Carolina Molina Moreno
Cristian David Gonzalez
Juan Esteban Rincon Bautista
Camilo Bustos Mateus

Taller de sistemas de ecuaciones lineales
Punto 1.

a. En el sistema de ecuaciones previamente dado, pudimos notar que su matriz de coeficientes no es diagonalmente dominante. Por lo que decidimos organizar esta matriz intercambiando las primeras 2 filas de tal forma de que cumpla el criterio.

```
1   3   2   18.66
4   -1   1   27.3
1   1   7   3.141592653589793
4.0   -1.0   1.0   27.3
1.0   3.0   2.0   18.66
1   1   7   3.141592653589793
```

b. La matriz de convergencia en el caso de Jacobi sacamos tres matrices, la matriz diagonal D, la matriz diagonal superior U y la matriz diagonal inferior L. el paso siguiente es calcular la matriz de transición que está dada por Tj= D^-1 x L+U

```
[[ 0.          0.25       -0.25      ]
 [-0.33333333  0.          0.66666667]
 [-0.14285714 -0.14285714  0.        ]]
```

c. Aplicando los métodos de Jacobi y de Gauss Seidel en python hemos concluido que Seidel converge más rápido.Sobre el error máximo absoluto en el caso que se nos pidió en el taller, decidimos comparar los errores de los dos métodos con la siguiente ecuación $||x-y|| = \max\{|x_1 - y_1|, |x_2 - y_2|, \dots, |x_n - y_n|\}$, en interacciones específicas, para sacar buenas conclusiones.

- comparación de errores absolutos en 10 iteraciones
  Jacobi

```
solucion: [ 7.81801774  2.89533233 -1.08102664]
iteraciones: 10
6.825
```

Seidel

```
 [ 0  0  0]]
[ 6.825       3.947      -1.09007143]
[ 8.08426786  2.80052976 -1.10618537]
[ 7.80167878  2.88398349 -1.07773747]
[ 7.81543024  2.89836494 -1.08175645]
[ 7.82003035  2.89415225 -1.0818118 ]
[ 7.81899101  2.8944618  -1.08170754]
[ 7.81904234  2.89451419 -1.08172236]
[ 7.81905914  2.89449871 -1.08172255]
[ 7.81905532  2.89449986 -1.08172217]
[ 7.81905551  2.89450005 -1.08172222]
solucion: [ 7.81905551  2.89450005 -1.08172222]
iteraciones: 10
6.825
```

- comparación de errores absolutos en 15 iteraciones
  Jacobi

```
[6.825      6.222      0.44878571]
[6.825      6.222      0.44878571]
[ 8.26830357  4.24619048 -1.41507143]
[ 8.24031548  2.52251786 -1.33899915]
[ 7.79037925  2.58256207 -1.0887619 ]
[ 7.74283099  2.89936565 -1.03306305]
[ 7.80810717  2.95234764 -1.07152809]
[ 7.83096893  2.90494555 -1.08842212]
[ 7.82334192  2.88606228 -1.08491635]
[ 7.81774466  2.89094179 -1.08112917]
[ 7.81801774  2.89533233 -1.08102664]
[ 7.81908974  2.89530966 -1.08169287]
[ 7.81925063  2.89450817 -1.08184277]
[ 7.81908774  2.89435461 -1.08175126]
[ 7.81902647  2.89446992 -1.08170605]
[ 7.81904399  2.89452048 -1.08171377]
solucion: [ 7.81904399  2.89452048 -1.08171377]
iteraciones: 15
Error maximo: 6.825
```

  Seidel

```
[ 6.825       3.947      -1.09007143]
[ 8.08426786  2.80052976 -1.10618537]
[ 7.80167878  2.88398349 -1.07773747]
[ 7.81543024  2.89836494 -1.08175645]
[ 7.82003035  2.89415225 -1.0818118 ]
[ 7.81899101  2.8944618  -1.08170754]
[ 7.81904234  2.89451419 -1.08172236]
[ 7.81905914  2.89449871 -1.08172255]
[ 7.81905532  2.89449986 -1.08172217]
[ 7.81905551  2.89450005 -1.08172222]
[ 7.81905557  2.8945     -1.08172222]
[ 7.81905555  2.8945     -1.08172222]
[ 7.81905556  2.8945     -1.08172222]
[ 7.81905556  2.8945     -1.08172222]
[ 7.81905556  2.8945     -1.08172222]
solucion: [ 7.81905556  2.8945     -1.08172222]
iteraciones: 15
6.825
```

- comparación de errores absolutos en 19 iteraciones
  Jacobi

```
[ 8.26830357  4.24619048 -1.41507143]
[ 8.24031548  2.52251786 -1.33899915]
[ 7.79037925  2.58256207 -1.0887619 ]
[ 7.74283099  2.89936565 -1.03306305]
[ 7.80810717  2.95234764 -1.07152809]
[ 7.83096893  2.90494555 -1.08842212]
[ 7.82334192  2.88606228 -1.08491635]
[ 7.81774466  2.89094179 -1.08112917]
[ 7.81801774  2.89533233 -1.08102664]
[ 7.81908974  2.89530966 -1.08169287]
[ 7.81925063  2.89450817 -1.08184277]
[ 7.81908774  2.89435461 -1.08175126]
[ 7.81902647  2.89446992 -1.08170605]
[ 7.81904399  2.89452048 -1.08171377]
[ 7.81905856  2.89450949 -1.0817235 ]
[ 7.81905825  2.89449815 -1.08172401]
[ 7.81905554  2.89449791 -1.08172234]
[ 7.81905506  2.89449993 -1.08172192]
solucion: [ 7.81905506  2.89449993 -1.08172192]
iteraciones: 19
Error maximo: 6.825
```

Seidel

```
[ 7.80167878  2.88398349 -1.07773747]
[ 7.81543024  2.89836494 -1.08175645]
[ 7.82003035  2.89415225 -1.0818118 ]
[ 7.81899101  2.8944618  -1.08170754]
[ 7.81904234  2.89451419 -1.08172236]
[ 7.81905914  2.89449871 -1.08172255]
[ 7.81905532  2.89449986 -1.08172217]
[ 7.81905551  2.89450005 -1.08172222]
[ 7.81905557  2.8945     -1.08172222]
[ 7.81905555  2.8945     -1.08172222]
[ 7.81905556  2.8945     -1.08172222]
[ 7.81905556  2.8945     -1.08172222]
[ 7.81905556  2.8945     -1.08172222]
[ 7.81905556  2.8945     -1.08172222]
[ 7.81905556  2.8945     -1.08172222]
[ 7.81905556  2.8945     -1.08172222]
[ 7.81905556  2.8945     -1.08172222]
solucion: [ 7.81905556  2.8945     -1.08172222]
iteraciones: 19
6.825
```

- comparación de errores absolutos en 50 iteraciones

  Jacobi

```
[ 7.81905556  2.8945     -1.08172222]
[ 7.81905556  2.8945     -1.08172222]
[ 7.81905556  2.8945     -1.08172222]
[ 7.81905556  2.8945     -1.08172222]
[ 7.81905556  2.8945     -1.08172222]
[ 7.81905556  2.8945     -1.08172222]
[ 7.81905556  2.8945     -1.08172222]
[ 7.81905556  2.8945     -1.08172222]
[ 7.81905556  2.8945     -1.08172222]
[ 7.81905556  2.8945     -1.08172222]
[ 7.81905556  2.8945     -1.08172222]
[ 7.81905556  2.8945     -1.08172222]
[ 7.81905556  2.8945     -1.08172222]
[ 7.81905556  2.8945     -1.08172222]
[ 7.81905556  2.8945     -1.08172222]
[ 7.81905556  2.8945     -1.08172222]
solucion: [ 7.81905556  2.8945     -1.08172222]
iteraciones: 50
Error maximo: 6.825
```

Seidel

```
[ 7.81905556  2.8945     -1.08172222]
[ 7.81905556  2.8945     -1.08172222]
[ 7.81905556  2.8945     -1.08172222]
[ 7.81905556  2.8945     -1.08172222]
[ 7.81905556  2.8945     -1.08172222]
[ 7.81905556  2.8945     -1.08172222]
[ 7.81905556  2.8945     -1.08172222]
[ 7.81905556  2.8945     -1.08172222]
[ 7.81905556  2.8945     -1.08172222]
[ 7.81905556  2.8945     -1.08172222]
[ 7.81905556  2.8945     -1.08172222]
solucion: [ 7.81905556  2.8945     -1.08172222]
iteraciones: 50
6.825
```

Conclusión, error absoluto: Lo que podemos ver es que no presenta diferencia los errores absolutos, cuando los comparamos en una iteración específica como vimos anteriormente.

d. Para revisar la matriz de transición se realizaron 5 iteraciones con 3 diferentes omegas que permitieran evidenciar las diferencias en los resultados de cada una de las iteraciones.

```
Iteración:2
[[ 1.         -4.43562698 -3.1737313 ]
 [ 7.61843282  1.          5.09464146]
 [ 7.61843282 12.142219    1.        ]]
[7.61843282 4.52378618 1.28580376]
Error: 0.0800911484

Iteración:3
[[ 1.         -4.52378618 -3.23798242]
 [ 7.6344956   1.          5.06288808]
 [ 7.6344956  12.16886625  1.        ]]
[7.6344956  4.53437064 1.28961051]
Error: 0.010193269

Iteración:4
[[ 1.         -4.53437064 -3.24476013]
 [ 7.63619003  1.          5.05696901]
 [ 7.63619003 12.1725337   1.        ]]
[7.63619003 4.53634366 1.29013443]
Error: 0.00178825912

Iteración:5
[[ 1.         -4.53634366 -3.24620923]
 [ 7.63655231  1.          5.05628344]
 [ 7.63655231 12.17312449  1.        ]]
[7.63655231 4.53657219 1.29021883]
Error: 0.00022195643

[7.63655231 4.53657219 1.29021883]
```

OMEGA = 1.0

```
Iteración:17
[[ 1.         -4.05303947 -2.77712808]
 [ 7.2334176   1.          4.6815948 ]
 [ 7.2334176  12.19910046  1.        ]]
[7.2334176  4.96568286 1.30293883]
Error: 2.20415317

Iteración:18
[[ 1.         -4.96568286 -3.66274403]
 [ 7.99432021  1.          5.38844255]
 [ 7.99432021 12.15025751  1.        ]]
[7.99432021 4.15593729 1.27895877]
Error: 1.95564218

Iteración:19
[[ 1.         -4.15593729 -2.87697853]
 [ 7.31920684  1.          4.76128931]
 [ 7.31920684 12.19359354  1.        ]]
[7.31920684 4.8743867  1.30023509]
Error: 1.73515008

Iteración:20
[[ 1.         -4.8743867  -3.57415161]
 [ 7.91820343  1.          5.31773325]
 [ 7.91820343 12.15514346  1.        ]]
[7.91820343 4.23694003 1.28135763]
Error: 1.53951779

[7.91820343 4.23694003 1.28135763]
```

OMEGA = 1.5

```
[7.63659751 4.53662247 1.29023248]
Error: 5.97923693e-08

Iteración:37
[[ 1.         -4.53662247 -3.24639   ]
 [ 7.6365975   1.          5.05613254]
 [ 7.6365975  12.17321998  1.        ]]
[7.6365975  4.53662249 1.29023248]
Error: 3.55402843e-08

Iteración:38
[[ 1.         -4.53662249 -3.24639001]
 [ 7.63659751  1.          5.05613255]
 [ 7.63659751 12.17321999  1.        ]]
[7.63659751 4.53662248 1.29023248]
Error: 2.11249688e-08

Iteración:39
[[ 1.         -4.53662248 -3.24639   ]
 [ 7.6365975   1.          5.05613255]
 [ 7.6365975  12.17321999  1.        ]]
[7.6365975  4.53662249 1.29023248]
Error: 1.25565776e-08

Iteración:40
[[ 1.         -4.53662249 -3.24639001]
 [ 7.6365975   1.          5.05613255]
 [ 7.6365975  12.17321999  1.        ]]
[7.6365975  4.53662248 1.29023248]
Error: 7.46357098e-09

[7.6365975  4.53662248 1.29023248]
```

OMEGA = 1.289

```
[7.63659754 4.53662245 1.29023248]
Error: 1.82840708e-07

Iteración:97
[[ 1.         -4.53662245 -3.24638997]
 [ 7.63659747  1.          5.05613252]
 [ 7.63659747 12.17321999  1.        ]]
[7.63659747 4.53662251 1.29023248]
Error: 1.51245556e-07

Iteración:98
[[ 1.         -4.53662251 -3.24639004]
 [ 7.63659752  1.          5.05613257]
 [ 7.63659752 12.17321998  1.        ]]
[7.63659752 4.53662246 1.29023248]
Error: 1.25110093e-07

Iteración:99
[[ 1.         -4.53662246 -3.24638998]
 [ 7.63659748  1.          5.05613253]
 [ 7.63659748 12.17321999  1.        ]]
[7.63659748 4.5366225  1.29023248]
Error: 1.03490873e-07

Iteración:100
[[ 1.         -4.5366225  -3.24639003]
 [ 7.63659752  1.          5.05613257]
 [ 7.63659752 12.17321998  1.        ]]
[7.63659752 4.53662247 1.29023248]
Error: 8.56074917e-08

[7.63659752 4.53662247 1.29023248]
```

OMEGA = 1.456

Con estos resultados anteriores, podemos evidenciar cómo cambia la aproximación con respecto a las cifras significativas. Por ejemplo, cuando realizamos el proceso con el Omega en 1 y con el omega en 1.5, podemos ver un cambio en el primer término que pasa de 7.63655231 a 7.91820343.

Con esto, podemos ver que a medida que el omega va aumentando, la aproximación también va haciéndolo.

e. Según la teoría del método SOR, deben usarse valores para Omega entre (0,2), ya que en 2, el método diverge. Para una aproximación de Gauss Seidel, se debe tomar Omega = 1. Entre 1 y 2, se empieza a aplicar el método SOR.

$$x^{(k+1)} = w*x^{(k+1)} + (1-w)x^k$$

Cuando consideramos; w=1.5 :

$$x^{(k+1)} = 1.5*x^{(k+1)} + (0.5)x^k$$

Converge, ya que 1.5, existe en el intervalo de (1,2).

f. A medida que desarrollamos los tres métodos (Seidel, Jacobi, SOR), pudimos notar que es más conveniente usar el método de Seidel, ya que este converge un poco más rápido que el de Jacobi, y también nos conviene ya que se puede usar con cualquier valor inicial que pongamos siempre que la matraizz, sin tantas restricciones.