November 27, 2019

1 Aufgabe 8

1.1 a

$p(6) = 1/6$

$P(X) = \binom{10}{2} * \frac{1}{6}^2 * \frac{5}{6}^8$

1.2 b

Mann kann die Wahrscheinlichkeit so ausdruecken. Aus Einfachheit halber, habe ich einfach $pn \in \mathbb{N} und (1-p)n = n - np$ angenommen. Generell gilt: fuer X=x mit der Wahrscheinlichkeit p und der Anzahl der Stichproben k und x ¡ k, natürlich. Auch Hypergeometrische Verteilung mit n=n , r= np , s = (1-p)n und k = k

$P(X = x) = \binom{pn}{x} * \binom{(1-p)n}{k-x} * \frac{1}{\binom{n}{k}}$

$$P(X = x) = \frac{(pn)! * ((1-p)n)! * k! * (n-k)!}{x! * (pn-x)! * (k-x)! * ((1-p)n)! * n}$$

also $P(X = 4) = 0.0785$

1.3 c

Wie bei b) r = 4, s = 6. Da die Population sehr gross ist, hätte man es auch sicherlich mit der Binomialverteilung appromixieren koennen. Ergebniss berechnet mit dem Taschenrechner auf: https://keisan.casio.com/exec/system/1180573201

$P(X = 4) = 0.088014$

1.4 d

Poisson-Verteilung

$\lambda = 4$

$P(X \geq 8) = \sum_{k=8}^{\infty} * \frac{\lambda^x}{x!} * e^{-\lambda}$

$\overline{P \geq} = P(X \leq 7) = \sum_0^7 \frac{\lambda^x}{x!} * e^{-\lambda}$ $\overline{P}(X \geq 8) = 9,4886638420715 * 10^{-1}$

Nach dem Rechner auf : https://matheguru.com/stochastik/poisson-verteilung.html

$P(X \geq 8) = 0.05113361579285$

1.5 e

$P(X=1)=\sum_{k=0}^{\infty}(\frac{1}{2})^{2k+1}=\frac{1}{2}*\sum_{k=0}^{\infty}(\frac{1}{4})^{k}=\frac{2}{3}$ Geometrische Reihe

2 9

2.1 a

$\pi/2\pi xy$

Bemerkung: Kann sehr wohl eine Verteilung sein, da sie überall positiv ist.

Berechnung :

$$\int 2sin_x dx = 2*-cos_x dx$$

$$cos(\pi)=-1$$

$$cos(0)=1$$

$$\int_0^{\pi}\frac{sin(x)}{2}dx=[\frac{-cos(x)}{2}]_{x=0}^{x=\pi}=\frac{1+1}{2}=1$$

Das ist eine Wahrscheinlichkeitsverteilung!

2.2 b

$\pi 2\pi 3\pi xy$

Bemerkung: Ist definitive keine Verteilung , da das Interval $[\pi,2\pi]$ im negativ ist und nach Definition

$$\forall x,yP(X\subset[i,j])\geq=0$$

und

$$P(X)=\int_i^j f(x)dx$$

, was definitiv kleiner als 0 ist, für das Intervall $[\pi,2\pi]$

2.3 c

xy

xyKann sein, dass es eine Wahrscheinlichkeitsverteilung ist, allerdings, muss man das noch mit dem Grenzwert berechnen.

$$\int x * \mathrm{e}^{-x} dx = -(x+1)\,\mathrm{e}^{-x} + C = F(x)$$

$$\lim_{x \to \infty} -(x+1)\,\mathrm{e}^{-x} = 0$$

$$F(0) = -1$$

$$\int_0^{\infty} x * \mathrm{e}^{-x} dx = [F(x)]_{x=0}^{x=\infty} = \lim_{x \to \infty} F(x) - F(0)$$

$$= 0 + 1 = 1$$

2.4 d

xy

Dass Gleiche was für Aufgabe c gilt.
Berechnung: $f(x) = x^2 * e^{-x}$

$$\int f(x) dx = -\left(x^2 + 2x + 2\right)\mathrm{e}^{-x} = F(x)$$

$$\lim_{x \to \infty} F(x) = 0$$

$$F(0) = 2$$

$$\int_0^{\infty} x^2 * \mathrm{e}^{-x} dx = [F(x)]_{x=0}^{x=\infty} = \lim_{x \to \infty} F(x) - F(0) = 2 - -0 = 2 \neq 1$$

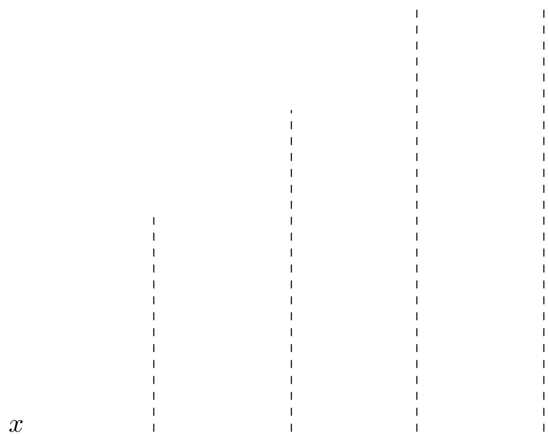
Das ist keine Wahrscheinlichkeitsverteilung.

3 11

3.1 i)

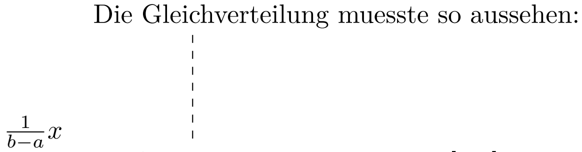
Nach Definition

$$F_X(t) = P(X \leq t) = \frac{|\{k : x_k \leq t\}|}{n} \wedge n = 4$$



3.2 ii)

Die Gleichverteilung muesste so aussehen:



Also für das Intervall auf [x,y], ist die Gleichverteilung offentsichtlich für $\forall a, b : a \geq x, b \leq y \wedge a < b$, so gilt:

$$P(X = [a, b]) = \frac{b-a}{y-x}$$

Also wäre für den Fall, die Wahrscheinlichkeit

$$P = \begin{cases} \frac{1}{b+a} & x \in [a, b] \\ 0 & sonst \end{cases}$$

$$\int f(x) = F(x)$$

$$F(x) = \begin{cases} \frac{x-a}{b-a} & x \in [a, b] \\ 0 & x < a \\ 1 & x > b \end{cases}$$

Beweis der 4 Vorraussetzungen nach 2.15

i) F ist monoton wachsend: Offentsichtlich

ii) F is rechtsseitig stetig: Offentsichtlich, da stetig, $\frac{x-a}{b-a}$für $x \in [a, b]$ nur zwischen [0,1] und betragen kann und stetig wächst.

iii) Per Definition.

iiii) Per Definition.