

Complessità degli Algoritmi

Notazioni Asintotiche

Descrivono il comportamento di una funzione al crescere dell'input n .

- **Big O (Limite Superiore):** $f(n) = \mathcal{O}(g(n))$ se esistono costanti $c > 0$ e $n_0 \geq 0$ tali che $0 \leq f(n) \leq c \cdot g(n)$ per ogni $n \geq n_0$. Rappresenta il caso peggiore.
- **Big Omega (Limite Inferiore):** $f(n) = \Omega(g(n))$ se esistono costanti $c > 0$ e $n_0 \geq 0$ tali che $0 \leq c \cdot g(n) \leq f(n)$ per ogni $n \geq n_0$. Rappresenta il caso migliore.
- **Big Theta (Limite Stretto):** $f(n) = \Theta(g(n))$ se $f(n) = \mathcal{O}(g(n))$ e $f(n) = \Omega(g(n))$. Indica che $g(n)$ è una stima precisa per $f(n)$.

Classi di Complessità Comuni

- $\mathcal{O}(1)$: Costante (es. accesso a un elemento di un array)
- $\mathcal{O}(\log n)$: Logaritmica (es. ricerca binaria)
- $\mathcal{O}(n)$: Lineare (es. scansione di una lista)
- $\mathcal{O}(n \log n)$: Lineare-logaritmica (es. merge sort, heapsort)
- $\mathcal{O}(n^2)$: Quadratica (es. bubble sort, selection sort)
- $\mathcal{O}(2^n)$: Esponenziale (es. problemi risolti con la forza bruta)
- $\mathcal{O}(n!)$: Fattoriale (es. problema del commesso viaggiatore con forza bruta)

Analisi di Algoritmi Ricorsivi

Per risolvere ricorrenze della forma $T(n) = aT(n/b) + f(n)$.

Master Theorem: Date le costanti $a \geq 1$, $b > 1$ e una funzione $f(n)$:

1. Se $f(n) = \mathcal{O}(n^{\log_b a - \epsilon})$ per qualche $\epsilon > 0$, allora $T(n) = \Theta(n^{\log_b a})$.
2. Se $f(n) = \Theta(n^{\log_b a})$, allora $T(n) = \Theta(n^{\log_b a} \log n)$.
3. Se $f(n) = \Omega(n^{\log_b a + \epsilon})$ per qualche $\epsilon > 0$ e se $af(n/b) \leq cf(n)$ per qualche $c < 1$ e n sufficientemente grande, allora $T(n) = \Theta(f(n))$.

Strutture Dati

Array

Blocco di memoria contiguo.

- **Accesso (lettura/scrittura):** $\mathcal{O}(1)$
- **Ricerca (lineare):** $\mathcal{O}(n)$
- **Inserimento/Cancellazione (in coda):** $\mathcal{O}(1)$ (ammortizzato se dinamico)
- **Inserimento/Cancellazione (in mezzo):** $\mathcal{O}(n)$

Lista Collegata (Linked List)

Serie di nodi, ognuno con un puntatore al successivo.

- **Accesso/Ricerca:** $\mathcal{O}(n)$
- **Inserimento/Cancellazione (in testa):** $\mathcal{O}(1)$
- **Inserimento/Cancellazione (in coda/mezzo):** $\mathcal{O}(n)$ (se non si ha un puntatore diretto)

Stack (LIFO)

Operazioni principali: 'push', 'pop'.

- **Tutte le operazioni:** $\mathcal{O}(1)$ (se implementato con array o lista)

Coda (FIFO)

Operazioni principali: 'enqueue', 'dequeue'.

- **Tutte le operazioni:** $\mathcal{O}(1)$ (se implementato con lista doppiamente collegata)

Tabella Hash (Hash Table)

Mappa chiavi a valori usando una funzione hash.

- **Accesso/Ricerca/Inserimento/Cancellazione (caso medio):** $\mathcal{O}(1)$
- **Caso peggiore (collisioni):** $\mathcal{O}(n)$

Albero Binario di Ricerca (BST)

Albero in cui il sottoalbero sinistro di un nodo contiene solo valori minori del nodo, e il destro solo valori maggiori.

- **Accesso/Ricerca/Inserimento/Cancellazione (medio/bilanciato):** $\mathcal{O}(\log n)$
- **Caso peggiore (sbilanciato):** $\mathcal{O}(n)$

Heap Binario

Albero completo usato per implementare code di priorità.

- **Trova Min/Max:** $\mathcal{O}(1)$
- **Inserimento:** $\mathcal{O}(\log n)$
- **Estrai Min/Max:** $\mathcal{O}(\log n)$