

Quantum Mechanics Seminars

8 сентября 2019 г.

1 Семинар 1

Упражнение 1.1. *Покажите, что унитарные матрицы, как и эрмитовы, диагонализуются. Указание: покажите, что эрмитова и анти-эрмитова часть унитарного оператора диагонализуются совместно*

Решение.

$$U^\dagger U = U U^\dagger = I$$

Матрица A диагонализуема если

$$\exists P : P^{-1}AP = \begin{pmatrix} \lambda_1 & & & \\ & \lambda_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & \lambda_n \end{pmatrix}$$

$$U = A + B = \underbrace{\frac{U + U^\dagger}{2}}_{\text{эрмитова}} + \underbrace{\frac{U - U^\dagger}{2}}_{\text{антиэрмитова}}$$

Две матрицы A и B совместно диагонализуются $\leftrightarrow [A, B] = 0$

$$\begin{aligned} [A, B] &= \frac{1}{4} ((U + U^\dagger)(U - U^\dagger) + (U - U^\dagger)(U + U^\dagger)) \\ &= \frac{1}{4} (UU + U^\dagger U - UU^\dagger - U^\dagger U^\dagger) - \frac{1}{4} (UU - U^\dagger U + UU^\dagger - U^\dagger U^\dagger) = 0 \end{aligned}$$