

## Übungen zur Stochastik für Informatik

### Blatt 1 (Modellierung einfacher zufallsabhängiger Vorgänge)

*Bei der Bearbeitungen der Übungen können / sollen Sie sich an den Beispielen aus der Vorlesung (auf den Folien oder an der Tafel) orientieren.*

*Vorübungen sind eher einfache Übungen, die Sie vor den eigentlichen Übungen bearbeiten sollen und deren Lösungen mittwochs im Tutorium besprochen oder (vor der Abgabe) auf stud.ip veröffentlicht werden.*

*Übungen sind die eigentlichen Übungen, die abgegeben und bewertet werden. Lösungsskizzen zu diesen Übungen werden (nach der Abgabe) auf stud.ip veröffentlicht.*

---

*Zufallsabhängige Vorgänge werden häufig auch als Zufallsexperimente bezeichnet. Sofern nichts anderes angegeben ist, sind Würfel „symmetrisch“ mit sechs Seiten, auf denen die Augenzahlen von 1 bis 6 stehen.*

#### **Vorübung 1 (Würfelwurf I : keine Abgabe)**

Ein Würfel wird geworfen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit erscheint eine gerade Zahl? Geben Sie jeweils eine formale Beschreibung des Zufallsexperimentes sowie des Ereignisses an und bestimmen Sie anschließend die gesuchte Wahrscheinlichkeit, wenn ...

- (i) ein symmetrischer Würfel verwendet wird,
- (ii) ein gezinkter Würfel verwendet wird, bei dem die Sechs viermal so oft auftritt wie jede der anderen Augenzahlen (für sich genommen).

#### **Vorübung 2 (Würfelwurf II : keine Abgabe)**

Ein Würfel wird zweimal geworfen, und es werden die gewürfelten Augenzahlen notiert. Mit welcher Wahrscheinlichkeit sind die Augenzahlen im ersten und zweiten Wurf gleich? Geben Sie jeweils eine formale Beschreibung des Zufallsexperimentes sowie des Ereignisses an und bestimmen Sie anschließend die gesuchte Wahrscheinlichkeit, wenn ...

- (i) wenn der Würfel aus Vorübung 1 (i) verwendet wird.
- (ii) wenn der Würfel aus Vorübung 1 (ii) verwendet wird.

#### **Vorübung 3 (Modellierung : keine Abgabe)**

Geben Sie zu den folgenden Zufallsexperimenten jeweils eine geeignete Menge  $\Omega$  zur Beschreibung der möglichen Versuchsausgänge an:

- (a) Ein zufällig ausgewählter Student aus der Stochastik-Übung muss an der Tafel vorrechnen.
- (b) Ein zufällig ausgewählter Student aus der Stochastik-Übung kann entscheiden, ob er / sie an der Tafel vorrechnet.
- (c) Es werden zufällig vier Studenten aus der Stochastik-Übung bestimmt, die in der nächsten Sitzung vier Übungsaufgaben an der Tafel vorstellen müssen.
- (d) Bei einem Telefon wird die Anzahl der eingehenden Anrufe in der nächsten Stunde ermittelt.
- (e) Bei einem Telefon wird der Zeitpunkt des nächsten eingehenden Anrufs ermittelt.
- (f) Bei einem Telefon werden die Anzahl und die Zeitpunkte der eingehenden Anrufe in der nächsten Stunde ermittelt.

Geben Sie ggf. an, welche Annahmen Sie treffen. (Die geeignete Menge  $\Omega$  kann davon abhängen.) Welche Mengen sind *abzählbar* (vgl. Kapitel A im Skript) ?

Die folgenden Übungen können ab der 1. Vorlesung bearbeitet werden.

### Übung 1 (Würfelwurf : 6 Punkte)

Es werden drei Würfel (gleichzeitig) geworfen und die entstehende Augensumme notiert. Offensichtlich gibt es 6 Möglichkeiten, auf 11 zu kommen (6-4-1, 6-3-2, 5-5-1, 5-4-2, 5-3-3, 4-4-3), und 6 Möglichkeiten, auf 12 zu kommen (6-5-1, 6-4-2, 6-3-3, 5-5-2, 5-4-3, 4-4-4). Man könnte daher vermuten, dass beide Ereignisse die gleiche Wahrscheinlichkeit besitzen. Wiederholt man das Experiment hinreichend oft, so lässt sich allerdings beobachten, dass die Augenzahl häufiger 11 als 12 beträgt. – Erklären Sie diesen (scheinbaren) Widerspruch!

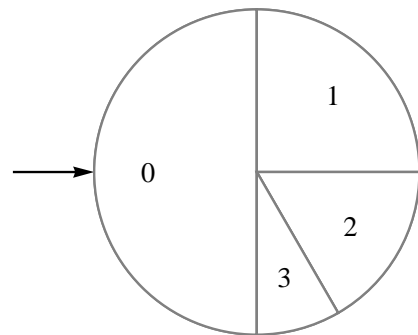
*Hinweis:* Vergessen Sie nicht, auch eine formale Beschreibung der Situation und der relevanten Ereignisse anzugeben!

*Bemerkung:* Dieses Problem hat im 17. Jahrhundert den Glücksspieler Chevalier de Méré beschäftigt, der darüber mit dem Mathematiker Blaise Pascal korrespondierte.

### Übung 2 (Glücksrad : 5 Punkte)

Ihnen wird die Teilnahme an folgendem Glücksspiel angeboten: Das rechts abgebildete „Glücksrad“ mit den Feldern 0, 1, 2, 3 wird gedreht, und Sie erhalten als Auszahlung (in €) die Zahl des Feldes, in dem der Zeiger stehen bleibt. (Das Feld mit der Nr. 2 ist doppelt so groß wie das Feld mit der Nr. 3.)

Geben Sie eine formale Beschreibung der Situation an. Erläutern Sie kurz, welche Annahmen Sie treffen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit erscheint als Ergebnis eine ungerade Zahl?



Die folgenden Übungen können ab der 2. Vorlesung bearbeitet werden. Beachten Sie:

- Um einen Vorgang durch einen diskreten W.raum  $(\Omega, \mathfrak{P}(\Omega), \mathbb{P})$  zu beschreiben, reicht es aus, die Ergebnismenge  $\Omega$  und die W.dichte  $f$  anzugeben.
- Die folgenden Aufgaben sollen ohne Verwendung von Baumdiagrammen gelöst werden.
- Achten Sie darauf, dass Ihre Rechnungen zu Ihren W.räumen passen!

### Übung 3 (Kugeln I : $2 + 8 = 10$ Punkte)

In einer Urne befinden sich sieben gleichartige Kugeln, die von 1 bis 7 durchnummeriert sind. Es wird dreimal – ohne Zurücklegen – eine Kugel gezogen.

- Beschreiben Sie den Vorgang durch einen geeigneten W.raum  $(\Omega, \mathfrak{P}(\Omega), \mathbb{P})$ .
- Beschreiben Sie folgende Ereignisse (ggf. mit Hilfe geeigneter Hilfereignisse) formal, und berechnen Sie anschließend ihre Wahrscheinlichkeiten:  
 $A$  : „die erste gezogene Zahl ist gerade“  
 $B$  : „die dritte gezogene Zahl ist gerade“  
 $C$  : „die erste oder die dritte gezogene Zahl ist gerade“  
 $D$  : „es wird mindestens einmal eine ungerade Zahl gezogen“  
 $E$  : „die kleinste gezogene Zahl ist gerade“

*Zusatz (ohne Abgabe):* Bearbeiten Sie Übung 3 für den Fall, dass mit Zurücklegen gezogen wird.

### Übung 4 (Rechenregeln für Wahrscheinlichkeiten : $2 + 2 = 4$ Punkte)

Es seien  $(\Omega, \mathfrak{P}(\Omega), \mathbb{P})$  ein diskreter W.raum und  $A, B \in \mathfrak{P}(\Omega)$  mit  $\mathbb{P}(A) = 0.7$ ,  $\mathbb{P}(B) = 0.4$ . Beweisen Sie (z. B. mit Hilfe der Rechenregeln für Wahrscheinlichkeiten):

$$(a) \mathbb{P}(A \cap B) > 0 \quad (b) \mathbb{P}(A \setminus B) > 0$$

**Abgabe:** 30.10.2019 um 13:00, Institut für Mathematik (Ulmenstraße 69, Haus 3, rechte Seite), Postfach 323 (im Flur im Hochparterre)