

Non-Hookean System

物理系二年級甲班 林英豪 41041118S

2022 年 9 月 24 日修訂

[摘要] 本實驗透過一固定的外力，觀察透明圓柱鋁箔片的半徑變化，並透過兩者之間的關係計算出彎曲剛度 κ 以及楊氏係數 Y ，最後討論同材質的 Y 是否相同。

I. 實驗目的

本實驗主要是在探討非虎克系統的運動過程彈簧模型的特性，包含彎曲剛度 κ 以及楊氏係數 Y 等等，最後再來探討同材質是否有相同的楊氏係數。

II. 實驗儀器

1. 實驗盒
2. 秤重計

III. 實驗步驟

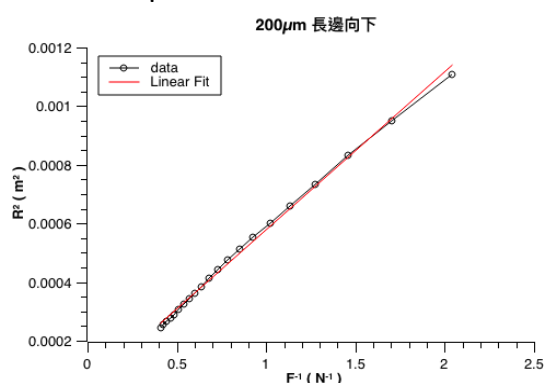
1. 實驗前的準備
 - A. 測量 $200\ \mu\text{m}$ 及 $250\ \mu\text{m}$ 厚度 d 的透明鋁箔片之長邊 l_L 以及短邊 l_S 。
 - B. 將 $200\ \mu\text{m}$ 長方形透明鋁箔片沿著長邊捲成圓柱狀並重疊處留 $0.5\ \text{cm}$ 後貼上紙膠帶，放在秤重計上歸零。
2. 控制外力 F ，觀察透明圓柱鋁箔片半徑 R_0 的變化：
 - A. 從外力 $F = 50\ \text{gw}$ 開始，每次增加 $10\ \text{gw}$ ，紀錄 R_0 的變化，重複 20 次。
 - B. 作 $R_0^2 - \frac{1}{F}$ 圖，並刪除外力 F 較小且不符合模型的點，使徒行的擬合斜率大於 0.99。
 - C. 再從 $F = 250\ \text{gw}$ 開始，每次減少 $10\ \text{gw}$ 紀錄 R_0 的變化，重複 20 次，並

重複步驟二。

- D. 拆開鋁箔片，改沿短邊捲成圓柱狀並在重複處留 $0.5\ \text{cm}$ 後貼上紙膠帶，放在秤重計上歸零。
 - E. 重複一到三步驟。
 - F. 改由 $250\ \mu\text{m}$ 長方形透明鋁箔片重複一到五步驟。
3. 計算出彎曲剛度 κ 以及楊氏係數 Y ：
 - A. 透過 $R_0^2 - \frac{1}{F}$ 圖的斜率計算出彎曲剛度 κ 以及楊氏係數 Y 。

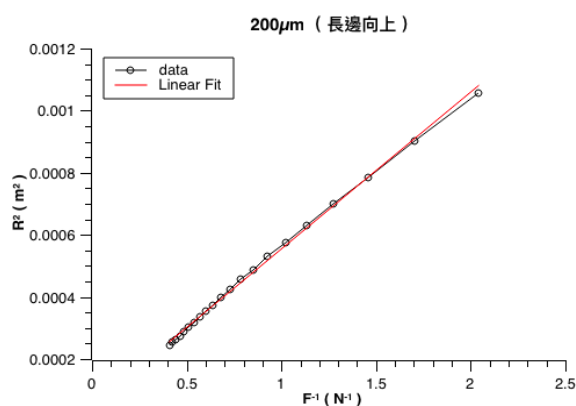
IV. 實驗數據

一、 $200\ \mu\text{m}$ 厚度的長方形鋁箔片-長邊



<Figure 1> ($R^2 = 0.998$)

$$y = (6.0 \times 10^{-4} \pm 6.0 \times 10^{-6}) + (3.79 \times 10^{-5} \pm 5.7 \times 10^{-6})$$



<Figure 2> ($R^2 = 0.998$)

$$y = (5.4 \times 10^{-4} \pm 4.9 \times 10^{-6}) + (5.06 \times 10^{-5} \pm 4.7 \times 10^{-6})$$

The fitting of the graph is performed by taking the highly linear part, After obtaining the relationship diagram of $R^2 - \frac{1}{F}$, the following formula can be inserted:

$$\kappa = \frac{2\bar{m}}{\pi l}$$

$$(l_L : 0.297 \text{ m}, l_s = 0.21 \text{ m}, \bar{m} = \frac{m_{y1} + m_{y2}}{2} = 0.00057 \pm 0.0000039)$$

Find the bending stiffness:

$$\kappa = 1.73 \times 10^{-3} \pm 8.36 \times 10^{-6} \text{ N} \cdot \text{m}$$

Then use the following formula:

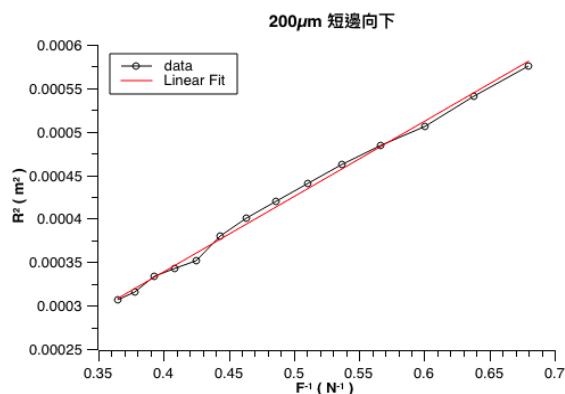
$$Y = \frac{12\kappa(1 - \nu^2)}{d^3}$$

Find the Young's modules:

$$Y = 2.3 \times 10^9 \pm 1.12 \times 10^7 \text{ Pa}$$

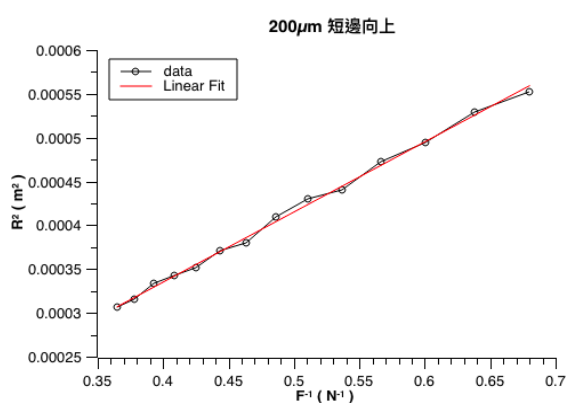
(d : thickness, $\nu \sim \frac{1}{3}$ Poisson's ratio coefficient)

二、200 µm 厚度的長方形鋁箔片-短邊



< Figure 3> ($R^2 = 0.996$)

$$y = (8.6 \times 10^{-4} \pm 1.53 \times 10^{-5}) + (-5.3 \times 10^{-6} \pm 7.7 \times 10^{-6})$$



< Figure 4> ($R^2 = 0.997$)

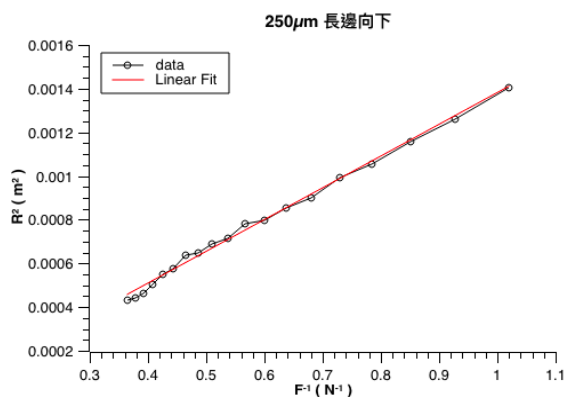
$$y = (8.0 \times 10^{-4} \pm 1.29 \times 10^{-5}) + (1.65 \times 10^{-5} \pm 6.5 \times 10^{-6})$$

The fitting of the graph is performed by taking the highly linear part, After obtaining the relationship diagram of $R^2 - \frac{1}{F}$, the following formula can be inserted:

$$\kappa = 1.78 \times 10^{-3} \pm 3.1 \times 10^{-5} \text{ N} \cdot \text{m}$$

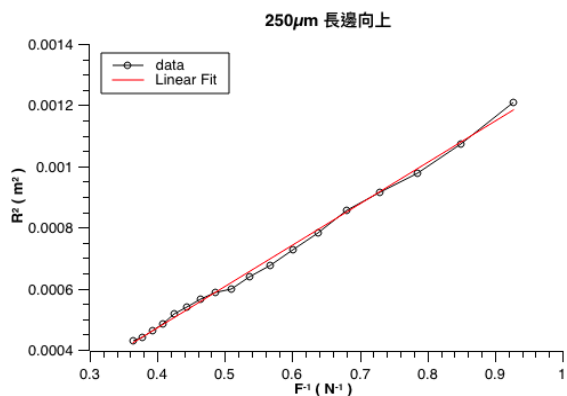
$$Y = 2.37 \times 10^9 \pm 4.13 \times 10^7 \text{ Pa}$$

三、250 µm 厚度的長方形鋁箔片-長邊



< Figure 5> ($R^2 = 0.995$)

$$y = (1.45 \times 10^{-3} \pm 2.5 \times 10^{-5}) + (-7.5 \times 10^{-5} \pm 1.5 \times 10^{-6})$$



< Figure 6> ($R^2 = 0.997$)

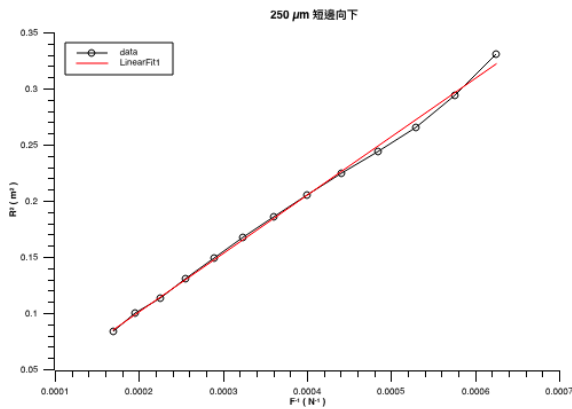
$$y = (1.35 \times 10^{-3} \pm 1.8 \times 10^{-5}) + (-7.0 \times 10^{-5} \pm 1.1 \times 10^{-5})$$

The fitting of the graph is performed by taking the highly linear part , After obtaining the relationship diagram of $R^2 - \frac{1}{F}$, the following formula can be inserted:

$$\kappa = 4.24 \times 10^{-3} \pm 3.3 \times 10^{-5} N \cdot m$$

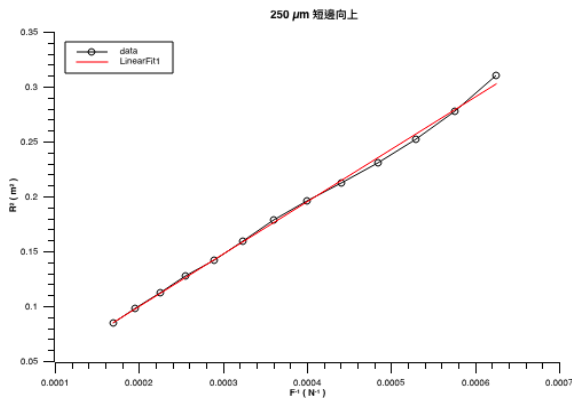
$$Y = 2.9 \times 10^9 \pm 4.39 \times 10^7 Pa$$

四、 250 μm 厚度的長方形鋁箔片-短邊



< Figure 7> ($R^2 = 0.998$)

$$y = (2.1 \times 10^{-3} \pm 3.0 \times 10^{-5}) + (8.0 \times 10^{-6} \pm 1.3 \times 10^{-7})$$



< Figure 8> ($R^2 = 0.998$)

$$y = (1.9 \times 10^{-3} \pm 3.0 \times 10^{-5}) + (1.9 \times 10^{-6} \pm 1.3 \times 10^{-7})$$

The fitting of the graph is performed by taking the highly linear part , After obtaining the relationship diagram of $R^2 - \frac{1}{F}$, the following formula can be inserted:

$$\bar{m} = 0.002 \pm 0.000021$$

$$\kappa = 4.29 \times 10^{-3} \pm 6.4 \times 10^{-5} N \cdot m$$

$$Y = 2.92 \times 10^9 \pm 8.48 \times 10^7 Pa$$

V. 實驗結論

1. 統整以上所得之數據

	彎曲剛度 κ	楊氏模量 Y
200 μm 長邊	1.73×10^{-3} $\pm 8.36 \times 10^{-6}$	2.30×10^9 $\pm 1.12 \times 10^7$
200 μm 短邊	1.78×10^{-3} $\pm 3.1 \times 10^{-5}$	2.37×10^9 $\pm 4.13 \times 10^7$
250 μm 長邊	4.24×10^{-3} $\pm 3.3 \times 10^{-5}$	2.90×10^9 $\pm 4.39 \times 10^7$
250 μm 短邊	4.29×10^{-3} $\pm 6.4 \times 10^{-5}$	2.92×10^9 $\pm 8.48 \times 10^7$

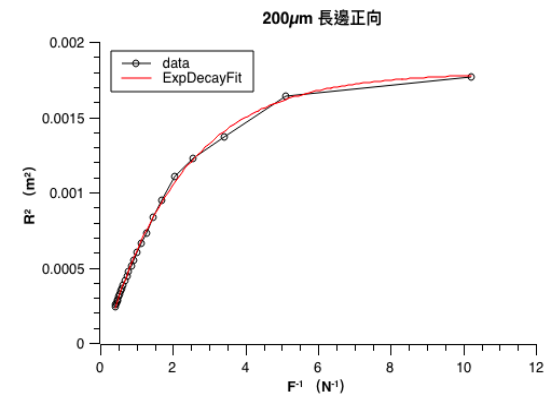
2. 由上述表格所呈現之數據可知彎曲剛度與薄片厚度以及圓柱的長度有關。

3. 楊氏模量會依不同的材料而有所不同，而楊氏模量的定義為：應力與應變的比值。

$$Y = \frac{Fx}{A\Delta x}$$

4. 由數據可以發現，在同一材料下，當厚度越大、長度越短時，其彎曲剛度越大，亦即楊氏模量也就越大。這意味著其儲存的彈性位能也就越大。

5. 前者所述之前半段壓縮不為線性關係，故可知本實驗不適用於虎克模型，故須將前半段刪除，始可進行數據分析與統整。



上圖須將臨界點找出，並刪除彎曲部分。