Министерство образования Российской Федерации

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
"Московский физико-технический институт (национальный
исследовательский университет)"

Физтех-школа фундаментальной и прикладной физики

Факультет проблем физики и энергетики

Кафедра электродинамики сложных систем и нанофотоники

Исследование свойств оптических волокон с брэгговскими решётками для сенсорных применений

Выпускная квалификационная работа
(бакалаврская работа)

Направление подготовки: 03.03.01 Прикладные математика и физика

Работу выполнил:
студент 685 группы ______________ Барсегян Сергей Симонович

Научный руководитель:
д.ф.-м.н., член-корр. РАН ______________ Дорофеенко Александр Викторович

Москва, 2020

Содержание

Введение

1 Эффекти Кречмана

Рассмотрим падение света на слоистую среду под углом θ_1 с коэффицентами диэлектрическими проницаемостями $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ соответственно. На границе каждой среды можно записать закон Снеллиуса.

$$\frac{\sin\theta_2}{\sin\theta_1} = \frac{n_2}{n_1} = \sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}}$$
$$\frac{\sin\theta_3}{\sin\theta_2} = \frac{n_3}{n_2} = \sqrt{\frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_2}}$$

Наша цель посчитать коэфиценты отражение и прохождения для такой слоистой системы. В это задаче очень полезен метод T-матриц. Обозначим коэффицент отражения через r , f коэффицент прохождения через t.

Тогда на матричном языке можно задать взаимосвязь между этими величинами. А именно распишем амплитуды волн слева и справа.

$$\vec{E} = \vec{E}(x)e^{i(\omega t - \beta z)}$$

$$E(x) = \begin{cases} E_1 e^{ik_1 x} + E_1' e^{-ik_1 x}, x < 0 \\ E_2 e^{ik_{2x} x} + E_2' e^{-ik_2 x_{2x}}, 0 < x < d \\ E_3 e^{ik_3(x-d)} + E_3' e^{-ik_3(x-d)}, x > d \end{cases}$$

$$P_2 = \begin{pmatrix} e^{ik_{2x}d} & 0 \\ 0 & e^{-ik_{2x}d} \end{pmatrix}$$

$$S_{21} = \frac{1}{2Z_2}\begin{pmatrix} Z_2 + Z_1 & Z_2 - Z_1 \\ Z_2 - Z_1 & Z_2 + Z_1 \end{pmatrix}$$

$$S_{32} = \frac{1}{2Z_3}\begin{pmatrix} Z_3 + Z_2 & Z_3 - Z_2 \\ Z_3 - Z_2 & Z_3 + Z_2 \end{pmatrix}$$

Где $Z_i = \frac{k_{zi}}{k_0}$ для s - поляризации и $Z_i = \frac{k_{zi}}{\varepsilon_i k_0}$ для p - поляризации

$$k_{zi} = \sqrt{k_0^2 \epsilon_i - k_x^2)}$$

$$k_x = k_0 \sin\theta$$

$$S_{32} P_2 S_{21} \begin{pmatrix} 1 \\ r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t \\ 0 \end{pmatrix}$$

2 Моды волновода

Klir

$$\operatorname{rot}\mathbf{H} = \frac{\partial D}{\partial t}, \quad \operatorname{rot}\mathbf{E} = -\frac{\partial B}{\partial t} \tag{1}$$

$$\frac{1}{r}\frac{\partial H_z}{\partial\varphi} - \frac{\partial H_\varphi}{\partial z} = -i\omega\varepsilon E_r \tag{2}$$

$$\frac{\partial H_r}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial r} = -i\omega\varepsilon E_\varphi \tag{3}$$

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(rH_{\varphi}\right)-\frac{1}{r}\frac{\partial H_{r}}{\partial\varphi}=-i\omega\varepsilon E_{z} \tag{4}$$

$$\frac{1}{r}\frac{\partial E_{z}}{\partial\varphi}-\frac{\partial E_{\varphi}}{\partial z}=i\omega\mu H_{r},\quad \frac{\partial E_{r}}{\partial z}-\frac{\partial E_{z}}{\partial r}=i\omega\mu H_{\varphi} \tag{5}$$

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(rE_{\varphi}\right)-\frac{1}{r}\frac{\partial E_{r}}{\partial\varphi}=i\omega\mu H_{z} \tag{6}$$

$$E_{r}=\frac{1}{k^{2}-h^{2}}\left(\text{ ih }\frac{\partial E_{z}}{\partial r}+\frac{i\omega\mu}{r}\frac{\partial H_{3}}{\partial\varphi}\right) \tag{7}$$

$$E_{\varphi}=\frac{1}{k^{2}-h^{2}}\left(\frac{ih}{r}\frac{\partial E_{z}}{\partial\varphi}-i\omega\mu\frac{\partial H_{z}}{\partial r}\right) \tag{8}$$

$$H_{r}=\frac{1}{k^{2}-h^{2}}\left(\text{ ih }\frac{\partial H_{\mathrm{z}}}{\partial r}-\frac{i\omega e}{r}\frac{\partial E_{z}}{\partial\varphi}\right) \tag{9}$$

$$H_{\varphi}=\frac{1}{k^{2}-h^{2}}\left(\frac{ih}{r}\frac{\partial H_{z}}{\partial\varphi}+i\omega e\frac{\partial E_{z}}{\partial r}\right) \tag{10}$$

$$\frac{\partial^{2}U}{\partial r^{2}}+\frac{1}{r}\frac{\partial U}{\partial r}+\frac{1}{r^{2}}\frac{\partial^{2}U}{\partial\varphi^{2}}+\left(k^{2}-h^{2}\right)U=0 \tag{11}$$

$$U=F(r)e^{im\varphi} \tag{12}$$

$$\frac{\partial^{2}F}{\partial r^{2}}+\frac{1}{r}\frac{\partial F}{\partial r}+\left(u^{2}-\frac{m^{2}}{r^{2}}\right)F=0 \tag{13}$$

$$\begin{aligned}E_{z}^{(1)}&=\sum_{m=-\infty}^{\infty}A_{m}J_{m}(ur)\cos m\varphi\exp(ihz-i\omega t)\\ H_{z}^{(1)}&=\sum_{m=-\infty}^{\infty}B_{m}J_{m}(ur)\cos\left(m\varphi+\beta_{m}\right)\exp(ihz-i\omega t)\end{aligned} \tag{14}$$

$$E_{z}^{(2)}=\sum_{m=-\infty}^{\infty}C_{m}K_{m}(vr)\cos m\varphi\exp(thz-i\omega t) \tag{15}$$

$$H_{z}^{(2)}=\sum_{m=0}^{\infty}D_{m}K_{m}(vr)\cos\left(m\varphi+\beta_{m}\right)\exp(ihz-i\omega t) \tag{16}$$

$$v=\sqrt{h^{2}-k_{2}^{2}},k_{3}\leqslant h\leqslant k_{1} \tag{17}$$

$$\begin{aligned}E_{\varphi}^{(1)}=-\sum_{m=-\infty}^{\infty}\Bigg[&A_{m}\frac{imh}{u^{2}r}J_{m}(ur)\sin m\varphi-\\ &-B_{m}\frac{i\omega\mu}{u}J_{m}^{\prime}(ur)\cos\left(m\varphi+\beta_{m}\right)\Bigg]\end{aligned} \tag{18}$$

$$\begin{aligned}H_{\varphi}^{(1)}=-\sum_{m=-\infty}^{\infty}\Bigg[&B_{m}\frac{imh}{u^{2}r}J_{m}(ur)\sin\left(m\varphi+\beta_{m}\right)+\\ &+A_{m}\frac{i\omega e_{1}}{u}J_{m}(ur)\cos m\varphi\Bigg)\Bigg]\end{aligned} \tag{19}$$

$$E_{\varphi}^{(2)}=\sum_{m=-\infty}^{\infty}\left[C_m \frac{imh}{v^2 r}K_m(vr)\sin\left(m\varphi+\beta_m\right)-\right.$$
$$\left.-D_m\frac{i\omega\varepsilon_2}{v}K'_m(vr)\cos m\varphi\right] \tag{20}$$

$$H_{\varphi}^{(2)}=\sum_{m=-\infty}^{\infty}\left[D_m\frac{imh}{v^2 r}K_m\left(v^2 r\right)\sin\left(m\varphi+\beta_m\right)-\right.$$
$$\left.-C_m\frac{i\omega\varepsilon_2}{v}K'_m(vr)\cos m\varphi\right] \tag{21}$$

$$-A_m\frac{mh}{p^2}J_m(p)\sin m\varphi-B_m\frac{\omega\mu}{p}J'_m(p)\cos\left(m\varphi+\beta_m\right)= \tag{22}$$

$$=C_m\frac{mh}{q^2}K_m(q)\sin m\varphi+D_m\frac{\omega\mu}{q}K'_m(q)\cos\left(m\varphi+\beta_m\right)$$
$$A_m J_m(p)=C_m K_m(q) \tag{23}$$

$$-B_m\frac{mh}{p^2}J_m(p)\sin\left(m\varphi+\beta_m\right)+A_m\frac{\omega e_1}{p}J'_m(p)\cos m\varphi$$
$$=D_m\frac{mh}{q^2}K_m\left(q_1\right)\sin\left(m\varphi+\beta_m\right)-C_m\frac{\omega e_9}{q}K'_m(q)\cos m\varphi$$
$$B_m J_m(p)=D_m K_m(q) \tag{24}$$

$$\left[f_m(p)+g_m(q)\right]\left[\frac{\varepsilon_1}{e_s}f_m(p)+g_m(q)\right]$$
$$\frac{m^2b^2}{k_2^2}\left(\frac{1}{p^2}+\frac{1}{q^2}\right)$$
$$=\frac{\sin m\varphi\sin(m\varphi+\beta_m)}{\cos m\varphi\cos(m\varphi+\beta_m)} \tag{25}$$

$$f_m=\frac{J'_m(p)}{pJ_m(p)},\quad g_m(q)=\frac{K'_m(q)}{qR_m(q)} \tag{26}$$

$$p^2+q^2=a^2\left(k_1^2-k_2^2\right) \tag{27}$$

$$\left[f_m(p)+g_m(q)\right]\left[\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}f_m(p)+g_m(q)\right]=\frac{m^2h^2}{k_2^2}\left(\frac{1}{p^2}+\frac{1}{q^2}\right)^2 \tag{28}$$

Список литературы

[1] L. Arturo Ureña López. Nonrelativistic approach for cosmological scalar field dark matter. *Phys. Rev. D*, 90:027306, Jul 2014. URL: https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.90.027306, doi:10.1103/PhysRevD.90.027306.

[2] O. Erken, P. Sikivie, H. Tam, and Q. Yang. Cosmic axion thermalization. *Phys. Rev. D*, 85:063520, Mar 2012. URL: https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.85.063520, doi:10.1103/PhysRevD.85.063520.

[3] Рубаков В.А. Горбунов Д.С. *Введение в теорию ранней Вселенной. Космологические возмущения. Инфляционная теория.* 2009.

[4] R. D. Peccei and Helen R. Quinn. Constraints imposed by CP conservation in the presence of pseudoparticles. *Phys. Rev. D*, 16:1791–1797, Sep 1977. URL: https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.16.1791, doi:10.1103/PhysRevD.16.1791.

[5] Michael Dine, Willy Fischler, and Mark Srednicki. A simple solution to the strong cp problem with a harmless axion. *Physics Letters B*, 104(3):199 – 202, 1981. URL: http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0370269381905906, doi:https://doi.org/10.1016/0370-2693(81)90590-6.

[6] M.A. Shifman, A.I. Vainshtein, and V.I. Zakharov. Can confinement ensure natural cp invariance of strong interactions? *Nuclear Physics B*, 166(3):493 – 506, 1980. URL: http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0550321380902096, doi:https://doi.org/10.1016/0550-3213(80)90209-6.

[7] P. Sikivie. Dark matter axions. *Int. J. Mod. Phys.*, A25:554–563, 2010. arXiv:0909.0949, doi:10.1142/S0217751X10048846.

[8] D. G. Levkov, A. G. Panin, and I. I. Tkachev. Relativistic axions from collapsing bose stars. *Phys. Rev. Lett.*, 118:011301, Jan 2017. URL: https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.118.011301, doi:10.1103/PhysRevLett.118.011301.

[9] Рубаков В.А. Горбунов Д.С. *Введение в теорию ранней Вселенной. Теория горячего Большого взрыва.* 2006.

[10] S. Weinberg. *Cosmology.* 2008.