Tarea 1
Algoritmos y Complejidad

"Tonteando..."

Sebastián Bórquez González
201573015-6

2018-03-26

El enunciado nos entrega una función f sobre x tal que se cumple:

$$y = f(x)$$
$$x = f^{-1}(y)$$

Pero solo se conoce a f en puntos discretos los cuales son entregados en una tabla.

Además se trabaja bajo el supuesto de que existe f^{-1} por lo que se debe cumplir que f sea **biyectiva**.

1. Se decide utilizar el algoritmo de Lagrange

2. Se nos pide implementar el método de la secante, lo cual se hace de manera bastante directa. Partiendo con x_0 , x_1 se calculan valores sucesivos usando:

   $$x_{n+2} = x_{n+1} - f(x_{n+1}) \cdot \frac{x_{n+1} - x_n}{f(x_{n+1}) - f(x_n)}$$

   Se ha de suponer que para los x dados, el termino $f(x_{n+1}) - f(x_n)$ nunca indefinirá a la división.

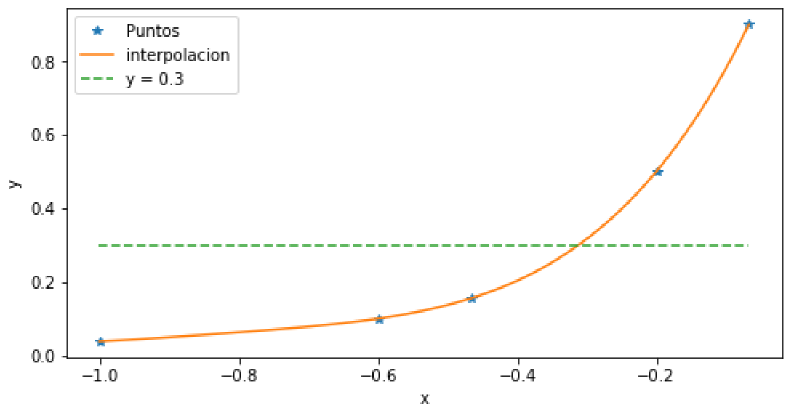
   El algoritmo realizará la iteración hasta que el $f(x_{n+2})$ esté a lo más a una distancia de ϵ(tolerancia) del 0, o si el algoritmo a iterado una cierta cantidad de veces (prevención a que no converja).

3. Se desea obtener el valor de x^* para la evaluación de la función $f^{-1}(y^*)$ con $y^* = 0{,}3$.

   Escrito en terminos de f, buscamos un x^* que satisfaga la ecuación: $f(x^*) = y^*$, o lo que es lo mismo, buscar el x de la intercepción de las funciones $y = f(x)$ e $y = y^*$.

   Partiendo de esta idea, la intercepción es $f(x) = y^*$. Buscar el punto de intercepción es equivalente a buscar el x^* que cumpla $g(x) = 0$, con g definida como $g(x) = f(x) - y^*$.

Figura 1: Intercepción entre $y = f(x)$ e $y = y^*$



De esta forma, podemos utilizar el método de la secante para encontrar un cero de g, con la diferencia de que esta vez no se utiliza un f en concreto, sino que la interpolación.

Para la elección de los puntos iniciales se tomó en cuenta los valores de la tabla, y confirmados por la interpolación, los puntos presentan un comportamiento creciente, por lo que se determinó que 0,3 debería encontrarse entre $x_0 = -0{,}467$ y $x_1 = -0{,}2$.

Finalmente, el resultado de nuestro calculo resultó:

$$x^* = -0{,}31190496815431701$$

4. Una forma diferente de aproximarse al problema es interpolando la función inversea f^{-1}. Para esto utilizamos el mismo método de interpolación con la salvedad de que la lista de puntos X e Y están invertidos y se evalua al polinomio con el valor de y^*, para este caso en particular, $y^* = 0{,}3$.

   Este método aparenta ser una forma correcta y directa para obtener el valor x^*. Sin embargo, como resultado obtenemos un valor diferente al calculado en la respuesta anterior.

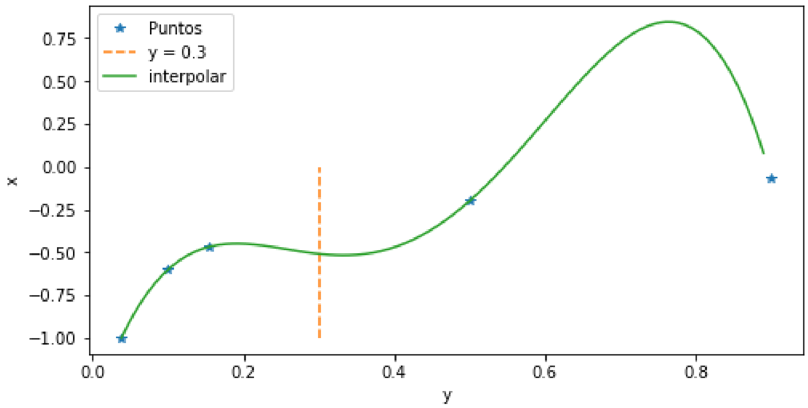
   $$x^* = -0{,}50864947547118655$$

   ¿Cuál es la razón de que se hayan obtenido resultados diferentes?

   La causa la podemos encontrar al revisar más detalladamente la interpolación. Se puede observar en la forma del polinomio de interpolación.

   Como se puede apreciar, partimos de la idea de que existía f^{-1}, por lo que f debe ser biyectiva, por consecuencia f^{-1} debe ser biyectiva. En esta interpolación se puede apreciar de que esto último no se cumple para el polinomio interpolador, por lo que utilizar este método para aproximar valores de la

Figura 2: Polinomio de interpolación de f^{-1}



función inversa puede no entregarnos un resultado correcto, lo que explica la aproximación erronea.

En conclusión, interpolar la función inversa de algún f no necesariamente nos entrega la inversa del polinomio de interpolación de este f.