Laboration 4:

Tidsplan, frekvensplan och impedanser

Decibel

- Ett relativt mått på effekt, med enheten [dB]:
- Man kan också mäta absoluta värden genom att relatera till en referens:
  - Impedans på ingång och utgång antas vara konstant

$$dB = 10\log_{10}\left(\frac{P}{P_{ref}}\right)$$

- $P_{ref} = 1\,W$ ger enheten [dBW]
- $P_{ref} = 1\,mW$ ger enheten [dBm]

Decibel

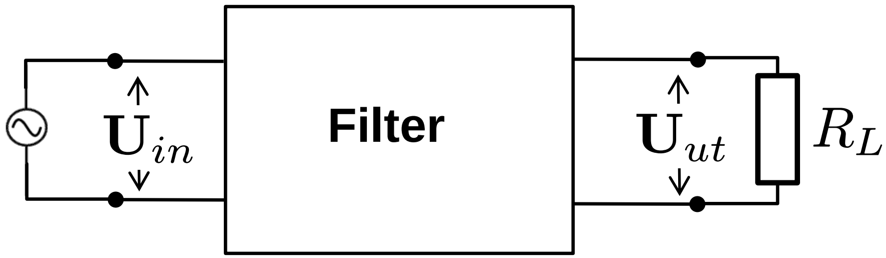
- Man kan även använda decibel som ett mått på spänning:

$$dB = 10\log_{10}\left(\frac{P}{P_{ref}}\right) = 10\log_{10}\left(\frac{U^2/Z_0}{U_{ref}^2/Z_0}\right) = 20\log_{10}\left(\frac{U}{U_{ref}}\right)$$

- $U_{ref} = 1\,V$ ger enheten [dBV]
- $U_{ref} = 1\,mV$ ger enheten [dBm]

Bode-diagram

- Uppmätning av filter:



$$Gain = \frac{|\mathbf{U}_{ut}|}{|\mathbf{U}_{in}|}$$

$$Phase = \angle\mathbf{U}_{in} - \angle\mathbf{U}_{ut}$$

- Mätvärdena ”plottas” i ett diagram med logaritmisk amplitud och logaritmisk frekvens

Bode-diagram

$$\boxed{Gain = \frac{|\mathbf{U}_{ut}|}{|\mathbf{U}_{in}|}}$$

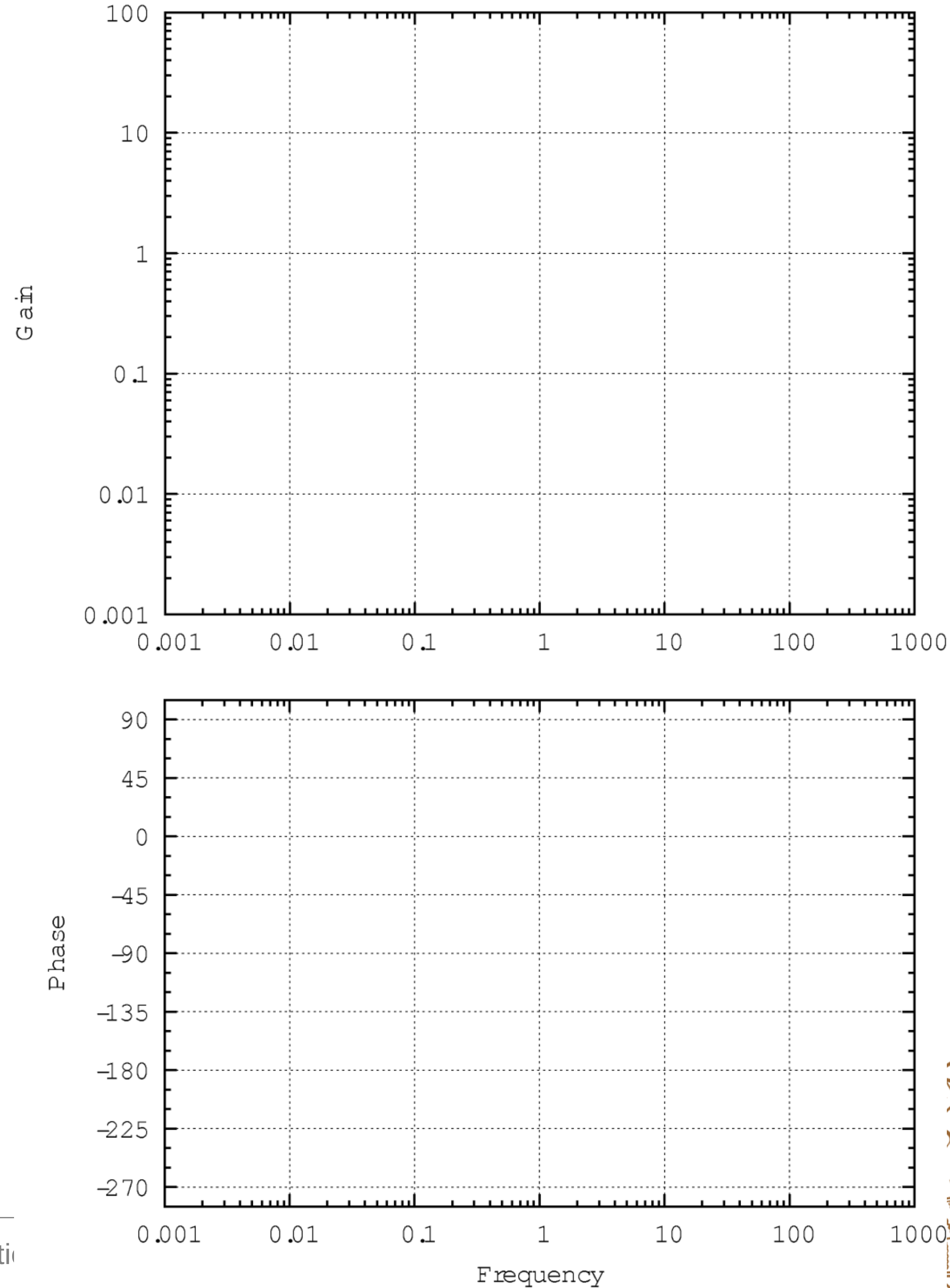
$$(\mathrm{OBS!Gain, inte\,i\,dB})$$

$$\boxed{Phase = \angle\mathbf{U}_{ut} - \angle\mathbf{U}_{in}}$$

$$(Fasvinkel\,i\,grader)$$

$$\boxed{Frequency = \frac{f}{f_B}}$$

$$(Normaliserad\,frekvens)$$



OP-förstärkare

Icke-idealiska OP-förstärkare, aktiva filter

OP-förstärkare

Modell

- Idealisk OP-förstärkare:
  - Oändlig ingångs-resistans
    $$R_{in} = \infty$$
  - Noll utgångs-resistans
    $$R_{ut} = 0$$
  - Oändlig förstärkning
    $$A_{OL} = \infty$$
  - Oändlig bandbredd
    $$B_{fOL} = \infty$$

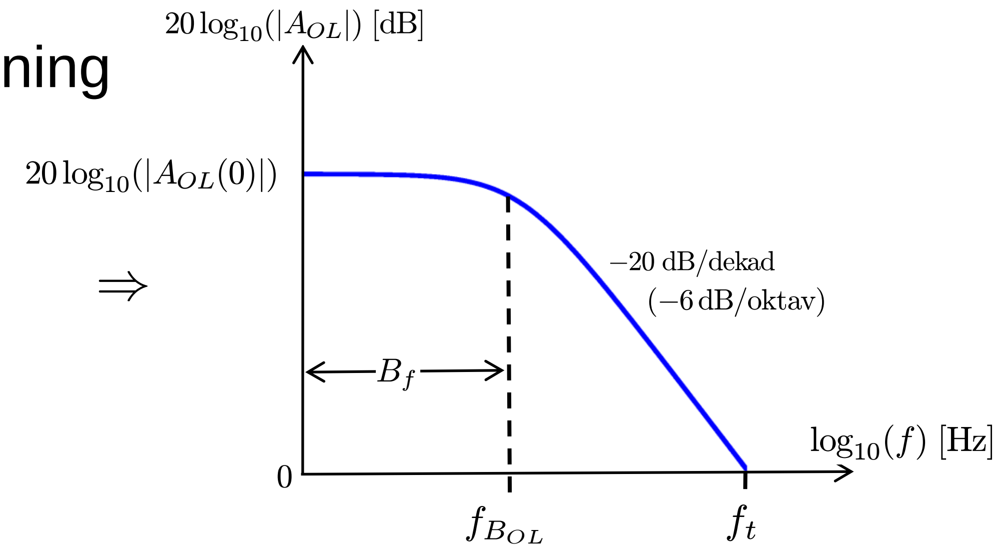
Verklighet

- Icke-idealisk OP-förstärkare:
  - Ändlig ingångs-resistans
    $$\text{BJT}: \quad R_{in} \approx 1\,\text{M}$$
    $$\text{FET}: \quad R_{in} \approx 1\,\text{T}$$
  - Icke-noll utgångs-resistans
    $$\text{Effekt OP}: \quad R_{ut} \approx 1 - 100$$
    $$\text{Småsignal OP}: R_{ut} \approx 1 - 5\,\text{k}$$
  - Ändlig förstärkning
    - Frekvensberoende
    $$A_{OL} \approx 1 \cdot 10^4 - 1 \cdot 10^6$$
  - Ändlig bandbredd
    - Förstärkningsberoende
    $$B_{fOL} \approx 1 - 100\,\text{Hz}$$

OP-förstärkare

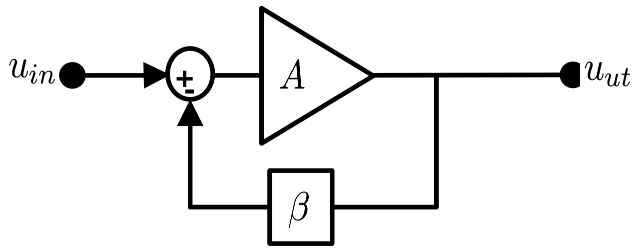
- Frekvensberoende förstärkning

$$A_{OL}(f) = \frac{A_{OL}(0)}{1 + j\left(\frac{f}{f_{B_{OL}}}\right)} \quad \Rightarrow$$



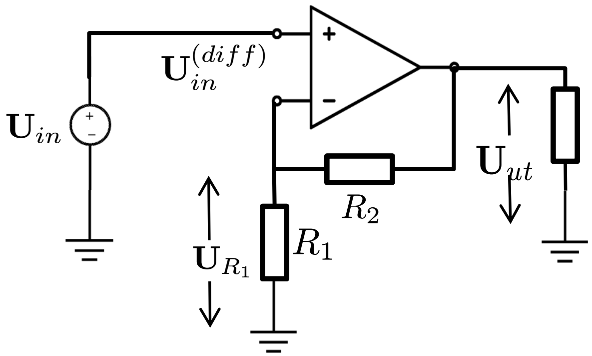
- Den uppför sig som ett låg-pass filter med brytfrekvensen $f_{B_{OL}}$
- f_t är ”unity-gain” bandbredden

OP-förstärkare



- Motkopplad förstärkning:
  - Om vi har en icke-inverterande OP-koppling

$$\mathbf{U}_{in} = \mathbf{U}_{in}^{(diff)} + \mathbf{U}_{R_1}$$



$$\mathbf{U}_{ut} = A_{OL}\mathbf{U}_{in}^{(diff)}$$

$$\mathbf{U}_{R_1} = \frac{R_1}{R_1+R_2} \cdot \mathbf{U}_{ut} \qquad \Rightarrow \qquad \mathbf{U}_{R_1} = \beta \cdot \mathbf{U}_{ut}, \quad \beta = \frac{R_1}{R_1+R_2}$$

  - Så blir den motkopplade (”closed loop”) förstärkningen:

$$A_{CL} = \frac{\mathbf{U}_{ut}}{\mathbf{U}_{in}} = \frac{\mathbf{U}_{ut}}{\frac{\mathbf{U}_{ut}}{A_{OL}} + \beta\mathbf{U}_{ut}} = \frac{A_{OL}}{1+\beta A_{OL}}$$

OP-förstärkare

- Motkopplad bandbredd
  - Sätt in det tidigare uttrycket för frekvensberoende förstärkning

$$A_{OL}(f) = \frac{A_{OL}(0)}{1+j\left(\frac{f}{f_{B_{OL}}}\right)}$$

i ekvationen för motkopplad förstärkning.

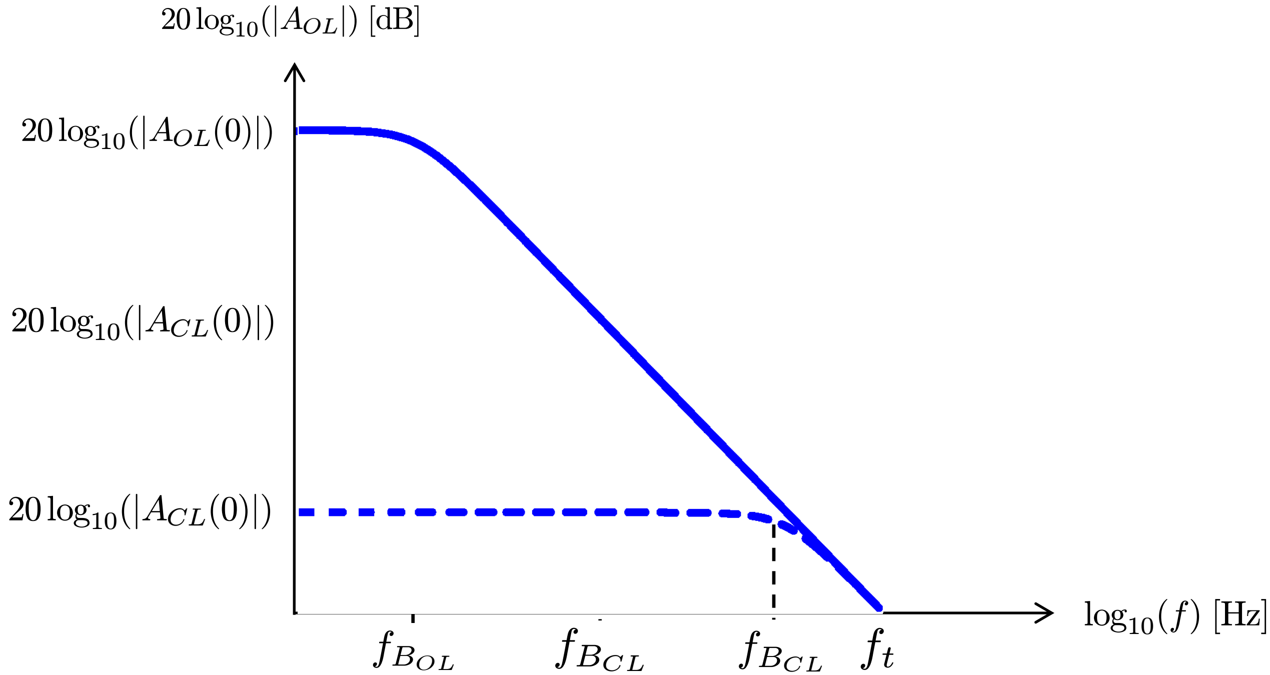
$$A_{CL} = \frac{A_{OL}}{1+\beta A_{OL}} = \frac{A_{OL}(0)/[1+j\left(\frac{f}{f_{B_{OL}}}\right)]}{1+\beta A_{OL}(0)/[1+j\left(\frac{f}{f_{B_{OL}}}\right)]} = \frac{A_{OL}(0)}{1+\beta A_{OL}(0)+j\left(\frac{f}{f_{B_{OL}}}\right)}$$

$$= \frac{\frac{A_{OL}(0)}{1+\beta A_{OL}(0)}}{\frac{1}{1+\beta A_{OL}(0)}+\frac{\beta A_{OL}(0)}{1+\beta A_{OL}(0)}+\frac{j\left(\frac{f}{f_{B_{OL}}}\right)}{1+\beta A_{OL}(0)}} = \frac{A_{CL}(0)}{1+j\left(\frac{f}{f_{B_{OL}}(1+\beta A_{OL}(0))}\right)}$$

$$\boxed{f_{B_{CL}} = f_{B_{OL}}(1+\beta A_{OL}(0))}$$

OP-förstärkare

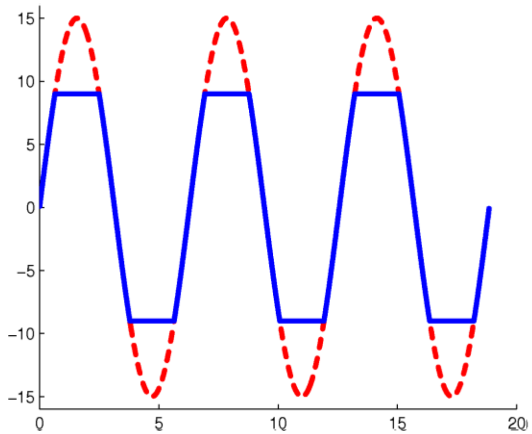
- FB-produkt (gain-bandwidth product):



$$\boxed{f_t = A_{OL}(0) f_{B_{OL}} = A_{CL}(0) f_{B_{CL}}}$$

OP-förstärkare

- Icke-linjära begränsningar:
  - Utspänningsområde begränsas av:
    - Belastning på OP utgång
    - Matningsspänning
  - Om $u_{ut} = A_{CL} u_{in} > u_{\mathrm{matning}}$ så kommer utspänningen att klippas:



OP-förstärkare

– Utström-område:
  - Om man kopplar in en belastning R_L som drar mer ström än vad OP:n kan leverera:

$$\frac{u_{ut}}{R_L} > i_{ut}$$

  så kommer utströmmen att klippas.
  - Om utströmmen klipps, så kommer även utspänningen att klippas:

$$u_{ut} = R_L i_{ut}$$

OP-förstärkare

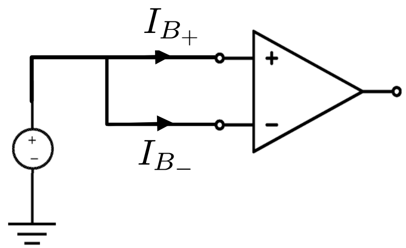
- ”Slew-rate” begränsning
  - Hur snabbt utspänningen kan ändras:

$$\left|\frac{du_{ut}}{dt}\right| \cdot \quad \mathrm{SR} \qquad [\mathrm{V}/\mu s]$$

  - Om signalen ändrar sig snabbare än SR, så hinner inte förstärkaren att ändra sig lika snabbt

DC-begränsningar

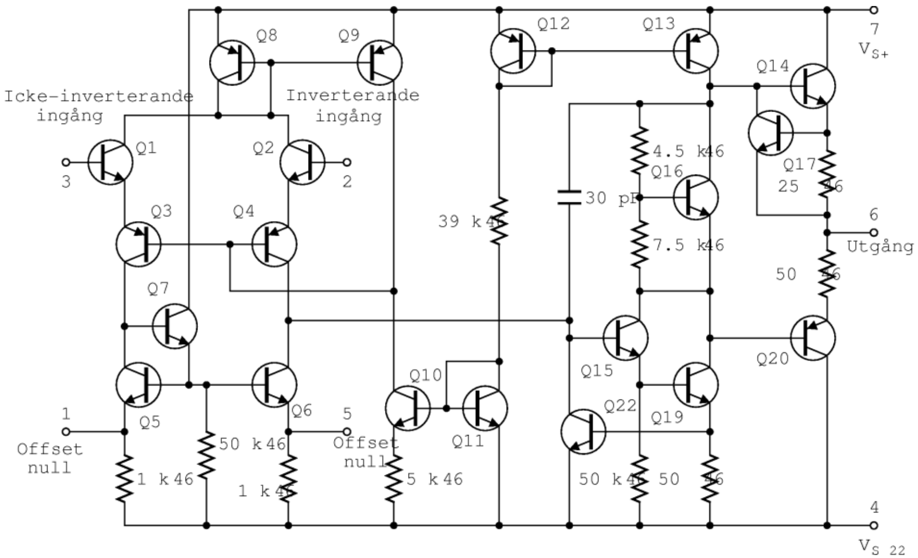
- ”Offset”-ström:
  - Om man kopplar in exakt samma lik-spänning på båda ingångarna, så ska det flyta exakt lika mycket lik-ström i båda ingångarna på OP:n, men i verkligheten så är in-strömmarna olika.



  - Medelvärdet av DC-inströmmarna kallas för kretsens (”bias”) tomgångsström $I_B = \frac{I_{B_+} - I_{B_-}}{2}$, avvikelsen $I_{off} = I_{B_+} - I_{B_-}$ är kretsens ”offset”-ström.
  - Tomgångsströmmen existerar även om inströmmen från källan är noll.

DC-begränsningar

- ”Offset”-ström:



- Transistorerna Q1 och Q2 måste vara identiska i alla avseenden.
- Man säger då att transistorerna är ”matchade”.

DC-begränsningar

- ”Offset”-spänning:
  - På samma sätt får man även en skillnad i spänningen mellan ingångarna på OP:n, även om inspänningen från signalkällan är noll.
  - Eftersom OP:n förstärker upp spännings-differensen mellan ingångarna så kommer utspänningen inte att vara noll då inspänningen är noll.
  - Detta kallas då för OP:n ”offset”-spänning.

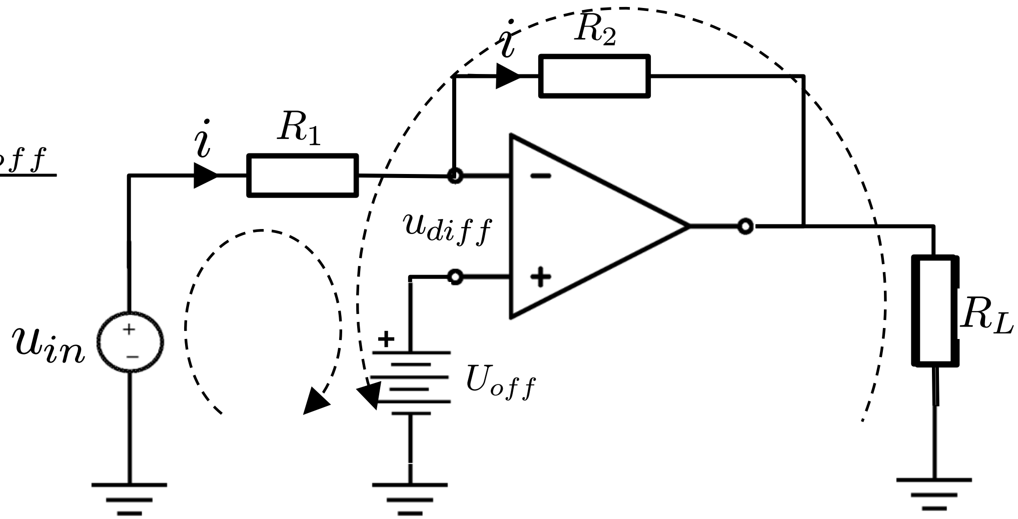
$$U_{ut} = A_{CL} U_{off} \neq 0$$

  - Eftersom A_{CL} är stort så måste ”offset”-spänningen vara liten U_{off} (<< 10 mV)

DC-begränsningar

- ”Offset”

$$i = \frac{u_{in} - U_{off}}{R_1}$$



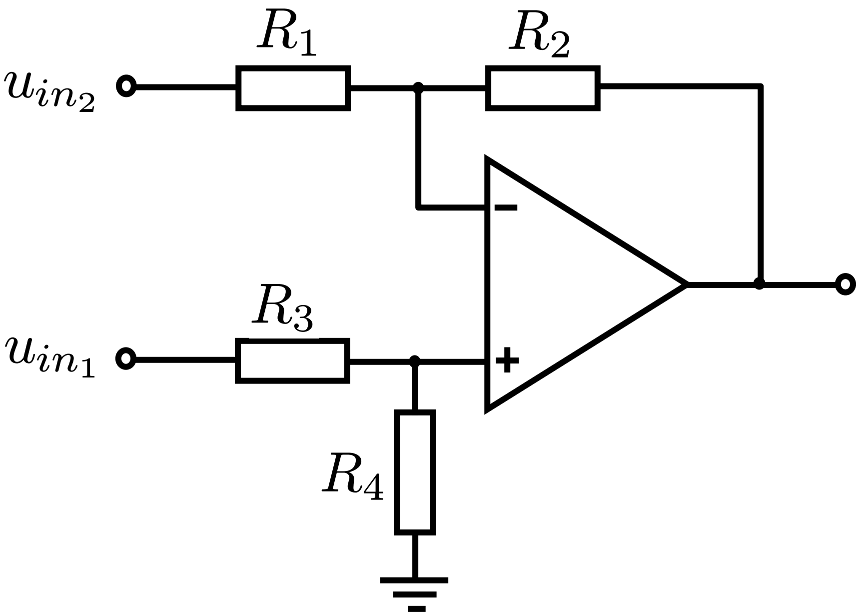
$$\begin{aligned} KVL: &\quad -u_{in} + R_1 i + u_{diff} + U_{off} = 0 \\ KVL: &\quad -u_{ut} - R_2 i + u_{diff} + U_{off} = 0 \end{aligned}$$

$$u_{ut} = U_{off} - \frac{R_2}{R_1}(u_{in} - U_{off}) = -\frac{R_2}{R_1}u_{in} + \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)U_{off}$$

$$\boxed{u_{in} = 0 \quad \Rightarrow \quad u_{ut} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)U_{off}}$$

Differens-förstärkare

- Differensförstärkare:



- Om $R_3 = R_1$ och $R_4 = R_2$ så minimerar man ström-”offset”:en

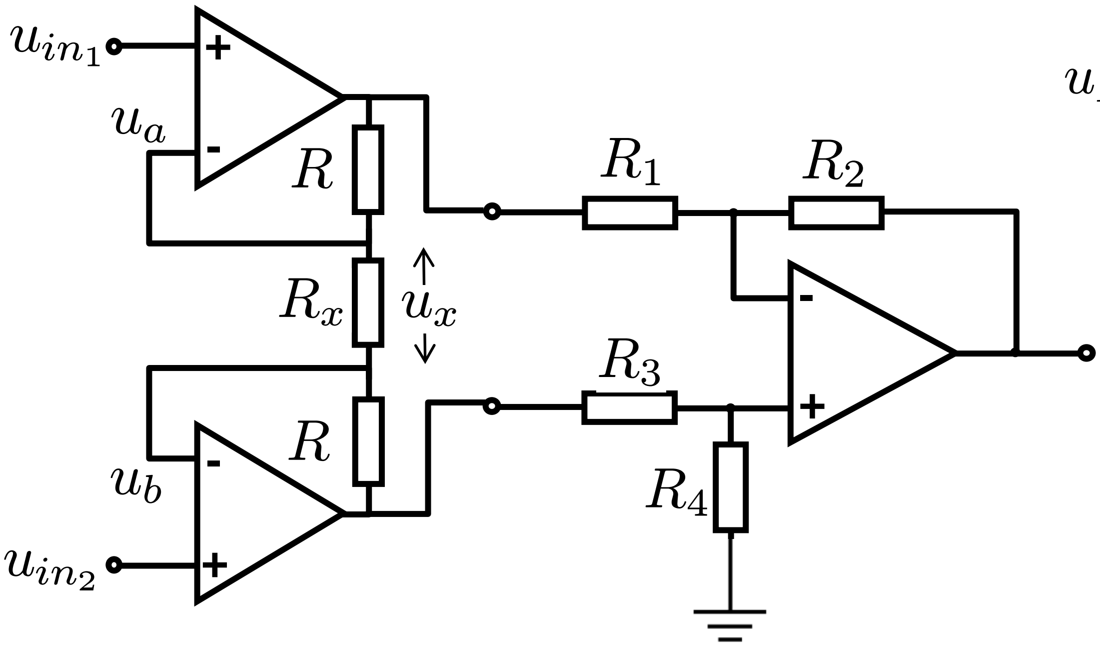
$$u_{ut} = \frac{R_1}{R_2}\left(u_{in_1} - u_{in_2}\right)$$

Differens-förstärkare

- Instrumentförstärkare:

$$i_x = \frac{u_x}{R_x} = \frac{(u_a - u_b)}{R_x}$$

$$u_R = Ri_x = \frac{R}{R_x}(u_{in_1} - u_{in_2})$$



$$u_{ut} = \frac{R}{R_x}(u_{in1} - u_{in_2})$$

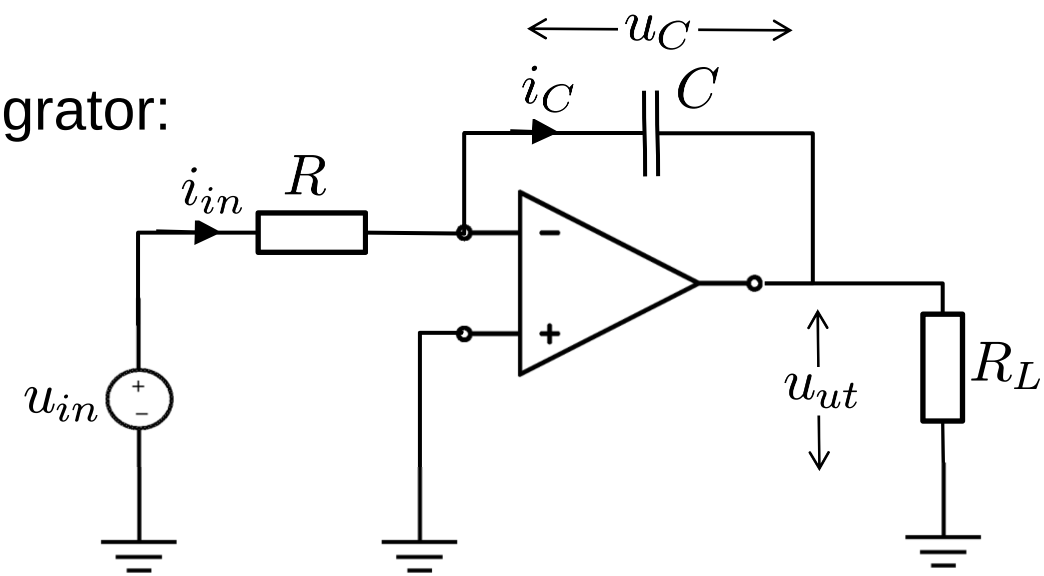
$$R_1 = R_2 = R_3 = R_4 \quad \Rightarrow \quad A_{CL} = 1$$

Differens-förstärkare

- Instrument-förstärkare:
  - Mycket hög inresistans
  - Förstärkningen bestäms endast av R_x
  - Common-Mode förstärkningen försvinner i ingångskretsen $u_{ut} = \frac{R}{R_x}\left(u_{in1} - u_{in_2}\right)$

Integrator

- Aktiv integrator:

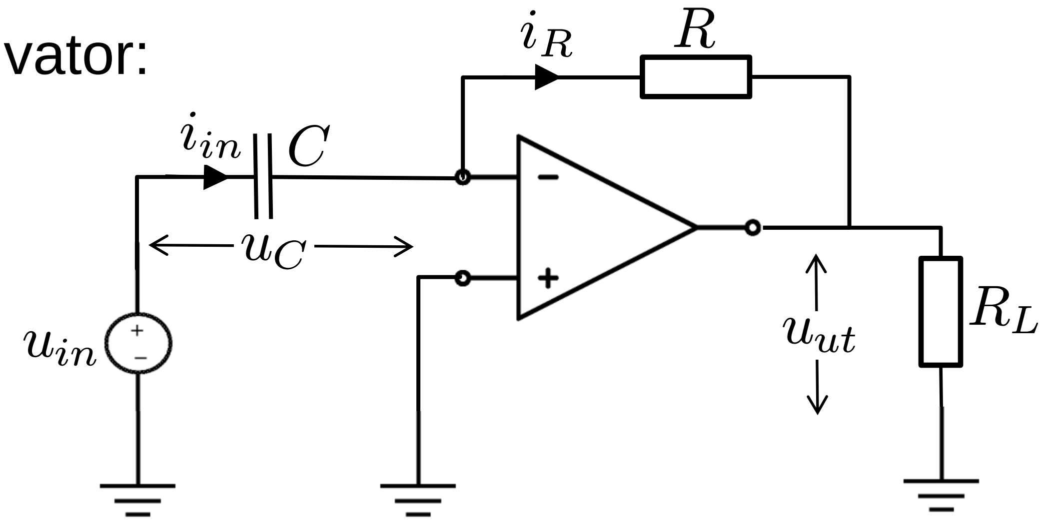


$$i_{in} = \frac{u_{in}}{R} \qquad u_C = \frac{1}{C}\int_0^t i_C(t)dt \qquad KVL: \quad u_{ut} + u_C = 0$$

$$u_{ut} = -\frac{1}{RC}\int_0^t u_{in}dt$$

Derivator

- Aktiv derivator:



$$i_{in} = C\frac{du_C}{dt} \qquad u_R = Ri_R \qquad KVL: \qquad u_{ut} + u_R = 0$$

$$i_R = i_{in} \qquad \Rightarrow \qquad u_{ut} = -RC\frac{du_{in}}{dt}$$

Aktiva filter

- Fördelar:
  - Få komponenter
  - Överföringsfunktion är okänslig för komponent-toleranser
  - Enkla att avstämma (justera in)
- Nackdelar:
  - Kräver strömförsörjning
  - Fungerar dåligt vid höga frekvenser (radiofrekvenser)