Министерство образования Российской Федерации

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
"Московский физико-технический институт (национальный
исследовательский университет)"

Физтех-школа фундаментальной и прикладной физики

Факультет проблем физики и энергетики

Кафедра электродинамики сложных систем и нанофотоники

Исследование свойств оптических волокон с брэгговскими решётками для сенсорных применений

Выпускная квалификационная работа
(бакалаврская работа)

Направление подготовки: 03.03.01 Прикладные математика и физика

Работу выполнил:
студент 685 группы ______________ Барсегян Сергей Симонович

Научный руководитель:
д.ф.-м.н., член-корр. РАН ______________ Дорофеенко Александр Викторович

Москва, 2020

Содержание

Введение

1 Эффекти Кречмана

Рассмотрим падение света на слоистую среду под углом θ_1 с коэффицентами диэлектрической проницаемостями $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ соответственно. На границе каждой среды можно записать закон Снеллиуса.

$$\frac{\sin\theta_2}{\sin\theta_1} = \frac{n_2}{n_1} = \sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}}$$

$$\frac{\sin\theta_3}{\sin\theta_2} = \frac{n_3}{n_2} = \sqrt{\frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_2}}$$

Наша цель посчитать коэффиценты отражения и прохождения для такой слоистой системы. В это задаче очень полезен метод T-матриц. Обозначим коэффицент отражения через r , и коэффицент прохождения через t.

Тогда на матричном языке можно задать взаимосвязь между этими величинами. А именно распишем амплитуды волн слева и справа.

$$\vec{E} = \vec{E}(x)e^{i(\omega t - \beta z)}$$

$$E(x) = \begin{cases} E_1 e^{ik_1 x} + E_1' e^{-ik_1 x}, x < 0 \\ E_2 e^{ik_{2x} x} + E_2' e^{-ik_{2x} x_{2x}}, 0 < x < d \\ E_3 e^{ik_3(x-d)} + E_3' e^{-ik_3(x-d)}, x > d \end{cases}$$

$$P_2 = \begin{pmatrix} e^{ik_{2x}d} & 0 \\ 0 & e^{-ik_{2x}d} \end{pmatrix}$$

$$S_{21} = \frac{1}{2Z_2}\begin{pmatrix} Z_2 + Z_1 & Z_2 - Z_1 \\ Z_2 - Z_1 & Z_2 + Z_1 \end{pmatrix}$$

$$S_{32} = \frac{1}{2Z_3}\begin{pmatrix} Z_3 + Z_2 & Z_3 - Z_2 \\ Z_3 - Z_2 & Z_3 + Z_2 \end{pmatrix}$$

Где $Z_i = \frac{k_{zi}}{k_0}$ для s - поляризации и $Z_i = \frac{k_{zi}}{\varepsilon_i k_0}$ для p - поляризации

$$k_{zi} = \sqrt{k_0^2 \epsilon_i - k_x^2)}$$

$$k_x = k_0 \sin\theta$$

$$S_{32} P_2 S_{21} \begin{pmatrix} 1 \\ r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t \\ 0 \end{pmatrix}$$

Решая эту систему уравнений относительно r получаем зависимость коэффицента отражения от угла падающей волны. Для p поляризации при определённой каллибровке толщины металлического слоя (условие на Кречманна???) можно наблюдать, что при некотором угле амплитуда отражённой волны полностью зануляется, что часто называют нарушенным полным отражением или эффектом Кречманна. Данный имеет коллосальный потенциал для приложений.

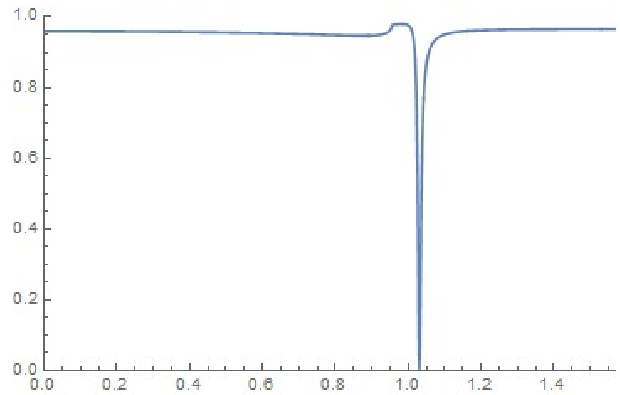
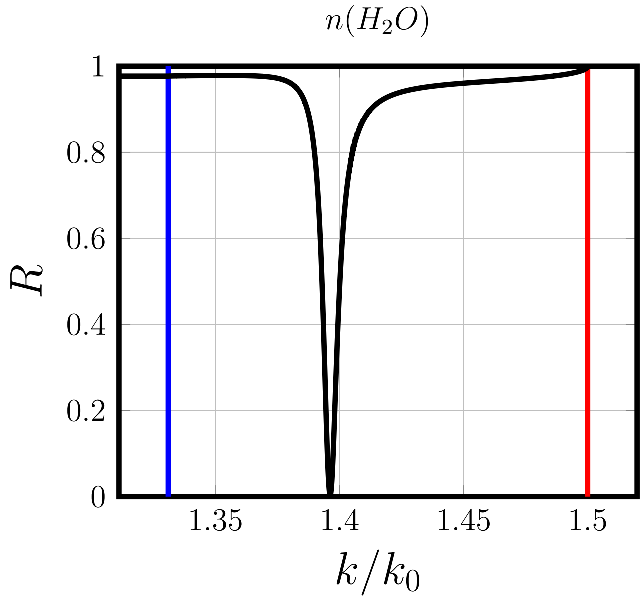
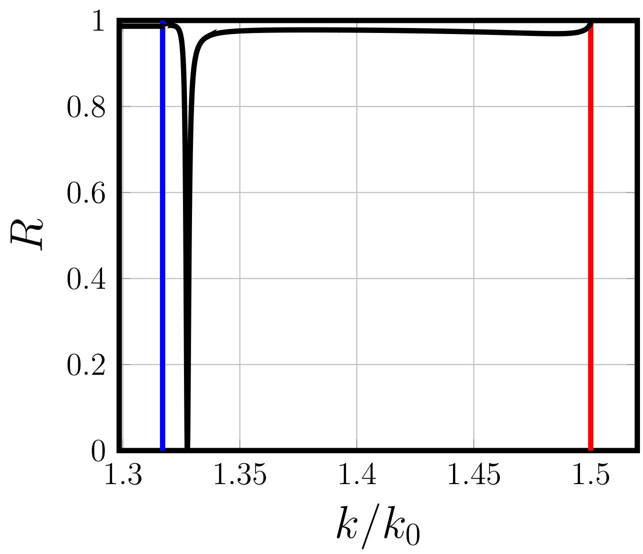


Рис. 1:





2 Моды волновода

$$\mathrm{rot}\,\mathbf{H} = \frac{\partial D}{\partial t}, \qquad \mathrm{rot}\ \mathbf{E} = -\frac{\partial B}{\partial t} \tag{1}$$

$$\frac{1}{r}\frac{\partial H_z}{\partial \varphi}-\frac{\partial H_\varphi}{\partial z}=-i\omega\varepsilon E_r \tag{2}$$

$$\frac{\partial H_r}{\partial z}-\frac{\partial H_z}{\partial r}=-i\omega\varepsilon E_\varphi \tag{3}$$

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(rH_\varphi\right)-\frac{1}{r}\frac{\partial H_r}{\partial \varphi}=-i\omega\varepsilon E_z \tag{4}$$

$$\frac{1}{r}\frac{\partial E_z}{\partial \varphi}-\frac{\partial E_\varphi}{\partial z}=i\omega\mu H_r, \quad \frac{\partial E_r}{\partial z}-\frac{\partial E_z}{\partial r}=i\omega\mu H_\varphi \tag{5}$$

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(rE_\varphi\right)-\frac{1}{r}\frac{\partial E_r}{\partial \varphi}=i\omega\mu H_z \tag{6}$$

$$E_r=\frac{1}{k^2-h^2}\left(\text{ ih }\frac{\partial E_z}{\partial r}+\frac{i\omega\mu}{r}\frac{\partial H_3}{\partial \varphi}\right) \tag{7}$$

$$E_\varphi=\frac{1}{k^2-h^2}\left(\frac{ih}{r}\frac{\partial E_z}{\partial \varphi}-i\omega\mu\frac{\partial H_z}{\partial r}\right) \tag{8}$$

$$H_r=\frac{1}{k^2-h^2}\left(\text{ ih }\frac{\partial H_{\text{z}}}{\partial r}-\frac{i\omega e}{r}\frac{\partial E_z}{\partial \varphi}\right) \tag{9}$$

$$H_\varphi=\frac{1}{k^2-h^2}\left(\frac{ih}{r}\frac{\partial H_z}{\partial \varphi}+i\omega e\frac{\partial E_z}{\partial r}\right) \tag{10}$$

$$\frac{\partial^2 U}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial U}{\partial r}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 U}{\partial \varphi^2}+\left(k^2-h^2\right)U=0 \tag{11}$$

$$U=F(r)e^{im\varphi} \tag{12}$$

$$\frac{\partial^2 F}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial F}{\partial r}+\left(u^2-\frac{m^2}{r^2}\right)F=0 \tag{13}$$

$$\begin{aligned} E_z^{(1)}&=\sum_{m=-\infty}^{\infty}A_m J_m(ur)\cos m\varphi\exp(ihz-i\omega t)\\ H_z^{(1)}&=\sum_{m=-\infty}^{\infty}B_m J_m(ur)\cos\left(m\varphi+\beta_m\right)\exp(ihz-i\omega t)\end{aligned} \tag{14}$$

$$E_z^{(2)}=\sum_{m=-\infty}^{\infty}C_m K_m(vr)\cos m\varphi\exp(thz-i\omega t) \tag{15}$$

$$H_z^{(2)}=\sum_{m=0}^{\infty}D_m K_m(vr)\cos\left(m\varphi+\beta_m\right)\exp(ihz-i\omega t) \tag{16}$$

$$v=\sqrt{h^2-k_2^2}, k_3\leqslant h\leqslant k_1 \tag{17}$$

$$\begin{aligned} E_\varphi^{(1)}=-\sum_{m=-\infty}^{\infty}&\left[A_m\frac{imh}{u^2 r}J_m(ur)\sin m\varphi-\right.\\ &\left.-B_m\frac{i\omega\mu}{u}J'_m(ur)\cos\left(m\varphi+\beta_m\right)\right]\end{aligned} \tag{18}$$

$$H_\varphi^{(1)} = -\sum_{m=-\infty}^{\infty}\left[B_m \frac{imh}{u^2 r} J_m(ur)\sin(m\varphi+\beta_m) + \right.$$
$$\left. + A_m \frac{i\omega e_1}{u} J_m(ur)\cos m\varphi\Big)\right] \tag{19}$$

$$E_\varphi^{(2)} = \textstyle\sum_{m=-\infty}^{\infty}\left[C_m \frac{imh}{v^2 r} K_m(vr)\sin(m\varphi+\beta_m) - \right.$$
$$\left. - D_m \tfrac{i\omega\varepsilon_2}{v} K'_m(vr)\cos m\varphi\right] \tag{20}$$

$$H_\varphi^{(2)} = \sum_{m=-\infty}^{\infty}\left[D_m \frac{imh}{v^2 r} K_m\left(v^2 r\right)\sin(m\varphi+\beta_m) - \right.$$
$$\left. - C_m \frac{i\omega\varepsilon_2}{v} K'_m(vr)\cos m\varphi\right] \tag{21}$$

$$-A_m \frac{mh}{p^2} J_m(p)\sin m\varphi - B_m \frac{\omega\mu}{p} J'_m(p)\cos(m\varphi+\beta_m) = \tag{22}$$

$$= C_m \tfrac{mh}{q^2} K_m(q)\sin m\varphi + D_m \tfrac{\omega\mu}{q} K'_m(q)\cos(m\varphi+\beta_m)$$
$$A_m J_m(p) = C_m K_m(q) \tag{23}$$

$$-B_m \tfrac{mh}{p^2} J_m(p)\sin(m\varphi+\beta_m) + A_m \tfrac{\omega e_1}{p} J'_m(p)\cos m\varphi$$
$$= D_m \tfrac{mh}{q^2} K_m(q_1)\sin(m\varphi+\beta_m) - C_m \tfrac{\omega e_9}{q} K'_m(q)\cos m\varphi$$
$$B_m J_m(p) = D_m K_m(q) \tag{24}$$

$$[f_m(p)+g_m(q)]\left[\tfrac{\varepsilon_1}{e_s} f_m(p) + g_m(q)\right]$$
$$\tfrac{m^2 b^2}{k_2^2}\left(\tfrac{1}{p^2}+\tfrac{1}{q^2}\right)$$
$$= \tfrac{\sin m\varphi \sin(m\varphi+\beta_m)}{\cos m\varphi\cos(m\varphi+\beta_m)} \tag{25}$$

$$f_m = \frac{J'_m(p)}{pJ_m(p)}, \quad g_m(q) = \frac{K'_m(q)}{qR_m(q)} \tag{26}$$

$$p^2 + q^2 = a^2\left(k_1^2 - k_2^2\right) \tag{27}$$

$$[f_m(p)+g_m(q)]\left[\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} f_m(p) + g_m(q)\right] = \frac{m^2 h^2}{k_2^2}\left(\frac{1}{p^2}+\frac{1}{q^2}\right)^2 \tag{28}$$

3 Брэгговская решётка

После открытия способа получения решёток с показателем преломления в оптических волокнах открыло совершенно новый класс светопроводящих устройств с маленькими вносимыми потерями и очень гибким спектральным коэффицентом пропускания. Этому способствовало изобретение процесса внешней записи, где периодический профиль ультрафиолетового света полученный в следствии интерференции двух лучей используется для копирования периодической структуры интерференционной картины в областях волокн, где происходят фотохимические реакции между ультрафиолетовыми фотонами и стеклом.

Эти так называемые Волоконные Брэгговские Решётки получившие своё название из-за сходства с голографической диффракционной решёткой Брегга в которой луч направлен в сердевину волокна. Волоконные Брегговские Решётки широко используются для стабилизации лазерных диододов накачки, температурных сенсорах, акустике, при мультиплексировании длин волн, уплощения коэффицента усиления, компенсации рассеивания в оптических системах сообщения и всё больше в зеркалах резанаторов волоконных лазеров.

Волоконные брэгговские решётки, кроме всего прочего, представляют ещё и из-за того, что их коэффицент пропускания с высокой точностью очень легко настраиваем для нужд производства с наперёд заданными характеристиками. В данной работе главную роль будет играть частный случай волоконных брегговских решёток а именно наклонные брэгговские решётки в литературе именуемые как TFBG (Tilted Fiber Bragg Gratings).

4 Наклонная Волоконная Брэгговская Решётка

Чтобы понять физику наклонных волокон удобно рассмотреть спектры коэффицентов пропускания и отражения пары идентичных решёток наклонённые относительно друг друга на 10 градусов. Можно выделить два важных случая: случай нормальной волоконной брэгговской решётки у которой только один сильный резонанс. К примеру провал в спектре пропускания соответствует условию Брэгга для периода решётки в этом волокне и тот же резонанся появляется как одиничный пик в спектре отражения. Длина волна λ_B соответсвующая брэгговскому резонансу самая большая так эффективный показатель преломления для одной моды направленной вдоль сердцевины самый большой.

В дополнение к брэгговскому резонансу, спектр наклонной решётки Брэгга имеет большое количество сопутствующих резонансов, но только в спектре пропускания. Эти резонансы возникают из-за взаимодействия мод друг с другом.Оболочечные моды не видны в спектре отражения так как исчезают из-за потерь в оболочке Когда решётка наклонена, самый существенный эффект это значительное усиление оболочечных мод за счёт основной. Ближайший к брэгговскому резонанс обычно сильнее своего оболочечного соседа со коротковолновой стороны и называется "призрачной"модой так как по своим свойства она очень похожа на брегговский резонанс, но является суперпозицией нескольких оболочечных мод малого порядка. В спектре пропускания наклонной решётки есть значение около 1530 нм где непрерывость в оболочечной моде теряется после которой (в коротко волновую сторону) наблюдается резкое убываение резонансных амплитуд. Этот эффект объясняется переходом от направленных оболочечных мод к оболочечным модам с потерями.

Дифракция на решётке проходит эффективно тогда и только тогда удоволетворены два условия: закон сохранения импульса (иначе говоря фазы совпадают)

$$\beta_i \pm \beta_G = \beta_j$$

4.1 Собственные оптические свойства наклонной решётки

С увеличением угла наклона огибающа взаимодействующих резонансов смещается в коротковолновую сторону. Самая часто используемая и полезная конфигурация удобная для химических сенсоров это угол в 10 градусов так как эффективный коэффицент преломления её преобладающей оболочечной резонансной моды перекрывает очень важную область около значения 1.3.

Очень сильные резонансные взаимодействия (потеря пропускания около 20 dB соответствующая захвату 99% входного света оболочечной модой с определённой частотой) достигается с похожей шириной резонанса что и в нормальный решётке, при-

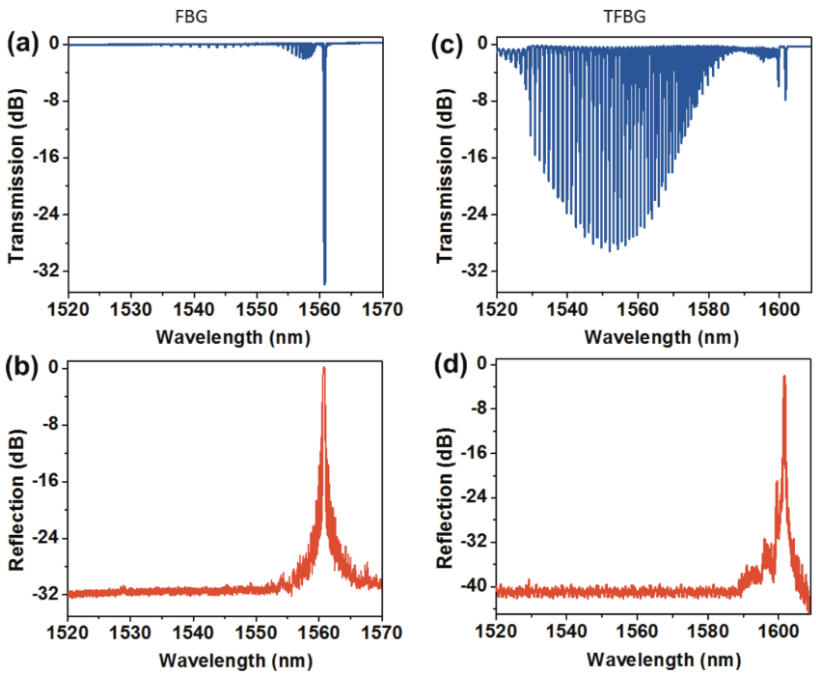


Рис. 2:

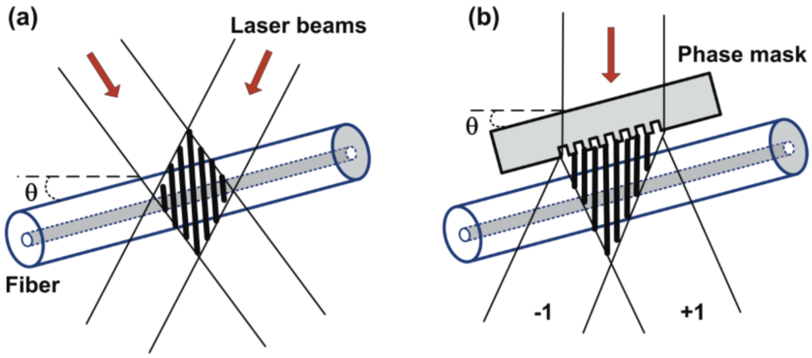


Рис. 3:

мерно 0.1 нм для решётки длинной 1 см. Также возможно участить период решётки и тем самым расширить резонансы и даже сделать их полностью перекрывающимися получив гладкий пропускной фильтр. Абсолютные и относительные амплитуды Брэгговского резонанса и призрачная мода значительно изменяются с углом наклона.

Хотя брэгговсикй резонанс присутствует только в отражении в дальнейшем мы покажем, что отражающая оболочечная мода сенсора может быть имплементирована с помощб разных связующих сред для области сердцевина-оболочка. Другой опцией является использование наклонной решётки в отражающей конфигурации поставив рефлектор далельше от решётки так чтобы свет прошёл бы через наклонную решётку дважду и вернулся бы к источнику. В своём простейшем исполнении, хорошая щель обеспечит широкополостное отражение пары процентов падающего света достаточное для измерения пропускных резонансов оболочечной моды. Для более эффективного использования света, можно накрыть зеркальной прослойкой (золото или серебро) на последующей виемке для 100% отражения падающего света. Другой вариант для отражателя может быть сделан и обычной прямой брэгговской решётки

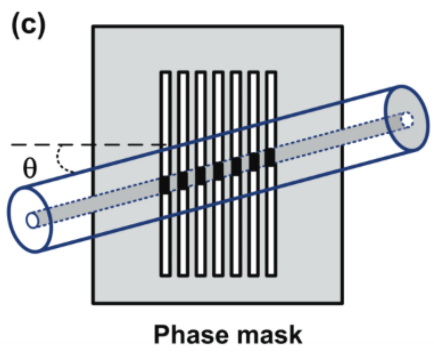


Рис. 4:

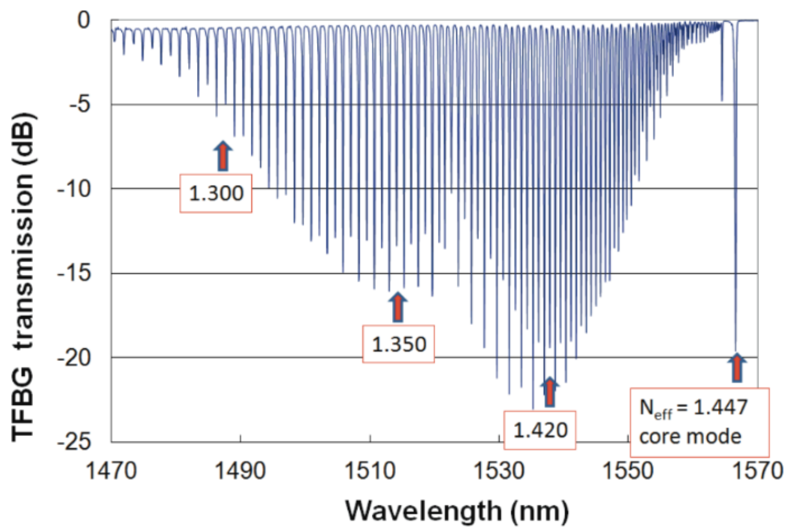


Рис. 5:

с подобранным спектром отражения так чтобы желанный волновой диапазон спектра наклонной решётки отражался как показано на рисунке.

Ещё одным важным параметром является поляризация света. Поляризация очень сильно влияет на спетра наклонной решётки

5 Теория Наклонной Брегговской решётки

5.1 Влияние угла наклона, длины и силы решётки

Для начала можно переписать условие совпадения фаз в более удобной форме. Так для длины волны λ_r резонанся решётки между основной моды и другой обозначенной через r

$$\lambda_r = \left(N_{\text{eff}}^{\text{core}}\left(\lambda_r\right) + N_{\text{eff}}^{r}\left(\lambda_r\right)\right)\Lambda/\cos(\theta)$$

Где Λ период интерференционных полос используемых] для создания решётки, θ угол наклона плоскости решётки относительно плоскости поперечного сечения. $N_{\text{eff}}^{\text{core}}\left(\lambda_r\right)$ эффективный коэффицент преломления одной моды направленной через сердцевину на длине волны на которой наблюдается резонанся λ_r b

$$N_{\text{eff}}^{\text{r}}\left(\lambda_r\right)$$

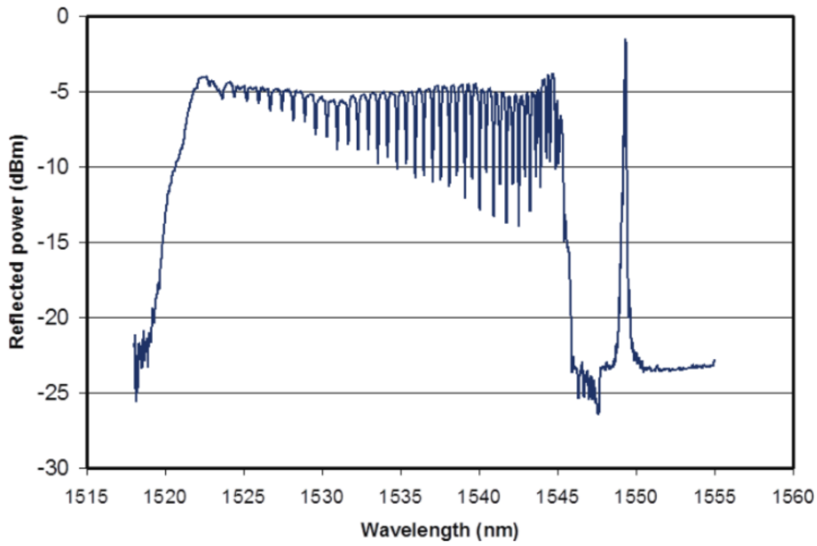


Рис. 6:

эффектиный коэффицент преломления моды r на той же длине волне. Важно учитывать дисперсию так как резонансы оболочечной моды возникают на сравнительно широком спектральном промежутке (Более 100 нм в случае угла наклона в 10 градусов).

Сила решёточного резонанса (отражательная мощность R) зависит от коэффицента перекрытия κ между падающей основной модой и той модой которая совпадает с ней по фазе. Так для решётки длинной L Отражательная мощность выражается через

$$R = \tanh^2(\kappa L)$$

$$\kappa = C \iint_{-\infty}^{\infty} \vec{E}^*_{\text{core}} \cdot \vec{E}_r \Delta\text{n}(\text{x}, \text{y})\text{dxdy}$$

где C коэффицент пропорициональности связанный с нормировкой E_{core} и E_r и $\Delta\text{n}(\text{x}, \text{y})$ - функция описывающая возмущение коэффицента преломления из-зп присутствия решётки в поперечном сечении волокна.

Для большинства обычных решёток, и в частности, для решётки которая рассматривается в этой работе, возмущение показателя преломления для решётки ограничен сердцевиной и равен нулю в остально пространстве. Поэтому бесконечные пределы в интеграле можно заменить на границу сердцевины. Более того, входная мода линейно поляризована вдоль случайного направления из-за цилиндрической симметрии задачи. Возмущещение решётки имеет хорошо определённую ориентацию в пространстве которая нарушает симметрю волокна вдоль направления наклона (назовём эту плосткость плоскостью yz с напрвелнием распространения вдоль z). Поэтому, можно рассматривать отдельно два граничных случая: волна поляризованная вдоль x (S-поляризация) или y (P-поляризация).Наконец, скалярное произведение электрических полей в интеграле редуцируется на обычное произведение к умножению x или y поляризованных полей (в зависимотсти от входящей волны), так как $\Delta n(x, y)$ не является тензором для стёкл. Заметив, что интегрирование ведётся по xy срезу волокна, решёточное возмущение на области ингрирования является константой для обычной решётки но имеет более сложное поведение для наклонной решётки.

$$\Delta n(x,y) = \Delta n \cos((4\pi/\Lambda)(z\cos(\theta) + y\sin(\theta))$$

Для ясности картины отметим что когда входная мода поляризована вдоль x интеграл включает только x - компоненту оболочечной моды электрического поля (аналогично для y - поляризованной моды). Эти два случая можно рассматривать отдельно (а все остальные рассматривать как суперпозицию этих двух ортогональных состояний). В итоге, для заданного возмущения показателя преломления решётки, оболочечные моды для которых интеграл даёт сильное взаимодействие будут другими в зависимости от ориентированности полярзации входной моды относительно угла наклона (так как E_x и E_y компоненты поля для заданной оболочечной моды довольно отличаются)

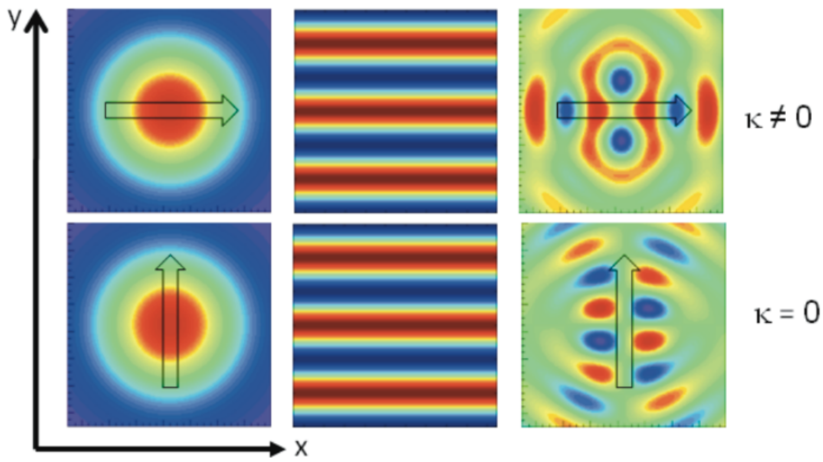


Рис. 7:

6 Собственные свойства сенсора

Для наклонной решётки, длины волн брэгговской и r - ой оболочечной моды вследствие аксиального сжатия $\Delta\varepsilon$ и изменения температуры ΔT и могут быть выведены из следующих уравнений.

$$\begin{aligned}\Delta\lambda_{\mathrm{B}} = &\left(2\frac{N_{\mathrm{eff}}^{\mathrm{core}}}{\cos(\theta)}\frac{d\Lambda}{d\varepsilon} + 2\frac{\Lambda}{\cos(\theta)}\frac{dN_{\mathrm{eff}}^{\mathrm{core}}}{d\varepsilon}\right)\Delta\varepsilon \\ &+ \left(2\frac{N_{\mathrm{eff}}^{\mathrm{core}}}{\cos(\theta)}\frac{d\Lambda}{dT} + 2\frac{\Lambda}{\cos(\theta)}\frac{dN_{\mathrm{eff}}^{\mathrm{core}}}{dT}\right)\Delta T \\ \Delta\lambda^{\mathrm{r}} = &\left(\frac{(N_{\mathrm{eff}}^{\mathrm{core}} + N_{\mathrm{eff}}^{r})}{\cos(\theta)}\frac{d\Lambda}{d\varepsilon} + \frac{\Lambda}{\cos(\theta)}\frac{d\left(N_{\mathrm{eff}}^{\mathrm{core}} + N_{\mathrm{eff}}^{r}\right)}{d\varepsilon}\right)\Delta\varepsilon \\ &+ \left(\frac{(N_{\mathrm{eff}}^{\mathrm{core}} + N_{\mathrm{eff}}^{r})}{\cos(\theta)}\frac{d\Lambda}{dT} + \frac{\Lambda}{\cos(\theta)}\frac{d\left(N_{\mathrm{eff}}^{\mathrm{core}} + N_{\mathrm{eff}}^{r}\right)}{dT}\right)\Delta T\end{aligned}$$

Для температурной зависимости доминирует термо-оптическое слагаемое которое мало из-за сравнительно маленького температурного коэффицента расширения кремния $(0.5 \times 10^{-6}/{}^{\circ}\mathrm{C})$

Тогда разность между сдвигами длин волн $\Delta\lambda_{\mathrm{B}}$ и $\Delta\lambda^{r}$

становится пропорцианальной очень маленькому фактору. $\frac{d\left(N_{\mathrm{eff}}^{\mathrm{core}} - N_{\mathrm{eff}}^{r}\right)}{dT}$.

Это очень важный результат означающий что спектр наклонной решётки Брэгга инвариантен относительно температурных изменений

Для аксиального сжатия

$$\Delta\lambda_{\mathrm{B}} - \Delta\lambda^{r} = \left(\frac{(N_{\mathrm{eff}}^{\mathrm{core}} - N_{\mathrm{eff}}^{r})}{\cos(\theta)}\frac{d\Lambda}{d\varepsilon}\right)\Delta\varepsilon \tag{29}$$

В результате относительный сдвиг возрастающе большим для мод высокового порядка у которых коэффицент преломления значительно меньше чем у сердцевины и резонансы оболочечных мод отстают относительно брегговских когда волокно растягивается.

7 Заключение

В результате проделанной работы были уточненены уравнения движения комплексного скалярного поля в возмущенной метрике Фридмана-Робертсона-Уокера, полученные в работе L. Arturo Ureña-López [?], найденные поправки будут существены при рассмотрении ненулевого порядка по H/m, так же были получены аналогичные уравнения для действительного поля. Из этих уравнений получены в предельном переходе уравнения Шредингера-Пуассона. Из анализа уравнений Шредингера-Пуассона получен Гамильтониан, дающий правильную оценку скорости релаксации комплексного и аксионного поля за счет гравитационного взаимодействия $\Gamma \sim \delta\rho$, последний результат опровергает результат полученный в работе Erken, O. and Sikivie, P. and Tam, H. and Yang, Q. [?].

Список литературы