

Министерство образования Российской Федерации

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования

"Московский физико-технический институт (национальный  
исследовательский университет)"

Физтех-школа фундаментальной и прикладной физики

Факультет проблем физики и энергетики

Кафедра электродинамики сложных систем и нанопотоники

**Исследование свойств оптических волокон с брэгговскими  
решётками для сенсорных применений**

Выпускная квалификационная работа  
(бакалаврская работа)

Направление подготовки: 03.03.01 Прикладные математика и физика

Работу выполнил:

студент 685 группы

\_\_\_\_\_

Барсегян Сергей Симонович

Научный руководитель:

д.ф.-м.н., член-корр. РАН

\_\_\_\_\_

Дорофеенко Александр Викторович

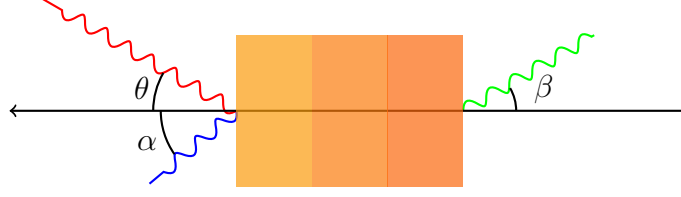
Москва, 2020

# Содержание

Введение	2
1 Эффекты Кречмана	3
2 Моды волновода	4
Список литературы	5

# Введение

# 1 Эффекты Кречмана



Рассмотрим падение света на слоистую среду под углом  $\theta_1$  с коэффициентами диэлектрическими проницаемостями  $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$  соответственно. На границе каждой среды можно записать закон Снеллиуса.

$$\frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1} = \frac{n_2}{n_1} = \sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}}$$

$$\frac{\sin \theta_3}{\sin \theta_2} = \frac{n_3}{n_2} = \sqrt{\frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_2}}$$

Наша цель посчитать коэффициенты отражения и прохождения для такой слоистой системы. В этой задаче очень полезен метод  $T$ -матриц. Обозначим коэффициент отражения через  $r$ , коэффициент прохождения через  $t$ .

Тогда на матричном языке можно задать взаимосвязь между этими величинами. А именно распишем амплитуды волн слева и справа.

$$\vec{E} = \vec{E}(x)e^{i(\omega t - \beta z)}$$

$$E(x) = \begin{cases} E_1 e^{ik_1 x} + E'_1 e^{-ik_1 x}, & x < 0 \\ E_2 e^{ik_2 x} + E'_2 e^{-ik_2 x}, & 0 < x < d \\ E_3 e^{ik_3(x-d)} + E'_3 e^{-ik_3(x-d)}, & x > d \end{cases}$$

$$P_2 = \begin{pmatrix} e^{ik_2 d} & 0 \\ 0 & e^{-ik_2 d} \end{pmatrix}$$

$$S_{21} = \frac{1}{2Z_2} \begin{pmatrix} Z_2 + Z_1 & Z_2 - Z_1 \\ Z_2 - Z_1 & Z_2 + Z_1 \end{pmatrix}$$

$$S_{32} = \frac{1}{2Z_3} \begin{pmatrix} Z_3 + Z_2 & Z_3 - Z_2 \\ Z_3 - Z_2 & Z_3 + Z_2 \end{pmatrix}$$

Где  $Z_i = \frac{k_{zi}}{k_0}$  для  $s$ -поляризации и  $Z_i = \frac{k_{zi}}{\varepsilon_i k_0}$  для  $p$ -поляризации

$$k_{zi} = \sqrt{k_0^2 \varepsilon_i - k_x^2}$$

$$k_x = k_0 \sin \theta$$

$$S_{32} P_2 S_{21} \begin{pmatrix} 1 \\ r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t \\ 0 \end{pmatrix}$$

## 2 Моды волновода

Klir

$$\text{rot } \mathbf{H} = \frac{\partial D}{\partial t}, \quad \text{rot } \mathbf{E} = -\frac{\partial B}{\partial t} \quad (1)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial H_z}{\partial \varphi} - \frac{\partial H_\varphi}{\partial z} = -i\omega\varepsilon E_r \quad (2)$$

$$\frac{\partial H_r}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial r} = -i\omega\varepsilon E_\varphi \quad (3)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r H_\varphi) - \frac{1}{r} \frac{\partial H_r}{\partial \varphi} = -i\omega\varepsilon E_z \quad (4)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial E_z}{\partial \varphi} - \frac{\partial E_\varphi}{\partial z} = i\omega\mu H_r, \quad \frac{\partial E_r}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial r} = i\omega\mu H_\varphi \quad (5)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r E_\varphi) - \frac{1}{r} \frac{\partial E_r}{\partial \varphi} = i\omega\mu H_z \quad (6)$$

$$E_r = \frac{1}{k^2 - h^2} \left( i h \frac{\partial E_z}{\partial r} + \frac{i\omega\mu}{r} \frac{\partial H_z}{\partial \varphi} \right) \quad (7)$$

$$E_\varphi = \frac{1}{k^2 - h^2} \left( \frac{i h}{r} \frac{\partial E_z}{\partial \varphi} - i\omega\mu \frac{\partial H_z}{\partial r} \right) \quad (8)$$

$$H_r = \frac{1}{k^2 - h^2} \left( i h \frac{\partial H_z}{\partial r} - \frac{i\omega e}{r} \frac{\partial E_z}{\partial \varphi} \right) \quad (9)$$

$$H_\varphi = \frac{1}{k^2 - h^2} \left( \frac{i h}{r} \frac{\partial H_z}{\partial \varphi} + i\omega e \frac{\partial E_z}{\partial r} \right) \quad (10)$$

$$\frac{\partial^2 U}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial U}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 U}{\partial \varphi^2} + (k^2 - h^2) U = 0 \quad (11)$$

$$U = F(r) e^{im\varphi} \quad (12)$$

$$\frac{\partial^2 F}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial F}{\partial r} + \left( u^2 - \frac{m^2}{r^2} \right) F = 0 \quad (13)$$

$$E_z^{(1)} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} A_m J_m(ur) \cos m\varphi \exp(ihz - i\omega t) \quad (14)$$

$$H_z^{(1)} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} B_m J_m(ur) \cos(m\varphi + \beta_m) \exp(ihz - i\omega t)$$

$$E_z^{(2)} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} C_m K_m(vr) \cos m\varphi \exp(thz - i\omega t) \quad (15)$$

$$H_z^{(2)} = \sum_{m=0}^{\infty} D_m K_m(vr) \cos(m\varphi + \beta_m) \exp(ihz - i\omega t) \quad (16)$$

$$v = \sqrt{h^2 - k_2^2}, \quad k_3 \leq h \leq k_1 \quad (17)$$

$$E_{\varphi}^{(1)} = - \sum_{m=-\infty}^{\infty} \left[ A_m \frac{imh}{u^2 r} J_m(ur) \sin m\varphi - \right. \\ \left. - B_m \frac{i\omega\mu}{u} J'_m(ur) \cos(m\varphi + \beta_m) \right] \quad (18)$$

$$H_{\varphi}^{(1)} = - \sum_{m=-\infty}^{\infty} \left[ B_m \frac{imh}{u^2 r} J_m(ur) \sin(m\varphi + \beta_m) + \right. \\ \left. + A_m \frac{i\omega e_1}{u} J_m(ur) \cos m\varphi \right] \quad (19)$$

$$E_{\varphi}^{(2)} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \left[ C_m \frac{imh}{v^2 r} K_m(vr) \sin(m\varphi + \beta_m) - \right. \\ \left. - D_m \frac{i\omega\varepsilon_2}{v} K'_m(vr) \cos m\varphi \right] \quad (20)$$

$$H_{\varphi}^{(2)} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \left[ D_m \frac{imh}{v^2 r} K_m(vr) \sin(m\varphi + \beta_m) - \right. \\ \left. - C_m \frac{i\omega\varepsilon_2}{v} K'_m(vr) \cos m\varphi \right] \quad (21)$$

$$-A_m \frac{mh}{p^2} J_m(p) \sin m\varphi - B_m \frac{\omega\mu}{p} J'_m(p) \cos(m\varphi + \beta_m) = \quad (22)$$

$$= C_m \frac{mh}{q^2} K_m(q) \sin m\varphi + D_m \frac{\omega\mu}{q} K'_m(q) \cos(m\varphi + \beta_m) \\ A_m J_m(p) = C_m K_m(q) \quad (23)$$

$$-B_m \frac{mh}{p^2} J_m(p) \sin(m\varphi + \beta_m) + A_m \frac{\omega e_1}{p} J'_m(p) \cos m\varphi \\ = D_m \frac{mh}{q^2} K_m(q) \sin(m\varphi + \beta_m) - C_m \frac{\omega e_1}{q} K'_m(q) \cos m\varphi \\ B_m J_m(p) = D_m K_m(q) \quad (24)$$

$$[f_m(p) + g_m(q)] \left[ \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_s} f_m(p) + g_m(q) \right] \\ \frac{m^2 b^2}{k_2^2} \left( \frac{1}{p^2} + \frac{1}{q^2} \right) \\ = \frac{\sin m\varphi \sin(m\varphi + \beta_m)}{\cos m\varphi \cos(m\varphi + \beta_m)} \quad (25)$$

$$f_m = \frac{J'_m(p)}{p J_m(p)}, \quad g_m(q) = \frac{K'_m(q)}{q R_m(q)} \quad (26)$$

$$p^2 + q^2 = a^2 (k_1^2 - k_2^2) \quad (27)$$

$$[f_m(p) + g_m(q)] \left[ \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} f_m(p) + g_m(q) \right] = \frac{m^2 h^2}{k_2^2} \left( \frac{1}{p^2} + \frac{1}{q^2} \right)^2 \quad (28)$$

## Список литературы

- [1] L. Arturo Ureña López. Nonrelativistic approach for cosmological scalar field dark matter. *Phys. Rev. D*, 90:027306, Jul 2014. URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.90.027306>, doi:10.1103/PhysRevD.90.027306.
- [2] O. Erken, P. Sikivie, H. Tam, and Q. Yang. Cosmic axion thermalization. *Phys. Rev. D*, 85:063520, Mar 2012. URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.85.063520>, doi:10.1103/PhysRevD.85.063520.

- [3] Рубаков В.А. Горбунов Д.С. *Введение в теорию ранней Вселенной. Космологические возмущения. Инфляционная теория.* 2009.
- [4] R. D. Peccei and Helen R. Quinn. Constraints imposed by CP conservation in the presence of pseudoparticles. *Phys. Rev. D*, 16:1791–1797, Sep 1977. URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.16.1791>, doi:10.1103/PhysRevD.16.1791.
- [5] Michael Dine, Willy Fischler, and Mark Srednicki. A simple solution to the strong cp problem with a harmless axion. *Physics Letters B*, 104(3):199 – 202, 1981. URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0370269381905906>, doi:[https://doi.org/10.1016/0370-2693\(81\)90590-6](https://doi.org/10.1016/0370-2693(81)90590-6).
- [6] M.A. Shifman, A.I. Vainshtein, and V.I. Zakharov. Can confinement ensure natural cp invariance of strong interactions? *Nuclear Physics B*, 166(3):493 – 506, 1980. URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0550321380902096>, doi:[https://doi.org/10.1016/0550-3213\(80\)90209-6](https://doi.org/10.1016/0550-3213(80)90209-6).
- [7] P. Sikivie. Dark matter axions. *Int. J. Mod. Phys.*, A25:554–563, 2010. [arXiv:0909.0949](https://arxiv.org/abs/0909.0949), doi:10.1142/S0217751X10048846.
- [8] D. G. Levkov, A. G. Panin, and I. I. Tkachev. Relativistic axions from collapsing bose stars. *Phys. Rev. Lett.*, 118:011301, Jan 2017. URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.118.011301>, doi:10.1103/PhysRevLett.118.011301.
- [9] Рубаков В.А. Горбунов Д.С. *Введение в теорию ранней Вселенной. Теория горячего Большого взрыва.* 2006.
- [10] S. Weinberg. *Cosmology.* 2008.