Übungsaufgaben — Mathematik für Informatik III

SERIE 1 — Termin: 22.10./29.10.19

1.1 Es sei

$$E_k^n = \{\boldsymbol{x} = (x_1, \ldots, x_n) : x_1, \ldots, x_n \in \{0, 1, \ldots, k-1\}\}$$

und $\boldsymbol{c} \in E_k^n$. Wie viele Elemente von E_k^n gibt es, die sich von $\boldsymbol{c}$ an genau d Stellen ($d \in \{0, 1, \ldots, n\}$) unterscheiden? Begründen Sie Ihre Antwort!

1.2 An einem Tennisturnier nehmen 10 Spieler teil. Wie viele verschiedene Paarungen sind für die erste Runde möglich?
(**Hinweis:** Eine Paarung „a gegen b“ wird hier als Zweiermenge $\{a, b\}$ angesehen, denn die Spiele „a gegen b“ und „b gegen a“ unterscheiden sich nicht.)

1.3

(a) Wie viele Möglichkeiten gibt es, 100 nicht unterscheidbare Pflaumen auf 35 Studierende aufzuteilen?

(b) Wie viele Möglichkeiten gibt es, wenn zusätzlich gefordert wird, dass jeder Studierende wenigstens eine Pflaume erhält?

Begründen Sie Ihre Antwort mit Hilfe von Abbildungen!

1.4

(a) Aus einer Urne mit 365 Kugeln ziehen wir mit Zurücklegen n Kugeln. Ziehungen, die sich in der Reihenfolge der gezogenen Kugeln unterscheiden, werden als verschieden angesehen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass wenigstens eine Kugel zweimal gezogen wird?

(b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass in einer Gruppe von 50 Studenten wenigstens zwei am gleichen Tag Geburtstag haben (Schalttage sollen nicht berücksichtigt werden)?

(**Hinweis:** Verwenden Sie die klassische Definition der Wahrscheinlichkeit als Quotient aus der Anzahl der günstigen und der Anzahl der möglichen Fälle.)

1.5 Beweisen Sie die Vandermonde Identität: Für alle natürlichen Zahlen r, s und n gilt

$$\sum_{k=0}^{n} \binom{r}{k} \binom{s}{n-k} = \binom{r+s}{n}.$$

(**Hinweis:** Zählen Sie entweder die n-elementigen Teilmengen einer disjunkten Vereinigung einer r- und einer s-elementigen Menge auf zwei verschiedene Weisen oder nutzen Sie den Binomischen Satz.)