AD- Blatt 3 17.10.12

A 2.1

$T(1) = 1$, $T(n) = T(\frac{n}{2}) + 1 \quad \forall n > 1$

$a = 1$, $b = 2$, $f(n) = 1$

$n^{\log_b a} = n^{\log_2 1} = n^0 = 1 = f(n)$

$\Rightarrow$ 2. Fall

$\Rightarrow T(n) \in \Theta(n^{\log_b a} \cdot \log n)$

$\Rightarrow T(n) \in \Theta(\log n)$

$\in$

A 2.2

$\Rightarrow$ while-Log terminiert

A2.1

$T(1) = 1, \quad T(n) = 7T\left(\frac{n}{2}\right) + n^2 \quad \forall n > 1$

z.z. $T(n) \in \Theta(n^{2,81})$

$a = 7, \; b = 2, \; f(n) = n^2$

$\log_b a = \log_2 7 > 2 \quad \Rightarrow$ 1. Fall

$T(n) \in \Theta(n^{\log_2 7}) \Rightarrow T(n) \in \Theta(n^{2,81})$

A.2.2

$T(1) = 1, \quad T(n) = 3T\left(\frac{n}{4}\right) + n \cdot \log n \quad \forall n > 1$

$a = 3, \; b = 4, \; f(n) = n \cdot \log n$

$n^{\log_b a} = n^{\log_4 3} < n \underset{\forall n \geq 1}{\leq} n \cdot \log n \quad \Rightarrow$ 3. Fall

$a f\left(\frac{n}{b}\right) \leq c \cdot f(n)$

$3 \, f\left(\frac{n}{4}\right) \leq c \; n \log n$

$3\left(\frac{n}{4} \cdot \log\left(\frac{n}{4}\right)\right) \leq c \cdot \log n \cdot n$

$\frac{3}{4}\left(\log n - \log 4\right) \leq c \cdot \log n$

$\frac{3}{4} \log n - \frac{3}{4} \log 4 \leq c \cdot \log n$

$\frac{3}{4} - \frac{3}{4} \frac{\log 4}{\log n} \leq c$

$\frac{3}{4} - \underbrace{\frac{3}{4} \log_n 4}_{\to 0} \leq c < 1 \quad \checkmark$

$\Rightarrow T(n) \in \Theta(n \cdot \log n)$

(2) Für jede Zeile

Addiere ~~[illegible]~~ jede folgende Zeile darauf

und berechne jeweils das Maximum mit [illegible]

Ist das Maximum größer als das bisher bekannte, übernehme das neue Maximum

$T(n) \le n \cdot n \cdot (n+n) = 2n^3$.

$\Rightarrow T(n) \in O(n^3)$

---

(3) a)

z.z. $a_0 \ge \dots \ge a_j$

I.A. $j=1$

key wird auf $a[1]$, i wird auf $j-1 = 1-1 = 0$ gesetzt

~~[illegible]~~ $i=0 \ge 0$ $\rightarrow$ ~~[illegible]~~ zweite Beding. in While prüfen

1. Fall $a[0]$ ~~[illegible]~~ $>$ key

$\rightarrow$ While-Schleife wird nicht betreten

es gilt: $a[0] = a[i] \ge a[j] = a[1]$

I.V. Behauptung gilt für $j-1$

I.S. - Schleifeninvariante, nach I.V. gilt nach $(j-1)$ten Durchlauf: $a_0 \ge \dots \ge a_{j-1}$

- In jedem Durchlauf wird ~~a[j] [illegible] gesichert in key~~ key $= a[j]$
  und $i = j-1$
- In der While-Schleife wird über die bereits sortierte Liste iteriert
- In jeder Iteration wird der Index um 1 verringert, aber nie negativ
- Da der aktuelle Wert gesichert ist, ist eine Zwischenlücke entstanden, die genutzt wird, um die Werte bei jeder Iteration um eine Position nach rechts zu schieben.

- Schließlich wird die Zielposition mit dem gesicherten Wert befüllt

$a_0 \geq \ldots \geq$ key $\geq a_{j-1}$, d.h. $a_0 \geq \ldots \geq a_j$

Schleifenende bei $j = n-1$

Terminiertheit:

- äußere for-Schleife mit Laufindex j

  j wird bei jeder Iteration um 1 erhöht bis $j < n$.

  in der Schleife wird nur lesend auf j zugegriffen

  $\Rightarrow$ for-Schleife terminiert korrekt

- innere while-loop

  Laufindex startet bei $i = j-1$

  In jeder Iteration wird i um eins verringert bis key $> a[i]$ oder $a < 0$

  $\Rightarrow$ while-loop terminiert

$\Rightarrow$ Alg. terminiert

$\square$

Laufzeit: BC: $T(n) = \sum_{i=0}^{n-1} 4 \Rightarrow T(n) \in \Theta(n$

WC: $T(n) = \sum_{i=0}^{n-1} 4 \cdot 2i = 8 \cdot \sum_{i=0}^{n-1} i = 8 \cdot \frac{(n-1)n}{2}$

$\Rightarrow T(n) \in \Theta(n^2)$

AC: $T(n) = \sum_{i=0}^{n-1} \frac{i}{2} \Rightarrow T(n) \in \Theta(n^2)$

~~A 3.2 z.z. $a_0 \geq \ldots \geq a_j$~~

~~1. A: $j = n-2$~~

~~1. Fall $a[n-2] < a[n-1]$~~

~~vertausche das letzte und vorletzte Element~~

~~2. Fall~~