

1 Aufgabe 1

1.1 a

Falsch. Der Erste Satz sagt, dass die Postconditions = Preconditions, wenn eine Zuweisung gemacht wird, die in Preconditions bereits enthalten ist. Das zweite macht die umgedrehte Folgerung. Die Belegung ist nicht in jeder Precondition enthalten. Die stimmt aber nicht. Man muss von P auf Q (über ein S) folgern können, nicht andersherum.

1.2 b

Falsch. $P \wedge S \wedge Q$ gilt, falls es beweisbar ist, beziehungsweise $\vdash P \wedge S \wedge Q$. Aber dieser Beweis setzt nicht voraus, dass $P = Q$, oder S dem "skip"-Befehl entspricht.

1.3 c

Nicht die konkreteste Aussage, aber wenn $x = 1$ gilt und dem $x := x+1$ zugewiesen wird, also $x := 1+1 = 2$ gilt $x > 1$ und somit auch $x \geq 1$. Nicht die konkreteste Aussage, aber P, S und Q stimmen überein.

1.4 d

Falls die mit tt die Aussagen in P gemeint waren, kann nach einer Zustandsänderung nur auf P basierende wahre Aussagen $\in Q$ sein. Somit wäre es kein gültiges Hoare-Tupel.

Falls damit jedoch eine Aussagenvariable, mit wahrer Belegung, gemeint wahr, kann diese in S auch einfach negiert werden (zum Beispiel).

2 Aufgabe 2

Verschärfung Eine Verschärfung tritt auf, wenn die die Beweislage, also die Preconditions, von P' auf P erweitert werden. $(P' \rightarrow P)$. D.h die Postconditions können gleich bleiben, also $Q \rightarrow Q$. Da die Ursprüngliche Menge der Beweislage noch das Gleiche beweist bzw. noch zu dem demselben führt, gilt der Satz. $\{P'\}S\{Q\} \rightarrow \{P\}S\{Q\}$ wenn $P' \rightarrow P$. Dabei ist trivial: $|\{P\}| \geq |\{P'\}|$

Abschwächung Eine Abschwächung tritt auf, wenn die das Gefolgerte, also die Postconditions, von Q auf Q' erweitert werden. $(Q \rightarrow Q')$. D.h die Preconditions können gleich bleiben, also $P \rightarrow P$. $\{P\}S\{Q\} \rightarrow \{P\}S\{Q'\}$. Da die Beweislage gleich bleibt kann man, $\{P\}S\{Q\}$ als $\{P\}S\{Q'\}$ darstellen, wenn $Q \rightarrow Q'$. Dabei ist trivial: $|\{Q\}| \geq |\{Q'\}|$

Verstärkung \wedge Abschwächung Wenn man beides Anwendet, ist das so als würde man die eine kleinere logische Implikation auf eine größere Erweitern (Beweist mehr mit weniger Material.) Die Aussage ist also schon gegeben (durch Semantische Äquivalenz auf kleinerer Ebene.). $\text{cons}_{\text{cons}}$:

3 Aufgabe 3

3.1 initials

$\{a \geq 0\}k := 0\{a \geq 0, k \geq 0, k = 0\} \rightarrow$
 $\{a \geq 0, k \geq 0, k = 0\}n := 0\{a \geq 0, k \geq 0, k = 0, n \geq 0, n = 0\}$
 $\{a \geq 0, k \geq 0, k = 0, n \geq 0, n = 0\}m := 0\{a \geq 0, k \geq 0, k = 0, n \geq 0, n = 0, m \geq$
 $1, m = 1, m = 2 * 0 + 1 = 2 * n + 1\}$

3.2 while-Loop

precondition $n \geq 0, m \geq 1, m = 2 * (n) + 1, k \rightarrow A[n * n], (n - 1) * (n - 1) < a$

B[$k < a$] = tt \rightarrow
 $n \rightarrow A[n] + 1 \quad k \rightarrow A[k] + A[m] = n * n + 2n + 1$
 $m \rightarrow 2 + A[2n - 1] + 1 = A[2(n) + 1]$
 $\rightarrow \{(n - 1) * (n - 1) < a, n > n - 1, k = 2 * (n - 1) + 1 + (n - 1) * (n - 1) =$
 $n * n, m = 2(n) + 1\}$

if B[$k < a$] = ff \rightarrow
 $\{n \geq 0, m \geq 1, m = 2 * (n) + 1, k \rightarrow A[n * n], (n - 1) * (n - 1) < a, A[n] * [n] = A[k] \geq a$
 $\} \rightarrow$
 $(n - 1) * (n - 1) < a \leq n * n$
 $\rightarrow (n - 1) < \sqrt{a} \leq n$