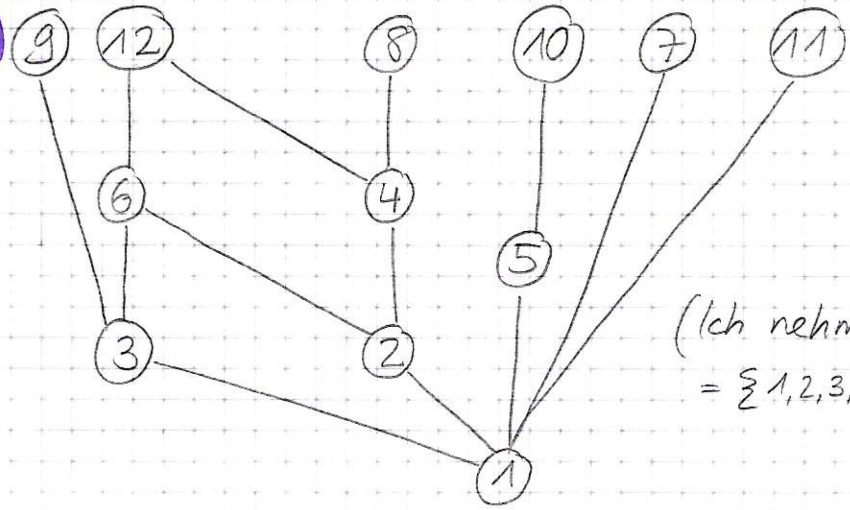
DMA - Serie 8

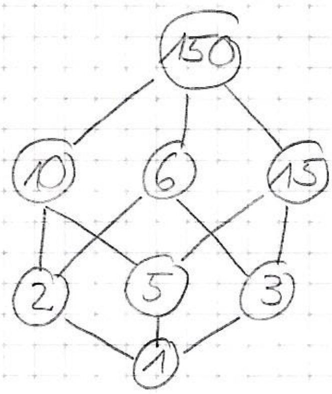
Pascale Welsch
13-204-821

1 **a)**



(Ich nehme an, dass $\{1, 2, \dots, 12\} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$)

b) $S = \{1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 150\}$ $R = T = \{(x,y) \in S \times S \mid x \text{ teilt } y\}$.



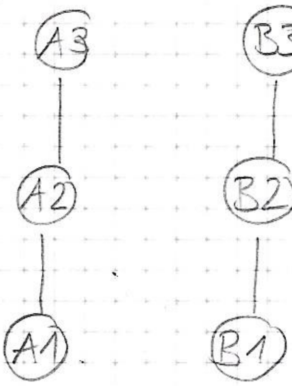
2

$\mathcal{E} = \{A1, A2, A3, B1, B2, B3\}$

Für <u>alle Teilaufgaben</u> gilt:

1. Falls e und f Operationen desselben Prozesses sind und e vor f ausgeführt wird, gilt $(e,f) \in H$. Für das Programm Concurrent.java gilt also:

$$\boxed{\left.\begin{array}{l}(A1, A2)\\(A2, A3)\\(A1, A3)\\(B1, B2)\\(B2, B3)\\(B1, B3)\end{array}\right\} \in H}$$



→ Hasse-Diagramm (Grundlage für die Teilaufgaben a) - c))

↳ Da die Instruktionen in einem Thread immer von oben nach unten ausgeführt werden.

a) 2. Falls e&f auf dasselbe Objekt zugreifen und e vor f ausgeführt wird, dann ist $(e,f) \in H$.
Die Operationen, die auf dasselbe Objekt zugreifen sind:

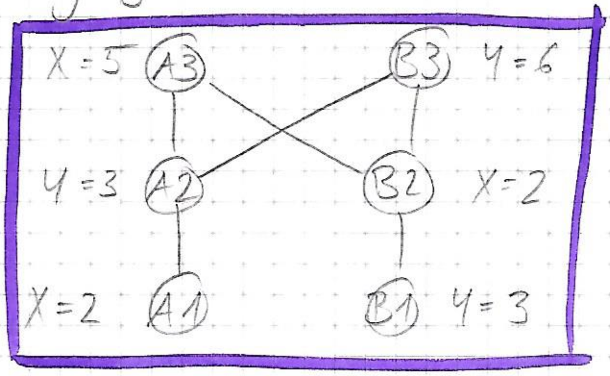
<u>X</u>: A1, A3, B2 <u>Y</u>: A2, B1, B3

Damit das Ergebnis $\underline{(X,Y) = (5,6)}$ zustande kommt muss gelten:

(A1, A3) → bereits in 1. definiert
(B2, A3) → X wird von Thread B gelesen bevor es von Thread A geschrieben wird.

(B1, B3) → bereits in 1. definiert
(A2, B3) → Y wird von Thread A gelesen bevor es von Thread B geschrieben wird.

Das Ausgangs-Hasse-Diagramm für H kann also wie folgt ergänzt werden:



Aus 3. folgt, dass (A1, B3) und (B1, A3) $\in$ H. Dies kann auch aus dem Hasse-Diagramm gelesen werden.

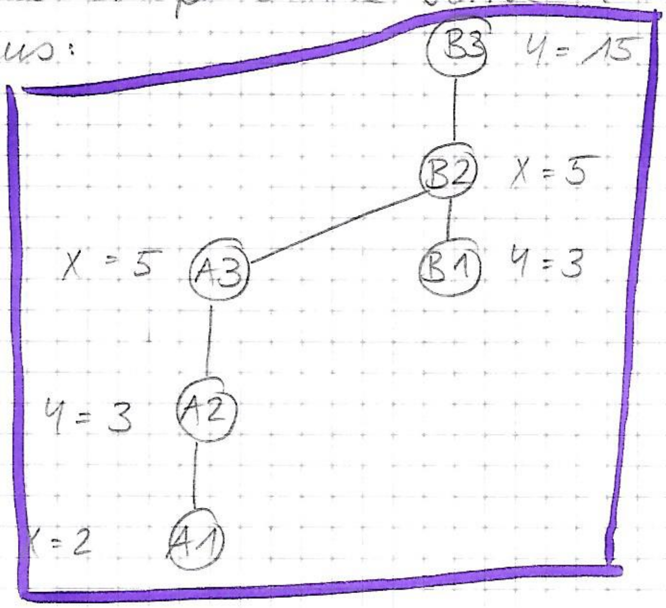
b) $\underline{(X,Y) = (5,15)}$

2. X: A1, A3, B2
A3 wird vor B2 ausgeführt, also (A3, B2) $\in$ H

Y: A2, B1, B3
A2 wird vor B3 ausgeführt, also (A2, B3) $\in$ H

3. Aus der Transitivität von H folgt, dass (A1, B2), (A2, B2), (A1, B3) und (A3, B3) $\in$ H.

Das entsprechende Hasse-Diagram dazu sieht wie folgt aus:



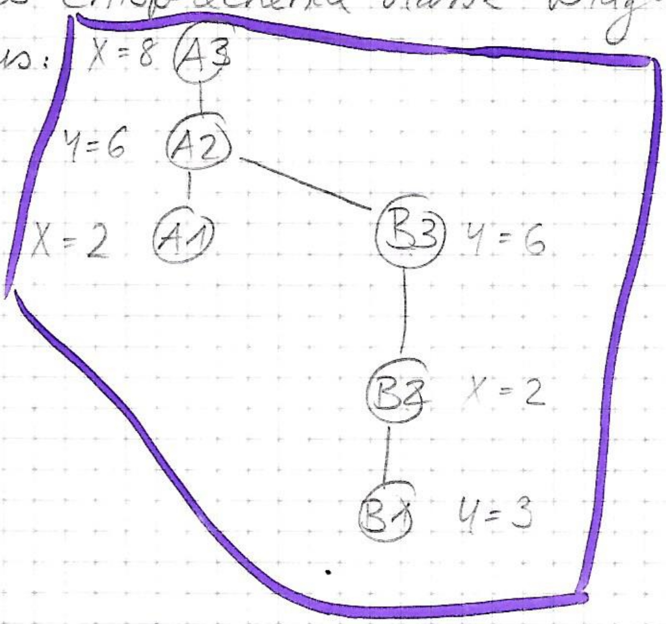
c) $(X, Y) = (8, 6)$

2. X: A1, A3, B2
'B2 wird vor A3 ausgeführt, also (B2, A3) ∈ H

Y: A2, B1, B3
B3 wird vor A2 ausgeführt also (B3, A2) ∈ H

3. Aus der Transitivität von H folgt, dass (B1, A3), (B1, A2), (B2, A2) und (B3, A3) ∈ H.

Das entsprechende Hasse-Diagramm dazu sieht wie folgt aus:



3 a) $8^0 \pmod{17} \equiv 1 = y_0$
$8^1 \pmod{17} \equiv 8 = y_1$
$8^2 \pmod{17} \equiv 13 = y_2$
$8^3 \pmod{17} \equiv 2 = y_3$
$8^4 \pmod{17} \equiv 16 = y_4$
$8^5 \pmod{17} \equiv 9 = y_5$
$8^6 \pmod{17} \equiv 4 = y_6$
$8^7 \pmod{17} \equiv 15 = y_7$
$8^8 \pmod{17} \equiv 1 = y_8 = y_0$
$8^9 \pmod{17} \equiv 8 = y_9 = y_1$
$\vdots$

Die Äquivalenzrelation $y_n \equiv 8^i \pmod{17}$ hat 8 Äquivalenzklassen.

b) Für $m=5$:
$\{2^e \pmod 5 \mid e \in \mathbb{N}\} = \{1, 2, 4, 3\} \Rightarrow$ Kardinalität $= 4$
Für $m=6$:
$\{2^e \pmod 6 \mid e \in \mathbb{N}\} = \{2, 4\} \Rightarrow$ Kardinalität $= 2$
(Annahme: $0 \notin \mathbb{N}$!)

Für $m=7$:
$\{2^e \pmod 7 \mid e \in \mathbb{N}\} = \{2, 4, 1\} \Rightarrow$ Kardinalität $= 3$
Für $m=8$:
$\{2^e \pmod 8 \mid e \in \mathbb{N}\} = \{2, 4, 0\} \Rightarrow$ Kardinalität $= 3$
Für $m=9$:
$\{2^e \pmod 9 \mid e \in \mathbb{N}\} = \{2, 4, 8, 7, 5, 1\} \Rightarrow$ Kardinalität $= 6$

4 Für n gerade:
$n = 2k$ mit $k \in \mathbb{Z}$

$n^2 = 4k^2 \equiv 0 \pmod 4$, da $4 \mid 4k^2 - 0$ für alle $k \in \mathbb{Z}$ (teilt)

Für n ungerade:
$n = 2k+1$ mit $k \in \mathbb{Z}$

$n^2 = (2k+1)\cdot(2k+1) = 4k^2 + 4k + 1 \equiv 1 \pmod 4$,

da $4 \mid \underbrace{(4k^2+4k+1)-1}_{4\cdot(k^2+k)}$ für alle $k \in \mathbb{Z}$ (teilt)

Da die Aussage für alle geraden und alle ungeraden Zahlen gilt, gilt sie $\forall n \in \mathbb{Z}$.