

# 1 Aufgabe 1

## 1.1 a

Falsch. Der Erste Satz sagt, dass die Postconditions = Preconditions, wenn eine Zuweisung gemacht wird, die in Preconditions bereits enthalten ist. Das zweite macht die A

## 1.2 b

Falsch.  $P \rightarrow S \rightarrow Q$  gilt, falls es beweisbar ist, beziehungsweise  $\vdash P \rightarrow S \rightarrow Q$ . Aber dieser Beweis setzt nicht voraus, dass  $P = Q$ , oder S dem "skip"-Befehl entspricht.

## 1.3 c

Nicht die konkreteste Aussage, aber wenn  $x = 1$  gilt und dem  $x := x+1$  zugewiesen wird, also  $x := 1+1 = 2$  gilt  $x > 1$  und somit auch  $x \geq 1$ . Nicht die konkreteste Aussage, aber P, S und Q stimmen überein.

## 1.4 d

Falls die mit  $tt$  die Aussagen in P gemeint waren, kann nach einer Zustandsänderung nur auf P basierende wahre Aussagen  $\in Q$  sein.

Falls damit jedoch eine Aussagenvariable, mit wahrer Belegung, gemeint wahr, kann diese in S auch einfach negiert werden (zum Beispiel).

# 2 Aufgabe 2

**Verschärfung** Eine Verschärfung tritt auf, wenn die die Beweislage, also die Preconditions, von  $P'$  auf P erweitert werden. ( $P' \rightarrow P$ ). D.h die Postconditions können gleich bleiben, also  $Q \rightarrow Q$ . Da die Ursprüngliche Menge der Beweislage noch das Gleiche beweist bzw. noch zu dem demselben führt, gilt der Satz.  $\{P'\}S\{Q\} \rightarrow \{P\}S\{Q\}$  wenn  $P' \rightarrow P$ . Dabei ist trivial:  $|\{P\}| \geq |\{P'\}|$

**Abschwächung** Eine Abschwächung tritt auf, wenn die das Gefolgerte, also die Postconditions, von Q auf  $Q'$  erweitert werden. ( $Q \rightarrow Q'$ ). D.h die Preconditions können gleich bleiben, also  $P \rightarrow P$ .  $\{P\}S\{Q\} \rightarrow \{P\}S\{Q'\}$ . Da die Beweislage gleich bleibt kann man,  $\{P\}S\{Q\}$  als  $\{P\}S\{Q'\}$  darstellen, wenn  $Q \rightarrow Q'$ . Dabei ist trivial:  $|\{Q\}| \geq |\{Q'\}|$

**Verstärkung  $\wedge$  Abschwächung** Wenn man beides Anwendet, ist das so als würde man die eine kleinere logische Implikation auf eine größere Erweitern (Beweist mehr mit weniger Material.) Die Aussage ist also schon gegeben.  
 $\text{cons}_{\text{cons}}:$

### 3 Aufgabe 3

#### 3.1 initials

$\{a \geq 0\}k := 0\{a \geq 0, k \geq 0, k = 0\} \rightarrow$   
 $\{a \geq 0, k \geq 0, k = 0\}n := 0\{a \geq 0, k \geq 0, k = 0, n \geq 0, n = 0\}$   
 $\{a \geq 0, k \geq 0, k = 0, n \geq 0, n = 0\}m := 0\{a \geq 0, k \geq 0, k = 0, n \geq 0, n = 0, m \geq 1, m = 1, m = 2 * 0 + 1 = 2 * n + 1\}$

#### 3.2 while-Loop

**precondition**  $n \geq 0, m \geq 1, m = 2 * (n) + 1, k \rightarrow A[n * n], (n - 1) * (n - 1) < a$

**B[  $k < a$  ] = tt**  $\rightarrow$   
 $n \rightarrow A[n] + 1 \quad k \rightarrow A[k] + A[m] = n * n + 2n + 1$   
 $m \rightarrow 2 + A[2n + 1] \quad n = A[2(n + 1) + 1]$   
 $\rightarrow \{(n - 1) * (n - 1) < a, n > n - 1, k = 2 * (n - 1) + 1 + (n - 1) * (n - 1) = n * n, m = 2(n) + 1\}$

**if B[  $k \geq a$  ] = ff**  $\rightarrow$   
 $\{n \geq 0, m \geq 1, m = 2 * (n) + 1, k \rightarrow A[n * n], (n - 1) * (n - 1) < a, A[n] * [n] = A[k] \geq a\}$   
 $\rightarrow$   
 $(n - 1) * (n - 1) < a \leq n * n$   
 $\rightarrow (n - 1) < \sqrt{a} \leq n$