Prof. Dr. Klaus Volbert

Regensburg, den 09. Oktober 2019
Votieren und abgeben bis zum 15. Oktober 2019, 23:00 Uhr

Übungen zur Vorlesung
Algorithmen und Datenstrukturen
WiSe 2019/20
Blatt 2

Wichtige Hinweise:

−> Falls Sie bei der Bearbeitung einer Aufgabe größere Schwierigkeiten hatten und deswegen die Bearbeitung abgebrochen haben, so versuchen Sie bitte Ihre Schwierigkeiten in Form von Fragen festzuhalten. Bringen Sie Ihre Fragen einfach zur Vorlesung oder zur Übung mit!

−> Kursraum: https://elearning.uni-regensburg.de/course/view.php?id=9228

Aufgabe 1:
Schreiben Sie ein Registermaschinenprogramm (inkl. Kommentierung), das bei Eingabe von $n \in \mathbb{N}$ den Wert $\sum_{i=0}^{n} i^2 \in \mathbb{N}$ berechnet. Implementieren Sie zum Testen Ihres Registermaschinenprogramms ein Programm in einer Programmiersprache Ihrer Wahl (C, C++, Java, C#), das ein Registermaschinenprogramm aus einer Textdatei einliest und anschließend simuliert.

Aufgabe 2:
Zeigen oder widerlegen Sie folgende Aussagen:

1. $17 + 22 + 45 = O(1)$
2. $5n^3 + 12n^2 + 3n + 5 = \Omega(n^3)$
3. $2^{n+1} = O(2^n)$ und $2^{2n} = O(2^n)$
4. $\log(n!) = \Theta(n \log n)$
5. $2^n = O(n!)$ und $n! = O(n^n)$
6. $6^{-5} n^{1,25} = \Theta(\sqrt{n})$

Hinweis: Für $n \to \infty : n! = \sqrt{2\pi n}\left(\frac{n}{e}\right)^n$ (Stirling-Formel)

Aufgabe 3:
Sei $f(n)$ die n.te Fibonacci-Zahl, die wie folgt definiert ist:

$$f : \mathbb{N} \to \mathbb{N} \text{ mit } f(1) = 1, f(2) = 1 \text{ und } f(n) = f(n-1) + f(n-2) \text{ für } n \geq 3$$

Zeigen Sie mit Hilfe vollständiger Induktion, dass gilt:

$$f(n) = \frac{\phi^n - \hat{\phi}^n}{\sqrt{5}} \text{ mit } \phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}, \hat{\phi} = \frac{1-\sqrt{5}}{2}$$

Folgern Sie, dass eine rekursive Implementierung zur Berechnung der Fibonacci-Zahlen die Laufzeit $T(n) = \Theta(\phi^n)$ hat.

Aufgabe 4:
Bestimmen Sie obere und untere Schranken für die folgenden Rekursionsgleichungen von Algorithmen mit Hilfe der Iterations- oder Substitutionsmethode:

1. $T(1) = 1, T(n) = 4T(n/2) + n$ für alle $n > 1$
2. $T(1) = 1, T(n) = 2T(n/4) + \sqrt{n}$ für alle $n > 1$
3. $T(1) = 1, T(2) = 1, T(3) = 1, T(n) = 2T(n-1) + n^2$ für alle $n > 3$