

## Übung 2

### 2.1 Äquivalenzen (3pt)

Bestimmen Sie mittels logischer Äquivalenzen, ob die folgenden Ausdrücke Tautologien oder Kontradiktionen sind. Sie finden dafür noch mehr logische Äquivalenzen als in der Vorlesung in den Tabellen von Kap. 1.3 [R12].

- a)  $\neg a \wedge (a \vee b) \rightarrow b$
- b)  $p \wedge q \wedge (p \leftrightarrow \neg q)$
- c)  $(a \vee b) \wedge (\neg a \vee c) \rightarrow (b \vee c)$

### 2.2 Normalformen (1pt, Bonus\*: +1pt)

Finden Sie je die konjunktive Normalform (CNF) und die disjunktive Normalform (DNF) von

- a)  $a \oplus b$
- b)  $(a \rightarrow b) \rightarrow c$
- c) \*Bonus: Was ist speziell an der CNF und DNF von  $p \rightarrow (q \rightarrow r)$  ?

### 2.3 Bärengraben (2pt)

Formalisieren Sie die Aussage “Alle Personen, die in Bern wohnen oder in Bern als Tourist zu Besuch waren, haben den Bärengraben besucht” mittels der folgenden Prädikate:

$P(x)$ :  $x$  ist eine Person;

$W(x)$ :  $x$  wohnt in Bern;

$T(x)$ :  $x$  war in Bern als Tourist;

$B(x)$ :  $x$  hat den Bärengraben besucht.

Die Lösung von Alina ist:  $\forall x : P(x) \wedge (W(x) \vee T(x)) \rightarrow B(x)$ .

Die Lösung von Beat ist:  $\forall x : P(x) \wedge W(x) \wedge B(x) \vee P(x) \wedge T(x) \wedge B(x)$ .

Welche Lösung ist richtig und wo liegt der Fehler in der anderen?

$\Rightarrow$

## 2.4 Aussagen in der Prädikatenlogik (2pt)

Formalisieren Sie jede der folgenden Aussagen mittels Prädikaten, Quantoren und logischen Operatoren:

- a) Alle Personenwagen haben vier Räder und sind sauber.
- b) Einige Personenwagen haben vier Räder und sind nicht sauber.
- c) Mindestens ein Personenwagen ist ein sauberer Lamborghini, aber andere Personenwagen haben vier Räder und sind nicht sauber.
- d) Falls ein Personenwagen sauber ist, so ist es entweder ein Lamborghini oder er hat vier Räder.
- e) Jeder Lamborghini hat vier Räder.

## 2.5 Prädikate (2pt)

Sei  $A(x)$  die Aussage  $x + 4 > 3x$  und  $B(x)$  die Aussage  $4x < 5x$ . Betrachten Sie zwei Prädikate:

P1:  $\exists x : \neg A(x)$

P2:  $\forall x : B(x)$

- a) Falls das Universum die Menge aller ganzen Zahlen ist, was ist der Wahrheitswert jedes Prädikats?
- b) Geben Sie für jedes der beiden Prädikate ein Universum an, mit dem der Wahrheitswert des Prädikats negiert wird.