

Quantum Mechanics Seminars

Sergey Barseghyan

19 октября 2019 г.

Задача 0.1 (Рубаков I). *Показать, что уравнения Максвелла $\partial_\mu F_{\mu\nu} = 0$ действительно являются условиями экстремальности действия относительно вариаций поля $A_\mu(x)$ при фиксированных значениях $A_\mu(x)$ на границе пространственно-временного объема, в который помещена система.*

Решение.

$$\begin{aligned} S &= -\frac{1}{4} \int d^4x F_{\mu\nu} F_{\mu\nu} \quad F_\mu = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu \\ \delta S &= -\frac{1}{4} \int d^4x \delta (F_{\mu\nu} F_{\mu\nu}) = -\frac{1}{4} \int d^4x 2F_{\mu\nu} \delta F_{\mu\nu} \\ &= -\frac{1}{4} \left[\int d^4x 2F_{\mu\nu} \delta (\partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu) \right] = \\ &= -\frac{1}{4} \left[\int d^4x 2F_{\mu\nu} \partial_\mu \delta A_\nu - \int d^4x 2F_{\mu\nu} \partial_\nu \delta A_\mu \right] = \\ &= -\frac{1}{4} \left[\int d^4x 2F_{\mu\nu} \partial_\mu \delta A_\nu + \int d^4x 2F_{\nu\mu\nu} \partial_\mu \delta A_\nu \right] = - \int d^4x F_{\mu\nu} \partial_\mu \delta A_\nu = \\ &= \int d^4x F_{\mu\nu} \partial_\mu \delta A_\nu = F_{\mu\nu} \delta A_\nu|_{\partial M} - \int d^4x \partial_\mu F_{\mu\nu} \delta A_\nu = 0 \\ &\quad \partial_\mu F_{\mu\nu} = 0 \end{aligned}$$