Теоретический минимимум , Математика I

4 июля 2019 г.

1 Интегрирование рациональных функций

$$\int \frac{Mx+N}{ax^2+bx+c}dx = \frac{M}{2a}\ln\left(ax^2+bx+c\right) + \frac{2aN-Mb}{a\sqrt{4ac-b^2}}\operatorname{arctg}\frac{2ax+b}{\sqrt{4ac-b^2}} + C \tag{1}$$

$$\left(4ac-b^2\right)u_n = \frac{2n-3}{n-1}\cdot 2au_{n-1} + \frac{1}{n-1}\cdot\frac{2ax+b}{\left(ax^2+bx+c\right)^{n-1}} \quad u_n = \int\frac{dx}{\left(ax^2+bx+c\right)^n} \tag{2}$$

$$\begin{aligned} J_n = \int\frac{dx}{\left(x^2+a^2\right)^n}, \quad n\in N \quad J_{n+1} &= \frac{1}{2na^2}\left(\frac{x}{\left(x^2+a^2\right)^n} + (2n-1)J_n\right) \\ J_1 = \int\frac{dx}{x^2+a^2} &= \frac{1}{a}\operatorname{arctg}\frac{x}{a} + C \end{aligned} \tag{3}$$

В интегралах вида $x^m\left(ax^n+b\right)^{-p}$ полезна замена $x^\sigma = t$ где $\sigma = \mathrm{QCD}\left(m+1,n\right)$

Если в знаменатели разлагаются на простые множители первой степени, при разложении дроби на простейшие удобна формула:

$$\frac{\varphi(x)}{\psi(x)} = \sum_{k=1}^{n}\frac{\varphi\left(a_k\right)}{\psi'\left(a_k\right)}\frac{1}{x-a_k}$$

Где $a_1, a_2 \ldots\ldots a_n-$ корни полинома $\psi(x)$.