Вычислительная математика Распространение возмущения в изотропной среде

Барсегян Сергей

7 мая 2019 г.

Аннотация

Решается волновое уравнение для изотропной среды с вейвлетным возмущением в центре рассчётной сетки. Уравнение решается методом конечных разностей и псевдоспектральным методом. Проводится анализ Неймана для выявления анизотропии метода конечных разностей. Строится диаграмма направлений для метода конечных разностей.

1 Теория

$$\partial_t^2 p(x,z,t) = c^2 \left[\partial_x^2 p(x,z,t) + \partial_z^2 p(x,z,t)\right] + s(x,z,t)$$

$$P(r,t) = \frac{1}{2\pi c^2} \frac{H\left(t - \frac{|r|}{c}\right)}{\sqrt{t^2 - \frac{r^2}{c^2}}}$$

$$p(x,z,t) \quad \to \quad p_{j,k}^n = p(jdx, kdz, ndt)$$

$$s(x,z,t) \quad \to \quad s_{jkk}^n = s(jdx, kdz, ndt)$$

$$dz = dx$$

2 Анализ Неймана

$$p_{j,k}^n = e^{i(k_x j dx + k_z k dx - \omega n dt)}$$

$$\frac{p_{j,k}^{n+1} - 2p_{j,k}^n + p_{j,k}^{n-1}}{dt^2} = c_j^2 \left(\partial_x^2 p + \partial_z^2 p\right) + s_{j,k}^n$$

$$\partial_x^2 p = \frac{p_{j+1,k}^n - 2p_{j,k}^n + p_{j-1,k}^n}{dx^2}$$
$$\partial_z^2 p = \frac{p_{j,k+1}^n - 2p_{j,k}^n + p_{j,k-1}^n}{dz^2}$$

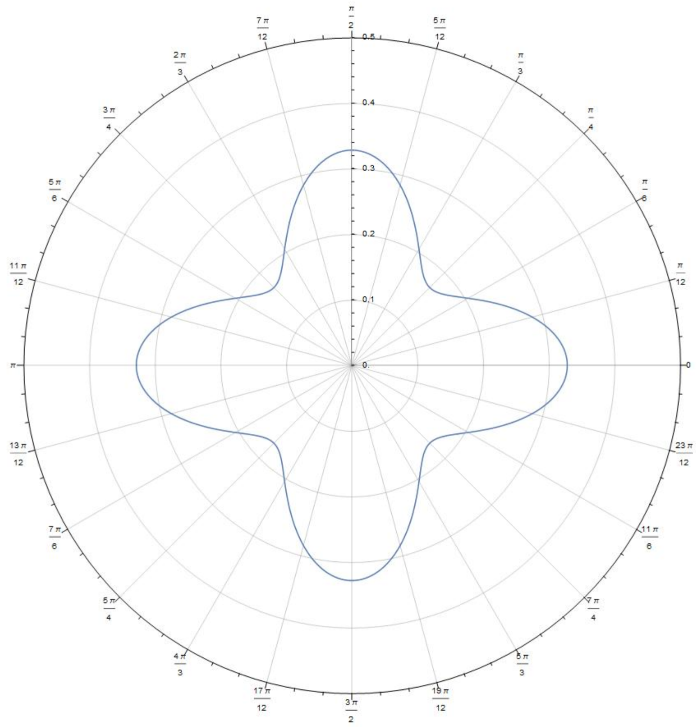

Рис. 1: Дисперсионная диаграмма для конечно-разностного метода

$$c^{num}\left(k_x, k_z\right) = \frac{2}{kdt}\sin^{-1}\left[\sqrt{\frac{dt^2}{dx^2}c^2\left(\sin\left(\frac{k_x dx}{2}\right)^2 + \sin\left(\frac{k_2 dx}{2}\right)^2\right)}\right]$$