Übungsaufgaben — Mathematik für Informatik III

SERIE 3 — Termin: 19.11./26.11.19

3.1 Stellen Sie den größten gemeinsamen Teiler d der Zahlen $a = 2005$ und $b = 271$ in der Form $d = \alpha a + \beta b$ mit ganzen Zahlen α und β dar!

3.2 Welche von den beiden Zahlen $2 \cdot 12^{2010} - 3$ und $2 \cdot 12^{2010} - 2$ ist durch 13 teilbar? Begründen Sie Ihre Antwort ohne Verwendung eines Rechners!

3.3 Auf der Menge $\mathbb{Z} \times (\mathbb{N} \setminus \{0\})$ seien die Äquivalenzrelation R und die innere Verknüpfung $\circ$ wie folgt definiert:

$$(a, b)R(c, d) :\Leftrightarrow ad = bc$$
$$(a, b) \circ (c, d) := (ad + bc, bd)$$

Man zeige: R ist mit $\circ$ verträglich.

3.4 Bestimmen Sie die Verknüpfungstafel für die Addition und Multiplikation in der Faktormenge von $K[x]$ mit $K = \mathbb{Z}/_3 = \{0, 1, 2\}$ bez. der Polynomkongruenz modulo $p = x^2 + x + 2$. (**Hinweis:** $K[x]/_p = \{0, 1, 2, x, x + 1, x + 2, 2x, 2x + 1, 2x + 2\}$.)

3.5 Sei B_n die Anzahl der Äquivalenzrelationen auf einer Menge mit n Elementen (= Anzahl der Zerlegungen dieser Menge). Man zeige mit Hilfe der entsprechenden Formel für die Stirling-Zahlen

$$B_n = \sum_{k=1}^{n} (-1)^k \sum_{j=0}^{k} (-1)^j \frac{j^n}{j!(k-j)!}.$$