

Министерство образования Российской Федерации

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего профессионального образования

"Московский физико-технический институт (национальный
исследовательский университет)"

Физтех-школа фундаментальной и прикладной физики

Факультет проблем физики и энергетики

Кафедра электродинамики сложных систем и нанопотоники

**Исследование свойств оптических волокон с брэгговскими
решётками для сенсорных применений**

Выпускная квалификационная работа
(бакалаврская работа)

Направление подготовки: 03.03.01 Прикладные математика и физика

Работу выполнил:

студент 685 группы

Барсегян Сергей Симонович

Научный руководитель:

д.ф.-м.н., член-корр. РАН

Дорофеенко Александр Викторович

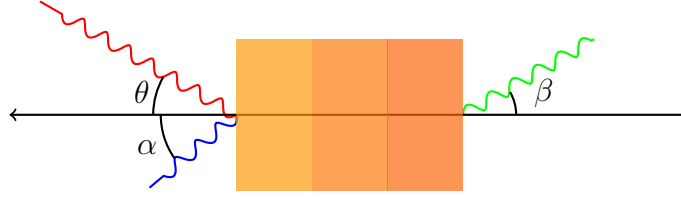
Москва, 2020

Содержание

Введение	2
1 Эффекты Кречмана	3
2 Моды волновода	5
Список литературы	6

Введение

1 Эффекты Кречмана



Рассмотрим падение света на слоистую среду под углом θ_1 с коэффициентами диэлектрическими проницаемостями $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ соответственно. На границе каждой среды можно записать закон Снеллиуса.

$$\frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1} = \frac{n_2}{n_1} = \sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}}$$

$$\frac{\sin \theta_3}{\sin \theta_2} = \frac{n_3}{n_2} = \sqrt{\frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_2}}$$

Наша цель посчитать коэффициенты отражения и прохождения для такой слоистой системы. В этой задаче очень полезен метод T -матриц. Обозначим коэффициент отражения через r , и коэффициент прохождения через t .

Тогда на матричном языке можно задать взаимосвязь между этими величинами. А именно распишем амплитуды волн слева и справа.

$$\vec{E} = \vec{E}(x)e^{i(\omega t - \beta z)}$$

$$E(x) = \begin{cases} E_1 e^{ik_1 x} + E'_1 e^{-ik_1 x}, & x < 0 \\ E_2 e^{ik_2 x} + E'_2 e^{-ik_2 x}, & 0 < x < d \\ E_3 e^{ik_3(x-d)} + E'_3 e^{-ik_3(x-d)}, & x > d \end{cases}$$

$$P_2 = \begin{pmatrix} e^{ik_2 d} & 0 \\ 0 & e^{-ik_2 d} \end{pmatrix}$$

$$S_{21} = \frac{1}{2Z_2} \begin{pmatrix} Z_2 + Z_1 & Z_2 - Z_1 \\ Z_2 - Z_1 & Z_2 + Z_1 \end{pmatrix}$$

$$S_{32} = \frac{1}{2Z_3} \begin{pmatrix} Z_3 + Z_2 & Z_3 - Z_2 \\ Z_3 - Z_2 & Z_3 + Z_2 \end{pmatrix}$$

Где $Z_i = \frac{k_{zi}}{k_0}$ для s -поляризации и $Z_i = \frac{k_{zi}}{\varepsilon_i k_0}$ для p -поляризации

$$k_{zi} = \sqrt{k_0^2 \varepsilon_i - k_x^2}$$

$$k_x = k_0 \sin \theta$$

$$S_{32} P_2 S_{21} \begin{pmatrix} 1 \\ r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t \\ 0 \end{pmatrix}$$

Решая эту систему уравнений относительно r получаем зависимость коэффициента отражения от угла падающей волны. Для p -поляризации при определённой калибровке толщины металлического слоя (условие на Кречманна???) можно наблюдать, что при некотором угле амплитуда отражённой волны полностью зануляется, что часто называют нарушенным полным отражением или эффектом Кречманна. Данный имеет колоссальный потенциал для приложений.

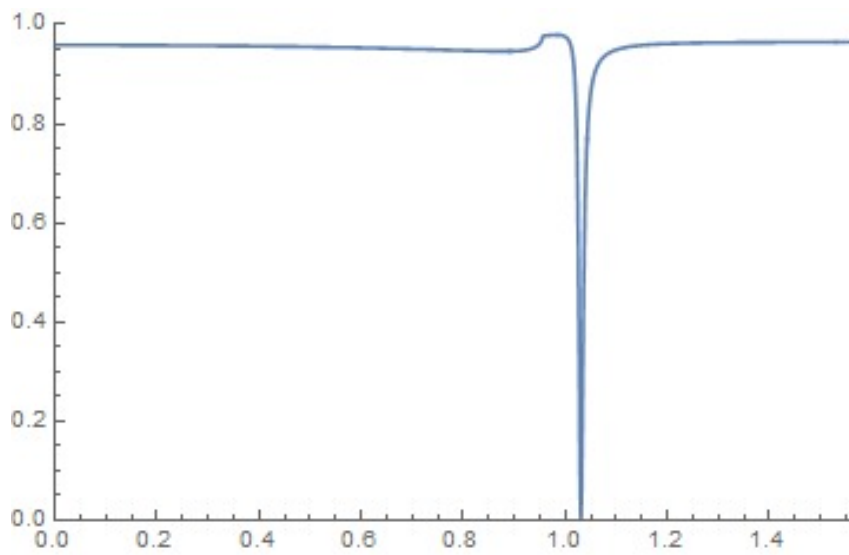
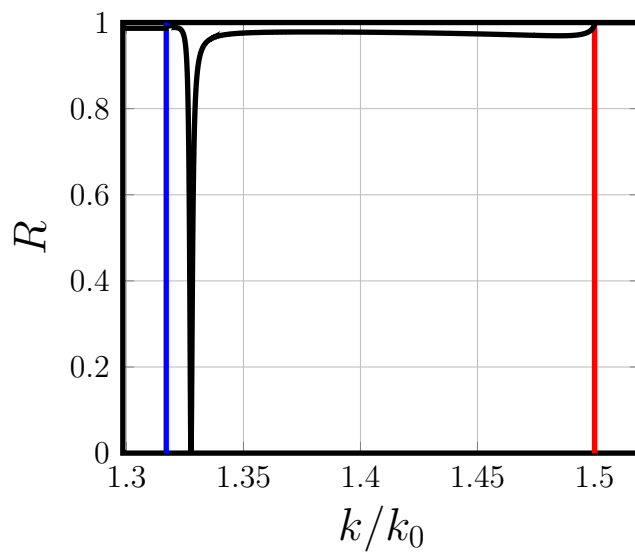
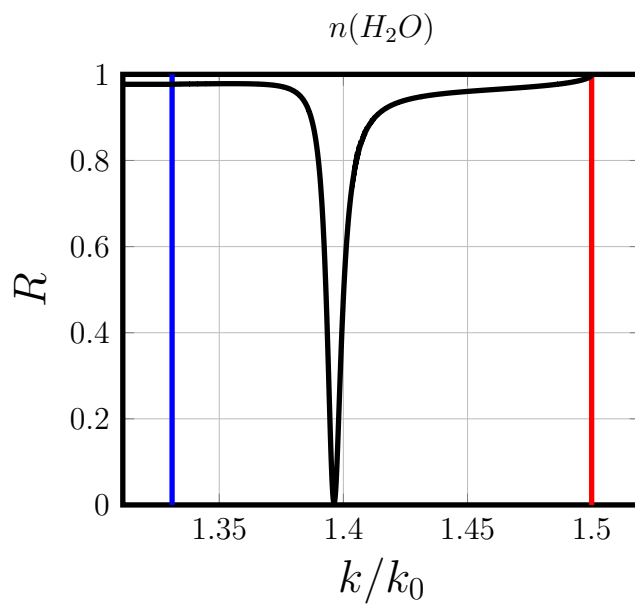


Рис. 1:



2 Моды волновода

Klir

$$\text{rot } \mathbf{H} = \frac{\partial D}{\partial t}, \quad \text{rot } \mathbf{E} = -\frac{\partial B}{\partial t} \quad (1)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial H_z}{\partial \varphi} - \frac{\partial H_\varphi}{\partial z} = -i\omega\varepsilon E_r \quad (2)$$

$$\frac{\partial H_r}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial r} = -i\omega\varepsilon E_\varphi \quad (3)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r H_\varphi) - \frac{1}{r} \frac{\partial H_r}{\partial \varphi} = -i\omega\varepsilon E_z \quad (4)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial E_z}{\partial \varphi} - \frac{\partial E_\varphi}{\partial z} = i\omega\mu H_r, \quad \frac{\partial E_r}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial r} = i\omega\mu H_\varphi \quad (5)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r E_\varphi) - \frac{1}{r} \frac{\partial E_r}{\partial \varphi} = i\omega\mu H_z \quad (6)$$

$$E_r = \frac{1}{k^2 - h^2} \left(i h \frac{\partial E_z}{\partial r} + \frac{i\omega\mu}{r} \frac{\partial H_z}{\partial \varphi} \right) \quad (7)$$

$$E_\varphi = \frac{1}{k^2 - h^2} \left(\frac{i h}{r} \frac{\partial E_z}{\partial \varphi} - i\omega\mu \frac{\partial H_z}{\partial r} \right) \quad (8)$$

$$H_r = \frac{1}{k^2 - h^2} \left(i h \frac{\partial H_z}{\partial r} - \frac{i\omega e}{r} \frac{\partial E_z}{\partial \varphi} \right) \quad (9)$$

$$H_\varphi = \frac{1}{k^2 - h^2} \left(\frac{i h}{r} \frac{\partial H_z}{\partial \varphi} + i\omega e \frac{\partial E_z}{\partial r} \right) \quad (10)$$

$$\frac{\partial^2 U}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial U}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 U}{\partial \varphi^2} + (k^2 - h^2) U = 0 \quad (11)$$

$$U = F(r) e^{im\varphi} \quad (12)$$

$$\frac{\partial^2 F}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial F}{\partial r} + \left(u^2 - \frac{m^2}{r^2} \right) F = 0 \quad (13)$$

$$E_z^{(1)} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} A_m J_m(ur) \cos m\varphi \exp(ihz - i\omega t) \quad (14)$$

$$H_z^{(1)} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} B_m J_m(ur) \cos(m\varphi + \beta_m) \exp(ihz - i\omega t)$$

$$E_z^{(2)} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} C_m K_m(vr) \cos m\varphi \exp(thz - i\omega t) \quad (15)$$

$$H_z^{(2)} = \sum_{m=0}^{\infty} D_m K_m(vr) \cos(m\varphi + \beta_m) \exp(ihz - i\omega t) \quad (16)$$

$$v = \sqrt{h^2 - k_2^2}, k_3 \leq h \leq k_1 \quad (17)$$

$$E_{\varphi}^{(1)} = - \sum_{m=-\infty}^{\infty} \left[A_m \frac{imh}{u^2 r} J_m(ur) \sin m\varphi - \right. \\ \left. - B_m \frac{i\omega\mu}{u} J'_m(ur) \cos(m\varphi + \beta_m) \right] \quad (18)$$

$$H_{\varphi}^{(1)} = - \sum_{m=-\infty}^{\infty} \left[B_m \frac{imh}{u^2 r} J_m(ur) \sin(m\varphi + \beta_m) + \right. \\ \left. + A_m \frac{i\omega e_1}{u} J_m(ur) \cos m\varphi \right] \quad (19)$$

$$E_{\varphi}^{(2)} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \left[C_m \frac{imh}{v^2 r} K_m(vr) \sin(m\varphi + \beta_m) - \right. \\ \left. - D_m \frac{i\omega\varepsilon_2}{v} K'_m(vr) \cos m\varphi \right] \quad (20)$$

$$H_{\varphi}^{(2)} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \left[D_m \frac{imh}{v^2 r} K_m(vr) \sin(m\varphi + \beta_m) - \right. \\ \left. - C_m \frac{i\omega\varepsilon_2}{v} K'_m(vr) \cos m\varphi \right] \quad (21)$$

$$- A_m \frac{mh}{p^2} J_m(p) \sin m\varphi - B_m \frac{\omega\mu}{p} J'_m(p) \cos(m\varphi + \beta_m) = \quad (22)$$

$$= C_m \frac{mh}{q^2} K_m(q) \sin m\varphi + D_m \frac{\omega\mu}{q} K'_m(q) \cos(m\varphi + \beta_m) \\ A_m J_m(p) = C_m K_m(q) \quad (23)$$

$$- B_m \frac{mh}{p^2} J_m(p) \sin(m\varphi + \beta_m) + A_m \frac{\omega e_1}{p} J'_m(p) \cos m\varphi \\ = D_m \frac{mh}{q^2} K_m(q) \sin(m\varphi + \beta_m) - C_m \frac{\omega e_1}{q} K'_m(q) \cos m\varphi \\ B_m J_m(p) = D_m K_m(q) \quad (24)$$

$$[f_m(p) + g_m(q)] \left[\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_s} f_m(p) + g_m(q) \right] \\ = \frac{m^2 b^2}{k_2^2} \left(\frac{1}{p^2} + \frac{1}{q^2} \right) \\ = \frac{\sin m\varphi \sin(m\varphi + \beta_m)}{\cos m\varphi \cos(m\varphi + \beta_m)} \quad (25)$$

$$f_m = \frac{J'_m(p)}{p J_m(p)}, \quad g_m(q) = \frac{K'_m(q)}{q K_m(q)} \quad (26)$$

$$p^2 + q^2 = a^2 (k_1^2 - k_2^2) \quad (27)$$

$$[f_m(p) + g_m(q)] \left[\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} f_m(p) + g_m(q) \right] = \frac{m^2 h^2}{k_2^2} \left(\frac{1}{p^2} + \frac{1}{q^2} \right)^2 \quad (28)$$

Список литературы