронина М. А.

Численное решение задачи совместного деформирования двух упругих стержней

Латышев А. А.

Новосибирский государственный университет

В данной работе сделаны шаги к построению дискретной модели, представляющей анизотридные сетчатые конструкции в виде совокупности композитных стержней, неделимых на отдельные элементы точками пересечения. В модельной задаче рассматриваются два упругих, изотропных стержня № 1 и № 2, соединенных жестко в точке пересечения с жестко закрепленными концами. Задача состоит в вычислении прогибов стержней $\omega_{1,2}(x_{1,2})$.

Статические деформации упругих стержней описываются уравнением:

$$\frac{E_{1,2} h_{1,2}}{12} \frac{d^4 \omega_{1,2}}{dx_{1,2}^4} = P_{1,2}(x_{1,2}), x_{1,2} \in [0; L_{1,2}],$$

где $E_{1,2}$ – модули Юнга, $h_{1,2}$ – толщины стержней, $L_{1,2}$ – длины, $P_{1,2}(x_{1,2})$ – нагрузки, $x_{1,2}$ – координаты, связанные со стержнями.

Условия жесткого закрепления:

$$\omega_{1,2}(0) = \frac{\partial \omega_{1,2}}{\partial x}(0) = 0, (1)$$

$$\omega_{1,2}(L_{1,2}) = \frac{\partial \omega_{1,2}}{\partial x}(L_{1,2}) = 0. (2).$$

Точка их пересечения при деформации смещается на одну и ту же величину, поэтому, дополняя условием:

$$\omega_1(l_1) = \omega_2(l_2), (3),$$

получаем переопределенную задачу, где $l_{1,2}$ – координаты точки пересечения в системах $x_{1,2}$.

В общем случае анализ условий (1)–(3) приводит к необходимому условию существования точек пересечения: уравнение

$$x = f(x), 0 < f(x) < \min(L_1, L_2)$$

должно иметь хотя бы одно решение на интервале $0 < x < \min(L_1, L_2)$, где $f(x)$ строится явным образом по данным задачи.

Для поиска численных значений прогибов используется метод коллокаций и наименьших квадратов и итерационный метод установления. Аппроксимируя функции прогибов стержней интерполяционными полиномами с узлами в нулях многочленов Чебышёва, получим систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Добавляя к этой системе условия жесткого соединения стержней, мы сводим задачу к решению переопределенной СЛАУ. Для расчета вектора значений прогибов в узлах интерполяции реализована программа на языке C++.

Научные руководители – канд. физ.-мат. наук Семисалов Б. В., д-р физ.-мат. наук, проф. Ткачев Д. Л.

Обратная задача для математической модели инфекционного заболевания

Латышенко В. А.

Новосибирский государственный университет

Для исследования динамики иммунной защиты организма при инфекционных заболеваниях используются математические модели, которые содержат большое количество параметров, характеризующие иммунный статус организма и свойства антигена. Оценка параметров системы уравнений по клиническим данным позволяет моделировать динамику заболевания и строить прогнозы течения и исхода болезни для конкретного человека.

В данной работе исследована базовая математическая модель инфекционного заболевания, разработанная Г. И. Марчуком [1]. Модель состоит из четырех обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ) с запаздывающим аргументом, которые описывают изменение числа антигенов, рост плазматических клеток, баланс числа антител и характеристику пораженной части органа.

Цель данной работы – постановка, исследование и построение алгоритма численного решения задачи определения коэффициентов системы ОДУ (обратная задача) по дополнительным статистическим данным о решении прямой задачи в заданные моменты времени [2]. Решение обратной задачи сводится к нахождению минимума соответствующего целевого функционала, который численно определяется комбинацией двух методов: генетического алгоритма [3] и градиентного метода [4]. Представлены результаты численных расчетов.

-
1. Марчук Г. И. Математическое моделирование в иммунологии. Вычислительные методы и эксперименты. 3-е издание перераб. и доп. М. : Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1991.
 2. Кабанихин С. И. Обратные и некорректные задачи. Новосибирск : Сибирское научное издательство, 2008.
 3. Панченко Т. В. Генетические алгоритмы. Астрахань : Издательский дом «Астраханский университет», 2007.
 4. Kabanikhin S. I., Krivorotko O. I. Identification of biological models described by systems of nonlinear differential equations // Journal of Inverse and Ill-Posed Problems. 2015. Vol. 23, Iss. 5. P. 519–527.

Научные руководители – д-р физ.-мат. наук, проф. Кабанихин С. И., канд. физ.-мат. наук Криворотко О. И.

**Итерационный метод решения задачи «гидродинамика-упругость»
в модели радиальной трещины с явным заданием
величины шага по времени**

Макарова А. Ю.

Новосибирский государственный университет

Для интенсификации добычи нефтяных скважин применяется технология гидроразрыва пласта (ГРП). Для максимизации их производительности проводится оптимизация ГРП, которая заключается в решении множества задач прямого моделирования ГРП.

Для моделирования трещины ГРП в настоящей работе используется радиальная модель гидроразрыва, описанная, например, в [1]. Модель включает в себя аналитическое решение уравнений упругости для вычисления ширины трещины, одномерные уравнения движения неньютоновской жидкости с реологией Гершеля – Балкли, критерий Ирвина распространения трещины и закон Картера для расчета утечки жидкости в породу.

При подборе оптимальных параметров расписания закачки важно иметь возможность задавать величину шага по времени в прямой задаче распространения трещины. Однако предложенный в [1] алгоритм требует вместо этого задания величины приращения фронта трещины.

В настоящей работе предлагается новый алгоритм, в котором задается величина шага по времени, а положение фронтов жидкости и радиуса трещины рассчитываются соответственно. В целях повышения скорости расчета в ходе работы рассмотрен ряд итерационных методов решения нелинейной задачи «гидродинамика – упругость», а именно методы релаксации, Ньютона, градиентного спуска.

1. Черный С. Г., Лапин В. Н., Есипов Д. В., Куранаков Д. С. Методы моделирования зарождения и распространения трещин. Новосибирск : Изд-во СО РАН, 2016. 312 с.

Научный руководитель – канд. физ.-мат. наук Лапин В. Н.

Кинетически-согласованные разностные схемы для решения газодинамических уравнений

Максимова А. Г.

Новосибирский государственный университет

Во многих областях современной науки возникают задачи, связанные с газовой динамикой. Из-за нелинейности уравнений газовой динамики возникает необходимость в использовании численных методов для решения большинства задач.

В работе рассмотрен метод создания вычислительных алгоритмов, в котором используются дискретные кинетические модели, описывающие одночастичную функцию распределения. Использование кинетической модели дало название методу – кинетически-согласованные разностные схемы (КСРС).

КСРС отличаются от традиционных разностных схем для газовой динамики алгоритмом вывода. Для КСРС строится разностная аппроксимация уравнения Больцмана, которую осредняют по скоростям молекул, и выводятся разностные уравнения для газодинамических параметров. В традиционных методах сперва производится осреднение по скоростям молекул уравнения Больцмана с получением уравнений Навье – Стокса или Эйлера и только затем строится разностная аппроксимация.

Проведенная серия тестов для одномерной задачи об ударной трубе позволяет проанализировать эффективность КСРС на основании схемы с направленными разностями. Также был построен контрпример с применением схемы Стегера – Варминга, который показал необходимость учета последовательности вывода уравнений КСРС.

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук Лазарева Г. Г.

**Задача о колебании жидкости в параболической чаше и ее применение
для верификации алгоритмов численного моделирования наката
длинных волн на берег**

Мацкевич Н. А.

Новосибирский государственный университет

Моделирование волн, включая их накат на берег – интригующая и важная задача волновой гидродинамики. Кроме теоретического интереса, эта задача имеет и прикладное значение, связанное, например, с прогнозированием поведения катастрофических волн цунами у береговой линии.

Решение таких задач сопряжено с большими трудностями. Даже мельчайшие недочеты в задании рельефа дна прибрежной зоны существенно влияют на точность вычислений. В условиях, когда цена ошибки высока, необходимы надежные методы верификации алгоритмов.

Одним из полезных тестовых примеров является волновой режим, возникающий в параболической чаше при «плоском» начальном отклонении свободной поверхности. При рассмотрении в рамках теории мелкой воды здесь, несмотря на двумерность и нелинейность уравнений модели, оказывается возможным получение точного решения как с учетом вращения (силы Кориолиса), так и без него. Это делает рассматриваемую задачу в некотором плане уникальной и востребованной в сфере численного моделирования волн.

Нами было получено аналитическое решение поставленной задачи. Затем оно было использовано для сопоставления с результатами численного моделирования, выполненного с применением метода крупных частиц [1] и метода SPH, обладающего TVD свойствами [2]. Полученные результаты могут помочь в дальнейших исследованиях при выборе оптимальных алгоритмов расчета.

1. Белоцерковский О. М., Давыдов Ю. М. Метод крупных частиц в газовой динамике. М. : Наука, 1982.

2. Храпов С. С., Хоперсков А. В., Кузьмин Н. М., Писарев А. В., Кобелев И. А. Численная схема для моделирования динамики поверхностных вод на основе комбинированного SPH-TVD подхода // Вычислительные методы и программирование. 2011. Т. 12. С. 282–297.

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук, проф. Чубаров Л. Б.

Численное моделирование распада разрыва в неізотермической разреженной плазме

Назарченко Е. А.

Новосибирский государственный университет

Разреженная плазма описывается кинетическим уравнением Власова для функций распределения ионов и электронов по скоростям:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + u \frac{\partial f}{\partial x} + E \cdot \frac{e}{m_i} \cdot \frac{\partial f}{\partial u} = 0,$$

где $E = -\partial\varphi/\partial x$ – напряженность электрического поля; f – функция распределения ионов; e – заряд электрона; u – скорость ионов; m_i – масса иона; φ – потенциал.

Кинетические уравнения являются уравнениями гиперболического типа и для решения их эффективны конечно-разностные схемы. Но в трехмерном случае функции распределения являются функциями семи аргументов (3 координаты, 3 компоненты скорости и время), что требует при решении больших вычислительных затрат. Кроме этого, масса электрона во много раз меньше массы иона, решение конечно-разностными методами требует большого количества временных шагов для получения содержательного решения для ионной компоненты. Для решения этой проблемы были предложены гибридные модели, в которых кинетическое уравнение для электронов не решается, а используется гидродинамическое приближение:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u) &= 0, \quad \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial \varphi}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} &= e^{\varphi} - \rho. \end{aligned}$$

где ρ – плотность ионов.

В этом случае плотность и скорость плазмы находятся из более простых формул. Это позволяет существенно сократить время вычислений.

На примере решения задачи о распаде разрыва плотности в разреженной плазме в одномерной постановке проведена проверка адекватности модели, определен диапазон параметров, при которых модель можно использовать для данной задачи.

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук, проф. Вшивков В. А.

Проявление связности и флюидонасыщенности трещин в сейсмических волновых полях

Новиков М. А.

Новосибирский государственный университет

При прохождении сейсмических волн через среду, содержащую систему трещин, заполненных высокопористым материалом, при наличии в трещинах флюида возникают потоки, индуцированные этими волнами [1]. В настоящее время исследования подобного рода эффектов проводятся либо на теоретическом уровне, либо с использованием результатов численных экспериментов в квазистатической постановке. В последнем случае не учитываются динамические эффекты, такие как рассеяние.

Для численного моделирования волновых процессов в пороупругой флюидонасыщенной среде построена и реализована конечно-разностная схема второго порядка по времени и пространству на разнесенной сетке, аппроксимирующая динамическую систему уравнений Био. В качестве граничных условий были использованы идеально согласованные слои.

В ходе работы проведен ряд численных экспериментов в диапазоне частот от 500 Гц до 10 кГц. Исследовано влияние ориентации и связности трещин, а также проницаемости материала, заполняющего их, на поглощение сейсмической энергии, проходящей через систему трещин волны. По полученным волновым полям построены фазовая скорость продольной волны и ее затухание в зависимости от частоты. Проведено сравнение результатов с оценками, основанными на решении задачи в квазистатической постановке. Показано, что на частотах ниже 3 кГц полученное затухание, вызванное потоками флюидов между материалом трещин и вмещающей средой, сравнимо в обоих постановках. При частотах волны выше 3 кГц основным фактором, определяющим интенсивность поглощения сейсмической энергии, является рассеяние, чего нельзя увидеть в результатах, полученных решением задачи в квазистатической постановке.

1. Rubino J. G., Muller T. M., Guarracino L., Milani M., Holiger K. Seismoacoustic signatures of fracture connectivity // Geophys. Res. Solid Earth. 2014. Vol. 119. P. 2252–2271.

Научный руководитель – канд. физ.-мат. наук Лисица В. В.

Численное моделирование обтекания аппарата Х-43А при различных углах атаки

Ободовская Е. А.

Новосибирский государственный университет

В последнее десятилетие повышенное внимание уделяется исследованиям, проводимым для создания гиперзвуковых летательных аппаратов (ГЛА). В качестве основных силовых установок на современном этапе рассматриваются гиперзвуковые прямоточные воздушно-реактивные двигатели (ГПВРД), предназначенные для выполнения полетов на скоростях, соответствующих числу $M=5$ и выше. Методики расчета гиперзвукового летательного аппарата, снабженного ГПВРД, принципиально отличаются от методик расчета ЛА с двигателями других типов так как параметры газа на входе в двигатель определяются условиями обтекания носовой части планера. В такой компоновке силовая установка не может рассматриваться как самостоятельный узел ЛА.

Целью данной работы является нахождение распределения газодинамических параметров вблизи ГЛА при обтекании его гиперзвуковым потоком при различных углах атаки.

Задача рассматривалась в двумерном приближении применительно к нижней части корпуса ГЛА. Параметры потока соответствуют высоте полета $H=29$ км. Число Маха $M=7$.

Численное моделирование течения проводится с использованием CFD-пакета Ansys. Расчетная сетка строится с помощью сеточного генератора ICEM CFD. Для расчета течения в Ansys Fluent решаются осредненные по Рейнольдсу уравнения Навье – Стокса, дополненные моделью турбулентности Спаларта – Аллмараса. Начальными данными являются условия в невозмущенном потоке. Поверхность тела рассматривается как нетеплопроводная стенка с условием прилипания. На внешней границе ставятся условия невозмущенного потока.

В результате решения задачи обтекания были получены картины распределения давления и скорости вблизи ГЛА в диапазоне углов атаки от $\alpha=0^\circ$ до $\alpha=5^\circ$ с шагом $\Delta\alpha\pm 1^\circ$. Было установлено, что при увеличении угла атаки возрастает давление на входе в воздухозаборник. При угле $\alpha=5^\circ$ также появляется вертикальная составляющая силы тяги вследствие несовпадения вектора потока и оси ГПВД. Все это уменьшает горизонтальную составляющую силы тяги двигателя и, как следствие, аэродинамическое качество.

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук, доц. Коротаева Т. А.

Численное моделирование поверхностных волн при подводном оползне на реальном склоне акватории Черного моря

Палагина А. А.

Новосибирский государственный университет

7 мая 2007 г. на болгарском побережье Черного моря наблюдались аномальные волны цунами, при этом никаких землетрясений в этот день зафиксировано не было. Авторами работы [1] предложена гипотеза о том, что возникновение этих волн могло быть вызвано некоторым массивным подводным оползнем. В условиях отсутствия данных о начальном положении оползневой массы и параметрах донных отложений единственным способом проверки гипотезы становится вычислительный эксперимент. В статье [1] исследовалось 4 возможных начальных положения оползня на одной и той же глубине 100 м, при этом оползень представлялся в виде конечного набора твердых блоков, движущихся под действием сил тяжести и трения. Движение волн, вызванных перемещением оползня, описывалось в рамках уравнений мелкой воды с использованием метода конечных элементов.

В настоящей работе применяется более точная модель потенциальных течений, учитывающая вертикальные перемещения воды, а для описания движения оползня по неровному подводному склону используется модель квазидеформируемого тела, движущегося благодаря действию на него сил тяжести, трения, сопротивления воды и выталкивающей силы. Предложены новые неотражающие условия, позволяющие избежать появления волн отрицательной полярности в расчетной области.

Исследовано несколько начальных положений оползня на разной глубине реального рельефа, имеющего участки с различной кривизной. Выявлены особенности волновых полей в зависимости от начального заглубления оползня, его размеров и от коэффициента трения. Выполнено сопоставление с результатами расчетов в рамках двумерной модели мелкой воды.

На основе сравнения натурных данных с результатами численного моделирования подтверждена гипотеза об оползневом происхождении аномальных волн.

1. Rangelov B., Tinti S., Pagnoni G., Tonini R., Zaniboni F., Armigliato A. The nonseismic tsunami observed in the Bulgarian Black Sea on 7 May 2007: was it due to a submarine landslide? // Geophys. Res. Lett. 2008. Vol. 35. L18613.

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук, проф. Хакимзянов Г. С.

**Численное моделирование распространения нефтяного пятна
в шельфовой зоне СЛО**

Патрахина Е. В.

Новосибирский государственный университет

Вследствие планируемого развития нефте- и газодобывающей промышленности в арктической шельфовой зоне океана, экологические проблемы Северного Ледовитого океан в ближайшие годы могут увеличиться. Разведка, добыча и любые виды транспортировки нефти представляют собой определенный риск загрязнения и серьезную экологическую угрозу для арктической природной среды. Предполагается разработка численной модели распространения нефтяного загрязнения в арктических водах для моделирования процесса аварийного нефтяного разлива и анализа экологической обстановки при возможных авариях, связанных с разработкой нефтяных месторождений на шельфе Арктических морей. В качестве первого этапа построения численной модели рассматривается двумерный вариант, описывающий процессы, осредненные по вертикали. Основой модели являются уравнения движения и уравнение переноса-трансформации примеси. Учитываются процессы физико-химической трансформации нефти на поверхности воды, такие как процессы диффузии, испарения и дисперсии. Проведены сценарные эксперименты, позволяющие воспроизвести траекторию распространения загрязнения в течение модельного года при меняющихся атмосферных условиях, определяемых динамическим состоянием атмосферы.

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук Голубева Е. Н.

Моделирование взаимодействия электронного пучка с плазмой

Пехтерев М. С.

Новосибирский государственный университет

Рассматривается задача взаимодействия релятивистского электронного пучка с плазмой. Плазма рассматривается в бесстолкновительном приближении и ее динамика описывается системой уравнений Власова для функций распределения ионов и электронов и системой уравнений Максвелла для самосогласованных электромагнитных полей.

Создана двумерная численная модель и проведены расчеты для параметров плазмы и пучка, максимально приближенных к условиям экспериментов, в том числе воспроизведена непрерывная инжекция электронного пучка в плазму, которая обеспечивает развитие модуляционных плазменных колебаний и генерацию электромагнитного излучения субтерагерцового диапазона частот. С помощью Фурье анализа исследован спектр электромагнитного излучения. На основании полученного спектра электромагнитных полей в области пучково-плазменного взаимодействия и в вакууме были найдены доминирующие гармоники генерируемого излучения.

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук, проф. Вшивков В. А.

Математическое моделирование гибели клеток при ишемическом инсульте

Плотников Н. Д.

Новосибирский государственный университет
Институт вычислительных технологий СО РАН, г. Новосибирск

Ишемический инсульт – повреждение ткани головного мозга, вызванное уменьшением или отсутствием кровоснабжения. Вследствие снижения поступления питательных веществ происходит повреждение или гибель клеток (астроцитов и нейронов), осуществляемая преимущественно двумя путями – апоптозным и некротическим. Апоптоз представляет собой безболезненную фрагментацию и удаление поврежденной клетки, а некроз сопровождается мощной воспалительной реакцией.

Принятая в настоящей работе биологическая модель ишемического инсульта выделяет здоровые клетки, клетки, начавшие апоптоз, а также клетки, умершие путем апоптоза и некроза. Погибшие некротические клетки активируют микроглию, приводя их в состояние готовности к фагоцитозу и синтезу цитокинов и хемокинов. Цитокины вызывают накопление молекул адгезии, обеспечивающих преодоление гематоэнцефалического барьера для нейтрофилов и макрофагов. Нейтрофилы и макрофаги, привлеченные из крови, и клетки микроглии удаляют умершие клетки мозга. Токсическое воздействие на живые клетки мозга оказывают провоспалительные цитокины, нейтрофилы и активированная микроглия (Гусев Е. И., Скворцова В. И., 2001).

Математическая модель этого динамического процесса представляет собой нелинейную систему уравнений, включающую в себя уравнения типа реакция-диффузия и дифференциальные уравнения первого порядка. Особенностью модели является наличие нескольких запаздывающих аргументов, имеющих ясный биологический смысл.

Показано, что принятая математическая модель адекватно описывает состояние здорового мозга, а при инсульте удовлетворительно воспроизводит общепризнанную хронологию заболевания, которая известна из клинических наблюдений. Получено удовлетворительное согласие с экспериментальными данными о динамике нейронов, астроцитов и микроглий в первые часы ишемического повреждения клеток мозга у крыс (Lu Y. et al., 2005).

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук Воропаева О. Ф.

Оптимизация процесса гидроразрыва пласта по критерию максимизации дебита скважины

Проводин П. В.

Новосибирский государственный университет
Институт вычислительных технологий СО РАН, г. Новосибирск

Основная цель гидроразрыва пласта (ГРП) заключается в повышении продуктивности скважины путем создания высокопроводимой структуры (трещины) в пласте.

Технология ГРП состоит в закачивании жидкости гидроразрыва (которая в работе моделируется реологией Гершеля – Балкли) в скважину, что приводит к зарождению и распространению трещины. С помощью проппанта трещина закрепляется в открытом состоянии. Проницаемость породы с заполненными проппантом трещинами значительно превосходит проницаемость исходной породы. Это позволяет существенно увеличить дебит скважины.

Эффективность ГРП можно повысить путем подбора реологии жидкости гидроразрыва, расписания закачки концентрации проппанта, обеспечивающих создание трещины с наибольшей проводимостью.

Целью представленной работы является построение обобщенной модели дебита скважины после проведения ГРП и разработка на ее основе оптимизационного метода повышения эффективности ГРП.

Обобщенная модель включает в себя модель ГРП с учетом закачки проппанта и модели фильтрации нефти из пласта в трещину и из трещины в скважину. Последние состоят из уравнений пьезопроводности и закона Дарси. Входными параметрами обобщенной модели, являются форма начальной полости, скорость закачиваемой жидкости, ее реологические параметры. Входными – дебит скважины и объем добытой нефти.

В работе формулируется оптимизационная задача, которая заключается в поиске таких входных параметров обобщенной модели, при которых ее выходные параметры удовлетворяют заданным критериям, таким как максимизация дебита скважины и объема добытой нефти. Метод решения обратной задачи основан на генетическом алгоритме и заключается в многократном решении прямой задачи при вариации ее входных параметров.

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук, проф. Черный С. Г.

ARIMA-модель пульсового сигнала и его параметры

Раднаев Б. Б.

Бурятский государственный университет, г. Улан-удэ

В течение многих лет восточная медицина доказывала высокую эффективность в лечении различных хронических заболеваний. Наиболее перспективной областью в восточной биометрии считается математический анализ пульсового сигнала, а пульс как главного источника информации о функциональном состоянии организма человека. Анализ и моделирование пульсового сигнала позволяет получить множество информативных параметров, интерпретируемых с точки зрения канонов восточной медицины.

В связи с этим, целью данной работы явилось построение математической модели сфигмограммы пульсового сигнала, представленного в виде дискретного временного ряда, по методологии Бокс – Дженкинса. Данный подход предполагает получение модели авторегрессии и проинтегрированного скользящего среднего (ARIMA) [1].

Для построения модели выбран реальный пульсовой сигнал человека, полученный с помощью диагностического аппаратно-программного комплекса. Идентификация и оценка параметров модели производилась с применением программного пакета STATISTICA 10, с помощью модуля «*Time Series Analysis*». Определение класса модели производится на основе качественного и количественного анализа автокорреляционных и частных автокорреляционных функций, тренда и остатков ряда. Оценка параметров производится по методу максимального правдоподобия. Оценка адекватности модели производится с помощью визуально-графического анализа остатков и авторегрессионных функций и критерия Акаике.

В итоге получены следующие результаты: 1) реализован алгоритм применения методологии Бокс – Дженкинса для дискретного пульсового сигнала (сфигмограммы) человека; 2) построены адекватные модели ARIMA с применением пакета STATISTICA 10; 3) получен адекватный прогноз на несколько реализаций сердечного цикла.

Дальнейшая работа будет посвящена модификации модели, а также экспериментам по выявлению взаимосвязей с различными физиологическими состояниями и типологическими особенностями организма человека.

1. Бокс Дж., Дженкинс Г. Анализ временных рядов прогноз и управление / Под ред. В. Ф. Писаренко. М.: Мир, 1974. Книга 1. 406 с. Книга. 2. 197 с.

Научный руководитель – канд. пед. наук Цыбиков А. С.

Моделирование системы сбора космического мусора

Седов Е. В.

Новосибирский государственный университет
Институт автоматики и электрометрии СО РАН, г. Новосибирск

В настоящее время космический мусор на околоземной орбите представляет серьезную опасность для спутников и космических летательных аппаратов. Для избежания столкновения с частицами мусора, которые могут нанести непоправимый ущерб, орбиты космических аппаратов постоянно корректируются. Это приводит к увеличенному потреблению топлива, что в свою очередь влияет на время эксплуатации и стоимость обслуживания.

За счет явления фотоэффекта выбивается часть электронов с поверхности частиц космического мусора. Частицы приобретают электрический дипольный момент. Данное обстоятельство можно использовать для захвата и последующей утилизации мусора.

В данной работе предлагается концепт космического аппарата и исследуется возможность применения электрических полей для сбора космического мусора.

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук, проф., чл.-кор. РАН Федорук М. П.

Численный анализ диагностических свойств онкомаркеров

Сенотрусова С. Д.

Новосибирский государственный университет

Институт вычислительных технологий СО РАН, г. Новосибирск

Одной из приоритетных задач в современных медико-биологических исследованиях является поиск эффективных биомаркеров для ранней диагностики рака и других серьезных заболеваний, связанных с нарушениями в процессах гибели клеток. В последние годы в этом качестве рассматривается белок p53 и связанные с ним микроРНК (miR).

Для решения актуальной задачи уточнения диагностических свойств miR в данной работе сформулирована математическая модель динамики сети p53–Mdm2–miR для класса miR с прямой положительной связью с p53 и пассивных по отношению к сети p53–Mdm2. Модель включает в себя жесткую систему нелинейных дифференциальных уравнений первого порядка с двумя запаздывающими аргументами. Задача решалась методом шагов, что позволило использовать известные численные методы решения задачи Коши разных порядков точности. Дополнительно реализован предельный переход от уравнений с запаздыванием к двум взаимосвязанным системам ОДУ большой размерности. Численно исследована сходимость решений, полученных на основе этих двух подходов, и показано, что переход к модели с достаточно большим числом уравнений может приводить к модели с запаздывающими аргументами только при выполнении условия курантовского типа. Связь двух постановок задач рассматривается как моделирование одного и того же многостадийного процесса на микро- (с учетом промежуточных стадий) и макроуровнях.

В рамках принятой модели выполнено численное исследование динамики уровня miR при нормальном функционировании белков p53 и Mdm2 и различных условиях в сети p53–miR (рассматривались состояния нормы и варианты дерегуляции miR вследствие стресса). Изучено влияние критических состояний сети p53–Mdm2, проявляющихся при онкологических и нейродегенеративных заболеваниях, на уровень miR. Выполнен численный анализ устойчивости диагностических свойств miR. Адекватность принятой математической модели и результатов численного анализа подтверждается согласием с известными данными клинических и лабораторных исследований конкретных miR.

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук Воропаева О. Ф.

Моделирование взаимодействий вихрей Кармана с упругим телом

Сизова С. С.

Новосибирский государственный университет

При обтекании лопасти турбомашины потоком жидкости с ее выходной кромки сходят вихри Кармана, вызывающие нестационарное нагружение лопасти. Частота схода вихря зависит от толщины выходной кромки лопасти, и, так как эта толщина изменяется вдоль кромки, диапазон частот довольно широк. Среди всех нагрузок от вихрей Кармана, обладающих широким спектром частот, найдется такая, у которой частота пульсаций будет близка к частоте собственных колебаний лопасти. В этом случае возникает явление резонанса, способное привести к разрушению лопасти. Целью исследований является построение трехмерной численной модели, описывающей взаимодействие вихрей Кармана с упругим телом и предсказывающей возможность возникновения резонанса. Для достижения данной цели решаются следующие задачи.

1. *Гидродинамика потока жидкости.* Ее решение дает нестационарные нагрузки потока на тело, в частности – пульсации давления от вихрей Кармана.

2. *Модальный анализ.* Для выбора метода нахождения пульсаций напряжений в упругом теле находятся частоты и формы собственных колебаний тела. Если найденные частоты далеки от частот вынужденных колебаний, используется экономичный квазистатический метод. Динамика напряжений складывается из мгновенных статических состояний тела на шагах по времени нестационарного потока. Если же собственные частоты тела близки к частотам нагрузок, то используется затратный полный динамический метод, который позволяет учесть эффект резонанса, усиливающий в разы амплитуду колебаний напряжений. Решение задачи в динамической постановке существенно усложняется тем, что кроме краевых условий, необходимо задать начальное поле смещений и их производных по времени. Значения собственных частот находятся в работе с помощью конечно-элементного анализа и метода Ланцоша.

3. *Упругость.* Поля напряжений и смещений, а также их амплитуды, находятся в квазистатической или динамической постановках.

Перечисленные задачи были рассмотрены в конкретных случаях, и на них отработан инструментарий решения задачи в целом. Были проведены гидродинамические расчеты обтекания кругового цилиндра, изучен механизм возникновения вихрей, а также вопрос частоты их отрыва. На примере консольной балки был проведен модальный анализ, рассчитано напряженно-деформированное состояние (НДС). Выявлены области применимости квазистатической и динамической моделей расчета НДС.

Научный руководитель – д-р физ.-мат наук, проф. Черный С. Г.

Моделирование твердого тела с помощью плотных и регулярных упаковок сфер

Соколова К. В.

Новосибирский государственный университет

В данной работе была предложена и опробована модель твердого тела как совокупности плотно упакованных сфер E . Упаковка может быть как случайной (получена с помощью метода Любачевского – Стиллэнджера), так и регулярной. Был предложен и запрограммирован метод расчета распределения сил при условии граничной нагрузки на тело. Рассмотрен как двумерный, так и трехмерный случаи. Силы рассчитывались исходя из минимизации функционала энергии

$$J = \lambda \sum_{\substack{(i,j) \in E, \\ rg(j)=rg(i)-1}} x_{ij}^2 + \mu \sum_{\substack{(i,j) \in E, \\ rg(j)=rg(i)-1}} |\vec{M}_{ij}|^2,$$

где \vec{M}_{ij} – моменты импульса, и $rg(i)$ – кратчайшее расстояние от шара i до граничных шаров.

Граничные условия задаются исходя из соотношений

$$\sum \vec{F}_j = \sum \vec{F}_i \quad \forall i, j : (i, j) \in E, rg(i) = rg(j) - 1.$$

Проведен сравнительный анализ между напряжениями, полученными в ходе численных экспериментов исходя из предложенной модели, и значениями тензора напряжений, предсказанными теорией.

Полученные оценки и построенную модель планируется применить для исследования прочностных свойств образцов из оксида кальция.

1. Bazaikin Ya. V., Derevschikov V. S., Lysikov A. I., Malkovich E. G., Okunev A. G. Evolution of sorptive and textural properties of CaO-based sorbents during repetitive sorption / regeneration cycles // Chemical Engineering Science. Vol. 152. P. 709–716.

2. Псахье С. Г., Остермайер Г. П., Дмитриев А. И., Шилько Е. В., Смолин А. Ю., Коростелев С. Ю. Метод подвижных клеточных автоматов как новое направление дискретной вычислительной механики. I теоретическое описание // Физ. мезомех. 2000. № 2.

Научный руководитель – канд. физ.-мат. наук Малькович Е. Г.

Алгоритм расщепления в методе конечных объемов для решения уравнений газовой динамики

Солдаткин М. А.

Новосибирский государственный университет

В работе рассмотрен экономичный алгоритм для численного решения уравнений Эйлера и Навье – Стокса сжимаемого теплопроводного газа. Для построения разностной схемы используется метод конечных объемов и схема предиктор-корректор с расщеплением уравнений по физическим процессам и направлениям. Этап предиктора состоит из двух независимых шагов, каждый из которых реализуется неявным алгоритмом. Их реализация сводится к решению отдельных уравнений скалярными прогонками, что делает алгоритм экономичным. На этапе корректора реализуется явная схема. Для устранения осцилляций решения вводится монотонизатор решения, что позволяет практически устранить осцилляции.

Для оценки работоспособности предложенного алгоритма были проведены численные расчеты решения следующих задач: одномерной задачи о распаде произвольного разрыва, для которой известно точное решение, двумерной задачи о течении невязкого сверхзвукового газа в сужающемся канале в декартовых координатах, двумерной задачи о течении невязкого сверхзвукового газа в сужающемся канале в цилиндрических координатах, двумерной задачи о течении невязкого сверхзвукового газа в сужающемся канале с регулярной и маховской конфигурациями отражения ударной волны, двумерной задачи о течении вязкого сверхзвукового газа в прямом канале, двумерной задачи о течении вязкого сверхзвукового газа в сужающемся канале. Полученные результаты расчетов и проведенные сравнения решений по предложенному алгоритму с точными решениями и расчетами других авторов позволяют сделать вывод об эффективности предложенного алгоритма.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 14-01-00191).

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук, проф. Ковеня В. М.

Моделирование сборной партии электрорадиоизделий в виде смеси многомерных гауссовских распределений

Сташков Д. В.

Сибирский государственный аэрокосмический университет им. академика
М. Ф. Решетнева, г. Красноярск

Выявление однородных партий электрорадиоизделий, применяемых в узлах космической электроники, является одной из важных задач на пути повышения качества этих узлов и, как следствие, срока активного существования и надежности космической техники.

Разделение смеси на предполагаемые однородные партии производится на основе анализа данных тестовых испытаний, представленных векторами данных очень большой размерности (сотни измерений).

Для задачи разделения смеси (нечеткой кластеризации) с плотностью распределения (распределения гауссовы):

$$\rho(x) = \sum_{j=1}^k \alpha_j \rho_j(x), \quad \sum_{j=1}^k \alpha_j = 1, \quad \alpha_j \geq 0$$

были предложены новые алгоритмы на основе метода жадных эвристик [1].

Сравнительные результаты работы классического EM-алгоритма в режиме мултистарта (EM) и трех новых генетических алгоритмов (FULL), (ONE), (RAND) приведены в таблице.

Доказано, что результаты новых алгоритмов (FULL, RAND, ONE) дают стабильно лучший результат логарифмической функции правдоподобия.

Сравнительные результаты алгоритмов разделения смеси гауссовых
распределений

Набор данных, число векторов данных, размерность	Число кластеров k , тип распр., время	Алгоритм	Средний результат (целевая функция)
KDDCUP04 Bio, $N=145751$, $d=74$, нормир.	30, сфер., 3 часа	EM FULL ONE RAND	-12513230 -12512517* -12512818 -12512811

1. Казаковцев Л. А., Антамошкин А. Н. Метод жадных эвристик для задач размещения // Вестник СибГАУ. 2015. № 2. С. 317–325.

Научный руководитель работы – д-р техн. наук, доц. Казаковцев Л. А.

Расчет распределения сил в плотных упаковках сфер

Тарасов А. А.

Новосибирский государственный университет

Рассматривается задача расчета распределения сил в пористом теле, моделируемом как плотная упаковка шаров с заданными граничными условиями.

Первым этапом является построение графа, в котором множество вершин совпадает с множеством шаров в упаковке. Вершины соединяются ребром, если соответствующие шары имеют непустое пересечение. Силы и моменты сил рассчитываются по формулам

$$\vec{F}_i = \sum_{\substack{(i,j) \in E, \\ rg(j)=rg(i)-1}} x_{ji} \vec{r}_{ji} + \sum_{\substack{(i,j) \in E, \\ rg(j)=rg(i)}} x_{ji} \vec{r}_{ji},$$

где $rg(i)$ – кратчайшее расстояние от шара i в графе до граничных шаров; \vec{r}_{ij} – радиус вектор между шарами i и j ; x_{ij} – коэффициенты сил, которые действуют на i шар со смежных шаров. Эти коэффициенты находятся из минимизации функционала

$$J = \lambda \sum_{\substack{(i,j) \in E, \\ rg(j)=rg(i)-1}} x_{ij}^2 + \mu \sum_{\substack{(i,j) \in E, \\ rg(j)=rg(i)}} |\vec{M}_{ij}|^2,$$

$$\text{при условии } \sum \vec{F}_j = \sum \vec{F}_i \quad \forall i, j : (i, j) \in E, rg(i) = rg(j) - 1.$$

Где \vec{M}_{ij} – моменты импульса. Решение оптимизационной задачи сводится к решению системы линейных уравнений в соответствии с принципом множителей Лагранжа.

Ряд химических веществ (CaO) на масштабах порядка ~100 нм могут быть с большой точностью представимы в виде плотных упаковок сфер. Используя распределение сил в опытном образце, планируется оценивать прочностные характеристики образца с помощью методов вычислительной топологии.

1. Bazaikin Ya. V., Derevschikov V. S., Lysikov A. I., Malkovich E. G., Okunev A. G. Evolution of sorptive and textural properties of CaO-based sorbents during repetitive sorption / regeneration cycles // Chemical Engineering Science. Vol. 152. P. 709–716.

Научный руководитель – канд. физ.-мат. наук Малькович. Е. Г.

Моделирование эффекта размера при разрушении образцов различной формы на основе кривизны поверхности

Фомина А. А.

Новосибирский государственный университет

При разрушении материалов, таких как бетон или горные породы, наблюдается так называемый «эффект размер» – зависимость нагрузок, необходимых для разрушения тела, от его геометрических масштабов. Одной из областей, в которых этот эффект играет важную роль, является разрушение горной породы в окрестности перфорированных скважин при проведении гидроразрыва. При использовании критерия, не способного учитывать эффект размера, место инициации трещины и ее ориентация могут быть установлены ошибочно, что может привести к неэффективности всей процедуры гидроразрыва.

Классические локальные критерии разрушения, например, критерии Сен-Венана, Мора – Кулона, не способны предсказывать эффект размера, так как напряженно-деформированное состояние материала (НДС) инвариантно при масштабировании.

В современных критериях для описания эффекта размера необходимо учитывать такие дополнительные процедуры, как анализ трещин различной ориентации или осреднение параметров НДС в некоторой области. Эти процедуры усложняют применение критериев с вычислительной точки зрения.

В [1] предложен R-критерий, основанный на эмпирической зависимости прочности образца от его размера, который отличается простотой реализации и скоростью использования. Согласно R-критерию разрушение происходит, когда напряжения в рассматриваемой точке поверхности превышают локальную прочность, которая является функцией радиуса кривизны поверхности и параметров, экспериментально определяемых для каждого материала.

В работе проведена верификация R-критерия на основе двух новых серий экспериментов по одноосному растяжению образцов с отверстиями и полукруглыми пропилами. Расчет НДС тел произведен методом граничных элементов. Проведен анализ чувствительности НДС к качеству сетки. Доказано, что критерий корректно описывает эффект размера. Однако, обнаружена зависимость локальной прочности не только от кривизны поверхности, но от формы всего образца, не описанная в [1].

1. Черный С. Г., Лапин В. Н., Есипов Д. В., Куранаков Д. С. Методы моделирования зарождения и распространения трещин. Новосибирск : Изд-во СО РАН, 2016.

Научный руководитель – канд. физ.-мат. наук Лапин В. Н.

**Математическое моделирование гибели клеток миокарда
под влиянием факторов воспаления**

Цгоев Ч. А.

Новосибирский государственный университет
Институт вычислительных технологий СО РАН, г. Новосибирск

Инфаркт миокарда определяется массовой гибелью кардиомиоцитов путем некроза, который сопровождается мощной воспалительной реакцией. Известно, что в процессе воспаления действуют как классически активированные макрофаги M_1 , способствующие обострению воспаления, так и альтернативно активированные макрофаги M_2 , которые выполняют противовоспалительную функцию, способствуя заживлению раны. Активация макрофагов ведет к увеличению плотности про- и противовоспалительных цитокинов.

На начальном этапе исследований процесс описывался в рамках жесткой нелинейной системы ОДУ, в которой плотности моноцитов и кардиомиоцитов задавались как динамические параметры. Данные плотности согласованы с лабораторными измерениями факторов воспаления в левом желудочке мыши после инфаркта миокарда (Wang et al., 2012). Выполнены методические расчеты, по результатам которых для решения прямой задачи использовался метод Адамса – Башфорта – Моултона. С применением генетического алгоритма решена обратная коэффициентная задача, позволившая в рамках принятой модели воспроизвести известные экспериментальные данные.

Для дальнейшего изучения роли про- и противовоспалительных факторов воспаления в массовой гибели кардиомиоцитов решалась задача замены экспериментального профиля плотности кардиомиоцитов соответствующим ОДУ, основанным на учете биологических связей компонент модели и решении обратной задачи. В результате исследований построена математическая модель, которая может быть использована как инструмент для изучения динамики факторов воспаления и поиска путей снижения тяжести повреждений при инфаркте миокарда у животных и человека.

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук Воропаева О. Ф.

Проницаемость нанопористых слоев графена в отношении гелия и углеводородных компонентов природной смеси газов

Челнокова А. С.

Бурятский государственный университет, г. Улан-Удэ

В настоящее время разработки в области технологий молекулярной фильтрации становятся особенно актуальными, в свете технологической возможности получения молекулярных структур детерминированного строения. Они являются наиболее перспективными направлениями получения чистых веществ, глубокой очистки и переработки природного газа и других полезных ископаемых, в том числе из геотермальных вод.

Целью настоящей работы является исследование движения атомов гелия и углеводородных компонентов природной смеси газов при приближении (в масштабах длины свободного пробега) и прохождении молекулярной структуры нанопоры твердофазного слоя, в условиях взаимных динамических (тепловых) флуктуаций. Основные уравнения движения (уравнения Гамильтона) с источником членом в форме потенциала сил межмолекулярного взаимодействия (в виде модифицированного потенциала Пешля – Теллера), а также нестационарное релятивистское уравнение Шрёдингера (для определения самосогласованного распределения электронной плотности) построены для минимального фрагмента графена с 2-мерным дефектом, при прохождении атомов газа.

Для решения задачи используется континуально-энергетический подход, в рамках которого принимается, что энергия воздействия от фрагмента структуры распределена по его поверхности или объему с плотностью распределения, обеспечивающей эквивалентное воздействие от этого фрагмента. Он сводится к методу эквивалентного однородного барьера, реализуемого посредством нахождения интегрального энергетического распределения межмолекулярных потенциалов, порождаемого совокупностью всех атомов (и их взаимодействий) нанопористой структуры. Предложен подход расчета проницаемости, базирующийся на решении волнового уравнения для плотности вероятности нахождения молекул в данной точке пространства.

Построены и реализованы численные схемы по расчету атомарной проницаемости нанопористых слоев. Приведены результаты исследований на классе модельных задач.

Научные руководители – д-р физ.-мат. наук, проф. Бубенчиков А. М., д-р пед. наук, доц. Цыренова В. Б.

Реализация граничных условий при решении двумерных уравнений Максвелла

Чуркин Е. А.

Новосибирский государственный университет

Для нахождения электромагнитных полей на сетке решается система уравнений Максвелла, которая является системой уравнений гиперболического типа. Для ее решения на равномерной прямоугольной сетке удобно использовать схему Лэнгдона-Лазински, которая имеет второй порядок аппроксимации по всем переменным.

Наибольшие трудности представляют постановка и реализация граничных условий для этой схемы, которые не должны вносить возмущения в решение задачи. В частности, речь идет о граничных условиях выхода волн из области без отражения от границы. Решение этой проблемы позволит границу области помещать близко к месту, где происходит взаимодействие плазменных потоков и где рождаются электромагнитные волны.

В рамках данной работы написана двумерная программа на языке C++, позволяющая проводить моделирование движения электромагнитных волн в вакууме. Проверены законы сохранения энергии и порядок сходимости. Предполагается сравнение различных типов неотражающих граничных условий на примере моделирования двумерных волн и выбор наиболее эффективных методов.

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук, проф. Вшивков В. А.

Повышение точности расчета кавитационных характеристик гидротурбин

Щербаков П. К.

Новосибирский государственный университет
ИВТ СО РАН, г. Новосибирск

В некоторых режимах работы гидротурбины возникают кавитационные явления – парообразование в областях, где давление меньше давления парообразования. Они негативно влияют на КПД гидротурбины, вызывают эрозию лопастей, шумы и т. д., поэтому адекватный расчет кавитационных явлений является важной задачей на этапе проектирования гидротурбин.

Работа посвящена прогнозированию кавитационных характеристик гидротурбин – зависимости КПД от интенсивности кавитации (числа Тома σ). Эксперименты показывают, что при определенном σ возникает резкое снижение КПД гидротурбины, и точное определение этого значения σ является важной задачей. В работе [1] предложена модель и численный метод расчета кавитационных характеристик, основанный на решении стационарных 3D уравнений Навье – Стокса с уравнением переноса объемной доли жидкой фазы. В [1] были рассмотрены 4 модели кавитации и показано недостаточно хорошее совпадение с экспериментальными данными. Настоящая работа является развитием [1] и направлена на повышение точности расчета. А именно, исследовано влияние способа вычисления турбулентной вязкости смеси, учета потерь на выходе из отсасывающей трубы гидротурбины, рассмотрены другие модели кавитации. Проведены кавитационные расчеты поворотно-лопастных и радиально-осевых гидротурбин различной быстроходности. В ряде случаев удалось повысить точность прогноза.

1. Panov L., Chirkov D., Cherny S., Pylev I., Sotnikov A. Numerical simulation of steady cavitating flow of viscous fluid in a francis hydroturbine // Thermophysics and Aeromechanics. 2012. Vol. 19, № 3. P. 415–427.

Научный руководитель – канд. физ.-мат. наук Чирков Д. В.

Методы поиска информации о расписании вуза и ее визуализация

Васильева О. В.

Новосибирский государственный университет

В работе описывается клиент-серверное приложение, отображающее расписание занятий студентов и преподавателей вуза, а также снабженное поиском информации о расписании. В качестве данной информации выступают такие объекты, как студенты, преподаватели, кафедры, группы и факультеты. Поиск является нечетким, т. е. допускает некоторое количество ошибок в исходном запросе. Его реализация разбивается на лексическую и семантическую составляющие. Лексическая составляющая основана на подсчете расстояния Дамерау – Левенштейна между словами и на методе разбиения слов на триграммы. Под семантической составляющей подразумевается построение графа, отражающего связи между объектами расписания, и дальнейший поиск по заданному графу с целью нахождения объекта, наиболее точно отвечающего исходному запросу пользователя.

Научный руководитель – канд. физ.-мат. наук, доц. Бульонков М. А.

Блочное шифрование версия 1

Збитнев Н. А., Скокова В. А., Костылева В. В., Ходыкина Е. В.
Новосибирский государственный университет

Большую популярность в последнее время набирает Интернет Вещей (Internet of Things), концепция единой сети, соединяющей окружающие нас объекты реального мира и виртуальные объекты. Возникает необходимость в обеспечении безопасности этой сети. Однако далеко не все современные криптографические алгоритмы рассчитаны на применение в Интернете Вещей, поскольку в такую сеть входят устройства с ограниченной вычислительной мощностью, поэтому работа является актуальной.

Была поставлена цель: разработка и реализация быстрого легковесного блочного шифра, сохраняющего при этом надежность, основанного на модулярной арифметике.

В работе использованы следующие инструменты:

- работа с числами по набору модулей;
- использование таблиц сложения и умножения;
- использование перестановок.

Был получен следующий способ шифрования:

- генерирование перестановок и получение по этим перестановкам таблиц сложения и умножения;
- разложение матрицы, используемой для шифрования, по нескольким выбранным модулям;
- разложение шифруемого вектора по тем же модулям;
- умножение соответствующей матрицы на соответствующий вектор по таблицам;
- «сборка» вектора по китайской теореме об остатках.

Научный руководитель – канд. физ.-мат. наук, доц. Кренделев С. Ф.

**Улучшенная реализация алгоритма декомпозиции булевых
полиномов, основанного на разбиении множества переменных с
использованием формальной производной**

Курденко Д. В.

Новосибирский государственный университет

Работа представляет дальнейшее развитие исследований, которые посвящены алгоритму, структурам данных и программе, реализующей конъюнктивную декомпозицию булевых формул, представленных в алгебраической нормальной форме (АНФ, полиномов Жегалкина), а также тестовым экспериментам. Используется алгоритм декомпозиции с отдельными множествами переменных для компонент разложения, разработанный и опубликованный П. Г. Емельяновым и Д. К. Пономарёвым. Доклад посвящен усовершенствованиям структур данных, значительно снижающим требуемый объем оперативной памяти, новым подходам к использованию параллельной архитектуры ЭВМ. Также в докладе рассматривается связь реализованных структур данных с бинарными диаграммами решений (БДР, BDD) и возможность использования существующих средств работы БДР для оптимизации программы. Приводятся временные и емкостные характеристики декомпозиций больших булевых полиномов.

1. Емельянов П. Г., Пономарев Д. К. Алгоритмические вопросы конъюнктивной декомпозиции булевых формул // Программирование. 2015. № 3. С. 62–72.

Научный руководитель – канд. физ.-мат. наук, доц. Емельянов П. Г.

Сравнительный анализ различных способов представления термов в реализации алгоритма Квайна на языке C++

Рабданов А. Б., Дашиев Б. В.

Институт математики и информатики
Бурятский государственный университет

Современный мир – это очень сложная, стремительно развивающаяся, система. И для успешного выполнения тех или иных задач требуется соответствовать его ритму. Совершить выгодную сделку по продаже ценных бумаг, или позвонить клиенту быстрее конкурентов. Ежесекундно в мире происходит миллиарды таких операций. За такой объем и скорость обмена данными, во многом, мы обязаны современным системам коммуникаций. Один клик мыши на компьютере влечет за собой миллионы «компьютерных» операций, каждая из которых также имеет свое время исполнения. То есть современный мир во многом зависит от скорости выполнения операций в различных автоматизированных системах. Здесь и возникает вопрос оптимизации этих процессов.

Было решено затронуть один из аспектов этой оптимизации. В нашей работе рассматривается вопрос эффективности реализации первого этапа алгоритма Квайна при разных представлениях термов. Были придуманы два способа представления с различными типами структур: через простые массивы и через двоичное представление. Было решено провести ряд тестов при различных условиях.

На данный момент реализованы оба алгоритма и система их сравнения.

Научный руководитель – Хандаров Ф. В.

**About structure of real estate market and dynamics
of the prices of its goods**

Krakhalyov A. A.
Novosibirsk State University

One of the most promising segments of the economy is the real estate market. The paper presents models of functioning of various type of subjects of real estate market participants. The optimizing problems emerging in models (for each participant of the market) can be provided with reliable information. The most important problem for effective economic activity is forecasting of the prices in the conditions of market volatility. Previously considered some models of functioning of the market on the assumption that prices and demand for the various types of apartments are established in the short term [1] or in the long term [2]. In this paper, the method of constructing a mathematical model, where the predicted price is presented in the form of sum of several components: the trend (long-terms trends) development; «Market» component and residual component. This is done using a modification of the model [3].

In the report the behavior of the main types of participants in the real estate market will be considered, and also will be further described effective algorithms for solving mathematical programming problems and algorithms in the real estate market forecasting.

1. Khutoretsky A. B. Analysis of the short-term equilibrium in the estate market with an application to the development of estate policy [in Russian]. M. : EERC, 2001.

2. Krakhalyov A. A. About the influence of the price dynamics on the functioning of the real estate market [in Russian] // Proceedings of the 53rd International Students Scientific Conference. Mathematics. Novosibirsk : NSU, 2015. P. 264.

3. Artemyev S. S., Yakunin M. A. Stochastic wave models of prices of various financial instruments [in Russian] // Siberian Journal of Numerical Mathematics. 2002. Vol. 5, № 2. P. 93–100.

Scientific advisor – cand. of eng. sc. Antsyz S. M.

Bilevel stochastic model of the resource region development program generation

Novikov A. O.
Novosibirsk State University

Mineral resources – the industry's largest investment. Earlier in [1] a model of resource development in the region based on the principle of public-private partnership has been considered. This principle implies that in the process of development of the territory the state undertakes not only the part of the financing of infrastructure projects, but also the part of the costs caused by the loss of environmental compensation. Further details of interaction between the state and the investors are described in [2].

Model from [1] includes the problems of two-level integer linear programming. Earlier in [3] for solving this problem the following has been proposed: game-theoretical approach and the method of search reduction with help of which it is possible to build an optimal set of industrial projects carried out by the state and the investor.

In the report a new problem of linear stochastic programming will be presented, in which it is assumed that the budget restrictions in the model from [1] can be varied within a predetermined range. We put forward an approach to solve this problem based on its reduction to deterministic problem. The data about the Zabaikalye Territory development were used for numerical check of algorithms that implement the approach.

1. Анцыз С. М., Калгина Е. С., Лавлинский С. М. Формирование программы развития ресурсного региона: некоторые подходы // Вестник ЗабГУ. 2013. № 11(102). С. 118–124.

2. Лавлинский С. М. Модели индикативного планирования социально-экономического развития ресурсного региона. Новосибирск : Изд-во СО РАН, 2008.

3. Новиков А. О. Об одном подходе к формированию программы развития региона // Материалы 53-й Международной научной студенческой конференции МНСК-2015: Математика. Новосибирск : Новосиб. гос. ун-т., 2015. С. 265.

Научный руководитель – канд. техн. наук Анцыз С. М.

**Об одном способе нахождения оптимальной ставки в модели
Рамсеевского типа**

Балдоржиева И. Д.

Новосибирский государственный университет

Под моделью рамсеевского типа подразумевается динамическая модель функционирования двухуровневой иерархической системы государство – инвестор.

Целью работы является изучение влияния плоской шкалы налогообложения на поведение системы государство – инвесторы, в ситуации, когда инвесторов «достаточно много». Необходимо установить единые для всех инвесторов правила сбора налогов.

Государство решает задачу о выборе ставки налогообложения $\rho = const$, максимизирующей налоговые сборы на доход за период $[0, T]$:

$$\sum_{i=1}^M \int_0^T \rho f_i(k_i(t)) e^{-\delta t} dt \rightarrow \max_{\rho},$$

где M – число инвесторов; $\delta > 0$ – константа дисконтирования; k – значение фондовооруженности; $f_i(k_i(t))$ – производственная функция i -го инвестора, определяющаяся управлением $s_i(t)$, найденным в результате решения модифицированной задачи оптимального управления из [1].

В докладе будет приведено уравнение, позволяющее найти оптимальное значение ставки для задачи с достаточно большим числом инвесторов. Получение этого уравнения основывается на найденной формуле определения оптимальной для государства ставки налогообложения в ситуации, когда инвестор один.

Работа частично поддержана грантами РФФИ (гранты № 16-06-00101 и № 16-01-00108).

1. Ашманов С. А. Введение в математическую экономику. М.: Наука, 1984.

Научный руководитель – канд. техн. наук Анцыз С. М.

Равновесие в модели международной торговли двух стран при монополистической конкуренции

Беляев И. А.

Новосибирский государственный университет

В настоящее время актуально и широко распространено изучение модели монополистической конкуренции [1] для ситуаций рыночного равновесия применительно к торговле двух различных по населению стран. Исследование этой модели позволяет не только объяснить процессы, происходящие в современной экономике, но и спрогнозировать ее дальнейшее развитие. При этом наиболее актуальным представляется рассмотрение нелинейных функций производственных издержек [3], [2] (см. также [5]).

Работа посвящена изучению реакции («сравнительной статики») потребления, выпуска продукции, количества (массы) фирм, цен, функции общественного благосостояния на изменения торговых (транспортных) издержек τ в ситуации рыночного равновесия с нелинейной функцией производственных издержек. Как обычно [4], наибольшее внимание уделено исследованию двух важных «предельных» случаев: свободы торговли («почти» отсутствие торговых издержек) и автаркии («почти» прекращение торговли вследствие слишком больших торговых издержек).

Работа частично поддержана грантами РФФИ № 15-06-05666, № 16-01-00108 и № 16-06-00101.

1. Антощенко И. В., Быкадоров И. А. Модель монополистической конкуренции: влияние технологического прогресса на равновесие и общественную оптимальность // Математическая теория игр и ее приложения. 2014. Т. 6, вып. 2. С. 3–31.

2. Быкадоров И. А., Желободко Е. В., Коковин С. Г. Товарное разнообразие в вертикальном распределительном канале при монополистической конкуренции // Математическая теория игр и ее приложения. 2010. Т. 2, вып. 2. С. 3–41.

3. Быкадоров И. А., Коковин С. Г. Эффективность рыночной власти ритейлеров: случай монополистической конкуренции производителей // Вестник НГУЭУ. 2014. № 1. С. 326–337.

4. Bykadorov I., Gorn A., Kokovin S., Zhelobodko E. Why are losses from trade unlikely? // Economics Letters. 2015. Vol. 129. P. 35–38.

5. Bykadorov I. A., Kokovin S. G., Zhelobodko E. V. Product Diversity in a Vertical Distribution Channel under Monopolistic Competition // Automation and Remote Control. 2014. Vol. 75, № 8. P. 1503–1524.

Научный руководитель – канд. физ.-мат. наук, доц. Быкадоров И. А.

Олигополистические равновесия в экономике с несепарабельными предпочтениями потребителей

Беляева Е. Ю.

Новосибирский государственный университет

В работе сопоставляются три типа несовершенной конкуренции в состоянии равновесия – *количественная* (олигополия Курно), *ценовая* (олигополия Бертрана) и *монополистическая* конкуренция (Чемберлена). При этом считается, что производственная отрасль экономики выпускает горизонтально дифференцированный продукт, вход в эту отрасль свободный и предложение на рынке абсолютно неэластично. Каждая фирма специализируется только на одной разновидности благ в условиях возрастающей отдачи от масштаба, и каждый вид блага производится отдельной фирмой.

При неограниченном росте потребительского рынка все три рыночных типа имеют общий предел, который, в зависимости от свойств эластичности замещения спроса в окрестности нуля, может совпадать или не совпадать с совершенно конкурентным равновесием. Ранее было показано, что совершенствование конкуренции будет иметь положительное влияние на потребительское благосостояние лишь в том случае, если склонность потребителя к разнообразию будет достаточно велика.

Целью данной работы является попытка перенесения сравнительных результатов для равновесий Курно и Бертрана, полученных ранее для экономики с сепарабельными предпочтениями потребителей, на несепарабельный случай. В качестве исследуемого типа несепарабельных предпочтений используются функции в форме Оттавиано – Табучи – Тисса и в форме Шубика.

Научный руководитель – канд. физ.-мат. наук, доц. Сидоров А. В.

Задача оптимизации инвестиций в разработку группы месторождений

Бубнова О. А.

Новосибирский государственный университет

Введенные в отношении России экономические и технологические санкции, спад темпов роста национального производства, а также снижение цен на энергоресурсы, как никогда прежде, актуализировали проблему финансирования проектов в энергетической отрасли. В настоящее время разрабатывается множество инвестиционных проектов, появляются все новые разработки. Но, к сожалению, не все они являются выгодными и эффективными. **Актуальность** работы связана с наличием неисследованных инвестиционных проектов и необходимостью выявления новых методов определения оптимальности инвестиций в разработку месторождений.

Целью работы является построение математической инвестиционной модели поиска оптимального решения, разработка и реализация алгоритма решения задачи и его применение к реальным данным.

Для анализа взяты данные группы разрабатываемых месторождений Иркутской области. Для каждого месторождения известны характеристики: Q_0 – начальные извлекаемые запасы; k – удельные капитальные затраты; c_0 – начальные операционные затраты; IC_{FIX} – фиксированные капиталовложения; IC_{CON} – капиталовложения на бурение и обустройство.

Для всех используемых характеристик введены дисконтированные величины и каждому проекту сопоставлена упрощенную модель, параметры которой являются средними величинами проекта.

Для каждого месторождения определяется чистый дисконтированный доход и замыкающая эффективность капиталовложений:

$$NPV(IC_{CON}) = P(IC_{CON}) \frac{IC_{CON}}{IC_{CON} + B(IC_{CON})} - IC_{CON} - IC_{FIX} ,$$

$$1 + f = \frac{P(B - B' IC_{CON})}{(IC_{CON} + B)^2} + P' \frac{IC_{CON}}{IC_{CON} + B} ,$$

где

$$B(IC_{CON}) = Ek(IC_{CON})Q_0(IC_{CON}) ,$$

$$P(IC_{CON}) = [p(IC_{CON}) - c(IC_{CON})]Q_0(IC_{CON}) .$$

Далее проверяется условие $IC_{CON} > 0$ и условие ввода месторождения в разработку (критерий Лагранжа)

$$L_f = NPV - f DIC_{CON} .$$

Результаты работы позволяют оценить рентабельность инвестиционного проекта.

Научный руководитель – канд. экон. наук Проворная И. В.

Прогнозирование дебитов скважин на месторождении с использованием метода порядковых статистик

Габидулина В. А.

Новосибирский государственный университет

Дебит скважин является важнейшей характеристикой работы месторождения. Недостоверная оценка дебита может привести к неверным прогнозам разработки месторождений и, как следствие, к значительным экономическим потерям. Регламентирующие документы предписывают периодичные замеры дебита на каждой скважине, однако не всегда есть возможность замерять дебит с необходимой периодичностью.

В работе предлагается подход к прогнозированию дебитов скважин с использованием метода порядковых статистик на примере Самотлорского нефтегазоконденсатного месторождения, а также оценка экономической эффективности подхода.

Метод апробирован на фактическом массиве данных по дебитам двадцати пяти скважин Самотлорского месторождения за два месяца. Прогноз дебитов скважин во втором месяце проведен на основе данных по первому месяцу. Оценка ошибки прогноза осуществлялась путем сравнения с реальными данными.

На первом этапе находим закон распределения дебитов (в первом месяце), который положен в основу прогноза для второго месяца. Затем из массива фактических данных случайным образом выбираем опорные точки – известные дебиты двух скважин во втором месяце (q_1 и q_2).

Вычисляем прогнозные значения дебитов скважин во втором месяце – q_i , $i=1..n$, используя следующие соотношения:

$$R_i = 1 + (n - 1)\Phi(u_i),$$

$$\begin{cases} u_1\sigma^2 = q_1 - a, \\ u_2\sigma^2 = q_2 - a, \end{cases}$$

где R_i – порядковый номер; n – количество элементов выборки; $\Phi(x)$ – функция распределения; σ^2 и a – дисперсия и математическое ожидание выборки.

На заключительном этапе проводим верификацию метода. Выполненные расчеты показали, что средняя ошибка прогноза находится в пределах 10 %.

Представленный метод прогноза дебитов скважин дает возможность не осуществлять регулярные замеры на всех скважинах месторождения, что значительно сокращает время и затраты на их проведение.

Научный руководитель – д-р экон. наук Пляскина Н. И.

**Равновесные состояния межрегиональной системы с открытыми
внешними связями: вычислительные аспекты и зависимость от
внешнеторговых параметров**

Донцов Н. И.

Новосибирский государственный университет

Рассматривается межрегиональная модель типа [1], представляющая собой задачу векторной линейной оптимизации, скаляризованную методом достижения целей [2].

$$(\lambda^r)_{r=1}^R \quad \lambda^r \in [0,1] \quad \sum \lambda^r = 1$$

$$(P_\lambda): \begin{cases} z \rightarrow \max \\ z^r - \lambda^r z \geq 0 \quad \forall r \\ A^r(\bar{X}^r, z^r) \geq 0 \quad \forall r \\ B(\bar{X}^1, \bar{X}^2, \dots, \bar{X}^R) \geq 0 \end{cases}$$

Ищутся особые точки $(\lambda^{*r})_{r=1}^R$ на Парето-границе, на которых выполняются равновесные тождества [3]. Тождества макрофинансовых балансов формулируются в терминах прямых и двойственных переменных оптимального плана задачи P_{λ^*} .

Задача поиска равновесия сводится к поиску таких значений параметра, на которых достигает минимума норма невязки равновесного тождества:

Прямой сеточный перебор Парето-границы для поиска равновесия в прикладном варианте модели (8 регионов) невозможен так как для даже для 10 узлов требует решения $\sim 10^7$ задач ЛП большой размерности.

Разработан эффективный алгоритм минимизации функционала невязки равновесных тождеств (поиск приближенного решения), исследована зависимость свойств равновесий от параметров внешних рынков.

1. Суслов В. И. Равновесие в пространственных экономических системах // Сложные системы в экстремальных условиях // Тез. докл. XV Всерос. симпозиума с междунар. участием, 16–21 авг. 2010 г. / Под ред. Р. Г. Хлебопруса, И. И. Моргулиса, О. В. Круглика. Красноярск : Краснояр. науч. центр, СО РАН, Сиб. фед. ун-т, 2010. С. 68–69.

2. Трифонов А. Г. Многокритериальная оптимизация URL: http://matlab.exponenta.ru/optidmiz/book_1/16.php

3. Доможиров Д. А., Гамидов Т. Г. Равновесные состояния открытой межрегиональной системы, порожденной оптимизационной межрегиональной межотраслевой моделью // Исследования молодых ученых: отраслевая и региональная экономика, инновации, финансы и социология / Под ред. В. Е. Селиверстова, Н. Ю. Самсонова, И. О. Семьиной; ИЭОПП СО РАН. Новосибирск, 2013. С. 266–287.

Научный руководитель – канд. экон. наук, доц. Ибрагимов Н. М.

Многовершинник группового уравнения

Доржиева Г. Б.

Новосибирский государственный университет

Многовершинник P группового уравнения

$$\sum_{j=1}^n g_{i_j} t_j = h, \quad g_{i_k} \neq g_{i_l}, \quad \text{при } k \neq l, \quad g_{i_j} \in G_d, \quad h \in G_d,$$

$$t_j \in \mathbb{Z}_+^1, \quad j = 1, 2, \dots, n,$$

называется выпуклая оболочка всех неотрицательных целочисленных решений этого уравнения, где G_d – конечная группа порядка d .

Формулируются и доказываются основные свойства многовершинника P группового уравнения [1, 2].

1. Многовершинник P группового уравнения является либо пустым (групповое уравнение является несовместным), либо n -мерным.

2. Все вершины многовершинника P являются целочисленными.

3. Неравенства $t_j \geq 0$, $j = 1, 2, \dots, n$ задают $(n - 1)$ -мерные грани многовершинника P . Неравенства

$$\sum_{j=1}^n \pi_j t_j \geq \pi_0, \quad \pi_j \geq 0, \quad j = 1, 2, \dots, n, \quad \pi_0 > 0,$$

также задают $(n - 1)$ -мерные грани. Других неравенств, задающих $(n - 1)$ -мерные грани, не существуют.

4. Многовершинник P представляет собой неограниченную выпуклую область.

1. Хохлюк В. И. Методы дискретной оптимизации: учеб. пособие. Новосибирск : НГУ, 2013. Ч. 1. 154 с.

2. Hu T. C. Integer Programming and Network Flows. Addition-Wesley, 1969. 432 p.

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук, доц. Хохлюк В. И.

Нелинейные дискретные модели оптимизации банковских портфелей

Дранишникова А. Е.

Новосибирский государственный университет

1. В работах [1], [2] рассматривается единая процентная ставка для всех клиентов, но на практике ставка процента представляет собой нелинейную функцию, зависящую от многих параметров, таких как: объем кредита, приемлемая для клиента ставка и другие. Построенная модель функционирования банка строится на разделении клиентов по группам (стратам), в зависимости от объема инвестируемых средств, и определяется соответствующая каждой группе ставка.

2. Разбиение клиентов по стратам потребовало незначительно увеличить число переменных, а именно введения переменных $y^{(j)}$ ($j = 1..N$ – количество страт по доходным активам) – ставка по доходным активам; $\tilde{y}^{(j)}$ ($j = 1..M$ – количество страт по депозитам) – ставка по депозитам. В обозначениях из [2] функционал (11) заменяется следующим:

$$\sum_{j=1}^N y^{(j)} \sum_{i \in I_{11}^{(j)}} x_i + \sum_{i \in I_{12}} x_i c_i - \sum_{j=1}^M \tilde{y}^{(j)} \sum_{i \in I_{21}^{(j)}} \tilde{x}_i - \sum_{i \in I_{22}} \tilde{x}_i \tilde{c}_i \rightarrow \max_{x_i, \tilde{x}_i, y^{(j)}, \tilde{y}^{(j)}},$$

где $I_{11} = \bigcup_j I_{11}^{(j)}$ ($j = 1..N$) – множество доходных активов; $I_{21} = \bigcup_j I_{21}^{(j)}$ ($j = 1..M$) – множество депозитов (вкладов). Ограничения совпадают с ограничениями из [2], за исключением (3), (5), (7), (8) и (10), которые заменяются на системы ограничений по j .

3. Разработан эффективный алгоритм решения задач математического программирования со специальной структурой ограничений, возникающих в построенной модели. Алгоритм базируется на редукции исходной проблемы к последовательности задач линейного программирования. Проведен ряд экспериментов, в результате которого наблюдается увеличение прибыли и уменьшение убытков банка в зависимости от количества страт.

1. Анцыз С. М., Орозбеков Н. А. Об одном подходе к построению математических моделей для оптимизации банковской деятельности. Новосибирск : Препринт/РАН. Сиб.отд-ние. Ин-т математики, 2004. № 147. 26 с.

2. Романовская А. Н. Об одной модели оптимизации деятельности банка // Сиб. журн. индустр. матем. Новосибирск, 2008. Т. 11, № 4. С. 136–149.

Научный руководитель – канд. техн. наук Анцыз С. М.

Общественная оптимальность в модели международной торговли двух стран при монополистической конкуренции

Кабаева С. Э.

Новосибирский государственный университет

Исследуется модель международной торговли при монополистической конкуренции производителей [3] в ситуации общественной оптимальности. В отличие от [2] (см. также [5]), функция полезности каждого потребителя предполагается аддитивно-сепарабельной. Функция производственных издержек является нелинейной [1], [4]. Рассматриваются две страны, «домашняя» (Н) и зарубежная (F). Предполагается, что население страны Н не меньше населения страны F. Кроме того, предполагается, что торговые (транспортные) издержки τ имеют вид «iceberg type».

Изучается сравнительная статика по τ в двух важных «предельных» случаях: 1) свободы торговли ($\tau \approx 1$); 2) автаркии («почти» прекращение торговли в силу слишком большого τ).

Проведенные исследования позволяют понять, как торговые издержки стран влияют на общественно оптимальные характеристики: выпуск продукции («размер фирмы»), потребление, массу фирм, общественное благосостояние.

Работа частично поддержана грантами РФФИ № 15-06-05666, № 16-01-00108 и № 16-06-00101.

1. Антощенкова И. В., Быкадоров И. А. Модель монополистической конкуренции: влияние технологического прогресса на равновесие и общественную оптимальность // Математическая теория игр и ее приложения. 2014. Т. 6, вып. 2. С. 3–31.

2. Быкадоров И. А., Желободко Е. В., Коковин С. Г. Товарное разнообразие в вертикальном распределительном канале при монополистической конкуренции // Математическая теория игр и ее приложения. 2010. Т. 2, вып. 2. С. 3–41.

3. Быкадоров И. А., Коковин С. Г. Эффективность рыночной власти ритейлеров: случай монополистической конкуренции производителей // Вестник НГУЭУ. 2014. № 1. С. 326–337.

4. Bykadorov I., Gorn A., Kokovin S., Zhelobodko E. Why are losses from trade unlikely? // Economics Letters. 2015. Vol. 129. P. 35–38.

5. Bykadorov I. A., Kokovin S. G., Zhelobodko E. V. Product Diversity in a Vertical Distribution Channel under Monopolistic Competition // Automation and Remote Control. 2014. Vol. 75, № 8. P. 1503–1524.

Научный руководитель – канд. физ.-мат. наук, доц. Быкадоров И. А.

О максимизации производительности труда в двухуровневой задаче оптимального управления

Котова А. А.

Новосибирский государственный университет

Цель данной работы: найти оптимальное значение налоговой ставки на потребление, при которой производительность труда в рассматриваемый период будет максимальной. Рассматривается двухуровневая система: государство и n инвесторов.

Возникает задача:

$$\frac{\sum_{i=1}^n \int_0^T Y_i(t) e^{-\delta t} dt}{\sum_{i=1}^n \int_0^T L_i(t) e^{-\delta t} dt} \rightarrow \max_r, \quad 0 \leq r \leq 1,$$

при условии, что валовой доход $Y_i(t)$ и доля выпуска $s_i(t)$, идущая на инвестиции, определяются в результате решения задач:

$$\int_0^T \alpha_i \frac{C_i(t)}{L_i(t)} e^{-\delta t} dt + \int_0^T (1 - \alpha_i) \frac{Y_i(t)}{L_i(t)} e^{-\delta t} dt \rightarrow \max_{s_i(t)},$$

при ограничениях:

$$\begin{aligned} Y_i(t) &= N_i(t) + C_i(t) + I_i(t), \\ N_i(t) &= r C_i(t), \\ C_i(t) &= (Y_i(t) - N_i(t))(1 - s_i(t)), \\ I_i(t) &= (Y_i(t) - N_i(t))s_i(t), \\ 0 &\leq s_i(t) \leq 1, \\ L_i(t) &= L_0^i e^{v_i t}, \\ \dot{K}_i(t) &= (Y_i(K_i(t), L_i(t)) - r C_i(t))s_i(t) - \mu_i K_i(t), \\ \frac{K_i(0)}{L_i(0)} &= k_0^i > 0, \quad \frac{K_i(T)}{L_i(T)} = k_T^i > 0, \end{aligned}$$

где n – количество предприятий; $0 \leq \alpha_i \leq 1$ – показатель склонности инвестора к потреблению; K_i – объем основных фондов i -го предприятия; L_i – числовое выражение объема трудовых ресурсов; I_i – инвестиции в производство; C_i – потребление работников предприятия; N_i – налог на потребления; r – налоговая ставка; δ – константа дисконтирования; μ_i – темп амортизации фондов; v_i – годовой темп прироста числа занятых на i -ом предприятии; k_0^i и k_T^i – значения фондовооруженности в моменты времени 0 и T соответственно.

В данном докладе будут предложены алгоритмы поиска оптимального решения этих задач.

Работа частично поддержана грантами РФФИ №16-06-00101 и №16-01-00108.

Научный руководитель – канд. техн. наук Анцыз С. М.

О критерии простоты при решении проблемы «потребление – инвестиции»

Кулакова А. А.

Новосибирский государственный университет

В монографии [1] для решения задачи поиска оптимального управления $s(t)$, при распределении выпуска Y на потребление C и инвестиции I используется модель Ф. Рамсея:

$$Y(t) = C(t) + I(t) = (1 - s(t))Y(t) + s(t)Y(t), \\ 0 \leq s(t) \leq 1.$$

В качестве критерия, подлежащего максимизации в плановом периоде $[0, T]$, в [1] принимается общее удельное потребление с дисконтированием:

$$\int_0^T \frac{C(t)}{L(t)} e^{-\delta t} dt,$$

где L – величина трудовых ресурсов, δ – константа дисконтирования.

В настоящей работе предполагается, что инвестор руководствуется критерием простоты (закон «экономии», или «Бритва Оккама» [2]), согласно которому из нескольких теорий одного и того же явления выбирается наиболее простая теория.

Цель данной работы: найти оптимальное управление $s(t)$, при котором при минимуме затрат производства достигает максимума потребление.

Возникает задача:

$$\frac{\int_0^T (1-s(t))f(k(t)) dt}{\int_0^T k(t) dt} \rightarrow \max_s,$$

при ограничениях:

$$\dot{k}(t) = s(t)f(k(t)) - \mu k(t), \\ 0 \leq s(t) \leq 1, \quad k(0) = k_0, \quad k(T) \geq k_T,$$

где $f(k(t))$ – производственная функция, аргументом которой является фондовооруженность $k(t)$, μ – темп амортизации фондов, положительные константы k_0 и k_T считаются заданными.

В данном докладе будут предложены алгоритмы поиска оптимального решения этой задачи с применением принципа максимума Понтрягина.

Работа поддержана грантами РФФИ № 16-06-00101 и № 16-01-00108.

1. Ашманов С. А. Введение в математическую экономику. М. : Наука, 1984. 296 с.

2. Новая философская энциклопедия. М.: Мысль, 2000. URL: <http://iphlib.ru/greenstone3/library/collection/newphilenc/browse/CL1/18>

Научный руководитель – канд. техн. наук, ст. науч. сотр. Анцыз С. М.

Модификация модели Барруа для оптимизации банковских портфелей

Радченко А. И.

Новосибирский государственный университет

Используя модель Барруа [1], условия сделки между банком и клиентами можно описать следующими неравенствами:

$$Eu \left[\left(S_0 + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M D_{ij} \right) (1-l)(1+r_l) + l \left(S_0 + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M D_{ij} \right) (1+r_\xi) - \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M D_{ij} (1+r_j) \right] \geq u[S_0(1+r_l)],$$

$$u_i(S_i) \leq E \left(u_i \left[\sum_{j=1}^M D_{ij} (1+r_j) V + S_i - \sum_{j=1}^M D_{ij} \right] \right),$$

где r_j – процент, объявленный банком по j -ому типу вкладов; r_l – процент по ликвидным активам, это – детерминированная величина; r_ξ – случайная величина, равная эффективности (проценту) доходных активов; l – доля капитала банка, помещенная в доходные активы; S_0 – начальный капитал банка; N – число клиентов; M – число типов вкладов; D_{ij} – вклад j -ого типа i -ого клиента; $u(x)$ – функция полезности банка; $u_i(x)$ – функция полезности клиента; S_i – капитал клиента.

Получены и будут приведены в докладе оценки величин r_j и l , зависящие от наибольшего r_1 и наименьшего r_2 ожидаемых значений прироста инфляции.

1. Ротарь В. И., Бенинг В. Е. Введение в математическую теорию страхования // Обзорение прикладной и промышленной математики. 1994. Т. 1, вып. 5. С. 699–777.

Научный руководитель – канд. техн. наук Анцыз С. М.

Исследование методических подходов к разложению энергоемкости экономики

Розенталь К. С.

Новосибирский государственный университет

Данная работа посвящена анализу тенденции энергоемкости экономики с географической и временной направленностью, с помощью базы данных WIOD. В работе используется модель Logarithmic Mean Divisia Index (LMDI) разложение энергоемкости экономики с целью выявления структурного и технологического эффектов. В работе рассматривается 4 различные модели LMDI, в том числе 2 модели в аддитивной декомпозиции и 2 модели в мультипликативной декомпозиции. Для анализа стран применяется подход разложения индекса на два фактора. Приводится сравнительный анализ этих моделей с целью выявления наименьшего квадрата отклонения, то есть определение наиболее точной модели. Для этого используется один из базовых методов регрессионного анализа для оценки регрессионных моделей по выборочным данным, метод наименьших квадратов. Выявлены наиболее точные модели разложения для аддитивной и мультипликативной декомпозиции.

В результате численного исследования показано, что на снижение динамики энергоемкости ВВП в развитых и развивающихся странах технологический и структурный эффекты оказывают влияние в различной степени, исходя из их отраслевой структуры экономики. В развитых странах, таких как США и страны Европы, наибольшее влияние оказывает технологический фактор, в то время как структурный фактор за последние годы в существенной мере себя исчерпал. Показано, что повышение энергоэффективности в развитых странах в ближайшие десятилетия будет осуществляться за счет развития более эффективных методов производства. В развивающихся экономиках значительное влияние оказывает структурный фактор, в том числе России и странах СНГ, связанный с увеличением роли сектора услуг и потребительского сектора, которые характеризуются не высокими значениями удельного энергопотребления.

Научный руководитель – д-р экон. наук, доц. Эдер Л. В.

Согласование народнохозяйственной и отраслевой модели на примере лесного комплекса

Стойлова А. С.

Новосибирский государственный университет

Детальный учет специфики развития лесных отраслей в регионах, с учетом народнохозяйственных связей, возможен только с применением моделей пространственной экономики. С помощью такого рода моделей можно оценить последствия изменения нагрузки на экономику страны, а также перспективы развития отраслей и регионов. Для моделирования лесного комплекса, как подсистемы экономики использовалась оптимизационная межрегиональная межотраслевая модель (ОМММ). Исходная модель содержала сорок отраслей, но только три относились к лесному комплексу. Далее она была модифицирована таким образом, что отрасли лесного комплекса стали описываться более детально. Остальные отрасли, незначительно влияющие на выбранный комплекс, были агрегированы. Этот вариант модели имел уже двадцать три отрасли, из которых одиннадцать относились к лесному комплексу. Возможность ее использования для вариаций народнохозяйственной нагрузки на рассматриваемые отрасли подтверждалась экспериментально: результаты расчетов по базовому варианту по ней и по исходной модели оказались достаточно близки.

На следующем этапе работы модель была приведена к производственно-транспортному типу. Для этого использовались свойства «взаимных задач». По этой модели считались суммарные потоки по отраслям, не относящимся к лесному комплексу, что являлось «нагрузкой» на него, и задавались в качестве правых частей соответствующих ограничений. Для перехода к расчетам в натуральных показателях была сформирована отраслевая оптимизационная модель, в которой выделены несколько видов лесосырья и также технологические способы производства основных видов лесопroduкции. В этой модели информация представлена в натуральных показателях, при этом потребовалось решить ряд вопросов перевода стоимостной нагрузки, получаемой из модифицированной ОМММ.

Научный руководитель – канд. экон. наук Машкина Л. В.

**Общественная оптимальность в модели международной торговли
двух групп стран при монополистической конкуренции
с линейными издержками**

Челондаева А. В.

Новосибирский государственный университет

Изучается модель торговли при монополистической конкуренции производителей. Предполагается, что функции полезности потребителей являются аддитивно сепарабельными, производственные издержки линейны, а торговые (транспортные) издержки τ имеют вид «iceberg type».

В торговле участвуют две группы стран: большие одинаковые (по населению) страны и малые одинаковые.

Рассматривается ситуация, когда максимизируется общественное благосостояние при соблюдении баланса по труду.

Исследована монотонность зависимости от торговых издержек общественного благосостояния (в каждой стране и во всей экономике) в двух предельных случаях: вблизи свободы торговли ($\tau \approx 1$) и вблизи автаркии (полной и / или частичной).

Полученные результаты допускают обобщение как на случай нелинейных производственных издержек [1], [4], так и на случай нелинейных функций полезности [3], [2] (см. также [5]).

Работа частично поддержана грантами РФФИ № 15-06-05666, № 16-01-00108 и № 16-06-00101.

1. Антощенкова И. В., Быкадоров И. А. Модель монополистической конкуренции: влияние технологического прогресса на равновесие и общественную оптимальность // Математическая теория игр и ее приложения. 2014. Т. 6, вып. 2. С. 3–31.

2. Быкадоров И. А., Желободко Е. В., Коковин С. Г. Товарное разнообразие в вертикальном распределительном канале при монополистической конкуренции // Математическая теория игр и ее приложения. 2010. Т. 2, вып. 2. С. 3–41.

3. Быкадоров И. А., Коковин С. Г. Эффективность рыночной власти ритейлеров: случай монополистической конкуренции производителей // Вестник НГУЭУ. 2014. № 1. С. 326–337.

4. Bykadorov I., Gorn A., Kokovin S., Zhelobodko E. Why are losses from trade unlikely? // Economics Letters. 2015. Vol. 129. P. 35–38.

5. Bykadorov I. A., Kokovin S. G., Zhelobodko E. V. Product Diversity in a Vertical Distribution Channel under Monopolistic Competition // Automation and Remote Control. 2014. Vol. 75, № 8. P. 1503–1524.

Научный руководитель – канд. физ.-мат. наук, доц. Быкадоров И. А.

**Выявление зависимости цен на газ от количества участников
на российском экспортном рынке**

Шиканов С. П.

Новосибирский государственный университет

В настоящее время Россия является крупнейшим поставщиком природного газа на рынок Европы. В 2016 г. доля российского газа в европейском потреблении достигла рекордного значения – 34 %. Поставщиком российского газа на экспорт является компания «Газпром». Возможность выхода альтернативных российских поставщиков природного газа на рынки Европы может положительно сказаться на объеме поставок и цене на газ, что в свою очередь может привести к увеличению уровня налоговых поступлений в бюджет РФ. В связи с этим актуальной задачей является анализ возможности отмены монополии на поставки трубопроводного газа в Европу.

Целью работы является выявление зависимости цен на газ от количества участников на российском экспортном рынке. В соответствии с поставленной целью определены задачи: построение эмпирической модели спроса на газ, нахождение оптимальной стратегии экспорта с учетом актуальных данных и нынешней ситуации в стране.

В модели рассматривается два объекта: Россия и страны Европы. Предполагается, что любая российская газодобывающая компания может поставлять газ как на внутренний рынок, так и на экспорт. На европейском газовом рынке российские компании конкурируют с другими крупными газодобывающими компаниями.

Входными параметрами в модели являются газодобывающие компании России и стран Европы, объем поставок газа этих компаний, функции внутреннего и внешнего спроса для стран, прибыль компаний.

Далее находится оптимальный объем экспорта газа из России с учетом различного количества поставщиков. Таким образом, используется количественный анализ для оценки условий, при которых может происходить увеличение внутренних доходов страны.

На основе предложенной модели можно сделать вывод о приоритетных направлениях развития российской энергетической политики с учетом возможности поставок трубопроводного газа в Европу Газпромом, а также альтернативными компаниями.

Научный руководитель – канд. экон. наук Проворная И. В.

Алгоритм формирования стратегий поведения участников мегапроекта при освоении нефтегазовых ресурсов

Шихов Р. Н.

Новосибирский государственный университет

Объектом исследования является *мегапроект* ВСНГК (Восточно-Сибирский нефтегазовый комплекс), который представляет собой комплекс проектов взаимосвязанных отраслей, размещаемых на территориях нескольких субъектов РФ. Основные участники мегапроекта: *компании*, представляющие нефтяную, газовую и перерабатывающую отрасли, а также *государство*, координирующее их действия. Каждый участник преследует свои интересы, в связи с чем возникает конфликт интересов на этапе заключения контрактов.

Цель работы состоит в формировании равновесной стратегии поведения участников мегапроекта, при которой ни одному из игроков не выгодно в одностороннем порядке изменять свою стратегию поведения. Моделирование взаимоотношений участников мегапроекта представлено в виде *некооперативной игры* $G = \langle N, X, \{H_i\}_{i=1}^4 \rangle$, где $N = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ – множество игроков: государство, нефте- и газодобывающая, нефте- и газоперерабатывающая отрасли; $X \subseteq \mathbb{R}^m$ – совместное множество стратегий всех игроков; $H_i: X \rightarrow \mathbb{R}$ – функции выигрыша всех игроков ($i \in N$). Стратегиями игроков являются объемы выпуска продукции. Каждый игрок выбирает стратегию исходя из критерия максимизации функции выигрыша (прибыли), причем вектор $x = (x^0, x^1, x^2, x^3, x^4)$, состоящий из стратегий всех игроков, должен принадлежать X . Множество X предполагается выпуклым, замкнутым и непустым, а функция H_i непрерывна как функция x и выпукла как функция переменной x^i , которая является стратегией игрока i ($i \in N$).

Для поиска оптимальных стратегий используется понятие равновесия по Нэшу: вектор $x^* = (x^{*,0}, x^{*,1}, x^{*,2}, x^{*,3}, x^{*,4})$ называется *равновесием по Нэшу* в игре G , если $\forall i \in N$ $x^{*,i}$ является решением задачи оптимизации

$$\max\{H_i(x^i, x^{*,-i}) \mid (x^i, x^{*,-i}) \in X\},$$

где $(x^i, x^{*,-i})$ – вектор $(x^{*,0}, x^{*,1}, \dots, x^{*,i-1}, x^i, x^{*,i+1}, \dots, x^{*,4})$.

Предлагаемый алгоритм поиска равновесия Нэша основан на решении задачи безусловной оптимизации

$$\min_{x \in \mathbb{R}^m} V_{\alpha\beta}(x),$$

где функция $V_{\alpha\beta}(x)$ строится на основе функций выигрыша H_i ($i \in N$).

Предлагаемый подход апробирован на реальной информации мегапроекта ВСНГК.

Научный руководитель – д-р экон. наук, проф. Пляскина Н. И.

АВТОРСКИЙ УКАЗАТЕЛЬ

Andorny E. N.	124	Борд Е. Е.	47
Evseeva V. O.	100	Борисова Е. Б.	15
Kalenchuk A. A.	101	Бородин С. В.	48
Kashtanova V. N.	136	Бубнова О. А.	191
Krakhlyov A. A.	186	Букасова А. К.	73
Mironova D. E.	126	Васильев А. С.	6
Nikushkin N. Y.	127	Васильева О. В.	182
Novikov A. O.	187	Велисевич А. В.	16
Prabhjot Singh.	42	Вострикова Е. И.	145
Prasol D. A.	128	Габидулина В. А.	192
Rybdylova G. S.	129	Галактионова А. А.	146
Sukhovershina O. A.	102	Галилейская А. А.	105
Tsebukhovskaya E. L.	103	Гаранина Ю. С.	113
Tsydenov A. B.	104	Глушков О. А.	75
Yermolenko D. V.	137	Голдин А. Ю.	17
Zakovryashin A. V.	125	Гологуш Т. С.	49
Абдразакова А. Р.	130	Горовик М. А.	147
Абрамова А. В.	73	Горынин А. Г.	60
Аверьянов Е. А.	138	Гостевский Д. А.	76
Алдохин А. С.	131	Гришина А. А.	148
Алипова К. А.	139	Грудович Л. Е.	114
Андреев А. А.	13	Грюнвальд Л. А.	18
Анисимова А. С.	110	Давыдов Н. П.	149
Антипова Е. А.	111	Давыдова С. Г.	150
Астанина М. С.	140	Дадашов С. Х.	61
Ахметов А. Ж.	59	Дараби Н. Б.	151
Балдоржиева И. Д.	188	Даржаин А. Э.	35
Бараховская Э. В.	141	Дашиев Б. В.	185
Барский А. А.	142	Денисенко Д. С.	50
Бастуев А. В.	112	Дерюгин Д. Ф.	77
Бектемиров И. Т.	43	Джайков Г. М.	43
Белан С. Е.	74	Донцов Н. И.	193
Беляев В. А.	143	Доржиева Г. Б.	194
Беляев И. А.	189	Дорохова П. Ю.	78
Беляева Е. Ю.	190	Дранишников Н. С.	62
Бичурина А. И.	14	Дранишникова А. Е.	195
Блинов К. В.	5	Дульзон О. В.	132
Бобкова М. С.	144	Дылгыржапов Б. Б.	51

Дятловская А. А.	19	Латышенко В. А.	157
Емельянов Д. Ю.	7	Ли Ф.	25
Ермишина В. Е.	152	Лифенко В. И.	26
Ермолаев В. С.	36	Макарова А. Ю.	158
Есимбек А. А.	20	Максимова А. Г.	159
Жамалова Б. Р.	63	Маринов А. И.	27
Збитнев Н. А.	183	Маркелова Ю. В.	68
Иващенко А. О.	106	Марков С. И.	119
Исмоилов А. С.	21	Мацкевич Н. А.	160
Кабаева С. Э.	196	Милосердов А. В.	83
Кажымурат А. А.	37	Мисюра В. А.	84
Кайгородцева А. А.	64	Модонова Т. В.	69
Караев Н. М.	79	Моткова А. В.	85
Каргапольцева Е. С.	115	Назарченко Е. А.	161
Кацурина Н. С.	80	Наприенко Я. М.	44
Кашкарев П. В.	38	Науменко А. Б.	91
Керп А. С.	116	Новиков И. А.	86
Киреева Т. Е.	81	Новиков М. А.	162
Кириленко А. В.	117	Облаухов А. К.	87
Кириллова Н. Е.	22	Ободовская Е. А.	163
Кирин Д. Л.	65	Одиноких Н. С.	88
Клепиков П. Н.	39	Ондар Б. К.	54
Клепикова С. В.	39	Осипович О. А.	107
Ключинский Д. В.	118	Осоев А. В.	28
Козлов Р. А.	8	Очиров А. А.	120
Колдаев Д. А.	66	Палагина А. А.	164
Кондакова Е. А.	23	Панасенко А. С.	9
Костылева В. В.	183	Панкратова А. А.	89
Котова А. А.	197	Патрахина Е. В.	165
Котомина М. Б.	24	Пехтерев М. С.	166
Краус А. Е.	67	Пиманов Д. О.	29
Круглова Е. А.	153	Плотников Н. Д.	167
Куклин А. А.	154	Покрасенко Д. П.	90
Кукушкин Д. Е.	52	Потатуева В. В.	108
Кулакова А. А.	198	Проводин П. В.	168
Курденко Д. В.	184	Рабданов А. Б.	185
Кусаинов П. И.	53	Раднаев Б. Б.	169
Куценко А. В.	82	Радченко А. И.	199
Лаговская К. В.	155	Растрепав А. А.	45
Латышев А. А.	156	Рожков Д. С.	40

Розенталь К. С.	200	Фишман Д. С.	96
Рузикулов А.	30	Фомина А. А.	177
Рыжкович А. А.	55	Фурцев А. И.	72
Савин С. А.	91	Хабаров И. В.	97
Сайнакова И. С.	121	Хлыстова И. В.	33
Седов Е. В.	170	Ходыкина Е. В.	183
Сенотрусова С. Д.	171	Хомякова Е. Н.	98
Сизова С. С.	172	Хохлова Ю. В.	133
Скокова В. А.	183	Цгоев Ч. А.	178
Скресанов С. В.	10	Цой Н. Г.	57
Смородинов Т. В.	92	Челнокова А. С.	179
Соколова К. В.	173	Челондаева А. В.	202
Солдаткин М. А.	174	Чжэн Ц.	34
Сороковиков П. С.	122	Чуриков Д. В.	11
Спирина К. И.	31	Чуркин Е. А.	180
Сташков Д. В.	175	Чухно В. И.	123
Стойлова А. С.	201	Шабанов А. А.	84
Стрельников Р. В.	70	Шефер Е. И.	109
Сухачева Е. С.	46	Шиканов С. П.	203
Тагильцев И. И.	71	Шипилов Н. М.	134
Таранов Н. О.	93	Шихов Р. Н.	204
Тарасов А. А.	176	Шишко В. А.	135
Тимофеев Д. Н.	135	Щербаков П. К.	181
Токтохоева С. Г.	94	Эрнст И. В.	41
Толстихин А. А.	32	Юрганов А. А.	99
Туголуков А. В.	95	Яковлев А. В.	12
Уфимцева И. В.	56	Янькова Г. С.	58

ОГЛАВЛЕНИЕ

АЛГЕБРА И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЛОГИКА	5
Блинов К. В.	5
Васильев А. С.....	6
Емельянов Д. Ю.....	7
Козлов Р. А.....	8
Панасенко А. С.	9
Скресанов С. В.....	10
Чуриков Д. В.	11
Яковлев А. В.	12
ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ	13
Андреев А. А.....	13
Бичурина А. И.....	14
Борисова Е. Б.	15
Велисевич А. В.	16
Голдин А. Ю.	17
Грюнвальд Л. А.	18
Дятловская А. А.....	19
Есимбек А. А.....	20
Исмоилов А. С.	21
Кириллова Н. Е.....	22
Кондакова Е. А.	23
Котомина М. Б.	24
Ли Ф.....	25
Лифенко В. И.	26
Маринов А. И.....	27
Осоев А. В.....	28
Пиманов Д. О.....	29

Рузикулов А.	30
Спирина К. И.	31
Толстихин А. А.	32
Хлыстова И. В.	33
Чжэн Ц.	34
ГЕОМЕТРИЯ И ТОПОЛОГИЯ	35
Даржаин А. Э.	35
Ермолаев В. С.	36
Кажымурат А. А.	37
Кашкарев П. В.	38
Клепикова С. В., Клепиков П. Н.	39
Рожков Д. С.	40
Эрнст И. В.	41
ВЕЩЕСТВЕННЫЙ, КОМПЛЕКСНЫЙ И ФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ	42
Prabhjot Singh	42
Джайков Г. М., Бектемиров И. Т.	43
Наприенко Я. М.	44
Растрепав А. А.	45
Сухачева Е. С.	46
ГИДРОДИНАМИКА	47
Борд Е. Е.	47
Бородина С. В.	48
Гологуш Т. С.	49
Денисенко Д. С.	50
Дылгыржапов Б. Б.	51
Кукушкин Д. Е.	52
Кусаинов П. И.	53
Ондар Б. К.	54

Рыжкович А. А.	55
Уфимцева И. В.	56
Цой Н. Г.	57
Янькова Г. С.	58
МЕХАНИКА СПЛОШНОЙ СРЕДЫ	59
Ахметов А. Ж.	59
Горынин А. Г.	60
Дадашов С. Х.	61
Дранишников Н. С.	62
Жамалова Б. Р.	63
Кайгородцева А. А.	64
Кирич Д. Л.	65
Колдаев Д. А.	66
Краус А. Е.	67
Маркелова Ю. В.	68
Модонова Т. В.	69
Стрельников Р. В.	70
Тагильцев И. И.	71
Фурцев А. И.	72
ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ КИБЕРНЕТИКА	73
Абрамова А. В., Букасова А. К.	73
Белан С. Е.	74
Глушков О. А.	75
Гостевский Д. А.	76
Дерюгин Д. Ф.	77
Дорохова П. Ю.	78
Караев Н. М.	79
Кацурина Н. С.	80
Киреева Т. Е.	81

Куценко А. В.	82
Милосердов А. В.	83
Мисюра В. А., Шабанов А. А.	84
Моткова А. В.	85
Новиков И. А.	86
Облаухов А. К.	87
Одиноких Н. С.	88
Панкратова А. А.	89
Покрасенко Д. П.	90
Савин С. А., Науменко А. Б.	91
Смородинов Т. В.	92
Таранов Н. О.	93
Токтохоева С. Г.	94
Туголуков А. В.	95
Фишман Д. С.	96
Хабаров И. В.	97
Хомякова Е. Н.	98
Юрганов А. А.	99
ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ.	100
Evseeva V. O.	100
Kalenchuk A. A.	101
Sukhovershina O. A.	102
Tsebukhovskaya E. L.	103
Tsydenov A. B.	104
Галилейская А. А.	105
Ивашенко А. О.	106
Осипович О. А.	107
Потатуева В. В.	108
Шефер Е. И.	109

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА	110
Анисимова А. С.	110
Антипова Е. А.	111
Бастуев А. В.	112
Гаранина Ю. С.	113
Грудович Л. Е.	114
Каргапольцева Е. С.	115
Керп А. С.	116
Кириленко А. В.	117
Ключинский Д. В.	118
Марков С. И.	119
Очиров А. А.	120
Сайнакова И. С.	121
Сороковилов П. С.	122
Чухно В. И.	123
МЕТОДЫ МОНТЕ-КАРЛО И СМЕЖНЫЕ ВОПРОСЫ	124
Andorny E. N.	124
Zakovryashin A. V.	125
Mironova D. E.	126
Nikushkin N. Y.	127
Prasol D. A.	128
Rybdylova G. S.	129
Абдразакова А. Р.	130
Алдохин А. С.	131
Дульзон О. В.	132
Хохлова Ю. В.	133
Шипилов Н. М.	134
Шишко В. А., Тимофеев Д. Н.	135
МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ	136

Kashtanova V. N.	136
Yermolenko D. V.	137
Аверьянов Е. А.	138
Алипова К. А.	139
Астанина М. С.	140
Бараховская Э. В.	141
Барский А. А.	142
Беляев В. А.	143
Бобкова М. С.	144
Вострикова Е. И.	145
Галактионова А. А.	146
Горовик М. А.	147
Гришина А. А.	148
Давыдов Н. П.	149
Давыдова С. Г.	150
Дараби Н. Б.	151
Ермишина В. Е.	152
Круглова Е. А.	153
Куклин А. А.	154
Лаговская К. В.	155
Латышев А. А.	156
Латышенко В. А.	157
Макарова А. Ю.	158
Максимова А. Г.	159
Мацкевич Н. А.	160
Назарченко Е. А.	161
Новиков М. А.	162
Ободовская Е. А.	163
Палагина А. А.	164

Патрахина Е. В.	165
Пехтерев М. С.	166
Плотников Н. Д.	167
Проводин П. В.	168
Раднаев Б. Б.	169
Седов Е. В.	170
Сенотрусова С. Д.	171
Сизова С. С.	172
Соколова К. В.	173
Солдаткин М. А.	174
Сташков Д. В.	175
Тарасов А. А.	176
Фомина А. А.	177
Цгоев Ч. А.	178
Челнокова А. С.	179
Чуркин Е. А.	180
Щербаков П. К.	181
ПРОГРАММИРОВАНИЕ	182
Васильева О. В.	182
Збитнев Н. А., Скокова В. А., Костылева В. В., Ходыкина Е. В.	183
Курденко Д. В.	184
Рабданов А. Б., Дашиев Б. В.	185
МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЭКОНОМИКА	186
Krakhalyov A. A.	186
Novikov A. O.	187
Балдоржиева И. Д.	188
Беляев И. А.	189
Беляева Е. Ю.	190
Бубнова О. А.	191

Габидулина В. А.	192
Донцов Н. И.	193
Доржиева Г. Б.	194
Дранишникова А. Е.	195
Кабаева С. Э.	196
Котова А. А.	197
Кулакова А. А.	198
Радченко А. И.	199
Розенталь К. С.	200
Стойлова А. С.	201
Челондаева А. В.	202
Шиканов С. П.	203
Шихов Р. Н.	204
АВТОРСКИЙ УКАЗАТЕЛЬ	205

Научное издание

МАТЕРИАЛЫ
55-Й МЕЖДУНАРОДНОЙ НАУЧНОЙ
СТУДЕНЧЕСКОЙ КОНФЕРЕНЦИИ

МНСК–2017

МАТЕМАТИКА

Материалы конференции публикуются в авторской редакции

Подписано в печать 31.03.2017 г. Формат 60х84/16

Уч.-изд. л. 13,5. Усл. печ. л. 12,55.

Тираж 100 экз. Заказ № 31.

Издательско-полиграфический центр НГУ
630090, г. Новосибирск, ул. Пирогова, 2