c) $\vec{p}_0 = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \vec{p}_1 = \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \vec{p}_2 = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}$

$$\vec{q}_0 = \begin{bmatrix} -\frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & 7\frac{\sqrt{2}}{2} - \sqrt{2} \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} & 7\frac{\sqrt{2}}{2} + \sqrt{2} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sqrt{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} + 7\frac{\sqrt{2}}{2} - \sqrt{2} \\ -\sqrt{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} + 7\frac{\sqrt{2}}{2} + \sqrt{2} \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\vec{q}_0 = \begin{bmatrix} 4\sqrt{2} - 2\sqrt{2} \\ 3\sqrt{2} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2\sqrt{2} \\ 3\sqrt{2} \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\vec{q}_1 = C^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2\sqrt{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} + 7\frac{\sqrt{2}}{2} - \sqrt{2} \\ -2\sqrt{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} + 7\frac{\sqrt{2}}{2} + \sqrt{2} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{2} \\ 2\sqrt{2} \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\vec{q}_2 = C^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3\frac{\sqrt{2}}{2} + \cancel{\sqrt{2}} + 7\frac{\sqrt{2}}{2} - \cancel{\sqrt{2}} \\ -3\frac{\sqrt{2}}{2} - \cancel{\sqrt{2}} + 7\frac{\sqrt{2}}{2} + \cancel{\sqrt{2}} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2\sqrt{2} \\ 2\sqrt{2} \\ 1 \end{bmatrix}$$

Computergrafik

Übungsblatt 7

Aufgabe 1 Invertierung der Perspektivischen Projektion

Aus der Vorlesung wissen wir, dass

$$\boldsymbol{P} = \boldsymbol{M_O} \cdot \boldsymbol{M_P}$$

mit $\boldsymbol{M_O} = \boldsymbol{S}_{\frac{2}{r-l},\frac{2}{t-b},-\frac{2}{f-n}} \cdot \boldsymbol{T}_{-\frac{1}{2}(r+l),-\frac{1}{2}(t+b),\frac{1}{2}(f+n)}$ und $\boldsymbol{M_P} = \begin{bmatrix} -n & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -n & 0 & 0 \\ 0 & 0 & n+f & -nf \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$.

Wie lautet die inverse Matrix $\boldsymbol{P}^{-1}$?

Hinweis: Sie müssen die Inversen nicht kompliziert mittels der allgemeinen Formel zur Invertierung von 4x4 Matrizen verwenden. Nutzen Sie aus, dass

- die Inversen der Skalierung von $\boldsymbol{S}_{\frac{2}{r-l},\frac{2}{t-b},-\frac{2}{f-n}}$ und der Translation $\boldsymbol{T}_{-\frac{1}{2}(r+l),-\frac{1}{2}(t+b),\frac{1}{2}(f+n)}$ relative leicht bestimmt werden können,
- $\boldsymbol{P}^{-1}$ mittels Falk-Schema und der Tatsache, dass $\boldsymbol{P}^{-1} \cdot \boldsymbol{P} = \boldsymbol{Id}$ ausgeknobelt werden kann
- allgemein für Matrizen gilt: $(\boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{B})^{-1} = \boldsymbol{B}^{-1} \cdot \boldsymbol{A}^{-1}$.

Aufgabe 2 Verkehrte Linie

Die Projektion von dem View-Space-Koordinatensystem in das Eye-Space-Koordinatensystem lautet

$$\begin{bmatrix} e_x \\ e_y \\ e_z \\ 1 \end{bmatrix} = H(\boldsymbol{M_P} \cdot \vec{v}) = H\left(\begin{bmatrix} -n & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -n & 0 & 0 \\ 0 & 0 & n+f & -nf \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \\ 1 \end{bmatrix}\right).$$

a) Wie lautet die Matrix $\boldsymbol{M_P}$ mit den folgenden Parameter: $n = -2, f = -7$?

b) Transformieren Sie die Punkte $\vec{a} = \left[0, \frac{3}{2}, -3, 1\right]^T$, $\vec{b} = [0, 5, -5, 1]^T$, $\vec{c} = [0, -3, 3, 1]^T$ vom View-Space-Koordinatensystem das Eye-Space-Koordinatensystem.

c) Wo liegen die Linien $(\vec{a}, \vec{b})$ und $(\vec{a}, \vec{c})$ vor der Projektion im View-Space-Koordinatensystem? Fertigen Sie eine Skizze an!
Hinweise: Es reicht eine 2D Skizze anzufertigen. Dabei wir v_z auf die horizontale Achse, v_y auf die vertikale Achse angetragen wird (wie in der Vorlesung).

d) Wo liegen die Linien $(\vec{a}, \vec{b})$ und $(\vec{a}, \vec{c})$ nach der Projektion auf der Near-Plane?
Hinweis: Nicht die Normalisierungstransformation mit ausführen.

e) Was stimmt mit der Projektion der Linie $(\vec{a}, \vec{c})$ nicht? Wo sollte die Projektion eigentlich auf der Near-Plane liegen?