Método de Müller

Juan Esteban Rincon
Camilo Bustos
David Gonzales
Carolina Molina

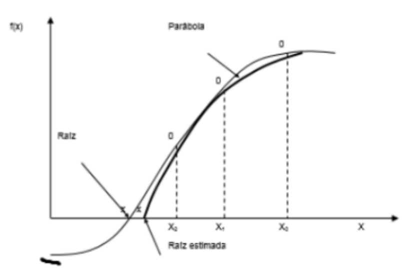
Febrero 2021

1 Introducción general del método

El método consiste en obtener los coeficientes de la parábola que pasa por los tres puntos elegidos, (Xo, X1, X2) para obtener el valor donde la parábola se intersecta en el eje x aproximado a la raíz.

2 Preguntas

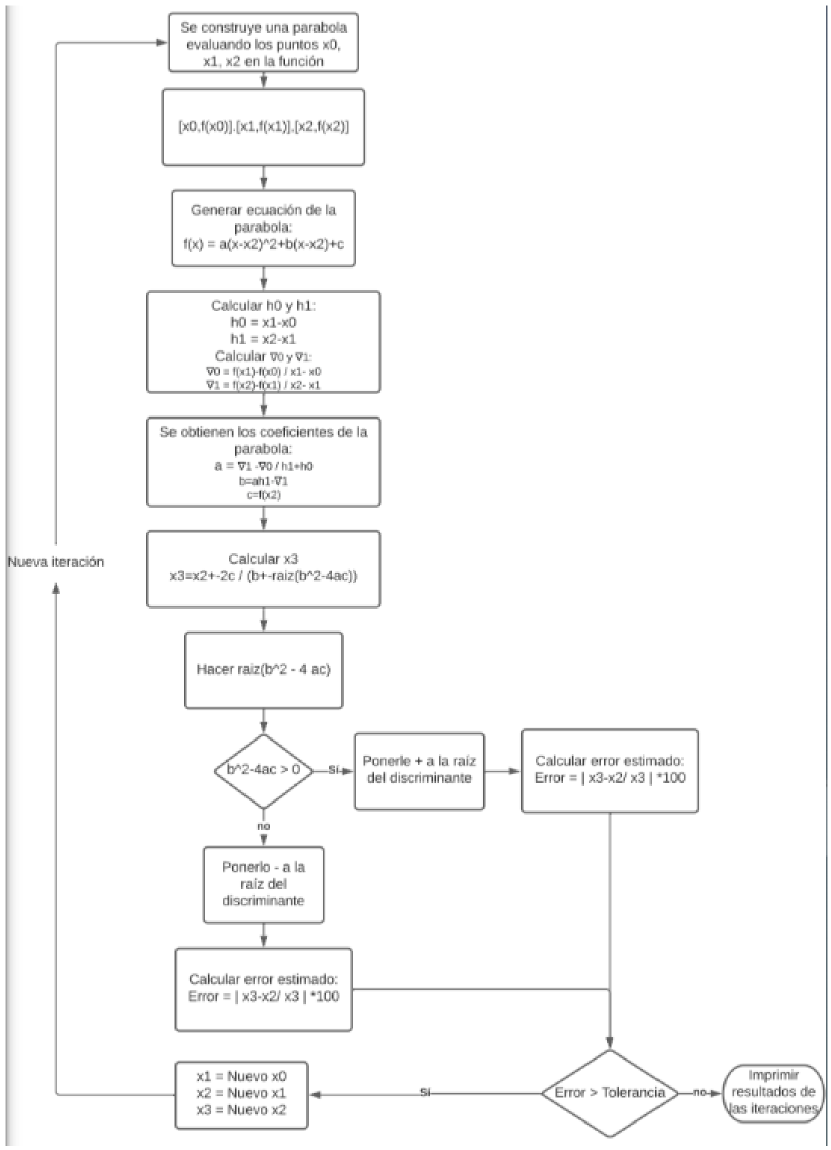
1. **Cuales son condiciones para aplicar el método.**
   - Para aplicar el método se requiere:
     - una funcion $f(x)$
     - los puntos iniciales sobre la función x_0, x_1 y x_2
     - valor de la tolerancia
2. **Proporcione una explicación geométrica del algoritmo.**



Método de Muller

El método funciona de manera similar al método de la secante el cual toma dos puntos y estima la proyección de una recta sobre el eje x, Müller toma tres puntos sobre la función y proyecta una parábola sobre el eje x.

3. **Realice un diagrama de flujo que muestre como se debe operar el algoritmo.**



4. **Cuál son las raíces. Valide su resultado**

- $f(x) = \cos^2 x - x^2$
  - **Soluciones con la implementación:**

```
Tolerancia 10^-8:

raiz aproximada:  0.739085133215232
4  iteraciones
Tolerancia 10^-16:

raiz aproximada:  0.739085133215161
5  iteraciones
Tolerancia 10^-32:

raiz aproximada:  0.739085133215161
5  iteraciones
Tolerancia 10^-56:

raiz aproximada:  0.739085133215161
5  iteraciones
```

```
Tolerancia 10^-8:

raiz aproximada:  -0.739085133214309
4  iteraciones
Tolerancia 10^-16:

raiz aproximada:  -0.739085133215161
5  iteraciones
Tolerancia 10^-32:

raiz aproximada:  -0.739085133215161
5  iteraciones
Tolerancia 10^-56:

raiz aproximada:  -0.739085133215161
5  iteraciones
```

  - **Validación del resultado con Wólfram**

$$x \approx 0.73908513321516064166$$

$$x \approx -0.73908513321516064166$$

- $f(x) = x \sin x - 1$ en [-1,2]
  - **Solución con la implementación tomando $x_0 = -1$ y $x_2 = 2$:**

```
Tolerancia 10^-8:

raiz aproximada:  1.11415714087192
6  iteraciones
Tolerancia 10^-16:

raiz aproximada:  1.11415714087193
10  iteraciones
Tolerancia 10^-32:

raiz aproximada:  1.11415714087193
10  iteraciones
Tolerancia 10^-56:

raiz aproximada:  1.11415714087193
10  iteraciones
```

  - **Validación del resultado con Wólfram**

$$x \approx \pm 1.1141571408719300873005251 8\ldots$$

- $f(x) = x^3 - 2x^2 + \frac{4}{3}x - \frac{8}{27}$
  - **Solución con la implementación:**

```
Tolerancia 10^-8:

raiz aproximada:  0.890453725226492
3  iteraciones
Tolerancia 10^-16:

raiz aproximada:  0.890453725226492
3  iteraciones
Tolerancia 10^-32:

raiz aproximada:  0.890453725226492
3  iteraciones
Tolerancia 10^-56:

raiz aproximada:  0.890453725226492
3  iteraciones
```

  - **Validación del resultado con Wólfram**

$$x \approx 0.666666666666667$$

- $f(c) = \frac{gm}{c}(1 - e^{-(\frac{c}{g} * t)}) - 40$
  - **Solución con la implementación:**

```
Tolerancia 10^-8:

raiz aproximada:  14.7802038316586
3  iteraciones
Tolerancia 10^-16:

raiz aproximada:  14.7802038316611
5  iteraciones
Tolerancia 10^-32:

raiz aproximada:  14.7802038316611
5  iteraciones
Tolerancia 10^-56:

raiz aproximada:  14.7802038316611
5  iteraciones
```

  - **Validación del resultado con Wólfram**

$$x \approx 14.780203831661057110173266 7$$

- $f(x) = x^3 - 2x - 5$

- **Solución con la implementación:**

```
Tolerancia 10^-8:

raiz aproximada:  2.09455148160120
3  iteraciones
Tolerancia 10^-16:

raiz aproximada:  2.09455148154233
6  iteraciones
Tolerancia 10^-32:

raiz aproximada:  2.09455148154233
6  iteraciones
Tolerancia 10^-56:

raiz aproximada:  2.09455148154233
6  iteraciones
```

- **Validación del resultado con Wólfram**

$$x \approx 2.09455148154233$$

5. **Como se comporta el metodo en cuanto a: perdida de significancia, el numero de iteraciones y la convergencia, en cada caso**

   En cuanto a perdida de significancia el método puede presentar problema al momento de utilizar la ecuación cuadrática para calcular las raíces de las parábolas si la diferencia en el numerador es muy pequeña el problema podría reducirse.

$$\begin{matrix} x_1 \\ x_2 \end{matrix} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

6. **Cómo se puede solucionar el problema de significancia, es remediable o está destinado al fracaso, en los casos que se presente el problema**

   Para solventar el error de redondeo podemos utilizar la formulación alternativa de la formula cuadrática.

$$\begin{matrix} x_1 \\ x_2 \end{matrix} = \frac{-2c}{b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}$$

7. **Que pasa con el método cuando hay más de dos raíces, explique su respuesta,encontrar la multiplicidad (sugerencia utilice Wólfram para factorizar)**

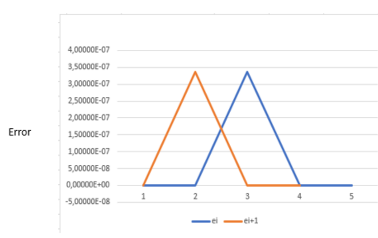
   Al momento de aplicar la formulación alternativa de la cuadrática se selecciona el signo de tal forma que el denominador sea lo más grande posible lo cual garantiza que se escoge el intercepto x_3 más cercano a x_2.

8. **¿Qué pasa con el método cuando la función es periódica, par o impar, estas características influyen?**

   Al igual que en el caso de funciones con múltiples raíces el método al aplicar cuadrática para encontrar las raíces de las parábolas se selecciona el signo de forma que el denominador de la formula sea lo mas grande posible lo cual garantiza que se escoge el intercepto x_3 más cercano a x_2.

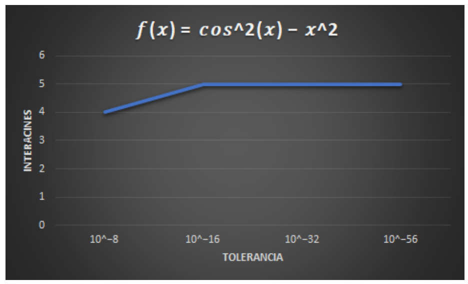
9. **Realice una gráfica que muestre la relación entre ei+1 y ei, qué representa esa gráfica, encuentre una relación de la forma: ei+1 = f(ei). Utilizando la definición 2.6 verifique el orden de convergencia de forma numérica, también verifique la definición 2.5 acerca de la convergencia lineal (realice un número considerable de iteraciones)**

   - Comparativa error en el paso i y en el paso i+1 del método de muller aplicado a la función $f(x) = \cos^2 x - x^2$

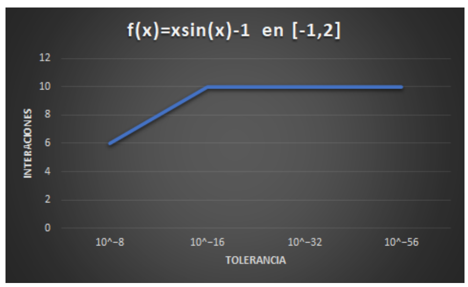


10. **Realice una gráfica que muestre cómo se comporta el método en cada caso con respecto a la tolerancia y al número de iteraciones**

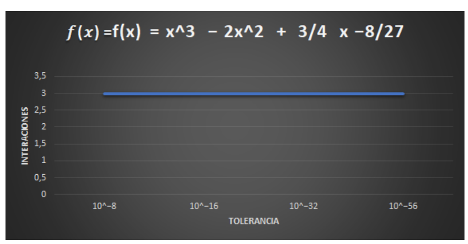
- $f(x) = \cos^2 x - x^2$



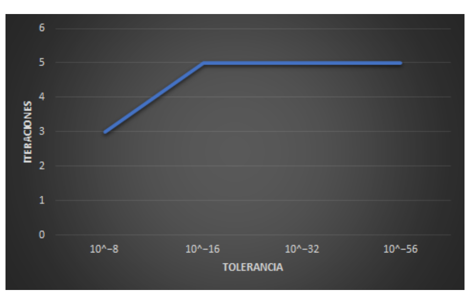
- $f(x) = x\sin(x) - 1[-1, 2]$



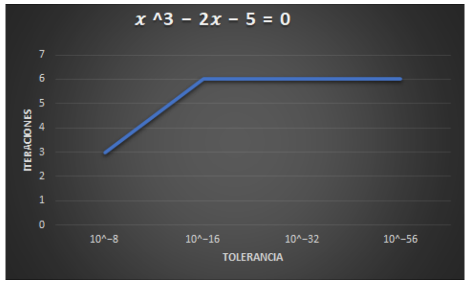
- $f(x) = x^3 - 2x^2 + \frac{4}{3}x - \frac{8}{27}$



- $f(c) = \frac{gm}{c}(1 - e^{-(\frac{c}{g}*t)}) - 40$

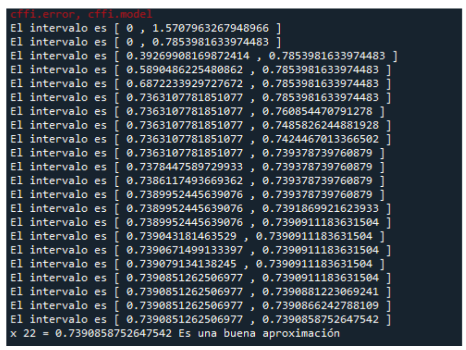


- $f(x) = x^3 - 2x - 5$



11. **Como se comporta el método con respecto al de bisección**

    Al emplear el método de bisección evidenciamos un número mayor de iteraciones que en el método de Muller, por ende pudimos determinar que el error se propaga más al usar Bisección que Muller ya que al haber más iteraciones la suma del error es mayor.



12. **Como se comporta el método con respecto a la solución con Taylor**

    Hemos concluído a partir de la definición del método de Taylor y la implementación en Python, que el método de Muller es mejor que usar el método de Taylor. Para hacer una aproximación haciendo uso del método de Taylor con la misma tolerancia que con el método de Muller, deben realizarse un número mucho más alto de iteraciones ya que deben calcularse más términos de la serie de Taylor y cada vez que se busca calcular un término más, se deben calcular derivadas mucho más altas por lo que los calculos se hacen cada vez más inexactos y la perdida de cifras en cada iteración se hace mayor.

3 bibliografia

1. http://exa.unne.edu.ar/matematica/metodos/tema_2010_Raices2.pdf

2. https://cristiancastrop.files.wordpress.com/2010/09/catedra-metodos-numericos-2013-unsch-05.pdf

3. http://aprendeenlinea.udea.edu.co/lms/moodle/mod/page/view.php?id=24508#:~:text=El

4. https://arturoguillen90.wordpress.com/interpolacion/muller/