

Dynamik der Kraftfahrzeuge

5. Auflage

VDI

 Springer Vieweg

Dynamik der Kraftfahrzeuge

Manfred Mitschke · Henning Wallentowitz

Dynamik der Kraftfahrzeuge

5., überarbeitete und ergänzte Auflage



Springer

Professor em. Dr.-Ing. Manfred Mitschke
Institut für Fahrzeugtechnik (IfF)
Technische Universität Braunschweig
Braunschweig, Deutschland

Professor Dr.-Ing. Henning Wallentowitz
Lehrstuhl und Institut für Kraftfahrwesen (ika)
RWTH Aachen University
Aachen, Deutschland

ISBN 978-3-658-05067-2
DOI 10.1007/978-3-658-05068-9

ISBN 978-3-658-05068-9 (eBook)

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Springer Vieweg
© Springer Fachmedien Wiesbaden 1971, 1984, 1995, 2004, 2014
Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung, die nicht ausdrücklich vom Urheberrechtsgesetz zugelassen ist, bedarf der vorherigen Zustimmung des Verlags. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Bearbeitungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, dass solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürfen.

Gedruckt auf säurefreiem und chlorkreislaufem Papier.

Springer Vieweg ist eine Marke von Springer DE. Springer DE ist Teil der Fachverlagsgruppe Springer Science+Business Media www.springer-vieweg.de

Vorwort zur 5. Auflage

Mit dem Ziel, die Fahreigenschaften des Kraftfahrzeuges in der Theorie zusammenfassend zu beschreiben, erschien 1972 die 1. Auflage der „Dynamik der Kraftfahrzeuge“ in einem Band. Anschließend folgten in den Jahren 1982 bis 1997 die neu bearbeiteten 2. und teilweise 3. Auflagen, unterteilt in drei Bände:

„A Antrieb und Bremsung“, „B Schwingungen“ und „C Fahrverhalten“.

In der 4. Auflage wurden die drei Bände wieder in einem Band zusammengefasst. Für die hier vorgelegte 5. Auflage wurde die Buchstruktur erneut geändert, um den aktuellen Anforderungen an eine medienneutrale Produktion zu genügen. So ist das Buch neben der gedruckten und der E-Book-Ausgabe als PDF nun auch als EPUB für mobile Endgeräte lieferbar.

Weiterhin werden in dieser Neubearbeitung neben neuen Forschungsergebnissen vor allem die technischen Weiterentwicklungen auf den Gebieten der Fahrzeugdynamik besprochen. An den fahrzeugtechnischen Grundlagen hat sich nichts geändert; die neuen Systeme folgen alle der bisher gültigen Theorie. Diese Zusammenhänge deutlich zu machen, ist eines der Anliegen dieses Buches. Mit dem theoretischen Rüstzeug ausgestattet wird es auch zukünftig möglich sein, neue Systeme in der Fahrzeugtechnik zu entwickeln. Der sich automatisch zuschaltende Allradantrieb und die Fahrdynamikregelung sind Beispiele aus der Vergangenheit. Sie wurden durch Umsetzung der theoretischen Grundlagen in die Praxis realisiert. Wir, die Verfasser dieses Buches, haben damit während unserer Tätigkeit in der Industrie die Fahreigenschaften der Fahrzeuge wesentlich verbessert. Zusätzlich wurden die Sicherheit und der Komfort erhöht sowie der Fahrer entlastet. Ein Ende dieser Entwicklungen ist nicht zu sehen. Neuartige Lenkungen und die Automatisierung der Längsdynamik sind aktuelle Arbeitsfelder.

Wie früher wird die Anwendung der Theorie für Studenten und für die in der Praxis stehenden Ingenieure durch eine Fülle von Fahrzeugdaten, Tabellen, Diagrammen, Kenngrößen und Versuchsergebnissen ermöglicht.

Die Verfasser danken Herrn Felix Wallentowitz (M.A.) für seine Umsetzung der 4. Auflage aus der Papierform in elektronisch bearbeitbare Daten. Die Korrektur der dabei aufgetretenen Fehler, auch in den Gleichungen, war sehr arbeitsintensiv.

Wir bedanken uns beim Springer-Verlag und bei der le-tex publishing services GmbH in Leipzig für die konstruktive und verständnisvolle Zusammenarbeit. Die vollständige Überarbeitung des Buches erforderte einen hohen Aufwand in Satz und Korrektur, ohne den die Realisierung der unterschiedlichen Ausgaben in gedruckter und digitaler Form jedoch nicht möglich gewesen wäre.

Mögen die Anregungen aus diesem Buch auch weiterhin vielen Ingenieuren ihre Arbeit erleichtern und zu neuen Lösungen verhelfen.

Braunschweig, im August 2014

M. Mitschke
H. Wallentowitz

Inhaltsverzeichnis

1	Einführung	1
1.1	Übersicht über die dynamischen Probleme	1
1.2	Aufteilung in Einzelprobleme	3
1.3	Gliederung des Buches	4
Teil I	Reifen und Aerodynamik	
2	Reifen	9
2.1	Reifeneigenschaften in Umfangsrichtung	10
2.1.1	Radwiderstand	11
2.1.1.1	Rollwiderstand	11
2.1.1.2	Schwallwiderstand	16
2.1.1.3	Lagerreibung, Restbremsmoment	16
2.1.1.4	Weitere Radwiderstände	18
2.1.1.5	Gesamter Radwiderstand	19
2.1.2	Kraftschluss in Umfangsrichtung, Schlupf	19
2.1.2.1	Größe von Haftbeiwerten μ_h	23
2.1.2.2	Zum Verständnis der μ -S-Kurve	27
2.2	Reifeneigenschaften in vertikaler Richtung	28
2.2.1	Druckverteilung im Latsch	29
2.2.2	Reifenfederung und -dämpfung	30
2.2.2.1	Reifenfederkonstante, -subtangente	31
2.2.2.2	Reifendämpfung	32
2.3	Reifeneigenschaften in Seitenrichtung	32
2.3.1	Seitenkraft, Rückstellmoment, Schräglaufwinkel	32
2.3.1.1	Zum Verständnis der Schräglauftypen	38
2.3.1.2	Seitenkraftbeiwert (cornering stiffness)	40
2.3.2	Einfluss des Sturzes	42
2.3.3	Schwenkmoment im Stand	43
2.3.4	Einfluss der Umfangskraft auf die Reifenkennlinien	46

2.3.5	Reifenmodelle	49
2.3.6	Einlaufverhalten des Reifens	52
3	Aerodynamik des Kraftfahrzeuges	55
3.1	Luftkräfte und -momente	55
3.1.1	Anströmgeschwindigkeit und -winkel, Luftdichte	56
3.1.2	Querspanntfläche	59
3.2	Luftwiderstand, Luftwiderstandsbeiwerte c_x bzw. c_W	60
3.3	Auftrieb, Spoiler	64
3.4	Seitliche Luftbelastungen, Druckmittelpunkt	66
 Teil II Antrieb und Bremsung		
4	Einleitung	73
5	Fahrwiderstände, Leistungsbedarf	75
5.1	Grundgleichung für den Antrieb, Zugkraft	75
5.2	Radwiderstand des Fahrzeuges	78
5.3	Steigungswiderstand	79
5.4	Beschleunigungswiderstand	79
5.5	Gesamtwiderstand, Moment an den Antriebsrädern	83
5.6	Leistung an den Antriebsrädern	85
5.6.1	Radleistung bei Vernachlässigung des Schlupfes	85
5.6.2	Radleistung bei Berücksichtigung des Schlupfes	86
5.6.3	Gebräuchliche Umrechnungen	87
6	Leistungsangebot, Kennfelder von Kraftfahrzeugantrieben	89
6.1	Grundsätzliches zum Kennfeld, ideales Lieferkennfeld	90
6.2	Kennungen von Antriebsmaschinen (Fahrzeugmotoren)	93
6.2.1	Dampfmaschine	93
6.2.2	Elektrische Antriebe	94
6.2.2.1	Oberleitungsbus	96
6.2.2.2	Batteriebetriebene Elektroautos	96
6.2.2.3	Wiederaufladbare Traktions-Batterien	97
6.2.2.4	Brennstoffzelle	98
6.2.3	Verbrennungsmotor	99
6.2.3.1	Kraftstoffe	103
6.2.4	Hybrid-Antriebe	104
6.2.5	Gasturbine	106

6.3	Kennungswandler, Zusammenarbeit mit Verbrennungsmotoren	106
6.3.1	Forderungen an das Übersetzungsverhältnis	107
6.3.2	Drehzahlwandler, allgemein	110
6.3.3	Mechanische (Reibungs-) Kupplung	111
6.3.4	Hydrodynamischer Drehzahlwandler (Föttinger-Kupplung) .	111
6.3.5	Drehmomenten-Drehzahl-Wandler, allgemein	114
6.3.6	Zusammenarbeit Verbrennungsmotor und Stufengetriebe . .	115
6.3.7	Automatisierte Schaltgetriebe	117
6.3.8	Doppelkupplungsgetriebe (DCT)	119
6.3.9	Stufenloses Getriebe (CVT)	124
6.3.10	Automatikgetriebe (AT): Zusammenarbeit Verbrennungsmotor und Trilok-Wandler	124
6.4	Brauchbarkeit der Antriebsmaschinen für den Kraftfahrzeugbetrieb .	127
6.4.1	Vergleich der Volllastkennlinien	127
6.4.2	Massenvergleich, verschiedene Energiespeichersysteme, Reichweite	129
6.4.3	Bemerkungen zu Schadstoffmissionen, Brennstoffzelle . .	132
7	Fahrleistungen und Kraftstoffverbrauch	137
7.1	Fahrzustandsschaubilder	137
7.2	Höchstgeschwindigkeit in der Ebene, kleinste Übersetzung	140
7.3	Steigungsfähigkeit bei konstanter Fahrgeschwindigkeit	144
7.3.1	Steigungsfähigkeit im höchsten Gang, Motor- und Fahrzeugelastizität	144
7.3.2	Größte Steigungsfähigkeit, größte Übersetzung, Spreizung . .	148
7.4	Gefällefahrt	150
7.5	Beschleunigungsfähigkeit in der Ebene	151
7.5.1	Geschwindigkeiten, Wege, Zeiten	152
7.5.2	Einflüsse auf die Beschleunigungsfähigkeit	155
7.5.3	Übersetzung der Zwischengänge	159
7.5.4	Zugkraftunterbrechung	162
7.6	Kraftstoffverbrauch und CO ₂ -Ausstoß	163
7.6.1	Wesentliche Einflüsse auf den Kraftstoffverbrauch	164
7.6.2	Kraftstoffverbrauch bei veränderlichem Motorwirkungsgrad .	167
7.6.3	Verbrauchsgünstige Übersetzung des Kennungswandlers .	175
7.6.4	Übersetzung für den Spargang	176
7.6.5	Verbesserung des Motorkennfeldes	178
7.6.6	CO ₂ -Ausstoß	178

8	Fahrgrenzen	183
8.1	Bewegungsgleichungen eines zweiachsigen Fahrzeuges	183
8.2	Kraftschluss an Vorder- und Hinterachse	185
8.3	Kraftschluss bei Vorder- bzw. Hinterachsantrieb	188
8.3.1	Unbeschleunigte Fahrt in der Ebene	191
8.3.2	Steigungsfahrt (unbeschleunigt)	192
8.3.3	Beschleunigte Fahrt (in der Ebene)	194
8.4	Traktionshilfen für den Fahrer, Schlupfregelung, Differenzialsperre	196
8.5	Allradantrieb	198
8.5.1	Ideale Momentenaufteilung	198
8.5.2	Reale Momentenaufteilung	201
8.6	Steigungsfahrt von Kraftfahrzeugzügen und Dreiachsern	205
8.6.1	Kraftfahrzeugzüge	205
8.6.2	Dreiachsfahrzeuge	207
9	Bremsung	211
9.1	Umwandlung der Bewegungsenergie in Wärme	212
9.2	Bremsvorgang, Bremswege	215
9.2.1	Bremsvorgang, Reaktionsdauer	215
9.2.2	Anhalteweg, Bremsweg	217
9.2.3	Notbremsung, normale Abbremsung	219
9.2.4	Abstände bei Kolonnenfahrt	219
9.3	Abbremsung, maximale Verzögerungen, Gütegrad	222
9.3.1	Definition von Abbremsung, Bremskräfte	222
9.3.2	Bereich der erzielbaren Abbremsung	222
9.3.3	Haftwertausnutzung, Gütegrad, Bremswegverlängerung	224
9.4	Kraftschluss und Abbremsung an einem zweiachsigen Fahrzeug	226
9.5	Stabilität, Lenkfähigkeit, Dosierbarkeit am Bremspedal	230
9.6	Bremskraftverteilung	233
9.6.1	Ideale Bremskraftverteilung	233
9.6.2	Darstellung $B_H = f(B_V)$	234
9.7	Anforderungen an Bremsanlagen, gesetzliche Vorschriften	235
9.8	Blockierverhinderer	237
9.8.1	Elektronische Bremskraftverteilung (EBV)	243
9.9	Blockierendes Rad	244
9.9.1	Lösung im Bereich $0 \leq S \leq S_c$	247
9.9.2	Lösung im Bereich $S_c \leq S \leq 1$	248
9.9.3	Für den Blockievorgang wichtige Größen	249
9.10	Feste, abgeknickte und beladungsabhängige Bremskraftverteilung	250
9.10.1	Feste Bremskraftverteilung	250
9.10.2	Abgeknickte Bremskraftverteilung	252

9.10.3	Beladungsabhängige Bremskraftverteilung	252
9.10.4	Einfluss veränderlicher Fahrgeschwindigkeit	257
9.11	Fußkraft, Bremsassistent	259
9.11.1	Pedalkraft in Abhängigkeit von Verzögerung und Pedalweg	260
9.11.2	Bremsassistent	262
9.12	Ausfall von Bremsanlagen	263
9.12.1	Ausfall eines Kreises	264
9.12.2	Bremskraftverstärker-Ausfall	269
9.13	Abbremsung von Kraftfahrzeugzügen	269
9.13.1	Lkw und Mehrachsanhänger	269
9.13.2	Pkw und Einachsanhänger	271
9.13.3	Sattelkraftfahrzeug	273
9.14	Elektrische Bremse, Retarder	275
9.14.1	Bremsen im Triebstrang	275
9.14.2	Bremsen am Rad	277
9.15	Rückgewinnung der Bremsenergie	278
Zusammenfassung von Teil II		285

Teil III Schwingungen

10	Einleitung	291
10.1	Schwingungssatzsysteme	295
10.1.1	Vereinfachte Schwingungssatzsysteme	296
11	Einführung, Schwingungsanregung, regellose Schwingungen	301
11.1	Einmassensystem	301
11.1.1	Eigenschwingungen	302
11.1.2	Erregerschwingungen	305
11.2	Fahrzeugtechnische Anwendungen	308
11.2.1	Vergleich hydraulische Dämpfung, Gummi- und Luftdämpfung	309
11.2.2	Verschiedene Anregungen	311
11.2.2.1	Erregerschwingungen durch Unebenheiten	311
11.2.2.2	Erregerschwingungen durch Motoranregung	315
11.2.2.3	Erregerschwingungen durch Rad-Reifenanregungen	315
11.2.3	„Ungefederter“ Kraftfahrzeuge	319
11.2.4	Schwingungseigenschaften von Sitzen	322
11.3	Sinusförmige Anregung	324
11.3.1	Harmonische Anregungen	324
11.3.2	Periodische Anregungen	328

11.4	Stochastische Unebenheiten, statistische Kennzahlen, Spektrale Dichten	334
11.4.1	Stochastische Unebenheiten	334
11.4.2	Statistische Kennzahlen	335
11.4.3	Spektrale Dichten	338
11.5	Spektrale Dichte der Fahrbahnunebenheiten	340
11.5.1	Messergebnisse von $\Phi_h(\Omega)$	341
11.5.2	Anschauliche Deutungen für $\Phi_h(\Omega)$	343
11.5.3	Einzelhindernisse	345
12	Beurteilungsmaßstäbe und ihre Berechnung	349
12.1	Radlastschwankung, Fahrsicherheit, Straßenbeanspruchung	350
12.1.1	Fahrsicherheit	351
12.1.2	Straßenbeanspruchung	353
12.1.3	Radlaststoßfaktor	354
12.2	Federwege	355
12.2.1	Sitzfederweg	355
12.2.2	Radfederweg	356
12.3	Beurteilung der Schwingungseinwirkung auf Fahrzeuginsassen	357
12.3.1	Ganzkörperschwingungen	359
12.3.2	Beurteilung der Schwingungen bei mehreren Einleitungsstellen	360
12.3.2.1	Sinusförmige/Periodische Anregung	361
12.3.2.2	Stochastische Anregung	363
12.3.2.3	Mehrfaache Anregungen	365
12.3.3	Beurteilung beim Überfahren von Einzelhindernissen	365
13	Kraftfahrzeug, Unebenheits-Einpunktanregung	369
13.1	Bewegungsgleichungen, bezogene Größen	370
13.2	Stochastische Schwingungen, Vergrößerungsfunktionen, Beurteilungsmaßstäbe	371
13.2.1	Radlastschwankung, Fahrsicherheit	375
13.2.2	Aufbaubeschleunigung, Bewertete Schwingstärke für Hände und Füße	377
13.2.3	Sitzbeschleunigung, Bewertete Schwingstärke auf dem Sitz	377
13.2.4	Dynamische Federwege	378
13.3	Einfluss von Unebenheit und Fahrgeschwindigkeit	379
13.3.1	Betrachtung der maximalen Fahrgeschwindigkeit bezüglich Fahrsicherheit	380
13.4	Überfahren von Einzelhindernissen	381
13.5	Einfluss der Aufbaueigenfrequenz	384

13.6	Einfluss des Aufbaudämpfungsmaßes	387
13.6.1	Optimierung von Federung und Dämpfung, Konflikt-Schaubild	390
13.6.2	Zusammenfassung	393
13.7	Einfluss der Sitzeigenfrequenz und des Sitzdämpfungsmaßes	393
13.8	Einfluss der Radmasse	396
13.9	Einfluss der Reifenfederung	398
13.10	Beladungsabhängigkeiten	400
13.10.1	Einfluss der Beladung	400
13.10.2	Anpassung der Fahrzeugdaten an die Beladung	403
13.11	Hinweise zur schwingungstechnischen Auslegung	407
13.11.1	Hinweise für die Aufbaufederung	407
13.11.2	Hinweise für die Dämpfung, weitere Grenzen für Komfort und Fahrsicherheit	411
13.11.3	Hinweise für Radmasse, Reifen, Sitz und Beladung	413
13.12	Anmerkungen zu nichtlinearen Kennungen	413
13.12.1	Linearisierung nichtlinearer Feder- und Dämpferkennungen .	414
13.12.2	Nichtlineare Federkennungen	417
13.12.3	Nichtlineare Dämpferkennung	418
13.12.4	Geknickt-lineare Dämpferkennung	419
13.12.5	Reibungsdämpfung	421
13.12.6	Radabheben	426
13.13	Geregelte Fahrwerke	426
13.13.1	Anforderungen an ideal geregelte Fahrwerke bei Unebenheitsanregung	431
13.13.2	Konflikt Fahrsicherheit – Fahrkomfort, Gewinn mit aktiven Fahrwerken	433
13.13.3	Extremwerte, bester Komfort, keine Radlastschwankung .	435
13.13.4	Sky-Hook-Dämpfer	437
14	Zweiachsiges Kraftfahrzeug, Unebenheits-Einspuranregung	443
14.1	Bewegungsgleichungen, komplexe Größen	444
14.2	Vergrößerungsfunktionen und Spektrale Dichten für Systeme ohne Koppelmasse	447
14.2.1	Radlastschwankung, Radfederweg	448
14.2.2	Aufbauhub- und -nickbeschleunigungen	448
14.2.3	Hubbeschleunigung am Sitz	453
14.2.4	Bewertete Schwingstärken	453
14.2.5	Sitzfederweg	455

14.3	Einfluss von Fahrgeschwindigkeit und Fahrzeuggröße	456
14.3.1	Einfluss der Fahrgeschwindigkeit	456
14.3.2	Einfluss der Fahrzeuggröße (Radstand)	458
14.3.3	Einfluss von Fahrzeuggröße und Fahrgeschwindigkeit	459
14.4	Lage der Sitze	460
14.5	Abstimmung zwischen vorderem und hinterem System	462
14.5.1	Unterschiedliche Aufbaueigenfrequenzen	463
14.5.2	Verschiedene Aufbaudämpfungen	466
14.5.3	Mittelwerte über einem Geschwindigkeitsbereich	468
14.6	Einfluss der Beladung	469
14.7	Einfluss von Koppelmasse und Radstand	470
14.7.1	Pkw mit unterschiedlichen Koppelmassen und gleichem Radstand	471
14.7.2	Busse mit unterschiedlichen Radständen und gleichem Nickträgheitsmoment	472
14.8	Hub- und Nickeigenfrequenz, Federkopplung vorn-hinten	475
14.9	Bremsnicken, Nickpol	477
14.10	Einfluss des elastisch gelagerten Antriebsaggregates (Stuckern)	481
14.10.1	Einfluss der Aggregateigenfrequenz	486
14.10.2	Einfluss der Aufhängungsdämpfung	487
14.10.3	Einfluss der Kopplung am Aggregat	487
14.10.4	Einfluss der Aggregatmasse	489
14.10.5	Einfluss der Radeigenfrequenz	490
14.11	Zusammenfassung der Ergebnisse aus diesem Kapitel	490
15	Vierrädriges Kraftfahrzeug, Unebenheits-Zweispuranregung	493
15.1	Bewegungsgleichungen des (vereinfachten) Vierradfahrzeuges	495
15.2	Auto-, Kreuzdichten und Kohärenz der Unebenheiten	498
15.2.1	Vereinfachung nach Parkhilowskij	500
15.2.2	Autospektren der Hub- und Wankanregung, Kohärenz	500
15.2.3	Wegabhängige Spektren	502
15.2.4	Messergebnisse, Näherungsformel für Kohärenz	503
15.3	Streuung bei Zweispuranregung	505
15.4	Einfluss der zusätzlichen Wankschwingungen	507
15.4.1	Vergrößerungsfunktion der Aufbauwankbeschleunigung	507
15.4.2	Bewertete Schwingstärken mit Berücksichtigung der Wankschwingungen	511
15.4.3	Radlastschwankungen und Radfederwege	512
15.4.4	Geschwindigkeitseinfluss	512
15.4.5	Verallgemeinerung	515
15.5	Wirkung von Stabilisatoren	516
15.6	Zusammenfassung der Ergebnisse aus diesem Kapitel	518

16	Auswirkung von Radaufhängungen bei Unebenheitsanregung	521
16.1	Beschleunigungskopplung, Feder-Dämpferanordnung	522
16.1.1	Gleichungen für ein Fahrzeug mit Längslenker	522
16.1.2	Einfluss der Radaufhängung	525
16.1.3	Einfluss der Kopplung	526
16.2	Modellierung und Beurteilung im höheren Frequenzbereich (Hinweise)	528
16.3	Spurverschiebung (Spuränderung)	532
16.3.1	Seitenkraft am Reifen durch Spurverschiebung	532
16.3.2	Gleichungen für ein Fahrzeug mit Pendelachse	533
16.3.3	Einfluss der Spurverschiebung	534
16.4	Wank- und Seitenschwingungen an einem Fahrzeug mit Starrachsen	537
16.4.1	Bewegungsgleichungen	537
16.4.2	Wankschwingungen, Radlastschwankungen	540
16.4.3	Seitenschwingungen, Seitenkräfte	545
16.5	Zusammenfassung der Ergebnisse aus diesem Kapitel	545
17	Fahrzeug-Längsschwingungen	547
17.1	Längsschwingungen durch Unebenheitsanregung	547
17.1.1	Umfangskraft beim Überfahren von Unebenheiten	547
17.1.2	Fahrzeug-Längsschwingungen mit steifer Lenkerlagerung	550
17.1.3	Anmerkungen	553
17.2	Längsschwingungen durch Motoranregung (Fahrzeogruckeln)	553
17.2.1	Bewegungsgleichungen	554
17.2.2	Zeitverlauf, Vergleich Theorie-Versuch	555
17.2.3	Einfluss der Übersetzung und der Momente	556
17.2.4	Einfluss der Kraftschluss-Schlupf-Beziehung	557
18	Motorerregte Fahrzeugschwingungen	561
18.1	Anregungen durch einen Einzylinder-Motor	562
18.1.1	Kinematik des Kurbeltriebs	562
18.1.2	Massenkraft	563
18.1.3	Massenmoment	564
18.1.4	Gasmoment	567
18.1.5	Gesamte Anregung beim Einzylinder-Motor	568
18.2	Anregungen durch einen 4-Takt-4-Zylinder-Reihenmotor	569
18.2.1	Massenkraft	569
18.2.2	Massen- und Gasmomente	571
18.2.3	Betriebsverhalten	575
18.2.4	Auswirkung ungleicher Verbrennung	579
18.3	Weitere Mehrzylinder-Motoren	580

18.4	Schwingungsanregungen für den Fahrzeugaufbau	580
18.4.1	Schwingungssersatzsystem	583
18.4.2	Vorteil einer elastischen Aggregataufhängung	585
18.4.3	Karosserie-Anregungen durch 2. und höhere Ordnungen	585
18.4.3.1	Asymptoten	588
18.4.3.2	Anwendungsbeispiele	590
18.4.4	Anregung durch niedrige Motorordnungen	591
18.4.4.1	Gasmomentenanregung mit niedriger Ordnung, Leerlaufschütteln	593
18.4.4.2	Einfluss der Kopplung am Antriebsaggregat	594
18.5	Auslegung der Aggregataufhängung bei Motoranregungen	595
18.5.1	Auslegung für Massenanregungen	595
18.5.2	Auslegung bei Gasmomentenanregung	596
18.5.3	Gemeinsame Betrachtung von unebenheits- und motor- erregten Schwingungen	597
	Zusammenfassung von Teil III	601

Teil IV Fahrverhalten

19	Einleitung	607
20	Lineares Einspurmodell, objektive Kenngrößen, Subjektivurteile	613
20.1	Bewegungsgleichungen eines zweiachsigen Kraftfahrzeugs	614
20.1.1	Krümmungsmittelpunkt und Momentanpol	615
20.2	Lenkungseigenschaften	617
20.3	Differentialgleichungen des linearen Einspurmodells	619
20.3.1	Spezialfall: Fahrt mit konstanter Fahrgeschwindigkeit	621
20.3.2	Berücksichtigung der Reifennachläufe	622
21	Kreisfahrt bei konstanter Fahrgeschwindigkeit	625
21.1	Zentripetalbeschleunigung	625
21.1.1	Maximalwerte (einfache Betrachtung)	625
21.1.2	Werte aus der Linienführung von Straßen	628
21.1.3	Erreichte Zentripetalbeschleunigungen von Durch- schnitten-Fahrern	629
21.1.4	Grenze für die Betrachtung des linearen Einspurmodells	629
21.2	Abhängigkeiten von der Zentripetalbeschleunigung, Kreisfahrtwerte	629
21.2.1	Lenkradeinschlag	630
21.2.2	Vorderradeinschlag, Schräglaufwinkel	635
21.2.3	Schwimmwinkel	636
21.2.4	Stellung des Kraftfahrzeugs im Kreis	637

21.2.5	Moment am Lenkrad	637
21.2.6	Kreisfahrtwerte	637
21.3	Objektive Fahrzeug-Kenngrößen und subjektive Aussagen	638
21.3.1	Unter-/Übersteuern	639
21.3.2	Schwimmwinkelgradient, Lenkwinkel-Schwimmwinkel- Gradient	641
21.3.3	Moment am Lenkrad	644
21.4	Einfluss von Fahrzeugdaten auf das Kreisfahrtverhalten	645
21.4.1	Grundmodell für die Rechnungen	646
21.4.2	Einfluss des Seitenkraftbeiwerts, Bedeutung des Schwimm- winkels	646
21.4.3	Einfluss von Lenkungsdaten	650
21.4.4	Einfluss der Schwerpunktslage	650
21.4.5	Einfluss der Beladung	652
22	Dynamisches Verhalten	657
22.1	Stabilität, Eigenfrequenz, Dämpfung	657
22.1.1	Stabilität und Unter-/Übersteuern	659
22.1.2	Eigenfrequenzen, Dämpfungsmaß	659
22.1.3	Berücksichtigung der seitlichen Eigenanströmung	664
22.2	Lenkverhalten, Zeitfunktionen, Lenkwinkelrampe	665
22.2.1	Laplace-Transformation, Übertragungsfunktion, Verstärkungsfaktor	666
22.2.2	Sprungantwort	667
22.2.3	Lenkwinkelrampe	670
22.2.4	Fahrzeugkennwerte	673
22.2.4.1	Beurteilung der Fahrzeugkennwerte	674
22.2.4.2	Fahrzeugdaten – Verstärkungsfaktor – Peak-Response-Time	675
22.2.5	Einfluss von Lenkwinkelrampe und Fahrgeschwindigkeit	676
22.3	Lenkverhalten, Frequenzgänge	679
22.3.1	Erläuterungen zu den Frequenzgängen	680
22.3.2	Beurteilung der Frequenzgänge	683
22.3.3	Einfluss von Fahrzeugdaten	685
22.4	Fahrt auf vorgegebener Bahnkurve, „idealer Fahrer“, Klotoide	685
22.4.1	Stabilität bei vorgegebener Bahnkurve	687
22.4.2	Klotoide	688
22.4.3	Lenkradeinschlag	691
22.5	Fahrverhalten bei losgelassenem Lenkrad (free control)	691
22.5.1	Bewegungsgleichungen	692
22.5.2	Einfluss von Fahrzeugdaten	693

22.6	Seitenwindverhalten	696
22.6.1	Konstanter Seitenwind, stationärer Fall	696
22.6.2	Dynamisches Verhalten	699
22.6.2.1	Waldausfahrt, Seitenwindanlage, Einfluss von Fahrertyp und Fahrzeugdaten	701
22.6.2.2	Frequenzgänge	707
22.6.2.3	Stochastischer Seitenwind	711
22.7	Zusammenfassung von Kap. 20–22	713
23	Regelkreis Fahrer-Kraftfahrzeug	719
23.1	Einführung in den fahrzeugtechnischen Regelkreis	720
23.1.1	Stabilität, Durchtrittsfrequenz, Phasenrand	721
23.1.2	Fahrer-Übertragungsfunktion, McRuer-Modelle	723
24	Querregelung	729
24.1	Normalfahrt	729
24.1.1	Antizipatorische Steuerung	730
24.1.2	Sollspurbildung	735
24.1.3	Kompensatorische Regelung	735
24.1.3.1	Fahrergleichung	738
24.2	Kritische Fahrsituationen	740
24.2.1	Sollspurbildung beim Umfahren eines Hindernisses	740
24.2.2	Regelung, Vergleich „Normalfahrt“ und „Kritische Fahrsituationen“	741
24.2.3	Einfluss von Fahrzeugdaten	742
24.3	Störverhalten, Adaption des Fahrers	743
24.3.1	Geradeausfahrt bei Seitenwind	744
24.3.2	Anpassung des Fahrers an das Fahrzeug	747
24.3.3	Anpassung des Fahrzeuges an den Fahrer	748
24.3.4	Fahrer als adaptiver Regler, Adaption während der Fahrt	749
25	Längsregelung	753
25.1	Normalfahrt, Folgefahrt	753
25.1.1	Fahrzeug-Übertragungsfunktion	754
25.1.2	Vorsteuerung	755
25.1.3	Wunschabstand, Sollwertbildung	755
25.1.4	Kompensatorische Regelung	755
25.2	Kritische Fahrsituation	756
25.2.1	Fahrzeug-Übertragungsfunktion	757
25.2.2	Sollwertbildung	757
25.2.3	Fahrer-Übertragungsfunktion	758

26	Fahrerassistenzsysteme	761
26.1	Fahrdynamikregelung (ESP)	762
26.2	Zusammenfassung von Kap. 23 bis 26	765
27	Kurvengrenzbeschleunigung, Einfluss von Umfangskraft	769
27.1	Bewegungsgleichungen	769
28	Kreisfahrt mit konstanter Fahrgeschwindigkeit	771
28.1	Kurvenwiderstand	771
28.2	Fahrverhalten auf trockener Straße, Vorder-, Hinter-, Allradantrieb	773
28.2.1	Fahrgrenze durch Kraftschluss	774
28.2.2	Lenkradeinschlag, Unter-/Übersteuern	776
28.2.3	Lenkradmoment	782
28.2.4	Schwimmwinkel	782
28.2.5	Einfluss von Schwerpunktlage und Antriebsart	783
28.3	Fahrverhalten auf vereister Fahrbahn	785
28.4	Fahrt auf nasser Straße	787
28.5	Fahrgrenze durch Antriebsleistung	788
29	Quasilineare Betrachtung	791
29.1	Näherung für die Reifenkennlinien	791
29.2	Unter-/Übersteuern	792
29.3	Stabilität	794
29.4	Stabilitätsgrenzen für Fahrzeuge mit verschiedenen Antrieben	795
30	Instationäre Fahrt, Lenkwinkelrampe	797
30.1	Konstante Fahrgeschwindigkeit auf trockener Straße	798
30.2	Konstante Umfangskraft auf trockener Straße	802
30.3	Fahrt auf vereister Fahrbahn	804
30.4	Zusammenfassung von Kapitel 27–30	805
31	Zweispurmodell, Vierradfahrzeug	807
32	Kreisfahrt mit konstanter Fahrgeschwindigkeit	809
32.1	Einfluss von Radlaständerung, Schwerpunktshöhe und Spurweite	809
32.1.1	Seitenkräfte und Radlasten an einer Achse	811
32.1.2	Anwendung auf das Fahrzeug	813
32.1.2.1	Maximale Zentripetalbeschleunigung	813
32.1.2.2	Unter-/Übersteuern	814
32.1.2.3	Schwimmwinkel, Lenkradeinschlag, Lenkradmoment	814
32.1.2.4	Unterschiedliche Radlaständerungen an Vorder- und Hinterachse	816
32.1.3	Kippgrenze	816

32.2	Zusätzlicher Einfluss des Auftriebes	818
32.3	Momentanzentrum, Momentanachse	821
32.4	Berechnung der vertikalen Radlasten und des Wankwinkels	822
32.5	Unterschiedliche Wankfederhärten an Vorder- und Hinterachse, Stabilisator	825
32.6	Verschiedene Radaufhängungen	827
32.7	Zusammenfassung der bisherigen Gleichungen für die stationäre Kreisfahrt	832
32.8	Kinematik und Elastokinematik der Radaufhängungen	834
32.8.1	Kinematik der gelenkten Vorderräder	836
32.8.2	Kinematik der Radaufhängung	837
32.8.3	Elastokinematik der Radaufhängungen	839
32.8.4	Sturz der Räder	840
32.9	Einfluss der Kinematik und Elastokinematik auf das Fahrverhalten	841
32.9.1	Vorspur und Umfangskraftlenken	841
32.9.2	Einschläge der gelenkten Vorderräder, Spurdifferenzwinkel	843
32.9.3	Wank- und Seitenkraftlenken	843
32.9.4	Sturz	847
32.10	Einfluss des Wankens	848
32.10.1	Größe des Wankwinkels (der Fahrzeugquerneigung)	848
32.10.2	Auswirkungen auf Fahrzeugschwingungen und Reifenverschleiß	850
32.10.3	Maximale Querbeschleunigung	851
32.11	Lenkung	852
32.11.1	Konventionelle Lenkung	852
32.11.1.1	Geometrische Beziehungen am Vorderrad	852
32.11.1.2	Lenkradmoment	853
32.11.1.2.1	Schnelle Kurvenfahrt, Antrieb und Bremsung	854
32.11.1.2.2	Langsame Kurvenfahrt	855
32.11.1.2.3	Lenkradmoment im Stand, Lenkungsverstärkung	856
32.11.1.2.4	Variable Lenkübersetzung	856
32.11.2	Unkonventionelle Lenkungen	856
32.11.2.1	Mechanische Überlagerungslenkung	857
32.11.2.2	„Steer-By-Wire“	859
33	Instationäre Fahrt	863
33.1	Fahrzeugsystem	863
33.1.1	Koordinatensysteme	864
33.1.2	Programmaufbau	867
33.2	Lenkwinkelrampe bei hohen Querbeschleunigungen	867

33.3	Einfluss des dynamischen Wankens	869
33.3.1	Einfluss von Wankfederung und -dämpfung	869
33.3.2	Querbeschleunigung in Kopfhöhe	870
33.4	Lastwechselverhalten aus stationärer Kreisfahrt	872
33.4.1	Bewertungskriterien	874
33.4.2	Einfluss von Fahrzeuggrößen	874
33.4.2.1	Achslaständerung durch Verzögerung	875
33.4.2.2	Umfangskraft, Vorder-, Hinterradantrieb	878
33.4.2.3	Sperrdifferenzial	881
33.4.2.4	Torque Vectoring	881
33.4.2.5	Umfangskraftlenken	883
33.4.3	Ausgangsquerbeschleunigung	886
33.4.4	Zusammenfassung von Abschnitt 33.4	887
33.5	Allradlenkung	888
33.5.1	Querdynamik bei der Allradlenkung	889
33.5.2	Kompensation von Störungen durch die Allradlenkung	892
33.5.3	Zusammenfassung zur Allradlenkung	895
33.6	Zusammenfassung von Kap. 31–33	895
Zusammenfassung von Teil IV		899
Zusammenstellung häufig vorkommender Formelzeichen		901
Sachverzeichnis		911

In diesem Buch wird das Zusammenspiel von Kräften am Kraftfahrzeug und seinen Bewegungen behandelt. Es wird – wenn man sich der Sprache der Technischen Mechanik bedient – hauptsächlich ein Einblick in die Dynamik des Kraftfahrzeuges gegeben bzw. es werden – um einen Ausdruck aus der Fahrzeugtechnik zu benutzen – die Fahreigenschaften von Fahrzeugen besprochen. Zunächst folgt ein kurzer Überblick über die Gesamtheit der Probleme.

1.1 Übersicht über die dynamischen Probleme

Ein vierrädriges Fahrzeug besteht bei vereinfachter Betrachtung mit seinem Aufbau und den vier Rädern aus fünf Einzelmassen, die durch Führungen, Federn und Dämpfer beweglich miteinander verbunden sind. Da jeder frei bewegliche Körper, wenn man ihn vereinfachend als starr ansieht, sechs Freiheitsgrade (drei translatorische und drei rotatorische) hat, ist demnach die Zahl der Freiheitsgrade des Gesamtfahrzeugs $5 \cdot 6 = 30$. Zur Beschreibung der Bewegungen des Fahrzeuges ist eine entsprechend große Zahl von Bewegungsgleichungen, die Differenzialgleichungen sind notwendig. Diese sind allerdings voneinander nicht unabhängig, sondern größtenteils miteinander gekoppelt, sei es durch die oben genannten federnden, dämpfenden oder gelenkigen Verbindungen, sei es durch die über die Massenverteilung bewirkten Beschleunigungskoppelungen (s. Drallsatz).

Werden noch weitere Bewegungsmöglichkeiten im Kraftfahrzeug berücksichtigt, wie z. B. die des Triebwerkes (Motor + Schaltgetriebe, Achsgetriebe), der Insassen, der Gelenk- und Antriebswellen, des Fahrerhauses und der Ladung beim Lkw, der Lenkungsteile mit Spurstangen, Lenkgetriebe und Lenkrad und die Bewegungen innerhalb der zunächst als starr angenommenen Einzelkörper, so kommt man leicht auf eine weit größere Zahl von Freiheitsgraden und Differenzialgleichungen.

Diese vielen gekoppelten Bewegungsgleichungen erschweren den Überblick über die Fahreigenschaften von Kraftfahrzeugen. Deshalb nimmt man lieber einige Vernachlässi-

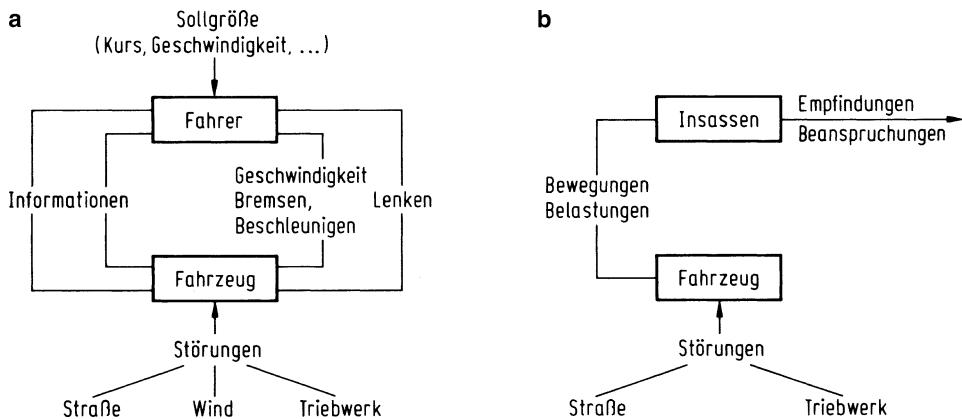


Abb. 1.1 Gegenseitige Beeinflussung Mensch-Fahrzeug. **a** Regelkreis (geschlossener Kreis) Fahrer-Fahrzeug; **b** offener Kreis bei Schwingungen

gungen in Kauf und behandelt Einzelprobleme, um dadurch das Charakteristische und das Wesentliche erkennen zu können. Im Folgenden soll auch so vorgegangen werden.

Im Grunde ist das Problem noch komplizierter. Da wir bis jetzt im Straßenverkehr keinen automatischen Betrieb kennen, müssen wir den Fahrer eines Kraftfahrzeuges mit einbeziehen. Er bestimmt die Geschwindigkeit und die Bewegungsrichtung des Fahrzeuges, er nimmt Korrekturen vor, wenn es durch die unvermeidlichen Störungen von der gewünschten Fahrtrichtung abgedrängt wird. Dabei vergleicht der Fahrer die Bewegungen seines Fahrzeuges mit dem Bewegungsspielraum, den ihm die Straße gibt bzw. den ihm die anderen Verkehrsteilnehmer auf der Fahrbahn noch lassen, und natürlich vergleicht der Fahrer den Ablauf des Verkehrsgeschehens mit seiner eigenen Wunschvorstellung (zu einer bestimmten Zeit an einem bestimmten Ort zu sein) oder mit einem ihm vorgegebenen Plan (z. B. Fahrplan).

Die genannten Tätigkeiten des Fahrers wirken nach Abb. 1.1a über Bremsen, Beschleunigen (Gas geben) und Lenken auf das Fahrzeug zurück. Darauf reagiert das Fahrzeug, manchmal nicht in der gewünschten Größe, manchmal auch nicht in dem gewünschten Sinn. Davon wird der Fahrer informiert, z. B. optisch von der Kursabweichung oder vestibular über die Seitenbeschleunigung bei der Kurvenfahrt. Er vergleicht diese Informationen mit der vorgegebenen Sollgröße, bremst, beschleunigt und lenkt erneut, d. h. der Fahrer korrigiert sein Fahrzeug. Hier liegt, wie Abb. 1.1a zeigt, ein geschlossener Kurvenzug vor, ein Kennzeichen dafür, dass es sich um ein Regelungsproblem handelt. Daraus ergibt sich, dass nicht nur das Fahrzeug mathematisch beschrieben werden muss, sondern auch der Fahrer als Regler.

Es gibt aber nicht immer nur Regelkreise. Nach Abb. 1.1b werden die Insassen durch die Erschütterungen und Geräusche des Fahrzeuges auch passiv beansprucht. Hier kann aktiv nicht eingegriffen werden, wenn man davon absieht, dass der Fahrer die Fahrgeschwindigkeit variiert oder anhält. Es gibt, wie die Abbildung zeigt, mit den Blöcken „Insassen“ und

„Fahrzeug“ über die „Bewegungen“ und „Belastungen“ keinen geschlossenen Kreis. Um z. B. den Schwingungskomfort eines Fahrzeugs bewerten zu können, muss die Beurteilung der Insassen auf die Einwirkung mechanischer Schwingungen – wieder mathematisch formuliert – bekannt sein.

Ist schon wegen der hohen Zahl der Freiheitsgrade die gleichungsmäßige Behandlung des Fahrzeuges nicht leicht, so ist es noch schwieriger, die Empfindungen und Beanspruchungen des Insassen zu beschreiben. Dies ist teilweise geglückt. Darauf wird – soweit wissenschaftliche Ergebnisse über den Menschen einigermaßen abgeschlossen vorliegen – eingegangen.

Auf das Fahrzeug wirken nach Abb. 1.1 „Störungen“ ein, von denen zunächst die von der Fahrbahn herrührenden aufgezählt werden. Die Fahrbahn beeinflusst durch ihre Gestaltung, durch ihre Geraden, Kurven, Übergangsbögen, Steigungen und Gefälle die Fahrweise und geht somit auch in die Sollgröße „Kurs“ ein. Außerdem spielt der Reibungskoeffizient, der sich zwischen Reifen und Fahrbahn ergibt, eine eminent wichtige Rolle für ein bodengebundenes Fahrzeug. Weiterhin müssen die Fahrbahnunebenheiten betrachtet werden, die über das abgefahrene Fahrzeug auf den Fahrzeuginsassen einwirken, die das Fahrzeug und auch die Straße beanspruchen und die die Fahrsicherheit vermindern.

Auch das Triebwerk, ein Teil des Fahrzeuges, ist eine Erregerquelle für Schwingungen und Geräusche, weshalb es in Abb. 1.1 unter „Störungen“ mit aufgeführt wurde. Hierzu gehört schließlich noch der Wind der als Seitenwind das Kraftfahrzeug aus der Fahrtrichtung drängen kann.

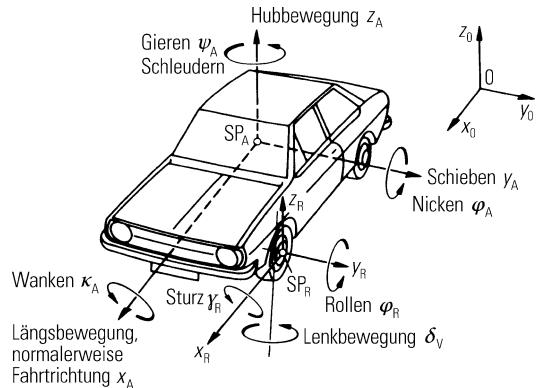
1.2 Aufteilung in Einzelprobleme

Aus Abschn. 1.1 ging hervor, dass die Behandlung des Gesamtsystems Fahrzeug–Fahrer bzw. Fahrzeuginsasse – äußere Einflüsse sehr schwierig und damit unübersichtlich wird. Deshalb erscheint eine Aufteilung in Einzelprobleme, die jeweils einen kleineren Umfang haben, zweckmäßig. Im Folgenden wird das Ganze, orientiert an Koordinatensystemen, in Teilprobleme aufgespalten.

Abbildung 1.2 zeigt ein raumfestes Koordinatensystem x_0 , y_0 und z_0 , in dem die Bewegung des Fahrzeuges beschrieben werden kann. Das System x_A , y_A und z_A ist körperfest und hier speziell mit dem Aufbau fest verbunden, der Koordinatenanfangspunkt sei der Schwerpunkt SP_A . Die Drehung um die x_A -Achse ist das Aufbau-Wanken κ_A , um die y_A -Achse das Aufbau-Nicken φ_A und um die z_A -Achse das Gieren ψ_A .

Dieses System kann auch auf die Räder angewandt werden, nur werden zur Unterscheidung die Bezeichnungen anders lauten, nach Abb. 1.2 x_R , y_R und z_R mit dem Schwerpunkt SP_R als Koordinatenanfangspunkt. Auch bei den Rädern gibt es einige charakteristische Bewegungen und Bezeichnungen, so als wichtigste die Rotationsbewegung φ_R des Rades, das „Rollen“, und für die Vorderräder das Schwenken um eine annähernd senkrecht stehende Hochsachse, die Lenkbewegung δ_V , sowie die Schwenkbewegung um die x_R -Achse, der „Sturzwinkel“ γ_R .

Abb. 1.2 Koordinatensysteme zur Beschreibung der Fahrzeugbewegungen und deren Benennung



Bei Geradeausfahrt zeigen x_0 und x_A normalerweise in die gleiche Richtung. Bei Beschränkung auf Bewegungen in Richtung dieser beiden Koordinaten kann man das Teilproblem „Geradeausfahrt“ behandeln, dazu Fahrwiderstände, Fahrleistungen sowie Brems- und Beschleunigungsvorgänge erörtern.

Die Bewegungen horizontal senkrecht dazu, also in y_0 - bzw. y_A -Richtung (Schieben) und die Winkelbewegungen um die Hochachse (Gieren ψ_A) führen zu Abweichungen von der Fahrtrichtung und gehören deshalb hauptsächlich zum Teilproblem „Fahrverhalten“. Dabei führt das Fahrzeug noch Winkelbewegungen um die Längsachse (Wanken κ_A) aus.

Bei der Fahrt auf unebenen Straßen entstehen „Fahrzeugschwingungen“, die den Fahrzeugaufbau zu Hubbewegungen und zu Winkelbewegungen um Quer- und Längsachse (Nicken φ_A und Wanken κ_A) anregen.¹

1.3 Gliederung des Buches

Das Buch ist aufgrund der oben genannten Aufteilung in drei große Teile gegliedert.

Im Teil II „Antrieb und Bremsung“ wird die Geradeausfahrt in x_0 -Richtung auf ebener Straße beschrieben.

¹ Die in diesem Buch verwendeten translatorischen und rotatorischen Koordinaten und deren Bezeichnungen entsprechen fast immer den vorliegenden ISO- oder DIN-Normen. Einige Bezeichnungen erschienen den Autoren allerdings nicht sinnvoll und wurden geändert: Die x -Achse ist nach vorn gerichtet, weil das Fahrzeug meistens nach vorn fährt. Bei einer y -Achse nach links zeigt dann im Rechtssystem die z -Achse nach oben. Sehr häufig wird das „Wanken des Aufbaus“ – aus dem Englischen kommend – mit Rollen bezeichnet, dies kann mit dem Rollen der Räder verwechselt werden. Deshalb wird das Wort *Aufbaurollen* vermieden. Weiterhin wird der Wankwinkel häufig mit φ bezeichnet. Da aber die Drehbewegung des Rades auch φ heißt, so würde einmal eine Drehbewegung um die Längsachse und zum anderen um die Querachse gleich benannt. Sinnvoller erscheint, die Drehbewegung um die Querachse mit φ (z. B. „Rollen des Rades“ φ_R , „Nicken des Aufbaus“ φ_A) und die Drehbewegung um die Längsachse mit κ (z. B. „Wanken des Aufbaus“ κ_A) zu bezeichnen.

In Teil III „Schwingungen“ wird zu Beginn eine unebene Fahrbahn eingeführt. Dadurch wird das Fahrzeug zu Schwingungen, besonders zu Hub- und Nickbewegungen angeregt. Es werden maßgebende Größen für Fahrkomfort und -sicherheit berechnet und der Einfluss der einzelnen Schwingungsdaten wie Federung, Dämpfung, ungefederte Massen usw. diskutiert. Danach werden auch Fahrzeug-Längsschwingungen behandelt, sowie Erreger-schwingungen durch den Hubkolbenmotor.

In Teil IV „Fahrverhalten“ wird die ungestörte Geradeausfahrt verlassen und sich der Kurvenfahrt und Abweichung von der Geradeausfahrt (z. B. durch Seitenwind) zugewandt.

Jeder dieser drei Teile schließt mit einer eigenen Zusammenfassung, aus der jeweils das Wesentliche des Inhalts entnommen werden kann.

Vor Teil II werden in Kap. 2 „Reifen“ und in Kap. 3 „Aerodynamik des Kraftfahrzeuges“ behandelt, die für alle drei Teile wichtig sind.

Teil I

Reifen und Aerodynamik

An den Anfang der Betrachtung wird das Rad, das typische Bauteil des Landfahrzeugs bzw. der speziell für das Kraftfahrzeug wichtige Reifen gestellt. Er überträgt Kräfte und Momente vom Fahrzeug über die Reifenaufstandsfläche¹ – auch Reifenlatsch genannt – auf die Fahrbahn. Die Eigenschaften der Reifen beeinflussen maßgeblich die Dynamik des Kraftfahrzeuges, wie aus den drei Teilen des Buches „Teil II: Antrieb und Bremsung“, „Teil III: Schwingungen“ und „Teil IV: Fahrverhalten“ hervorgehen wird. Entsprechend dieser Buchgliederung ist auch das Reifenkapitel eingeteilt: „2.1 Reifeneigenschaften in Umfangsrichtung“, „2.2 Reifeneigenschaften in vertikaler Richtung“ und „2.3 Reifeneigenschaften in Seitenrichtung“ [MICH05].

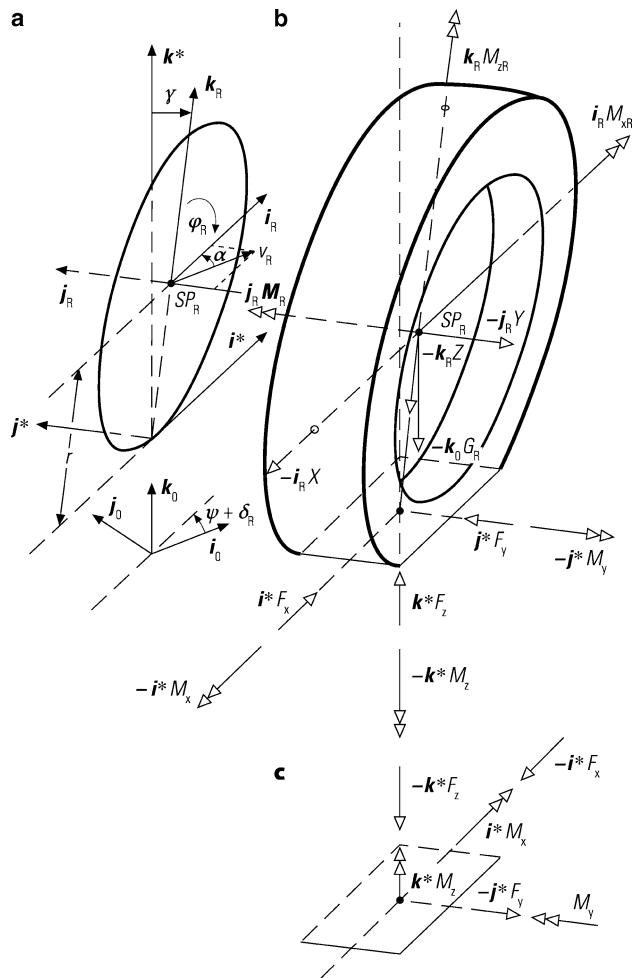
Zusatinformation

Zur Definition der Belastungen werden verschiedene Koordinatensysteme eingeführt. Nach Abb. 2.1a gibt es zunächst ein raumfestes System mit den Einheitsvektoren i_0 , j_0 und k_0 . Als zweites wurde ein im Latschmittelpunkt begleitendes, sog. horizontiertes System mit den Einheitsvektoren i^* , j^* und k^* eingeführt. Dabei ist $k^* = k_0$, beide stehen senkrecht auf der ebenen Fahrbahn. i^* ist gegenüber dem raumfesten i_0 um einen raumfesten Winkel gedreht, und zwar der Fahrzeugaufbau dreht sich im Raum um den später eingeführten Gierwinkel ψ sowie das Rad gegenüber dem Aufbau um den Radeinschlagwinkel δ_R . Als drittes wird noch ein „schleifendes“ Koordinatensystem mit den Einheitsvektoren i_R , j_R und k_R definiert. Das Rad dreht sich um seine Achse, um den j_R -Vektor mit der Radwinkelgeschwindigkeit $\dot{\phi}_R$ und ist gegenüber dem raumfesten System um den Sturzwinkel γ_R geneigt. Dieses System dreht sich nicht mit dem Rad die i^* -Richtung zeigt immer nach vorn. Die Geschwindigkeit des Radmittelpunktes v_R schließt, wie noch später gezeigt wird, mit dem radfesten Vektor i_R den Schräglauftwinkel α ein.

Nach Abb. 2.1b greift im raumfesten Koordinatensystem das Rad-Reifen-Gewicht G_R in SP_R an, und dort weiterhin, allerdings im radfestem System, die vom Fahrzeugaufbau wirkenden Kräfte X , Y und Z sowie die Momente M_{xR} , M_{zR} und das um die Drehachse wichtige Antriebs- oder Bremsmoment $M_{yR} = M_R$. Im latschfesten System ist die Umfangskraft F_x , die Seitenkraft F_y und die

¹ Mit Latsch oder Reifenaufstandsfläche bezeichnet man in der Fahrzeugtechnik die durch die Verformung des gummibereisten Rades entstehende Berührungsfläche zwischen Reifen und Fahrbahn.

Abb. 2.1 Zur Beschreibung von Rad-Reifen; **a** Koordinatensysteme (Einheitsvektoren); **b** Kräfte und Momente am Rad; **c** Kräfte und Momente auf der Fahrbahn



Radlast F_z gezeichnet. Wirken die drei Kräfte nicht im Latschmittelpunkt, so müssen noch die Momente M_x , M_y , M_z berücksichtigt werden.

In Abb. 2.1c sind die auf die Fahrbahn wirkenden Reaktionskräfte und -momente (gleiche absolute Größe, nur jeweils negatives Vorzeichen wie im Latsch) gezeichnet.

2.1 Reifeneigenschaften in Umfangsrichtung

Die Eigenschaften des Reifens in Umfangsrichtung sind im Einzelnen der Rollwiderstand, die maximal übertragbaren Antriebs- und Bremsmomente, der Kraftschluss und der Schlupf.

2.1.1 Radwiderstand

Der Widerstand des Rades setzt sich aus verschiedenen Anteilen zusammen, von denen der wichtigste der Rollwiderstand ist.

2.1.1.1 Rollwiderstand

Die ersten Räder, die verwendet wurden, waren „Laufräder“, sie rollten und sie wurden vorwärts gezogen oder geschoben durch eine Kraft X an der Achse (Abb. 2.1b). Außerdem mussten sie eine Last Z aufnehmen und auf die Fahrbahn übertragen. Dabei fehlten also noch Momente M_R um die Radachse (wenn man zunächst von den Momenten aus der Lagerreibung absieht). Diese kamen erst später hinzu, als Räder angetrieben oder abgebremst wurden.

Für ein unbeschleunigt rollendes Rad also ohne Massenkräfte und -momente, gilt nach Abb. 2.1b

$$F_x = X. \quad (2.1)$$

Um das Rad zu bewegen, muss, wie man z. B. vom Ziehen eines Handwagens aus Erfahrung weiß, eine Horizontalkraft ($-X$) aufgebracht werden. Die sich nach (2.1) daraus ergebende negative Kraft ($-F_R$) nennt man Rollwiderstand, und er soll mit F_R bezeichnet werden

$$-F_x = F_R. \quad (2.2)$$

Aus Versuchsergebnissen ist bekannt, dass der Rollwiderstand hauptsächlich von der Radlast F_z abhängig ist, und zwar annähernd linear,

$$F_R = f_R F_z, \quad (2.3a)$$

wobei man den dimensionslosen Proportionalitätsfaktor f_R Rollwiderstandsbeiwert nennt.

Aus dem Momentengleichgewicht um die Radachse wird nach Abb. 2.1b mit $M_R = 0$

$$M_y - F_x r = 0.$$

Setzt man M_y als Kräftepaar zu

$$M_y = F_z e,$$

an, berücksichtigt (2.2) und (2.3a), so ist

$$F_R = f_R F_z = \frac{e}{r} F_z, \quad (2.3b)$$

und das bedeutet, die Radlast greift vor Latschmitte an, und die Druckverteilung in Längsrichtung ist im Latsch unsymmetrisch, s. Abb. 2.2.

Zusatzinformation

Bei Schienenfahrzeugen nennt man e den „Hebelarm der rollenden Reibung“.

Abb. 2.2 Druckverteilung im Latsch. (Die heutigen Pkw-Reifen sind praktisch Membranen, d. h., ihre Eigentragfähigkeiten sind fast Null. Die mittlere Flächenpressung ist ungefähr gleich dem Reifeninnendruck)

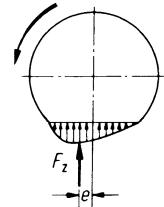


Abb. 2.3 Einfaches Ersatzmodell eines Fahrzeuggrades mit Luftreifen

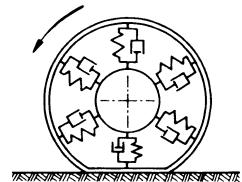
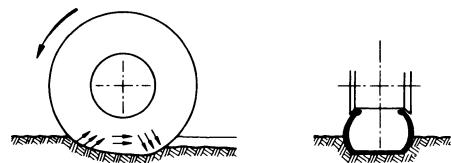


Abb. 2.4 Zusätzlicher Rollwiderstand durch bleibende Verformung der Fahrbahn und durch Spurrillenreibung



Bevor Zahlenwerte für f_R angegeben werden, soll mithilfe eines einfachen Reifenmodells erklärt werden, wodurch ein Rollwiderstand überhaupt auftritt.

Nach Abb. 2.3 sind die Lauffläche durch ein Umfangsband, die Seitenflächen durch eine Anzahl von Elementarfedern und -dämpfern ersetzt. Beim Einlaufen in den Latsch wird das Umfangsband aus einem Kreisbogen in ein Geradenstück „abgeknickt“ und gestaucht, die Federn und Dämpfer werden eingedrückt. Beim Auslaufen aus dem Latsch gehen die Verformungen zwar wieder zurück, aber das geschieht nicht verlustlos. Die Elementardämpfer deuten an, dass die mechanische Verformungsarbeit in der Seitenwand in Wärme umgewandelt wird; entsprechendes gilt auch für das Umfangsband. Die Verluste [LAMO93, SCHU93] entstehen etwa zu 50 % in der Lauffläche, zu 20 % im Gürtel, zu 10 % in der Karkasse und zu 10 % in den Seitenwänden. Diese Verluste ergeben den Rollwiderstand F_R . Rein von der Anschauung [MITS72.1] ist er umso kleiner,

- je kleiner die Dämpfung (Hysterese) der Reifenmaterialien und
- je kleiner die Einsenkung des Reifens (allgemein die Verformung des Reifens) ist.²

Hinzu kommt bei der Fahrt auf unbefestigtem Gelände, dass der Reifen in die Fahrbahn einsinkt, die Fahrbahn bleibend verformt und an der Reifenseitenwand zusätzliche Reibkräfte wirken, s. Abb. 2.4. Deshalb ist der Rollwiderstand gegenüber der Fahrt auf befestigten Fahrbahnen wesentlich höher.

² Ausführliche Darstellung des Rollwiderstandes und dessen Abhängigkeiten in [SCHR80].

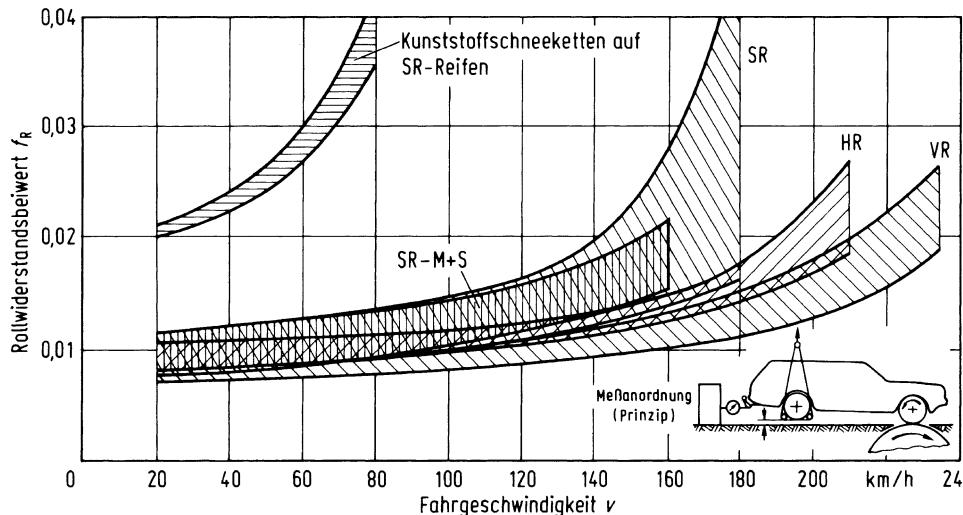


Abb. 2.5 Rollwiderstandsbeiwerte von Pkw-Reifen. Messungen des IfF auf einer Stahltrömmel mit 2 m Durchmesser, gemessen jeweils beim Nenndruck für 160 km/h. Die Bereiche umgrenzen alle erhaltenen Messwerte für schlauchlose Reifen verschiedener Hersteller, 12" bis 16" Felgendurchmesser; Profile mit voller Gravierungstiefe auf der Regelfelge. Der erste Buchstabe der Abkürzungen in den Abb. 2.5 und 2.6 bezeichnet den zulässigen Geschwindigkeitsbereich: S bis 180, H bis 210, V über 210 km/h. Der zweite Buchstabe bezeichnet die Reifenbauart: R = Radialreifen, M + S = Reifen für Matsch und Schnee (nach ECE R 30)

Tab. 2.1 Rollwiderstandsbeiwerte f_R von Baumaschinen- und Ackerschlepperreifen auf verschiedenem Untergrund [KUEH56]

Fahrbahn	Kennzeichnung	f_R
fester Erd- und Feldweg, Grasnarbe	praktisch kein Einsinken des Reifens, kaum bleibende Verformung des Untergrundes	0,05
nasser, aufgeweichter, schwerer Boden	starkes Einsinken, starke Verformung	0,35
weicher, schwammiger Untergrund		1,9

Tabelle 2.1 gibt den Bereich von Rollwiderstandsbeiwerten auf unbefestigten Fahrbahnen an. Für die im Gelände langsam fahrenden Fahrzeuge kann der Rollwiderstandsbeiwert als geschwindigkeitsunabhängig angesehen werden.

Bei Fahrten mit höheren Geschwindigkeiten, die auf befestigten, relativ ebenen Fahrbahnen, also auf Straßen möglich sind, steigt der Rollwiderstandsbeiwert nach Abb. 2.5 deutlich über der Fahrgeschwindigkeit an. Der progressive Anstieg röhrt von der Wellenbildung über dem Reifenumfang her, erhöht durch die größeren Verluste die Reifentemperaturen und begrenzt dadurch die Fahrgeschwindigkeit. Die Abhängigkeit kann für

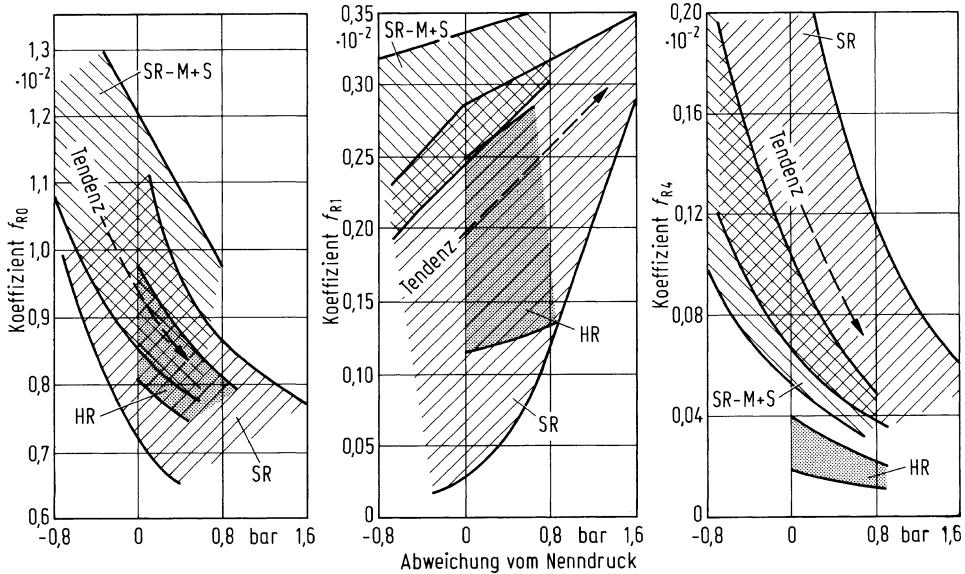


Abb. 2.6 Koeffizienten f_{R0} , f_{R1} und f_{R4} der Rollwiderstandsgleichung (2.4) in Abhängigkeit von der Abweichung des Reifendruckes vom Nenndruck bei jeweils konstanter Last. Die Bereiche enthalten 90 % aller Werte aus Abb. 2.5

Pkw-Reifen durch die Gleichung

$$f_R = f_{R0} + f_{R1} \left(\frac{v}{100 \text{ km/h}} \right) + f_{R4} \left(\frac{v}{100 \text{ km/h}} \right)^4 \quad (2.4)$$

angenähert werden. Die Größe der Koeffizienten ist, wenn v in km/h in (2.4) eingesetzt wird, aus Abb. 2.6 zu entnehmen. Der Rollwiderstandsbeiwert bei niedrigen Geschwindigkeiten, $f_R \approx f_{R0}$, liegt meistens unter 0,01, d. h., der Rollwiderstand F_R beträgt weniger als 1 % der Radlast F_z . Die Pkw-Reifen für verschiedene Höchstgeschwindigkeiten unterscheiden sich hauptsächlich nach Abb. 2.6 in dem f_{R4} -Wert. Er muss, um die Wärmeentwicklung im Reifen zu begrenzen, mit höherer zulässiger Höchstgeschwindigkeit kleiner sein.

Nach Abb. 2.6a und c werden f_{R0} und f_{R4} mit steigendem Reifenluftdruck kleiner. Dies ist nach dem Modell in Abb. 2.3 verständlich, da mit wachsendem Innendruck die Eindrückung des Reifens und damit seine Verformung geringer wird.

Zusatzinformation

In (2.4) wurde ein Glied mit v^2 nicht berücksichtigt, weil es gegenüber dem Luftwiderstand (s. Abschn. 3.1) vernachlässigbar klein ist.

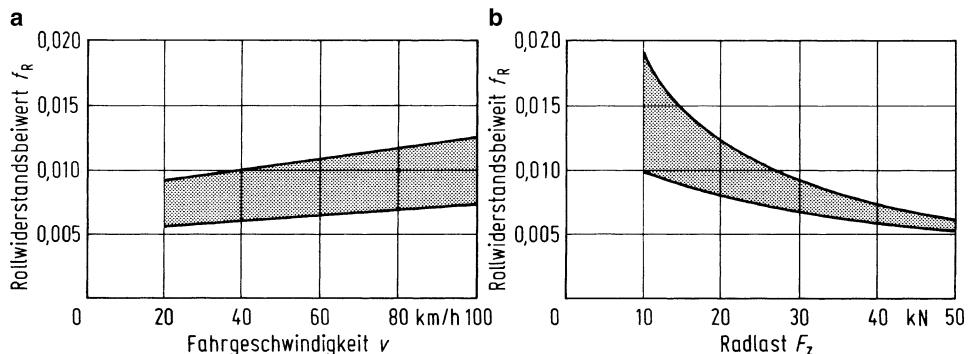
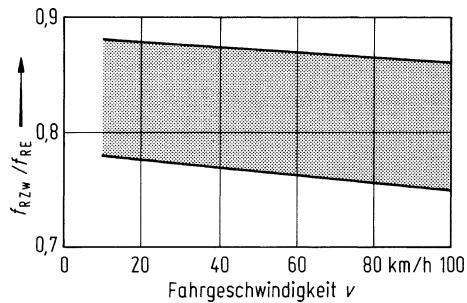


Abb. 2.7 Rollwiderstandsbeiwerte von Nutzfahrzeugreifen für 20" und 22,5" Felgendurchmesser und 9" bis 16,5" Breite. **a** in Abhängigkeit von der Fahrgeschwindigkeit bei Radlasten zwischen 20 und 30 kN; **b** in Abhängigkeit von der Radlast bei angepasstem Luftdruck bei 80 km/h. (Alle Werte nach Messungen am IfF 1981 an Einzelreifen auf einer Stahltrömmel mit 2 m Durchmesser bei Reifen mit voller Gravierungstiefe, Nenndruck, Regelfelge; Radial- und Diagonalreifen)

Abb. 2.8 Rollwiderstandsverhältnisse von Zwillings- (f_{RZw}) und von Einzelbereifungen (f_{RE}). Messungen des IfF auf einer Stahltrömmel mit 2 m Durchmesser bei 25 kN Reifenlast und dem zugehörigen Nennluftdruck. Reifenbreiten 10" bis 13" auf 20" und 22,5"-Regelfelgen, Radial- und Diagonalreifen



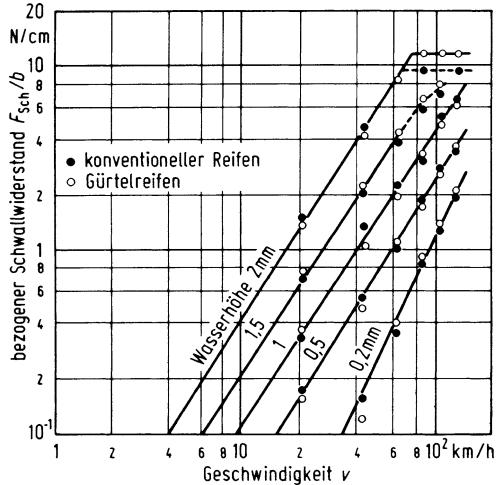
Die Rollwiderstandsbeiwerte auf Außenentrommeln gemessen [SCHR77] f_{RT} sind größer als die auf einer Ebene gemessenen f_{RE} . Ihr Verhältnis [STIE77] beträgt

$$\frac{f_{RT}}{f_{RE}} = \sqrt{1 + \frac{2r}{D}}$$

$2r \approx$ Reifendurchmesser, $D =$ Trommeldurchmesser. Für die in Abb. 2.5 vorliegenden Größen ergibt sich mit $2r \approx 0,6$ m, $D = 2$ m, $f_{RT}/f_{RE} = 1,14$.

Die Abb. 2.7a und b zeigen die Rollwiderstandsbeiwerte von Nutzfahrzeugreifen. Die Beiwerte steigen mit der Fahrgeschwindigkeit linear an, der Koeffizient f_{R4} kann hier unberücksichtigt bleiben. Sinkende Radlast lässt trotz Anpassung des Luftdruckes die f_R -Werte ansteigen. Für kleinen Rollwiderstand ist es also günstig, den Reifen hoch auszulasten. Ferner zeigt Abb. 2.8, dass der Rollwiderstand einer zwillingsbereiften Achse kleiner ist als der von zwei einzelbereiften Achsen bei gleicher Gesamtlast (z. B. F_R einer zwillingsbereiften 10-t-Achse < F_R von zwei einzelbereiften 5-t-Achsen).

Abb. 2.9 Auf die Reifenbreite b bezogener Schwallwiderstand F_{Sch} in Abhängigkeit von der Fahrgeschwindigkeit v bei verschiedenen Wasserhöhen [GENG67]



2.1.1.2 Schwallwiderstand

Auf nassen Straßen muss der Reifen Wasser verdrängen. Dadurch erhöht sich der Rollwiderstand gegenüber trockenen Straßen um den sog. Schwallwiderstand F_{Sch} . Er hängt von dem in der Zeiteinheit zu verdrängenden Wasservolumen ab, d. h. von der Fahrgeschwindigkeit v und einer Fläche, bestehend aus der Reifenbreite b und der Wasserhöhe. Er ist dagegen unabhängig von Reifenbauart, Luftdruck und Radlast. Wie Abb. 2.9 zeigt, ist

$$F_{\text{Sch}} \sim bv^n. \quad (2.5)$$

Der Exponent n der Geschwindigkeitsabhängigkeit beträgt ab 0,5 mm Wasserhöhe ungefähr $n = 1,6$. Bei größeren Wasserhöhen und Geschwindigkeiten ist der Widerstand von der Fahrgeschwindigkeit unabhängig. Der Reifen durchdringt dann das Wasser nicht mehr, er schwimmt auf (sog. Aquaplaning, s. auch Abschn. 2.1.2.1).

2.1.1.3 Lagerreibung, Restbremsmoment

Bei der Definition des Rollwiderstandes wurde in Abschn. 2.1.1.1 die Lagerreibung vernachlässigt. Nun soll sie berücksichtigt werden.

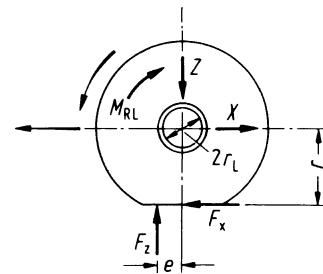
Die Lagerreibung ergibt ein Moment M_{RL} , das natürlich der Rollrichtung entgegengesetzt wirkt, s. Abb. 2.10. Es ist der Lagerbelastung $\sqrt{X^2 + Z^2}$ proportional und lautet mit dem Reibbeiwert des Lagers μ_L und dem Lagerradius r_L ,

$$|M_{\text{RL}}| = \mu_L r_L \sqrt{X^2 + Z^2}.$$

In das Momentengleichgewicht um die Drehachse des Rades eingesetzt, wird

$$-M_{\text{RL}} = F_x r + F_z e = r(F_x + f_R F_z),$$

Abb. 2.10 Zusätzlicher Radwiderstand durch Lagerreibung



und der Gesamtwiderstand auf trockener Straße errechnet sich zu

$$-F_x = f_R F_z + \mu_L \frac{r_L}{r} \sqrt{X^2 + Z^2}. \quad (2.6)$$

Der Lagerwiderstand ist gegenüber dem Rollwiderstand $f_R F_z$ fast immer zu vernachlässigen. (Die Ausnahme tritt an Gleitlagern beim Anfahren auf, da kann der zweite Summand in (2.6) sogar größer als der erste werden; bei den mit Wälzlagern ausgerüsteten Kraftfahrzeugen gibt es das nicht.)

Physikalisch ebenso wirkt das Restbremsmoment $M_{R\text{Brems}}$. Bei – vor allen Dingen älteren – Scheibenbremsen kann auch dann noch ein Bremsmoment vorliegen, wenn das hydraulische System nach dem Lösen des Bremspedals völlig drucklos wird. Durch das Schleifen der Bremsbeläge an der Bremsscheibe entsteht das o. g. $M_{R\text{Brems}}$ und damit der Widerstand

$$-F_x = f_R F_z + M_{R\text{Brems}}/r. \quad (2.7)$$

Abbildung 2.11 zeigt die beiden Anteile, wonach die Verluste aus $M_{R\text{Brems}}$ nicht zu vernachlässigen sind. Das Schleifen wird durch Schwingungen, die bei Fahrten auf unebenen Straßen oder bei Reifenungleichförmigkeiten auftreten, und mithilfe von Bremsscheibenquerbewegungen verringert.

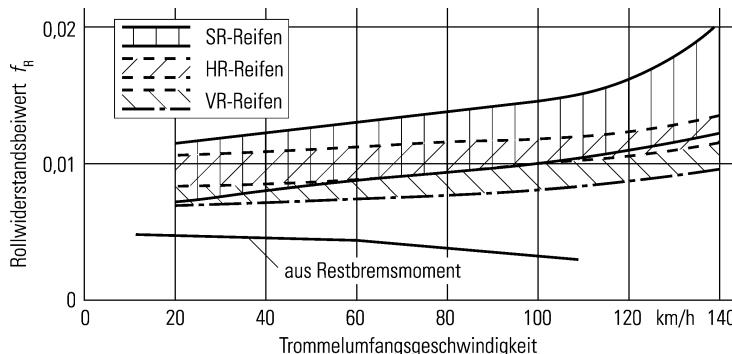
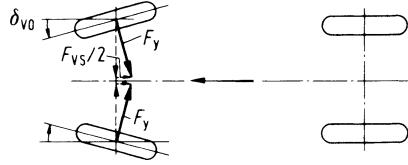


Abb. 2.11 Vergleich des Rollwiderstandes verschiedener Reifen mit einem Restbremsmoment [CHEN84]

Abb. 2.12 Vorspurwiderstand F_{VS} durch Schräglauftseitenkräfte F_y infolge Vorspurwinkel δ_{V0}



2.1.1.4 Weitere Radwiderstände

Die Räder eines Fahrzeugs stehen – gewollt oder ungewollt – u. U. nicht parallel. Eine gewollte Schräglage ist beim geradeausfahrenden Kraftfahrzeug die Vorspur der Vorderräder (Abb. 2.12). Durch den Vorspurwinkel δ_{V0} der beiden gegeneinander eingeschlagenen Räder laufen diese schräg zueinander, wodurch Seitenkräfte F_y entstehen. Deren Komponenten entgegen der Fahrtrichtung ergeben zusammen den *Vorspurwiderstand*

$$F_{VS} = 2F_y \sin \delta_{V0}.$$

Die Seitenkraft F_y ist für kleine Winkel – der Vorspurwinkel δ_{V0} ist mit ungefähr $20'$ klein – näherungsweise

$$F_y = c_\alpha \delta_{V0}$$

zu setzen, wobei c_α der Reifenseitenkraftbeiwert – s. Abschn. 2.3.1.2 – ist. Mit $\sin \delta_{V0} \approx \delta_{V0}$ wird

$$F_{VS} = 2c_\alpha \delta_{V0}^2. \quad (2.8)$$

Nach Division durch die zugehörige Achslast $2F_z$ (= 2-mal Radlast) wird der Vorspurwiderstandsbeiwert wie folgt definiert:

$$f_{VS} = \frac{F_{VS}}{2F_z} = \frac{c_\alpha}{F_z} \delta_{V0}^2. \quad (2.9)$$

Zusatinformation

Ein Zahlenbeispiel gibt die Größenordnung an: Bei Pkw ist etwa $c_\alpha/F_z \approx 25 \text{ rad}^{-1}$ und $\delta_{V0} \approx 0,3^\circ \approx 0,3/57 \text{ rad}$ und damit $f_{VS} \approx 0,0007$, d. h. rund 1/10 vom Rollwiderstandsbeiwert. Bei exakt geradeauslaufenden Hinterrädern und gleicher Achslastverteilung vorn / hinten ist der Vorspurwiderstand F_{VS} dann nur 1/20 vom Rollwiderstand des gesamten Fahrzeugs.

Bei Kurvenfahrt tritt durch größere Seitenkräfte F_y an allen Rädern der sog. *Kurven- oder Krümmungswiderstand* F_K auf, der in etwa mit dem Quadrat der Zentripetalbeschleunigung und damit mit der vierten Potenz der Fahrgeschwindigkeit anwächst (s. Abschn. 28.1).

Ein weiterer Widerstandsanteil entsteht beim Befahren unebener Straßen. Dabei wird durch die Schwingbewegungen des Fahrzeugs der Reifen zusätzlich zum statischen Wert noch dynamisch eingedrückt, der Wärmeumsatz wird durch die dämpfenden Reifenteile

erhöht und damit der Rollwiderstand vermehrt. Ebenfalls wird z. B. in den Schwingungs-dämpfern oder durch die Reibung in Blattfedern mechanische Energie in Wärme umgewandelt, was ebenfalls eine Vergrößerung des Widerstandes bedeutet. Insgesamt gesehen sind aber die an Reifen und Dämpfer entstehenden Verluste zu vernachlässigen (s. Beispiel in [MITS72,2]).

Der *Luftwiderstand des rollenden Rades* wird beim Gesamtfahrzeug berücksichtigt.

2.1.1.5 Gesamter Radwiderstand

Nach den vorangegangenen Unterabschnitten besteht der Radwiderstand – mit F_{Rges} bezeichnet – aus dem Rollwiderstand F_R , dem Schwallwiderstand F_{Sch} , den Verlusten aus der Lagerreibung, dem Restbremsmoment, den Schwingbewegungen, dem Vorspurwiderstand F_V und aus dem Kurvenwiderstand F_K .

Nach den zahlenmäßigen Abschätzungen ist der Radwiderstand bei Geradeausfahrt auf trockener Straße – vielleicht bis auf das Restbremsmoment – gleich dem Rollwiderstand

$$F_{\text{Rges}} \approx f_R F_z + M_{\text{RBrems}}/r \approx f_R F_z = F_R. \quad (2.10)$$

2.1.2 Kraftschluss in Umfangsrichtung, Schlupf

Wirkt am Rad ein Moment M_R , so ergibt sich nach Abb. 2.1b und nach Einführung des Rollwiderstandes nach (2.3a) und (2.3b) bei unbeschleunigter Fahrt eine Umfangskraft

$$F_x = \frac{M_R}{r} - F_z \frac{e}{r} = \frac{M_R}{r} - F_R. \quad (2.11)$$

Zusatzinformation

Genau genommen ist das Gleichsetzen von $F_z e/r = F_R$ nicht statthaft, weil im Abschn. 2.1.1 der Rollwiderstand F_R für das momentenfreie Rad definiert wurde, während jetzt $M_R \neq 0$ ist. Oder anders ausgedrückt, mit M_R kann sich der Abstand e ändern [SLIB66]. Der Einfluss ist allerdings nicht groß.³

In Abb. 2.13 sind die Kräfte und Momente für Treiben und Bremsen zur Verdeutlichung getrennt wiedergegeben, außerdem ist noch der „mittlere“ Fall $M_R = 0$ aus Abschn. 2.1.1.1 eingezzeichnet. (Der in Abschn. 2.1.1.3 behandelte Fall der Lagerreibung und des Restbremsmomentes gehört zum bremsenden Rad.)

Nach (2.11) muss – so sagt es einem auch die Vorstellung – das Antriebsmoment zunächst den Rollwiderstand überwinden, der verbleibende Rest steht erst für die Fortbewegung zur Verfügung, während für die Bremsung der Rollwiderstand das Bremsmoment unterstützt.

Während es bei einer formschlüssigen Verbindung, z. B. zwischen Zahnrad und Zahnschiene einer Zahnradbahn, keine Grenze für die maximal zu übertragende Umfangskraft

³ Ausführliche Darstellung des Rollwiderstandes und dessen Abhängigkeiten in [SCHR80].

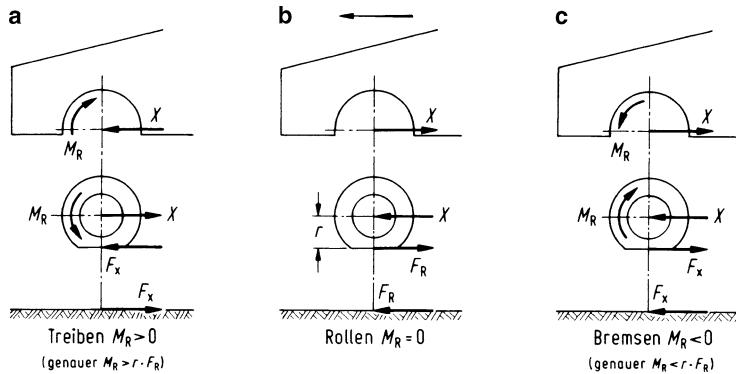


Abb. 2.13 Kräfte und Momente an Fahrzeug, Rad und Straße. Die vertikalen Lasten F_z und Z sind der Übersichtlichkeit halber weggelassen. **a** treibendes Rad; **b** momentenfrei rollendes Rad; **c** bremzendes Rad

gibt (höchstens die des Bruches an einem der Elemente), kann eine kraftschlüssige Verbindung, wie sie zwischen Reifen und Straße gegeben ist, durchrutschen. Davor kann nur eine bestimmte maximale Umfangskraft der Größe

$$F_{x\max} = \mu_h F_z \quad (2.12)$$

übertragen werden. Sie ist proportional der Radlast F_z . μ_h ist der höchste Kraftschlussbeiwert oder der sog. Haftbeiwert.

Wird diese maximale Kraft $F_{x\max}$ überschritten bzw., genauer gesagt, wird ein zu großes Moment eingeleitet, dann tritt zwischen Rad und Fahrbahn ein Gleiten auf. Es wird dann eine Kraft von der Größe

$$F_{xg} = \mu_g F_z \quad (2.13)$$

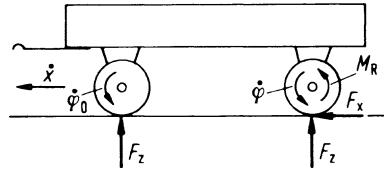
übertragen mit dem Gleitbeiwert μ_g . Es gilt im Allgemeinen die Ungleichung

$$\mu_h > \mu_g \quad (2.14)$$

Die verschiedenen hohen Momente und Umfangskräfte sind bei gleicher Fahrgeschwindigkeit verknüpft mit verschiedenen hohen Winkelgeschwindigkeiten der Räder. Dies soll im Folgenden mithilfe der Abb. 2.14 erläutert werden. An einem Anhänger werden zwei Räder – hier hintereinander gezeichnet – verglichen, deren Achsen die gleiche translatorische Geschwindigkeit \dot{x} haben. Das vordere, momentenfreie Rad $M_R = 0$, nach (2.11) $F_x = -F_R$, dreht sich dabei mit der Winkelgeschwindigkeit⁴ $\dot{\varphi}_0$, das hintere, mit dem Moment M_R belastete, hingegen mit $\dot{\varphi}$. Wird das Moment M_R verändert und damit die Größe der Umfangskraft variiert, dann verändert sich auch $\dot{\varphi}$. Dies zeigt Abb. 2.15.

⁴ Der bisher verwendete Index R zur Kennzeichnung der Radbewegung φ_R wird, um Doppelindizes zu vermeiden, weggelassen.

Abb. 2.14 Fahrzeug mit einem frei rollenden und einem gebremsten oder getriebenen Rad gleicher Radlast F_z



Bei kleinen positiven oder negativen Umfangskräften, d. h. bei kleinen Antriebs- oder Bremskräften, besteht zwischen F_x und $\dot{\phi}$ etwa Linearität. Danach gibt es bis zum Erreichen von $F_{x\max}$ einen degressiven Zusammenhang, und anschließend fällt die Umfangskraft auf F_{xg} ab. Beim zu stark angetriebenen Rad wird $\dot{\phi}$ groß, es dreht sich schnell, das Rad „drehgeschleudert“. Beim zu stark gebremsten Rad ist $\dot{\phi} = 0$, das Rad „blockiert“.

Statt des in Abb. 2.15 gezeigten Kurvenzuges ist eine dimensionslose Darstellung gebräuchlich. Zum einen wird der Begriff Schlupf eingeführt, der als Differenz der beiden Winkelgeschwindigkeiten dividiert durch die größere definiert ist.

$$\text{Bremsschlupf } S = \frac{\dot{\phi}_0 - \dot{\phi}}{\dot{\phi}_0}, \quad (2.15a)$$

$$\text{Treibschlupf } S = \frac{\dot{\phi} - \dot{\phi}_0}{\dot{\phi}}. \quad (2.15b)$$

Das ergibt formelmäßig für das gebremste und das angetriebene Rad zwar zwei verschiedene Ausdrücke, dafür aber in beiden Fällen positive Vorzeichen und bei drehgeschleuderndem und gleitendem Rad den Wert $S = 1$.

Zum anderen wird der Absolutwert der Umfangskraft $|F_x - F_R|$ auf die Radlast F_z bezogen, um auch hier einen dimensionslosen Ausdruck zu erhalten. Man bezeichnet

$$\mu = |F_x - F_R| / F_z \quad (2.16a)$$

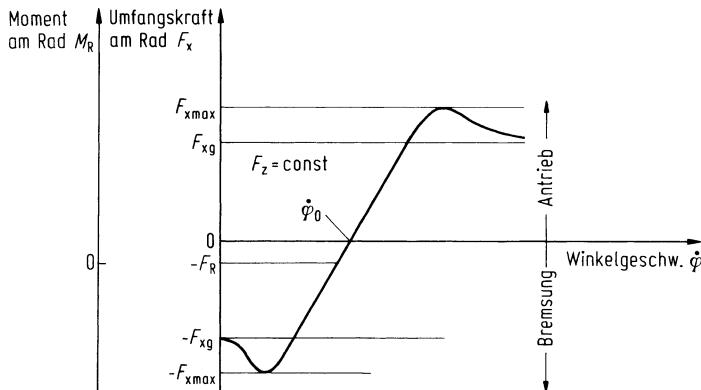
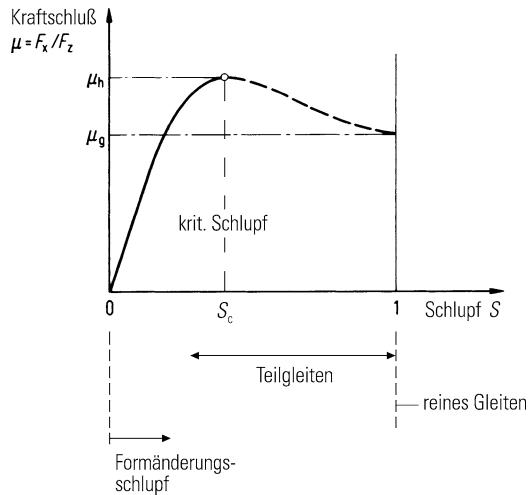


Abb. 2.15 Umfangskraft am Rad F_x als Funktion der Winkelgeschwindigkeit $\dot{\phi}$ des Rades

Abb. 2.16 Kraftschluss-Schlupf-Kurve



als *Kraftschluss*, hier in Umfangsrichtung. Bei Straßenfahrt (nicht bei Geländefahrt) wird fast immer der kleine Rollwiderstand F_R vernachlässigt und die Absolutzeichen nicht hingeschrieben

$$\mu = F_x/F_z. \quad (2.16b)$$

Aus Abb. 2.15 ergibt sich so die dimensionslose Darstellung nach Abb. 2.16. Der Kraftschluss μ ist eine Funktion des Schlupfes S , deren Verlauf für Treiben und Bremsen annähernd gleich ist. Wird also der Latsch, die Kontaktfläche zwischen Reifen und Fahrbahn, durch eine Umfangskraft beansprucht, so tritt Schlupf auf. Der höchste Kraftschluss ist durch den schon genannten Haftbeiwert μ_h gegeben, der zugehörige Schlupf, häufig „kritisches Schlupf“ S_c genannt, liegt bei etwa 0,1 (10 %).

Wird der Schlupf noch weiter gesteigert, fällt μ ab und erreicht bei 100 %-igem Schlupf, also $S = 1$, den Wert μ_g . Der Verlauf von μ_h nach μ_g ist in Abb. 2.16 nur gestrichelt eingezeichnet, weil in diesem Bereich keine stationären Vorgänge möglich sind (zumindest bei Kraftfahrzeugen mit den üblichen Kennungen von Verbrennungsmotoren und Reibungsbremsen). Er wird z. B. beim Bremsen in Sekundenbruchteilen durchlaufen, aus einem rollenden Rad wird ein blockiertes (s. Abschn. 9.9).

Zusatzinformation

Aus den Schlupfdefinitionen nach (2.15) mit den Winkelgeschwindigkeiten $\dot{\varphi}_0$ und $\dot{\varphi}$ (Einheit: rad/s) können auch andere Gleichungen abgeleitet werden.

Dazu muss die Beziehung zwischen den Winkelwegen $\dot{\varphi}_0$ bzw. $\dot{\varphi}$ und dem translatorischen Weg x bzw. deren Geschwindigkeiten eingeführt werden

$$x = R_0 \dot{\varphi}_0 = R \dot{\varphi} \quad \text{bzw.} \quad \dot{x} = v = R_0 \dot{\varphi} = R \dot{\varphi}. \quad (2.17)$$

R_0 , *dynamischer Halbmesser* genannt, ergibt sich aus dem *Abrollumfang* U . Er ist die je Umdrehung eines schlupffrei rollenden Rades $\dot{\varphi}_0 = 2\pi \stackrel{\wedge}{=} 360^\circ$ zurückgelegte Wegstrecke, also $U = 2\pi R_0$. Die

Größe R gehört zum momentenbelasteten Rad. Den Unterschied zu R_0 erkennt man am besten beim Schlupf $S = 1$. Da ist für das angetriebene, drehschleudernde Rad ($x \approx 0, \varphi \rightarrow \infty$) der Wert $R = 0$, für das gebremste, blockierte Rad ($x \neq 0, \varphi = 0$) ist der Wert $R \rightarrow \infty$.

Der für die Momentenbeziehung am Rad wichtige Abstand Radmitte-Fahrbahn $r - \text{statischer Halbmesser}$ genannt – ist hingegen von der Größe des Schlupfes praktisch unabhängig.

Mit (2.17) entsteht aus (2.15)

$$\text{Bremsschlupf } S = \frac{v - R_0 \dot{\varphi}}{v} = 1 - \frac{R_0 \dot{\varphi}}{v}, \quad (2.18a)$$

$$\text{Treibschlupf } S = \frac{R_0 \dot{\varphi} - v}{R_0 \dot{\varphi}} = 1 - \frac{v}{R_0 \dot{\varphi}}. \quad (2.18b)$$

Die Größe $R_0 \dot{\varphi}$ ist genau genommen nicht die Umfangsgeschwindigkeit an dem durch ein Moment belasteten Rad, sondern eine rechnerische Größe mit der Dimension einer translatorischen Geschwindigkeit, die sich aus der Winkelgeschwindigkeit $\dot{\varphi}$ am gebremsten oder angetriebenen Rad multipliziert mit dem dynamischen Halbmesser R_0 des momentenfreien Rades ergibt.

Schließlich kann man den Schlupf auch durch die Längen R_0 und R mit (2.17) ausdrücken,

$$\text{Bremsschlupf } S = 1 - \frac{R_0}{R}, \quad (2.19a)$$

$$\text{Treibschlupf } S = 1 - \frac{R}{R_0}. \quad (2.19b)$$

Es gibt auch andere Schlupfdefinitionen, auf die hier nicht eingegangen wird.

Nach den Definitionen für Haft- und Gleitbeiwert, Kraftschluss sowie Schlupf werden die wichtigsten Einflüsse auf die Kraftschluss-Schlupf-Kennung genannt.

Die größte Auswirkung hat zweifelsohne, wie Abb. 2.17 zeigt, die Witterung. Auf trockenen Straßen liegt der Größt- bzw. Haftbeiwert μ_h um 1,0, – bei modernen Reifen und auf neuen Straßen auch darüber – der zugehörige kritische Schlupf S_c bei etwas über 0,1. Auf nassen Straßen ist $\mu_h \approx 0,8$, – auf Fahrbahnoberflächen mit bestimmter makro- und mikroskopischer Rauigkeit und guter Entwässerung auch darüber – $S_c \approx 0,1$. Der Anstieg der μ -S-Kurven aus dem Nullpunkt ist sowohl für die trockene als auch für die nasse Straße etwa gleich. Auf schnee- und eisbedeckten Straßen sind die μ_h -Werte wesentlich geringer. Das Verhältnis in den μ_h -Werten zwischen eisglatter und trockener Straße beträgt nach Abb. 2.17 ungefähr 1 : 14. Wird die Bereifung der Witterung angepasst, so ist das Verhältnis kleiner.

Den Einfluss der Fahrgeschwindigkeit zeigt Abb. 2.18; der μ_h -Wert ändert sich auf trockener Straße wenig, auf nasser Straße stärker.

2.1.2.1 Größe von Haftbeiwerten μ_h

Im Folgenden wird nur auf den Größtwert des Kraftschlusses, auf den μ_h -Wert eingegangen, der allerdings praktisch nie ganz ausnutzbar ist. (Erkennen kann man ihn indirekt über Winkelgeschwindigkeit-Zeit-Kurven, s. Abschn. 9.9, oder vielleicht in Zukunft über Reifensensoren [ROTH93, STOE98].) Abbildung 2.19 zeigt für Pkw-Reifen nochmals Beispiele für den gesamten Bereich.

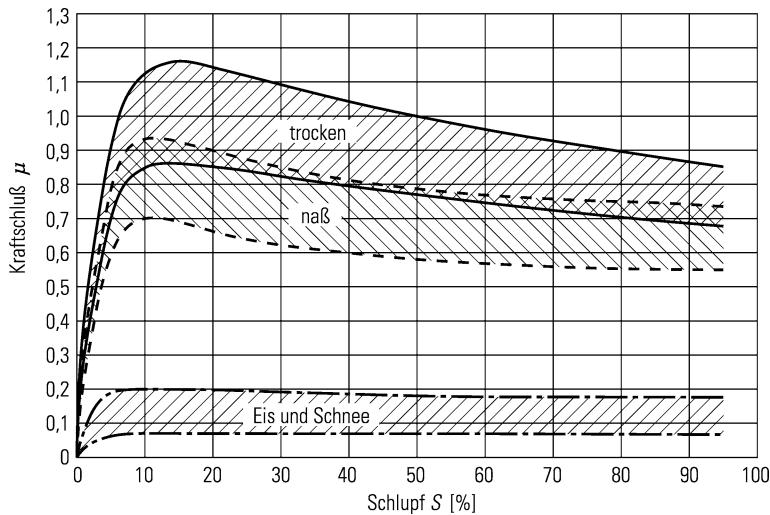


Abb. 2.17 Bandbreite der auf ebenen, homogenen Fahrbahnen im öffentlichen Straßenverkehr gemessenen Reibwert-Schlupf-Kurven (aus [ROTH93])

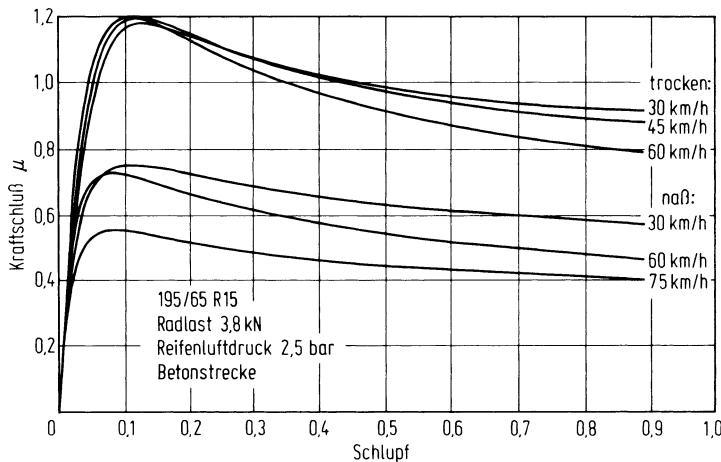
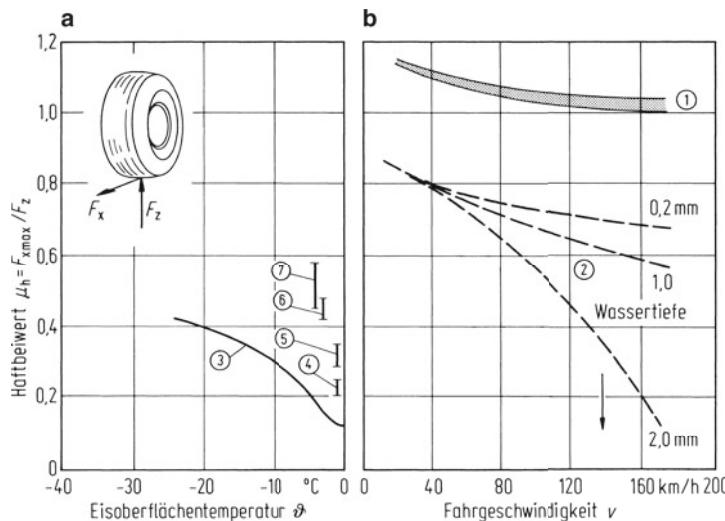


Abb. 2.18 Kraftschluss-Schlupf-Kurve eines Reifens für verschiedene Fahrgeschwindigkeiten v und Fahrbahnzustände. (Fachgebiet Fahrzeugtechnik, TH Darmstadt, Prof. Breuer, 1993)

In Abb. 2.19b erkennt man den Einfluss der Wassertiefe und der Fahrgeschwindigkeit auf den Reibbeiwert. Auf nasser Straße steht nicht mehr, wie Abb. 2.20 verdeutlicht, der ganze Latsch zur Übertragung der Umfangskraft zur Verfügung, sondern nur ein hinterer Teil. Er wird um so kleiner, je größer die Wasserfilmdicke und die Fahrgeschwindigkeit sind, also je größer die pro Zeiteinheit zu verdrängende und je geringer die durch die Profile des Reifens (und durch Rillen in der Straße) abgeleitete Wassermenge ist. Wird mehr



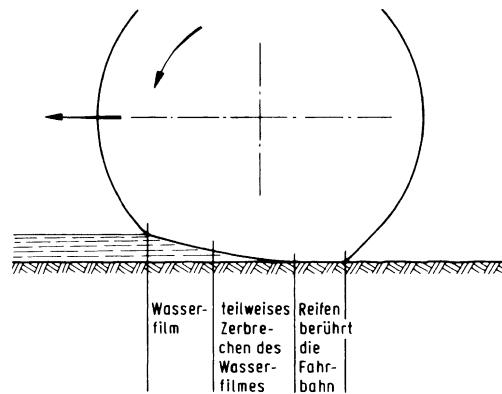
Fahrbahn	Reifen-dimension	Profil	Betriebszustand	Quelle
① trocken	205/60H15R 225/50H16R			Diss. Görich, Universität Karlsruhe, 1992
② naß	205/60H15R			
③ Glatteis	5.60-15	Diagonal M+S	bremsend	Diss. Weber, R., Universität Karlsruhe 1970
④ Glatteis	5.60-15	Sommer,	Anfahren aus dem Stand	
⑤ Glatteis		M+S M+S/E		Messungen vom IfF 1970
⑥ Neuschnee 10 cm		Sommer M+S		
⑦ Hartschnee		M+S/E		

Abb. 2.19 a, b Vergleich des Haftbeiwerts μ_h zwischen Pkw-Reifen und Fahrbahn bei unterschiedlichen Witterungsbedingungen

Wasser angeboten, als abgeleitet werden kann, dann berührt der Reifen die Straßenoberfläche nicht mehr, er schwimmt auf, μ_h wird nach Abb. 2.19b nahezu Null, man spricht von *Aquaplaning*.

Nach Abb. 2.19a findet man den niedrigsten μ_h -Wert auf nassem Eis (0°C). Mit sinkender Temperatur (Eis wird „trockener“) steigt μ_h wieder an. Der niedrige, nur durch Kraftschluss erzielte Haftbeiwert kann durch einen zusätzlichen Formschluss dadurch angehoben werden, dass bei Spikesreifen Metallstifte in das Eis eindringen, s. ⑤ in Abb. 2.19a und Abb. 2.21b. Ähnliche „Verzahnungseffekte“ erhält man bei Fahrt auf plastisch verform-

Abb. 2.20 Verdrängung des Wasserfilms entlang der Latschläge eines Reifens



barer Unterlage, z. B. auf weichem Boden oder auf Matsch und Schnee durch Spezialreifen. Deren Profile sind für diese Verhältnisse sehr grob mit entsprechend weiten Zwischenräumen ausgeführt, in denen Teile von Boden oder Schnee stehen bleiben können. Wenn diese genügende Scherfestigkeit besitzen, können sie ähnlich einer Zahnstange Kräfte übertragen, s. Abb. 2.21a. Außerdem sollen die Räume zwischen den einzelnen Stollen so geformt sein, dass Teile des weichen Untergrundes nicht am Reifen hängen bleiben und so den Reifen durch Ausfüllen der Zwischenräume praktisch profillos machen können.

Aus Tab. 2.2 sind noch Haftbeiwerte für Fahrten auf nicht befestigten Fahrbahnen zu entnehmen, die besonders für landwirtschaftliche und geländegängige Kraftfahrzeu-

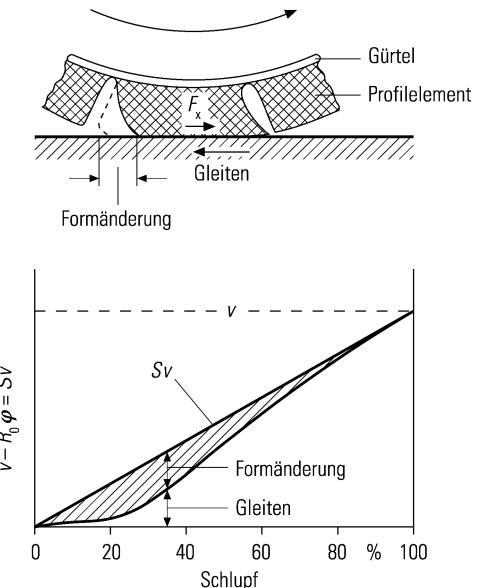


Abb. 2.21 Formschluss zwischen Fahrbahn und Reifen. **a** grobstolliger querprofilierter Reifen auf deformierter Fahrbahn; **b** Spikesreifen auf Eis

Tab. 2.2 Haftbeiwerte μ_h von Reifen und Ketten auf nicht befestigten Fahrbahnen [KUEH56]

Fahrbahn	Haftbeiwert μ_h	
	Reifen	Reifen und Ketten
Grasnarbe, erdfeucht bis durchnässt	0,55 ... 0,25	0,9 ... 0,65
sandiger Lehm, trocken bis nass	0,45 ... 0,5	0,55 ... 0,7
mittlerer Lehm und Ton, trocken bis nass	0,55 ... 0,4	0,6 ... 0,8
fetter Lehm und Ton, trocken bis nass	0,55 ... 0,3	0,55 ... 0,9
Mutterboden, trocken bis nass	0,4 ... 0,3	0,7 ... 0,35
Kiesweg, fest bis locker	0,35 ... 0,3	0,3 ... 0,25
Sandweg, fest/feucht bis locker/trocken	0,3 ... 0,2	0,3 ... 0,35

Abb. 2.22 Zusammensetzung von Formänderungs- und Gleitanteil [KUMM67]



ge wichtig sind. Durch Auflegen von Ketten sinkt der Reifen in die Fahrbahn ein und bildet, wie oben erläutert, zum bisher genannten Kraftschluss noch einen zusätzlichen Formschluss.

2.1.2.2 Zum Verständnis der μ -S-Kurve

Zunächst zur Beschreibung des Schlupfes. Die „Relativgeschwindigkeit“ eines gebremsten Rades ist, s. Zähler von (2.18a),

$$v - R_0 \dot{\varphi} = Sv.$$

Ein Schlupf von $S = 0,1$ bei $v = 80 \text{ km/h}$ lässt eine Gleitgeschwindigkeit von 8 km/h erwarten. In Wirklichkeit setzt sich nach den Untersuchungen von Kummer [KUMM67] der Gesamtschlupf aus einem Deformationsanteil (Formänderungsschlupf) und einem Gleitanteil (Gleitschlupf) zusammen. Nach Abb. 2.22 liegt bei kleinen Schlupf-Werten fast reine Deformation vor, entspricht in Abb. 2.16 dem linearen Anstieg aus dem Nullpunkt. Bei $S = 1$ liegt ausschließlich Gleitschlupf vor, und dazwischen gibt es beide Anteile, was man mit „Teilgleiten“ bezeichnet. Im Weiteren folgen einige Bemerkungen zum Kraftschluss μ .

Durch Untersuchungen [KUMM67] an einem Gummiblock, entspricht dem Laufflächenelement eines Reifens, wurde gezeigt, dass sich die Gummireibung aus einem Adhäsions- und einem Hystereseannteil zusammensetzt. Auf trockenen Fahrbahnen stellt die auf molekularen Anziehungskräften beruhende Adhäsionskomponente in den meisten Fällen den Hauptteil der Reibkraft dar. Auf rauen und auch auf nassen Oberflächen wird sie maßgeblich durch die Hysteresekomponente bestimmt. Beide Anteile ergeben ein hohes μ_h , wenn der Verlustmodul (die Dämpfung) von Gummi groß ist. Deshalb müssen die

die Straße berührenden Laufflächenelemente eine hohe Dämpfung besitzen. (Alle anderen Gummiteile müssen, um den Rollwiderstand klein zu halten, eine kleine Dämpfung haben, s. Abschn. 2.1.1.)

Beide Komponenten der Gummireibung sind – im Gegensatz zu der klassischen „Coulombschen Reibung“ – abhängig von der Flächenpressung (Normalkraft pro Berührfläche). Auf trockener Straße, bei der also die Adhäsion hauptsächlich wirkt, steigt der Reibwert mit sinkendem Druck. Für den Reifen bedeutet dies, die Radlast F_z muss auf eine große Latschfläche, genauer gesagt auf eine große Kontaktfläche zwischen den Profilelementen und der Straße wirken, wobei auf eine gleichmäßige Verteilung der Flächenpressung zu achten ist [ROTH93]. Auf nassen Straßen hingegen ist das anders. Zunächst muss, wie anhand von Abb. 2.20 erläutert, der Wasserfilm durch Profile im Reifen verdrängt werden. Die damit verbundene Erhöhung der Flächenpressung wirkt sich auch günstig auf die bei Nässe wirkende Hysterese aus, die – im Unterschied zur Adhäsion – mit ihr ansteigt. Bei Normalreifen muss also ein Kompromiss für die beiden Witterungsbedingungen eingegangen werden. (Nicht bei Rennreifen, die werden bei Witterungsumschwung kurzfristig gewechselt.)

Die Größe beider Anteile ist auch von der Gleitgeschwindigkeit an den einzelnen Profilen abhängig. (Auch die Adhäsionskraft hängt von ihr ab. Allerdings wird der Maximalwert der Adhäsionskraft bei sehr, sehr kleiner Gleitgeschwindigkeit erreicht, sodass man früher, als man noch nicht so genau messen konnte, von Haften sprach. Dies ist bis auf den heutigen Tag geblieben.) Eine gleichmäßige Geschwindigkeitsverteilung in der Latschfläche erhöht μ_h , seitliche Bewegungen z. B. beim Bremsen oder Beschleunigen mindern μ_h . Dies zu verhindern ist nicht nur eine Aufgabe für die Reifen-, sondern auch für die Fahrwerkskonstruktion. (Bei den früheren Pendelachsen gab es bei diesen Fahrmanövern Spuränderungen, also seitliche Rad- und damit auch Latschbewegungen, was die maximalen Beschleunigungs- und Verzögerungswerte verkleinerte.)

2.2 Reifeneigenschaften in vertikaler Richtung

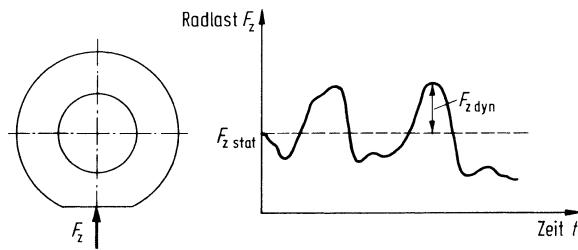
Die Radlast F_z setzt sich nach Abb. 2.23 aus einem statischen und einem – z. B. beim Überfahren von Unebenheiten auftretenden – dynamischen Anteil zusammen

$$F_z = F_{z\text{stat}} + F_{z\text{dyn}}(t). \quad (2.20)$$

Entsprechendes gilt für die Reifeneinfederung.

Im Folgenden wird auf die Druckverteilung zwischen Reifen und Straße und auf die Reifefederung eingegangen.

Abb. 2.23 Zur Erläuterung der statischen und dynamischen Radlast $F_{z\text{stat}}$ und $F_{z\text{dyn}}$



2.2.1 Druckverteilung im Latsch

Abbildung 2.24 zeigt über der Latschfläche die Druckverteilung (Flächenpressung) p_z . Sie ist bei Radial-(Gürtel-)reifen wesentlich gleichförmiger als bei den früheren Diagonalreifen, wodurch entsprechend der Forderung in Abschn. 2.1.2.2 höhere μ_h -Werte erzielt werden. Gleichförmigkeit setzt einen auf die Radlast F_z abgestimmten Reifenluftdruck (Reifeninnendruck) p_i voraus, ein zu niedriger erhöht die Flächenpressung in der Schulterpartie (unter den Reifenseitenwänden), ein zu hoher die in Latschmitte. Weiterhin hängt die Druckverteilung über der Latschlänge von der Größe der Umfangskraft F_x ab [ROTH93]. Die Radlast ergibt sich zu

$$F_z = \int_A p_z dA = \bar{p}_z A,$$

mit der mittleren Flächenpressung \bar{p}_z und der Latschfläche A . Mit der Näherung

$$\bar{p}_z \approx p_i,$$

(die heutigen Pkw-Reifen sind praktisch Membranen, die Eigentragfähigkeiten der Reifenseitenwände sind fast Null), ergibt sich die Änderung der Radlast zu

$$dF_z = p_i dA + A dp_i$$

und abgeleitet nach der Reifeneinsenkung z

$$\frac{dF_z}{dz} = p_i \frac{dA}{dz} + A \frac{dp_i}{dz} \approx p_i \frac{dA}{dz},$$

wobei der zweite Summand zu vernachlässigen ist, da sich der Innendruck mit der Einsenkung und folglich auch mit der Radlast kaum ändert. D. h. eine Radlasterhöhung vergrößert die Latschfläche. Und da sich bei Radialreifen die Latschbreite wenig ändert, bewirkt eine Radlasterhöhung hauptsächlich eine Latschverlängerung.

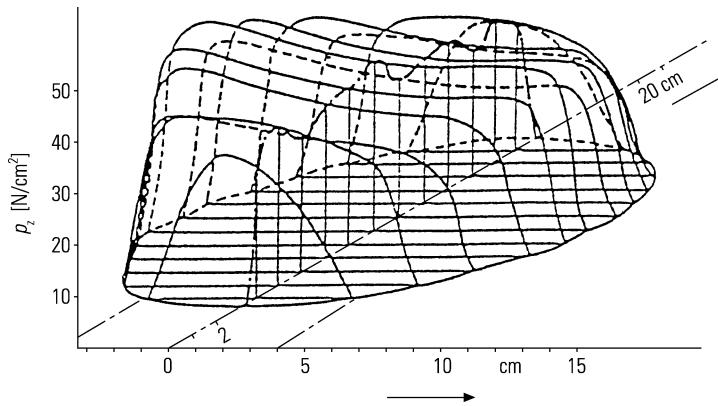


Abb. 2.24 Druckverteilung p_z in der Aufstandsfläche eines frei rollenden Radialreifens, $v = 60 \text{ km/h}$. (aus: [ZOMO87])

2.2.2 Reifenfederung und -dämpfung

In „Teil III Schwingungen“ werden die vertikalen Schwingungseigenschaften des Reifens benötigt, und zwar in einem Frequenzbereich von Null bis 25 Hz. Da die Eigenfrequenzen der Reifen deutlich darüber liegen, kann man die Reifenmasse vernachlässigen und den Reifen allein als Feder-Dämpfer-Modell betrachten. Die Federungs- und Dämpfungs-eigenschaften eines Reifens in radialer Richtung können durch das Gehmann-Modell angenähert werden, s. Abb. 2.25a. Nach Tab. 11.1 beträgt die komplexe Radlastamplitude der dynamischen Radlasten für einen Reifen

$$\hat{F}_z \approx c \left(1 + j \frac{k\omega}{c} \right) \hat{z} = c(1 + jd)\hat{z}. \quad (2.21)$$

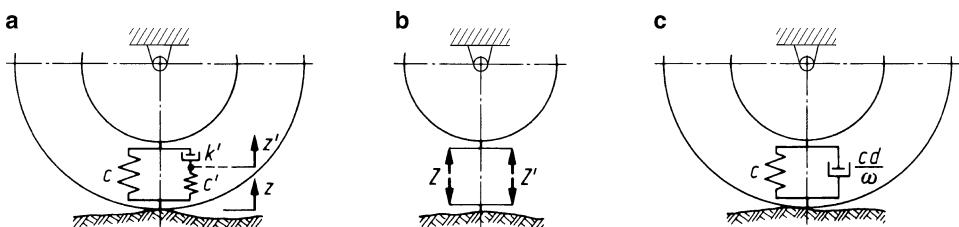
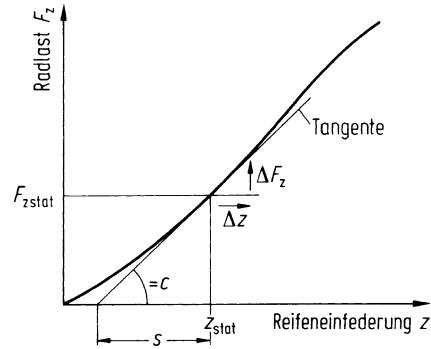


Abb. 2.25 a Annäherung der radialen Reifeneigenschaften durch Federn und Dämpfer mit dem sog. Gehmannmodell, s. Tab. 11.1; b Kräfte in den parallel geschalteten Elementen; c Ersatz des Reifenmodells durch Reifenfederkonstante c und Reifendämpfungskonstante cd/ω

Abb. 2.26 Zur Erläuterung der Reifenfederkonstante c und der Subtangente s



Der Realteil in der obigen Gleichung stellt die Federung dar, charakterisiert durch die Reifenfederkonstante c . Der Imaginärteil mit dem dimensionslosen Reifenverlustfaktor

$$d = \frac{k' \omega}{c} \quad (2.22)$$

berücksichtigt die Reifendämpfung, wobei für einen bestimmten Frequenzbereich nach Tab. 11.1, Diagramm f

$$k' \omega \approx \text{const} \quad (2.23)$$

und damit auch d von ω unabhängig ist.

Zusatzinformation

Die Näherungsgleichung (2.21) lässt sich nur bei Rechnungen im Frequenzbereich verwenden, im Zeitbereich müssen die Gleichungen in Tab. 11.1, erste Zeile, zweite Spalte, genommen werden.

2.2.2.1 Reifenfederkonstante, -subtangente

Im Gegensatz zur obigen Annahme in (2.22) hat die Radlast F_z in Wirklichkeit über der Reifeneinfederung z einen nichtlinearen Verlauf.

Durch Linearisierung erhält man als Näherung für einen bestimmten Bereich der Kurve einen c -Wert. Der interessierende Bereich liegt bei der statischen Radlast $F_{z\text{stat}}$ und der Eindrückung z_{stat} (s. Abb. 2.26)

$$c = \left(\frac{dF_z}{dz} \right)_{F_z=F_{z\text{stat}}} \quad (2.24)$$

Wird die Reifeneindrückung um Δz vergrößert oder vermindert, so verändert sich die Kraft näherungsweise um

$$\Delta F_z \approx c \Delta z.$$

Es ist einfacher, sich statt der Federkonstanten c die Subtangente

$$s = \frac{F_{z\text{stat}}}{c} \quad (2.25)$$

(Abb. 2.26) zu merken, da sie nach Abb. 2.27 bei ganz verschiedenen großen Reifen in etwa gleich ist.

Die Vergrößerung der Reifenfederkonstanten c mit wachsender Fahrgeschwindigkeit – in Abb. 2.27 ist c für den stehenden (!) Reifen eingesetzt – ist beim Gürtelreifen gering (6 % von 0 auf 100 km/h).⁵

2.2.2.2 Reifendämpfung

Die Reifendämpfung ist so gering, dass sie beim Kraftfahrzeug, dessen Bewegungen hauptsächlich durch den Schwingungs-(Stoß-)dämpfer gedämpft werden, vernachlässigt werden kann. Bei den nur auf den Reifen federnden und gedämpften Fahrzeugen (z. B. Traktoren und leeren Anhängern, bei denen die Blattfedern zwischen Achsen und Aufbau blockieren, sog. „ungefederte Fahrzeuge“) fehlt der Stoßdämpfer, sodass die allein vorhandene Reifendämpfung berücksichtigt werden muss.

Die Größe des Reifenverlustfaktors d ist aus Abb. 2.28 zu entnehmen, er hängt hauptsächlich von der Fahrgeschwindigkeit ab.

Den Bereich sehr kleiner Fahrgeschwindigkeiten ausklammernd kann näherungsweise

$$d \sim \frac{1}{v} \quad (2.26)$$

gesetzt werden.

2.3 Reifeneigenschaften in Seitenrichtung

Nachdem in den vorangegangenen Abschn. 2.1 und 2.2 der Reifen in x - und z -Richtung (in Umfangs- und Vertikal-Richtung) behandelt wurde, werden nun die Reifeneigenschaften in Abhängigkeit von der dritten Koordinate, von der y -(Seiten-)Richtung untersucht.

Zunächst wird der funktionale Zusammenhang zur statischen Radlast F_z besprochen, später kommt der Einfluss der Umfangskraft F_x hinzu und zuletzt wird zweimal auf die Dynamik des Reifens eingegangen.

2.3.1 Seitenkraft, Rückstellmoment, Schräglauwinkel

Abbildung 2.29 – ein Teil der Abb. 2.1 für den Sonderfall Radsturz $\gamma = 0$ – zeigt eine seitliche Kraft Y zwischen Fahrzeug und Rad sowie als Reaktion die mit Seitenkraft bezeichnete Kraft F_y zwischen Reifen und Straße. Durch sie rollt das Rad nach Abb. 2.30 nicht geradeaus in die x_R -Richtung, sondern seitlich weg. Den Winkel α zwischen der Richtung von x_R und der Geschwindigkeit v_R nennt man Schräglauwinkel. Er wird umso größer, je größer $F_y = Y$ wird.

⁵ Nach IfF-Messungen.

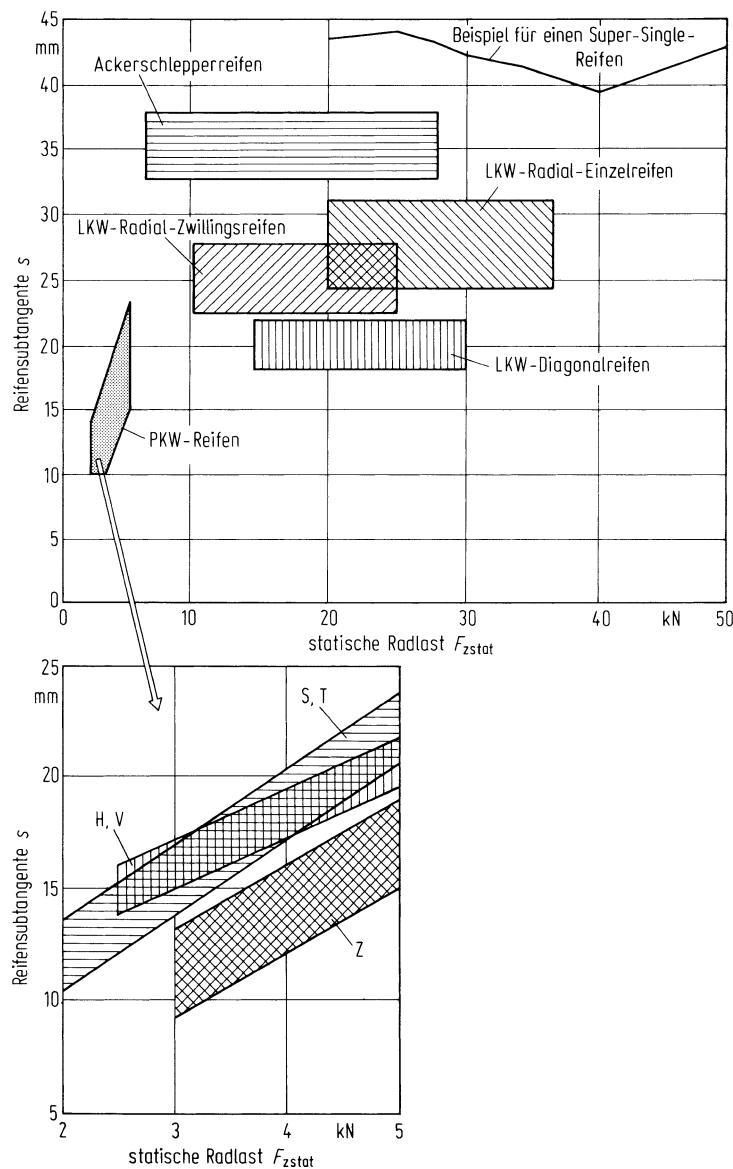


Abb. 2.27 Bereiche der Subtangente s als Funktion der statischen Radlast für verschiedene Reifengrößen und -bauarten. Gemessen bei stehendem Reifen auf ebener Unterlage. (Die Werte für Zwillingsreifen werden über der Last auf einem Reifen aufgetragen). Ausschnitt gilt für Pkw-Reifen verschiedener Geschwindigkeitsklassen und Größen. S = bis 180 km/h, T = bis 190 km/h, H = bis 210 km/h, V = bis 240 km/h, ZR = über 240 km/h

Abb. 2.28 Reifenverlustfaktor d als Funktion der Fahrgeschwindigkeit v bei der Erregerkreisfrequenz $\omega = 20 \text{ s}^{-1}$ ($\approx 3 \text{ Hz}$).
 (Siehe [HAHN72]) $\omega = 20 \text{ s}^{-1}$ entspricht der Eigenfrequenz „ungefederter Fahrzeuge“, s. Abschn. 3.1)

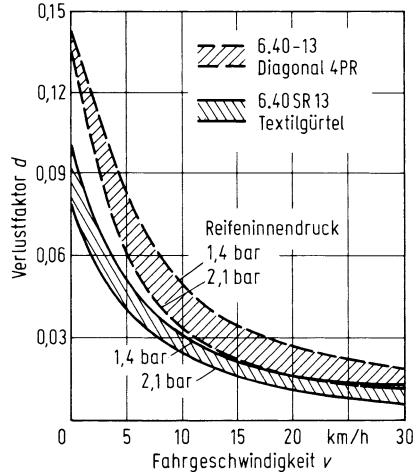
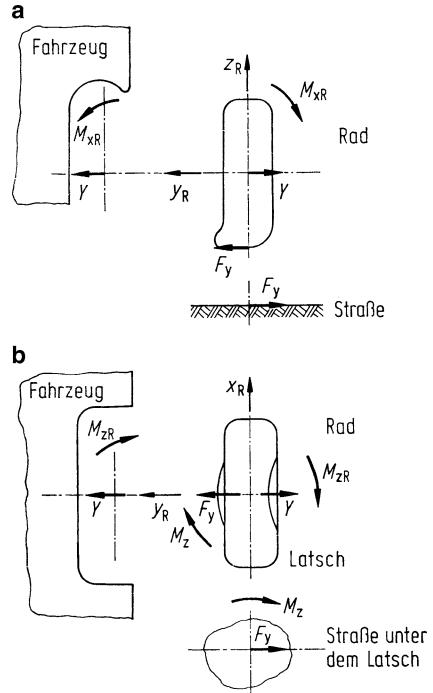


Abb. 2.29 Fahrzeug, Rad und Straße unter seitlicher Belastung. **a** in Fahrtrichtung gesehen; **b** in der Draufsicht. (Die vertikalen Lasten Z und F_z sind der Übersichtlichkeit wegen weggelassen)

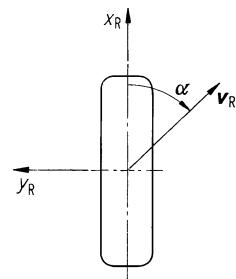


Zusatzinformation

F_y ist wie die Umfangskraft F_x eine Horizontalkraft, sodass wie in Abschn. 2.1.2. wieder Betrachtungen über Kraftschluss und Schlupf angestellt werden können. So wie die Umfangskraft F_x bzw. der Kraftschluss in Umfangsrichtung $\mu_x = F_x/F_z$ eine Funktion des Umfangsschlupfes S_x ist (Abb. 2.31a), so ist der seitliche Kraftschluss

$$\mu_y = \frac{F_y}{F_z} \quad (2.27)$$

Abb. 2.30 Bewegungsrichtung eines schräglösenden Rades (von oben gesehen)



eine Funktion des Seitenschlupfes S_y (Abb. 2.31b). Er wird nach Abb. 2.30 definiert als das Verhältnis zwischen der Geschwindigkeitskomponente $|v_R| \sin \alpha = v_R \sin \alpha$, die in y_R -Richtung zeigt und durch die Kraft $Y = F_y$ hervorgerufen wurde, und $|v_R| \cos \alpha = v_R \cos \alpha$, die in die x_R -Richtung, also in die kräftefreie Rollrichtung zeigt,

$$S_y = \frac{v_R \cdot \sin \alpha}{v_R \cdot \cos \alpha} = \tan \alpha . \quad (2.28)$$

Die Funktion $\mu_y = f(S_y)$ zeigt Abb. 2.31b.

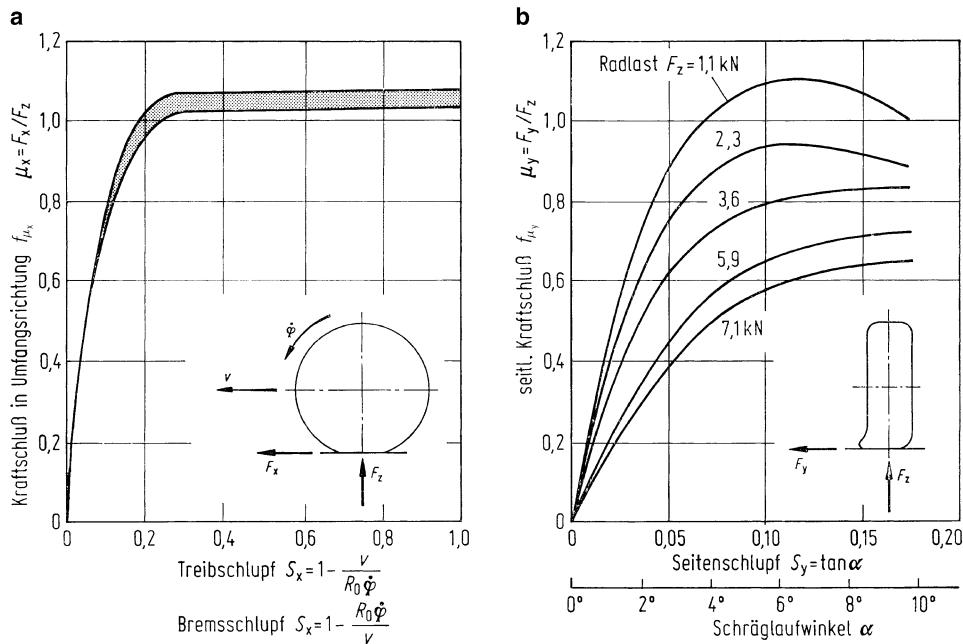


Abb. 2.31 Kraftschluss-Schlupf-Kurven. a in Umfangsrichtung, vgl. Abbildungen in Abschn. 2.1.2; b in seitlicher Richtung, errechnet aus Abb. 2.32a

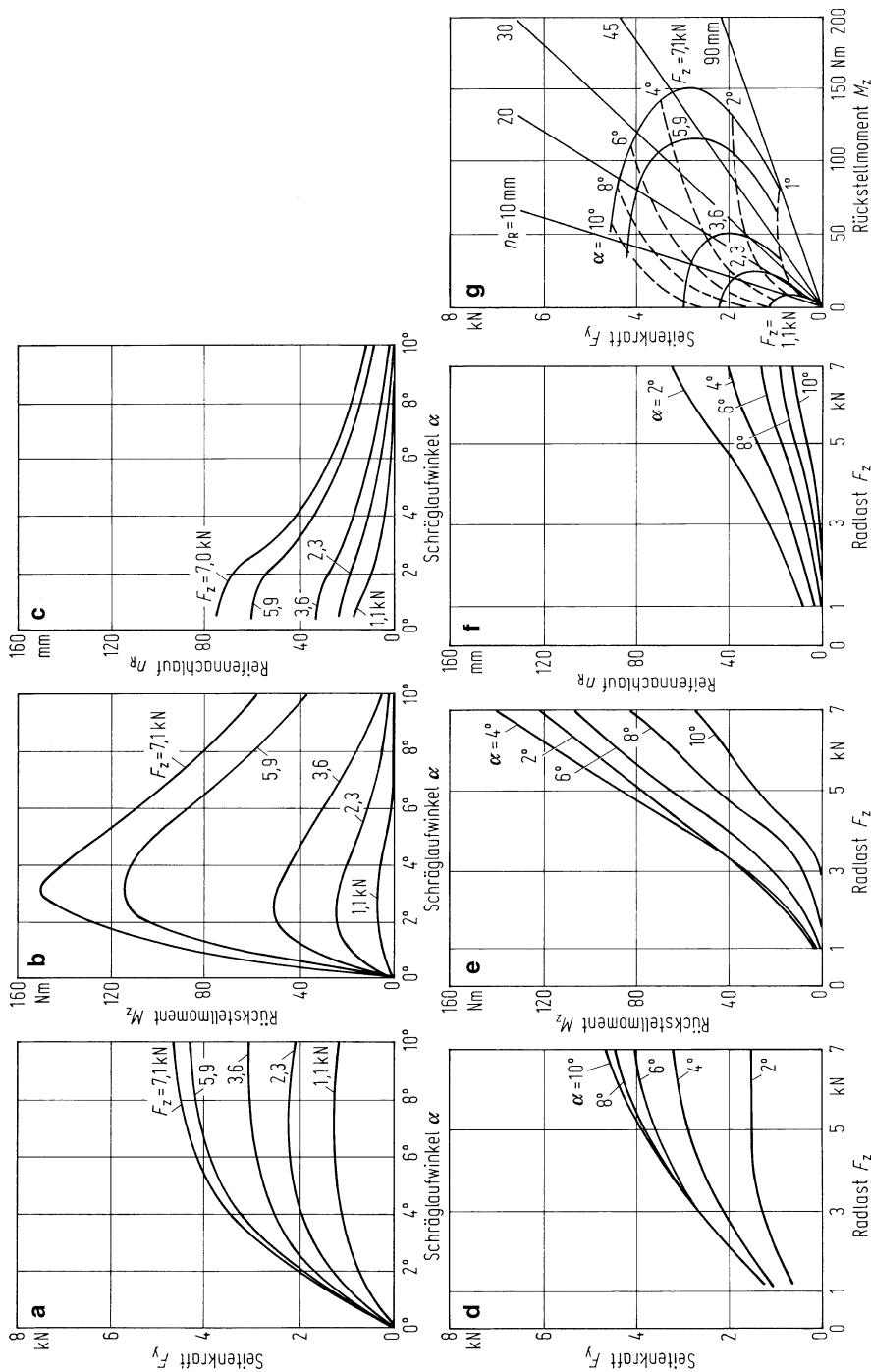
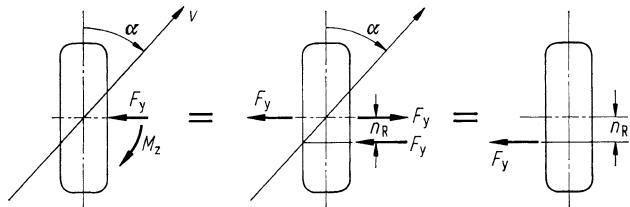


Abb. 2.32 Abhängigkeit von Seitenkraft F_y , Rückstellmoment M_z , Rückstellmoment M_z , Reifennachlauf n_R als Funktionen von Schrägaufwinkel n_R und Radlast (d bis f) sowie zusammenfassende Darstellung als Gough-Diagramm (g). Daten: Reifen: 175/70 R 13 T, Felge: 5 1/2 J × 13, Luftdruck: 2,1 bar (gilt für Nennlast $F_z = 4,15 \text{ kN}$), Sturz: 0°

Abb. 2.33 Rückstellmoment M_z und Reifennachlauf n_R am schrägläufigen Rad



Wenn man die Analogie zwischen Seiten- und Umfangskräften bzw. Schlupfen weiter treibt, müsste man nun einen Haft- bzw. Höchstbeiwert in seitlicher Richtung (Werte hierzu s. Abb. 2.19)

$$\mu_{yh} = \frac{F_{y\max}}{F_z} \quad (2.29)$$

und einen Gleitbeiwert μ_{yg} beim Seitenschlupf $S_y = 1$ definieren. Aber dies ist aus mehreren Gründen nicht möglich und auch nicht notwendig. Zunächst ergäbe der Wert $S_y = \tan \alpha = 1$ einen Winkel $\alpha = 45^\circ$, in Wirklichkeit ist nach Abb. 2.30 ein größerer Wert, nämlich das seitlich wegrutschende Rad mit $\alpha = 90^\circ$ denkbar. Weiterhin ist die Messung des Kraftschlusses μ_y bei hohen α -Werten nicht reproduzierbar, und letztlich ist ein Fahrzeug nur bei kleinen Winkeln $\alpha (10^\circ)$ ist schon ein hoher Wert) beherrschbar.

Es ist deshalb üblich, nicht über dem Seitenschlupf S_y , also nicht über $\tan \alpha$, sondern direkt über dem Schräglauwinkel α aufzutragen. (Die Diagramme enden meistens unterhalb 10°). Weiterhin wird nicht der dimensionslose Kraftschluss μ_y verwendet, weil sich nach Abb. 2.31b bei den verschiedenen Radlasten nicht eine Kurve oder ein enges Kurvenband ergibt, sondern eine ziemlich breite Kurvenschar.

Man trägt deshalb die Seitenkraft F_y direkt über dem Schräglauwinkel α nach Abb. 2.32a auf, mit der Radlast F_z als Parameter.

Durch die seitliche Kraft Y entsteht nach Abb. 2.29b nicht nur die Seitenkraft F_y , sondern auch das sog. Rückstellmoment M_z . Das Vorhandensein von M_z besagt, dass die Seitenkraft F_y nicht in Latschmitte angreift. Man kann zum Beweis (Abb. 2.33) F_y und M_z zusammenfassen, indem man $M_z = F_y n_R$ setzt. Entsprechend wurde bei der Betrachtung des Rollwiderstands in Abschn. 2.1.1.1 vorgegangen und dort bewiesen, dass die Radlast F_z vor Latschmitte wirkt. Die Seitenkraft F_y hingegen greift um den Abstand n_R hinter Latschmitte an und versucht damit, den Schräglauwinkel zu verkleinern, n_R nennt man den Reifennachlauf. Seine Größe ergibt sich aus

$$\frac{M_z}{F_y} = \frac{F_y n_R}{F_y} = n_R. \quad (2.30)$$

Rückstellmoment M_z und Reifennachlauf n_R sind nach Abb. 2.32b und c ebenfalls vom Schräglauwinkel α abhängig.

Neben der Darstellung über dem Schräglauwinkel α ist auch die Darstellung über der Radlast F_z , mit α als Parameter, üblich (Abb. 2.32d bis f). Die Darstellung $M_z = f(F_z)$ ist allerdings wegen der sich kreuzenden Kurven nicht gebräuchlich.

Es gibt noch eine Darstellung nach Gough, in der $F_y = f(M_z)$ aufgetragen wird (Abb. 2.32g). Es treten hier allerdings zwei Parameter auf, nämlich der Schräglaufwinkel α und die Radlast F_z . Die Linien für konstanten Reifennachlauf sind nach der Definitionsgleichung (2.30) Geraden.

2.3.1.1 Zum Verständnis der Schräglauftypen

Um den Mechanismus von Seitenkraft, Rückstellmoment und Reifennachlauf zu verstehen, wird eine Erklärung mithilfe von Elementarfedern gegeben. Dazu wird angenommen, dass die Reifenachse stillsteht und sich die Fahrbahn in Form einer großen Lauftröpfel bewegt, s. Abb. 2.34b. Der Reifen wird gegenüber der Laufrichtung der Trommel um den Winkel α geschwenkt auf die Trommel aufgesetzt.

Ein Punkt auf dem Reifenumfang, ein Teil eines Profilelementes, der in den Latsch einläuft, heiße A in Abb. 2.34c. Dreht sich die Trommel um das Stück $d\alpha$ weiter, dann bewegt sich dieser Punkt nicht in der Felgenebene, sondern in der Bewegungsrichtung der Fahrbahn und gelangt von A nach A'. Wie die Elementarfeder andeutet, wird damit eine Kraft aufgebracht. Bei weiterer Bewegung bewegt sich der Punkt im Latsch immer weiter von der Felgenebene weg, und die zugehörige Kraft wird immer größer. Sie ist am größten am Latschende und wird außerhalb des Latsches wieder zu Null. Die Summe aller Kräfte an den Elementarfedern ergibt die Seitenkraft F_y . Je größer der Schräglauftyp α wird umso größer muss auch F_y werden. Solange die Latschpunkte auf der Trommel haften und unter der Annahme einer linearen Kennung der Elementarfedern, besteht zwischen der Seitenkraft F_y und dem Schräglauftyp α ein proportionaler Zusammenhang

$$F_y = c_\alpha \alpha, \quad (2.31)$$

mit c_α als Proportionalitätskonstante. Dies wird durch das Diagramm in Abb. 2.32a für kleine Winkel bestätigt, der Vorgang liegt im Bereich des sog. Formänderungsschlupfes, vgl. Abschn. 2.1.2.2.

Weiterhin erkennt man aus Abb. 2.34c deutlich, dass die Resultierende aller Kräfte der Elementarfedern nicht in Latschmitte angreift, sondern dahinter. Für kleine Schräglauftypen, gleichbedeutend mit den beiden o. g. Voraussetzungen „Nichtgleiten der Latschpunkte“ und „lineare Elementarfedern“, bleibt das seitliche Verformungsbild immer ein Dreieck. Damit bleibt der Angriffspunkt der Seitenkraft immer der gleiche, und der Reifennachlauf ist

$$n_R = \text{const.} \quad (2.32)$$

Der Anstieg des Rückstellmomentes M_z ist für kleine Schräglauftypen α deshalb ebenfalls linear (s. Abb. 2.32b), und aus (2.31) und (2.32) folgt

$$M_z = c_\alpha n_R \alpha. \quad (2.33)$$

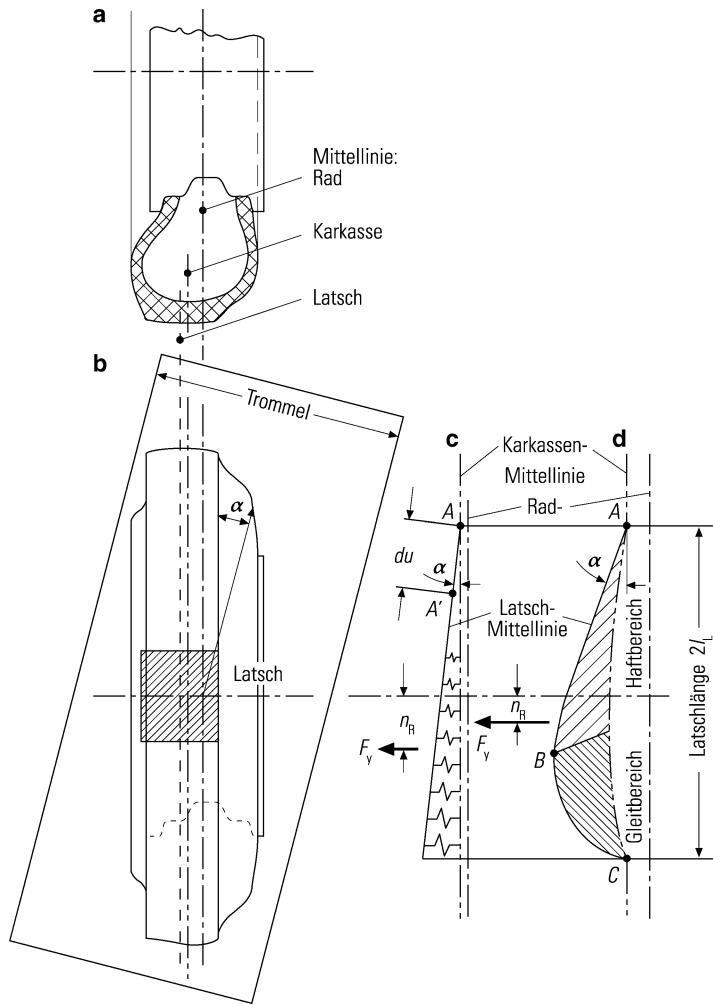


Abb. 2.34 Entstehung von Seitenkraft F_y und Reifennachlauf n_R ; **a** Schnitt durch Rad und Reifen; **b** Draufsicht; **c** Latschverformung bei kleinem Schräglaufwinkel α ; **d** bei großem Schräglaufwinkel α

Zusatzinformation

Die Größe des Nachlaufs lässt sich nach Abb. 2.34c abschätzen. Der Schwerpunkt des Dreiecks liegt, von vorn gemessen, bei $(4/3) l_L$ mit $2l_L$ der Latschlänge. Also ist der Nachlauf von Latschmitte aus gerechnet

$$n_R \approx \frac{4}{3} l_L - l_L = \frac{1}{3} l_L \quad (2.34)$$

(mit $2l_L = 240 \text{ mm}$ ist $n_R = 40 \text{ mm}$).

In Abb. 2.34d ist der Schräglaufwinkel α größer als in Abb. 2.34c. In Punkt A setzt wieder ein Reifenpunkt (ein Profilelement) auf die Trommel auf, die zugehörige Elemen-

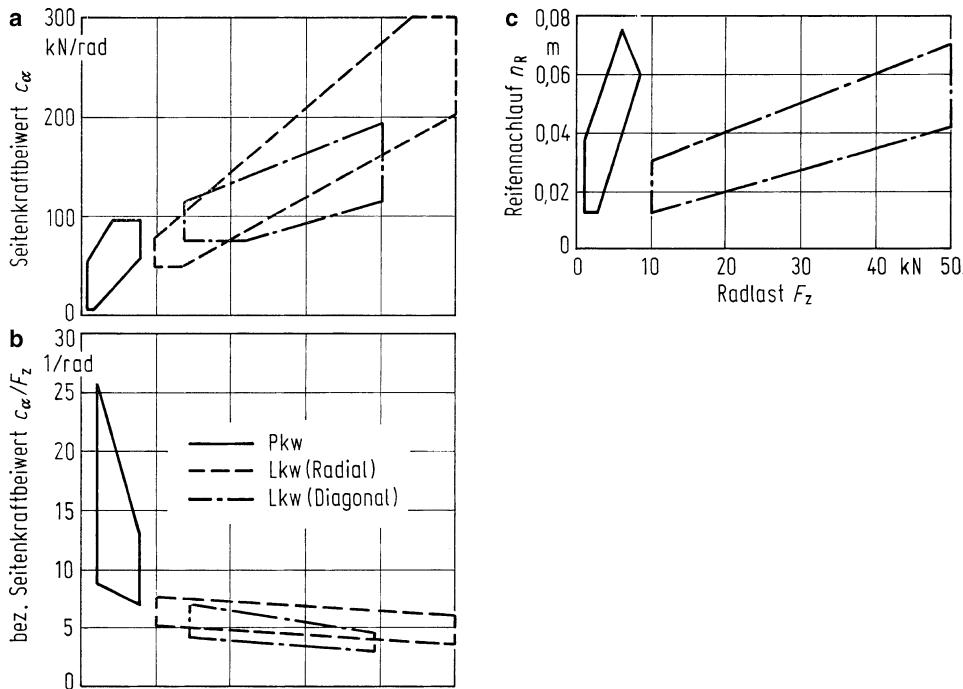


Abb. 2.35 Linearisierte Reifendaten auf trockener Fahrbahn in Abhängigkeit von der statischen Radlast F_z . (Ermittlung nach Abb. 2.36)

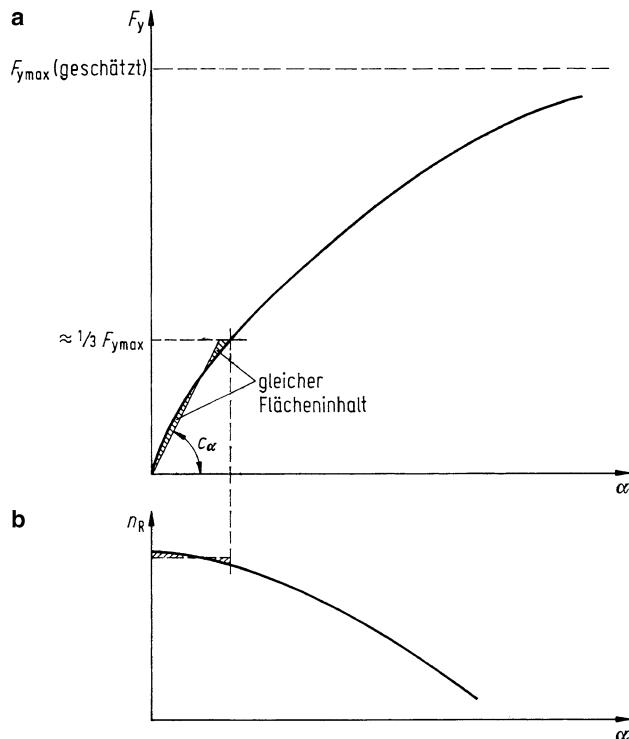
tarfeder wird wieder gespannt, nur wegen des größeren α jetzt stärker. Bis zum Punkt B haftet das Profilelement auf der Trommel, ab da beginnt es zu gleiten und in C ist die differenzielle Seitenkraft $dF_y = 0$, weil die Flächenpressung am Latschende Null ist. Entsprechend den Betrachtungen bei Umfangskraft und Umfangsschlupf in Abschn. 2.1.2.2 gibt es auch bei größeren Seitenkräften und Schräglauwinkeln das sog. Teilgleiten. Die Seitenkraft steigt trotz des Teilgleitens weiter an, nur nicht mehr proportional α , sondern degressiv, s. Abb. 2.32a.

Damit rückt aber auch gleichzeitig der Schwerpunkt der Seitenkraftfläche, d. h. die Lage der resultierenden Seitenkraft F_y , nach vorn, der Nachlauf n_R wird kleiner (vgl. Abb. 2.32c). Der degressive Anstieg der Seitenkraft und der Abfall des Reifennachlaufs über dem Schräglauwinkel bewirken, dass der Rückstellmomentenverlauf nach Abb. 2.32b bei relativ niedrigen α -Werten ein Maximum besitzt.

2.3.1.2 Seitenkraftbeiwert (cornering stiffness)

Für spätere Rechnungen mit dem linearisierten Fahrzeugmodell sind in Abb. 2.35 Seitenkraftbeiwerte c_α (engl. cornering stiffness) und Reifennachläufe n_R einiger Reifen nach (2.31) und (2.32) zusammengestellt.

Abb. 2.36 Zur Bestimmung des Reifenseitenkraftbeiwertes c_α (a) und des Reifennachlaufs n_R (b)



Dabei wurde für c_α nicht die Anfangssteigung im F_y - α -Diagramm genommen, sondern, um einen größeren Gültigkeitsbereich zu bekommen, eine Sekante zwischen $F_y = 0$ und $1/3 F_{y\max}$ gezogen (Abb. 2.36a). Den Reifennachlauf n_R für den linearisierten Bereich erhält man aus Abb. 2.36b. Auf trockener Fahrbahn lässt sich bis zum Schräglaufwinkel von 3° gut linearisieren, was ungefähr einer Querbeschleunigung des Fahrzeuges von $0,4 \text{ g}$ entspricht.

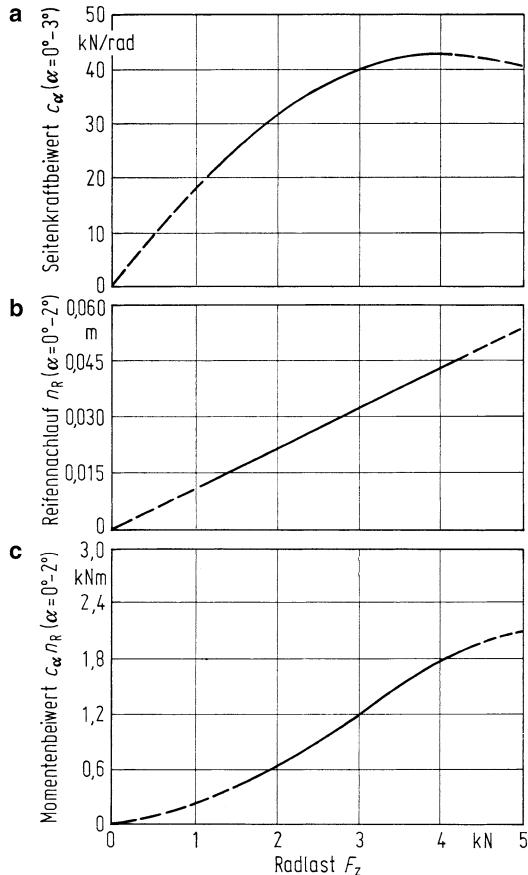
Je schwerer die Fahrzeuge sind umso größer sind die Radlasten und die Reifen und damit auch die c_α -Werte. Um einen engeren Zahlenbereich zu erhalten, wurden sie auf die statische Radlast F_z bezogen (Abb. 2.35). Innerhalb einer Fahrzeugkategorie wird der Reifen mit einem kleineren Höhen-Breiten-Verhältnis seitensteifer, sein c_α/F_z -Wert ist größer, oder anders ausgedrückt, bei gleicher Radlast F_z und gegebener Seitenkraft F_y wird der Schräglaufwinkel α kleiner.

Zusatzinformation

Für einen bestimmten Reifen mit einem bestimmten Reifenluftdruck und damit (nach Reifentabellen) zugehöriger Radlast $F_{z\text{ Nenn}}$ lässt sich die Änderung der Radlast F_z auf den Seitenkraftbeiwert c_α durch ein parabolisches Gesetz

$$c_\alpha |_{\alpha=0-3^\circ} = \left(c_{\alpha 1} - c_{\alpha 2} \frac{F_z}{F_{z\text{ Nenn}}} \right) F_z \quad (2.35)$$

Abb. 2.37 a Der Seitenkraftbeiwert hängt näherungsweise parabolisch von der Radlast ab; b der Reifennachlauf ist der Radlast proportional; c Momentenbeiwert = Seitenkraftbeiwert \times Reifennachlauf



und für den Reifennachlauf durch ein lineares

$$n_R |_{\alpha=0-2^\circ} = n_{R0} \frac{F_z}{F_{z\text{ Nenn}}} \quad (2.36)$$

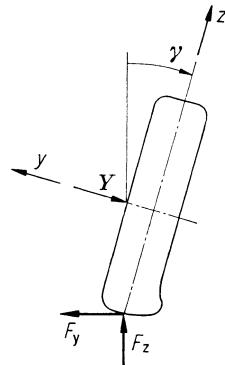
angeben, s. Abb. 2.37.

2.3.2 Einfluss des Sturzes

Bisher stand das Rad senkrecht auf der Fahrbahn. Wird der Reifen jedoch nach Abb. 2.38 um den Winkel γ geneigt, man sagt *gestürzt*, dann verändern sich die Funktionen $F_y = f(\alpha)$ und $M_z = f(\alpha)$ nach den Abb. 2.39a und b.

Bei gleicher Seitenkraft wird bei positivem Sturz der Schräglaufwinkel α größer als bei $\gamma = 0$, bei negativem Sturz kleiner. Das Reifenrückstellmoment vergrößert sich bei konstantem Schräglaufwinkel mit positivem γ .

Abb. 2.38 Kräfte und Koordinaten am gestürzten Rad



Zusatzinformation

Die Bezeichnung „positiv“ ist hier durch das Koordinatensystem begründet, positiver Sturz ergibt eine positive Drehung um die x -Achse. Physikalisch bedeutet diese Festlegung folgendes: Das Rad in Abb. 2.38 gehöre zu einem Fahrzeug, das in die Papierebene mit einer Linkskurve hineinfährt. Die nach rechts zeigende Fliehkraft, von der ein Teil die Kraft Y ist, ergibt die nach links gerichtete Seitenkraft als Reaktion. Wird nun das Rad nach der kurvenäußeren Seite gestürzt (also positiv), dann vergrößert sich der Schräglaufwinkel. Wird hingegen das Rad nach der kurveninneren Seite gestürzt (demnach negativ) – dies entspricht dem „In-die-Kurve-Legen“ des Zweiradfahrzeugs –, so wird der Schräglaufwinkel kleiner als bei $\gamma = 0$.

Die Ausdrücke positiver und negativer Sturz werden irreführender Weise beim Kraftfahrzeug auch für die Kennzeichnung der relativen Lage der beiden Räder einer Achse zueinander benutzt. Ist im Stand oder bei Geradeausfahrt der Abstand der Räder oberhalb der Achse größer als auf der Fahrbahn, dann haben die Räder einen positiven Sturz oder „sie stehen O-beinig da“. Im umgekehrten Fall ist der Sturz negativ bzw. „die Stellung ist X-beinig“.

Bei kleinem Schräglaufwinkel α und dem immer kleinen Sturzwinkel γ kann man die linearisierten Gleichungen für Seitenkraft F_y und M_y nach (2.31) und (2.33) erweitern zu

$$F_y = c_\alpha \alpha - c_\gamma \gamma, \quad (2.37)$$

$$M_z = c_{M\alpha} \alpha + c_{My} \gamma. \quad (2.38)$$

Bei großen Schräglauwinkeln wird mit negativem Sturz die maximal übertragbare Seitenkraft etwas größer als ohne Sturz, bei positivem kleiner. Dies gilt für trockene Straße, z. T. auch für nasse [GENG67], nicht für Eis [WEBE70].

2.3.3 Schwenkmoment im Stand

Wird ein nichtrollendes Rad um die Lenkachse eingeschlagen, z. B. beim Parkieren, so tritt an den Reifen ein Schwenkmoment M_{Sch} auf, die einzelnen Latschpunkte gleiten auf der Fahrbahn.

Abb. 2.39 Einfluss des Sturzwinkels γ auf Seitenkraft und Rückstellmoment in Abhängigkeit vom Schräglaufwinkel (Reifen 185 HR 14, Felge 6 J \times 14 H2), Radlast $F_z = 3,5$ kN, Reifeninnendruck $p_L = 2,3$ bar. (Nach Messungen der Universität Karlsruhe 1968)

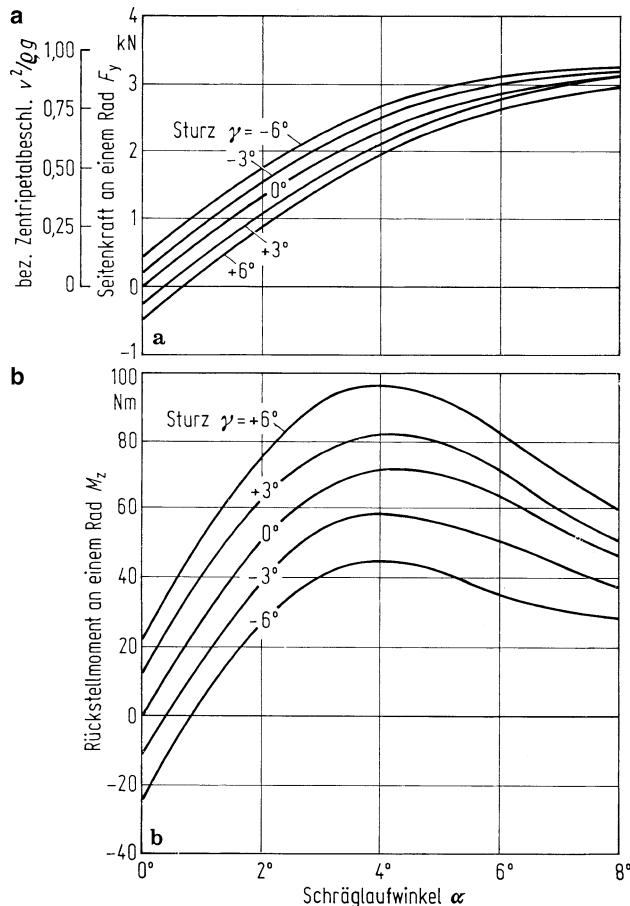


Abbildung 2.40 zeigt Messergebnisse für das Schwenkmoment verschiedener Reifen und die Einflüsse von Radlast F_z , Reifeninnendruck p und Schwenkradius r_L . Danach hat r_L in den Variationsgrenzen, die durch andere Auslegungskriterien vorgegeben sind (einige Millimeter), nahezu keinen Einfluss auf die Größe des Momentes. Demgegenüber steigt M_{Sch} deutlich mit wachsender Radlast und abnehmendem Reifeninnendruck. Diese Abhängigkeiten werden durch folgende empirisch ermittelte Gleichung [BUSHC63] beschrieben:

$$M_{Sch} \sim \mu \frac{F_z^{1.5}}{\sqrt{p}}, \quad (2.39)$$

mit dem Reibbeiwert μ zwischen Reifen und Fahrbahn.

Die Größe des Schwenkmomentes ist meistens bestimmd für den Einbau einer Hilfskraftlenkung.

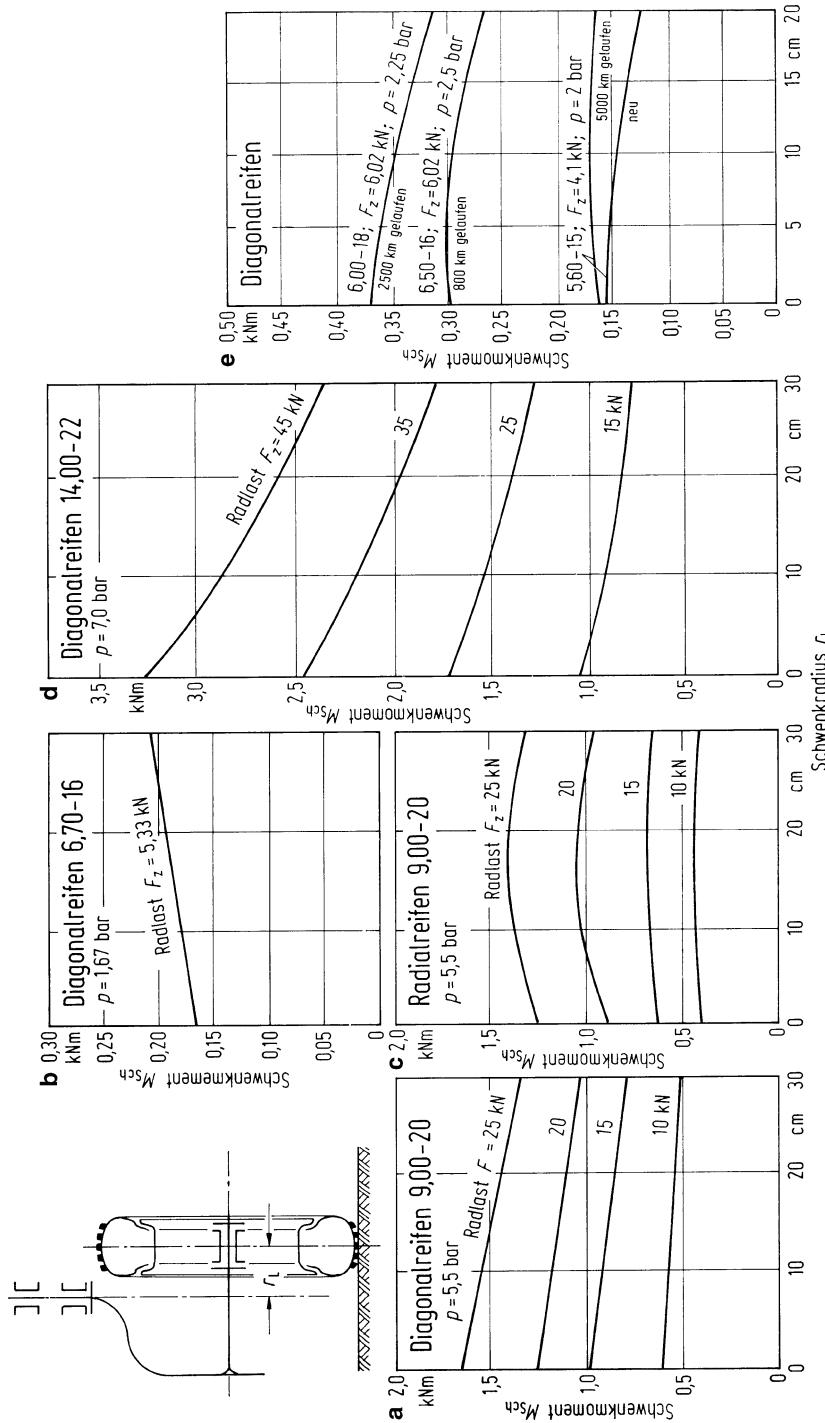
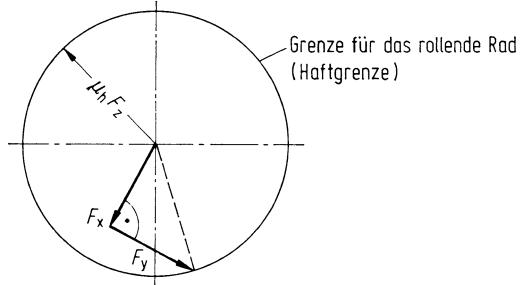


Abb. 2.40 Abhängigkeit des Schwenkmomentes von dem Schwenkradius, der Radlast und dem Reifeninnendruck, a bis d aus: [FREU63] e aus [PERR64]

Abb. 2.41 Kamm'scher Kreis.
Mit den eingezeichneten Kräften F_x und F_y ist das Rad gerade an der Grenze zwischen Rollen und Gleiten



2.3.4 Einfluss der Umfangskraft auf die Reifenkennlinien

Die Kenntnis über die Zusammenhänge zwischen Umfangs-, Seitenkraft und Radlast F_x , F_y und F_z sowie Rückstellmoment M_z und Schräglauwinkel α ist für das Fahrverhalten bei hohen Querbeschleunigungen Voraussetzung. Bei diesen werden wegen des – später in Abschn. 28.1 noch zu behandelnden – Kurvenwiderstandes die Umfangskräfte F_x groß. Die Reifenkennlinien nach Abschn. 2.3.1 müssen nun um die Umfangskraft erweitert werden.

Zunächst folgende prinzipielle Überlegung für die Seitenkraft: Mit (2.12) wurde festgestellt, dass die maximal übertragbare Umfangskraft $F_{x\max} = \mu_h F_z$ ist, wobei eine Seitenkraft F_y noch fehlte. In (2.29) wurde für die maximale Seitenkraft bei fehlender Umfangskraft entsprechend $F_{y\max} = \mu_h F_z$ geschrieben. Diese Gleichungen ändern sich – nach einer einfachen Überlegung von Prof. Dr.-Ing. E. H. W. Kamm (1893–1966) – beim gleichzeitigen Auftreten der beiden horizontalen Kräfte F_x und F_y nur insofern, als jetzt die geometrische Summe beider Kräfte den Wert $\mu_h F_z$ nicht überschreiten darf, wenn das Rad nicht gleiten, sondern noch rollen soll

$$\sqrt{F_x^2 + F_y^2} \leq \mu_h F_z. \quad (2.40)$$

Die Gleichung lässt sich anhand eines Kreises, des sog. Kamm'schen Kreises, darstellen, s. Abb. 2.41. Wird versucht, die geometrische Summe von F_x und F_y größer zu machen als dem Kreisradius $\mu_h F_z$ entspricht, dann gleitet das Rad, ist sie kleiner, dann rollt es noch.

Die maximale Seitenkraft F_y ist demnach bei gleichzeitigem Wirken einer Umfangskraft F_x kleiner als bei $F_x = 0$. Kombiniert man die F_y - α -Kurve mit dem Kamm'schen Kreis nach Abb. 2.42, so erhält man bei $F_x \neq 0$ über Diagramm b in a eine kleinere maximale Seitenkraft und damit ungefähr den gestrichelt oder strichpunktiert dargestellten Verlauf. Aus Abb. 2.42a ergibt sich eine weitere, für die späteren Betrachtungen des Fahrverhaltens wichtige Aussage: Wirkt auf einen Reifen bei gegebener Seitenkraft F_y eine zusätzliche Umfangskraft F_x , dann vergrößert sich der Schräglauwinkel α .

Ein Beispiel für gemessene Kurven gibt Abb. 2.43, in b ist auch der Einfluss von F_x auf das Rückstellmoment M_z zu sehen.

Zur Erklärung der „Antriebsschlupfregelung (ASR)“ und des „Antiblockiersystems (ABS)“ braucht man noch die Kennfelder nach Abb. 2.44, in dem Umfangs- und Sei-

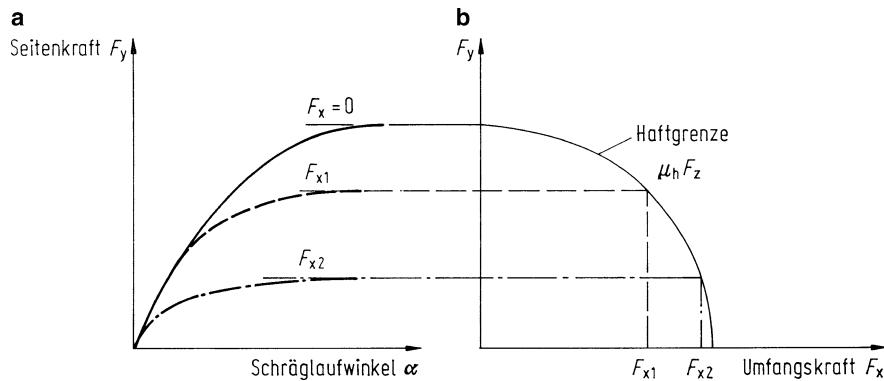
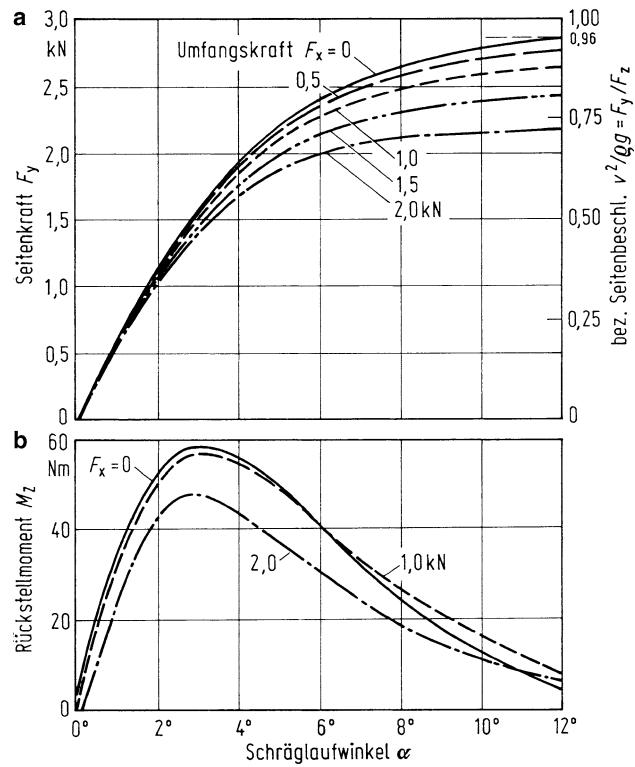


Abb. 2.42 Prinzipielle Darstellung für den Einfluss der Umfangskraft F_x auf den Seitenkraft-Schräglauwinkel-Verlauf, Radlast $F_z = \text{const}$

Abb. 2.43 Seitenkraft (a) und Rückstellmoment (b) bei verschiedenen Umfangskräften über dem Schräglauwinkel. Reifen 155 SR 15, 90 %, Radlast $F_z = 3 \text{ kN}$, $v = 50 \text{ km/h}$, Luftdruck 1,6 bar, trockene Fahrbahn [WEBE72]



tenkräfte, F_x und F_y , als Funktion von Umfangsschlupf S_x (zur Klarstellung wurde der Index x hinzugefügt) und Schräglauwinkel α dargestellt sind. Das Diagramm a ist wegen der Überschneidungen der F_x - S_x -Linien nicht üblich. Immerhin erkennt man aus der

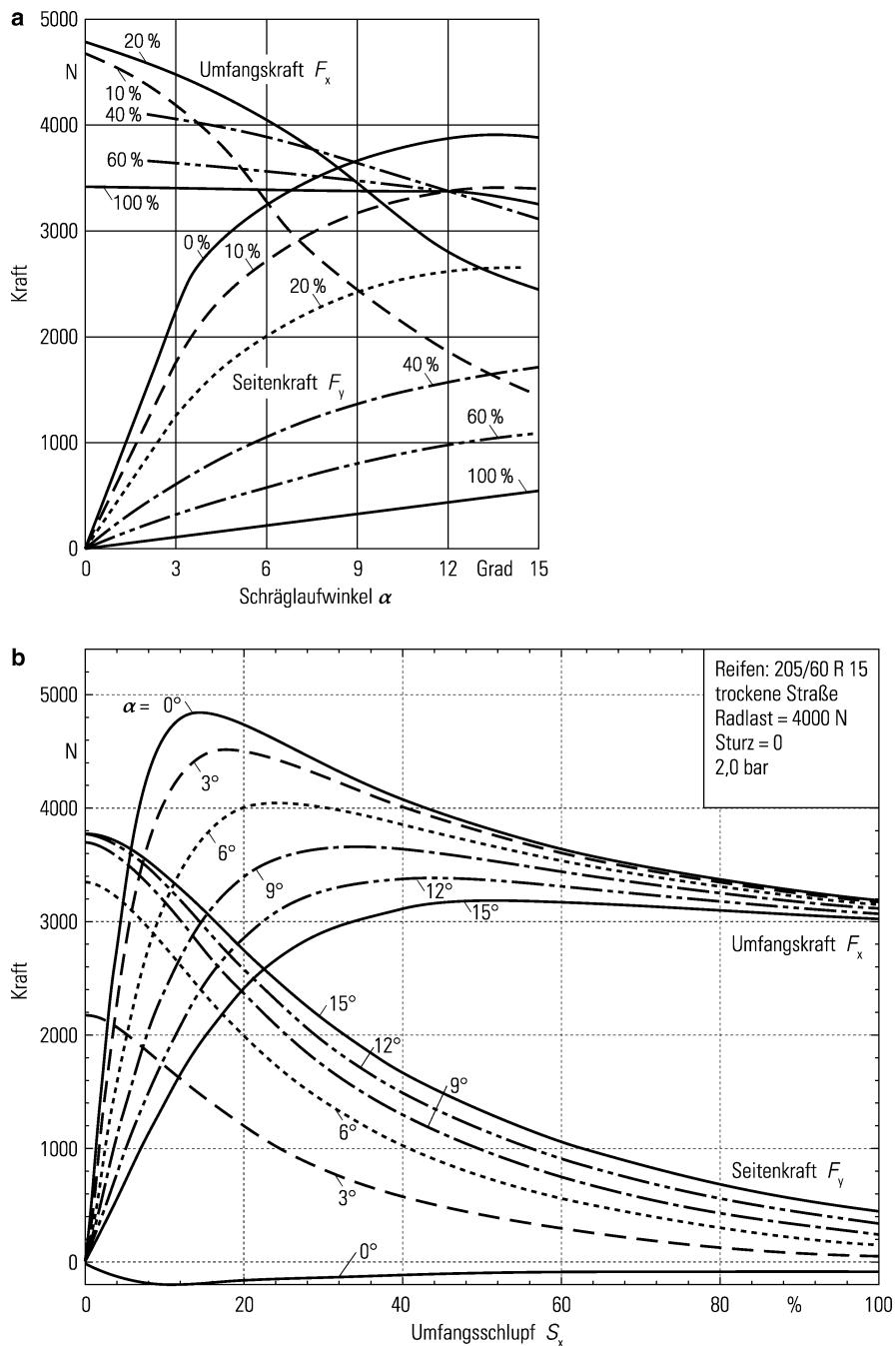


Abb. 2.44 Umfangskraft und Seitenkraft als Funktion von **a** Schräglauwinkel, Parameter Umfangsschlupf in Prozent; **b** Umfangsschlupf, Parameter Schräglauwinkel in Grad

F_y - α -Kurvenschar, dass mit wachsendem F_x die Anfangssteigung von F_y über α kleiner wird.

Zusatzinformation

Linearisiert man entsprechend (2.31) und nach der Anleitung in Abschn. 2.3.1.2, so ergibt sich

$$\frac{c_\alpha(S_x)}{c_\alpha(S_x = 0)} = 1 - kS_x, \quad \text{für } 0 \leq \alpha \leq 3^\circ \quad \text{und} \quad 0 \leq S_x \leq 0,3$$

mit $k \approx 2500 \text{ N}$ nach Abb. 2.44. Man setzt weiterhin

$$F_x = c_x S_x \quad \text{für } \alpha = 0 \quad \text{und } 0 \leq S_x \leq 0,1$$

mit $c_x \approx 47.000$ nach Abb. 2.44. Aus beiden Gleichungen wird

$$c_\alpha(F_x) = c_\alpha(F_x = 0) \left[1 - \frac{k}{c_x} F_x \right] \quad \text{für } 0 \leq \alpha \leq 3^\circ \text{ und } 0 \leq S_x \leq 0,1$$

und nach (2.31)

$$F_y = c_\alpha(F_x = 0) \left[1 - \frac{k}{c_x} F_x \right] \alpha \quad \text{für } 0 \leq \alpha \leq 3^\circ \text{ und } 0 \leq S_x \leq 0,1. \quad (2.41)$$

2.3.5 Reifenmodelle

Für die schnelle, theoretische Ermittlung der Kurshaltung müssen in den Rechnern die Reifenkennlinien gespeichert sein. Sie lassen sich einmal mithilfe einer Datenbank beschreiben, indem Messergebnisse abgelegt werden, oder zum anderen, indem die Kennlinien durch ein Reifenmodell näherungsweise mathematisch beschrieben werden.

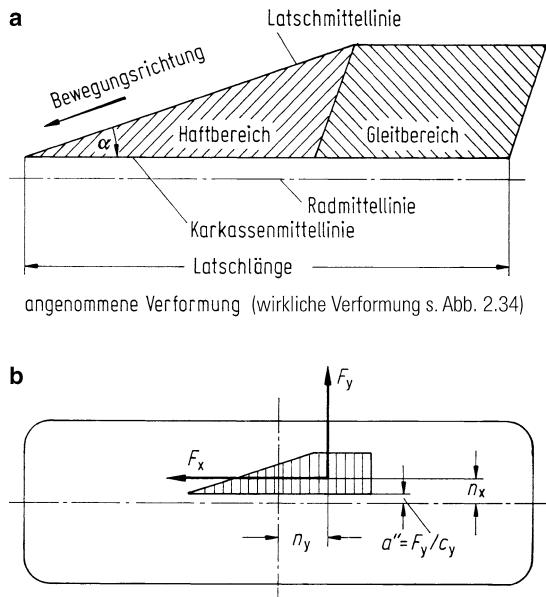
Meistens wird mit einem Reifenmodell gearbeitet,

- weil sehr häufig gemessene Reifenkennlinien nicht zur Verfügung stehen, besonders nicht für verschiedene äußere Bedingungen (trockene, nasse, vereiste Straße) und
- weil ein auf fahrzeugtechnischen Grundlagen beruhendes Modell einen Einblick in die Zusammenhänge und Abhängigkeiten zwischen den einzelnen Größen (Kräften, Schräglauwinkel, Umfangsschlupf usw.) gibt.

Ein Nachteil der Reifenmodelle ist, dass auch hier für die Berechnung der Kennlinien eine Anzahl von Konstanten bekannt sein muss. Außerdem kann zwar häufig z. B. die berechnete Seitenkraft-Schräglauwinkel-Kurve gut mit den gemessenen Kurven in Übereinstimmung gebracht werden, aber nicht die Rückstellmomenten-Kurve.

Für den Inhalt eines Reifenmodells wird als Beispiel das HSRI-Modell [DUGO69] herangezogen. Es wurde von Wiegner [WIEG74] und Chen [CHEN87] um das Reifenrückstellmoment und von Uffelmann [UFFE80] um den Einfluss der Radlaständerungen erweitert. Der Berechnung liegt die Verformung im Latsch zugrunde, s. Abb. 2.34a. Sie wird angenähert nach Abb. 2.45a

Abb. 2.45 Erklärung zur Ableitung des erweiterten HSRI-Modells



- durch Parallelverschiebung der Karkasse (Gürtel bei heutigen Radialreifen) zum Rad im Latschbereich,
- durch Aufteilung in einen Haft- und Gleitbereich, wobei die Auslenkung des Reifenprofils im Haftbereich durch den Schräglauwinkel α bestimmt wird und die im Gleitbereich parallel zur Karkasse verläuft.

Außerdem wird angenommen:

- konstante Flächenpressung über den gesamten Latsch.

In Tab. 2.3 sind die Gleichungen zusammengestellt. Im Haftbereich sind sie praktisch gleich den linearisierten Gleichungen in den Abschn. 2.2 und 2.3.

Zusatzinformation

Der Einfluss des Sturzes wird meistens vereinfachend linearisiert und nach (2.37) und (2.38) hinzugezählt. Eine genauere Ableitung des instationären Reifenverhaltens, einschließlich Sturz, Einlaufverhalten und dynamischer Radlastschwankung (durch Unebenheitsanregung) gibt Laermann [LAER86]. Weitere bekannte Reifenmodelle stammen von Pacejka [PACE93, PACE96] und Gipser [GIPS98].

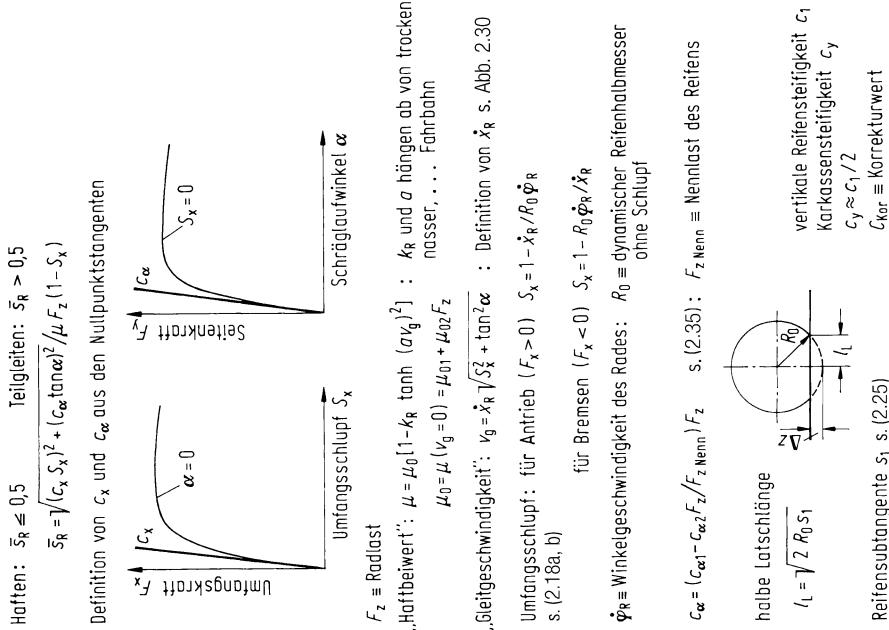
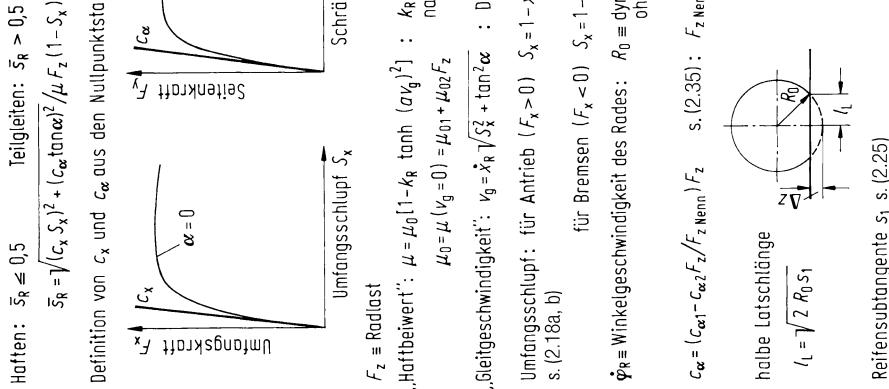
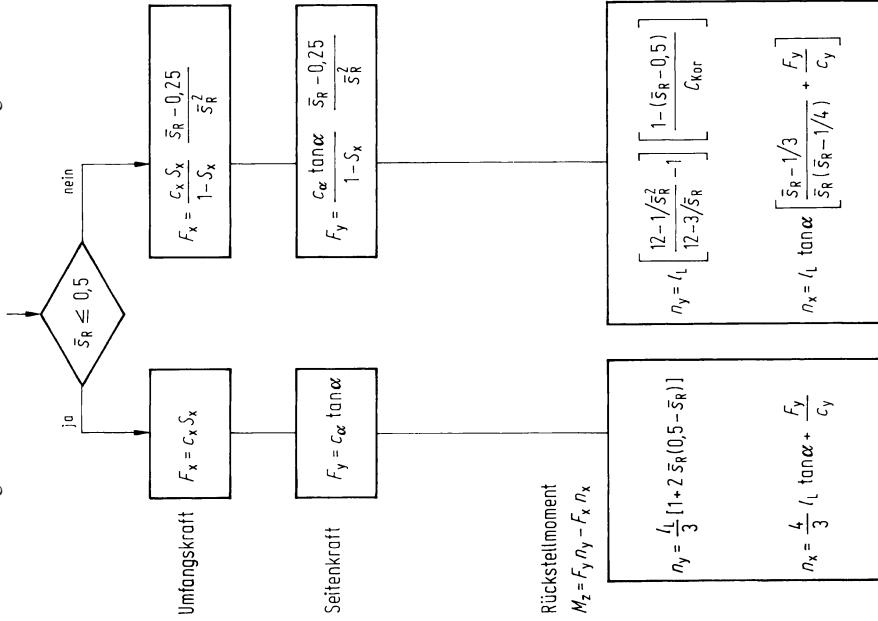
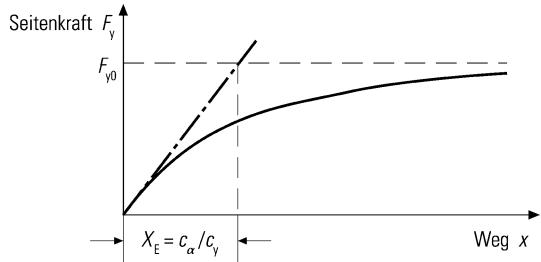
Tab. 2.3 Flussdiagramm für Reifenmodell und Abkürzungen

Abb. 2.46 Zur Erklärung des Einlaufverhaltens eines Reifens



2.3.6 Einlaufverhalten des Reifens

Die bisherigen Betrachtungen an Seitenkraft-Schräglaufwinkel-Diagrammen in den Abschn. 2.3.1, 2.3.2, 2.3.4, 2.3.5 galten für stationäre Fälle, also für $\alpha(t) = \text{const}$ bzw. $F_y(t) = \text{const}$. Ändert sich hingegen α mit der Zeit, so geben die genannten Diagramme falsche Angaben. Dies kann man sich am einfachsten anhand der Abb. 2.34c klarmachen, wenn man annimmt, dass ein Reifen schräg auf die noch stehende Trommel aufgesetzt wird. Dann gibt es zwar nach Definition einen Schräglaufwinkel α ; da sich aber die Latschteile noch nicht verspannt haben, kann noch keine Seitenkraft F_y auftreten. Bewegt sich die Trommel, so beginnen sich die Reifenteile zu verformen, und es baut sich nach Abb. 2.46 die Seitenkraft F_y auf. Sie erreicht nach etwa einer Umdrehung den Wert, den man aus dem Seitenkraftschaubild kennt. Dieses instationäre Verhalten wurde von Schlippe-Dietrich [SCHL42] durch die Differenzialgleichung

$$\dot{F}_y + \frac{c_y}{c_\alpha} v F_y = c_y (v\alpha - l_L \dot{\alpha} - \dot{y}_R) \quad (2.42)$$

beschrieben. c_y ist die seitliche Reifenfederkonstante beim stehenden Reifen, $c_y = F_y/y_R$, c_α der Seitenkraft-Schräglaufwinkel-Beiwert, l_L die halbe Latschlänge und \dot{y}_R die seitliche Felgengeschwindigkeit (s. a. Böhm [BOEH66] sowie Laermann [LAER86]). Das Einlaufverhalten nach Abb. 2.46 kann über (2.42) für einen Schräglaufwinkel α_0 berechnet werden,

$$F_y = c_\alpha \alpha_0 (1 - e^{-(c_y/c_\alpha)v t}) = F_{y0} (1 - e^{-x/X_E}). \quad (2.43)$$

Der Einlaufvorgang ist nicht zeit-, sondern wegabhängig, da das im Exponenten stehende Produkt vt gleich dem zurückgelegten Weg x ist. Den Ausdruck

$$X_E = c_\alpha / c_y,$$

der in Abb. 2.46 dargestellt ist, nennt man Einlauflänge. Sie beträgt etwa 2/3 Radumdrehung [WANG93].

(Ein Beispiel für einen Frequenzgang des Reifeneinlaufverhaltens zeigt Abb. 16.9.)

Als Anforderungen für Reifen können genannt werden:

- Übertragung großer Kräfte in Umfangs- und Seitenrichtung bzw. großer Haftbeiwert μ_h
- Geringer Rollwiderstand
- In vertikaler Richtung eine geringe Reifenfederkonstante
- Großer Seitenkraftbeiwert bzw. kleiner Schräglaufrinkel.

Literatur

- [BOEH66] Böhm, F.: Zur Mechanik des Luftreifens. Habilitationsschrift, TH Stuttgart 1966
- [BUSC63] Buschmann, H.; Koeßler, P.: Handbuch für den Kraftfahrzeugingenieur. Stuttgart: Deutsche Verlagsanstalt 1963
- [CHEN84] Chen, Y.: Restbremsmomente von Scheibenbremsen, ATZ86 (1984), Heft 7/8, S. 345–349
- [CHEN87] Chen, Z.: Regelkreis Fahrer-Fahrzeug für Längs- und Querdynamik. Diplomarbeit, Institut für Fahrzeugtechnik. TU Braunschweig 1987
- [DUGO69] Dugoff, H.; Fancher, P. S.; Segel, L.: Tire Performance Characteristics Affecting Vehicle Response to Steering and Braking Control Inputs. Highway Safety Research Institute. University of Michigan, Ann Arbor 1969, Final Report National Bureau of Standards Contract CST-460
- [FREU63] Freudenstein, G.: Zum Verhalten von Luftreifen auf Vorderachsen, ATZ 65 (1963), Heft 5, S. 121–127
- [GENG67] Gengenbach, W.: Das Verhalten von Kraftfahrzeugreifen auf trockener und insbesondere nasser Fahrbahn. Diss. Universität Karlsruhe 1967
- [GIPS98] Gipser, M.: Reifenmodelle für Komfort- und Schlechtwegsimulation. 7. Aachener Kolloquium für Fahrzeug- und Motorenmechanik 1998, mit weiteren Literaturangaben
- [HAHN72] Hahn, W.-D.: Die Federungs- und Dämpfungseigenschaften von Luftreifen bei vertikaler Wechsellauf. Diss. TH Hannover 1972
- [KUEH56] Kühn, G.: Der gleislose Erdbau. Berlin, Göttingen, Heidelberg: Springer, 1956
- [KUMM67] Kummer, H.W.; Meyer, W.E.: Verbesserter Kraftschluss zwischen Reifen und Fahrbahn – Ergebnisse einer neuen Reibungstheorie, ATZ 69 (1967) Heft 8, S. 245–257 und Heft 11, S. 382–386
- [LAER86] Laermann, F.-J.: Seitenführungsverhalten von Kraftfahrzeugreifen bei schnellen Radlaständerungen. Diss. TU Braunschweig (1986). VDI-Fortschrittberichte Reihe 12, Nr. 73, Düsseldorf VDI-Verlag 1986
- [LAMO93] Lamour, J.P.; Derenbach, T.: Reifen der neuen Generation mit geringerem Rollwiderstand. VDI-Berichte Nr. 1099, 1993, S. 189–200
- [MICH05] Der Reifen Société de Technologie Michelin, F-Clermont-Ferrand ISBN 2-06-711658-4, Deutsche Erstauflage 2005 in 3 Bänden: Rollwiderstand und Kraftstoffersparnis, Haftung, Komfort – mechanisch und akustisch

- [MITS72.1] Mischke, M.: Dynamik der Kraftfahrzeuge, 1. Aufl., 1972, S. 11
- [MITS72.2] Mischke, M.: Dynamik der Kraftfahrzeuge, 1. Aufl., 1972, S. 108
- [PACE93] Pacejka, H.; Bakker, E.: The Magic Formula Tire Model. Proceedings of the 1st International Colloquium on Tire Models for Vehicle Dynamics Analysis. Amsterdam: Swets&Zeitlinger 1993
- [PACE96] Pacejka, H.: The Tire as a Vehicle Component. XXVI FISITA Congress Prague 1996.
- [PERR64] Perret, W.: Lenkkräfte und Lenkwege am Lenkrad von Kraftfahrzeugen und ihr Einfluß auf die Lenksicherheit. Diss. TH Stuttgart, 1964
- [ROTH93] Roth, J.: Untersuchungen zur Kraftübertragung zwischen Pkw-Reifen und Fahrbahn unter besonderer Berücksichtigung der Kraftschlusserkennung im rotierenden Rad. Diss. TH Darmstadt 1993 bzw. VDI-Fortschrittsberichte, Reihe 12, Nr. 195. Düsseldorf: 1993
- [SCHL42] Schlippe, B.; v. Dietrich, R: Zur Mechanik des Luftreifens. Zentrale für wiss. Berichtswesen der Luftfahrtforschung. Berlin 1942
- [SCHR77] Schuring D.J.: The Energy Loss of Tires on Twin Rolls, Drum, and Flat Roadway – A Uniform Approach. SAE-Paper 770875
- [SCHR80] Schuring, D.J.: The Rolling Loss of Pneumatic Tires, Rubber Chemistry and Technology 53 (1980) No. 3
- [SCHU93] Schulze, Th.: Der Rollwiderstand von Reifen und seine Auswirkung auf den Kraftstoffverbrauch von Pkws. VDI-Berichte Nr. 1099, 1993, S. 189–200
- [SLIB66] Slabar, A.; Desoyer, K.: Bewegungsgleichungen und Ersatzmodelle des Kraftfahrzeuges in ihrer Beziehung zu den Messergebnissen des Rolltrommelversuchs, ATZ 68 (1966) Heft 1, S. 13–20
- [STIE77] Stiebel, A.: What's Needed to Improve Steady State Test Methods. Conf. Proc. Tire Rolling Losses and Fuel Economy, Oct. 1977, Cambridge, M.A.
- [STOE98] Stöcker, J.: Untersuchung lokaler Vorgänge in Pkw-Reifen mittels integrierter Sensorik. Diss. TH Darmstadt 1997 bzw. VDI-Fortschrittsberichte, Reihe 12, Nr. 343, Düsseldorf, 1998
- [UFFE80] Uffelmann, F.: Berechnung des Lenk- und Bremsverhaltens von Kraftfahrzeugzügen auf rutschiger Fahrbahn. Diss. TU Braunschweig 1980
- [WANG93] Wang, Y.: Ein Simulationsmodell zum dynamischen Schräglauflaufverhalten von Kraftfahrzeugreifen bei beliebiger Felgenbewegung. Diss. Universität Karlsruhe 1993.
- [WEBE70] Weber, R.: Der Kraftschluss von Fahrzeugreifen und Gummiproben auf vereister Oberfläche. Diss. Universität Karlsruhe 1970
- [WEBE72] Weber, R.: Tangentialkräfte und Rückstellmoment, Zentralblatt für Unfallforschung, Bd. 1 Nr. 4/6, 1972
- [WIEG74] Wiegner, P.: Über den Einfluss von Blockierverhinderern auf das Fahrverhalten von Personenkraftwagen bei Panikbremsungen. Diss. TU Braunschweig 1974
- [ZOMO87] Zomotor, A.: Fahrwerkstechnik: Fahrverhalten. Würzburg: Vogel 1987

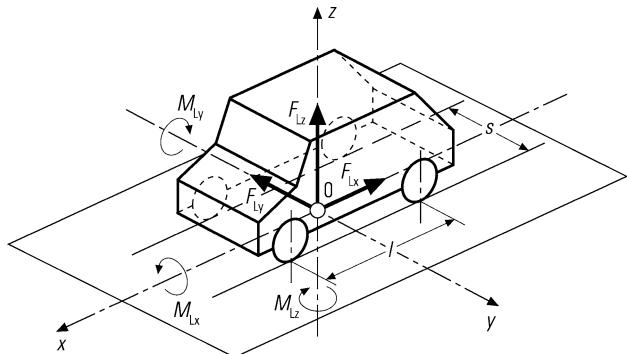
Leistung und Fahrverhalten eines Kraftfahrzeuges werden bei höheren Geschwindigkeiten nachhaltig von seiner Aerodynamik bestimmt. In letzter Zeit steht besonders der Luftwiderstand bzw. seine Kenngröße, der c_w -Wert im Brennpunkt des Interesses. Er bestimmt mit die Größe des Kraftstoffverbrauches und des CO₂-Ausstoßes. Aber die Umströmung des Fahrzeuges hat auch Einfluss auf seinen Auftrieb und auf seine Seitenwindempfindlichkeit.

In der Terminologie der Aerodynamik ist das Kraftfahrzeug ein „stumpfer Körper“ – und das noch in Bodennähe –, der bis jetzt theoretisch schwer zu beschreiben ist [HUCH02]. Im Folgenden wird deshalb nur auf Versuchsergebnisse eingegangen [HUCH94, HUCH98].

3.1 Luftkräfte und -momente

Von der dynamischen Betrachtung des Gesamtfahrzeuges her ist der Schwerpunkt des Fahrzeuges der wichtigste Punkt. Auf ihn bzw. auf die durch den Schwerpunkt gehenden Achsen muss letztlich jede Momentenangabe bezogen werden. Vom aerodynamischen Standpunkt aus ist der Schwerpunkt völlig unwichtig, denn die Beiwerte sind von der Form des Fahrzeuges und nicht von seiner Massenverteilung abhängig, vor allem nicht von der Schwerpunktverlagerung durch Be- und Entladung innerhalb des Innern eines Fahrzeugs. Die Aerodynamiker wählen häufig, das geschieht auch hier, als Bezugspunkt den in Abb. 3.1 gezeigten Punkt 0, der auf der Fahrbahn in Mitte Radstand und Mitte Spurbreite liegt.

Abb. 3.1 Luftkräfte und -momente an einem Fahrzeug
(Bezugsplatz liegt auf der Fahrbahnebene in der Mitte des Radstandes l und der Spurbreite s)



Entsprechend dem körperfesten x - y - z -System gibt es drei Luftkräfte und drei Luftmomente mit den folgenden Bezeichnungen:

$$\text{Luftwiderstand(skraft)} \quad F_{Lx} = c_x A \frac{\rho}{2} v_r^2 \quad (3.1)$$

$$\text{Seitliche Luftkraft} \quad F_{Ly} = c_y A \frac{\rho}{2} v_r^2 \quad (3.2)$$

$$\text{Auftriebskraft} \quad F_{Lz} = c_z A \frac{\rho}{2} v_r^2 \quad (3.3)$$

$$\text{Luftwankmoment} \quad M_{Lx} = c_{Mx} l A \frac{\rho}{2} v_r^2 \quad (3.4)$$

$$\text{Luftnickmoment} \quad M_{Ly} = c_{My} l A \frac{\rho}{2} v_r^2 \quad (3.5)$$

$$\text{Luftgiermoment} \quad M_{Lz} = c_{Mz} l A \frac{\rho}{2} v_r^2 \quad (3.6)$$

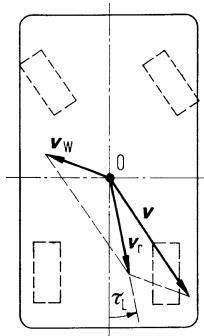
Sie sind, da in dem hier interessierenden Geschwindigkeitsbereich die Strömung turbulent ist, proportional dem Staudruck $\rho/2 v_r^2$ mit der Luftdichte ρ und einer resultierenden Anströmgeschwindigkeit v_r . Die Proportionalitätskonstanten setzen sich aus zwei Anteilen zusammen, aus der Querspanfläche A und den dimensionslosen Luftkraft- und Luftmomentenbeiwerten c_i , die von der Form und dem Anströmwinkel, aber nicht von der Größe des Fahrzeugs abhängen. l ist der Radstand.

3.1.1 Anströmgeschwindigkeit und -winkel, Luftdichte

Die resultierende Anströmgeschwindigkeit v_r setzt sich aus der negativen Fahrgeschwindigkeit v , mit der das Fahrzeug ruhende Luft durchdringt, und der Windgeschwindigkeit v_w zusammen. In vektorieller Schreibweise ist nach Abb. 3.2

$$\mathbf{v}_r = \mathbf{v} + \mathbf{v}_w. \quad (3.7)$$

Abb. 3.2 Geometrische Addition der Fahrgeschwindigkeit v und der Windgeschwindigkeit v_w zur Anströmgeschwindigkeit v_r . Anströmwinkel τ_L zwischen Fahrzeuglängsachse und Anströmrichtung



(Dabei ist der allgemeine Fall in der Abbildung angedeutet, dass die Fahrgeschwindigkeit z.B. bei Kurvenfahrt nicht mit der Längsachse des Fahrzeuges übereinstimmen muss).

Der Winkel zwischen der Anströmgeschwindigkeit v_r und der Längsachse ist der Anströmwinkel τ_L . Bei Rücken- oder Gegenwind und bei Geradeausfahrt ist $\tau_L = 0$, bei Seitenwind ist $\tau_L \neq 0$.

τ_L bestimmt, wie man später sehen wird, hauptsächlich die Größe der seitlichen Luftkraft, der Auftriebskraft sowie der Momente um Hoch- und Längsachse, zum geringeren Teil die Größe des Luftwiderstandes bzw. von c_x .

Die Fahrgeschwindigkeit v wird durch das Fahrzeug oder durch den Fahrer vorgegeben $0 \leq v \leq v_{\max}$. Bei kleinen Fahrgeschwindigkeiten sind die Luftbelastungen unwichtig, weil sie klein gegenüber Massenkräften und sonstigen Widerständen sind. Zum Beispiel ist dann der Luftwiderstand klein gegenüber Roll- und Beschleunigungswiderstand oder der Auftrieb klein gegenüber dem Fahrzeuggewicht. Die Größe der Windgeschwindigkeit beträgt im Mittel [HUETx]

$$\bar{v}_w \approx 4,7 \text{ m/s} \approx 17 \text{ km/h}$$

(Für die Leistungsberechnung bei Schienenfahrzeugen wird ein Gegenwind von 15 km/h angenommen.)

Im Küstengebiet liegen die Windgeschwindigkeiten höher, in Süddeutschland niedriger. Die Wahrscheinlichkeitsverteilung ist nicht symmetrisch zur mittleren Windgeschwindigkeit \bar{v}_w , die deshalb auch nicht am häufigsten auftritt. Vielmehr ist die häufigste Windgeschwindigkeit kleiner und in etwa $2/3 \bar{v}_w$. Höhere Geschwindigkeiten als 10 m/s treten im Mittel nur zu 20 % der Zeit auf [HUETx].

Die Richtung der Windgeschwindigkeit zur Fahrzeuglängsachse hängt von der Windrichtung und vom Verlauf der Straße ab, auf der das Fahrzeug rollt, und ist damit zufällig.

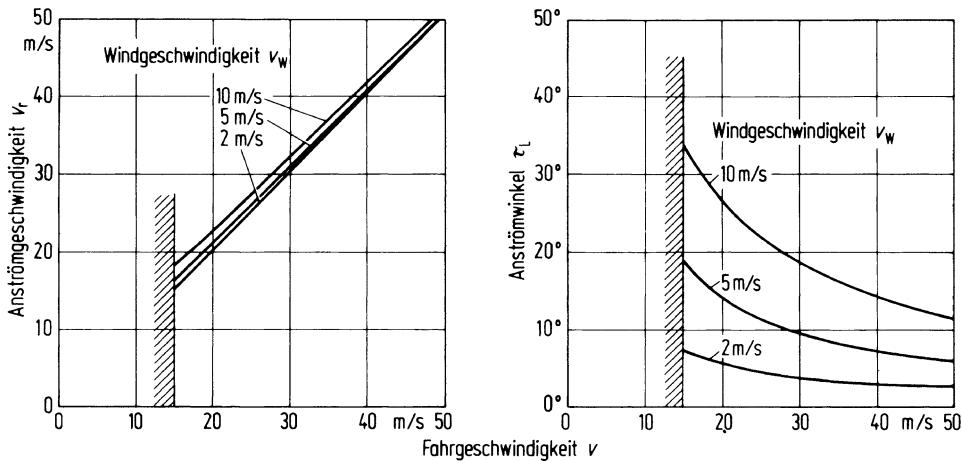


Abb. 3.3 Anströmgeschwindigkeit v_r und Anströmwinkel τ_L über der Fahrgeschwindigkeit v für verschiedene Windgeschwindigkeiten v_w (Windgeschwindigkeit senkrecht zur Fahrgeschwindigkeit)

Zusatzinformation

Es werden zwei Sonderfälle betrachtet:

1. Es herrsche reiner Gegenwind bzw. Rückenwind, dann vereinfacht sich (3.7) zu (v liege in Fahrzeulgängsachse)

$$v_r = v \pm v_w, \quad (3.8)$$

$$\tau_L = 0. \quad (3.9)$$

In diesem Sonderfall muss die Antriebsleistung für konstante Fahrgeschwindigkeit vergrößert oder verkleinert werden bzw. die Fahrgeschwindigkeit wird bei einer bestimmten Antriebsleistung vermindert oder erhöht.

2. Der Wind bläse senkrecht auf die Fahrzeulgängsachse, dann ergibt sich bei gegebenem v und v_w

$$v_r = \sqrt{v^2 + v_w^2} = v\sqrt{1 + (v_w/v)^2}, \quad (3.10)$$

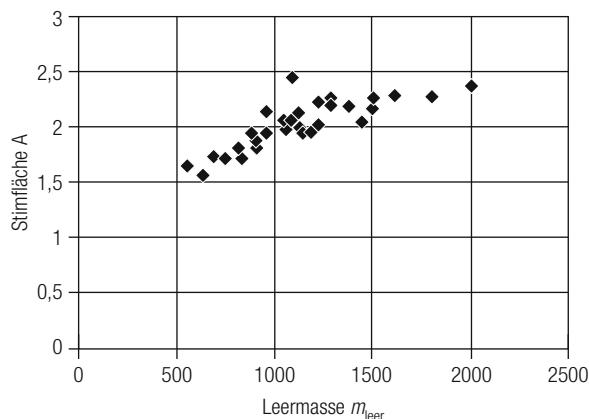
$$\tan \tau_L = v_w/v. \quad (3.11)$$

In Abb. 3.3 sind für reinen Seitenwind die resultierende Anströmgeschwindigkeit und der Anströmwinkel über die Fahrgeschwindigkeit v aufgetragen mit der Windgeschwindigkeit als Parameter. Lässt man den Fahrgeschwindigkeitsbereich von 0 bis 15 m/s, also von 0 bis 54 km/h, außer Betracht, weil dabei die Wirkung auf das Fahrzeug nicht sehr groß ist, so ergibt sich, dass die resultierende Geschwindigkeit v_r praktisch gleich der Fahrgeschwindigkeit v ist. Der Anströmwinkel τ_L ist bei der niedrigen Fahrgeschwindigkeit von $v = 15 \text{ m/s}$ und der relativ hohen Seitenwindgeschwindigkeit $v_w = 10 \text{ m/s}$ mit 34° groß, nimmt mit höherem v aber schnell ab.

Tab. 3.1 Querspantfläche A für verschiedene Kraftfahrzeuge, b größte Fahrzeugbreite, h größte Höhe über der Straße. (Quellen s. Abb. 3.8)

	Pkw	Lkw, Lkw-Zug, Sattelkraftfahrzeug	Motorrad mit Fahrer
$A \pm$ Streuung in m^2	$1,87 \pm 0,13$	Plane 8,3...9,3	$0,73 \dots 0,82$
		Pritsche 6,9	
$\frac{A}{bh}$	$0,81 \pm 0,02$	Koffer 8,6...9,7	-
		Plane, Pritsche 0,93	
		Koffer 0,97	

Abb. 3.4 Zusammenhang zwischen Querspantfläche A und Leermasse m_{Leer} für einige deutsche Pkw (A wurde berechnet aus $A = 0,81 bh$, s. Tab. 3.1, mit b größte Fahrzeugbreite, h größte Höhe über der Straße, aus [NN93] entnommen, ebenso m_{Leer})



Die Luftdichte ρ – über den Staudruck ($\rho/2$) v_t^2 immer mit der Anströmgeschwindigkeit verbunden – verändert sich mit dem Barometerstand b in bar und der Temperatur ϑ in °C nach

$$\frac{\rho}{\text{kg/m}^3} = \frac{348,7 \frac{\text{b}}{\text{bar}}}{273,2 + \frac{\vartheta}{\text{°C}}} \quad (3.12a)$$

Die Luftdichte beträgt bei dem Barometerstand $b = 1,0133$ bar und der Temperatur $\vartheta = 15^\circ\text{C}$

$$\rho = 1,226 \frac{\text{Ns}^2}{\text{m}^4} = 1,226 \text{ kg/m}^3 \approx \frac{5}{4} \text{ kg/m}^3 \quad (3.12b)$$

3.1.2 Querspantfläche

Anhaltswerte für die Größe der Querspantfläche A können aus der Tab. 3.1 entnommen werden. Zwischen A und der Leermasse m_{Leer} besteht bei Pkw eine gute Korrelation, s. Abb. 3.4.

3.2 Luftwiderstand, Luftwiderstandsbeiwerte c_x bzw. c_w

Aus der Strömungslehre ist es uns vertraut, die Umströmung eines Körpers bildlich darzustellen. Abbildung 3.5a zeigt dies für ein Landfahrzeug, dessen Besonderheit darin liegt, dass es sich in Bodennähe befindet und sich damit ein Teil der Luft zwischen Unterboden und Fahrbahn hindurchzwängen muss. Zu der äußereren Umströmung kommt noch die innere Durchströmung des Fahrzeugs zum Zwecke der Motorkühlung und der Klimatisierung des Fahrgasträumes hinzu, die etwa nur 10 % des gesamten Strömungsverlustes ausmachen [HUCH94]. Die Verluste aus der dominierenden äußeren Umströmung setzen sich aus dem Druckwiderstand (Formwiderstand, Normaldrücke vor dem Fahrzeug sind größer als dahinter) und dem Reibungswiderstand (Oberflächenwiderstand, entsteht durch die tangential von der Luft bestrichenen Oberflächen) zusammen, s. Abb. 3.5b.

Der Luftwiderstand F_{Lx} bzw. der zugehörige Luftwiderstandsbeiwert c_x sind vom Anströmwinkel τ_L abhängig, $c_x = c_x(\tau_L)$. Bekannter ist der Luftwiderstandsbeiwert c_w , er stellt den Sonderfall dar

$$c_w = c_x(\tau_L = 0). \quad (3.13)$$

Die Größe dieser dimensionslosen Beiwerte hängt stark von der Form des Fahrzeugs ab.

Es wird mit prinzipiellen Betrachtungen anhand der Abb. 3.6 begonnen, das den c_w -Wert für verschiedene Körper in Fahrbahnnähe in Abhängigkeit vom Längen-Dicken-Verhältnis zeigt.

Der eckige Körper 1 mit $a = 0$ ist eine Platte, dessen $c_w \approx 1,15$ ist. Mit länger werdendem Körper vermindert sich der Formwiderstand, um nach einem Minimum mit größerem a/d wegen des zunehmenden Einflusses des Reibungswiderstandes etwa linear zuzunehmen. Bei Pkw, Bus und Kombifahrzeugen ist $a/d = 2,3 \dots 3,1$, sie liegen demnach in der Nähe des Minimums, der Reibungswiderstand macht sich also erst bei längeren Fahrzeugen, beispielsweise bei Kraftfahrzeugen mit Anhängern und Sattelkraftfahrzeugen, bemerkbar.

Weiterhin erkennt man aus Abb. 3.6 das wichtige Ergebnis: Abrundungen an der Stirnfläche (Körper 3 und 4) bringen einen wesentlich kleineren Luftwiderstandsbeiwert als Körper ohne Abrundungen (1 und 2). Ein strömungsgünstig gestaltetes Heck kann den Widerstandsbeiwert nochmals verkleinern (4 gegenüber 3), wenn es lang genug ist, weil

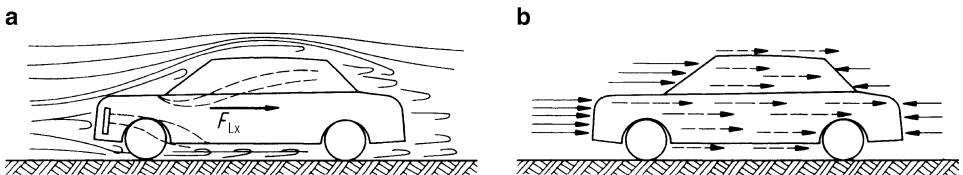


Abb. 3.5 a Stromlinienbild eines Fahrzeugs mit äußerer Umströmung (ausgezogen) und innerer Durchströmung (gestrichelt); b Entstehung des Luftwiderstandes aus Druckkräften (ausgezogene Pfeile) und Reibungskräften (gestrichelte Pfeile), jeweils Komponenten in Fahrtrichtung

Abb. 3.6 Luftwiderstandsbeiwert c_w für verschiedene geformte Körper in Bodennähe in Abhängigkeit von deren Längen-Dicken-Verhältnis [BART66]

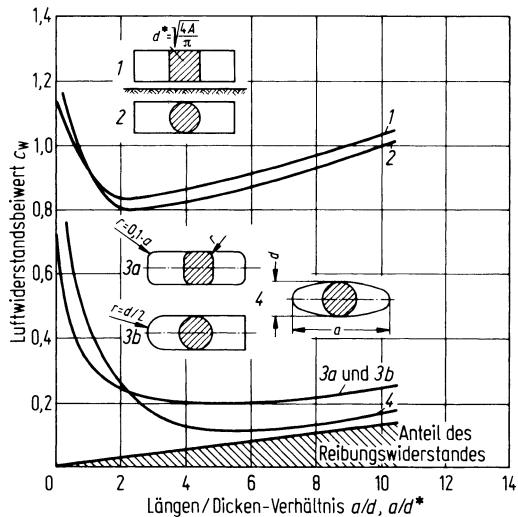
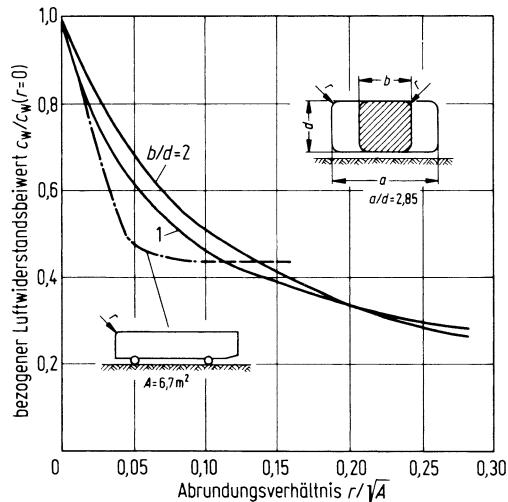


Abb. 3.7 Einfluss des Abrundungsverhältnisses auf den Luftwiderstandsbeiwert [BART58, HUCH94]



dann, wie man aus anderen Untersuchungen weiß, die Strömung länger anliegt. Aus dem kleinen Unterschied von 4 gegenüber 3b einerseits und dem großen von 3b gegen 2 andererseits kann man umgekehrt folgern: Bei einer schlechten Stirnform verbessert ein gutes Heck den c_w -Wert nur unwesentlich, weil sich vorn schon die Strömung ablöst und damit das strömungsgünstige Heck wirkungslos bleibt.

Werden noch einmal die Abrundungen betrachtet, so muss man fragen, wie groß die Radien sein müssen, damit sie wirksam werden. Nach Abb. 3.7 senken schon kleine Radien sehr wesentlich den Luftwiderstand, während mit größer werdenden Abrundungen der Gewinn immer kleiner wird. Das heißt, scharfe Kanten sind zu vermeiden, während

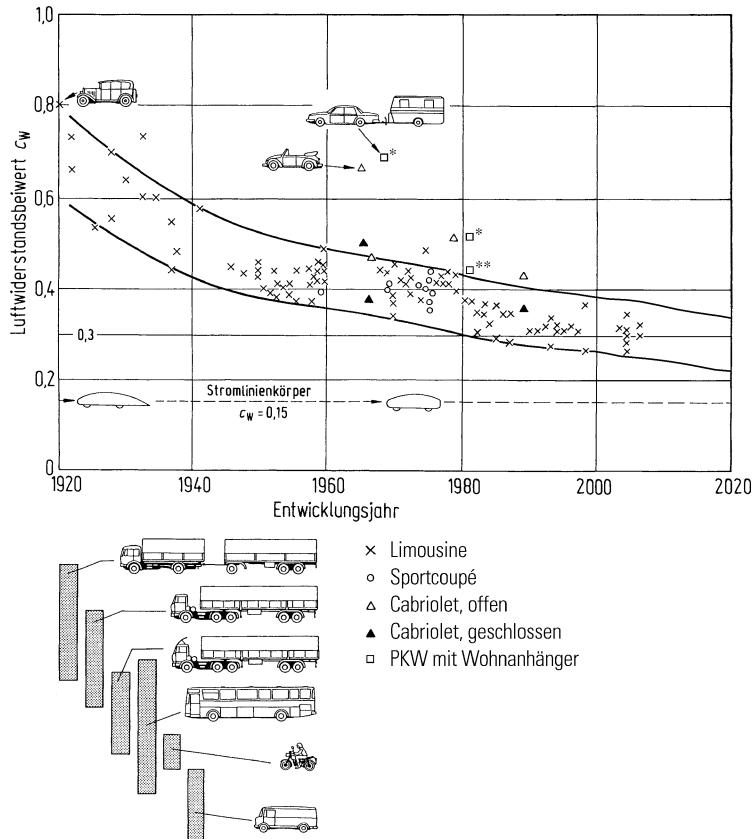


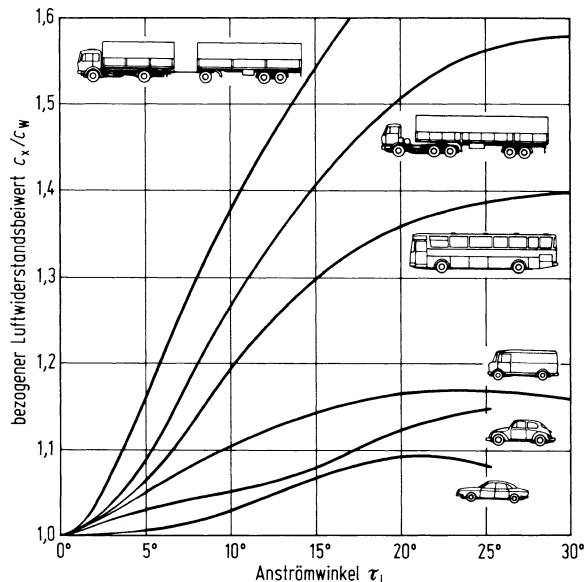
Abb. 3.8 Entwicklung des Luftwiderstandsbeiwertes [HUCH81, HAU78, HAU79, KOKO78].
 * c_W -Wert bezieht sich auf Anhängerquerschnittsfläche, ** mit Spoiler auf Pkw (aktuellere Daten aus verschiedenen Zeitschriften)

andererseits große Räder, die für die Raumausnutzung nachteilig wären, nur noch wenig Erfolg bringen. Dies zeigen sowohl Messungen am Rechteckkörper als auch an einem Bus.

Nach den einführenden Betrachtungen zeigt Abb. 3.8 die Größe der c_W -Werte an ausgeführten Kraftfahrzeugen.

Der Mittelwert von Pkw [HUCH75] lag 1974 bei 0,453 mit einer Streuung von $\pm 0,0425$, d. h., 68 % aller im Windkanal gemessenen c_W -Werte lagen zwischen 0,411 und 0,495. Die heutigen Personenfahrzeuge haben einen c_W -Wert von 0,30 und darunter, um einen wesentlichen kleineren Kraftstoffverbrauch und CO₂-Ausstoß zu erzielen. Aus einer Reihe von Grundsatzuntersuchungen ist bekannt, dass mit Körpern in den Hauptabmessungen von Pkw c_W -Werte von 0,15 möglich sind, dabei wurden allerdings keine fahrzeugtechnischen Randbedingungen beachtet [HUCH94].

Abb. 3.9 Einfluss des Anströmwinkels auf den Luftwiderstandsbeiwert [HUCH81, BART66]



Im Vergleich zum Pkw liegen die c_w -Werte von Omnibussen, Lastzügen und Sattelkraftfahrzeugen nach Abb. 3.8 wesentlich höher. Nur Schnelltransporter-Kastenwagen, bei deren Entwicklung aerodynamische Gesichtspunkte aufgrund der konstruktiv einfachen Realisierung bereits weitgehend Beachtung finden, liegen in der Nähe der Pkw-Werte. Luftleitbleche, die den Übergang vom Fahrerhaus z. B. zu den Containern verbessern, vermindern den Luftwiderstand.

Die angegebenen c_w -Werte für Pkw mit Wohnanhänger sind auf die größere Querschnittsfläche des Anhängers bezogen. Auch hier kann ein Spoiler auf dem Pkw den c_w -Wert des Gespanns merklich senken.

Die am Anfang dieses Abschn. 3.2 erwähnte Abhängigkeit des Luftwiderstandsbeiwertes c_x vom Anströmwinkel τ_L ist aus Abb. 3.9 ersichtlich. Vor allem bei Nutzfahrzeugen erhöht sich der Luftwiderstand bei Seitenwind durch die zerklüfteten Fahrgestelle und durch die Freiräume zwischen Fahrerhaus und Ladung beim Sattelkraftfahrzeug oder zwischen dem Kraftfahrzeug und dem Anhänger beim Lkw-Zug. Bei den geschlossenen Körpern von Pkw ist deshalb die Erhöhung nicht so stark.

Zum Abschluss zeigt Abb. 3.10 die Luftwiderstandsverminderung beim Windschattenfahren für den Automobilsport und für Nutzfahrzeuge, bei denen sich wegen fehlender Überholmöglichkeiten oder wegen vorgeschriebener Höchstgeschwindigkeiten Fahrzeugkolonnen bilden. Halten die Fahrzeuglenker von Lkw bei einer Fahrgeschwindigkeit von 80 km/h den sicheren halben „Tachoabstand“ von 40 m ein, so erreicht man für das zweite Fahrzeug eine c_w -Wert-Verringerung von etwa 20 %, für das dritte und jedes weitere von etwa 30 %. Hierbei muss nicht unbedingt die Spur des Vorausfahrenden eingehalten, es kann bis zur halben Fahrzeugsbreite versetzt gefahren werden. Für den vorausfahrenden

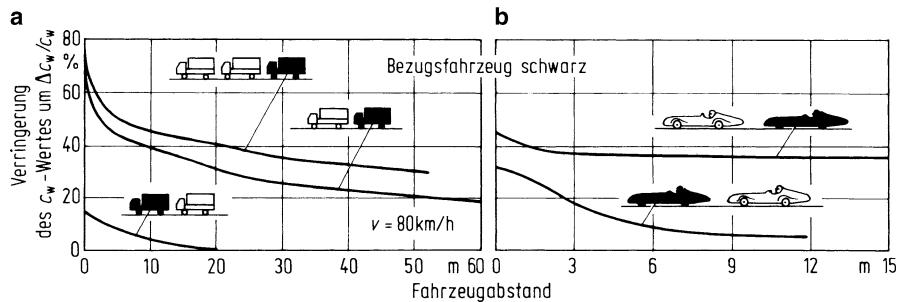


Abb. 3.10 Einfluss des Fahrzeugabstandes auf den Luftwiderstandsbeiwert von **a** Lkw; **b** Rennwagen [HUCH81, ROMB71]

Lkw ergibt sich bei diesem Abstand keine Luftwiderstandsverringerung. Kürzere Abstände sind durch die „elektronische Deichsel“ möglich, bei der zwei Nutzfahrzeuge elektronisch gekoppelt sind. Das vorausfahrende Nutzfahrzeug wird vom Fahrer wie gewohnt gelenkt, beschleunigt und gebremst. Das hintere folgt in einem geschwindigkeitsabhängigen, sehr geringen Abstand [BACK99]. Aus Abb. 3.10b ist die Verringerung für zwei Rennwagen zu entnehmen.

3.3 Auftrieb, Spoiler

Die Auftriebskraft F_{Lz} und das Luftnickmoment M_{Ly} , s. (3.2) und (3.5), vermindern fast immer die vorderen und hinteren Achslasten von schnellen Pkw. Sie beeinflussen deren Fahreigenschaften, wie später in Abschn. 8.3.1 und in 32.2 gezeigt wird.

Es ist zweckmäßiger, statt F_{Lz} und M_{Ly} die Auftriebskräfte an Vorder- und Hinterachse einzuführen, s. Abb. 3.11,

$$F_{LzV} = c_{zV} A \frac{\rho}{2} v_r^2 = \frac{1}{2} \left(F_{Lz} + \frac{M_{Ly}}{l} \right) \quad (3.14)$$

$$F_{LzH} = c_{zH} A \frac{\rho}{2} v_r^2 = \frac{1}{2} \left(F_{Lz} - \frac{M_{Ly}}{l} \right). \quad (3.15)$$

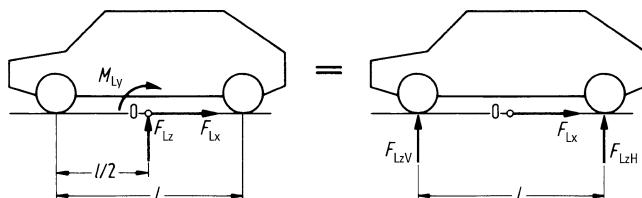


Abb. 3.11 Kräfte und Momente am Fahrzeug zur Ermittlung der Auftriebskräfte

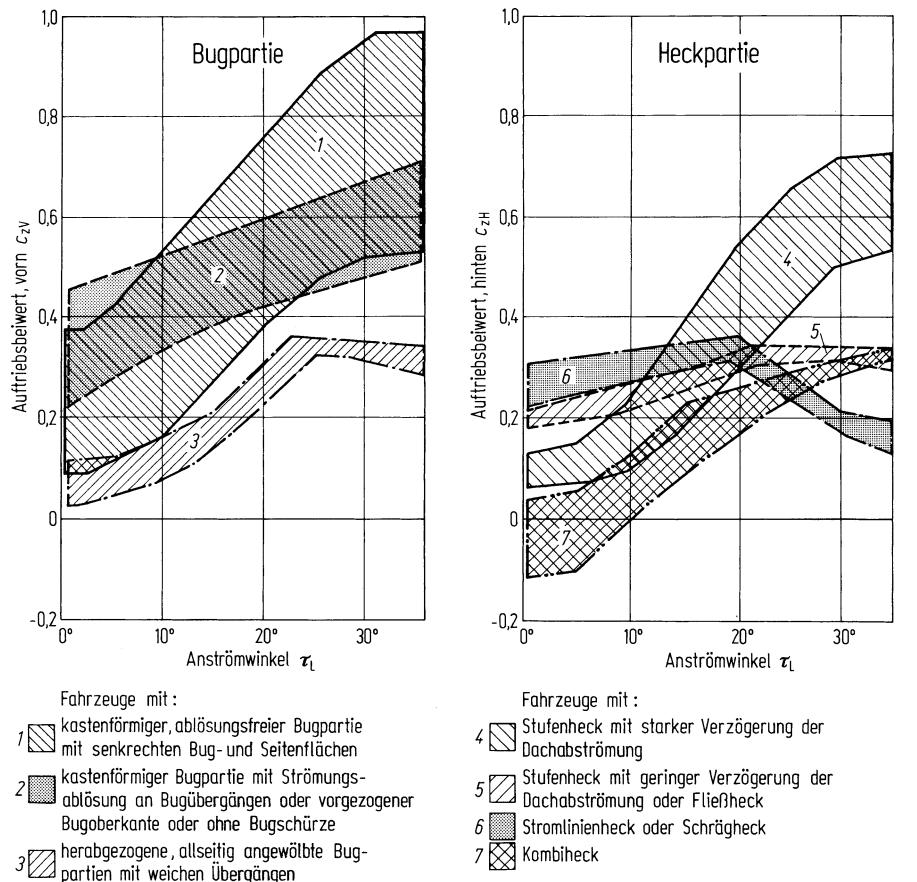
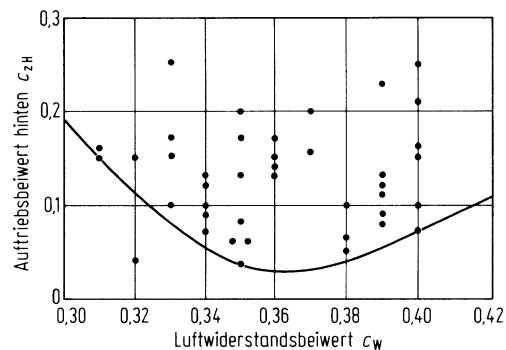


Abb. 3.12 Einflüsse der Gestaltung von Bug- und Heckpartie auf die Auftriebswerte [POTT69]

Abb. 3.13 Abhängigkeit von Luftwiderstands- und Heckauftriebs-Beiwert von Pkw [SCHU91]



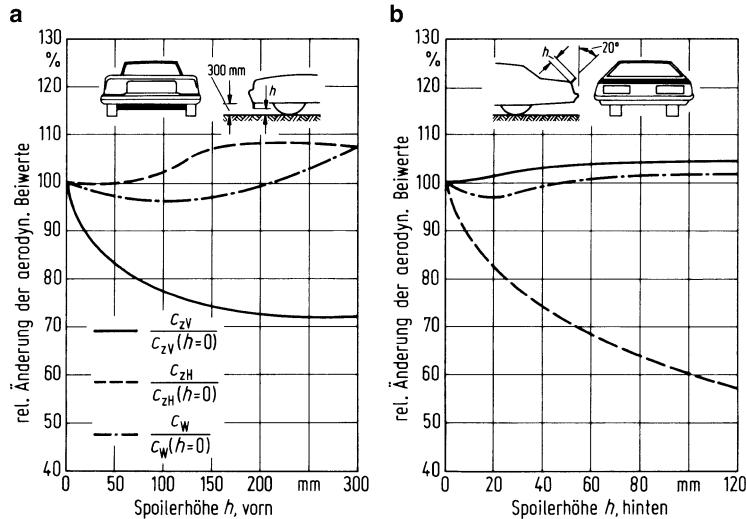


Abb. 3.14 a, b Einfluss unterschiedlicher Spoilerhöhen auf die Auftriebsbeiwerte an den Achsen und auf den Luftwiderstandsbeiwert ($\tau_L = 0$) [SCHE77]

Die Auftriebsbeiwerte c_{zV} und c_{zH} sind nach Abb. 3.12 beim Anströmwinkel $\tau_L = 0$, also bei Windstille, Gegen- oder Rückenwind im Allgemeinen positiv. Das heißt, bei schneller Fahrt werden die statischen Achslasten geringer, und zwar an der Vorderachse stärker als an der Hinterachse. Bei $\tau_L \neq 0$, also bei Seitenwind, nimmt der Auftrieb merklich zu.

Im Allgemeinen führt eine Verringerung des Auftriebsbeiwertes nach Abb. 3.13 zu einer Erhöhung des Luftwiderstandsbeiwertes, wie die einhüllende Grenzlinie zeigt.

In den Diagrammen der Abb. 3.14 ist der Einfluss von Front- und Heckspoilern auf die Veränderung des Auftriebs und des Luftwiderstandsbeiwertes dargestellt. Der Frontspoiler verringert für die Luft die Durchtrittsöffnung unter dem Fahrzeug, dadurch wird ihre Geschwindigkeit erhöht und der Unterdruck vergrößert, was den Auftrieb vorn stark vermindert, s. Abb. 3.14a. Der Heckspoiler, der Flügel auf dem Kofferraumdeckel, drückt das Fahrzeug nach unten, der hintere Auftrieb wird verkleinert bzw. es gibt sogar einen Abtrieb, s. Abb. 3.14b. Bemerkenswert ist, dass kleine Frontspoiler kaum den hinteren Auftriebsbeiwert verändern und kleine Heckspoiler kaum den vorderen, dass aber beide den Luftwiderstandsbeiwert c_W verringern können.

3.4 Seitliche Luftbelastungen, Druckmittelpunkt

Die in Abb. 3.1 dargestellte Luftseitenkraft F_{Ly} und das Luftgiermoment M_{Lz} bestimmen die später in Abschn. 22.6 diskutierte Seitenwindempfindlichkeit eines Kraftfahrzeugs. Das Luftwankmoment M_{Lx} hat darauf – eventuell über die Achsgeometrien – nur einen sekundären Einfluss.

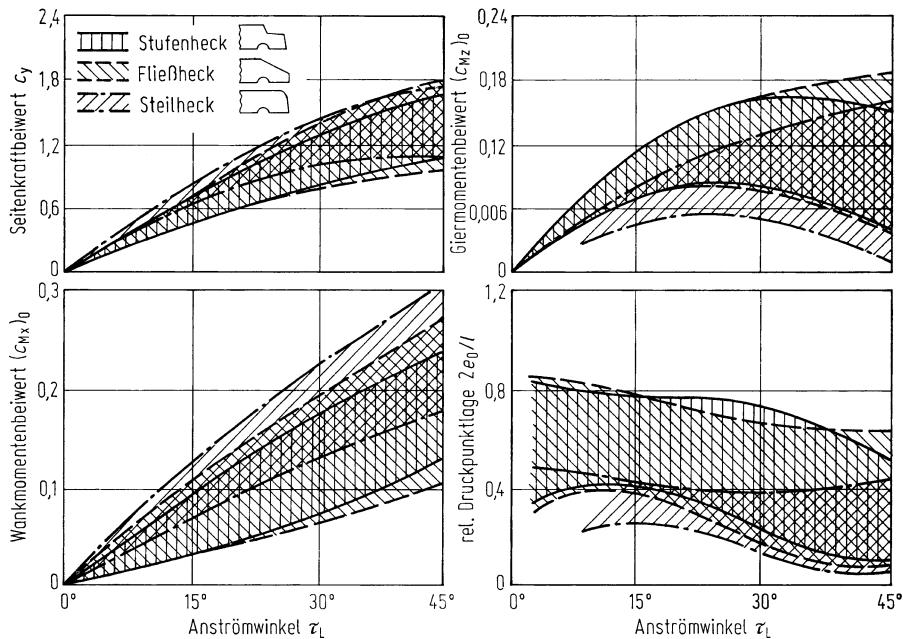


Abb. 3.15 Einfluss des Anströmwinkels τ_L auf die Luftbeiwerte c_y , c_{Mz} , c_{Mx} und auf die relative Druckpunktlage $2e_0/l$ für Pkw (Messungen im VW-Windkanal)

Die in Abschn. 3.1 definierten Luftkraft- und Luftpomentenbeiwerte c_y , c_{Mz} und c_{Mx} sind nach Abb. 3.15 vom Anströmwinkel τ_L abhängig. Bei $\tau_L = 0$ sind sie selbstverständlich Null, denn bei fehlender Seitenanströmung (und um die Längsachse symmetrischem Fahrzeug) gibt es auch keine seitliche Luftkraft und keins der beiden Momente.

Fasst man das Moment M_{Lz0} als Kräftepaar der Seitenkraft F_{Ly} im Abstand e_0 auf, dann ist die seitliche Belastung allein durch die in einem bestimmten Punkt angreifende Seitenkraft F_{Ly} darstellbar (Abb. 3.16a, b). Diesen Punkt nennt man Druckmittelpunkt DP , und sein Abstand vom Bezugspunkt 0 ist

$$e_0 = \frac{M_{Lz0}}{F_{Ly}} = \frac{c_{Mz} l}{c_y}. \quad (3.16)$$

In Abb. 3.15 ist dieser auf den halben Radstand $l/2$ bezogene Abstand eingezeichnet. Man erkennt am Beispiel der Pkw, dass bei kleinen Anströmwinkeln der Abstand Druckmittelpunkt-Radstandsmitte etwa konstant bleibt und dass seine Größe von der Heckform abhängt. Bei stumpfen Hecks sind im Allgemeinen die Abstände kleiner, wodurch die Fahrzeuge seitenwindunempfindlicher werden.

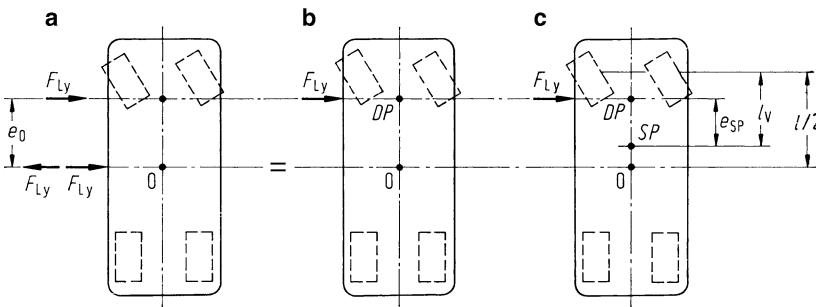


Abb. 3.16 a Luftseitenkraft F_{Ly} und das auf den Koordinatenursprung 0 bezogene Luftgiermoment M_{Lz} , dargestellt als Kräftepaar $F_{Ly} e_0$; b Ergebnis von a bedeutet Angriff von F_{Ly} im Druckmittelpunkt DP ; c Angriff von F_{Ly} um Fahrzeugschwerpunkt SP

Der für die Dynamik wichtige Abstand zwischen Schwerpunkt SP und Druckmittelpunkt DP beträgt nach Abb. 3.16c

$$e_{SP} = e_0 - \left(\frac{l}{2} - l_v \right). \quad (3.17)$$

Der Anstieg der Luftbeiwerte über dem Anströmwinkel kann häufig bis $\tau_L \approx 20^\circ$ durch eine Sekante linearisiert werden, sodass für diesen Bereich – s. (20.21) und (20.22) – gesetzt werden kann:

$$F_{Ly} = c_{ylin} A \frac{\rho}{2} v_r^2 \tau_L = k_y v_r^2 \tau_L, \quad (3.18)$$

mit dem linearisierten Seitenluftbeiwert

$$k_y = c_{ylin} A \frac{\rho}{2}. \quad (3.19)$$

Zur Aerodynamik ist zusammenfassend festzustellen:

- Luftkräfte und -momente sind proportional einem Beiwert, der Querschnittsfläche und dem Quadrat der Fahrgeschwindigkeit
- Der Luftwiderstand ist gering bei kleinem c_w -Wert
- Der Auftrieb wird im Wesentlichen durch Spoiler verringert
- Für seitliche Luftbelastungen ist die Lage des Druckmittelpunktes wichtig.

Literatur

- [NN93] Automobil Revue 88. Jahrgang (1993)
 [BACK99] Backhaus, R.: Die elektronische Deichsel: Fahrerassistenzsystem für Lkw, ATZ 101 (1999) Heft 7/8, S. 572–573

-
- [BART58] Barth, R.: Windkanalmessungen an Fahrzeugmodellen und rechteckigen Körpern mit verschiedenem Seitenverhältnis bei unsymmetrischer Anströmung. Diss. Universität Stuttgart 1958
 - [BART66] Barth, R.: Luftkräfte am Kraftfahrzeug, Deutsche Kraftfahrtforschung und Straßenverkehrstechnik Heft 184, Düsseldorf: VDI 1966
 - [HAU78] Hau, E.; Gilhaus, A.; Künstner, R.; Potthoff, J.: Fortschr. Ber. VDI-Z. Reihe 12, Nr. 31, Düsseldorf: VDI-Verlag 1978
 - [HAU79] Hau, E.; Gilhaus, A.; Künstner, R.; Potthoff, J.: Automobil-Industrie 24 (1979)
 - [HUETx] Hütte I, 27. Aufl., S. 490; Hütte IIA, 28. Aufl., S. 1032
 - [HUCH75] Hucho, H.-W.; Janssen, L.; Schwartz, G.: The Wind Tunnel's Ground Plane Boundary Layer – Its Interference with the Flow Underneath Cars. SAE-Paper 750 066
 - [HUCH81] Hucho, H.-W. u. a.: Aerodynamik des Automobils. Würzburg: Vogel-Verlag 1981, S. 45, 190, 221, 292, 366, 367
 - [HUCH94] Hucho, H.-W. (Hrsg.): Aerodynamik des Automobils. Düsseldorf: VDI-Verlag 1994, S. 186, 207
 - [HUCH98] Hucho, H.-W. (Ed.): Aerodynamics of Road Vehicles. Warrendale: Society of Automotive Engineers (SAE) 4. Aufl. 1998
 - [HUCH02] Hucho, H.-W.: Aerodynamik der stumpfen Körper, Braunschweig/Wiesbaden, Vieweg Verlag 2002
 - [KOKO78] Kokoschinski, H.: Motorrad (1978) H. 1
 - [POTT69] Potthoff, J.: Luftwiderstand und Auftrieb moderner Kraftfahrzeuge, Road Vehicle Aerodynamics. Paper 12, London 1969)
 - [ROMB71] Romberg, G. F.; Chianese, Jr.; Lajoie, R. G.: Aerodynamics of Race Cars in Drafting and Passing Situations, SAE-Paper 710213
 - [SCHE77] Schenkel, F. K.: The Origins of Drag and Lift Reductions on Automobiles with Front and Rear Spoilers. SAE-Paper 77 0389, 1977
 - [SCHU91] Schuster, H.; Hörn, R.: Der Corrado von Volkswagen – Teil 1, ATZ 91 (1989) Heft 6, S. 297–302

Weiterführende Literatur

- [BRAN08] Brand, W.: Einsatz einer aktiven Lenkung zur Seitenwindkompensation. Diss. RWTH Aachen, 2008
- [SCHU13] Schütz, T. (Hrsg.): Hucho-Aerodynamik des Automobils, 6. Aufl. Springer-Vieweg, Wiesbaden 2013

Teil II

Antrieb und Bremsung

Nach Abschn. 1.2 ist es zweckmäßig, die Gesamtheit der Fahreigenschaften von Kraftfahrzeugen in Einzelprobleme aufzuteilen. In diesem Teil II wird die Geradeausfahrt, die Fahrt in x -Richtung – oder wie man auch sagt – die Längsdynamik behandelt.

Entsprechend der Überschrift geht es zunächst um den „Antrieb“. Im Einzelnen werden untersucht:

- Die Größe der Fahrwiderstände und der sich daraus ergebende Drehmomenten- und Leistungsbedarf an den Antriebsrädern (Kap. 5).
- Die Fragen, welches ideale Kennfeld Antriebsmaschinen von Kraftfahrzeugen haben sollten, wie die Realität aussieht und wie Verbrennungsmotoren durch Kennungswandler (z. B. durch Kupplung und Schaltgetriebe) dem Ideal angepasst werden (Kap. 6).
- Aus den beiden o. g. Punkten, aus den Fahrwiderständen und dem Kennfeld des gewählten Antriebsmotors ergeben sich die Fahrleistungen des Kraftfahrzeugs und sein Kraftstoffverbrauch (Kap. 7).
- Die Fahrleistungen werden nicht nur durch die Antriebsleistung, sondern auch durch den Kraftschluss an den Antriebsrädern begrenzt. Daraus ergeben sich Fahrgrenzen (Kap. 8).

Im letzten Kap. 9 wird die „Bremsung“ behandelt. Das Fahrzeug soll hohe Verzögerungen und damit kurze Bremswege erzielen. Dabei muss der Fahrer unterstützt werden.

Die Kenntnis der Fahrwiderstände am Fahrzeug ist eine der wichtigen Grundlagen. Sie bestimmt das notwendige Drehmoment an den Antriebsräder und die erforderliche Leistung, darüber hinaus die Höhe des Energieverbrauches.

Das konstruktive Ziel muss es sein, die Größe der Fahrwiderstände möglichst klein zu halten.

5.1 Grundgleichung für den Antrieb, Zugkraft

Nach Abb. 5.1 gibt es sehr viele Arten von Straßenfahrzeugen: Kraftfahrzeuge (selbstfahrend, maschinell angetrieben; s. DIN 70010) wie Pkw, Lkw, Busse und Krafträder mit meistens zwei Achsen; Züge bestehend aus Kraftfahrzeugen und Anhängerfahrzeugen wie Pkw mit (Wohn-) Anhängern oder Lkw mit Anhängern mit drei und mehr Achsen; Sattelkraftfahrzeuge, zusammengestellt aus Sattelzugmaschine und Sattelanhänger.

Um die Grundgleichung für den Antrieb zu bekommen, genügt es nach Abb. 5.2 zunächst, die Verbindung zwischen den einzelnen Fahrzeugen außer Betracht zu lassen. Hingegen muss das Fahrzeug in den Gesamtaufbau und die einzelnen Räder aufgeteilt werden. In den Schnittpunkten sind nur die Kräfte in x -Richtung eingezeichnet, während die in z -Richtung, weil sie für die Betrachtung der Widerstände unwichtig sind, weggelassen werden.

Zusatzinformation

Die Gleichung für den Aufbau vom Kraftfahrzeug (Index 1) und Anhänger (Index 2) lautet nach dem Schwerpunktsatz der Technischen Mechanik, wenn eine Relativbewegung zwischen beiden vernachlässigt wird,

$$(m_1 + m_2) \ddot{x} = -F_{Lx} - (G_1 + G_2) \sin \alpha + \sum_{j=1}^n X_j. \quad (5.1)$$

Dabei sind G_1, G_2 die Fahrzeugaufbaugewichte, m_1, m_2 ihre Massen, α die Längsneigung der Fahrbahn, $\sum X_j$ alle Längskräfte an den n Achsen und F_{Lx} der Luftwiderstand.

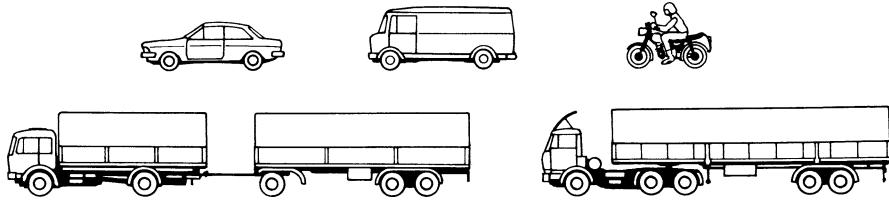


Abb. 5.1 Verschiedene Straßenfahrzeuge

Schwerpunkts- und Momentensatz ergeben nach Abb. 5.2c und nach (2.1) und (2.3) für die j . Achse die Gleichungen

$$m_{Rj}\ddot{x}_{Rj} = -X_j + F_{xj} - G_{Rj} \sin \alpha, \quad (5.2)$$

$$J_{Rj}\ddot{\varphi}_{Rj} = M_{Rj} - F_{xj}r_j - F_{zj}e_j. \quad (5.3)$$

G_{Rj} ist das Gewicht aller Räder an dieser Achse, m_{Rj} deren Masse, J_{Rj} die Summe der Radträgheitsmomente um deren Drehachse, F_{xj} ist die Summe der im Latsch angreifenden Umfangskräfte, F_{zj} die sog. Achslast, M_{Rj} ist das Antriebsmoment an der j . Achse.

Wird vorausgesetzt, dass die translatorischen Beschleunigungen \ddot{x}_{Rj} der Achsen gleich des Aufbaues sind, ergibt sich nach Elimination der Kräfte X_j und F_{xj} aus (5.1) bis (5.3) nur eine Gleichung

$$\begin{aligned} & \left(m_1 + m_2 + \sum_{j=1}^n m_{Rj} \right) \ddot{x} + \sum_{j=1}^n \frac{J_{Rj}}{r_j} \ddot{\varphi}_{Rj} \\ &= \sum_{j=1}^n \frac{M_{Rj}}{r_j} - \left(G_1 + G_2 + \sum_{j=1}^n G_{Rj} \right) \sin \alpha - F_{Lx} - \sum_{j=1}^n F_{zj} \frac{e_j}{r_j}. \end{aligned}$$

Mit Einführung der Gesamtmasse und des Gesamtgewichtes

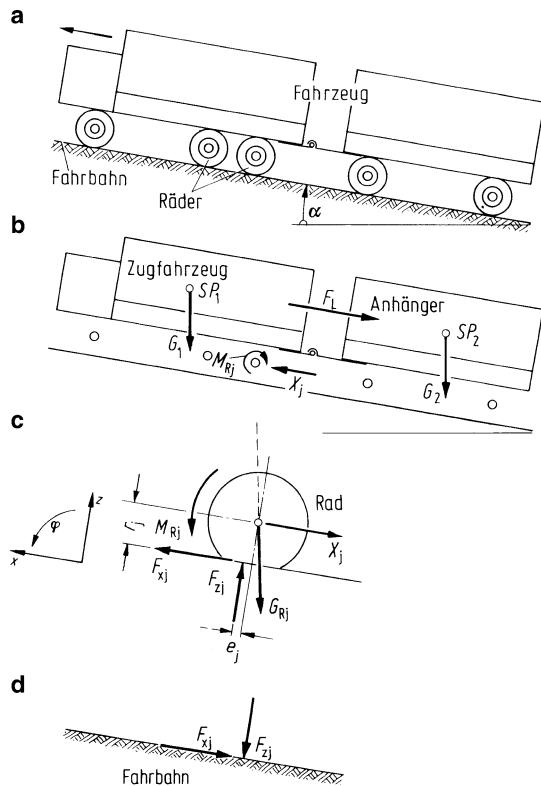
$$m_1 + m_2 + \sum_{j=1}^n m_{Rj} = m,$$

$$G_1 + G_2 + \sum_{j=1}^n G_{Rj} = G = mg$$

und der Umrechnung der Winkelbeschleunigung $\ddot{\varphi}_R$ des Rades in die translatorische Beschleunigung \ddot{x} nach (2.17) wird

$$\sum_{j=1}^n \frac{M_{Rj}}{r_j} = \left(m + \sum_{j=1}^n \frac{J_{Rj}}{r_j R_j} \right) \ddot{x} + G \sin \alpha + F_{Lx} + \sum_{j=1}^n F_{zj} \frac{e_j}{r_j}. \quad (5.4)$$

Abb. 5.2 a Fahrzeug, Rad und Fahrbahn; b Kräfte und Momente am Fahrzeugaufbau; c Kräfte und Momente am Rad; d Kräfte an der Fahrbahn



Die rechte Seite setzt sich aus vier Gliedern zusammen, die man Widerstände nennt, und zwar im Einzelnen aus

$$\text{Rollwiderstand} \quad F_R = \sum_{j=1}^n F_{zj} \frac{e_j}{r_j}, \quad (5.5)$$

$$\text{Luftwiderstand} \quad F_{LX}, \quad (5.6)$$

$$\text{Steigungswiderstand} \quad F_{St} = G \sin \alpha, \quad (5.7)$$

$$\text{Beschleunigungswiderstand} \quad F_B = \left(m + \sum_{j=1}^n \frac{J_{Rj}}{r_j R_j} \right) \ddot{x}. \quad (5.8)$$

Die linke Seite der Gl. (5.4), die Summe der Antriebsmomente dividiert durch die jeweiligen statischen Reifenhalbmesser (nach der Dimension eine Kraft), wird als Zugkraft

$$Z = \sum_{j=1}^n \frac{M_{Rj}}{r_j} \quad (5.9)$$

bezeichnet.

Zusatinformation

Dies kann irreführen, weil man vielleicht an die Kraft am Zughaken, z. B. die Kraft, mit der das Kraftfahrzeug den Anhänger hinter sich herzieht, denkt. Das ist aber hier nicht gemeint. Diese ziehende Kraft wird später in Kap. 8 Deichselkraft genannt.

Aus (5.4) bis (5.9) ergibt sich die wichtige Grundgleichung für den Antrieb

$$Z = F_R + F_{Lx} + F_{St} + F_B. \quad (5.10)$$

Die Zugkraft, d. h. die Summe der bezogenen Momente, muss die Widerstände überwinden.

Zusatinformation

Die Bedeutung der Summe der Radmomente $\sum_{j=1}^n M_{Rj}$ soll am Beispiel eines zweiachsigem ($n=2$) Pkw, der nur über eine Achse angetrieben wird, verdeutlicht werden. Beim Antrieb ist für die Antriebsachse $M_{R1} > 0$, für die Achse mit den Laufrädern $M_{R2} = 0$ (genau genommen wegen der Lagerreibung $M_{R2} < 0$, was aber nach Abschn. 2.1.1.3 vernachlässigt werden darf). Wird der Pkw über den Antrieb abgebremst, dann ist $M_{R1} < 0, M_{R2} = 0$. Wird der Pkw über die auf alle Räder wirkende Bremsanlage abgebremst, dann ist $M_{R1} < 0, M_{R2} < 0$.

Im Folgenden werden die einzelnen Widerstände betrachtet, wobei der Luftwiderstand F_{Lx} schon aus Abschn. 3.2 bekannt ist.

5.2 Radwiderstand des Fahrzeuges

Nach Abschn. 2.1.1.5 ist der Radwiderstand eines einzelnen Rades bei Geradeausfahrt auf trockener Straße praktisch gleich dem Rollwiderstand. Wird für e_j/r_j in (5.5) der Rollwiderstandsbeiwert f_{Rj} nach (2.3a) bzw. mit der im Anschluss nach (2.11) genannten Vereinfachung eingesetzt, so ist der Rollwiderstand des gesamten Fahrzeuges

$$F_R = \sum_{j=1}^n f_{Rj} F_{zj}. \quad (5.11)$$

Man nimmt häufig weiterhin an, dass der Rollwiderstandsbeiwert an allen Rädern (z. B. trotz verschiedener Luftdrücke an den einzelnen Reifen) gleich ist, und kann dann, da die Summe aller Radlasten F_{zj} gleich dem Gewicht des Fahrzeugs G bzw., wenn das Fahrzeug nach Abb. 5.2 eine Steigung mit dem Winkel α befährt, gleich $G \cos \alpha$ ist, (5.11) umformen in

$$F_R = f_R \sum_{j=1}^n F_{zj} = f_R G \cos \alpha.$$

Da der Steigungswinkel α auf Straßen nicht sehr groß ist, lautet der Rollwiderstand des gesamten Fahrzeuges und damit näherungsweise sein Radwiderstand

$$F_R = f_R G. \quad (5.12)$$

Zusatzinformation

Wird noch die erst bei höheren Geschwindigkeiten merklich wirkende Auftriebskraft F_{Lz} (s. Abschn. 3.3) berücksichtigt, so lautet (5.12)

$$F_R = f_R(G - F_{Lz}). \quad (5.13)$$

5.3 Steigungswiderstand

In (5.4) steht das Glied $G \sin \alpha$, das als Steigungswiderstand

$$F_{St} = G \sin \alpha \quad (5.14)$$

bezeichnet wurde, s. (5.7). Dieser Ausdruck wird anschaulicher, wenn man $\sin \alpha$ durch $\tan \alpha$ bzw. durch den identischen Wert p ersetzt. p wird als Steigung bezeichnet

$$\sin \alpha \approx \tan \alpha = p. \quad (5.15)$$

Zusatzinformation

Der Ersatz von $\sin \alpha$ durch $\tan \alpha$ gilt bei einem Fehler von weniger als 5 % bis $\alpha \approx 17^\circ$. Dies entspricht einer Steigung von $p = 0,30 = 30\%$. Der Ersatz ist für die Berechnung des Steigungswiderstandes auf befestigten Fahrbahnen, d. h. auf Straßen, zulässig. Bei Fahrten im Gelände können größere Steigungen vorkommen, dann muss der exakte Ausdruck nach (5.14) eingesetzt werden.

Die Tab. 5.1 zeigt einige Steigungswerte. Die Steigung auf Straßen wird in Prozent angegeben.

Zusatzinformation

Bei einer Steigung von beispielsweise 8 % ist $p = 0,08$, die Fahrbahn steigt auf 100 m waagerechter Länge um 8 m an, und der Steigungswiderstand F_{St} ist 8 % vom Fahrzeuggewicht G .

Aus den beiden obigen Gleichungen wird dann

$$F_{St} = Gp. \quad (5.16)$$

5.4 Beschleunigungswiderstand

Um ein Fahrzeug zu beschleunigen, ist nach (5.8) der sog. „Beschleunigungswiderstand“

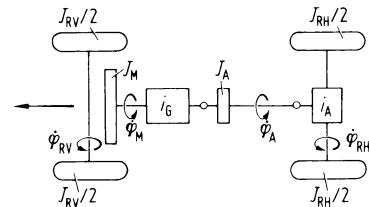
$$F_B = \left(m + \sum_{j=1}^n \frac{J_{Rj}}{r_j R_j} \right) \ddot{x} \quad (5.17)$$

Tab. 5.1 Steigungen von Straßen aus [NN95] (gilt für Neu-, Um- und Ausbau von Straßen)

Entwurfsgeschwindigkeit [km/h]	$p_{\max} [\%]$ für anlaufreie Straßen	außerhalb bebauter Gebiete	im Vorfeld und innerhalb be- bauter Gebiete
50	9,0	12,0	
60	8,0	10,0	
70	7,0	8,0	
80	6,0	7,0	
90	5,0	6,0	
100	4,5	5,0	
120	4,0	—	

Höchste Steigung auf europäischen Alpenstraßen etwa 30 %

Abb. 5.3 Für den Be-
schleunigungswiderstand zu
berücksichtigende rotatorische
Massen



zu überwinden. Er enthält die translatorische Beschleunigung der Masse $m = G/g$ und die rotatorische Beschleunigung der sich drehenden Teile $\sum_{j=1}^n J_{Rj}/r_j R_j$.

m ist relativ leicht zu bestimmen, schwieriger ist hingegen die Größe der rotatorischen Massen abzuschätzen. Dies soll nach Abb. 5.3 am Beispiel eines zweiachsigen, nur an der Hinterachse mit einem Verbrennungsmotor und Kennungswandler angetriebenen Kraftfahrzeuges erläutert werden.

Das gesamte rotatorische Beschleunigungsmoment ist $J_{R1}\ddot{\varphi}_{R1} + J_{R2}\ddot{\varphi}_{R2}$ mit den Indizes 1 für die Vorder- und 2 für die Hinterachse. Das Trägheitsmoment $J_{R1} = J_{RV}$ an den nicht angetriebenen Vorderrädern ergibt sich aus den einzelnen Anteilen der zwei Reifen, Räder und Bremsen, die sich alle mit der gleichen Winkelgeschwindigkeit $\dot{\varphi}_{R1} = \dot{\varphi}_{RV}$ drehen. Bei dem Trägheitsmoment J_{R2} ist das anders, hierzu gehören nicht nur die Trägheitsmomente J_{RH} der Reifen, Räder, Bremsen, Gelenkwellen usw., die sich mit der Winkelgeschwindigkeit $\dot{\varphi}_{RH}$ drehen, sondern auch die der Triebwerksteile J_A und die des Motors J_M mit den Winkelgeschwindigkeiten $\dot{\varphi}_A$ und $\dot{\varphi}_M$. Man bezieht nun die verschiedenen Anteile auf eine Winkelgeschwindigkeit, zweckmäßigerweise auf die der Hinterräder $\dot{\varphi}_{RH}$.

Für die Umrechnung ist die Änderung der gespeicherten Energie maßgebend.

Die Energie selber beträgt

$$E = \frac{1}{2} J_{R2} \dot{\varphi}_{R2}^2 = \frac{1}{2} J_{R2} \dot{\varphi}_{RH}^2 = \frac{1}{2} (J_{RH} \dot{\varphi}_{RH}^2 + J_A \dot{\varphi}_A^2 + J_M \dot{\varphi}_M^2). \quad (5.18)$$

Für die einzelnen Winkelgeschwindigkeiten ist mit den Übersetzungsverhältnissen i_A zwischen Eingang und Ausgang am Achsantrieb

$$\dot{\phi}_A = i_A \dot{\phi}_{RH} \quad (5.19)$$

und i_G zwischen Ein- und Ausgang des Drehmomentenwandlers (Schaltgetriebe oder Automatikgetriebe z. B.)

$$\dot{\phi}_M = i_G \dot{\phi}_A = i_G i_A \dot{\phi}_{RH}. \quad (5.20)$$

Die Energie nach (5.18) ist damit

$$E = \frac{1}{2} J_{R2} \dot{\phi}_{RH}^2 = \frac{1}{2} \dot{\phi}_{RH}^2 (J_{RH} + J_A i_A^2 + J_M i_A^2 i_G^2)$$

und die Energieänderung, wenn man auch stufenlose Wandler, bei denen i_G sich kontinuierlich ändert, berücksichtigt,

$$\frac{dE}{dt} = J_{R2} \dot{\phi}_{RH} \ddot{\phi}_{RH} = \dot{\phi}_{RH} \ddot{\phi}_{RH} (J_{RH} + J_A i_A^2 + J_M i_A^2 i_G^2) + J_M i_A^2 i_G \frac{di_G}{dt} \dot{\phi}_{RH}^2$$

Das gesuchte Ersatzträgheitsmoment beträgt

$$J_{R2} = J_{RH} + J_A i_A^2 + J_M i_A^2 \left(i_G^2 + i_G \frac{di_G}{dt} \frac{\dot{\phi}_{RH}}{\ddot{\phi}_{RH}} \right). \quad (5.21)$$

Zusatzinformation

Um die Anwendung dieser Gleichungen zu verdeutlichen, werden zwei Sonderfälle gebracht:

1. Stufengetriebe (vgl. Abschn. 6.3.6). Während der Fahrt in einem Gang ist $i_G = \text{const}$, $di_G/dt = 0$, und aus (5.21) wird

$$J_{R2} = J_{RH} + J_A i_A^2 + J_M i_A^2 i_G^2. \quad (5.22)$$

Ist z. B. die Achsübersetzung $i_A = 4$ und bei Wahl des ersten Ganges an einem Pkw z. B. auch $i_G = 4$, dann ist J_A scheinbar um das 16fache, J_M um das 256fache angewachsen.

2. Trilok-Wandler (vgl. Abschn. 6.3.10). Beim Beginn des Beschleunigungsvorganges ist die Motordrehzahl $\dot{\phi}_M = \text{const}$, der Motor ist rotatorisch nicht mit zu beschleunigen, d. h., das Ersatzträgheitsmoment J_{R2} muss kleiner als beim Stufengetriebe sein. Dies ergibt sich auch aus der folgenden Rechnung

$$\dot{\phi}_M = i_G \dot{\phi}_A \rightarrow d\dot{\phi}_M/dt = 0 = i_G \ddot{\phi}_A + di_G/dt \dot{\phi}_A, \dot{\phi}_A / \ddot{\phi}_A = - \frac{i_G}{di_G/dt} = \dot{\phi}_{RH} / \ddot{\phi}_{RH},$$

in (5.21) eingesetzt

$$J_{R2} = J_{RH} + J_A i_A^2. \quad (5.23)$$

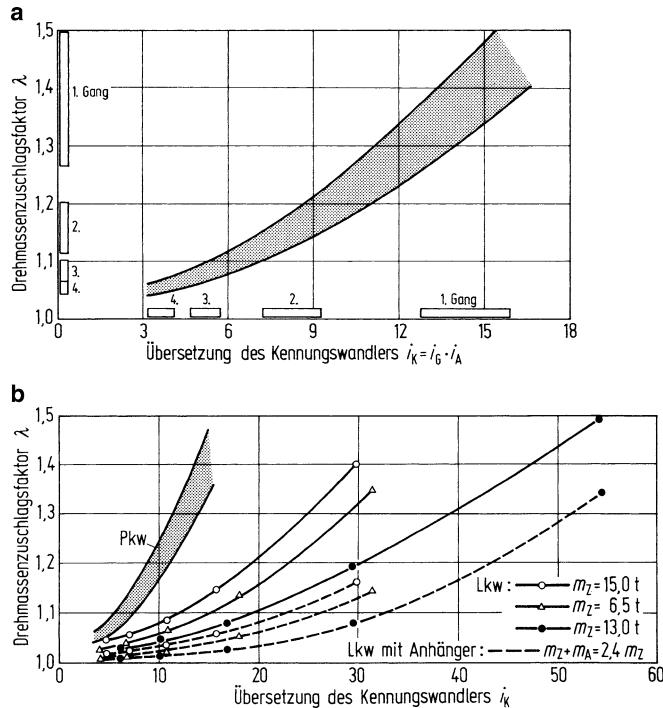


Abb. 5.4 a Streubereiche der Übersetzungen von Kennungswandlern und der Drehmassenzuschlagsfaktoren bei Pkw; b Vergleich der Drehmassenzuschlagsfaktoren von Pkw und Nutzfahrzeugen

Damit ist J_{R2} bekannt. Bei dem in Abb. 5.3 gezeigten Hinterachsantrieb ist mit $J_{R1} = J_{RV}$

$$\sum_{j=1}^2 \frac{J_{Rj}}{r_j R_j} = \frac{J_{RV}}{r_V R_V} + \frac{J_{RH} + i_A^2 J_A + i_A^2 J_M \left(i_G^2 + i_G \frac{di_G}{dt} \frac{\dot{\varphi}_{RH}}{\dot{\varphi}_{RH}} \right)}{r_H R_H}. \quad (5.24)$$

Bei Vorderachsantrieb müssen die Indizes V und H vertauscht werden, für den Allradantrieb sind die anteiligen Massenträgheitsmomente der Triebwerksteile auf Vorder- und Hinterräder aufzuteilen.

Die Summe im Beschleunigungswiderstand nach (5.17) wird meistens vereinfacht geschrieben

$$F_B = \lambda m \ddot{x} = \lambda G \frac{\ddot{x}}{g}, \quad (5.25)$$

wobei der *Drehmassenzuschlagsfaktor* λ den Anteil der rotatorischen Masse zur Gesamtmasse ausdrückt. Er ergibt sich aus (5.17) und (5.25) zu

$$\lambda = 1 + \sum_{j=1}^n \frac{J_{Rj}}{r_j R_j} / m. \quad (5.26)$$

Zusatzinformation

Sehr häufig wird $r_j \approx R_j$ gesetzt, dabei u. a. der Schlupf vernachlässigt, sodass sich die Gleichung zu

$$\lambda \approx 1 + \sum_{j=1}^n \frac{J_{Rj}}{r_j^2} \Bigg/ m \approx 1 + \sum_{j=1}^n \frac{J_{Rj}}{R_j^2} \Bigg/ m$$

vereinfacht.

Um die Größe von λ abschätzen zu können, sind in Abb. 5.4 Werte zusammengestellt.

5.5 Gesamtwiderstand, Moment an den Antriebsrädern

Nach (5.10) ist

$$Z = F_R + F_{Lx} + F_{St} + F_B. \quad (5.27)$$

Werden die Einzelwiderstände aus (5.12), (3.1), (5.16) und (5.25) eingeführt, so lautet die obige Gleichung

$$Z = \sum_{j=1}^n \frac{M_{Rj}}{r_j} = f_R G + c_x A \frac{\rho}{2} v_r^2 + G \left(p + \lambda \frac{\ddot{x}}{g} \right). \quad (5.28a)$$

Diese ist eine der wichtigsten Gleichungen in der Fahrzeugtechnik. Hiernach ergibt sich die Größe der bezogenen Momente an den Rädern, die erforderlich sind, um die Widerstände zu überwinden.

In der Ebene ($p = 0$) und bei unbeschleunigter Fahrt ($\ddot{x} = 0$) wirken immer der Roll- und der Luftwiderstand $F_R + F_{Lx}$ (s. Abb. 5.5, häufig wird Windstille vorausgesetzt, d. h. $v_r = v$ und $c_x = c_w$ gesetzt), die Zugkraft muss positiv sein. Bei beschleunigter Fahrt und in Steigungen, d. h. bei $p + \lambda \ddot{x}/g > 0$, treten die Steigungs- und Beschleunigungswiderstände $F_{St} + F_B$ hinzu und erfordern größere Zugkräfte, d. h. höhere Antriebsmomente. Bei Fahrten im Gefälle oder bei Verzögerungen, bei $p + \lambda \ddot{x}/g < 0$ wird die Zugkraft meistens negativ, d. h., es sind Bremsmomente erforderlich.

Bei *Einachsantrieb* wirkt ein Moment nur an der einen Antriebsachse $M_{R1} = M_R$, an den nichtangetriebenen Achsen sind bei Vernachlässigung der Lagerreibung die Momente $M_{R2} = M_{R3} = \dots = 0$. Gleichung 5.28a vereinfacht sich zu

$$Z = \frac{M_R}{r} = f_R G + c_x A \frac{\rho}{2} v_r^2 + G \left(p + \lambda \frac{\ddot{x}}{g} \right). \quad (5.28b)$$

Gleichung 5.28 kann man auch so schreiben, dass man die vom Gewicht abhängigen Widerstände zusammenfasst und den vom Gewicht unabhängigen Luftwiderstand getrennt nennt,

$$Z = \left(f_R + p + \lambda \frac{\ddot{x}}{g} \right) G + c_x A \frac{\rho}{2} v_r^2. \quad (5.29)$$

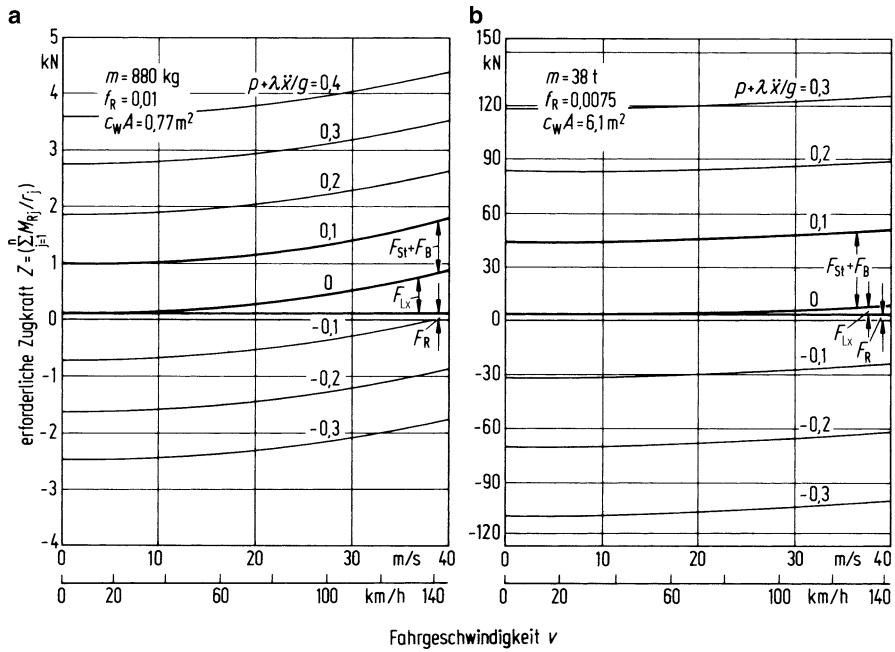


Abb. 5.5 Zur Überwindung der Fahrwiderstände erforderliche Zugkraft über der Fahrgeschwindigkeit ($v_{W} = 0$). **a** für einen Pkw; **b** für einen Lastzug

Vernachlässigt man den Geschwindigkeitseinfluss beim Rollwiderstandsbeiwert f_R , so ist der gewichtsabhängige Teil der Widerstände gleichzeitig der geschwindigkeitsunabhängige.

In dimensionsloser Schreibweise lautet (5.29)

$$\frac{Z}{G} = f_R + p + \lambda \frac{\ddot{x}}{g} + \frac{c_x A}{G} \frac{\rho}{2} v_r^2. \quad (5.30)$$

Beim Pkw ist nach Abb. 5.5 $c_W A/G = 8,75 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2/\text{kN}$, beim Lastzug nur $1,61 \cdot 10^{-2}$. Deshalb ist beim Pkw der Luftwiderstand relativ groß, beim Lastzug relativ klein, oder anders ausgedrückt, beim Pkw sind die gewichtsabhängigen Widerstände relativ klein, beim Lastzug relativ groß.

Das Verhältnis $A/G = A/mg$ ist für verschiedene schwere Pkw aus Abb. 3.4 zu ermitteln.

5.6 Leistung an den Antriebsrädern

Die an allen Rädern aufzubringende Leistung P_R ist die Summe der Momente M_{Rj} mal der Winkelgeschwindigkeit $\dot{\varphi}_{Rj}$, an den zugehörigen Rädern demnach

$$P_R = \sum_{j=1}^n M_{Rj} \dot{\varphi}_{Rj}. \quad (5.31)$$

Wird für die Winkelgeschwindigkeit der Räder die translatorische Geschwindigkeit v nach (2.17) eingesetzt, so lautet (5.31) nach Erweiterung mit r_j

$$P_R = \left(\sum_{j=1}^n \frac{M_{Rj}}{r_j} \frac{r_j}{R_j} \right) v. \quad (5.32a)$$

Bei *Einachsantrieb* vereinfacht sich dieser Ausdruck nach (5.28) zu

$$P_R = \frac{M_R}{r} \frac{r}{R} v = Z \frac{r}{R} v. \quad (5.32b)$$

Genau genommen wird dabei vorausgesetzt, dass das Verhältnis r/R für alle Reifen an dieser Antriebsachse (z. B. zwei Reifen/Achse bei Pkw, vier Reifen/Achse bei großen Nutzfahrzeugen) gleich ist.

Bezieht man die Leistung auf das Gewicht, führt das zum „Leistungsgewicht“, s. Abschn. 7.2.

5.6.1 Radleistung bei Vernachlässigung des Schlupfes

Wird $r/R \sim 1$ gesetzt, d. h. im Wesentlichen, dass der Antriebsschlupf vernachlässigt wird (s. Abschn. 2.1.2), so vereinfachen sich (5.32a) und (5.32b) zu

$$P_R \approx Zv \quad (5.33)$$

oder mit (5.10) zu

$$P_R \approx F_R v + F_{Lx} v + F_{St} v + F_B v. \quad (5.34)$$

Dabei ist $F_R v$ die Rollwiderstands-, $F_{Lx} v$ die Luftwiderstands-, $F_{St} v$ die Steig- und $F_B v$ die Beschleunigungsleistung.

Nach Einführung der einzelnen Widerstände wird aus (5.34)

$$P_R \approx f_R G v + c_x A \frac{\rho}{2} v_r^2 v + G \left(p + \lambda \frac{\ddot{x}}{g} \right) v. \quad (5.35)$$

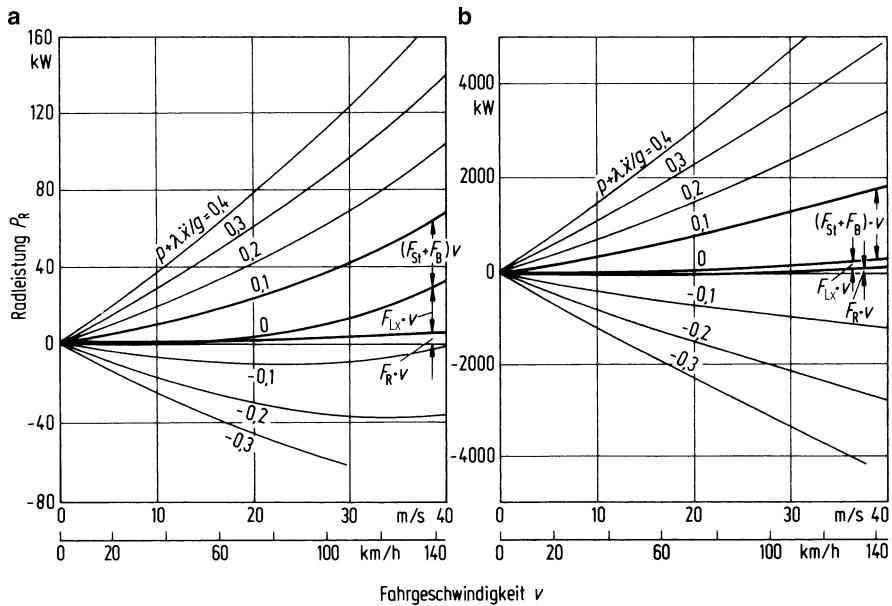


Abb. 5.6 Erforderliche Antriebsleistung am Rad über der Fahrgeschwindigkeit (Vernachlässigungen: s. Beginn des Abschn. 5.6.1). **a** für einen Pkw; **b** für einen Lastzug (Fahrzeugdaten s. Abb. 5.5)

Bei Windstille und etwas anders geordnet ist

$$P_R = \left(f_R + p + \lambda \frac{\ddot{x}}{g} \right) Gv + c_w A \frac{\rho}{2} v^3. \quad (5.36)$$

Danach wachsen Roll-, Steigungs- und Beschleunigungsleistung mit der Geschwindigkeit linear an¹, die Luftwiderstandsleistung mit der dritten Potenz.

Abbildung 5.6 zeigt die Radleistung P_R über der Geschwindigkeit v . Die Diagramme entsprechen denen aus Abb. 5.5.

5.6.2 Radleistung bei Berücksichtigung des Schlupfes

Nach (2.19b) ist $R = R_0(1 - S)$ mit dem Schlupf S und dem dynamischen Halbmesser R_0 und damit die Radleistung am Beispiel des Einachsantriebes (s. (5.32a))

$$P_R = \frac{r}{R_0} \frac{1}{1 - S} Zv = \frac{r}{R_0} \frac{1}{1 - S} (F_R + F_{Lx} + F_{St} + F_B) v. \quad (5.37)$$

¹ Die Rollwiderstandsleistung allerdings nur dann, wenn der Geschwindigkeitseinfluss auf f_R vernachlässigt wird.

Tab. 5.2 Umrechnung von Einheiten

Geschwindigkeit	$\frac{v}{\text{km/h}} = 3,6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$
Kraft	$1 \text{ N} = 1 \text{ kg} \cdot 1 \text{ m/s}^2$ $1 \text{ kp} = 1 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2$ $= 9,81 \text{ N}$ $\approx 10 \text{ N}$
Leistung-Zugkraft-Geschwindigkeit	$1 \text{ W} = 1 \text{ N} \cdot 1 \text{ m/s}$ $\frac{P}{\text{kW}} = \frac{Z}{\text{kN}} \frac{v}{\text{m/s}} = \frac{1}{3,6} \frac{Z}{\text{kN}} \frac{v}{\text{km/h}}$ $\frac{P}{\text{kW}} = 0,736 \frac{P}{\text{PS}}$ $\frac{P}{\text{PS}} = \frac{1}{270} \frac{Z}{\text{kp}} \frac{v}{\text{km/h}}$
Winkelgeschwindigkeit-Drehzahl	$\frac{\dot{\phi}}{1/\text{s}} = 2\pi \frac{n}{1/\text{s}} = \frac{2\pi}{60} \frac{n}{1/\text{min}}$ $= \frac{1}{9,55} \frac{n}{1/\text{min}} \approx \frac{1}{10} \frac{n}{1/\text{min}}$
Leistung-Drehmoment-Drehzahl	$\frac{P}{\text{kW}} = 2\pi \frac{M}{\text{kNm}} \frac{n}{1/\text{s}}$ $= \frac{1}{9,55} \frac{M}{\text{kNm}} \frac{n}{1/\text{min}}$ $\approx \frac{1}{10} \frac{M}{\text{kNm}} \frac{n}{1/\text{min}}$ $\frac{P}{\text{PS}} = \frac{1}{716,2} \frac{M}{\text{mkp}} \frac{n}{1/\text{min}}$

Zusatzinformation

Der Unterschied zwischen (5.34) und (5.37) ist im Allgemeinen nicht sehr groß, meistens vernachlässigbar. In Sonderfällen kann das anders sein, z. B. beim Anfahren eines Fahrzeuges am Berg auf vereister Fahrbahn können die Räder durchdrehen ($S = 1$), die Fahrgeschwindigkeit ist $v = 0$. Nach der Näherungsformel (5.34) ist $P_R = 0$, in Wirklichkeit wird eine Leistung P_R gebraucht, was in dem Term $v/(1 - S) = 0/0 \neq 0$ in (5.37) zum Ausdruck kommt.

Es sei noch darauf hingewiesen, dass der Rollwiderstand auf verschiedene Arten gemessen und definiert werden kann. Hier im Buch wird von der Definition beim momentenfreien Rad nach (2.3) und von der Messung der Kraft nach Abb. 2.15 ausgegangen. Auf die Änderung beim momentenbelasteten Rad wurde in Zusammenhang mit (2.11) hingewiesen. Andere definieren den Rollwiderstand über die Rollwiderstandsleistung [SCHR80, SCHR77, SLIB66].

5.6.3 Gebräuchliche Umrechnungen

Es werden in Tab. 5.2 einige Umrechnungen zwischen den SI-Einheiten mit kg, m und s und den früheren Einheiten mit kp und PS sowie einigen alltäglichen Einheiten genannt.

Literatur

- [NN95] „Richtlinien für die Anlage von Straßen, Teil: Linienführung, RAS-L“ der Forschungsgesellschaft für Straßen- und Verkehrswesen 1995
- [SCHR80] Schuring, D. J.: The Rolling Loss of Pneumatic Tires, Rubber Chemistry and Technology 53 (1980) No. 3
- [SCHR77] Schuring, D. J.: The Energy Loss of Tires on Twin Rolls, Drum, and Flat Roadway – A Uniform Approach. SAE-Paper 770875
- [SLIB66] Slibar, A.; Desoyer, K.: Bewegungsgleichungen und Ersatzmodelle des Kraftfahrzeuges in ihrer Beziehung zu den Messergebnissen des Rolltrommelversuchs, ATZ 68 (1966) Heft 1, S. 13–20

Leistungsangebot, Kennfelder von Kraftfahrzeugantrieben

6

Nachdem in Kap. 5 die Widerstände und damit die erforderlichen Drehmomente und Leistungen an den Rädern – kurz genannt der Momenten- und Leistungsbedarf – behandelt wurden, werden jetzt die von der Antriebsanlage angebotenen Momente und Leistungen – kurz das Momenten- und Leistungsangebot – betrachtet.

Wie der Name schon sagt, hat eine Antriebsanlage, z. B. bestehend aus Verbrennungsmotor, Kupplung, Schalt- und Achsgetriebe, die primäre Aufgabe, das Fahrzeug anzutreiben.

Ein Motor kann aber auch durch seine Reibungs- und Pumpverluste sowie verstärkt durch die sog. Auspuffbremse ein Fahrzeug abbremsen bzw. eine lange Gefällefahrt mit konstanter (kontrollierbar kleiner) Geschwindigkeit ermöglichen, ohne dass der Fahrer über das Bremspedal die Reibungsbremse betätigen muss. Da diese – wie noch in Abschn. 9.1 gezeigt wird – thermisch nur wenig belastbar ist, ist es für die Antriebsanlage eines Fahrzeugs wichtig, dass sie auch genügend große Dauer-Bremsmomente und -leistungen abgeben kann.

Im Folgenden geht es im Wesentlichen um

- die Kennfelder von Kraftfahrzeugantrieben für den Antriebs- und Bremsbereich.

Weiterhin sind zu beachten

- die Höhe des Wirkungsgrades als Maß für die Energieausnutzung bzw. als Maß für den Energieverbrauch. Er ist bei Verwendung von kohlenstoffhaltigen Kraftstoffen ein direktes Maß für die das Klima beeinflussende CO₂-Emission,
- die Emissionen der „klassischen“ Schadstoffe NO_x, HC, CO usw.,
- das Bauvolumen und Gewicht der Antriebe selbst und des Energievorrates, sowie des evtl. notwendigen Kennungswandlers,
- der Energievorrat soll bei kleinem Gewicht und Raumbedarf eine gewünschte (d. h. im allgemeinen eine große) Reichweite ermöglichen.

6.1 Grundsätzliches zum Kennfeld, ideales Lieferkennfeld

Die Bedarfskennung für ein Fahrzeug ist nach Abb. 6.1 (vgl. Abb. 5.5 und 5.6) ein Kennfeld. In der Abszissenrichtung steht die Fahrgeschwindigkeit, die vom Fahrer (bis zu dem Grenzwert der Höchstgeschwindigkeit v_{max}) frei gewählt wird, und in Ordinatenrichtung ergibt sich die Zugkraft Z (das Drehmoment) bzw. die Leistung an den Rädern P_R aus den Bedingungen Fahrt in der Ebene, in der Steigung oder im Gefälle und aus der Größe der Beschleunigung (bzw. Verzögerung).

Damit nun der Fahrer mit seinem Fahrzeug dieses Bedarfskennfeld „bestreichen“ kann, ergibt sich für die Antriebsanlage die notwendige Bedingung, ebenfalls ein Kennfeld zu liefern, das sog. Lieferkennfeld.

Nun muss das Kennfeld sinnvoll begrenzt werden (s. Abb. 6.2):

1. Eine der Grenzen wird durch die Höchstgeschwindigkeit des Fahrzeuges oder durch eine Drehzahlgrenze in der Antriebsanlage gegeben.
2. Die zweite Grenze ergibt sich aus der Aufgabe der Antriebsanlage, die verfügbare maximale Leistung P_{Rmax} bei jeder Fahrgeschwindigkeit voll einsetzen zu können. Wenn diese Aufgabe ideal gelöst wird, dann ist

$$P_{Rmax} = \text{const}, \quad (6.1)$$

und die Zugkraft ändert sich nach (5.32b)

$$Z \approx \frac{P_{Rmax}}{v} \quad (6.2)$$

hyperbolisch mit v . Diese Hyperbel wird häufig als „ideale Zugkrafthyperbel“ bezeichnet.

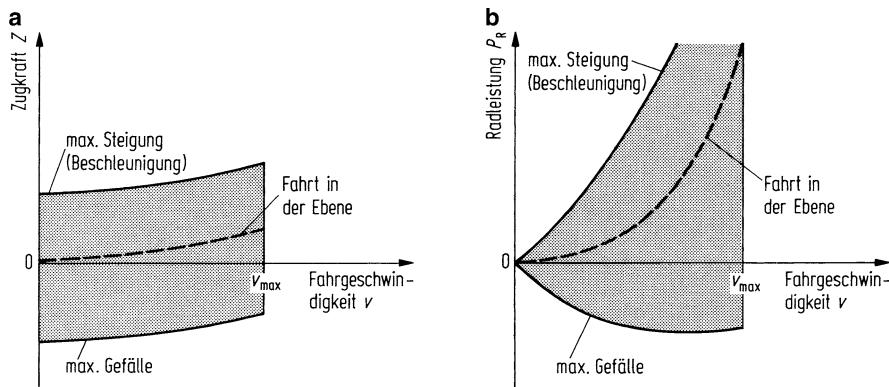


Abb. 6.1 Bedarfskennung eines Fahrzeugs. a Zugkraft als Funktion der Fahrgeschwindigkeit. b Leistung als Funktion der Fahrgeschwindigkeit

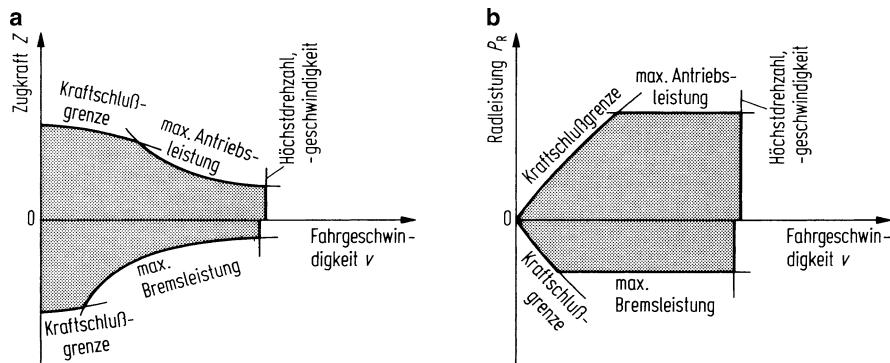


Abb. 6.2 Ideale Lieferkennung der Antriebsanlage. Zugkraft (a) und Leistung (b) als Funktion der Fahrgeschwindigkeit

3. Die dritte Grenze ist durch den Kraftschluss gegeben. Die obige Forderung nach konstanter maximaler Radleistung $P_{R\max}$ kann nicht für kleine Fahrgeschwindigkeiten gelten, denn bei $v = 0$ würde $Z \rightarrow \infty$, was die kraftschlüssige Verbindung Rad-Straße nicht überträgt. Die maximal mögliche Umfangskraft eines Fahrzeuges mit m Antriebsachsen ist entsprechend (2.12)

$$F_{x\max} = \mu_h \sum_{j=1}^m F_{zj}.$$

Zur Erzielung der höchsten Umfangskraft wäre der Allradantrieb ideal. Da die Summe der Radlasten $\sum F_{zj}$ gleich dem Fahrzeuggewicht G ist¹, wird aus obiger Gleichung

$$F_{x\max} = \mu_h G$$

Weiterhin ist nach Abb. 2.13 Umfangskraft gleich Radmoment mal statischem Reifenhalbmesser und angewendet auf das ganze Fahrzeug (für genauere Ableitungen s. Abschn. 8.2)

$$F_{x\max} = \sum_{j=1}^m \frac{M_{Rj} \max}{r_j}$$

Aus den Gleichungen ergibt sich letztlich die dritte Grenze für das ideale Lieferkennfeld zu

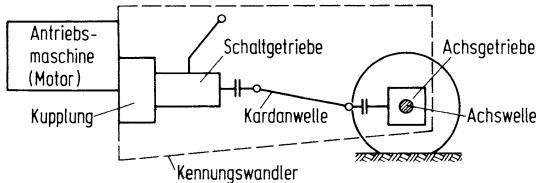
$$Z_{\max} = \mu_h G, \quad (6.3)$$

bzw. für die Leistung

$$P_{R\max} \approx Zv = \mu_h Gv. \quad (6.4)$$

Mit diesen drei Grenzen ist das ideale Lieferkennfeld in Abb. 6.2 umgrenzt. Innerhalb dieses Feldes soll jeder Punkt erreichbar sein.

¹ Mit einigen Vernachlässigungen, genauere Ableitungen s. Abschn. 8.2.

Abb. 6.3 Antriebsanlage**Zusatzinformation**

Die Grenzen für den Antriebs- und Bremsbereich können verschieden sein. Die Antriebsleistung eines Verbrennungsmotors z. B. ist im Allgemeinen größer als seine Bremsleistung. Die Kraftschlussgrenzen sind etwas verschieden, weil sich die Größe der Achslasten durch Antreiben und Bremsen (vgl. Kap. 8 und 9) verändert. Auch die Höchstgeschwindigkeit/Höchstdrehzahl kann für Zug- und Schubbetrieb unterschiedlich sein.

Nachdem besprochen wurde, was die Antriebsanlage eines Kraftfahrzeugs an Zugkraft, d. h. an Momenten sowie an Leistungen, und zwar an den *Rädern* (!), liefern soll, muss nun behandelt werden, was die realen Antriebsanlagen wirklich „anbieten“.

Da manche Antriebsmaschinen dem o. g. Ideal für einen Fahrzeugantrieb nicht nahe kommen, muss ein „Kennungswandler“ nachgeschaltet werden. Bei einem Fahrzeug mit Verbrennungsmotor besteht der Kennungswandler üblicherweise nach Abb. 6.3 aus Kupplung, Schaltgetriebe, (Kardanwelle), Achsgetriebe und Achswellen. Statt der Kupplung und des Schaltgetriebes gibt es auch hydrodynamische und hydrostatische Wandler. Bei Allradantrieb kommen ein Verteilergetriebe, ein weiteres Achsgetriebe und mehrere Wellen hinzu. Fahrzeuge mit Elektromotoren oder Dampfmaschinen brauchen meistens nur ein „Achsgetriebe“, weil ihre Kennung der idealen nahe kommt.

Zusatzinformation

Hier werden alle Aggregate zwischen Antriebsmaschine und Antriebsräden unter dem Oberbegriff Kennungswandler zusammengefasst, was eine einfache Schreibweise beim Wirkungsgrad und bei der Übersetzung ermöglicht. Meistens wird der Begriff Kennungswandler enger gefasst und darunter nur die in Abb. 6.3 gezeigten beiden Aggregate Kupplung und Schaltgetriebe verstanden. Die Wellen wandeln die Kennung nicht, und das üblicherweise verwendete einstufige Achsgetriebe ergibt nur eine Drehmomentenüber- bzw. eine Drehzahluntersetzung.

Mit der Unterteilung der Antriebsanlage in Antriebsmaschine und Kennungswandler kann Abb. 6.3 zur Blockschauabbildung 6.4a vereinfacht werden. Darin wird auch der Leistungsfluss, ausgehend von der in die Antriebsmaschine hineingesteckten Energie/Zeit, über die Leistung an der Antriebsmaschine bis zu der an den Antriebsräden verdeutlicht. Die Verluste werden durch die Wirkungsgrade η_M der Antriebsmaschine und η_k des Kennungswandlers bestimmt. Darunter sind in Abb. 6.4b die Koordinaten für die drei Leistungs-Drehzahl-Kennfelder Antriebsmaschine, Kennungswandler und Antriebsräder gezeichnet. Die geforderte Lieferkennung ist mit Abb. 6.2 bekannt, die Kennungen von Antriebsmaschinen werden in Abschn. 6.2 und die von Kennungswandlern in Abschn. 6.3 behandelt.

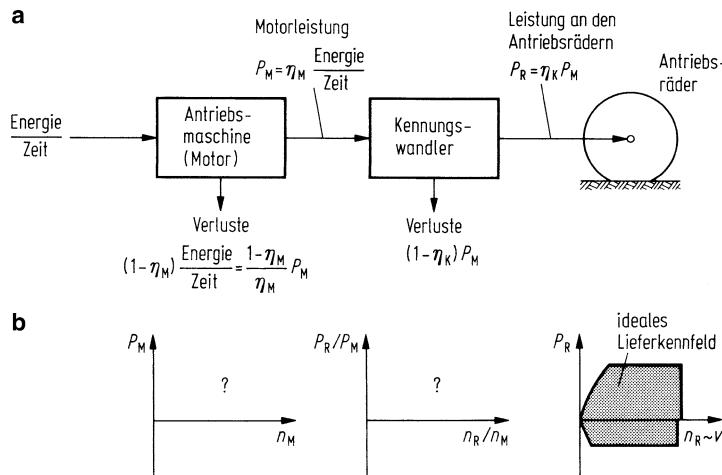


Abb. 6.4 a Blockschaltbild der Antriebsanlage; b Suche nach Motor- und Wandlerkennfeldern, um das ideale Lieferkennfeld zu erhalten

6.2 Kennungen von Antriebsmaschinen (Fahrzeugmotoren)

Es werden die Kennfelder für Antrieb und Bremsen sowie die Wirkungsgrade der wichtigsten Fahrzeugmotoren besprochen.

Zusatzinformation

In den Diagrammen werden folgende dimensionslose Werte eingeführt: die Vollastleistung – mit $P(100\%) = P_{100}$ bezeichnet – bezogen auf die maximale Leistung P_{\max} , das Vollastmoment M_{100} bezogen auf das Drehmoment $M(P_{\max})$ bei maximaler Leistung und die Drehzahl n bezogen auf die bei maximaler Leistung $n(P_{\max})$. Der Index M (Motor) wird, da hier keine Verwechslungen zu den Leistungen und Momenten am Rad möglich sind, der Einfachheit halber weggelassen.

6.2.1 Dampfmaschine

Die älteste Antriebsmaschine für Fahrzeuge ist die Kolbendampfmaschine. Sie wurde fast ausschließlich für Dampflokomotiven eingesetzt. Ihr Antriebskennfeld nach Abb. 6.5 kommt dem in Abschn. 6.1 besprochenen Sollkennfeld sehr nahe (vgl. Abb. 6.2a mit Abb. 6.5b). Man spricht deshalb häufig davon, dass die Dampfmaschine eine „ideale“ Kenntnung habe, und nur deshalb wird sie hier in einem Buch für Kraftfahrzeuge genannt. Sie braucht (bis auf ein „Achsgetriebe“) keinen Kennungswandler.

Nicht ideal ist die Höhe des Wirkungsgrades. Der maximale ist 7,4 % und sinkt bei Teillast, d. h. bei kleinen Momenten und Leistungen, noch weiter stark ab.

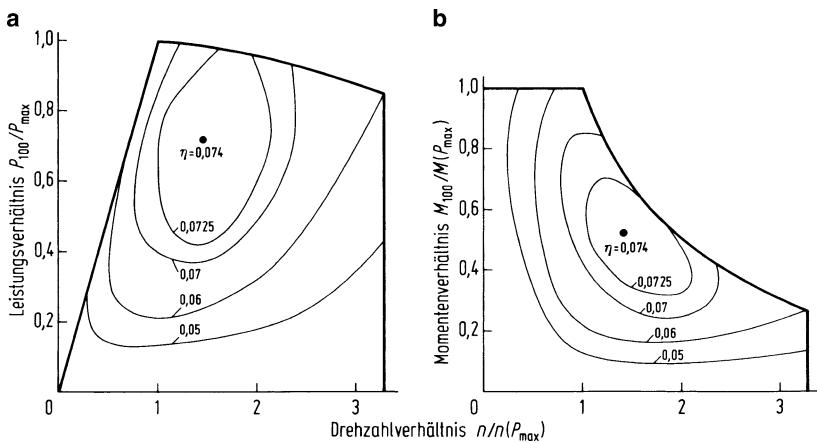


Abb. 6.5 Kennfeld der Dampflok BR 01¹⁰ (011). (Nach Angaben vom BZA Minden) Leistungsverhältnis (a) und Momentenverhältnis (b) in Abhängigkeit vom Drehzahlverhältnis

6.2.2 Elektrische Antriebe

Fahrzeuge, die mit einem Elektromotor angetrieben werden, kann man unterteilen in die

- die ihre Energie aus einer Oberleitung beziehen und die
- die ihre Energie in Speichern mit sich führen

Am Beispiel des Kennfeldes einer Elektro-Lokomotive nach Abb. 6.6 werden zunächst Vorteile und Nachteile eines Elektromotors beschrieben:

1. Gegenüber dem später in Abschn. 6.2.3 behandelten Verbrennungsmotor gibt es nicht nur **eine** maximale Vollastkennlinie sondern **drei**, und zwar für Anfahr-, Stunden- und Dauerleistung. Die Anfahr- und die Stundenleistung sind größer als die Dauerleistung, dafür sind sie wegen der größeren Erwärmung nur zeitlich begrenzt verfügbar. Gerade die Möglichkeit, aus Elektromotoren kurzzeitig hohe Leistungen abzunehmen und damit den Fahrzeugen hohe Beschleunigungs- und Bergsteigfähigkeit zu geben, haben dem elektrischen Antrieb bei Schienenfahrzeugen zur schnelleren Verbreitung verholfen. Die Ausnutzung dieser Möglichkeit über längere Strecken setzt allerdings eine externe Energiezufuhr über eine Oberleitung voraus.
2. Dieser Vorteil verbietet sich bei Elektroautos mit Batterien, die wegen des hohen Batteriegewichtes nur geringe Energien mit sich führen und kurze Strecken befahren können.
3. Die Vollastlinie des Elektromotors ähnelt der Umgrenzung des idealen Lieferkennfeldes nach Abschn. 6.1, wonach eine Kennungswandlung bis auf ein Achsgetriebe, das mit einer Drehzahl- und einer Drehmomenten-Übersetzung den E-Motor an die Antriebsräder anpasst, (fast) unnötig ist. Das ist auch der große Unterschied zwischen E- und Verbrennungsmotor, ein PKW hat heute fünf bis sechs, in Zukunft sogar neun Gänge.

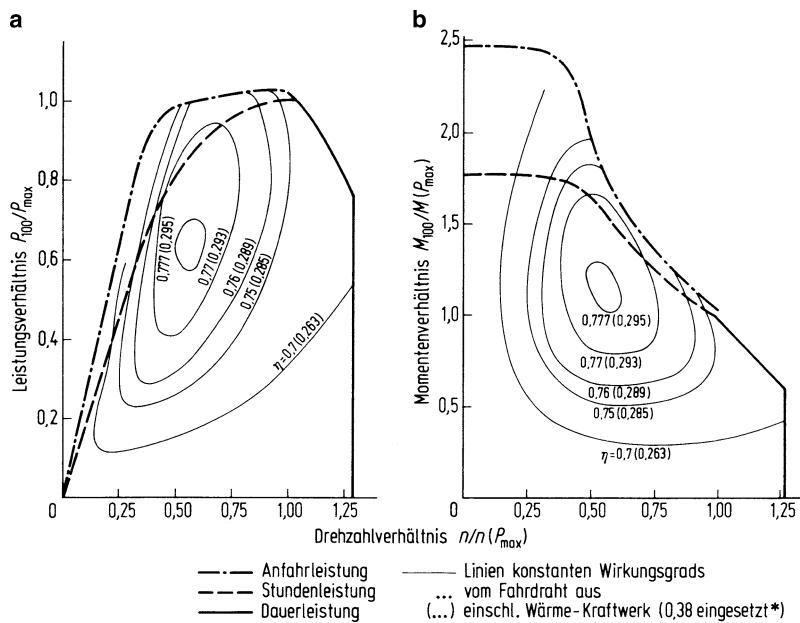


Abb. 6.6 Kennfeld der C'0C'0-Lokomotiven Serie 194 der DB mit 120 t Adhäsionsgewicht. (Das Kennlinienfeld der elektrischen Lokomotive, ETR 3(11) (1954)); * [MUEL79]. Leistungsverhältnis (a) und Momentenverhältnis (b) in Abhängigkeit vom Drehzahlverhältnis

4. Ein weiterer Unterschied besteht bei den beiden Motoren bei der Drehzahl = 0. Beim E-Motor gibt es ein Drehmoment > 0, beim Verbrennungsmotor ist es = 0. Oder anders ausgedrückt, beim Verbrennungsmotor gibt es erst bei Drehzahlen > 0 ein positives Drehmoment, wodurch die sogenannte Drehzahllücke durch eine Kupplung überbrückt werden muss, s. Abschn. 6.3.2.
5. Der Wirkungsgrad der Elektromotoren allein ist nach Abb. 6.6 sehr hoch, er liegt bei über 70 %. Bei modernen Synchronmotoren werden über 90 % Wirkungsgrad erreicht. Der Gesamtwirkungsgrad ist bei Berücksichtigung der Produktion des elektrischen Stromes z. B. durch Wärmekraftwerke mit einem Wirkungsgrad von 38 % immerhin noch 30 %. Er ist also höher als bei der Dampfmaschine und entspricht dem maximalen Wirkungsgrad eines Verbrennungsmotors, s. Abschn. 6.2.3. Außerdem ist beim E-Motor bemerkenswert, dass der Wirkungsgradabfall bei Teillast gering ist.
6. Mit Elektromotoren kann die Bremsenergie zurück gewonnen werden (über die Oberleitung oder in die Batterie, in Superkondensatoren oder in Schwungräder).
7. Würde die Elektroenergie aus nicht-kohlenstoffhaltigen Energien erzeugt, gäbe es keinen CO₂-Ausstoß, der das Klima verändert.

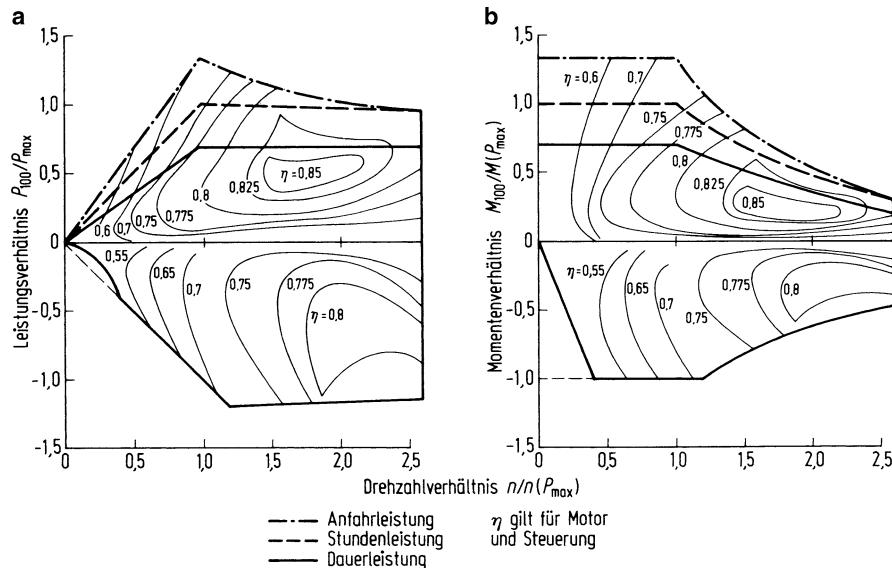


Abb. 6.7 Kennfeld eines Gleichstrommotors mit Fremderregung für ein Batteriefahrzeug [NAYD77, BAUM71]. Leistungsverhältnis (a) und Momentenverhältnis (b) in Abhängigkeit vom Drehzahlverhältnis

6.2.2.1 Oberleitungsbus

Ein Oberleitungsbus (O-Bus, Trolleybus) ist ein Straßenfahrzeug, das seine Energie über zwei Stangenstromabnehmer und über der Straße gespannten zweipoligen Fahrleitung bezieht [NN06]. Die maximale Leistung liegt bei 700 kW, die Fahrspannung zwischen 500 und 1000 V Gleichstrom, das Kennfeld ist ähnlich Abb. 6.6.

In den 60er Jahren, in einer Zeit, in der CO₂-Ausstoß noch keine Rolle spielte, wurde in Deutschland dieses System zugunsten von vom Fahrdraht unabhängigen einsetzbaren Dieselbussen aufgegeben.

6.2.2.2 Batteriebetriebene Elektroautos

Zusatzinformation

Die Individualfahrzeuge (meist Pkw), die nicht die Energie über den Fahrdraht beziehen, müssen Akkumulatoren (in Kurzform Akkus, oder meist Batterien genannt) mitführen. Das ist ein Gerät, das elektrische Energie (Gleichstrom) chemisch speichert, im Einzelnen s. folgender Unterabschnitt.

Das Kennfeld des Elektromotors nach Abb. 6.7 entspricht dem aus Abb. 6.6 mit den drei Vollastkennlinien. Die früheren Gleichstrommaschinen werden heute von den neueren Entwicklungen in der Wechselstromtechnik durch Drehstrom – Asynchronmaschinen und Drehstrom – Synchronmaschinen verdrängt. Sie sind leichter und haben einen höheren Wirkungsgrad [NAUN07.1].

Man kann wie bei den üblichen Kraftfahrzeugen mit einem Verbrennungsmotor auch ein Elektrofahrzeug mit einem zentralen E-Motor ausrüsten oder mit zwei Motoren, für

Tab. 6.1 Elektrochemische Reaktionen verschiedener Batterien: aus [KOEH07]

Name	Elektro-chemische Gleichungen				Bemerkungen
Blei-Batterien Pb/PbO ₂	PbO ₂ + Pb + 2H ₂ SO ₄ ⇌ 2PbSO ₄ + 2H ₂ O	Bleidioxid	Blei	Schwefelsäure	Spannung ≈ 2,1 V/Zelle d. h. 100 Zellen bei 200 V
Nickel-Cadmium-B. Ni/Cd	2Ni(OH) ₂ + Cd(OH) ₂ ⇌ 2NiOOH + Cd + H ₂ O	Nickelhydrox.	Cadmiumhydrox.	Nickeloxyhydrox.	≈ 1,3 V/Zelle Cad. Wass.
Nickel-Metallhydrid-B. NIMH	Ni(OH) ₂ + M ⇌ NiOOH + MH	Nickelhydrox.	Metallhydrid	Nickeloxyhydrox.	≈ 1,25–1,35 V/Zelle Metallhydrid
Natrium-Nickel-chlorid-B. Na/NiCl ₂	2Na + NiCl ₂ ⇌ Ni + 2NaCl	Natrium	Nickelchlorid	Nickel	≈ 2,6 V/Zelle Betriebstemp. ≈ 300 °C
Lithium-Ionen-B. Li-Ion	LiMO ₂ + C ₆ ⇌ MO ₂ + LiC ₆	Lithiummetallox.	Kohlenstoff	Metallox.	≈ 3,6–4 V/Zelle Lithiumkohlenst. Jüngste Entwicklung

jede Achse einen. Vier Radnabenmotore, also für jedes Rad einen E-Motor, erhöhen die ungefederten Massen, s. Abschn. 13.8, und verringern den Komfort und die Sicherheit. Dennoch werden sie auch für schnellfahrende Kraftfahrzeuge vorgeschlagen. Besonders interessant erscheinen Lösungen, bei denen pro Rad zwei Elektromotoren über einen Planetensatz verknüpft werden. Damit lässt sich dann unmittelbar ein stufenloser Radantrieb realisieren [KEIC13].

Beim Bremsen wird bei den konventionellen Fahrzeugen die kinetische Energie in Wärme umgewandelt und bleibt deshalb ungenutzt. Bei Fahrzeugen mit Elektromotoren kann man einen Teil dieser Energie elektrisch zurückgewinnen (sog. Rekuperation).

6.2.2.3 Wiederaufladbare Traktions-Batterien

In Tab. 6.1 sind fünf verschiedene Batteriesysteme zusammengestellt. Heute werden vor allem die Nickel-Metallhydrid-Batterie und die Lithium-Ionen Batterien in der Praxis eingesetzt. Blei-Batterien dienen zum Antrieb einfacher Fahrzeuge, die Natrium-Nickel-Chlorid-Batterie ist eine Hochtemperaturbatterie, d. h. sie muss ständig auf 300 °C gehalten werden und sie ist damit energetisch anspruchsvoll. In Tab. 6.1 werden nach den Namen die elektro-chemischen Gleichungen und später die Spannung/ Batteriezelle angegeben. Bis auf die Natrium-Nickelchlorid-Batterie arbeiten die anderen bei Umgebungstemperatur.

In der weiteren Tab. 6.2 wird das spezifische Arbeits- und Leistungsvermögen der verschiedenen Batterien zusammengestellt. Die Bleibatterie ist die schwerste und voluminöseste Batterie, die Lithium-Ionen-Batterie die leichteste und kleinste. Das Verhältnis ist bis zu 4 : 1. Nickel-Cadmium-Batterien sind seit 2009 in Deutschland für die Anwendung in Fahrzeugen verboten (Batteriegesetz). Ursache ist die Giftigkeit des Cadmiums.

Tab. 6.2 Arbeit/Gewicht [Wh/kg] bzw. Arbeit/Volumen [Wh/L] und Leistung/Gewicht [W/kg] bzw. Leistung/Volumen [W/L], Literatur s. Tab. 6.1

Pb/PbO ₂ für	Elektrofz. (hohe Energie)	Hybridfzg (hohe Leistung)
spez. Energie Wh/kg bzw. Wh/L	35 bzw. 90	32 bzw. 68
spez. Leistung W/kg bzw. W/L	200 bzw. 510	430 bzw. 910
Ni/Cd für	Elektrofz. (hohe Energie)	Hybridfzg (hohe Leistung)
spez. Energie Wh/kg bzw. Wh/L	50 bzw. 150	35 bzw. 100
spez. Leistung W/kg bzw. W/L	200 bzw. 600	700 bzw. 2000
NIMH für	Elektrofz. (hohe Energie)	Hybridfzg (hohe Leistung)
spez. Energie Wh/kg bzw. Wh/L	70 bzw. 200	40 bzw. 100
spez. Leistung W/kg bzw. W/L	140 bzw. 400	1200 bzw. 3000
Na/NiC ₁₂ für	Elektrofz. (hohe Energie)	
spez. Energie Wh/kg bzw. Wh/L	120 bzw. 190	
spez. Leistung W/kg bzw. W/L	180 bzw. 270	
Li-Ion für	Elektrofz. (hohe Energie)	Hybridfzg (hohe Leistung)
spez. Energie Wh/kg bzw. Wh/L	100 bzw. 250	70 bzw. 150
spez. Leistung W/kg bzw. W/L	200 bzw. 500	2000 bzw. 4200

In Abschn. 6.4.2 wird gezeigt, dass das Verhältnis zwischen den Kraftstoffen für Verbrennungsmotoren, also zwischen Diesel, Benzin und der Bleibatterie viel größer ist, nämlich etwa 140! Wegen des hohen „Tot“-Gewichtes von Batterien ist es völlig klar, dass ein batteriebetriebenes Fahrzeug kein Langstreckenfahrzeug sein kann, sondern nur für kurze Fahrt dauern und kleine Leistungen (und damit für kleine Fahrgeschwindigkeit, kleine Beschleunigung, kleine Steigungen) geeignet ist. Als Reichweite im Verkehr werden etwa 100 km angegeben. Diese Nachteile, und außerdem die langen Zeiten für das Wiederaufladen der Batterien, haben bisher nicht zu einer Verbreitung der Elektroautos geführt. Erhebliche Anstrengungen der Bundesregierung versuchen diese Situation bis 2020 nachhaltig zu verändern. Weitere Einschätzungen finden sich in [KEIC13].

Da während des Bremsens hohe Leistungen in kurzen Zeitabständen auftreten können, die von den Batterien nicht zu speichern sind, müssen zusätzlich Super- bzw. Ultracap-Kondensatoren (elektrische Schwungräder) eingebaut werden. Auch mechanische Schwungräder sind wieder in der Betrachtung. So arbeitet Volvo daran, das KERS-System (Kinetic Energy Recovery System) bis 2017 in Serie zu bringen. Die Firmen Magnet-Motor und Neoplan haben an diesen Systemen schon vor einigen Jahren gearbeitet.

6.2.2.4 Brennstoffzelle

Viele Automobilhersteller sehen im Brennstoffzellen-Antrieb in mehreren Jahren oder vielleicht zwei Jahrzehnten eine ernsthafte Alternative zum Verbrennungsmotor [BOSC07, NN06]. Die Brennstoffzelle ist ein galvanisches Element, das chemische Energie direkt in elektrische umwandelt und über Elektromotor(en) ein Kraftfahrzeug antreibt. Die Brenn-

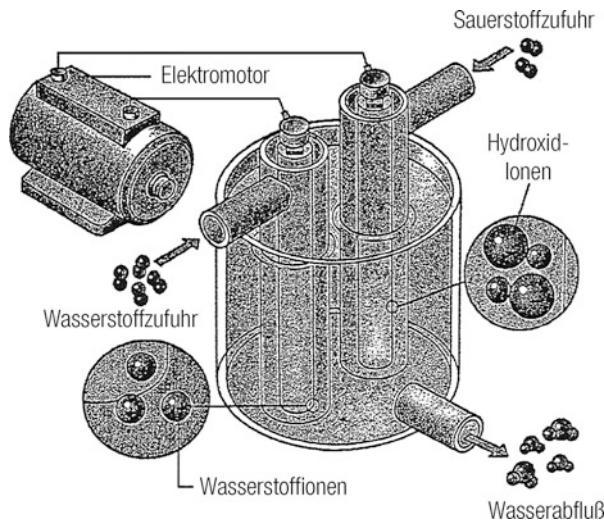


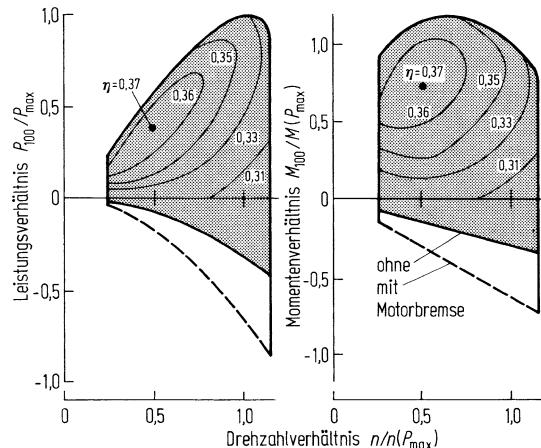
Abb. 6.8 Brennstoffelement: Bei der kalten Verbrennung werden Elektroden in einen Elektrolyten getaucht. Durch eine Elektrode wird Wasserstoff, durch die andere Sauerstoff geleitet. Bei der PEM-Brennstoffzelle ist das normale Luft. Die Wasserstoffatome geben Elektronen an die hierdurch negativ geladene Elektrode ab. Die Sauerstoffmoleküle spalten sich unter Mitwirkung eines Katalysators und reagieren mit den Wasserstoffionen zu Hydroxidionen und dann zu Wasserstoffmolekülen. Dabei entziehen sie der Elektrode, durch die sie geflossen sind, Elektronen, so dass sich diese Elektrode positiv auflädt. Verbindet man die Elektroden, fließen Elektronen als Strom von der negativen zur positiven Elektrode. Aus: Deutscher Taschenbuch Verlag (dtv), München, 2006

stoffzelle besteht im Grundsatz aus zwei durch eine halbdurchlässige Elektrolytmembran getrennte Elektroden, s. Abb. 6.8 mit der dortigen Beschreibung. Als Oxidationsmittel nutzt man Luft (bzw. Sauerstoff O₂) und als Brennstoff das Wasserstoffgas H₂. Die elektrische Spannung, die in der H₂-O₂-Reaktion erreicht wird, beträgt 1,23 V. Die gewünschten höheren Spannungen erreicht man durch eine Reihenschaltung zu sog. Stacks. Dabei entstehen keine Abgase, auch kein CO₂, zumindest nicht in der Brennstoffzelle, vielleicht bei der Erstellung von Wasserstoff. Es entsteht nur Wasser (H₂O). In der Brennstoffzelle wird kaum Wärme frei (man spricht deshalb von „kalter Verbrennung“) und das führt zu einem höheren Wirkungsgrad.

6.2.3 Verbrennungsmotor

Bei Kraftfahrzeugen werden fast nur Verbrennungsmotoren als Antriebsmaschinen eingesetzt, deren Kennfeld am Beispiel eines Dieselmotors (das der Ottomotoren ist sehr ähnlich) Abb. 6.9 zeigt. Im Gegensatz zu der Forderung, dass die Volllastleistung für den Antrieb über einen weiten Drehzahlbereich konstant sein soll, ist beim Verbrennungsmotor das Drehmoment annähernd konstant und die Leistung zu niedrigen Drehzahlen hin stark

Abb. 6.9 Kennfeld eines Dieselmotors [ROGG74]



abfallend. Weiterhin ist an dieser Antriebsmaschine bemerkenswert, dass wegen des Verbrennungsvorganges erst ab einer bestimmten Drehzahl ein Drehmoment abgegeben wird. Man spricht von „Drehzahl-, Drehmoment- oder Leistungslücke“.

Der Unterschied zwischen dieser Antriebskennung und der in Abschn. 6.1 geforderten Sollkennung macht deutlich, dass dem Verbrennungsmotor ein Kennungswandler nachgeschaltet werden muss.

Die maximale Bremsmomentenkennlinie (Fuß weg vom Gaspedal) steigt etwa linear mit der Drehzahl an, die Leistung etwa quadratisch, s. a. Abb. 6.13b. Im Antriebsbereich (dunkle Felder in Abb. 6.9) ist jeder Punkt durch verschiedene Drosselklappen-/Gaspedalstellungen erreichbar.

Vergleicht man die Wirkungsgrade, so ist der Verbrennungsmotor wesentlich besser als die Dampfmaschine. Bei der Gegenüberstellung von Elektromotor einschließlich Wärmekraftwerk und Dieselmotor muss man bei diesem noch den Raffineriewirkungsgrad und die Energieverteilung von der Raffinerie zur Tankstelle berücksichtigen. Dann sind die Wirkungsgrade in etwa gleich.

Der Wirkungsgrad von Ottomotoren ist niedriger als der von Dieselmotoren, – oder anders ausgedrückt – der Kraftstoffverbrauch und damit auch der CO₂-Ausstoß von Ottomotoren ist höher als der von Dieselmotoren, s. Abschn. 7.6. Der Unterschied ist besonders groß bei Teillast, also z. B. bei Fahrten in der Stadt.

Wegen der Bedeutung des Verbrennungsmotors für den Kraftfahrzeugantrieb werden die Volllastkennlinien genauer betrachtet und charakteristische Werte in Tabellen und Diagrammen zusammengefasst.

Einer dieser Werte ist die Hubraumleistung, die auf das Hubvolumen V_H bezogene maximale Leistung P_{max}. Sie ist in Abb. 6.10 über der Drehzahl der maximalen Leistung n(P_{max}) aufgetragen. In diesem Diagramm sind neben den Geraden für Arbeit/Hubvolumen (früher Mitteldruck genannt) die Bereiche heutiger Motoren eingezeichnet.

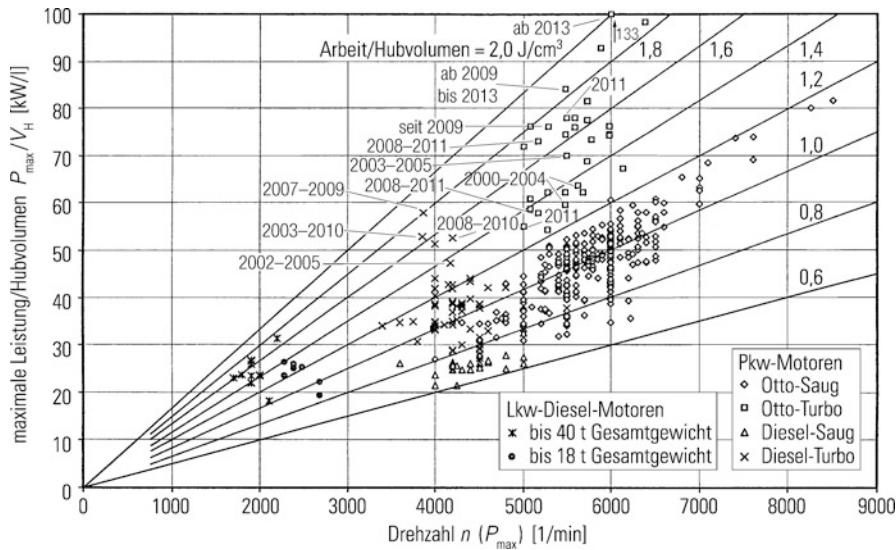
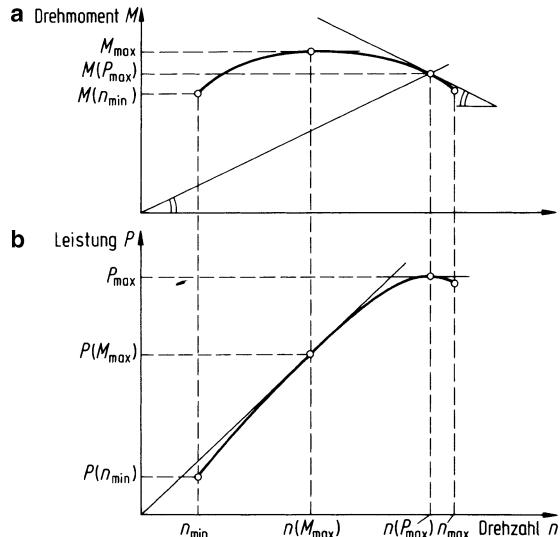


Abb. 6.10 Maximale Leistung P_{\max} bezogen auf den Hubraum V_H von Verbrennungsmotoren in Abhängigkeit von der Drehzahl bei maximaler Leistung $n(P_{\max})$. Pkw-Motoren: Modelljahr 1998 und Motoren 2002 bis 2013, Lkw-Motoren von 1994 bis 1998

Den für die fahrzeugtechnische Anwendung wichtigen Drehmomentenverlauf über der Drehzahl kann man nach Abb. 6.11 durch mehrere Punkte charakterisieren, und zwar (erster Punkt) durch das Moment $M(P_{\max})$ bei der maximalen Leistung und die zugehörige Drehzahl $n(P_{\max})$ sowie durch das maximale Drehmoment M_{\max} bei der Drehzahl $n(M_{\max})$ (zweiter Punkt). In Abb. 6.11 ist noch ein dritter Punkt, der durch das Mo-

Abb. 6.11 Charakteristische Punkte und Tangenten der Vollastkennlinie eines Verbrennungsmotors in der **a** Drehmomenten-, **b** Leistungsdarstellung



Tab. 6.3 Mittelwerte von Drehmomenten- und Drehzahlverhältnissen. (In Klammern die Anzahl der für die Mittelwertbildung betrachteten Fahrzeuge)

Motoren	Fahrzeuge	$\frac{M_{\max}}{M(P_{\max})}$	$\frac{n(P_{\max})}{n(M_{\max})}$
Saug	Otto Pkw	1,15 (1054)	1,38 (1054)
	Sportwagen	1,12 (13)	1,37 (13)
Aufgeladen ^a	Diesel Pkw	1,19 (60)	1,96 (60)
	Otto Pkw	1,13 (23)	2,30 (23)
Aufgeladen ^a	Sportwagen	1,14 (5)	1,60 (5)
	Diesel Pkw	1,27 (257)	2,15 (257)
	Lkw	1,27 (19)	1,78 (19)

^a Durch die Aufladung wird nicht nur die Hubraumleistung und damit das Volllastmoment vergrößert, sondern auch der Wirkungsgrad im gesamten Antriebsbereich verbessert.

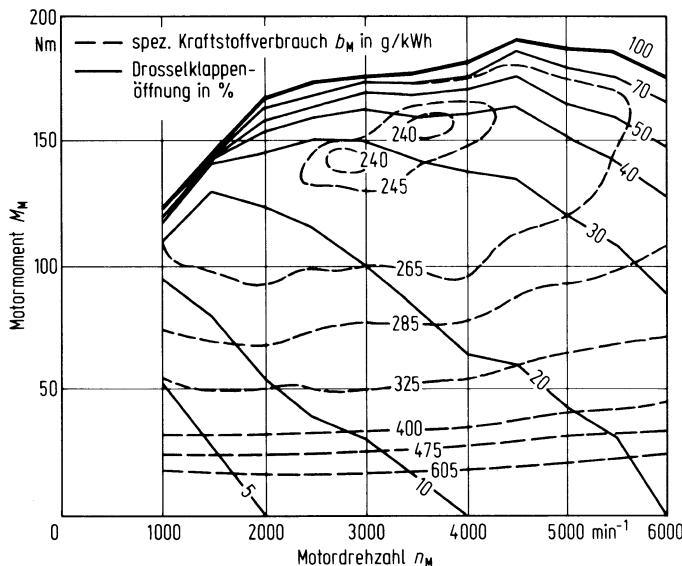


Abb. 6.12 Kennfeld eines Pkw-Ottomotors mit Benzineinspritzung, $V_H = 2000 \text{ cm}^3$ (Baujahr 1992)

ment $M(n_{\min})$ bei der Drehzahl n_{\min} charakterisiert wird, eingetragen. Dieser Punkt liegt auf der Volllastkurve (entspricht also z. B. voll geöffneter Drosselklappe oder durchgetretenem Gaspedal im Kraftfahrzeug); die Drehzahl n_{\min} ist also nicht mit der Leerlaufdrehzahl zu verwechseln, die niedriger liegt. Als vierter Punkt ist auf der Volllastkennlinie in Abb. 6.11 der Punkt maximaler Drehzahl n_{\max} eingetragen, der nur geringfügig höher als $n(P_{\max})$ liegt.

Für die beiden zuerst genannten Punkte sind in der Tab. 6.3 Mittelwerte angegeben.

Das Teillastgebiet eines Pkw-Motors ist genauer in Abb. 6.12 dargestellt. Die Drehmomentenmaxima verschieben sich mit kleineren Drosselklappenöffnungen gegenüber der Volllast (= 100 %) zu kleineren Drehzahlen. Weiterhin wurden statt der bisherigen Linien

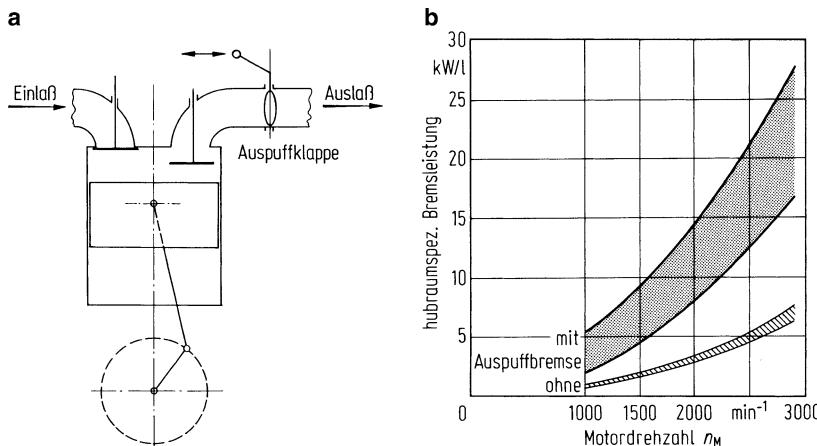


Abb. 6.13 a, b Auspuffbremse. a Schema, b auf das Hubvolumen bezogene Bremsleistung [KOER88]

konstanten Wirkungsgrades die im Verbrennungsmotorenbereich üblichen Linien konstanter spez. Kraftstoffverbrauchs b_M in g/kWh eingetragen.

Während bei Pkw die Bremsleistung der im Verhältnis zum Fahrzeuggesamtgewicht großen Motoren ausreicht, um die üblichen Gefälle ohne Betätigung der Reibungsbremse mit verkehrsüblichen Geschwindigkeiten zu befahren, ist das bei schweren Nutzfahrzeugen nicht der Fall. Deshalb wird bei diesen die Bremswirkung des Motors durch die sog. Auspuffbremse verstärkt (s. gestrichelte Linien in Abb. 6.9). Ihre Funktion geht aus Abb. 6.13a hervor, die Kraftstoffzufuhr zum Verbrennungsmotor wird unterbrochen und der Austritt der komprimierten Luft durch eine Auspuffklappe behindert; der Motor arbeitet als Kompressor. Die auf das Hubvolumen bezogene Bremsleistung über der Motordrehzahl ist aus Abb. 6.13b zu entnehmen. Die entstehende Wärmemenge wird an die Umgebung und an das Kühlmittel abgegeben. Da die höchste Motorbremsleistung nur etwa 3/4 der maximalen Antriebsleistung ist, reicht die Kühlung auch für die Bremsung aus, d. h., die Motorbremse ist eine Dauerbremse.

Da die Auspuffklappe nur auf die beiden Stellungen „offen“ oder „geschlossen“ geschaltet wird, gibt es kein Bremsfeld, sondern nur eine Bremslinie.

6.2.3.1 Kraftstoffe

Otto- und Dieselkraftstoffe sind die meist verwendeten Energieträger für Verbrennungsmotoren von Kraftfahrzeugen.

In Tab. 6.4 sei besonders auf den Luftbedarf hingewiesen. Um 1 kg Kraftstoff im Verbrennungsmotor zu verarbeiten, braucht man $\approx 14,7$ kg Luft. Diese braucht das Fahrzeug nicht mit sich herumzutragen, sondern es saugt sie während der Fahrt an. Das ist der große Gewichtsvorteil gegenüber den Batterien.

Tab. 6.4 Einige Daten von Kraftstoffen aus [BOSC07]

Kraftstoffe	Spez. Gewicht kg/l	Unterer Heizwert MJ/kg	Luftbedarf kg Luft/kg Kraftstoff
Otto-Kraftstoff			
Normal	0,75	41,5	14,8
Super	0,75	40,8	14,7
Diesel-Kraftstoff	0,83	43,0	14,5

6.2.4 Hybrid-Antriebe

Hybride Antriebssysteme bestehen aus einer Kombination von mindestens zwei verschiedenen Antrieben mit zwei Energiespeichern, in der Praxis in der Kombination aus einem Verbrennungsmotor mit Kraftstofftank und einem oder mehreren Elektromotoren mit einer elektrischen Batterie (möglichst auch mit einem Supercap) [BOSC07]. Dadurch werden die positiven Eigenschaften miteinander vereint:

- Der Elektromotor stellt bei niedrigen Drehzahlen, also z. B. beim Anfahren sein maximales Drehmoment zur Verfügung und beim Bremsen wird die Energie in die Batterie zurückgeführt (Rekuperation).
- Der Verbrennungsmotor lädt die Batterie auf, treibt das Fahrzeug im Bereich seiner Stärken – also im oberen Drehzahlbereich bei den höheren Leistungen – an. Oder der Verbrennungsmotor arbeitet nur in dem Leistungs-Drehzahl-Bereich, in dem er seine besten Wirkungsgrade hat.
- Beim Ampelhalt wird der Verbrennungsmotor gestoppt.

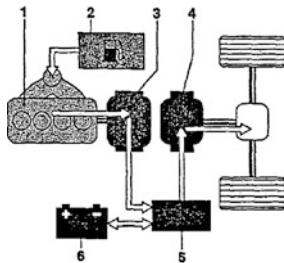
Dadurch wird der Gesamt-Wirkungsgrad verbessert, der Kraftstoffverbrauch gesenkt und damit auch der CO₂-Ausstoß verringert. Das wirkt sich zum einen hauptsächlich im Stadtverkehr aus und zum anderen dann, wenn der Verbrennungsmotor ein Benzinmotor ist. Denn dessen Wirkungsgrad ist nach Abschn. 6.2.3 kleiner als der eines Dieselmotors und das besonders bei Teillast. Es gibt also eine Konkurrenz zwischen Dieselmotor und Hybridantrieb. Es existieren auch Länder, in denen es kaum Dieselkraftstoff gibt und dementsprechend kaum Pkw mit Dieselmotoren.

Man unterscheidet verschiedene Arten von Hybrid-Antrieben [BOSC07], s. Abb. 6.14. Beim Seriellen Hybridantrieb nach Abb. 6.14a wird das Fahrzeug nur über Batterie und Elektromotor angetrieben, während der Verbrennungsmotor über den Generator nur die Batterie auflädt. Vorteilhaft ist, dass der Verbrennungsmotor fast stationär im Bereich seines besten Wirkungsgrades arbeitet, nachteilig ist die mehrfache Energieumwandlung.

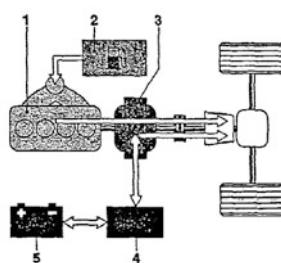
Beim Parallelen Hybridantrieb, s. Abb. 6.14b, können sowohl der Verbrennungsmotor als auch der Elektromotor das Fahrzeug antreiben. Durch mechanische Kopplung beider

a Serieller Hybridantrieb.

1 Verbrennungsmotor, 2 Tank,
3 Generator, 4 E-Motor,
5 Inverter, 6 Batterie.

**b Paralleler Hybridantrieb.**

1 Verbrennungsmotor, 2 Tank,
3 E-Motor/Generator,
4 Inverter, 5 Batterie.

**c Leistungsverzweigter Hybridantrieb.**

1 Verbrennungsmotor, 2 Tank,
3 Planetengetriebe, 4 E-Motor,
5 Inverter, 6 Batterie, 7 Generator.

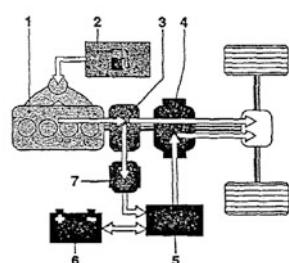


Abb. 6.14 Arten von Hybridantrieben. Aus: [BOSC07]

Motoren werden die Leistungen addiert [CAND07]. Da nur ein Elektromotor/Generator vorhanden ist, kann nicht gleichzeitig das Fahrzeug angetrieben und die Batterie geladen werden. Das ist anders beim Leistungsverzweigten Hybridantrieb, s. Abb. 6.14c. Über ein leistungsverzweigtes Planetengetriebe wird ein Teil der verbrennungsmotorischen Leistung direkt mechanisch an den Abtrieb weitergeleitet und der andere Teil über den Generator in elektrische Energie umgewandelt und entweder in der Batterie gespeichert oder über den nach dem Getriebe angeordneten Elektromotor auch auf den Abtrieb gegeben.

Neben den drei genannten Arten unterscheidet man noch drei verschiedene Hybridsierungsstufen [HACK07]:

1. Vollhybrid mit parallelem oder leistungsverzweigtem Hybridantrieb und einem Hochspannungsboardnetz von ≈ 500 Volt. Bei denen hat der E-Motor nicht nur eine unterstützende Wirkung, sondern er dient auch allein als Antrieb. Man erreicht bis zu 30 % an Einsparung gegenüber dem normalen Pkw mit Benzimotor im Stadtverkehr.
2. Mildhybrid mit nur relativ schwachem Startergenerator, der den Verbrennungsmotor beim Beschleunigen unterstützt. Die Ersparnis beträgt ≈ 20 %.
3. Der Microhybrid ist eigentlich kein Hybrid, da er keinerlei elektrischen Fahrantrieb benutzt. Der Verbrennungsmotor wird z. B. bei Ampelhalt ausgeschaltet und anschließend mit einem Generator oder einem Anlasser und dem normalen 12-V-Netz wieder gestartet. Die Ersparnis beträgt ≈ 10 %.

Das Einsparpotenzial kann man auch wie folgt angeben:

- 1/3 über Abschaltung des Verbrennungsmotors im Stand,
- 1/3 durch Bremsenergie-Rückgewinnung und
- 1/3 durch Betriebspunktverlagerung des Benzimotors.

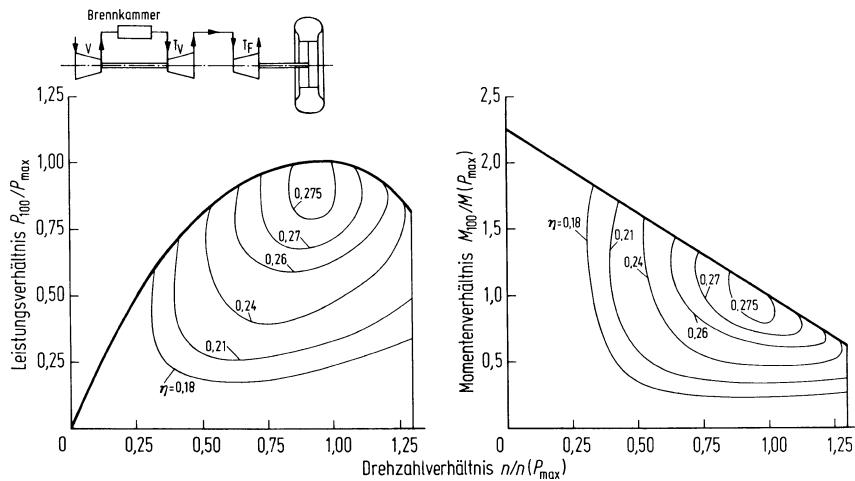


Abb. 6.15 Kennfeld einer Zweiwellengasturbine mit Wärmetauscher. V Verdichter, T_v Turbine zum Verdichterantrieb, T_F Turbine zum Fahrzeugantrieb [ECKE64]

6.2.5 Gasturbine

In Abb. 6.15 ist das Kennfeld einer Gasturbine in einer Zweiwellenanordnung dargestellt. (Die Einwellenanordnung kommt wegen der ungünstigen Volllastkennlinie für den Fahrzeugbetrieb nicht in Frage.) Hier gibt es keine „Drehzahllücke“ wie beim Verbrennungsmotor. Es wird schon bei der Drehzahl Null ein Antriebsmoment abgegeben, das mit zunehmender Drehzahl etwa linear abfällt. Dieser lineare Abfall stimmt nicht mit der geforderten, idealen Volllastkennlinie in Abschn. 6.1 überein, woraus sich wieder die Notwendigkeit einer Kennungswandlung ergibt.

Die maximale Drehzahl liegt auch nur wenig über $n(P_{\max})$.

Die Gasturbine wird in Fahrzeugen selten, in Kraftfahrzeugen bis jetzt serienmäßig nicht eingesetzt. Dies liegt hauptsächlich an dem relativ geringen Teillastwirkungsgrad. Außerdem ist das Bremsverhalten der Gasturbine mangelhaft, dieser Nachteil lässt sich nur durch eine aufwendige Leitschaufelverstellung beheben [HAGE71].

6.3 Kennungswandler, Zusammenarbeit mit Verbrennungsmotoren

Der Vergleich der „idealen“ Volllastkennlinie nach Abschn. 6.1 mit der des Verbrennungsmotors nach Abschn. 6.2.3 macht deutlich, dass der Verbrennungsmotor allein für den Antrieb von Kraftfahrzeugen ungeeignet ist.²

Um diesen Nachteil gegenüber den sonstigen Vorteilen des geringen Leistungsgewichtes und der einfachen Speicherung der Energie, des Kraftstoffes auszugleichen (Genauereres

² Der treffende Ausdruck „Kennungswandler“ stammt unseres Wissens von Prof. Dr.-Ing P. Koeßler, 1896 bis 1987, IfF, TH Braunschweig, Mitverfasser von [BUSC73].

hierüber in Abschn. 6.4.2), muss seine Kennung so „gewandelt“ werden, dass sie dem Ideal nahe kommt. Diese Wandlung für den Verbrennungsmotor muss zwei Bedingungen erfüllen:

1. Die Lücke zwischen der Drehzahl Null und der Minimalen muss überbrückt werden, um aus dem Stillstand anfahren zu können.
2. Der Leistungs- bzw. Drehmomentenverlauf muss so geändert werden, dass er sich der „idealen“ Kennung annähert.

In den letzten Jahren wird verstärkt ein geringer Energieverbrauch und eine geringe Umweltbelastung gefordert, und deshalb kommen folgende Bedingungen hinzu:

3. Der Kennungswandler muss einen hohen Wirkungsgrad η_K haben und
4. er soll mithelfen, den Verbrennungsmotor in dem jeweils günstigen Bereich bezüglich Kraftstoffverbrauch, Schadstoffen in den Abgasen und Geräusch zu betreiben.

Bevor das Zusammenspiel des Verbrennungsmotors mit den heute häufig verwendeten Kennungswandlern behandelt wird, werden einige grundsätzliche Bemerkungen vorausgeschickt.

6.3.1 Forderungen an das Übersetzungsverhältnis

In Abb. 6.16a ist das Antriebskennfeld eines Verbrennungsmotors in der Leistungs-Drehzahl-Darstellung gezeichnet, in Abb. 6.16b das Bedarfskennfeld am Rad in der Leistungs-Geschwindigkeits-Darstellung, wobei die Fahrgeschwindigkeit v proportional der Raddrehzahl n_R ist, und in Abb. 6.16c ist das Ergebnis der Überlegungen, das Übersetzungsverhältnis von Motor- zu Raddrehzahl des Wandlers i_K über v aufgetragen.

Vorausgesetzt wird für die folgenden grundsätzlichen Überlegungen ein verlustloser Wandler mit $\eta_K = 1$. Bei diesem Ideal sind Motor- und Radleistung gleich, $P_M = P_R$, und mit $M_M n_M = M_R n_R$ ergibt sich das Übersetzungsverhältnis

$$i_K = \frac{n_M}{n_R} = \frac{M_R}{M_M} \quad (\text{für } \eta_K = 1) \quad (6.5)$$

Zuerst wird das Übersetzungsverhältnis i_K für den Fall der Fahrt auf der Grenze des Lieferkennfeldes (Punkte 1 bis 5, ausgezogene Linie in Abb. 6.16b) gesucht. Für die Punkte 3, 4 und 5 ist die maximale Radleistung notwendig, die nach Voraussetzung gleich der maximalen Motorleistung $P_{M\max}$ ist. Die Raddrehzahlen sind verschieden, während der Motor mit der gleichen Drehzahl $n_M (P_{M\max})$ arbeiten muss. Daraus ergibt sich der Anstieg des Übersetzungsverhältnisses i_K von 5 nach 3 in Abb. 6.16c. Für den Punkt 2 des Lieferkennfeldes (Abb. 6.16b) kann der Verbrennungsmotor die Leistung in seinem Drehzahlbereich von 2' bis 2'' (s. Abb. 6.16a) abgeben. Demzufolge ist für das Übersetzungsverhältnis i_K

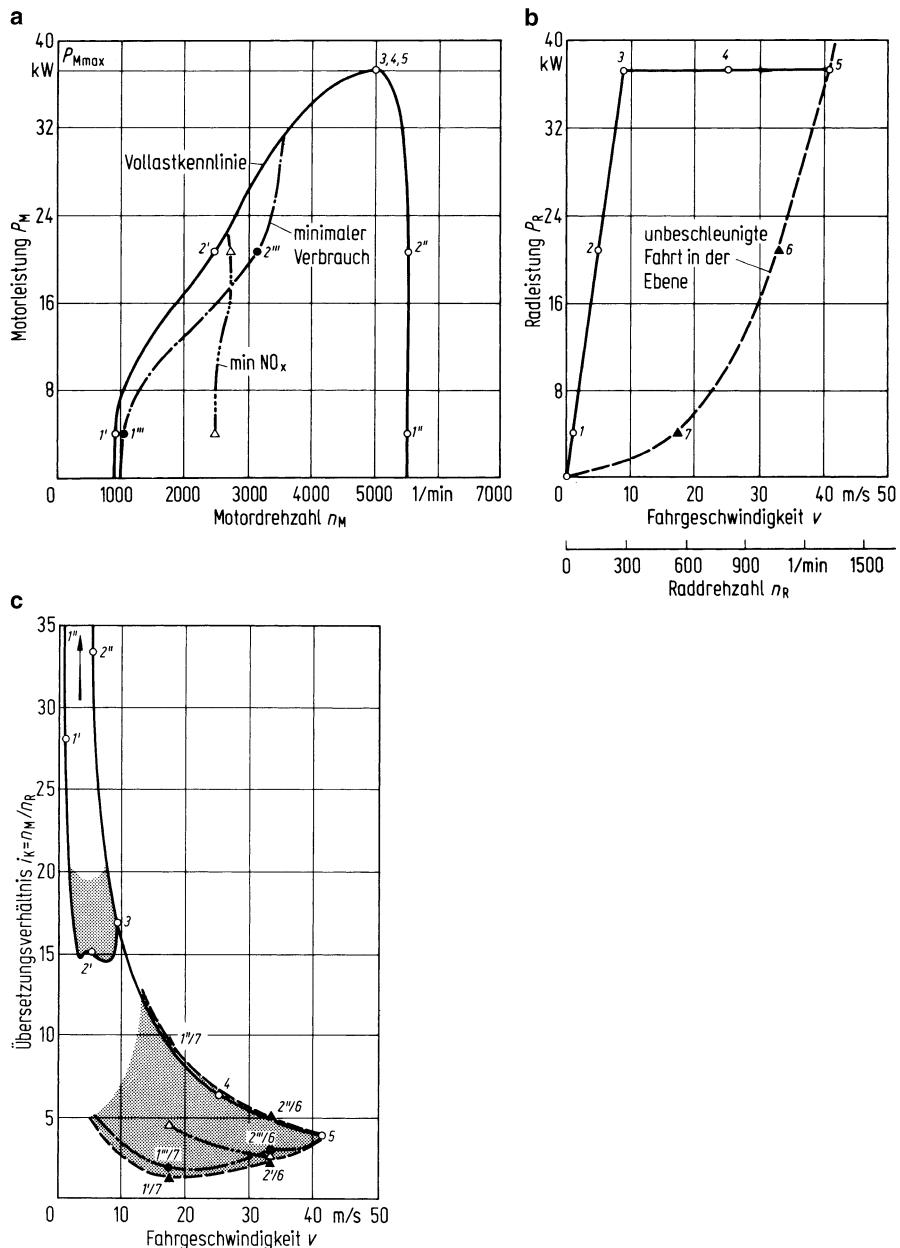


Abb. 6.16 Bestimmung der Übersetzung des Kennungswandlers für einen Verbrennungsmotor. **a** Motorkennfeld, **b** ideales Lieferkennfeld, **c** Wandlerkennung

ebenfalls ein Bereich von $2'$ nach $2''$ (s. Abb. 6.16c) möglich. Das Entsprechende gilt für Punkt 1 mit dem noch größeren Motordrehzahlbereich $1' \dots 1''$. Die größeren i_K -Werte wird man wegen der hohen Motordrehzahl und wegen des damit zusammenhängenden großen Geräusches nicht verwirklichen.

Zusatzinformation

Für Geschwindigkeiten nahe Null geht wegen der Drehzahllücke des Motors das Übersetzungsverhältnis $i_K \rightarrow \infty$. Dieser besondere Fall wird in den Abschn. 6.3.2 bis 6.3.4 bei der Erklärung von Drehzahlwandlern behandelt.

In einem zweiten Beispiel wird i_K für eine spezielle Linie innerhalb des Lieferkennfeldes gesucht, und zwar für die unbeschleunigte Fahrt in der Ebene (s. gestrichelte Linie in Abb. 6.16b). Die maximale Leistung und die maximale Geschwindigkeit gehören zu Punkt 5, und damit ergibt sich die schon bekannte Übersetzung i_K in Abb. 6.16c. Bei einer kleineren Geschwindigkeit und damit Radleistung entsprechend Punkt 6 im Lieferkennfeld Abb. 6.16b ist wieder der Motordrehzahlbereich $2' \dots 2''$ möglich, woraus sich der Übersetzungsbereich $2'/6 \dots 2''/6$ in Abb. 6.16c ergibt. Für Punkt 7 geht der Bereich von $1'/7 \dots 1''/7$.

Man erkennt, dass die Übersetzungsbereiche für die Grenzen des Lieferkennfeldes und für das Beispiel der unbeschleunigten Fahrt in der Ebene verschieden sind. Daraus kann man die allgemeine Forderung aufstellen:

Für einen idealen, verlustlosen Wandler hängt die Größe des Übersetzungsverhältnisses von der Leistung *und* der Fahrgeschwindigkeit ab.

Der i_K -Bereich für die unbeschleunigte Fahrt in der Ebene kann durch Zusatzbedingungen noch weiter eingeschränkt werden. In das Motorkennfeld Abb. 6.16a wurde die strichpunktierte Linie besten Motorwirkungsgrades oder niedrigsten Kraftstoffverbrauches eingezzeichnet. Sie besagt, dass der Verbrennungsmotor z. B. bei der Leistung entsprechend der Größe 2 bzw. 6 bei der Drehzahl $2'''$ den niedrigsten Verbrauch hat, bei den Drehzahlen $2'$ und $2''$ ist er höher. Die für den Kraftstoffverbrauch optimale Übersetzung ist dann in Abb. 6.16c der Punkt $2'''/6$, für die andere Geschwindigkeit entsprechend Punkt 7 die Übersetzung $1'''/7$ und insgesamt die strichpunktierte Kurve.

Wählt man eine andere Zusatzbedingung, z. B. die Forderung nach geringster Stickoxidemission im Motorabgas, dann kommt ein anderer Übersetzungsverlauf heraus (strichdrei gepunktete Linien in den Abb. 6.16a und c).

Man erkennt also weiterhin: Der Bereich des Übersetzungsverhältnisses von Wandlern kann durch Zusatzbedingungen (geringster Kraftstoffverbrauch oder minimale Schadstoffemission oder ...) eingeschränkt werden.

Nach diesen grundsätzlichen Überlegungen werden in den folgenden Unterabschnitten die Kennungen der gebräuchlichsten Typen von Wandlern behandelt, und zwar wird nicht der Wandler insgesamt, sondern seine speziellen Teile wie Kupplung, Schaltgetriebe usw. betrachtet.

In Abb. 6.17 ist der Block: „Teil eines Kennungswandlers“ einzeln herausgezeichnet. Eingegeben wird eine Leistung P_E , ein Drehmoment M_E und eine Drehzahl n_E mit dem

Abb. 6.17 Teil eines Kennungswandlers schematisch; E Eingang, A Ausgang

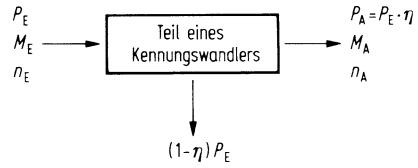
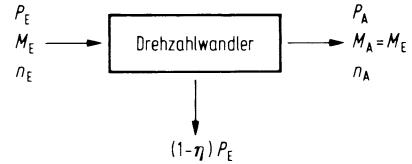


Abb. 6.18 Drehzahlwandler schematisch; E: Eingang, A: Ausgang



Index E = Eingang, und am Ausgang erhält man die entsprechenden Ausgangswerte mit dem Index A³. Der Wandlerteil arbeitet nicht verlustlos, sodass bei einem Wirkungsgrad η_K eine Verlustleistung der Größe $(1 - \eta_K) P_E$ auftritt.

6.3.2 Drehzahlwandler, allgemein

Der Drehzahlwandler (im Sprachgebrauch meist Kupplung genannt) hat die kennzeichnenden Eigenschaften

$$M_E = M_A \text{ und } n_E \neq n_A. \quad (6.6)$$

Er hat die am Anfang des Abschn. 6.3 unter 1. genannte Aufgabe, die Drehzahllücke zu schließen, das Anfahren des Fahrzeuges (und bei Schaltgetrieben den Übergang zwischen den Schaltstufen) zu ermöglichen. Abbildung 6.18 zeigt sein Blockschaubild, das dem von Abb. 6.17 bis auf das konstante Moment gleicht.

Eine weitere allgemeine Aussage, die für alle Drehzahlwandler gilt, lässt sich über den Wirkungsgrad η machen. Die Leistungen ergeben sich zu

$$\text{Eingangsleistung } P_E \sim M_E n_E, \quad (6.7)$$

$$\text{Ausgangsleistung } P_A \sim M_A n_A. \quad (6.8)$$

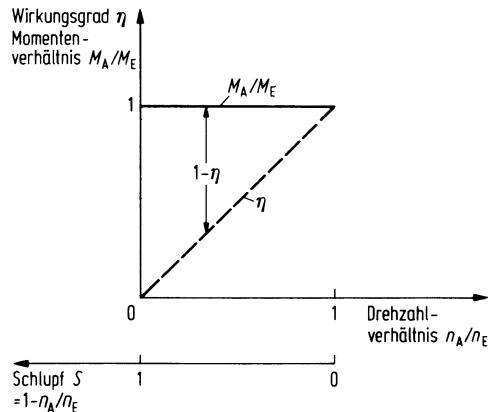
Der Wirkungsgrad ist, da die Momente gleich sind,

$$\eta = \frac{P_A}{P_E} = \frac{n_A}{n_E}. \quad (6.9)$$

Das Verhältnis der Momente und den Wirkungsgrad über dem Drehzahlverhältnis zeigt Abb. 6.19. M_A/M_E ist konstant, η steigt linear mit n_A/n_E an und ist bei $n_A/n_E = 1$ gleich 1.

³ Wenn der Kennungswandler die gesamte Anlage zwischen Motor und Antriebsrädern darstellt, dann ist $P_E = P_M$, $M_E = M_M$, $n_E = n_M$ und $P_A = P_R$, $M_A = M_R$, $n_A = n_R$.

Abb. 6.19 Drehmomentsverhältnis M_A/M_E und Wirkungsgrad η über Drehzahlverhältnis n_A/n_E und Schlupf S bei einem Drehzahlwandler



In Bezug auf den Wirkungsgrad ist der Drehzahlwandler nicht ideal, denn er arbeitet nicht verlustfrei. Er kann das auch nicht, weil wegen der Drehzahllücke des Motors das Drehzahlverhältnis $n_A/n_E < 1$ sein muss. Dies erkennt man am einfachsten für den Beginn des Anfahrvorganges. Da ist $v = 0$ und damit auch $n_A \sim n_R \sim v = 0$, während $n_M = n_E \neq 0$ ist. Damit ist $n_A/n_E = 0$ und nach (6.9) $\eta = 0$.

6.3.3 Mechanische (Reibungs-) Kupplung

Anhand der vereinfachten Darstellung der Abb. 6.20 wird erklärt, wie mit der – am meisten verwendeten – Reibungskupplung die Drehzahllücke zu schließen ist.

Nimmt man an, dass der Motor während des Einkuppelns im Betriebspunkt C bei der Drehzahl n_C gehalten werden kann, dann liefert er bei konstant gehaltener Drosselklappe das Drehmoment $M_C = M_E$ (s. Abb. 6.20a), das von der – wegen $n_A \neq n_E$ – rutschenden Kupplung in gleicher Höhe auf der Ausgangsseite an das Schaltgetriebe abgegeben wird. Reicht das Moment M_A zur Überwindung der Fahrwiderstände aus, so beschleunigt das Fahrzeug bis Drehzahlgleichheit $n_A = n_E = n_C$ erreicht ist, s. Abb. 6.20c. Der Wirkungsgrad η ist dann gleich 1, s. Abb. 6.20e. Danach wird – bei nicht rutschender Kupplung – nach Abb. 6.20e und f auf den vom Motor gelieferten Kurven weitergefahren.

6.3.4 Hydrodynamischer Drehzahlwandler (Föttinger-Kupplung)

Auch für diesen Drehzahlwandler, bei dem die Momente durch eine Flüssigkeit zwischen Pumpen- und Turbinenrad übertragen werden, s. Abb. 6.21a, gilt (6.6), also Gleichheit von Pumpen- und Turbinenmoment. Das für den Antrieb des Pumpenrades benötigte Moment M_P , das bei direktem Antrieb gleich dem Motormoment M_M ist, beträgt

$$M_P = k n_P^2 D_P^5, \quad (6.10)$$

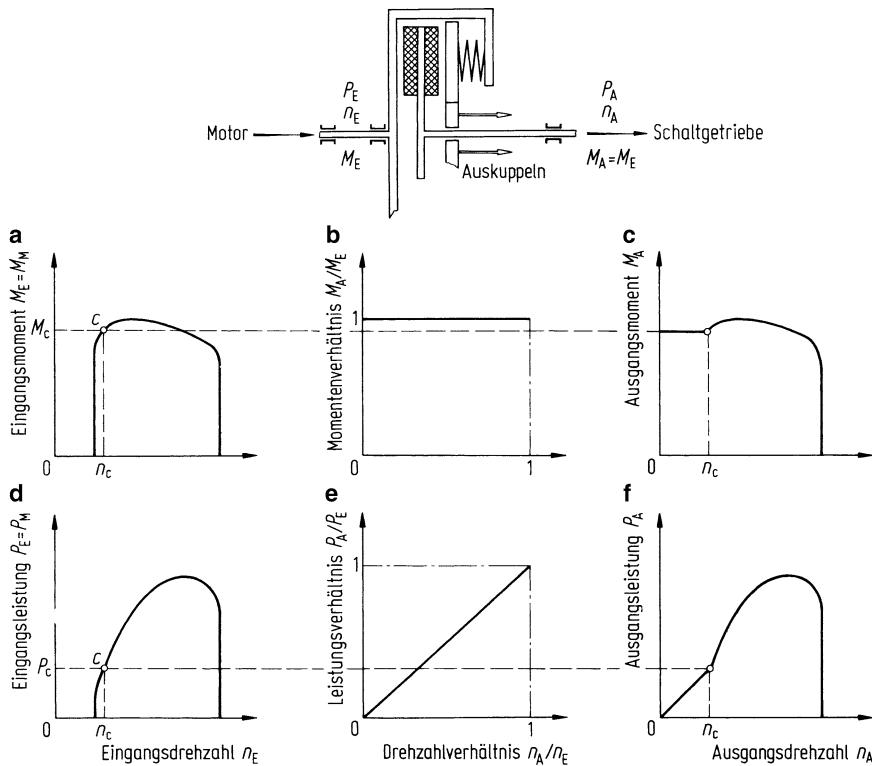


Abb. 6.20 Überbrücken der Drehzahllücke des Verbrennungsmotors mit einer Reibungskupplung in Momenten- und Leistungs-Darstellung. **a u. d** Kennung des Motors; **b u. e** Kennlinie der Reibungskupplung; **c u. f** Kennung von Motor mit Reibungskupplung

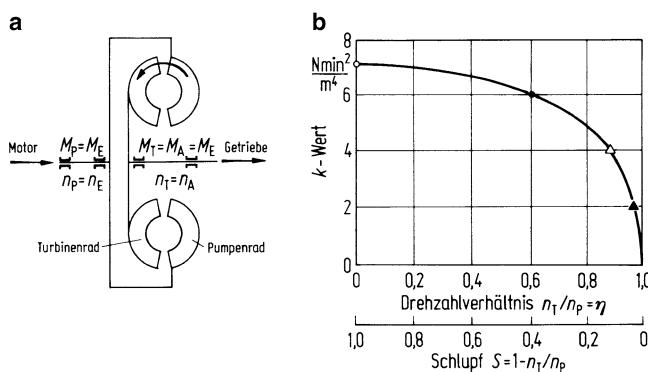


Abb. 6.21 **a** Schema einer Föttinger-Kupplung; **b** Verlauf des k -Wertes über dem Schlupf

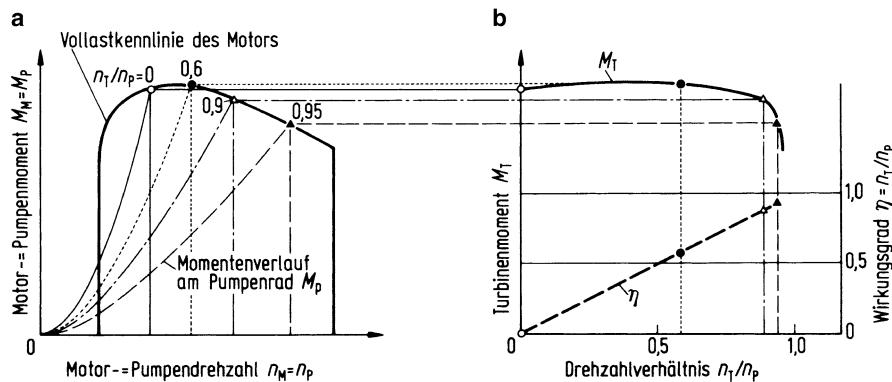


Abb. 6.22 a, b Zusammenspiel zwischen Verbrennungsmotor und Föttinger-Kupplung. Zur Erklärung der Punkte in **b** s. Abb. 6.21b

wobei sich der Faktor k wegen der sich verändernden Strömungsverhältnisse zwischen Turbinenradausgang und Pumpenradeingang mit dem Drehzahlverhältnis bzw. Schlupf, s. Abb. 6.21b, ändert; n_p und n_T sind Pumpen- und Turbinendrehzahl, D_p ist der Pumpenraddurchmesser.

Das Zusammenspiel zwischen Verbrennungsmotor und Föttinger-Kupplung wird anhand von Abb. 6.22 erklärt. In dem dargestellten Beispiel wird der Motor während des Einkuppelvorganges unter Volllast betrieben. Bei stehendem Fahrzeug ($n_T/n_p = 0$) überträgt die Kupplung ein Moment, das sich aus dem Schnittpunkt der Pumpenparabel „0“ mit der Motorkennlinie ergibt. Ist dieses größer als das aus den Fahrwiderständen resultierende Moment, beschleunigt das Fahrzeug, n_T wächst und damit der Quotient n_T/n_p . Dadurch verringert sich der k -Faktor nach Abb. 6.21b und auch die Steigung der Pumpenlinie nach (6.10). Der neue Schnittpunkt mit der Motorkennlinie liefert das neue Kupplungsmoment usw. Das „Einkuppeln“ ist beendet, wenn $n_T/n_p = \text{const}$ ist.

Im Gegensatz zum Beispiel bei der Reibungskupplung muss sich während des Anfahrvorganges der Motorbetriebspunkt ändern. Weiterhin kann bei der Föttinger-Kupplung nicht $n_T/n_p = 1$ bzw. der Schlupf Null werden, weil sonst wegen $k = 0$ nach (6.10) kein Moment übertragen werden kann. Das heißt, bei der Föttinger-Kupplung ist nicht nur während des Anfahrvorganges $\eta < 1$, sondern auch während des Betriebes. Damit der Wirkungsgrad bei gleichzeitig großem k hoch ist, muss die Kurve in Abb. 6.21b im Punkt $\eta = 1$ steil einlaufen.

Üblicherweise beträgt der maximale Wirkungsgrad 0,98, d. h., die Verluste sind 2 % der Eingangsleistung. Um überhaupt keine Verluste zu haben, werden bei Kraftfahrzeugen häufig im Normalbetrieb Pumpen- und Turbinenrad mechanisch überbrückt.

Abb. 6.23 Vergleich und Bewertung verschiedener Getriebesysteme [HAER08].
 MT = Handschaltgetriebe,
 ATM = automatisiertes Handschaltgetriebe,
 CVT = stufenloses Getriebe
 (Continuously Variable Transmission), AT = Stufenautomat,
 DCT = Doppelkupplungsgetriebe

	Verbrauch	Komfort	Fahrleistung	Kosten	Gewicht
MT	+	0	+	+++	+
MT by wire	+	0	+	++	++
AMT	++	+	+	++	++
AT	0	++	++	0	0
DCT, dry	++	++	++	-	-
DCT, wet	0	++	++	0	0
CVT	++	+++	++	--	-

+/-/+/-+ Vorteil/großer Vorteil/sehr großer Vorteil
 0 weder besonderer Vorteil noch Nachteil
 -/- Nachteil/großer Nachteil

6.3.5 Drehmomenten-Drehzahl-Wandler, allgemein

Für diesen Wandler (meistens Getriebe genannt) gilt das allgemeine Blockschaubild 6.17.
 Mit (6.7) und (6.8) ergibt sich der

$$\text{Wirkungsgrad } \eta = \frac{P_A}{P_E} = \frac{M_A}{M_E} \frac{n_A}{n_E} \quad (6.11)$$

und daraus das Momentenverhältnis zu

$$\frac{M_A}{M_E} = \eta \frac{n_E}{n_A}. \quad (6.12)$$

Bei $\eta = 1$ ist das Übersetzungsverhältnis i_K für die Drehzahlen und für die Momente gleich.
 Bei $\eta < 1$ gibt es Unterschiede, sodass man zwischen einem Drehzahl- und einem Drehmomentenverhältnis unterscheiden muss.

Bei den Getrieben gibt es eine große Mannigfaltigkeit von verschiedenen Bauarten [BREI07, NAUN07.2] (Abb. 6.23):

Für Pkw

- Manuelle Schaltgetriebe (MT)
- Automatisierte Schaltgetriebe (AMT)
- Doppelkupplungsgetriebe (DCT)
- Konventionelle Automatgetriebe (AT)
- Stufenlosgetriebe (CVT)
- Hybridantriebe (Hybrid)

Für Nutzfahrzeuge

- Mechanische Stufengetriebe in Ein- oder Mehrgruppenbauweise
- Automatisierte Schaltgetriebe (AMT),
- Teil- und vollautomatisierte Getriebe

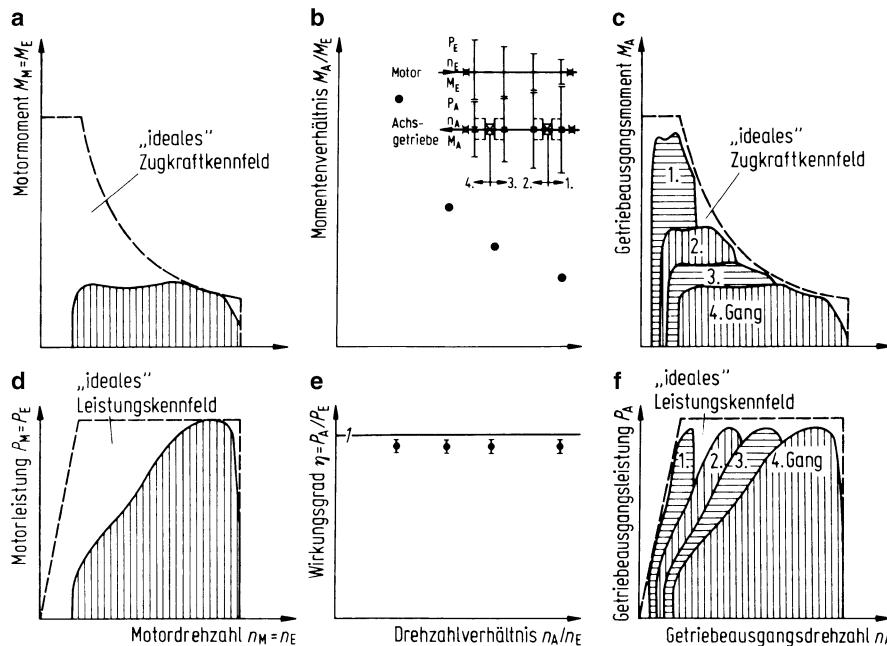


Abb. 6.24 a–f Wandlung eines Motorkennfeldes durch ein Vierganggetriebe. a, d Kennfeld des Motors; b,e Kennung des Vierganggetriebes; c, f Kennfeld von Motor und Vierganggetriebe; In b ist das 4-Gang-Stufengetriebe dargestellt, allerdings ohne die Kupplung beim Eingang (Index E) und ohne das Achsgetriebe beim Ausgang (Index A)

Den Getrieben ist ein Achsgetriebe mit meistens einer festen Übersetzung nachgeschaltet.

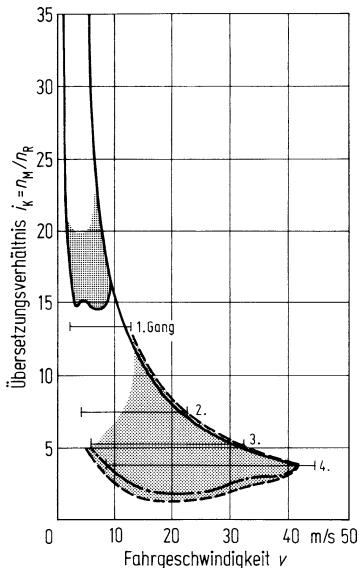
6.3.6 Zusammenarbeit Verbrennungsmotor und Stufengetriebe

Das Zusammenwirken von Verbrennungsmotor und Stufengetriebe (z. B. einem MT) [FOER87] soll am Beispiel eines Vierganggetriebes anhand der Abb. 6.24 in der Drehmomenten- und Leistungsdarstellung erklärt werden. In Abb. 6.24b ist das Drehmomentenüber dem Drehzahlverhältnis aufgetragen. Entsprechend den vier Gängen gibt es vier feste Drehzahlverhältnisse. Zwischenwerte existieren nicht. In Abb. 6.24e ist das Leistungsverhältnis zu sehen. Es ist nach (6.12) identisch dem Wirkungsgrad.⁴

Aus der Diagrammfolge wird ersichtlich, dass aus der für den Fahrzeugbetrieb unbrauchbaren Kennung des Verbrennungsmotors nach den Abb. 6.24a und d mit dem Stufengetriebe ein brauchbares Kennfeld Abb. 6.24c und f wird. Das zeigt jeweils der Ver-

⁴ Genau genommen gibt es für η bei den einzelnen Übersetzungen nicht Punkte, sondern Bereiche, da der Getriebewirkungsgrad von der Belastung abhängt. Bei Vollast ist η größer als bei Teillast.

Abb. 6.25 Vergleich der Übersetzung des Stufengetriebes mit dem Ergebnis aus Abb. 6.16c



gleich zu der Umgrenzung der „idealen Lieferkennfelder“ nach Abschn. 6.1. Sie werden durch das vierstufige Getriebe nicht vollständig ausgefüllt, denn es gibt noch Leistungs-, Momenten- und Drehzahlücken. Durch eine Erhöhung der Stufenzahl werden die Lücken kleiner, was allerdings vom Fahrer mehr Schalt- und Kuppelarbeit erfordert. (Einzelne Werte in Abschn. 7.5.3.)

Ob danach auch die Größe der festen Übersetzungen richtig gewählt wurde, ist damit noch nicht gesagt. Dies muss ein Vergleich mit den grundsätzlichen Betrachtungen in Abschn. 6.3.1 zeigen und wird in den Abschn. 7.2, 7.3.2 und 7.5.3 erklärt. In Abb. 6.25 wurde das Übersetzungsverhältnis des Vierganggetriebes über der Fahrgeschwindigkeit aufgetragen. Die Geschwindigkeitsbereiche für die einzelnen Gänge ergeben sich aus der minimalen und maximalen Motordrehzahl nach Abb. 6.16a dividiert durch die Übersetzungsverhältnisse; weiterhin wurde das Ergebnis aus Abb. 6.16c eingetragen. Aus dem Vergleich erkennt man, dass die Übersetzungen der vier Gänge im Bereich der geforderten Übersetzungen für das Vollast-Lieferkennfeld und für die Fahrt in der Ebene liegen, also demnach richtig gewählt sind. Zieht man hingegen zum Vergleich die Kurve minimalen Kraftstoffverbrauches heran, so ist die Übersetzung des 4. Ganges (auch aller anderen) zu hoch. (Dies führt häufig zum Einbau eines zusätzlichen 5. Ganges, eines sog. Sparganges, s. Abschn. 7.6.4. In modernen Fahrzeugen kann das bei MT auch ein 6. Gang sein.)

Die Lücke zwischen den linken Begrenzungen der Motor-Getriebe-Kennungen und der Ordinatenachse in Abb. 6.24c und f wird – wie in den Abschn. 6.3.2 bis 6.3.4 beschrieben – durch den Drehzahlwandler überbrückt.

Der Gesamtwirkungsgrad η_K dieses Kennungswandlers besteht aus dem des Schaltgetriebes η_{Getr} und dem des Achsgetriebes η_A ,

$$\eta_K = \eta_{\text{Getr}} \cdot \eta_A. \quad (6.13)$$

Die Drehmomentenverluste betragen – auf die maximal übertragbare Leistung⁵ bezogen – etwa im Schaltgetriebe 1,5 % für ein Stirnradpaar zuzüglich 3 % für die Ölplanschverluste, im Achsgetriebe sind die Zahlen 2 % (bei Kegelradverzahnung 5 %). Das ergibt z. B. für einen Frontantrieb mit querstehendem Motor und je einem Momenten übertragenden Stirnradpaar im Schalt- und Achsgetriebe $\eta_K = 0,955 \times 0,960 = 0,92$.

Dieser hohe Wert ist einer der großen Vorteile der Zahnradgetriebe.

6.3.7 Automatisierte Schaltgetriebe

Um die gerade angesprochenen Vorteile der Zahnradgetriebe zu nutzen, sind diese in der Vergangenheit zunehmend automatisiert worden [FISC01]. Das Kuppeln und Schalten wird dabei von elektrisch angesteuerten Aktorsystemen übernommen.

Die Automatisierung von Schaltgetrieben hatte mit einer automatisierten Ansteuerung der Kupplung begonnen, sodass nur die Gänge vom Fahrer geschaltet wurden (z. B. VW Käfer in den 1970er-Jahren). Ein unterdruckbetätigter Aktivator rückte bei erkennbarem Gangwechselwunsch die Kupplung aus und über die synchronisierten Getriebegänge wurden von Hand mechanisch die Zahnräder geschaltet. Bei Nutzfahrzeugen erfolgte in den 1980er-Jahren der Gangwechsel automatisiert, der Fahrer gab dazu das Signal, indem er die Kupplung betätigte. Für diese Funktionen wurden elektrische Kontakte und Magnetventile für pneumatische Funktionen eingesetzt. Vorteilhaft war die Beibehaltung der einfachen Schaltgetriebe und die prinzipiell vorhandene Handhabungsvereinfachung, nachteilig war der relativ große Zeitverzug beim Gangwechsel, der spürbare Verzögerungen und Beschleunigungen zur Folge hatte und der sich gelegentlich auch im „Ruckeln“ des Fahrzeugs nach einem Gangwechsel zeigte. Um diese Gangwechselzeiten von nahezu 2 Sekunden zu verringern, wurden elektromotorische Direktantriebe entwickelt, die zusammen mit modernisierten Kupplungen zu kürzeren Schaltzeiten führen.

In einem nächsten Entwicklungsschritt sind die Gangwechselaktuatoren entwickelt und eingesetzt worden, die entweder nach Fahreranforderungen oder auch bei entsprechendem Fahrzustand automatisch zum Gangwechsel führen.

Zu Verbesserungen hat in diesem Zusammenhang die „Selbstnachstellende Kupplung“ geführt, die das Kupplungsmoment nur etwas größer einstellt als es zum Übertragen des Motormomentes erforderlich ist [BERG98]. Damit ergeben sich kürzere Schaltzeiten, wie

⁵ Siehe vorige Fußnote.

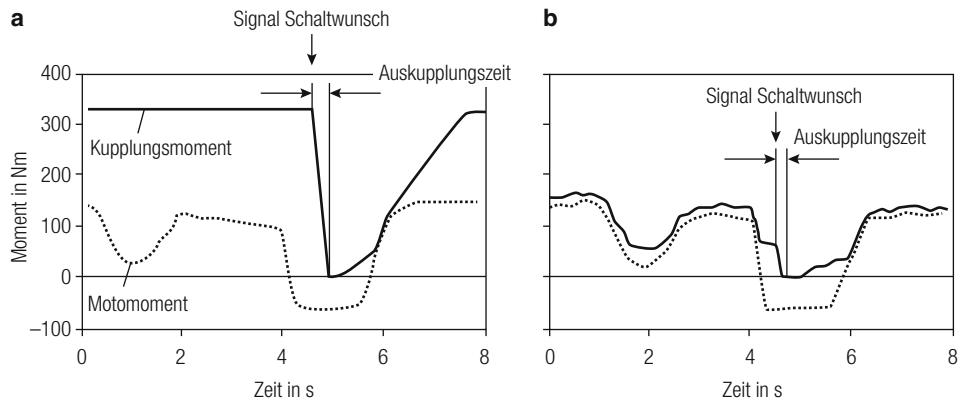
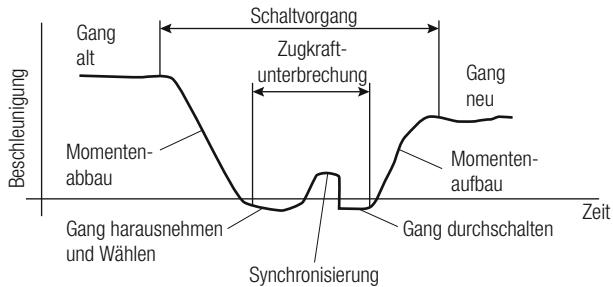


Abb. 6.26 Schaltungen einer automatisierten Kupplung (aus [BERG98]), **a** Schaltvorgang ohne Momenten nachführung und **b** Schaltvorgang mit Momenten nachführung

Abb. 6.27 Schaltung im automatisierten Schaltgetriebe (aus [BERG98])



in Abb. 6.26 dargestellt wird. Solche Funktionalität wird auch bei Nutzfahrzeugen angewendet [JOAC10].

Das Grundproblem beim Automatisierten Schaltgetriebe, die Zugkraftunterbrechung, bleibt in jedem Falle bestehen (solange nicht z. B. ein Elektromotor während des Gangwechsels den Fahrzeugantrieb übernimmt). Deshalb ist im Ablauf der Schaltung darauf zu achten, dass sie nicht zu unkomfortabel wirkt. In [BERG98] wird dieser Zusammenhang anschaulich behandelt, indem die einzelnen Phasen betrachtet werden. Abbildung 6.27 erläutert das.

Die Verzögerung und die Beschleunigung müssen so langsam angeführt werden, dass diese Phasen nicht zu Komforteinbußen führen. Die Synchronisation umfasst z. B. Zwischenkuppeln und Zwischengas.

Bei elektronisch automatisierten Schaltgetrieben kann die mechanische Synchronisation im Getriebe dann entfallen, wenn die Drehzahlangleichung genau genug realisiert wird. Dann vereinfacht sich das Schaltgetriebe zu einem Klauengetriebe.

In den Phasen in Abb. 6.27, in denen keine Beschleunigungsänderungen auftreten, sollten die Aktoren schnell sein, damit die Schaltzeit insgesamt kurz wird. Bei den Schaltzeiten ist bei hydraulischem Gangwechselaktuator als kürzeste Zeit von etwa 140 ms (Gang raus-

Tab. 6.5 Vergleichstabelle Mechanisches Getriebe / Automatisiertes Schaltgetriebe

Parameter	Mech. Getr.	Aut. Schaltgetr.	Bemerkung
Kraftstoffverbrauch	+/-	++	Reduzierung des Kraftstoffverbrauchs und des CO ₂ -Ausstoßes durch Schalten zum optimalen Zeitpunkt im Automatikmodus
Emissionen	+/-	++	
Kosten	++	+	Kostengünstige Automatisierungs-Alternative im Vergleich zu anderen gängigen Systemen (Doppelkupplung, Automatikgetriebe)
Fahrkomfort	+	++	Deutlich höherer Fahrkomfort für Fahrer und Insassen durch Schalten zum optimalen Zeitpunkt im Automatikmodus

nehmen, neuen Gang einlegen) auszugehen, bei elektromotorisch angetriebenen Aktuatoren liegt die kürzeste Zeit bei 143 ms, mit exakter Synchronisierung ist von etwa 243 ms auszugehen. Damit ist diese Gangwechselzeit immer noch deutlich kürzer als beim Gangwechsel durch Fahrer. Soll ein komfortabler Gangwechsel realisiert werden, dann dauern die Momentveränderungen länger und auch die Synchronisation erfordert eine längere Zeit. Als Richtwert kann bei Automatisierten Schaltgetrieben von einer Gangwechselzeit von 0,7 sec ausgegangen werden.

Vorteile im Kraftstoffverbrauch ergeben automatisierte Schaltgetriebe dadurch, dass sie häufiger in den höchsten Gang schalten und bei Rückschaltungen sogar um zwei oder drei Gänge zurückschalten, um dadurch hohe Beschleunigungen zu erreichen. Die Automatisierung erreicht nach [BERG98] im Stadtverkehr Verbrauchsvorteile um etwa 13 %. Dabei geht es nicht in erste Linie um die oben angesprochenen Getriebewirkungsgrade, sondern vor allem um die Regelungsstrategie zwischen Motor und automatisiertem Getriebe. Für den direkten Vergleich zwischen mechanischem Schaltgetriebe und dem automatisierten Schaltgetriebe gibt ZF [NNXX] die nachfolgende Tabelle an (Tab. 6.5). Daraus wird ebenfalls deutlich, dass es vor allem auf den optimalen Schaltmodus ankommt, der beim automatisierten Schaltgetriebe zu Verbesserungen bei Komfort und Verbrauch führt.

6.3.8 Doppelkupplungsgetriebe (DCT)

Aus den Diskussionen in 6.3.7 ist deutlich geworden, dass es beim Gangwechsel auf die antriebslose Schaltpause ankommt, ob ein Fahrzeug als sportlich angesehen wird und ob der Schaltkomfort akzeptiert wird. Der bisherige serielle Schaltungsablauf: Kupplung öffnen – Gang wechseln – Kupplung schließen, lässt sich ändern, indem dieser Vorgang parallelisiert wird: der nächste Gang wird bereits eingelegt, wenn das Getriebe noch in einem anderen Gang unter Last läuft. Dazu ist eine Aufteilung des Getriebes in zwei Stränge erforderlich, von denen jeder eine eigene Kupplung hat.

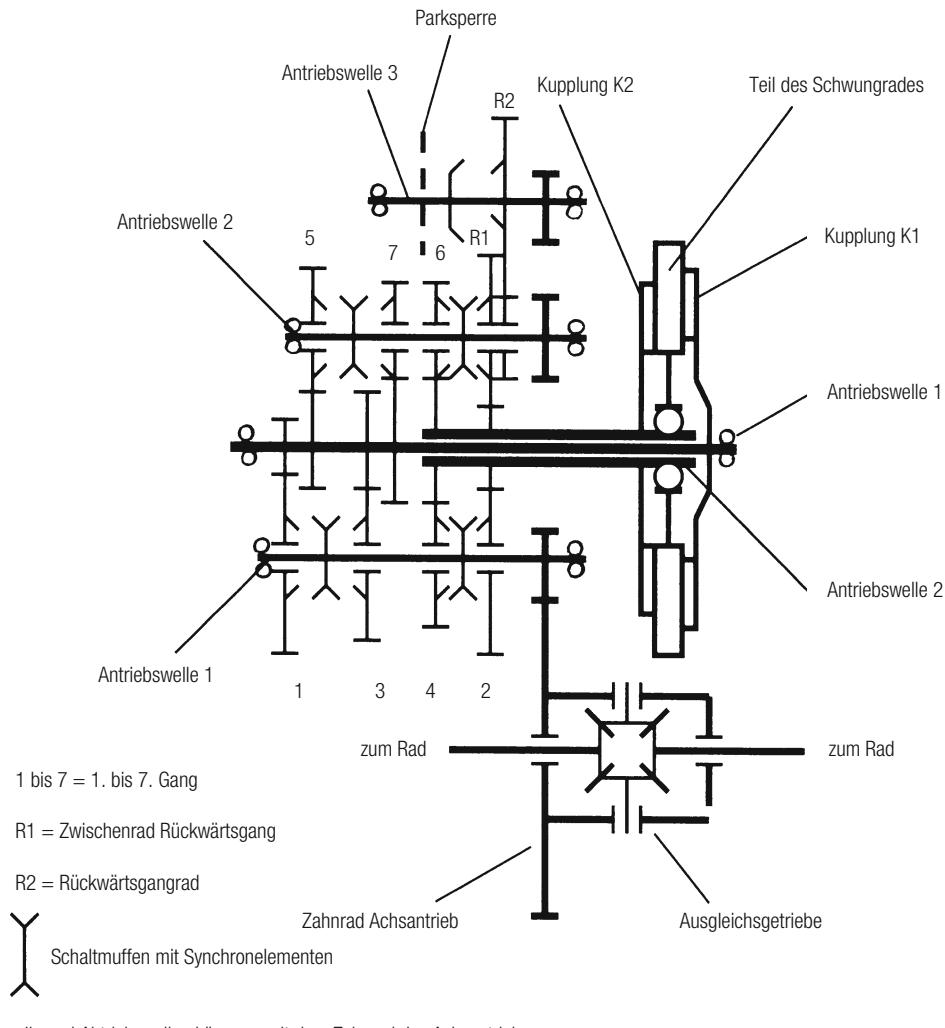


Abb. 6.28 Prinzipbild zum Doppelkupplungsgetriebe [VWST07]

Abbildung 6.28 zeigt diesen prinzipiellen Aufbau, der allen Doppelkupplungsgetrieben eigen ist.

Die Gänge mit ungeraden Zahlen (1, 3, 5, ...) werden auf einer Welle angeordnet, die Gänge mit den geraden Zahlen (2, 4, 6) auf einer zweiten Welle. Der Rückwärtsgang kann auf einer der beiden Wellen vorgesehen werden.

Der Gangwechsel erfolgt durch Öffnen der einen und Schließen der anderen Kupplung. Dabei überschneiden sich die Kupplungsbetätigungen, wegen der kurzen Kupplungszeiten und der Synchronisation des Motormomentes und der Motordrehzahl sind die auftretenden Kupplungsverluste allerdings klein. Bei leistungsstarken Motoren werden im Ölbad

Tab. 6.6 Relativer Kraftstoffverbrauch bei verschiedenen Doppelkupplungssystemen:

Trockenkupplungen mit Einrücklager	1) elektromotorische Betätigung 2) hydraulische Kupplungsbetätigung aus Power Pack (Druckerzeugung über elektrisch angetriebene Pumpe)	Als Referenz gesetzt 0,4–0,8 % Mehrverbrauch
Nasskupplungen mit Einrücklager	1) elektromotorische Betätigung 2) hydraulische Kupplungsbetätigung aus Power Pack	1,0–2,5 % Mehrverbrauch 1,5–3,5 % Mehrverbrauch
Nasskupplungen mit hydraulischer Drehdurchführung	1) hydraulische Kupplungsbetätigung aus Power Pack 2) Hydraulikdruck aus Verbrennungsmotorgetriebener Pumpe	2,5–5 % Mehrverbrauch 4,5–10 % Mehrverbrauch

laufende Kupplungen eingesetzt, bei kleineren Motoren sind es Trockenkupplungen, die mit elektromotorischen Aktoren betätigt werden und bei denen auch die Gänge elektromechanisch geschaltet werden. Bis zu 250 Nm Motormoment kann mit Trockenkupplungen gearbeitet werden, bei höheren Motormomenten werden hydraulische Lamellenkupplungen eingesetzt [HADL09].

Für die verschiedenen Kupplungs- und Schaltungsbetätigungen werden in der Literatur unterschiedliche Wirkungsgrade angegeben, aus denen der Trend zu elektromotorischen Aktuatoren verständlich wird [MUEL10]. Tabelle 6.6 fasst die dort für den NEFZ⁶ ermittelten Mehrverbräuche als Folge der verschiedenen technischen Lösungen zusammen.

Ein Vergleich zwischen elektrohydraulischen und elektromechanischen Aktoren zeigt, dass elektrohydraulische Aktoren eine höhere Dynamik haben als die elektromechanischen Systeme [SHEN09] (die spezifische Leistungsdichte ist bei der Hydraulik größer). Die Regelung bezüglich der Stellgenauigkeit ist einfacher als bei elektromechanischen Aktoren. Die Rückwirkung auf das Bordnetz ist gering. Die Installation der elektrohydraulischen Aktoren ist einfacher als die der elektromechanischen. Das liegt wieder an der höheren Energiedichte.

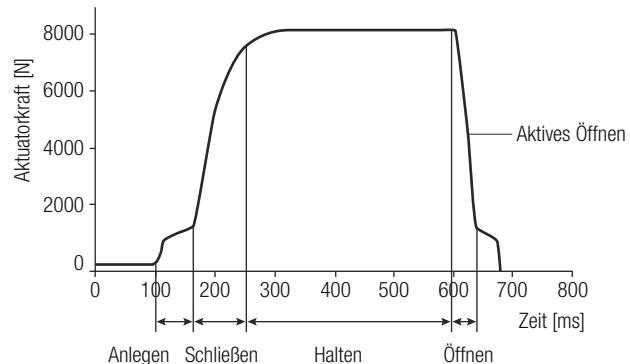
Wie Tab. 6.6 zeigt, ist allerdings der Verbrauch bei elektromechanischen Aktoren geringer, wobei das Bordnetz kurzfristig hoch belastet wird. Die Aktordynamik wird von der installierten Leistung und den herrschenden Trägheiten bestimmt. Da die Leistung auch den erforderlichen Bauraum bestimmt, sind hier Kompromisse zu suchen. Für die elektromechanischen Systeme sind zudem die niedrigeren Herstellkosten vorteilhaft.

Die Dynamik eines Aktors zeigt sich in der benötigten Zeit für die Stellungen: Anlegen, Schließen und Öffnen der Kupplung. Abbildung 6.29 gibt dieses prinzipielle Verhalten wieder [SHEN09].

Um die Dynamik der Doppelkupplungsgetriebe zu beschreiben, ist zwischen Hoch- bzw. Rückschaltungen zu unterscheiden. Das gilt sowohl für den Zug- als auch den Schub-

⁶ NEFZ: Neuer europäischer Fahrzyklus. Standardisiertes Fahrprofil zur Ermittlung von Verbräuchen und Emissionen.

Abb. 6.29 Stellmanöver des Kupplungsaktuators



zustand. Als besonders wichtig sind die Schaltungen im Zugzustand anzusehen, da hier das Fahrzeug die Beschleunigungsanforderungen der Fahrer ruckfrei erfüllen soll.

Aus den Untersuchungen des Instituts für Fahrzeugtechnik der TU Braunschweig [SHEN09] seien diese Fahrzustände exemplarisch ausgewertet. Abbildung 6.30b zeigt diese beiden Schaltungen.

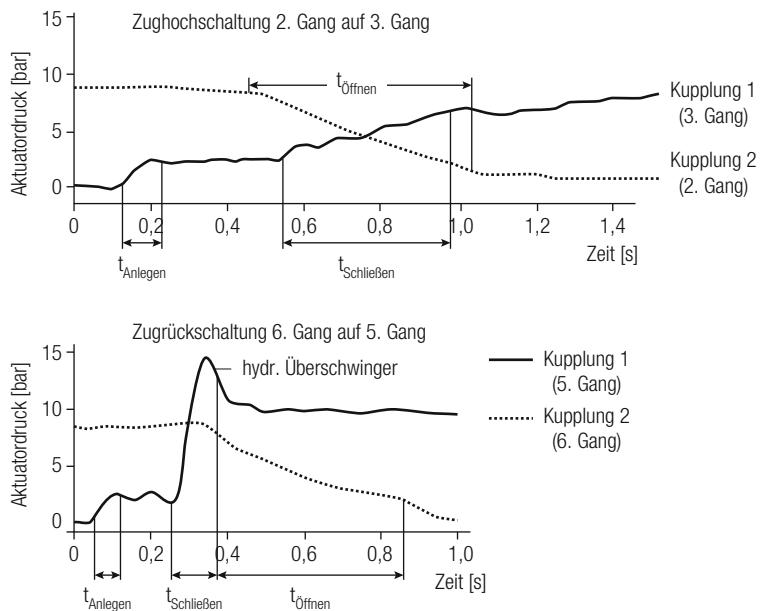


Abb. 6.30 Zug-Hoch- und Zug-Rückschaltung im Doppelkupplungsgetriebe (hydraulische Aktuatoren) [SHEN09]

Tab. 6.7 Gemittelte Zeiten für Kupplungsaktivitäten bei Doppelkupplungsgetrieben

Aktivität	Zughochschaltung	Zugrückschaltung
Anlegen	76 ms	76 ms
Schließen	548 ms	73 ms
Öffnen	500 ms	206 ms

Die gewünschten Gänge sind vor dem Kupplungswechsel bereits eingelegt worden. Deshalb kann die Dynamik des Gangwechsels nur durch die Kupplungsdynamik beschrieben werden.

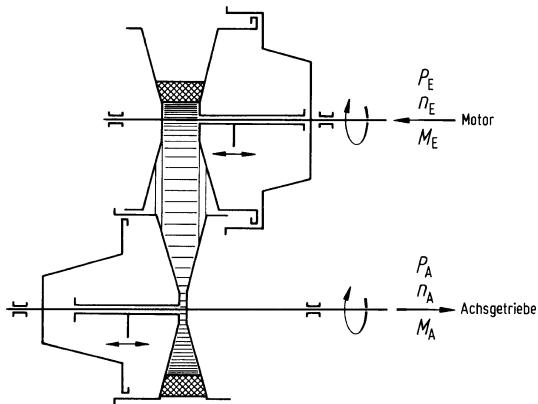
Aus den Überschneidungen zeigt sich, dass bei der Zughochschaltung bei der Kupplungsüberschneidung nahezu lineare Kurvenverläufe zu sehen sind (es gibt auch Vorschläge zu exponentiellen Kurvenverläufen von Porsche, [GOET04] dort S. 29) und dass die Zeiten für das Schließen der einen Kupplung und das Öffnen der anderen Kupplung nahezu gleich lang sind. Bei der Zugrückschaltung herrschen deutlich andere Bedingungen: Der neue Gang wird sehr schnell eingekuppelt, während die Kupplung des bisher genutzten Ganges langsamer öffnet. Das tut sie aber schneller als bei der Zughochschaltung. Aus einer statistischen Auswertung der Untersuchungen am Institut Fahrzeugtechnik [SHEN09] haben sich als „Richtwerte“ die in Tab. 6.7 zusammengefassten Daten ergeben.

Diese Daten, die aus Messungen an ausgeführten Getrieben gewonnen wurden, werden in [SHEN09] noch relativiert, indem festgestellt wird, dass die Anlegedauer länger sein kann, die Verlängerung der Schließdauer (bei der Zurückschaltung) kann aus Verbrauchsgründen (Verringerung von Verspannungen) ebenfalls länger sein. Die Öffnungsduern können beibehalten werden, wie in Tab. 6.7 angegeben.

Ein weiterer Optimierungsschwerpunkt für Doppelkupplungsgetriebe liegt in der Auslegung der Synchronisierung [HACK13]. Dabei geht es um die Synchronisierung mit geringen Schaltkräften, was Aktuatorennergie spart und damit in den Verbrauch eingeht. Bei Nutzfahrzeugen werden deshalb in automatisierten Getrieben Klauenschaltungen ohne eine mechanische Sperrwirkung eingesetzt. Für Pkw wird an alternativen Synchronisierungen (das sind Systeme mit Selbstverstärkungen) gearbeitet, was bis hin zu schaltbaren Freilaufnaben unter den Zahnrädern führt [GOET04]. Für den NEFZ-Zyklus werden für Servo-Synchronisierungen Einsparpotenziale von 50 bis 350 Watt genannt [HACK13]. Diese Verbesserung resultiert aus der Einsparung eines Synchronkonusses pro Gang. Die ebenfalls ermittelten hydraulischen Verluste passen zu den Angaben in Tab. 6.6.

Bei den erwähnten schaltbaren Freilaufnaben [GOET04] unter den Zahnrädern entfallen die beiden Kupplungen und es wird nur mit einer Kupplung gearbeitet. Die verlustbehaftete Überschneidungsphase soll dadurch entfallen. Die dem Zahnrad jeder Gangstufe zugeordnete Freilaufkupplung ist ein- und ausschaltbar, sowie in ihrer Wirkrichtung umschaltbar. In Patentanmeldungen existieren auch Doppelkupplungsgetriebe, die zusätzlich schon schaltbare Freiläufe aufweisen [RUEH88]. Ein Freilauf ist unter einer der Ein-

Abb. 6.31 Schema eines stufenlosen Schubgliederband-Getriebes ↔ Verstellung an den Kegelscheiben abhängig von Geschwindigkeit und Leistung (bzw. Drehmoment). ([FERS79] s. auch [NOVA00])



gangskupplungen, der zweite Freilauf unter dem ersten Zahnrad auf einer parallelen Eingangswelle vorgesehen. Damit soll vor allem der Schaltkomfort verbessert werden, da der Gangwechsel ab einer durch die Übersetzungen definierten Drehzahlschwelle durch die Freiläufe automatisiert stattfindet.

Bisher haben sich diese Bauformen von Doppelkupplungsgetrieben jedoch nicht durchsetzen können. Das mag sich zukünftig ändern, wenn zusätzliche elektrische Fahrantreibe in den Triebstrang eines Fahrzeugs integriert werden.

6.3.9 Stufenloses Getriebe (CVT)

Wie in Abschn. 6.3.6 festgestellt, werden mit wachsender Stufenzahl die Lücken gegenüber dem idealen Kennfeld kleiner. Am besten wären unendlich viele Stufen, also ein stufenloses Getriebe [FOER96]. Eine Ausführung als CVT (Continuously Variable Transmission)-Getriebe zeigt Abb. 6.31, ein Umschlingungsgetriebe mit Zug oder Schubgliederketten.

Die variable Übersetzung – nicht mehr von Hand „geschaltet“ – kann über eine elektronische Regelstrategie nach Abb. 6.16c gesteuert werden, z. B. entlang des idealen Kennfeldes bei Vollast (ausgezogene Linie), um hohe Beschleunigungen zu erzielen, oder entlang der strichpunktuierten Linie, um während der Fahrt in der Ebene die geringste Kraftstoffmenge zu verbrauchen (s. auch Abschn. 7.6.3). Diesem großen Vorteil steht allerdings der Nachteil des geringen Wirkungsgrades mit $\eta_{\text{Getr.}} = 0,80 \dots 0,86$ gegenüber [LECH94, BOCK98].

6.3.10 Automatikgetriebe (AT): Zusammenarbeit Verbrennungsmotor und Trilok-Wandler

Viele „Automatik“-Getriebe [FOER90] verwenden den „Trilok-Wandler“. Er besteht nach Abb. 6.32a aus drei Strömungsrädern. Die Flüssigkeit strömt von der Pumpe in die Turbine, dann in das – zunächst stillstehende – Leitrad. Durch dieses dritte Rad entsteht zwischen

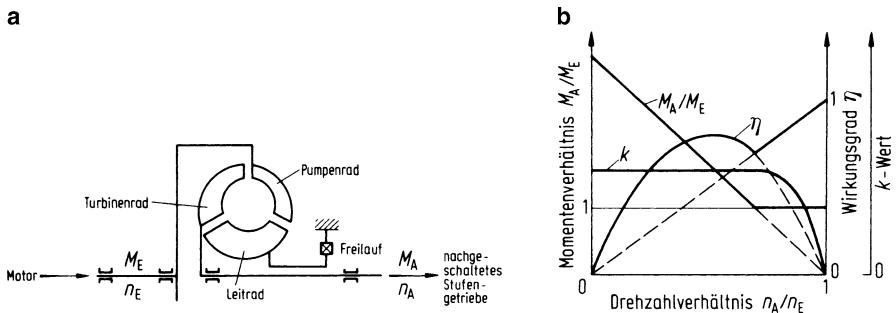


Abb. 6.32 a, b Trilok-Wandler, a Schema, b Kennlinien

Pumpen- und Turbinenrad ein Momentenunterschied $M_{\text{Leitrad}} = M_P - M_T$. Das Momentenverhältnis $M_T/M_P = M_A/M_E$ fällt nach Abb. 6.32b etwa linear mit $n_T/n_P = n_A/n_E$ ab. Nach (6.11) ergibt sich daraus ein parabolischer Wirkungsgradverlauf von η . Um den Wirkungsgradabfall auf den Wert Null rechts vom Maximum zu vermeiden, wird das Leitrad über einen Freilauf abgestützt. Dies bewirkt, dass bei Momentengleichheit $M_P/M_T = 1$ und damit $M_{\text{Leitrad}} = 0$ Leit- und Turbinenrad als „neues“ Turbinenrad gemeinsam umzu laufen beginnen und dass damit aus dem Drehmomentenwandler nun ein Drehzahlwandler mit dem in diesem Drehzahlbereich wesentlich besseren Wirkungsgrad geworden ist. Im Momentenwandlungsbereich wird angenommen, dass der für die Momentenaufnahme am Pumpenrad nach (6.10) maßgebende k -Faktor konstant ist, d. h. dass die Strömungsverhältnisse am Pumpenradeingang wegen des dazwischen stillstehenden Leitrades unabhängig von denen des Turbinenausgangs sind, während im Drehzahlwandlerbereich der k -Wert entsprechend Abb. 6.21b mit dem Drehzahlverhältnis abfällt.

Abbildung 6.33 zeigt nun das Zusammenwirken von Verbrennungsmotor und Trilok-Wandler. Es wird zunächst angenommen, dass der Motor unter Vollast arbeitet und damit der Schnittpunkt von Pumpen- und Motorkennlinie in Abb. 6.33a bei I liegt. Während der Drehmomentenwandlung ist $M_M = M_P = M_I$ und $n_M = n_P = n_I$, während nach Abb. 6.33c das Ausgangsmoment von $M_A = 2,3 M_I$ bis auf $M_A = M_I$ abfällt und die Drehzahl von $n_A = 0$ auf $n_A = 0,85 n_I$ ansteigt. Danach arbeitet der Trilok-Wandler als Drehzahlwandler, und die $M_A(n_A)$ -Kennlinie verläuft entsprechend der Motor-Vollast-Kennlinie, s. Abschn. 6.3.4. Die Wandlung, d. h. die Änderung des Drehzahl- und des Drehmomentenverhältnisses, läuft ohne äußeres Zutun ab. Der Wirkungsgradverlauf ist in Abb. 6.33d dargestellt.

In Abb. 6.33 ist noch das Zusammenspiel für die Teillast II angegeben. Dabei sei noch auf folgende Besonderheit von stufenlosen Kennungswandlern hingewiesen: Zu jedem Motorbetriebspunkt, z. B. I oder II erhält man im Bereich der Momentenwandlung eine Ausgangsmomentenlinie und für alle Motorbetriebspunkte, die auf der Pumpenlinie liegen, ein Ausgangsmomentenfeld.

Außerdem ist in Diagramm 6.33c die „ideale Zugkrafthyperbel“ eingezeichnet. Dadurch wird deutlich, dass die Momentenwandlung durch einen Trilok-Wandler allein ungenü-

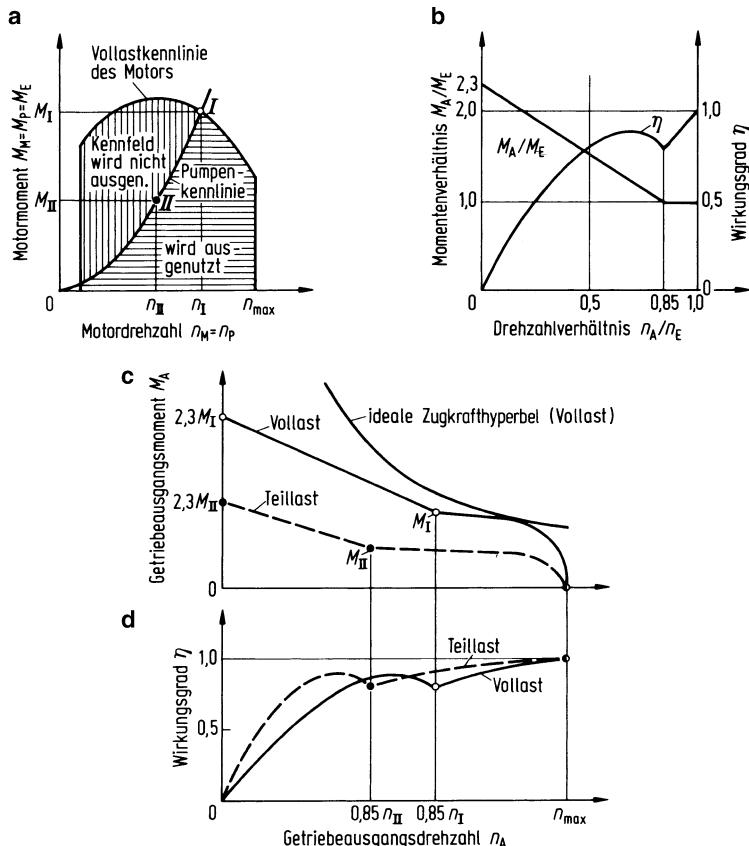


Abb. 6.33 a-d Zusammenarbeit zwischen Verbrennungsmotor und Trilok-Wandler

gend ist, weshalb er im Kraftfahrzeug nur in Verbindung mit einem nachgeschalteten mehrstufigen Getriebe (meistens spezielle Planetenradsätze) verwendet wird. Zu deren automatischen Steuerung werden elektronisch angesteuerte Hydrauliksysteme eingesetzt. Die Schaltprogramme verarbeiten nicht nur eine Fülle von dynamischen Fahrzeuggrößen, sondern auch Fahrergewohnheiten [BOSC07].

Auch vom Wirkungsgrad her gesehen ist dieser Wandler nicht vollkommen. Er ist im Momentenwandlungsbereich maximal etwa 0,85. Um hier den Gesamtwirkungsgrad aus Motor plus Wandler zu verbessern, sollte der k -Faktor nach (6.10) so gewählt werden, dass die Pumpenparabel durch das Gebiet bester Motorwirkungsgrade geht, also in Abb. 6.33a nach links, zu kleineren Drehzahlen hin. Im Kupplungsbereich ist zwar der Wandlerwirkungsgrad besser, dafür wird der Motorwirkungsgrad schlechter. Um den Wirkungsgrad im Bereich des Drehzahlwandlers zu verbessern, werden – s. Abschn. 6.3.4 – Pumpe und Turbine mittels einer Überbrückungskupplung mechanisch verbunden. Beim Gesamtwirkungsgrad η_K sind außer dem des Trilokwandlers noch die des nachgeschalteten Stufen- und Achsgetriebes zu berücksichtigen.

6.4 Brauchbarkeit der Antriebsmaschinen für den Kraftfahrzeugbetrieb

Nach den Abschnitten über Fahrzeugmotoren und Kennungswandlern soll als erstes geprüft werden, inwieweit die verschiedenen Antriebsmaschinen vom Kennfeld her geeignet sind. In einem zweiten Unterabschnitt werden die Massen miteinander verglichen, in einem dritten folgen Bemerkungen zu Schadstoffemissionen. Später im Abschn. 7.6 werden der Kraftstoffverbrauch und speziell die CO₂-Emissionen behandelt.

6.4.1 Vergleich der Volllastkennlinien

In dem Leistung-Geschwindigkeits-Schaubild (Abb. 6.34) eines Pkw wird der heute fast ausschließlich benutzte Verbrennungsmotor, hier plus Vierganggetriebe mit dem häufig diskutierten Elektro-Antrieb verglichen. Weiterhin sind in das Diagramm die Grenzen der idealen Lieferkennung und die, im Verlauf diesem Ideal nahe kommende, Volllastkennlinie der Dampflokomotive eingezeichnet.

Dabei wird folgendes angenommen bzw. vorausgesetzt:

- a) Der Wirkungsgrad zwischen der Dampfmaschine, dem Elektromotor bzw. dem Verbrennungsmotor und den Rädern sei $\eta_K = 1$ (d. h. der Wirkungsgrad des Kennungswandlers – falls überhaupt vorhanden – ist ideal).
- b) Mit den Antriebsmaschinen wird die gleiche Höchstgeschwindigkeit $\approx 40 \text{ m/s} = 144 \text{ km/h}$ in der Ebene erreicht, d. h., auch die Radleistung $\approx 37 \text{ kW}$ ist bei dieser Geschwindigkeit für alle gleich.
- c) Dabei drehen Dampfmaschine und Elektromotor mit ihrer höchsten Drehzahl n_{\max} . Da diese nach den Diagrammen des Abschn. 6.2 verschieden weit weg von der Drehzahl bei maximaler Leistung $n(P_{\max})$ liegen, sind auch die maximalen Leistungen P_{\max} etwas unterschiedlich.
- d) Beim E-Antrieb⁷ wird für die Höchstgeschwindigkeit, die schon aus Verkehrsgründen nicht sehr lange gefahren werden kann, die Stundenleistungskurve zugrunde gelegt.
- e) Das Gewicht aller Antriebsmaschinen einschließlich Energievorrat soll gleich groß sein, sodass auch das Gesamtgewicht des Fahrzeugs konstant bleibt.⁸

⁷ Es soll hier nicht stören, dass das Kennfeld zu einem aus der Batterie betriebenen Kraftfahrzeug gehört, das solche Fahrgeschwindigkeit nicht erreicht. Hier geht es in erster Linie um einen Kennfeldvergleich.

⁸ Auch das trifft für ein über Batterien betriebenes Kraftfahrzeug mit E-Motor nicht zu, s. Abschn. 6.4.2.

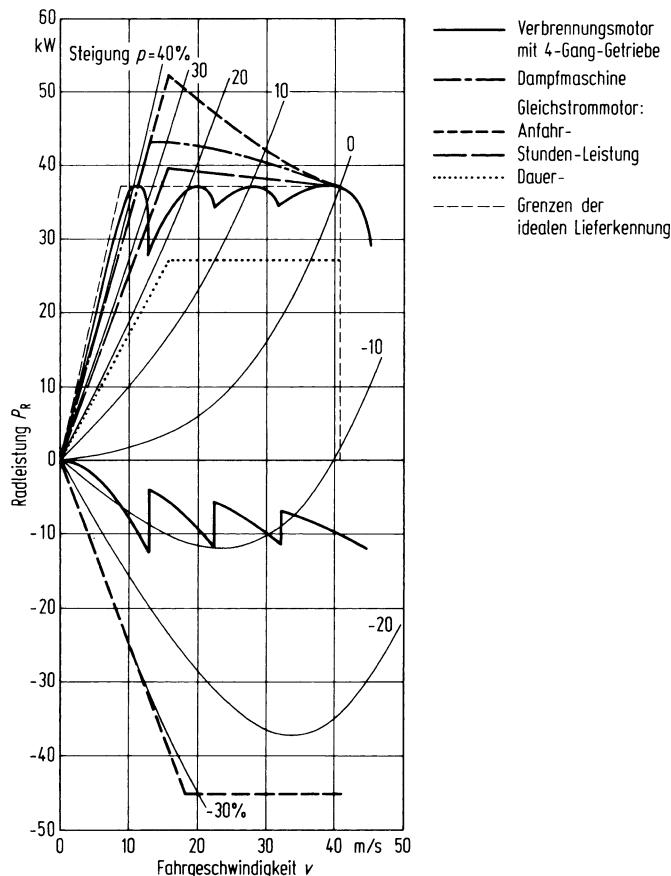
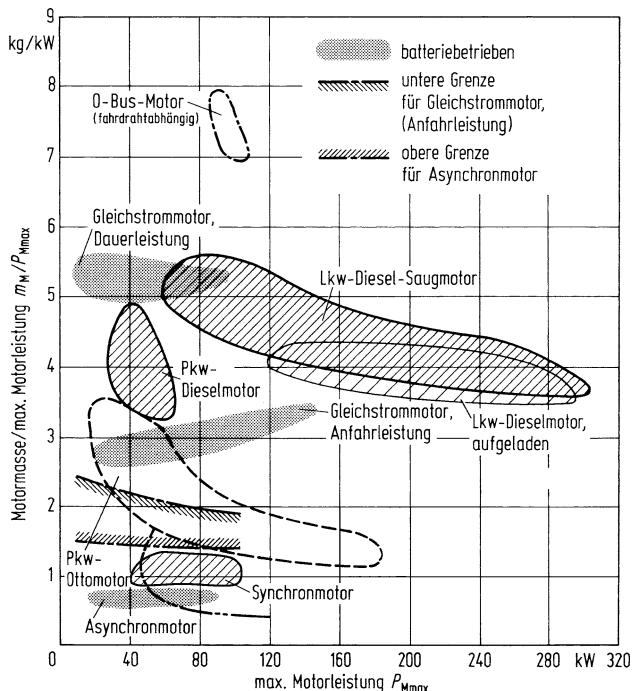


Abb. 6.34 Bedarfskennfeld eines Pkw und Volllastkennungen verschiedener Antriebsmaschinen gleicher maximaler Fahrgeschwindigkeit (Daten: $\mu_h = 1$, $f_R = 0,01$, $l_V/l = 0,42$, $h/l = 0,225$, $m = 880 \text{ kg}$, $c_W A = 0,77 \text{ m}^2$, Frontantrieb)

Der für den Antrieb maßgebende obere Bereich in Abb. 6.34 zeigt auf den ersten Blick, dass alle Antriebsaggregate das Bedarfskennfeld in etwa gleich gut überstreichen. Beim Elektroantrieb fallen zwei Besonderheiten auf: Zum einen kann das Fahrzeug kurzzeitig aufgrund der hohen Anfahrleistung im mittleren Geschwindigkeitsbereich höhere Steigungen befahren bzw. stärker beschleunigen. Zum anderen ist die Leistung bei sehr großen Steigungen gegenüber dem Verbrennungsmotor mit Kennungswandler relativ klein und damit auch die erzielbare Fahrgeschwindigkeit. Zur Abhilfe müsste – falls das Befahren großer Steigungen gefordert wird – hinter diesen E-Motor noch ein Stufengetriebe mit vielleicht zwei Gängen geschaltet werden.

Bei einem Parallelen- und einem Leistungsverzweigten Hybridantrieb addieren sich die Leistungen durch Elektro- und durch Verbrennungsmotor (s. Abschn. 6.2.4), d. h. die

Abb. 6.35 Bezogene Motormasse in Abhängigkeit von der maximalen Motorleistung für gebräuchliche Antriebsmaschinen



Gesamtleistung wird höher, oder falls unerwünscht, kann z. B. der Verbrennungsmotor verkleinert werden.

6.4.2 Massenvergleich, verschiedene Energiespeichersysteme, Reichweite

Vernachlässigt man die Masse der Zusatzzaggregate, so setzt sich die Masse der Antriebsanlage m_{Antr} aus der Masse des Motors m_M , des Kennungswandlers m_K (soweit vorhanden) und der Masse für den Energievorrat m_{En} zusammen,

$$m_{\text{Antr}} = m_M + m_K + m_{\text{En}}. \quad (6.14)$$

Abbildung 6.35 gibt einen Überblick über die auf die Leistung bezogenen Massen von Verbrennungsmotoren für Pkw und Nutzfahrzeuge, von Elektromotoren für fahdrahtabhängige und batteriegespeiste Fahrzeuge. Die häufig gebauten Verbrennungsmotoren geben ein eng begrenztes Streufeld. Die Gewichte der wenigen in Kraftfahrzeugen eingebauten Elektromotoren streuen stark, sodass sie nur als grobe Anhaltswerte zu verstehen sind. Immerhin wird deutlich: Asynchronmotoren sind leichter als Pkw-Ottomotoren und diese leichter als Pkw-Dieselmotoren.

Die Masse von Kennungswandlern mit Reibungskupplung und Schaltgetriebe ist in etwa proportional zur Motormasse und unabhängig von der Leistung, es gilt als Näherung⁹ $m_K/m_M \approx 0,3$. Die Masse für die Einrichtungen zur Regelung von Elektromotoren entspricht etwa der von Getrieben.

Für die Abschätzung der Masse für den Energievorrat m_{En} mit Speicher (für Verbrennungsmotoren sind das Kraftstoff + Tank oder Flüssiggas + Druckflasche oder für den elektrischen Antrieb die elektrische Batterie) geht man von der gespeicherten Energie W_{En} aus und führt den mittleren Motorwirkungsgrad $\bar{\eta}_M = P_M T / W_{En}$ mit der Motorleistung P_M und der Fahrdauer T ein sowie den mittleren Kennungswandlerwirkungsgrad $\bar{\eta}_K$,

$$m_{En} = \frac{m_{En}}{W_{En}} W_{En} = \frac{m_{En}}{W_{En}} \frac{1}{\bar{\eta}_M} T P_M = \frac{m_{En}}{W_{En}} \frac{1}{\bar{\eta}_M \bar{\eta}_K} T P_R. \quad (6.15)$$

In Abb. 6.36 ist das „Arbeitsvermögen“ von der Energie einschließlich des Speichers bis zu den Antriebsrädern zum einem masse-, zum anderen volumenbezogen dargestellt [FOER87].

Danach ist das „tote“ Gewicht des Energievorrates, das natürlich in die gewichtsbezogenen Roll-, Steigungs- und Beschleunigungswiderstände eingeht, am kleinsten beim Diesekraftstoff. Es ist etwas größer beim Ottokraftstoff, sodass ein Dieselfahrzeug bei gleichem Energiegewicht oder -volumen (Tankinhalt) eine größere Fahrdauer bzw. Reichweite bis zum nächsten Tanken erzielt.

Die zweite Gruppe mit mittlerem spezifischen Arbeitsvermögen besteht aus Flüssiggas, Äthanol und Methanol sowie massebezogen aus flüssigem Wasserstoff. Die ersten drei Kraftstoffe, dazu Erdgas, werden selten genutzt, ihnen wird wegen z. T. kleineren CO₂-Emissionen (mehr Wasserstoffanteil im Kraftstoff) zukünftig größere Verbreitung vorausgesagt [KRUE98, PISC99]. Reiner Wasserstoff als Kraftstoff für Verbrennungsmotoren wird wegen vieler Schwierigkeiten (Gewinnung, Lagerung, Infrastruktur, Gemischbildung) kaum eingesetzt. Auf jeden Fall ist die Reichweite von Kraftfahrzeugen mit den o. g. Kraftstoffen bei gegebenem Energiegewicht und -volumen kleiner als die mit Diesel oder Benzin. Wasserstoff in Brennstoffzellen mit elektrisch angetriebenen Kraftfahrzeugen gibt es auch nur selten, aber in Zukunft vielleicht öfter, s. Abschn. 6.2.2.4 und 6.4.3.

Das kleinste spezifische Arbeitsvermögen hat nach Abb. 6.36 die Bleibatterie. Das Verhältnis zwischen Diesekraftstoff und ihr ist 140 : 1. Andere Batterien, s. in Abschn. 6.2.2.3 verringern es auf 35 : 1 [BOSC07]. Aber auch dann ist wegen des hohen „Tot“-Gewichtes völlig klar, dass ein batteriebetriebenes Kraftfahrzeug kein Langstreckenfahrzeug sein kann, sondern nur für kurze Fahrdauern und für kleine Leistungen (und damit niedrige Fahrgeschwindigkeiten, kleine Beschleunigungen, kleine Steigungen) geeignet ist. Als Reichweite im Verkehr werden derzeit etwa 100 km bis zu 200 km angegeben. Die Reichweite kann durch Rückgewinnung der Bremsenergie in die Batterie (durch sog. Rekuperation, s. Abschn. 9.15) erweitert werden. Eine Ausnahme stellt das Elektrofahrzeug

⁹ Nach statistischer Auswertung vom IfF, TU Braunschweig 1980.

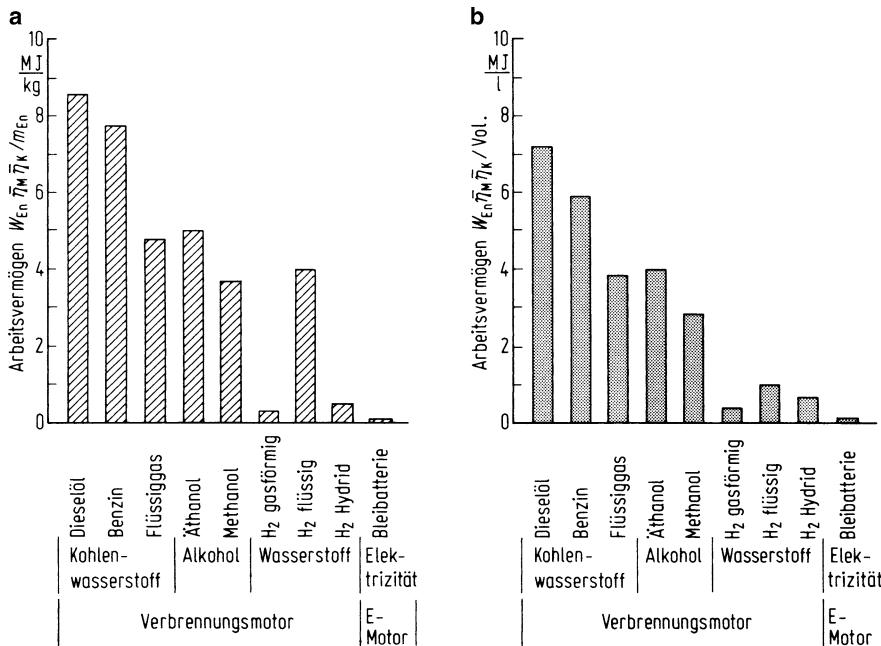


Abb. 6.36 Spezifisches Arbeitsvermögen verschiedener transportabler Energiespeichersysteme im Kraftfahrzeug, **a** masse-, **b** volumenbezogen (unterschiedliche Wirkungsgrade sind berücksichtigt) (Aus [FOER87])

Model S von Tesla dar, das bei Installation einer 85 kWh-Batterie mit nahezu 500 km Reichweite beworben wird. Die Durchschnittsgeschwindigkeit beträgt allerdings nur 90 km/h (www.teslamotors.com 2.9.2013). Wesentlich größere Reichweiten erzielt man, indem man Elektromotor + Batterie mit einem Verbrennungsmotor + Kraftstofftank kombiniert, also durch einen Hybridantrieb (s. Abschn. 6.2.4). Innerhalb von Gegenden, in denen Emissionsfreiheit gewünscht wird, z. B. in der Stadt, treibt der E-Motor das Fahrzeug an, außerhalb der Verbrennungsmotor. Eine derart intelligente Verknüpfung, die allerdings teuer ist, hat Opel 2011 mit seinem Ampera auf den Markt gebracht [NN12]. In diesem Auto können etwa 80 km rein elektrisch gefahren werden. Ist die Batterie leer, springt ein Verbrennungsmotor an, der den elektrischen Fahrmotor mit Strom versorgt. Dann hat das Fahrzeug noch eine Reichweite von etwa 500 km. Die Batterie wird nur an der Steckdose aufgeladen, da dann die Energiekette bzw. die Emissionen besser sind, vor allem wenn der Strom aus regenerativ gewonnener Energie erzeugt wird.

Wird (6.15) in (6.14) eingesetzt, so ergibt sich die auf die maximale Radleistung bezogene Masse

$$\frac{m_{Antr}}{P_{R \max}} = \left(1 + \frac{m_K}{n_M}\right) \frac{m_M}{P_{R \max}} + \frac{m_{E_n}}{W_{E_n}} \frac{T}{\bar{\eta}_M \bar{\eta}_K} \approx 1,3 \frac{m_M}{P_{R \max}} + \frac{m_{E_n}}{W_{E_n}} \frac{T}{\bar{\eta}_M \bar{\eta}_K} \quad (6.16)$$

6.4.3 Bemerkungen zu Schadstoffemissionen, Brennstoffzelle

Zu fast 100 % werden Kraftfahrzeuge durch Verbrennungsmotoren angetrieben. Sie benötigen aus Erdöl gewonnene Kraftstoffe und ihre Abgase enthalten schädliche Substanzen. Deshalb geht es bei der Diskussion oder bei der Gesetzgebung um drei Themenkomplexe

- Endliche Ressourcen von Erdöl,
- Umweltschonung bezüglich der Verringerung von Schadstoffemissionen und
- Abhängigkeit von Erdölförderländern.

Die Erdölvorkommen sind natürlich endlich, weil sie während eines endlichen Zeitraumes entstanden. Auffällig ist bei den Abschätzungen, wie lange sie reichen, nicht nur, dass ihr Ende für demnächst vorhergesagt wird, sondern dass man fast immer einen Zeitraum von 30 Jahren *genannt hat*, und das schon seit über 65 Jahren.

Die Abhängigkeit von Erdölförderländern ist hauptsächlich eine preisliche, meistens in Richtung steigender Preise.

Emissionen von Verbrennungsmotoren wie Kohlenmonoxid (CO), unverbrannte Kohlenwasserstoffe (C_nH_m), Stickoxide (NO_x), Ruß (Partikel) speziell von Dieselmotoren sind für einen relativ eng begrenzten Raum wichtig. Diese sog. lokalen Emissionen können die Gesundheit und die Umwelt beeinträchtigen oder verursachen Smog über Städten (z. B. Los Angeles oder auch Peking). Die in den letzten Jahrzehnten immer schärfer gewordenen gesetzlichen Anforderungen führten zu einer Reduktion dieser Schadstoffe *um* teilweise 90 %, also *auf* einen sehr geringen Anteil!

Neu und immer bedeutender ist eine der globalen, also die ganze Erde umspannende Emission, nämlich die Kohlendioxid (CO_2 -)Emission.¹⁰ Wegen ihres (gelegentlich auch bestrittenen) Beitrages zur Klimaveränderung (auch „Treibhauseffekt“ genannt) muss sie verminder werden. Da bei mit konventionellen kohlenstoffhaltigen Kraftstoffen angetriebenen Verbrennungsmotoren die entstehende CO_2 -Menge proportional dem Kraftstoffverbrauch ist, s. Abschn. 7.6, muss dieser reduziert werden.

Es gibt noch andere Möglichkeiten den CO_2 -Ausstoß zu verringern. Zum Beispiel enthält das in Abschn. 6.4.2 erwähnte Erdgas bei gleichem Energieinhalt wie Benzin weniger Kohlenstoffe, sodass auch weniger CO_2 entsteht. Eine andere Lösung besteht in der Verwendung von aus Pflanzenöl (Raps) hergestelltem Biodiesel. Das Kohlendioxid, das bei der Verbrennung entsteht, ist zuvor von den Rapspflanzen zum Wachstum aufgenommen worden, wodurch der gesamte Ablauf sogar CO_2 -neutral wäre. Hier wird allerdings die landwirtschaftliche Herstellung nicht betrachtet.

Eine völlig andere Lösung ist die Verwendung von nicht-kohlenstoffhaltigen Energieträgern, davon wurden schon mehrere genannt. Zwei sind der fahrdrahtabhängige Oberleitungsbus (Abschn. 6.2.2.1) und die Verwendung von batteriebetriebenen Elektrofahrzeugen mit den in Abschn. 6.2.2 behandelten Nachteilen. Sie arbeiten nur lokal emissionsfrei

¹⁰ Sie stammt nur z. T. von Kraftfahrzeugen, die anderen Emittenten sind Haushaltsheizungen, Industrie, Kraftwerke.

(ZEV = Zero-Emission-Vehicles), belasten aber global die Umwelt mit Kraftwerksemissionen, falls nicht die elektrische Energie aus regenerativen (Wasser, Wind Sonne, ...) oder nuklearen (in Deutschland kaum mehr denkbar, wohl aber in anderen europäischen Ländern) Primärenergien gewonnen wird.

Auf die Verwendung des kohlenstofffreien Wasserstoffs als Kraftstoff für Verbrennungsmotoren wurde schon in Abschn. 6.4.2 hingewiesen.

Als ernsthafte Alternative zu Verbrennungsmotoren werden Brennstoffzellen angesehen [NN00], bei denen der Wasserstoff (H_2) mit Sauerstoff (O_2) aus der Luft in elektrische Energie gewandelt wird, die dann Elektro-Fahrzeuge antreibt. Möglich ist die direkte Lagerung von H_2 (gewonnen über die umweltfreundlichen, regenerativen Energien) im Kraftfahrzeug. An speziellen Leichtbautanks, die 700 bar Druck aushalten, wird intensiv entwickelt. Wahrscheinlich dürfte sich die Verwendung von reinem Wasserstoff wegen der Probleme Gewicht, Volumen, Sicherheit, Aufbau einer neuen Infrastruktur zum „Nachtanzen“ nur bei Nutzfahrzeugen mit geringen Reichweitenanforderungen einführen lassen (z. B. bei Bussen im Linienverkehr). Bei kleineren Fahrzeugen, also bei Pkw, dürfte der Wasserstoff „an Bord“ über Methanol [BUEC01] erzeugt werden, wodurch natürlich CO_2 anfällt. Methanol könnte über ein ähnliches Tankstellennetz wie heute vertrieben werden. Der „Wettbewerb der Kraftstoffe“ ist aber noch nicht entschieden, da die Gaslieferanten zugesagt haben, eine größere Zahl von Wasserstoff-Tankstellen einzurichten [REIT06] Wirkungsgrade und Reichweiten sollen bei den Antrieben über Brennstoffzellen oder Verbrennungsmotoren in etwa gleich sein [GOSS99], die Gewichte sind bei den Ersteren größer.

Literatur

- [BAUM71] Baumann, G.: Antriebe und Steuerungen für Elektrofahrzeuge, Bosch Technische Berichte 3(6) (1971)
- [BERG98] Berger, R.; Fischer, R.; Salecker, M.: Von der Automatisierten Kupplung zum Automatisierten Schaltgetriebe, VDI-Berichte Nr. 1393, Getriebe in Fahrzeugen, 1998
- [BOCK98] Bock, C.; Sauer, G.: Stufenlose Getriebe – das ideale Konzept der Zukunft?, 7. Aachener Kolloquium Fahrzeug- und Motorentechnik 1998, S. 1251–1267.
- [BOSC07] Kraftfahrtechnisches Taschenbuch, 26. Auflage, Robert Bosch GmbH, Vieweg Verlag, Wiesbaden 2007
- [BREI07] Breitfeld,C.; Streng, P.: Konzepte für zukünftige Getriebeentwicklungen, ATZ 109 (2007), S. 490–498
- [BUEC01] Büchling, J.: DaimlerChrysler setzt bei der Brennstoffzelle auf Methanol, ATZ 103 (2001), S. 126–129
- [BUSC73] Buschmann, H.; Koeßler, P: Handbuch für den Kraftfahrzeugingenieur, 8. (und letzte) Auflage Stuttgart: Deutsche Verlagsanstalt 1973
- [CAND07] Canders, W.R.; Wöhl-Bruhn, H.; Küçükay, F.; Scholz, N.; Schumacher, W.; Herchenhan, M.: Elektrisch leistungsverzweigte Stufenlosgetriebe für Hybridfahrzeuge, VDI BE-RICHTE; 1975.; 195–232 ; 2006, VDI Düsseldorf

- [ECKE64] Eckert, B.: Der heutige Entwicklungsstand der Fahrzeuggasturbine, Automobil-Industrie 9 (1964) Heft 2
- [FERS79] v. Fersen, O.: Van Doorne's stufenloses Getriebe „Transmatic“, ATZ 81 (1979) Heft 6, S. 275–276
- [FISC01] Fischer, R.; Kneißler, M.; Küpper, K.; Bührle, P.: Mechatronik-Anwendungen beim automatisierten Schaltgetriebe, ATZ und MTZ – Sonderausgabe Automotive Electronics, März 2001, S. 72–75
- [FOER87] Förster, H.J.: Die Kraftübertragung im Fahrzeug vom Motor bis zu den Rädern, Handgeschaltete Getriebe. Fahrzeugtechnische Schriftenreihe. Mitschke, M.; Frederich, F. (Hrsg.) Köln: Verlag TÜV Rheinland 1987
- [FOER90] Förster, H.J.: Automatische Fahrzeuggetriebe. Berlin: Springer-Verlag 1990
- [FOER96] Förster, H.J.: Stufenlose Fahrzeuggetriebe. Mitschke, M.; Frederich, F. (Hrsg.) Köln: Verlag TÜV Rheinland 1996
- [GOET04] Götze, T.: Das Parallelstranggetriebe – ein modifiziertes Doppelkupplungsgetriebe mit verbessertem Rekuperationspotenzial, Dissertation Universität Karlsruhe, 2004
- [GOSS99] Gossen, F.; Grahl, M.: Vergleich von Brennstoffzellen- und weiteren zukünftigen Antrieben hinsichtlich Wirkungsgrad und Wirtschaftlichkeit, 8. Aachener Kolloquium Fahrzeug- und Motorentechnik 1999, S. 1251–1276
- [HACK07] Hack, G.: „Diese IAA läuft unter dem Zeichen des Hybrid“, Frankfurter Allgemeine Zeitung, 11.9.2007
- [HACK13] Hackel, T.: Alternative Synchronisierungen für Handschaltgetriebe, Automatisierte Schaltgetriebe und Doppelkupplungsgetriebe, Dissertation TU Braunschweig, 2013
- [HADL09] Hadler, J.; Schäfer, M.; Gröhlich, H.; Lindemann, K.: DQ 500 – Das neue Volkswagen Siebengang-Doppelkupplungsgetriebe für hohe Drehmomente, 18. Aachener Kolloquium Fahrzeug- und Motorentechnik, 2009
- [HAER08] Haerdtle, W.; Speck, F.-D.; Rüchardt, C.; Schneider, P.; Keller, W.; Heinzelmann, K.-F.: Antriebskonzepte für Nutzfahrzeuge – Merkmale, Erfahrungen und Weiterentwicklungen: VDI-Gesellschaft Fahrzeug- und Verkehrstechnik, Jahrbuch: Innovationen in Fahrzeug und Verkehr 2009 (2008) S. 118–125
- [HAGE71] Hagen, H.: Erste Ergebnisse mit der MAN-Versuchsgasturbine für Nutzfahrzeuge, ATZ 73 (1971) Heft 5, S. 153–161
- [JOAC10] Joachim, C.: Optimierung des Schaltprozesses bei schweren Nutzfahrzeugen durch adaptive Momentenführung, Dissertation Universität Stuttgart, 2010
- [KEIC13] Keichel, M.; Schwedes, O.: Das Elektroauto: Mobilität im Umbruch, Springer Vieweg, Wiesbaden 2013
- [KOEH07] Köhler, U.: Batterien für Elektro- und Hybridfahrzeuge. In: Naunin u. a., Hybrid-, Batterie- und Brennstoffzellen-Elektrofahrzeuge. 4. Aufl. 2007, expert-verlag, Renningen
- [KOER88] Körner, W.-D.; Bergmann, H.; Weiß, E.: Die Motorbremse von Nutzfahrzeugen – Grenzen und Möglichkeiten zur Weiterentwicklung, ATZ 90 (1988) Heft 12, S. 671–675
- [KRUE98] Krüger, R.; Fahl, U.; Voß, A.: Alternative Kraftstoffe und Antriebe – ein Weg zur Minderung der Kohlenwasserstoffemissionen, ATZ 100 (1998) Heft 1, S. 26–32
- [LECH94] Lechner, G.; Naunheimer, H.: Fahrzeuggetriebe. Berlin: Springer-Verlag 1994

- [MUEL79] Müller, S.: Elektrische und dieselelektrische Triebfahrzeuge. Stuttgart: Birkhäuser (1979)
- [MUEL10] Müller, B.; Kneissler, M.; Gramann, M.; Eslý, N.; Daikeler, R.; Agner, J.; Kleiner, Flexibler, Intelligenter, Weiterentwickelte Komponenten für Doppelkupplungsgetriebe, Schaeffler Kolloquium 2010
- [NAUN07.1] Naunin, D. u. a.: Hybrid-, Batterie- und Brennstoffzellen-Elektrofahrzeuge, 4. Aufl. 2007, expert – verlag Renningen
- [NAUN07.2] Naunheimer, H.; Bertsche, B.; Lechner, G.: Fahrzeuggetriebe, 2. Aufl. Berlin, Springer 2007
- [NAYD77] Naydonski, C.-O.; Pohl, D.; Skudelny, H.-C.: Untersuchungen an elektrischen Straßenfahrzeugantrieben, ETZ-A **98**(1) (1977)
- [NN00] N.N.: Innovative Fahrzeugantriebe, VDI-Berichte 1565, Düsseldorf 2000, S. 301–428
- [NN06] Deutscher Taschenbuch Verlag (dtv), München, 2006
- [NN12] N.N.: Die Wahl zwischen Zapfsäule und Steckdose, Opel Ampera Praxistest, aus : www.zeit.de/auto/2012-04/opel-ampera-test (Aufruf 2.9.2013)
- [NNXX] N.N.: www.zf.com/corporate/de/. Aufruf 11. Nov. 2013
- [NOVA00] Nowatschin, K. u. a.: Multitronic – Das neue Automatik-Getriebe von Audi, ATZ 102 (2000), S. 548–553
- [PISC99] Pischinger, S.: Die Zukunft des Verbrennungsmotors, Berichte aus der RWTH Aachen, 2/1999
- [REIT06] Reitzle, W.: Auf gutem Weg: Die nächsten Schritte in die Wasserstoffgesellschaft, 15. Aachener Kolloquium Fahrzeug- und Motorentechnik, 2006, Plenarvortrag
- [ROGG74] Roggendorf, M.; Streicher, K.: Die luftgekühlten Deutz-Fahrzeug- Diesel-Motoren F4/6L 913 u. BF 6L 913, ATZ 76 (1974) H. 1, S. 1–5
- [RUEH88] Rühle, G.; Wolf, W.; Seufert, M.: Doppelkupplungsgetriebe und Verfahren zu seiner Einstellung, Europäische Patentanmeldung EP 3218 73 A2, 1988
- [SHEN09] Shen, Y.: Optimierung elektromechanischer Kupplungsaktorik für Doppelkupplungsgetriebe; Dissertation TU Braunschweig, 2009
- [VWST07] Volkswagen Selbststudienprogramm 390: Das 7-Gang Doppelkupplungsgetriebe OAM, Konstruktion und Funktion, Stand 12.2007

In den vorangegangenen Kap. 5 und 6 wurden die Fahrwiderstände und die Kennfelder der Antriebsmaschinen besprochen. Nun wird beides zusammen, d. h. der Komplex der Fahrleistungen, betrachtet. Es wird die Höchstgeschwindigkeit eines Fahrzeuges, seine Steig- und Beschleunigungsfähigkeit und die Fahrt im Gefälle berechnet. Hinzu kommt die Höhe des Kraftstoffverbrauchs. In den Beispielen werden als Antriebsmaschinen meistens Verbrennungsmotoren mit mechanischen Kennungswandlern (Kupplung, Schalt- und Achsgetrieben) gewählt.

7.1 Fahrzustandsschaubilder

Fasst man die Diagramme Bedarfs- und Lieferkennfeld in einem einzigen zusammen, dann spricht man vom sog. „Fahrzustandsschaubild“. Deren Entstehung – es sind zwei, ein Schaubild für das Drehmoment, das andere für die Leistung – wird anhand der Abb. 7.1 gezeigt. Bei diesem Beispiel handelt es sich um einen Pkw mit einem Verbrennungsmotor mit $P_{M\max} = 37 \text{ kW}$, einem nachgeschalteten Vierganggetriebe und einem Achsgetriebe mit einer festen Übersetzung, s. Abb. 6.3.

Begonnen wird mit dem idealen Kennfeld hier nur für die Antriebssseite. Die maximale Zugkraft nach Abb. 6.2 wird bei Allradantrieb nach (6.3) durch das Fahrzeuggewicht G und den Haftbeiwert μ_h bestimmt, die Leistungsgrenze durch die o. g. 37 kW. Beide zusammen ergeben die Diagramme in Abb. 7.1a und b.

Für das reale Kennfeld am Rad benötigt man zunächst die Motorkennfelder nach Abb. 7.1c und d. Das Drehmoment an den Rädern M_R ergibt sich aus dem Drehmoment des Motors M_M , dem Übersetzungsverhältnis i_K des gesamten Kennungswandlers (vom Motor bis zum Rad) und seinem Verlustmoment M_{Verl} zu

$$M_R = i_K M_M - M_{Verl}. \quad (7.1)$$

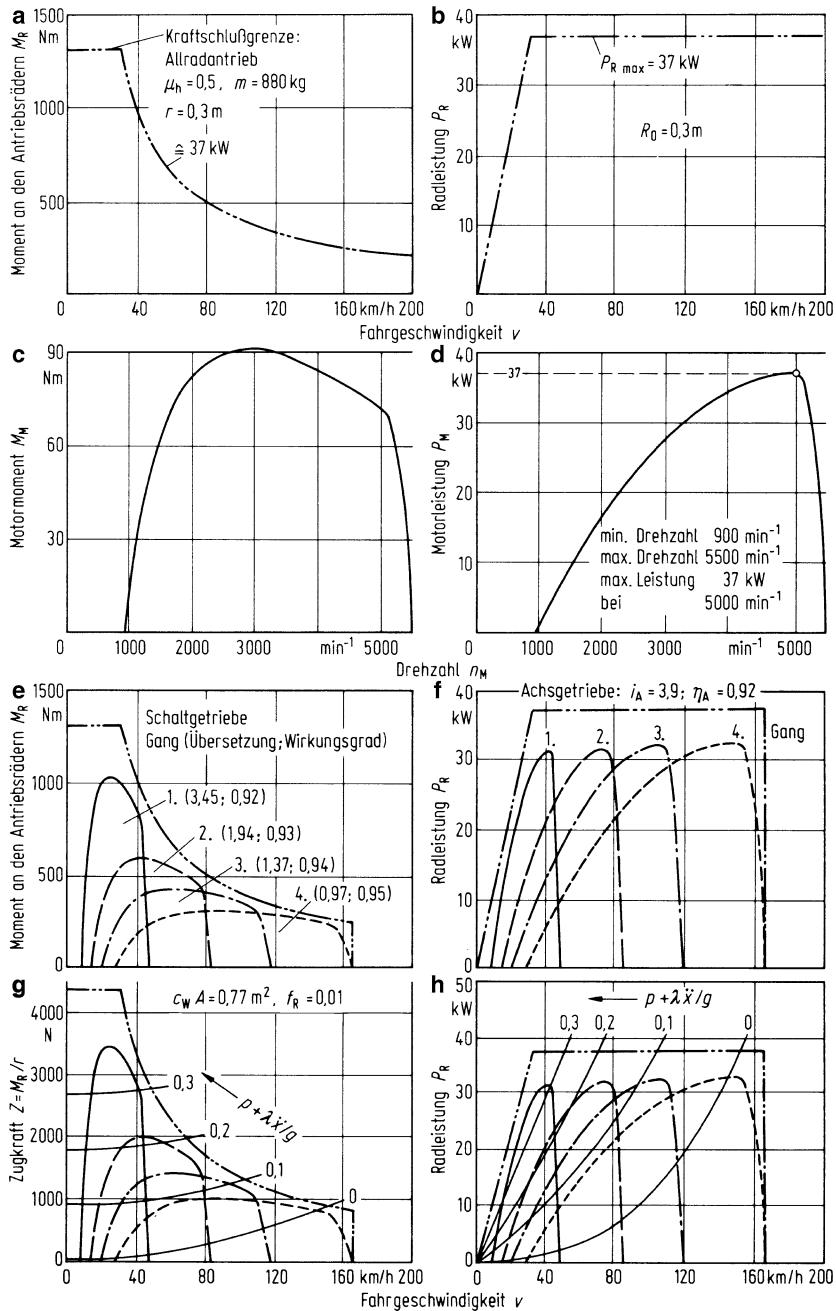


Abb. 7.1 Entstehung von Fahrzustandsschaubildern, linke Spalte Drehmomenten-, rechte Spalte Leistungsdarstellung, **a** und **b** ideale Kennfelder; **c** und **d** Motorkennfelder; **e** und **f** reale Kennfelder an den Antriebsrädern; **g** Zugkraft-Geschwindigkeits-Schaubild; **h** Leistungs-Geschwindigkeits-Schaubild

Beim Antrieb, d. h. bei positivem Motormoment M_M , wird das Radmoment M_R durch das Verlustmoment M_{Verl} verringert, beim Bremsen, d. h. bei negativem M_M , hingegen vergrößert. Statt des Verlustmomentes setzt man meistens den Wirkungsgrad η_K des Kennungswandlers ein, sodass aus (7.1)

$$\begin{aligned} M_R &= \eta_K i_K M_M \quad \text{für Antrieb,} \\ M_R &= \frac{1}{\eta_K} i_K M_M \quad \text{für Bremsen.} \end{aligned} \quad (7.2a)$$

wird. Bei dem Viergang-Schaltgetriebe mit der Übersetzung i_{Gs} ($s = 1 \dots 4$) und dem Achsgetriebe mit i_A wird aus (7.2a)

$$\begin{aligned} M_R &= \eta_{Gs} \eta_A i_{Gs} i_A M_M \quad \text{für Antrieb,} \\ &= \frac{1}{\eta_{Gs} \eta_A} i_{Gs} i_A M_M \quad \text{für Bremsen.} \end{aligned} \quad (7.2b)$$

Für die Leistungsdarstellung ist der Zusammenhang zwischen Motor- und Radleistung P_M und P_R

$$\begin{aligned} P_R &= \eta_K P_M \quad \text{für Antrieb} \\ &= \frac{1}{\eta_K} P_M \quad \text{für Bremsen.} \end{aligned} \quad (7.3)$$

Nun muss noch die Motordrehzahl n_M in die Fahrgeschwindigkeit v überführt werden. Mit der Übersetzung verändert sich auch das Verhältnis der Winkelgeschwindigkeit des Rades $\dot{\varphi}_R$ zu der des Motors $\dot{\varphi}_M$ bzw. der Drehzahlen n_R und n_M

$$\dot{\varphi}_R = \frac{1}{i_K} \dot{\varphi}_M \quad \text{bzw.} \quad n_R = \frac{1}{i_K} n_M. \quad (7.4)$$

(Dies gilt nur, wenn wie hier bei den Zahnradgetrieben kein Schlupf im Kennungswandler auftritt.) Aus $\dot{\varphi}_R$ ergibt sich nach (2.17)

$$v = R \dot{\varphi}_R. \quad (7.5a)$$

Wird vereinfachend der Reifenschlupf nicht berücksichtigt, $S = 0$ und damit $R = R_0$ gesetzt, so ergibt sich die feste Beziehung zwischen den beiden Abszissen v und $\dot{\varphi}_R$ (wovon schon in Abschn. 6.3 Gebrauch gemacht wurde)

$$v = R_0 \dot{\varphi}_R = \frac{R_0}{i_K} \dot{\varphi}_M. \quad (7.5b)$$

Zusatzinformation

Bei der Beziehung zwischen der Fahrgeschwindigkeit v und der Winkelgeschwindigkeit der Antriebsräder $\dot{\varphi}_R$ nach (2.17) sowie im Drehmassenzuschlagsfaktor nach (5.26) taucht R auf. R ist nach

(2.19b) vom Schlupf S abhängig, und S wiederum ist nach Abschn. 2.1.2 eine Funktion des Kraftschlusses und damit der Umfangskräfte an den Rädern. Da deren Größe mit dem Radmoment M_R eng zusammenhängt, geht der Schlupf sowohl in die Ordinate als auch über die Geschwindigkeit in die Abszisse von Liefer- und Bedarfsdiagrammen ein.

Bei Fahrten merklich unterhalb der Kraftschlussgrenze braucht die Größe des Schlupfes nicht berücksichtigt zu werden. Davon wird im Folgenden ausgegangen. Fahrten, bei denen sich der Kraftschluss der Kraftschlussgrenze nähert, werden in Kap. 8 „Fahrgrenzen“ behandelt.

Mit den Gln. (7.2b), (7.3) und (7.5b) erfolgt die Umrechnung von den Motorkennfeldern nach Abb. 7.1c und d in die Kennfelder an den Antriebsrädern in Abb. 7.1e und f.

Die Differenz der Leistungsmaxima beim realen Kennfeld zu der Leistung im idealen in Abb. 7.1f kommt von den Verlusten im Kennungswandler, die Lücken zwischen den Gängen röhren von der endlichen Zahl der Gänge, hier vier, im Schaltgetriebe her. Die Lücke zu $v = 0$ muss durch einen Drehzahlwandler geschlossen werden.

Wird noch das Bedarfskennfeld nach den Gln. (5.27) bis (5.29) und (5.33) eingetragen, so ergeben sich die Abb. 7.1g und h. Diagramm g nennt man „Zugkraft-Geschwindigkeits-Schaubild“, h „Leistungs-Geschwindigkeits-Schaubild“. Danach wird bei der unbeschleunigten Fahrt in der Ebene ($p + \lambda \ddot{x}/g = 0$) eine maximale Geschwindigkeit von $v_{\max} \approx 140 \text{ km/h}$ erreicht, in einer Steigung von $p = 10\%$ eine konstante Geschwindigkeit im 3. Gang von höchstens 100 km/h , im 2. Gang von 80 km/h . Im 4. Gang ist diese Steigung überhaupt nicht zu befahren. Die 30% ige Steigung kann das Fahrzeug nur im 1. Gang mit einer Geschwindigkeit zwischen 15 und 40 km/h befahren. Ist die Geschwindigkeit aus verkehrlichen Gründen kleiner als 15 km/h , dann muss mit schlupfendem Drehzahlwandler (was bei der Reibungskupplung gleichzeitig Verschleiß bedeutet) gefahren werden.

7.2 Höchstgeschwindigkeit in der Ebene, kleinste Übersetzung

Der Schnittpunkt der Widerstandskurven bei $p = 0$ und $\ddot{x} = 0$ mit der oberen Begrenzung des Lieferkennfeldes (Volllast) in den Abb. 7.1g und h ergibt die Höchstgeschwindigkeit v_{\max} in der Ebene bei Windstille. Sie lässt sich auch, wenn alle Fahrzeug- und Motordaten bekannt sind, aus der Zugkraftgleichung (5.28) und (7.2)

$$Z(v_{\max}) = \frac{i_K \eta_K}{r} M_M(v_{\max}) = F_R + F_{Lx} = f_R G + c_W A \frac{\rho}{2} v_{\max}^2 \quad (7.6)$$

oder aus der Leistungsgleichung (5.32b) und (7.3) (bei Vernachlässigung des Reifenschlupfes)

$$\begin{aligned} P_R(v_{\max}) &= \eta_K P_M(v_{\max}) = \frac{r}{R_0} (F_R + F_{Lx}) v_{\max} \\ &= \frac{r}{R_0} \left(f_R G v_{\max} + c_W A \frac{\rho}{2} v_{\max}^3 \right) \end{aligned} \quad (7.7)$$

berechnen.

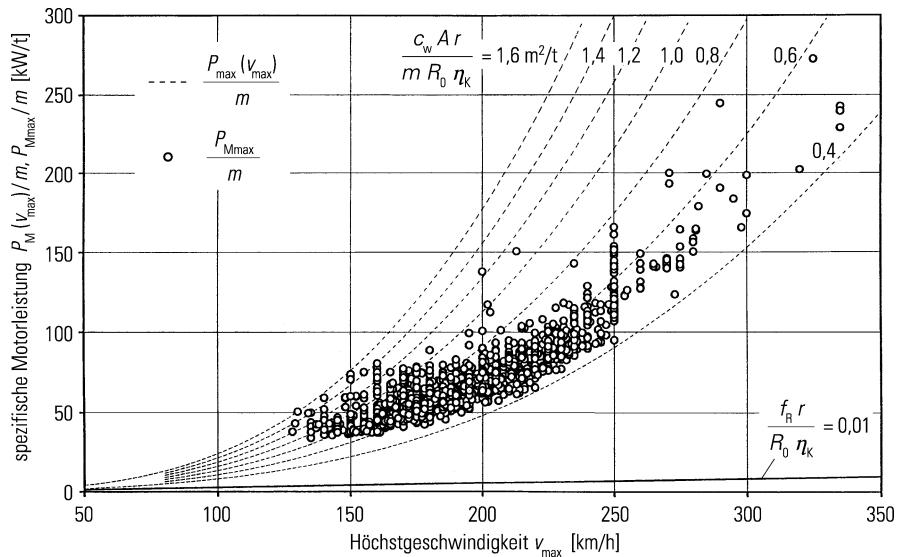


Abb. 7.2 Spezifische Motorleistung in Abhängigkeit von der Höchstgeschwindigkeit. Theorie: siehe gestrichelte Kurven, für die Rollwiderstandsleistung wurde nur der 1. Term nach (2.4) berücksichtigt. Punkte: max. Motorleistung und $m = m_{\text{leer}} + 75 \text{ kg}$ aus Herstellerangaben für Pkw (Modelljahr 1998)

Statt der einzelnen Größen $P_R, f_R, G = mg$ usw. werden spezifische Größen verwendet, z. B. dadurch, dass (7.7) durch das Gewicht G dividiert wird. Den Verhältniswert P/G nennt man „Leistungsgewicht“. Früher gab man ihn in der Einheit PS/Mp an. Nach Einführung der neuen Einheiten bezieht man die Leistung P auf die Masse m und benutzt kW/t.

$$\frac{P_R(v_{\max})}{m} = \eta_K \frac{P_M(v_{\max})}{m} = \frac{r}{R_0} \left(g f_R v_{\max} + \frac{\rho c_W A}{2 m} v_{\max}^3 \right). \quad (7.8)$$

In Abb. 7.2 ist die Größe der spezifischen Motorleistung $P_M(v_{\max})/m$ bei einem $f_R r/R_0 \eta_K$ -Wert und unterschiedlichen $(c_W A r/m R_0 \eta_K)$ eingezeichnet. Diesen rechnerisch ermittelten Kurven wird die von Pkw-Herstellern angegebene maximale Motorleistung $P_{M\max}$ bezogen auf die Masse m als Funktion der Maximalgeschwindigkeit gegenübergestellt. Für Nutzfahrzeuge fordert der Gesetzgeber in der Bundesrepublik Deutschland $P_{M\max}/m \geq 4,4 \text{ kW/t}$, wobei m die zulässige Gesamtmasse des Zugfahrzeuges und Anhängers ist. Lkws im Fernverkehr werden üblicherweise mit 11 kW/t ausgestattet. Personenwagen weisen im Mittel Leistungsgewichte von 60 kW/t auf.

¹ Für die Bezugsmasse m gibt es bei den einzelnen Herstellern und in den einzelnen Richtlinien verschiedene Angaben. In diesem Buch wird einheitlich $m = m_{\text{leer}} + m_{\text{zusatz}}$ verwendet. Dabei ist die Leermasse m_{leer} die Masse des betriebsbereiten Fahrzeuges ohne Fahrer und Kraftstoff, die Zusatzmasse m_{zusatz} wird jeweils angegeben, sie beträgt bei Pkw meistens 75 oder 100 kg.

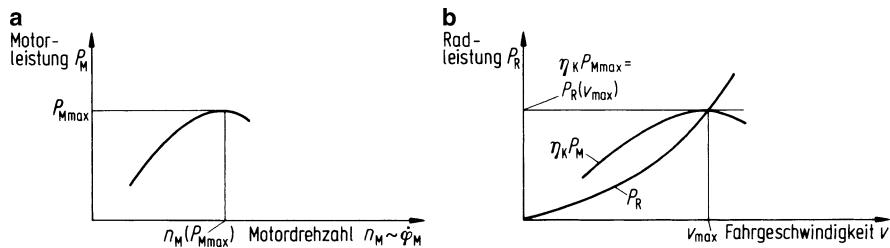


Abb. 7.3 a, b Sonderfall, Höchstgeschwindigkeit bei maximaler Motorleistung

Bei der Auslegung der Antriebsanlage (= Motor + Kennungswandler) ist nicht nur wichtig, dass der Motor die für die Höchstgeschwindigkeit nötige Leistung hat, sondern dass er sie auch bei der Höchstgeschwindigkeit abgeben kann, d. h. auch das Übersetzungsverhältnis zwischen Motor- und Raddrehzahl muss richtig gewählt werden.

Die Zuordnung von Höchstgeschwindigkeit, Motorleistung und Übersetzungsverhältnis lässt sich sehr einfach für den Sonderfall bestimmen, bei dem die Widerstandskurve die Leistungskennlinie der Antriebsmaschine gerade bei dem Punkt der maximalen Leistung $P_{M\max}$ schneidet, s. Abb. 7.3b. Dann ist

$$P_R(v_{\max}) = \eta_K P_{M\max} \quad (7.9)$$

und die zur Höchstgeschwindigkeit gehörende Motordrehzahl beträgt

$$n_M(v_{\max}) = n_M(P_{M\max}) \quad \text{bzw.} \quad \dot{\varphi}_M(v_{\max}) = \dot{\varphi}_M(P_{M\max}). \quad (7.10)$$

Mit (2.17) und (7.4) errechnet sich daraus das Übersetzungsverhältnis i_K zum Erreichen der Höchstgeschwindigkeit v_{\max} (wieder Schlupf vernachlässigt)

$$i_K(v_{\max}) = R_0 \frac{\dot{\varphi}_M(P_{M\max})}{v_{\max}} = \frac{1}{2,65} \frac{R_0}{m} \frac{n_M(P_{M\max})}{1/\text{min}} \frac{\text{km}/\text{h}}{v_{\max}}. \quad (7.11)$$

$i_K(v_{\max})$ ist im Allgemeinen identisch oder nahezu identisch der kleinsten Übersetzung. Hinweise über ihre Größe geben Abb. 7.16 und Tab. 7.1.

Neben diesem Sonderfall, der in Abb. 7.4 eingetragen und mit 1 gekennzeichnet ist, werden zwei weitere, allgemeinere Fälle unterschieden.

Fall 2: Die Höchstgeschwindigkeit wird bei einer Motordrehzahl erreicht, die oberhalb der Drehzahl der maximalen Motorleistung $n_M(P_{M\max})$ liegt (und selbstverständlich unterhalb der höchsten Motordrehzahl $n_{M\max}$). Dadurch wird die maximale Fahrgeschwindigkeit v_{\max} kleiner als in Fall 1, aber bei $v < v_{\max}$ ist die Überschussleistung höher, Bergsteig- und Beschleunigungsfähigkeit im letzten Gang werden verbessert, s. Abschn. 7.3 und 7.5.

Abb. 7.4 Höchstgeschwindigkeit bei verschiedenen Antriebsübersetzungen, 1. v_{\max} bei $n_M(P_{M\max})$, 2. v_{\max} oberhalb $n_M(P_{M\max})$, 3. v_{\max} unterhalb $n_M(P_{M\max})$

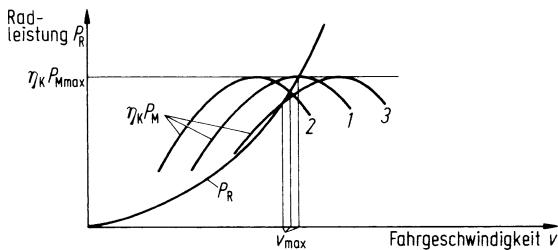
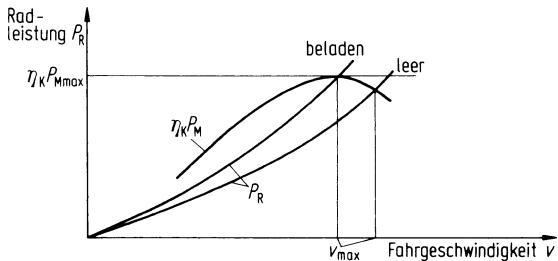


Abb. 7.5 Einfluss des Beladungszustandes auf die Höchstgeschwindigkeit



Fall 3: Die zur Höchstgeschwindigkeit des Fahrzeuges gehörende Motordrehzahl liegt unter der Drehzahl bei maximaler Leistung. Eine solche Übersetzung nennt man Schongang, weil der Motor bei v_{\max} niedriger dreht und damit geschont wird, oder auch Spargang, weil hierdurch der Kraftstoffverbrauch (s. Abschn. 7.6) gesenkt wird. Als großer Nachteil ergibt sich dabei eine mangelnde Überschussleistung. Deshalb hat sich diese Auslegung 3 nur in Kombination mit 1 durchgesetzt, sodass bei normaler Fahrt der Spargang benutzt werden kann und zum Beschleunigen und zum Erreichen der Höchstgeschwindigkeit in einen dem Fall 1 entsprechenden Gang zurückgeschaltet wird.

Zusatzinformation

Bei Pkw mit Schaltgetriebe ist z. B. der fünfte Gang der Spargang (Fall 3), und mit dem vierten Gang (Fall 1) wird die Höchstgeschwindigkeit erreicht. Allerdings muss der Fahrer häufiger schalten, was als zu lästig empfunden wird.

Diese verschiedenen Fälle kommen auch im Betrieb eines Fahrzeugs dadurch vor, dass sich die Widerstandslinien nach Abb. 7.5 verschieben können, und zwar ergeben sich durch Be- und Entladung verschiedene Gewichte und bei offenen Fahrzeugen, wie z. B. Nutzfahrzeugen, zusätzlich veränderliche $c_W A$ -Werte.

Zusatzinformation

Zum Schluss werden anhand von Zahlenbeispielen die Übersetzungsverhältnisse $i_K(v_{\max})$ nach (7.11) abgeschätzt. Es ist etwa bei Pkw mit Ottomotor, s. Abb. 6.10

$$n_M(v_{\max}) \approx 5000 \dots 6000 \text{ l/min},$$

$$v_{\max} \approx 150 \dots 250 \text{ km/h},$$

$$R_0 \approx 0,3 \text{ m},$$

$$i_K(v_{\max}) = \frac{0,3}{2,65} \left(\frac{5000}{150} \dots \frac{6000}{250} \right) \approx 3,8 \dots 2,7$$

bei schweren Lkw mit Dieselmotor, s. Abb. 6.10

$$n_M(v_{\max}) \approx 2200 \text{ 1/min},$$

$$v_{\max} \approx 100 \text{ km/h},$$

$$R_0 \approx 0,52 \text{ m},$$

$$i_K(v_{\max}) = \frac{0,52 \cdot 2200}{2,65 \cdot 100} \approx 4,3.$$

7.3 Steigungsfähigkeit bei konstanter Fahrgeschwindigkeit

Ist die Fahrgeschwindigkeit v kleiner als die Höchstgeschwindigkeit v_{\max} , dann kann nach Abb. 7.1g die Überschusszugkraft, d. h. die Differenz zwischen der Zugkraft Z und den Widerständen $F_R + F_{Lx}$ zum Befahren von Steigungen und zum Beschleunigen benutzt werden. Nach (5.27) ist bei unbeschleunigter Fahrt

$$F_{St} = pG = Z - (F_R + F_{Lx}), \quad (7.12)$$

woraus sich die befahrbare Steigung

$$p = \frac{1}{G}(Z - F_{Lx}) - f_R \quad (7.13)$$

ergibt. Danach wird $Z - F_{Lx}$ über der Geschwindigkeit aufgetragen (Abb. 7.6) und für den jeweiligen Beladungszustand durch G dividiert, sodass Ordinatenmaßstäbe für p entstehen, die um f_R von Null verschoben beginnen.

Anhaltswerte für die größte Steigungsfähigkeit in verschiedenen Gängen bei Pkw können aus Abb. 7.7 entnommen werden.

7.3.1 Steigungsfähigkeit im höchsten Gang, Motor- und Fahrzeugelastizität

Die maximale Steigungsfähigkeit innerhalb eines Ganges wird nach Abb. 7.8 nicht mit der dort vorhandenen maximalen Zugkraft bzw. mit dem maximalen Moment an den Rädern M_{Rmax} oder mit dem maximalen Motormoment bewältigt. Entscheidend ist vielmehr das größte Überschussmoment, und das liegt wegen des mit der Geschwindigkeit zunehmenden Luftwiderstandes bei kleinerem v . Der Motor mit der ausgezogenen Kennlinie

Abb. 7.6 Befahrbare Steigungen bzw. Gefälle für einen Pkw als Funktion der Fahrgeschwindigkeit für zwei Beladungszustände, abgeleitet aus Abb. 7.1g, und für einen Pkw mit Anhänger ($m = 1250 + 1000 \text{ kg} = 2250 \text{ kg}$, $c_w A = 3 \text{ m}^2$)

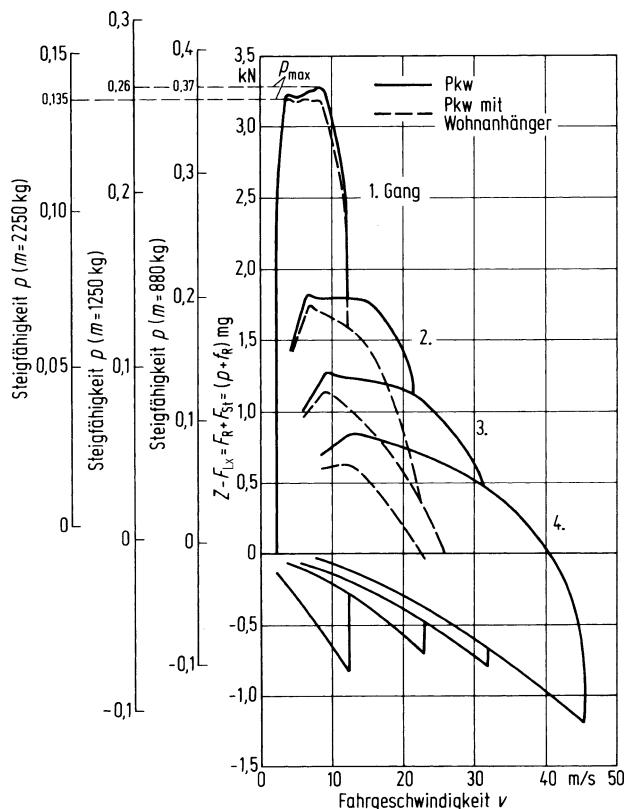


Abb. 7.7 Streuung der größten Steigfähigkeit von Pkw (Modelljahr 1998) in den einzelnen Gängen. Es wurde die Masse der halbbeladenen Pkw eingesetzt

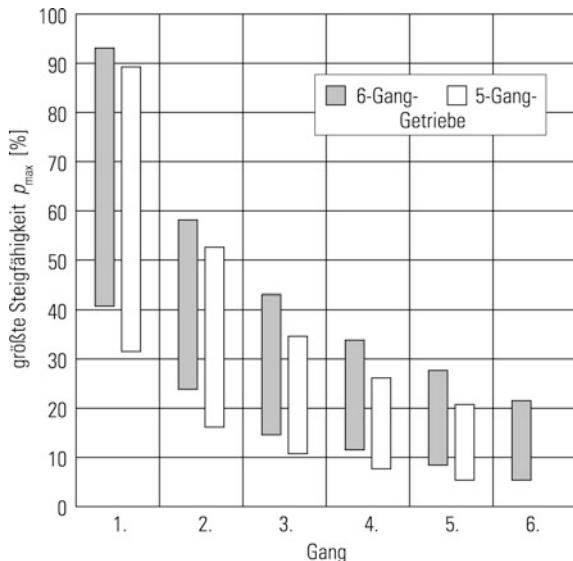
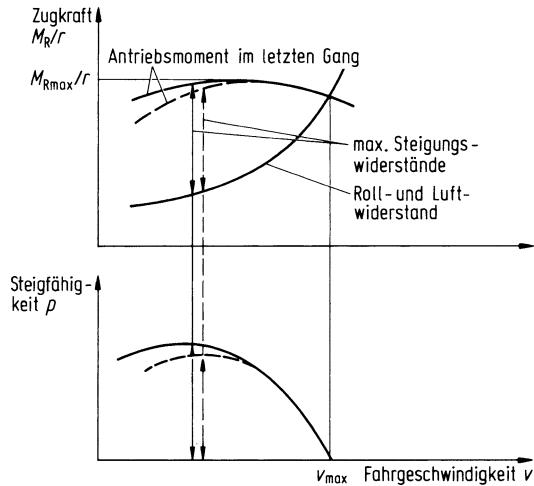


Abb. 7.8 Einfluss des Drehmomentenverlaufes links vom Maximum $M_{R\max}$ auf die Steigungsfähigkeit



ermöglicht gegenüber dem mit der gestrichelten das Befahren einer höheren Steigung und ist deshalb der bessere, weil er dem Fahrer in manchen Steigungen ein Zurückschalten erspart. Dies zeigt die Bedeutung des Momentenverlaufs links vom Maximum. Am deutlichsten wirkt sich das dort aus, wo der Luftwiderstand eine große Rolle spielt, also im höchsten Gang. (Genauer gesagt: in dem Gang, in dem die höchste Fahrgeschwindigkeit erzielt wird.) Die Größe der in diesem Gang befahrbaren Steigung kann näherungsweise berechnet werden [FLOE50]: Für die Höchstgeschwindigkeit gilt nach (7.6) (vereinfachend Fall 1 aus Abb. 7.4 angenommen)

$$i_K(v_{\max}) \eta_K M_M(P_{\max}) = \left[f_R G + (\rho/2) c_W A v_{\max}^2 \right] r.$$

Entsprechend gilt beim maximalen Motormoment $M_{M\max}$ und der befahrbaren Steigung p

$$i_K(v_{\max}) \eta_K M_{M\max} = \left[(f_R + p) G + (\rho/2) c_W A v_{\max}^2 \right] r.$$

p ergibt sich aus der Differenz der beiden Gleichungen zu

$$\begin{aligned} p &= f_R \left[\frac{M_{M\max}}{M_M(P_{M\max})} - 1 \right] + \frac{\rho}{2} \frac{c_W A}{G} v_{\max}^2 \\ &\quad \cdot \left\{ \left[\frac{M_{M\max}}{M_M(P_{M\max})} - 1 \right] + \left[1 - \frac{n_M^2(M_{M\max})}{n_M^2(P_{M\max})} \right] \right\} \end{aligned} \quad (7.14)$$

Dabei wurden der Schlupf und der Unterschied zwischen den Größen R_0 und r vernachlässigt sowie die Fahrgeschwindigkeiten v proportional den Motordrehzahlen n_M gesetzt.

Zusatzinformation

Folgende Beispiele zeigen die Anwendung und die Bedeutung der Gl. (7.14):

1. Für einen Pkw mit den Werten (s. Abb. 7.2)

$$v_{\max} = 50 \text{ m/s} = 180 \text{ km/h}, f_R = 0,01, \frac{c_W A}{m} = \frac{0,54}{1000} \frac{\text{m}^2}{\text{kg}} \quad \text{mit} \quad \eta_K = 0,9,$$

und mit einem Ottomotor nach Tab. 6.3

$$M_{M\max}/M_M(P_{M\max}) = 1,15, n_M(P_{M\max})/n_M(M_{M\max}) = 1,38$$

ist

$$p = 0,01 [0,15] + 0,075 \{[0,15] + [0,47]\} = 0,0015 + 0,0113 + 0,0353 \approx 0,05.$$

Danach kann also dieses Fahrzeug im letzten Gang eine 5 %ige Steigung befahren (wegen Abb. 7.8 sogar etwas mehr), und die Fahrgeschwindigkeit fällt dabei auf $v = v_{\max}/1,38 \approx 130 \text{ km/h}$ ab.

Das Zahlenbeispiel verdeutlicht, dass hauptsächlich der dritte Summand, d. h. neben $(c_W A/G)v_{\max}^2$ hauptsächlich das Drehzahlverhältnis $n_M(P_{M\max})/n_M(M_{M\max})$ und weniger das Momentenverhältnis $M_{M\max}/M_M(P_{M\max})$, maßgebend ist.

2. Für einen Lkw-Zug mit den Werten (s. Abb. 5.5b)

$$v_{\max} = 22 \text{ m/s} = 80 \text{ km/h}, f_R = 0,0075, c_W A/G = 1,6 \cdot 10^{-5} \frac{\text{m}^2}{\text{N}}$$

und mit einem Dieselmotor nach Tab. 6.3

$$M_{M\max}/M_M(P_{M\max}) = 1,27, n_M(P_{M\max})/n_M(M_{M\max}) = 1,78,$$

ist

$$p = 0,0075 [0,27] + 4,8 \cdot 10^{-3} \{[0,27] + [0,68]\} = 0,0020 + 0,0013 + 0,0033 \approx 0,0065.$$

Die Steigfähigkeit im letzten Gang für den Lkw-Zug ist verschwindend gering, sodass, um nennenswerte Steigungen zu befahren, immer zurückgeschaltet werden muss. Damit spielt auch die Motorkennung keine große Rolle.

Für ein schnelles Kraftfahrzeug (Pkw) ist ein Motor dann gut, wenn die Drehzahlen für maximale Leistung und für maximales Moment weit auseinander liegen. Weiterhin sollte, wie oben in Abb. 7.8 festgestellt, das Moment links vom Maximum wenig abfallen. Einen Motor mit diesen Eigenschaften nennt man elastisch. Im Fahrbetrieb wirkt sich die Elastizität des Motors nur dann aus, wenn der Faktor $(c_W A/G)v_{\max}^2$ vor der geschweiften Klammer in (7.14) groß ist. Ihn könnte man als Fahrzeugelastizität bezeichnen. Je kleiner bei Pkw dieser Faktor ist, d. h. je kleiner $c_W A$ ist und je größer G und v_{\max} sind, um so unelastischer ist das Fahrzeug, der Fahrer muss schon bei einer kleineren Steigung zurückschalten.

7.3.2 Größte Steigungsfähigkeit, größte Übersetzung, Spreizung

Die größte Steigung p_{\max} wird im ersten Gang, d. h., bei der größten Übersetzung $i_{K\max}$, und bei Vollast erreicht, oder umgekehrt, $i_{K\max}$ wird so ausgelegt, dass eine bestimmte Steigung p_{\max} befahren bzw. auf ihr angefahren werden kann. Aus (7.13), in der der Luftwiderstand F_{Lx} wegen der geringen Fahrgeschwindigkeit vernachlässigt wird, folgt

$$p_{\max} = \frac{Z_{\max}}{G} - f_R. \quad (7.15)$$

Z_{\max} bzw. $M_{R\max}$ wiederum ergibt sich aus dem maximalen Motormoment $M_{M\max}$, der größten Übersetzung $i_{K\max}$ und dem Wirkungsgrad η_K der Momentenübertragung bis zum Rad nach (7.2)

$$M_{R\max} = i_{K\max} \eta_K M_{M\max}.$$

Aus beiden Gleichungen folgt bei gegebenen Fahrzeug- und Motordaten die maximale Steigungsfähigkeit zu

$$p_{\max} = i_{K\max} \eta_K \frac{M_{M\max}}{rG} - f_R, \quad (7.16)$$

oder die maximale Übersetzung ermittelt sich bei gegebenem p_{\max} zu

$$i_{K\max} = \frac{(f_R + p_{\max}) G r}{\eta_K M_{M\max}}. \quad (7.17)$$

Die erforderliche maximale Steigungsfähigkeit für Solo-Pkw ergibt sich (mit einer Reserve für das Anfahren) aus der höchsten Steigung auf Bergstraßen (Alpenpässe, s. Tab. 5.1). Vollbeladene schwere Nutzfahrzeugzüge können und dürfen auch nicht die steilsten Passstraßen befahren. Dies gilt auch für Pkw mit (Wohn-) Anhängern, nach dem Beispiel in Abb. 7.6 sind es nur 13,5 %. Anhaltswerte für $i_{K\max}$ gibt Abb. 7.16.

Die in der maximalen Steigung erzielte Fahrgeschwindigkeit ist nach (2.17) und (7.4) sowie (7.17)

$$v(p_{\max}) = \frac{R \dot{\phi}_M(M_{M\max})}{i_{K\max}} = \frac{R}{r} \frac{\dot{\phi}_M(M_{M\max}) \eta_K M_{M\max}}{(f_R + p_{\max}) G} \quad (7.18a)$$

bzw. mit den in Tab. 5.2 verwendeten Einheiten

$$\begin{aligned} \frac{v(p_{\max})}{\text{km/h}} &= \frac{1}{2,65 i_{K\max}} \frac{R}{m} \frac{n_M(M_{M\max})}{1/\text{min}} \\ &= \frac{\eta_K}{2,65 (f_R + p_{\max})} \frac{R}{r} \frac{M_{M\max}}{\text{Nm}} \frac{n_M(M_{M\max})}{1/\text{min}} \frac{N}{G} \end{aligned} \quad (7.18b)$$

Da bei großen Steigungen nach Abb. 7.6 auch die Umfangskräfte an den Antriebsrädern groß sind, muss der Reifenschlupf durch $R = R_0(1 - S)$ berücksichtigt werden, der exakt aus dem entsprechenden Reifendiagramm zu entnehmen ist.

Zusatzinformation

Folgende Zahlenbeispiele zeigen die Anwendung:

1. Für einen beladenen Pkw seien

$$\begin{aligned} p_{\max} &= 0,30 \text{ (30 \%}), \quad r = 0,3 \text{ m}, \quad G = 12.260 \text{ N}, \quad f_R = 0,01, \\ M_{M\max} &= 87 \text{ Nm}, \quad n_M(M_{M\max}) = 3500 \text{ 1/min}, \quad \eta_K = 0,85, \\ i_{K\max} &= \frac{(0,01 + 0,30) \cdot 12.260 \cdot 0,3}{0,85 \cdot 87} = 15,42 \end{aligned}$$

Die Fahrgeschwindigkeit beträgt bei der maximalen Steigung und bei einem geschätzten Schlupf von $S = 0,15$ und mit $R_0 = 0,3 \text{ m}$

$$v = 0,85 \frac{0,3 \cdot 3500}{2,65 \cdot 15,42} = 21,8 \text{ km/h.}$$

2. Für einen beladenen Lkw mit Anhänger mit $G = 380.000 \text{ N}$, $\eta_K = 0,82$,

$$r = 0,52 \text{ m}, \quad M_{M\max} = 832 \text{ Nm}, \quad n_M(M_{M\max}) = 1500 \text{ 1/min}$$

bei gleichem f_R und η_K , aber $p_{\max} = 0,15$ (15 %) wird

$$i_{K\max} = \frac{(0,01 + 0,15) \cdot 380.000 \cdot 0,52}{0,82 \cdot 832} = 46,3.$$

Die Fahrgeschwindigkeit bei der maximalen Steigung beträgt mit $S = 0,15$, $R_0 \approx r$

$$v = \frac{0,85 \cdot 0,52 \cdot 1500}{2,65 \cdot 46,3} = 5,4 \text{ km/h.}$$

Das Verhältnis der maximalen zur minimalen Übersetzung nennt man

$$\text{Spreizung oder Wandlungsbereich} = \frac{i_{K\max}}{i_{K\min}}. \quad (7.19)$$

Zusatzinformation

Er kann nun errechnet werden. Bei Getrieben ohne Spargang, mit denen im letzten Gang, also bei minimaler Übersetzung, die größte Höchstgeschwindigkeit – s. Fall 1 in Abb. 7.8 – erreicht wird, ist $i_K(v_{\max}) = i_{K\min}$. Die Momentengleichungen lauten

$$M_R(v_{\max}) = i_{K\min} \eta_K M_M(P_{M\max}) = (F_R + F_{Lx\max})r = \left(f_R G + \frac{\rho}{2} c_W A v_{\max}^2 \right) r,$$

$$M_{R\max} = i_{K\max} \eta_K M_{M\max} = (F_R + F_{St\max})r \approx p_{\max} Gr.$$

Das Übersetzungsverhältnis ergibt sich dann bei gleichem η_K

$$\frac{i_{K\max}}{i_{K\min}} = \frac{F_R + F_{St\max}}{F_R + F_{Lx\max}} \cdot \frac{M_M(P_{M\max})}{M_{M\max}} \equiv \text{Spreizung.}$$

Wird das Momentenverhältnis des Motors zu eins gesetzt, d. h. die Momentenüberhöhung nach Tab. 6.3 nicht berücksichtigt, ist

$$\frac{i_{K\max}}{i_{K\min}} \approx \frac{p_{\max}}{f_R + \frac{\rho}{2} \frac{c_w A}{G} v_{\max}^2}$$

Bei Nutzfahrzeugen ist gegenüber den Pkw der Bereich der Übersetzungen wesentlich größer. Dies liegt letztlich an der relativ kleinen maximalen Geschwindigkeit v_{\max} oder, anders ausgedrückt, an dem verhältnismäßig kleinen Luftwiderstand F_{Lx} gegenüber den gewichtsabhängigen Widerständen F_R und F_{St} .

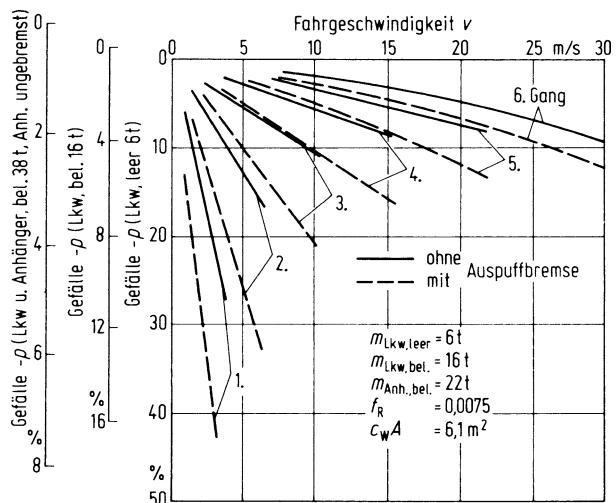
Bei Pkw ist mit dem o. g. $i_{K\max} = 15,42$ und dem in Abschn. 7.2 berechneten mittleren $i_{K\max} = i_{K\min} \approx 4$, die Spreizung $i_{K\max}/i_{K\min} \approx 3,9$, bei Lkw mit Anhänger und den entsprechenden Zahlen 7,6.

7.4 Gefällefahrt

Die Fahrt im Gefälle, bei der die Antriebsmaschine – nicht die Bremsen! – das Fahrzeug bei konstanter Geschwindigkeit hält, entspricht der Steigungsfahrt, nur dass jetzt negative p -Werte und damit negative Zugkräfte Z bzw. Leistungen P_R betrachtet werden müssen.

Die Gefälle-Geschwindigkeits-Funktion für einen Pkw kann aus der Abb. 7.6 entnommen werden. In Abb. 7.9 ist diese Funktion für Nutzfahrzeuge, Lkw leer und beladen sowie beladene Lkw + Anhänger aufgetragen. Weiterhin wurde zwischen „mit“ und „ohne Auspuffbremse“ (s. Abschn. 6.2.3) unterschieden. Daraus erkennt man, dass mit Auspuffbremse nicht nur ein stärkeres Gefälle, sondern ein bestimmtes Gefälle in dem nächst höheren Gang und damit auch mit einer höheren Geschwindigkeit befahren werden kann. Das

Abb. 7.9 Befahrbares Gefälle als Funktion der Geschwindigkeit für Nutzfahrzeuge mit und ohne Auspuffbremse



heißt, die Auspuffbremse schont nicht nur die Reibungsbremse, sondern sie ermöglicht auch eine höhere Durchschnittsgeschwindigkeit.

7.5 Beschleunigungsfähigkeit in der Ebene

Aus (5.27) und (5.28) ergibt sich für die Fahrt in der Ebene ($F_{St} = 0$) die Beschleunigung \ddot{x} bezogen auf die Erdbeschleunigung g zu

$$\frac{\ddot{x}}{g} = \frac{Z - (F_R + F_{Lx})}{\lambda G}. \quad (7.20)$$

Da die Überschusszugkraft $Z - (F_R + F_{Lx})$ im Allgemeinen von der Fahrgeschwindigkeit abhängt, besonders deutlich für den Fall der Vollast aus Abb. 7.1g zu erkennen, ist auch \ddot{x} eine Funktion von v .

Im Nenner steht der Faktor λ , der nach (5.26) die rotatorisch zu beschleunigenden Massen berücksichtigt. Für den Spezialfall $\lambda = 1$ (rotatorische Massen sind Null bzw. vernachlässigbar klein) ergibt sich durch Vergleich der Gl. (7.20) mit (7.12)

$$\frac{\ddot{x}}{g}(\lambda = 1) = p, \quad (7.21)$$

d. h., die Größe der bezogenen Beschleunigung ist gleich der zu befahrenden Steigung. Eine Steigung von z. B. $p = 0,1 = 10\%$ entspricht einer Beschleunigung in der Ebene von $\ddot{x} = 0,1 \cdot g$ (gleich 10 % der Erdbeschleunigung). Damit wäre an die Ordinaten der Abb. 7.6 statt Steigung (bzw. Gefälle) p einfach die bezogene Beschleunigung (bzw. Verzögerung) \ddot{x}/g zu setzen. Es ergeben sich so die ausgezogenen Kurven der Abb. 7.10.

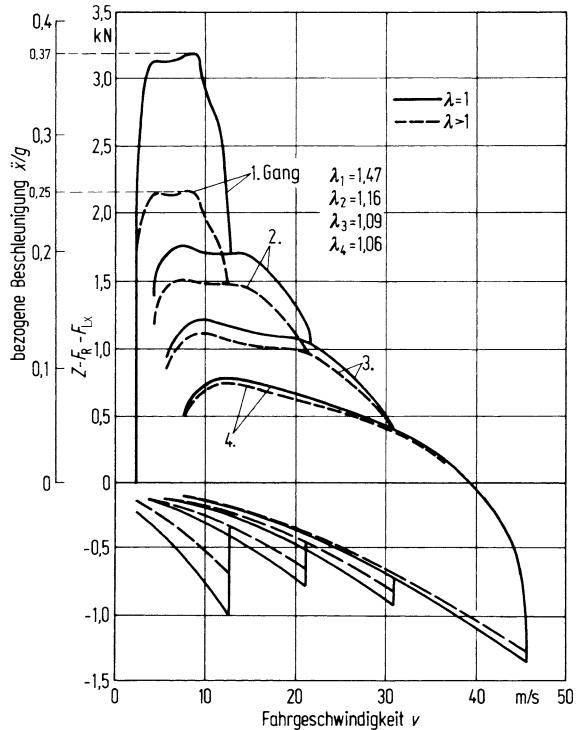
Da nach Abschn. 5.4 aber $\lambda > 1$, gilt nicht mehr (7.21), sondern

$$\frac{\ddot{x}}{g} = \frac{p}{\lambda} < p. \quad (7.22)$$

Außerdem ist λ bei Verbrennungsmotoren mit den notwendigerweise nachgeschalteten Drehmomentenwandlern nicht konstant, sondern mit der Übersetzung der Wandler veränderlich. In Abb. 7.10 sind für das vierstufige Schaltgetriebe die für jede Stufe voneinander verschiedenen λ -Werte mit berücksichtigt. Hieraus ist zu erkennen, dass im letzten, im vierten Gang der Einfluss von λ sehr gering ist, also fast (7.21) gilt, während im ersten Gang die Beschleunigung wesentlich kleiner ist, als aus der Überschusszugkraft bzw. aus der Steifigkeit oder der Kurve für $\lambda = 1$ zu erwarten wäre.

Deshalb wird der erste Gang im Allgemeinen nicht nach der Beschleunigungsfähigkeit, sondern nach der Steifigkeit (s. Abschn. 7.3) ausgelegt.

Abb. 7.10 Beschleunigungsfähigkeit eines Pkw mit ($\lambda > 1$) und ohne ($\lambda = 1$) Berücksichtigung der rotatorischen Massen über der Fahrgeschwindigkeit (Daten s. Abb. 5.5a)



7.5.1 Geschwindigkeiten, Wege, Zeiten

Wie schon gesagt und aus Abb. 7.10 zu erkennen, ist die bei Volllast maximal mögliche Beschleunigung nicht konstant, sondern eine Funktion der Geschwindigkeit v

$$\ddot{x} = \frac{d\dot{x}}{dt} = \frac{dv}{dt} = \ddot{x}(v). \quad (7.23)$$

Die Angabe eines Beschleunigungswertes ist also wenig sinnvoll und darum auch nicht gebräuchlich. Man macht vielmehr Pauschalangaben wie: Das Fahrzeug beschleunigt unter Volllast von 0 auf 100 km/h in 8,7 s, oder: Eine Strecke von 1 km Länge wurde vom Stand aus in 30 s zurückgelegt. Wie man solche Werte berechnet, wird im Folgenden gezeigt.

Nach (7.23) ist der Zusammenhang zwischen der Zeit und der Geschwindigkeit

$$t = \int \frac{dv}{\ddot{x}(v)} + c_1 \quad (7.24a)$$

und daraus ergibt sich die Zeitdauer Δt zur Beschleunigung des Fahrzeuges von v_1 auf v_2

$$\Delta t = \int_{v_1}^{v_2} \frac{dv}{\ddot{x}(v)}. \quad (7.24b)$$

Den Verlauf von $t(v)$ zeigt Abb. 7.11c. Er wurde gewonnen über $\ddot{x} = \ddot{x}(v)$ nach Abb. 7.11a. Im ersten Bereich „Anfahren im ersten Gang“ wird gekuppelt (Drehzahllücke geschlossen), die Beschleunigung sei konstant, und in den folgenden Bereichen wird in den einzelnen Gängen des Vierganggetriebes gefahren. Dabei sind die Umschaltpunkte so festgelegt, dass jeweils in dem Gang mit der größten Beschleunigungsfähigkeit gefahren wird. Außerdem sind hier zur Vereinfachung keine Schaltpausen angenommen. In Abb. 7.11b ist die reziproke Funktion aufgetragen, die schließlich nach (7.24a) integriert den Geschwindigkeits-Zeit-Verlauf in Abb. 7.11c ergibt. Daraus kann man die erste der o. g. Pauschalangaben beantworten: Der (schwach motorisierte) Pkw beschleunigt von 0 auf 100 km/h in 18 s. Die Beschleunigungsdauern einiger Pkw sind aus Abb. 7.13 zu entnehmen.

Der Weg-Zeit-Verlauf ergibt sich durch Integration von $v = dx/dt$ zu

$$x = \int v dt + c_2 \quad (7.25a)$$

bzw. die Wegstrecke Δx zwischen den Zeiten t_1 und t_2 zu

$$\Delta x = \int_{t_1}^{t_2} v dt. \quad (7.25b)$$

Den Weg-Zeit-Verlauf zeigt Abb. 7.11d der aus Abb. 7.11c hervorgeht. Die Steigung für große Werte nähert sich asymptotisch an v_{\max} . Aus diesem Diagramm kann man die zweite der o. g. Pauschalangaben beantworten: Der Pkw legt 1000 m vom Stand aus in 40 s zurück.

Man kann auch den Geschwindigkeits-Weg-Verlauf ableiten (z. B. zur Beantwortung der Frage, welcher Weg vom Anfahren bis zum Erreichen einer bestimmten Geschwindigkeit zurückgelegt wird). Ausgehend von (7.23), über

$$\ddot{x}(v) = \ddot{x} = \frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dx} \frac{dx}{dt} = v \frac{dv}{dx},$$

errechnet sich der Weg zu

$$x = \int \frac{v}{\ddot{x}(v)} dv + c_3 \quad (7.26a)$$

bzw. die Wegstrecke für eine Geschwindigkeitsdifferenz

$$\Delta x = \int_{v_1}^{v_2} \frac{v}{\ddot{x}(v)} dv. \quad (7.26b)$$

Die Abb. 7.11e und f zeigen dies in Diagrammen. Danach legt der Pkw beim Beschleunigen von 0 auf 100 km/h ungefähr 280 m zurück.

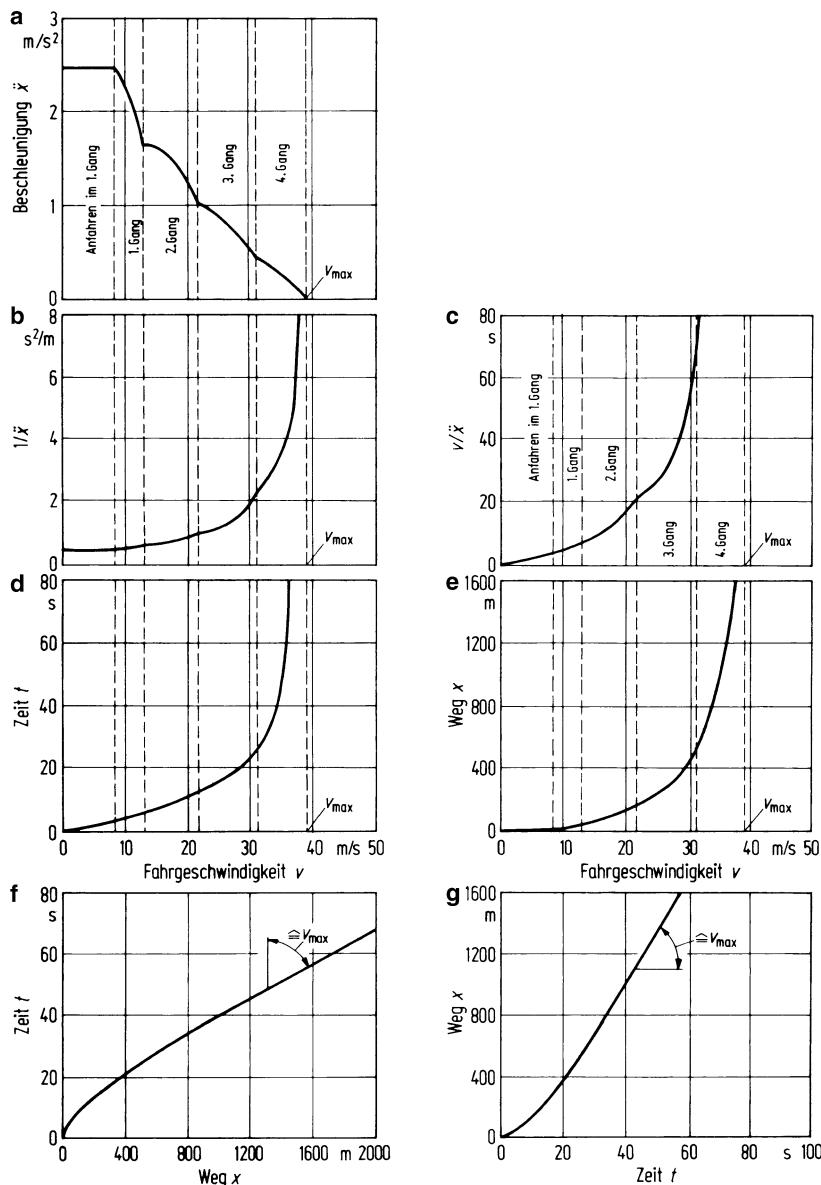


Abb. 7.11 a–g Beispiel für Geschwindigkeiten, Wege und Zeiten beim Beschleunigungsvorgang.
a Beschleunigung \ddot{x} über Fahrgeschwindigkeit v (vgl. Abb. 7.10 für $\lambda > 1$), **b** Reziproker Wert der Beschleunigung zur Integration von **c** Zeit t über der Geschwindigkeit v und **d** Zeit t über Weg x ; **e** v/\ddot{x} zur Integration von **f** Weg x über der Geschwindigkeit v und **g** Weg x über der Zeit t

Aus Abb. 7.11f ist wieder die Weg-Zeit-Funktion über

$$\frac{dx}{dt} = v(x),$$

$$t = \int \frac{dx}{v(x)} + c_4 \quad (7.27a)$$

bzw. die Zeitdauer

$$\Delta t = \int_{x_1}^{x_2} \frac{dx}{v(x)} \quad (7.27b)$$

zu gewinnen, was in Abb. 7.11g dargestellt ist.

7.5.2 Einflüsse auf die Beschleunigungsfähigkeit

Nun werden die Kenntnisse des vorangegangenen Unterabschnittes auf Beispieldfahrzeuge mit verschiedenen Antriebsaggregaten angewendet, deren ideale Lieferkennfelder nach Abschn. 6.1 durch verschiedene Haftbeiwerte und verschiedene hohe konstante Leistungen begrenzt sind.

In Abb. 7.12a ist die Widerstandslinie eines Fahrzeuges bestimmten Gewichtes, Roll- und Luftwiderstandes gezeichnet. Dieses Fahrzeug wird mit zwei verschiedenen Antriebsaggregaten ausgerüstet, mit dem als A bezeichneten, das eine Maximalgeschwindigkeit von $v_{max} = 50 \text{ m/s} = 180 \text{ km/h}$ ergibt, und mit dem Aggregat C, das $v_{max} = 40 \text{ m/s} = 144 \text{ km/h}$ ermöglicht. Die Kraftschlussgrenze ist gleich.

Für eine weitere Variante B ist eine niedrigere Kraftschlussgrenze (entweder ist der Haftbeiwert μ_h oder die Vertikallast der Antriebsachse kleiner) bei einer sonst gleichen Leistung wie A (und damit gleicher Höchstgeschwindigkeit) angenommen.

Über die Abb. 7.12b und c wird wie in Abschn. 7.5.1 beschrieben, das Geschwindigkeits-Zeit-Schaubild 7.12d gewonnen, dem folgende grundsätzliche Aussagen zu entnehmen sind:

Die Geschwindigkeits-Zeit-Kurven nähern sich dem Asymptotenwert v_{max} an. Da dieser für A höher liegt als für C, beschleunigt deshalb auch Fahrzeug A besser als Fahrzeug C. Damit erhält man das erste grundsätzliche Ergebnis: Ein Fahrzeug, dessen Leistung für eine hohe Endgeschwindigkeit ausgelegt ist, beschleunigt auch gut und umgekehrt. Diese Aussage, gewonnen für Fahrzeuge mit idealen Antriebsaggregaten, gilt auch für Pkw mit Verbrennungsmotor und Stufengetriebe. Nach Abb. 7.13 ist die Beschleunigungsduer für alle drei Geschwindigkeitsbereiche umso kleiner, je höher die auf die Fahrzeugmasse bezogene maximale Motorleistung und die Höchstgeschwindigkeit sind.

Zusatzinformation

Einzuschränken ist diese Aussage für Antriebsaggregate, deren maximale Leistungsabgabe noch von der Zeit abhängt. Beim elektrischen Antrieb z. B. wurde in Abschn. 6.2.2 zwischen Dauerleistung

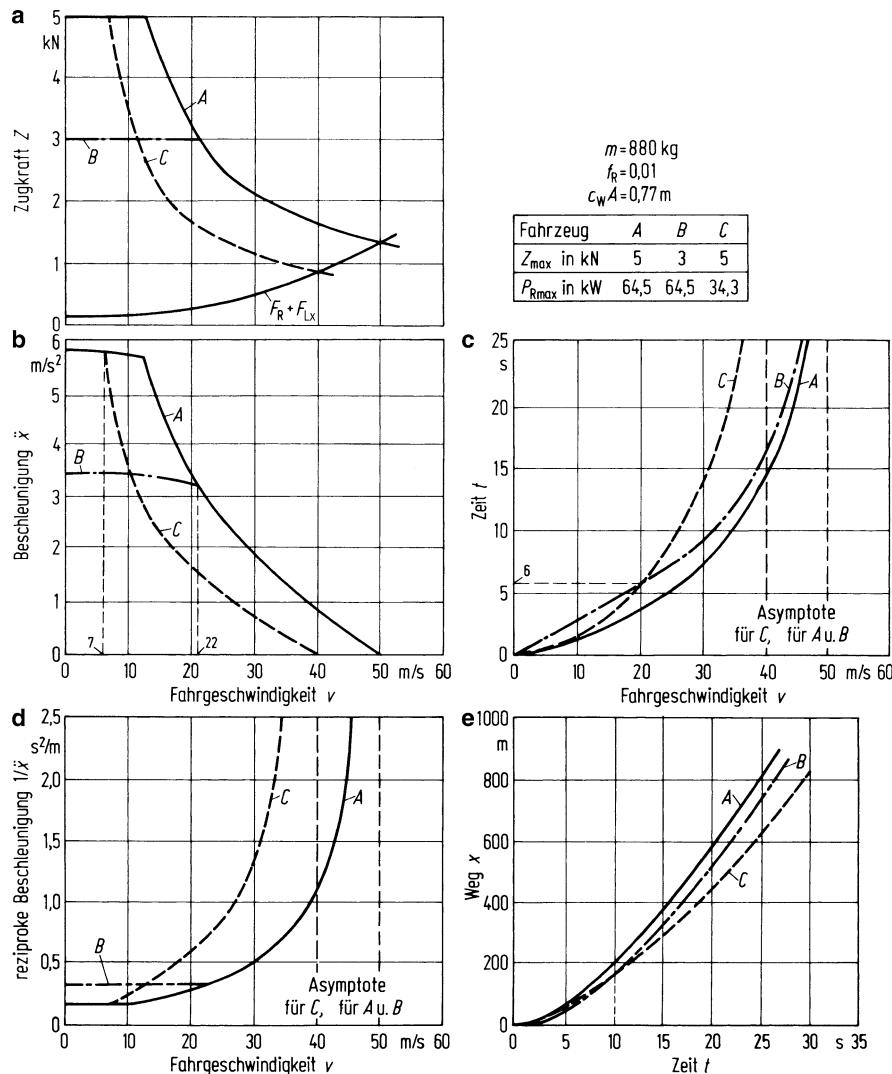


Abb. 7.12 Geschwindigkeiten, Wege und Zeiten für drei Beispiele idealer Zugkraftkennlinien.
a Zugkraft Z , **b** Beschleunigung \ddot{x} , **c** reziproke Beschleunigung $1/\ddot{x}$ und **d** Zeit t über der Fahrgeschwindigkeit v , **e** Weg x über Zeit t

und kurzzeitig zur Verfügung stehender Leistung unterschieden. Die Dauer- bzw. Stundenleistung bestimmt bei der dann notwendigen hohen Drehzahl die Maximalgeschwindigkeit, während die höhere Anfahrleistung bei den kleineren Drehzahlen eine hohe Beschleunigung ermöglicht. Außerdem gibt es einzelne Versuchsfahrzeuge, bei denen die Bremsenergie in Hydrospeichern oder Schwungrädern gespeichert wird. Auch hier steht kurzzeitig eine höhere Leistung für die Beschleunigung zur Verfügung. Beim aufgeladenen Verbrennungsmotor liegt der umgekehrte Fall vor. Während bei Fahrt

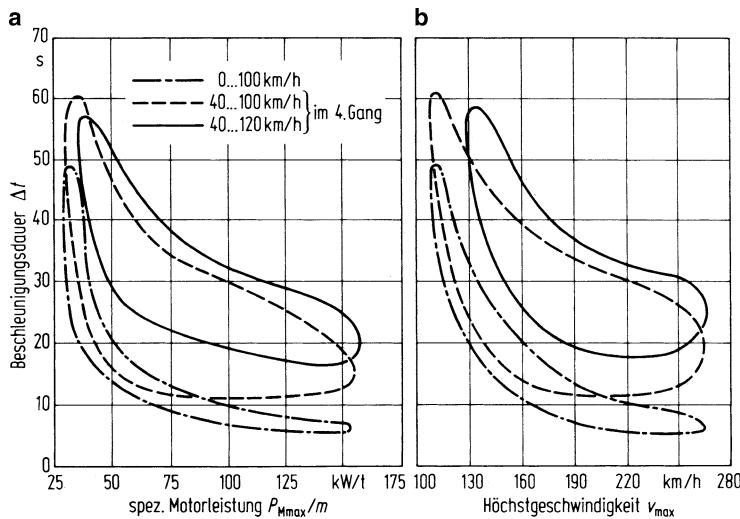


Abb. 7.13 Streubereiche der Beschleunigungsdauern von Pkw (Baujahr 1975 bis 1979) in Abhängigkeit **a** von der spez. Motorleistung, **b** von der Höchstgeschwindigkeit

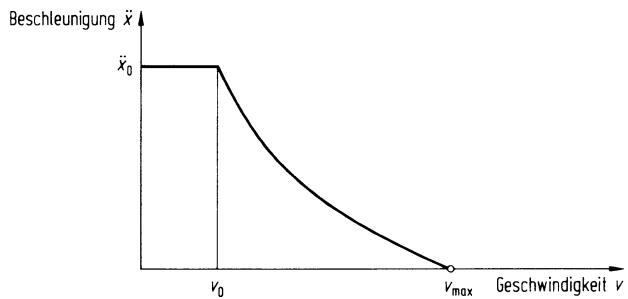
mit konstanter Geschwindigkeit und damit konstanter Motordrehzahl eine hohe Leistung bereitsteht, ist sie beim Beschleunigen kleiner, weil die vom Ladeaggregat in die Zylinder zu liefernde verdichtete Luft der Drehzahlerhöhung „nachhinkt“.

Zurückkommend auf die Fahrzeuge A und C gibt es nach Abb. 7.12b für den kleinen Geschwindigkeitsbereich von 0 bis 7 m/s keine Beschleunigungsunterschiede, weil hier nicht die Leistung, sondern die Kraftschlussgrenze maßgebend ist. Und die ist bei beiden gleich.

Vergleicht man die Beschleunigungen der Fahrzeuge A und B, so sind diese im Geschwindigkeitsbereich zwischen 22 und 50 m/s völlig gleich, zwischen 0 und 22 m/s sind sie wegen der unterschiedlichen Kraftschlussgrenze verschieden. Das Fahrzeug B beschleunigt aus kleineren Geschwindigkeiten langsamer als Fahrzeug A.

Vergleicht man nun noch B und C, also Fahrzeuge mit unterschiedlichen Kraftschlussgrenzen und maximalen Leistungen, so ist Fahrzeug C mit der höheren Kraftschlussgrenze im Bereich kleiner Geschwindigkeiten Fahrzeug B überlegen, während bei höherer Geschwindigkeit das leistungsstärkere Fahrzeug B besser wird. Aus den Abb. 7.12d und e kann man ablesen, dass die beiden Fahrzeuge nach knapp 6 s die gleiche Geschwindigkeit erreichen, aber erst nach 10 s den gleichen Weg zurückgelegt haben. Oder anders ausgedrückt: Beide Fahrzeuge beschleunigen von 0 bis 20 m/s in etwa der gleichen Zeit, nämlich in 6 s, dennoch – vielleicht zunächst überraschend – hat der Wagen C dabei eine hier um 25 m größere Wegstrecke zurückgelegt. Dann holt aber Fahrzeug B auf und überholt C nach weiteren 4 s.

Abb. 7.14 Zur Berechnung der Beschleunigungsduer



Zusatzinformation

Nach den Aussagen an speziellen Beispielen soll der Zusammenhang zwischen Beschleunigungsduer und Antriebskennung anhand der Abb. 7.14 formelmäßig aufgezeigt werden [JANT74]

1. Im Geschwindigkeitsbereich $0 \leq v \leq v_0$ ist die Kraftschlussgrenze maßgebend. Wird deren Geschwindigkeitsabhängigkeit vernachlässigt, so ist die Beschleunigung $\ddot{x} = \ddot{x}_0 = \text{const}$ und mit (7.20) und (6.3)

$$\frac{\ddot{x}_0}{g} = \frac{\mu_h \sum_{j=1}^m F_{zj} - (F_R + F_{Lx})}{\lambda G}$$

Werden Roll- und Luftwiderstand vernachlässigt, was in diesem Geschwindigkeitsbereich zulässig ist, sowie $\lambda = 1$ gesetzt, so ist

$$\frac{\ddot{x}_0}{g} \approx \frac{\mu_h \sum_{j=1}^m F_{zj}}{G}$$

Bei idealem Allradantrieb ist $\sum_{j=1}^m F_{zj} = G$, s. Abschn. 6.1, Absatz 3 und damit

$$\frac{\ddot{x}_0}{g} = \mu_h . \quad (7.28)$$

Bei Vorderachsanztrieb ist nach Tab. 8.1 $\sum_{j=1}^m F_{zj} = F_{zV} \approx G(l_H/l) - (h/l)(\ddot{x}_0/g)$ und

$$\frac{\ddot{x}_0}{g} \approx \mu_h \frac{l_v / l}{1 + h / l} \quad (7.29)$$

sowie bei Hinterachsanztrieb $\sum_{j=1}^m F_{zj} = F_{zH} \approx G((l_v/l) + (h/l)(\ddot{x}_0/g))$ und

$$\frac{\ddot{x}_0}{g} \approx \mu_h \frac{l_v / l}{1 - h / l} . \quad (7.30)$$

Die Beschleunigungsduer in diesem Geschwindigkeitsbereich ist dann nach (7.24b)

$$\Delta t = \frac{v_0}{\ddot{x}_0} .$$

2. Im Geschwindigkeitsbereich $v_0 \leq v \leq v_{\max}$ ist die Leistungsgrenze maßgebend. Mit einer idealen Antriebskennung und bei Vernachlässigung des Antriebsschlupfes ist nach (6.1), (6.2), (5.33)

$$P_R = Zv = \text{const}$$

und die bezogene Beschleunigung

$$\frac{\ddot{x}}{g} = \frac{P_R/v - (F_R + F_{Lx})}{\lambda G}$$

bzw. bei Einführung der Motorleistung P_M und des Kennungswandlerwirkungsgrades η_K

$$\frac{\ddot{x}}{g} = \frac{1}{\lambda} \left(\eta_K \frac{P_M}{G} \frac{1}{v} - f_R - \frac{\rho c_w A}{2} v^2 \right). \quad (7.31)$$

Danach erzielt ein Kraftfahrzeug hohe Beschleunigungen

- im Bereich der Kraftschlussgrenze durch großen Haftbeiwert μ_h zwischen Straße und Reifen und bei Einachsantrieb durch große Achslasten auf der Antriebsachse,
- im Bereich der Leistungsgrenze durch hohe auf das Gewicht bezogene Leistung P_R/G bzw. P_M/G (s. auch Abb. 7.13a) und durch kleine Roll- und Luftwiderstände.

7.5.3 Übersetzung der Zwischengänge

Bei einem Schaltgetriebe ist von den Gängen – wie in den Abschn. 7.2 und 7.3 geschildert – der letzte Gang durch die Vorgabe der Höchstgeschwindigkeit (bzw. beim Spargang durch den Kraftstoffverbrauch) und der erste meistens durch die Bergsteigfähigkeit bestimmt. Die Zwischengänge werden häufig nach der Beschleunigungsfähigkeit ausgelegt.

Einen Anhalt für deren Übersetzung kann man aus der Kurve 1'-2'-3-4-5 in Abb. 6.16c entnehmen. Diese Kurve ergab sich aus der Annahme, ein idealer Wandler verwirkliche die Volllastkurve des idealen Lieferkennfeldes 1-2-3-4-5 in Abb. 6.16b. Da mit der Volllastkurve auch die höchsten Beschleunigungen über den gesamten Geschwindigkeitsbereich von Null bis v_{\max} erzielt werden, gibt die Kurve 1'-2'-3-4-5 die Übersetzungen für die höchste Beschleunigungsfähigkeit an (Abb. 6.16c). Diese Kurven sind in Abb. 7.15a bis c nochmals dargestellt, wobei nur die Punkte maximaler Leistung $P_{M\max}$ und maximalen Motormomentes $M_{M\max}$ hervorgehoben wurden und wobei in Abb. 7.15b als linke Begrenzung die Radleistung für die Fahrt in der größten Steigung gezeichnet ist. In Abb. 7.15d ist die Radumdrehzahl n_R über der Motordrehzahl n_M aufgetragen (erhält man aus Abb. 7.15c), und in den Abb. 7.15b und e erkennt man das ideale Lieferkennfeld.

Nun zurück zu dem Stufengetriebe, z. B. zu einem Vierganggetriebe. Zunächst einmal soll in diesem Beispiel die Gesamtübersetzung des vierten Ganges durch die Höchstgeschwindigkeit in der Ebene bestimmt werden. Sie errechnet sich über (7.11) zu $i_4 \approx 3,8$, was gleich der kleinsten Übersetzung des idealen Wandlers ist. Dies ergibt den obersten

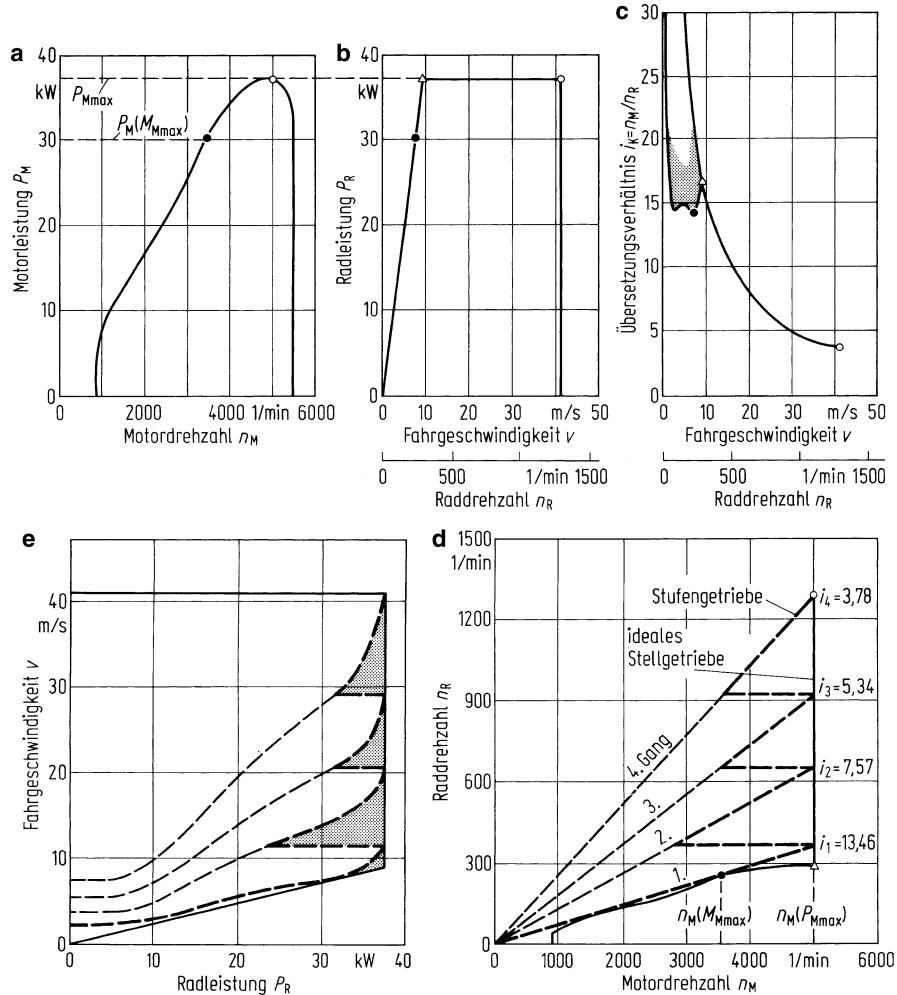


Abb. 7.15 a–e Zur Übersetzung der Zwischengänge, a bis c aus Abb. 6.16, d Rad- über Motordrehzahl für ideales Stell- und Vierganggetriebe, e Lieferkennfelder

Polstrahl in Abb. 7.15d. Der unterste Strahl stellt die Übersetzung des ersten Ganges dar; sie muss durch den Punkt $n_M(M_{M\max})$ für den idealen Wandler gehen, um die vorgegebene maximale Steigung befahren zu können, und beträgt $i_1 \approx 13,5$.

Zur Bestimmung der Übersetzung der Zwischengänge gibt es kein einfaches geschlossenes mathematisches Verfahren. Am besten ist es, iterativ vorzugehen, indem man zunächst auf die Auslegung ausgeführter Fahrzeuggetriebe (s. Abb. 7.16 und Tab. 7.1) zurückgreift und die Wirkung der gewählten Übersetzungen mithilfe eines Fahrzustandsschaubildes auf kurze Beschleunigungsduern überprüft (vgl. Abb. 7.11).

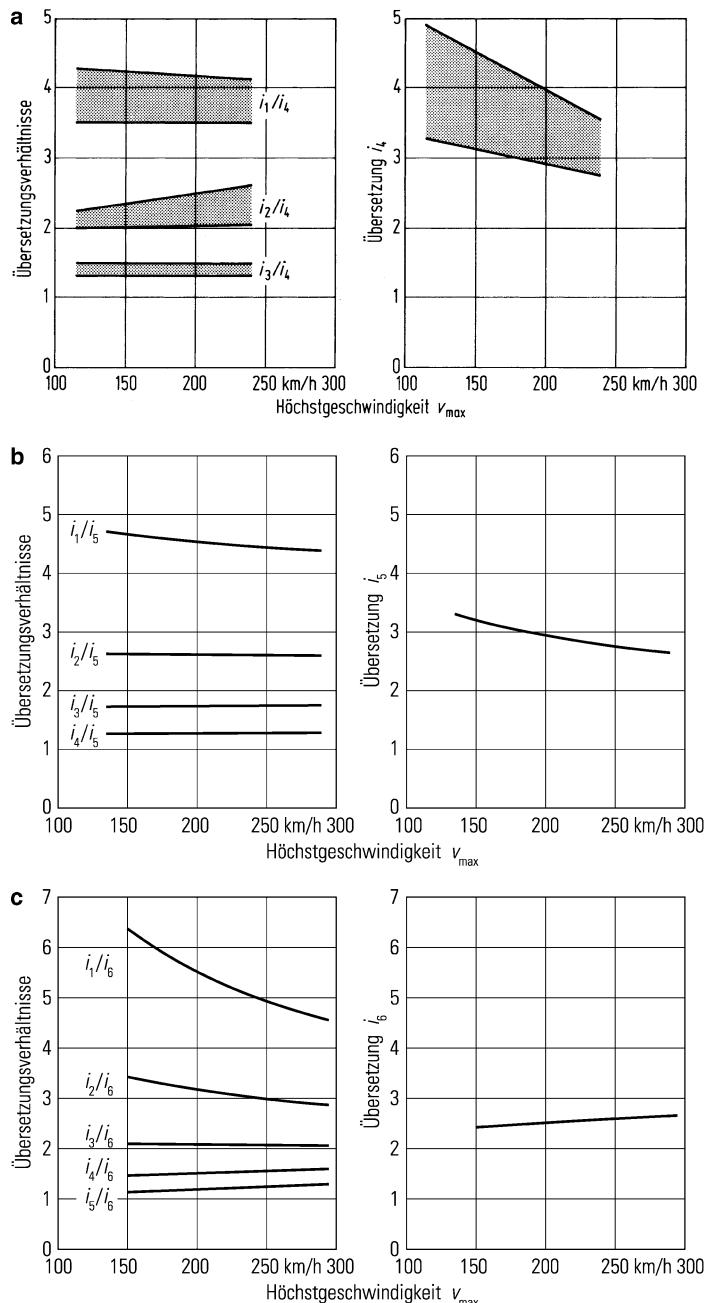


Abb. 7.16 a–c Übersetzungsverhältnisse in den einzelnen Gängen und Gesamtübersetzung im letzten Gang von Pkw in Abhängigkeit von der Höchstgeschwindigkeit. **a** Bereiche für Vierganggetriebe (Baujahr 1975 bis 1979), **b** und **c** Mittelkurven (Regressionsparabeln 2. Ordnung) für Fünf- und Sechsganggetriebe (Modelljahr 1998)

Tab. 7.1 Mittelwerte von Gesamtübersetzungen im größten Gang i_{\min} und Spreizung i_{\max}/i_{\min} einiger Nutzfahrzeuge. (In Klammern: Zahl der ausgewerteten Nutzfahrzeuge)

Nutzfahrzeuge	Gang-Zahl	i_{\min}	i_{\max}/i_{\min}
Lkw ohne Anhänger			
G_{zul} = 7,5 t	5	3,38 (7)	7,30 (7)
= 7,5 und 12 t	6	3,41 (3)	8,78 (7)
= 12 t	8	3,73 (1)	11,0 (2)
= 18 t	16		15,69 (4)
Sattel-Kfz			
G_{zul} = 40 t	12	3,42 (7)	13,26 (7)
	16	3,25 (10)	15,78 (10)

Zusatinformation

Aus Abb. 7.16 erhält man für einen Pkw mit Vierganggetriebe und $v_{\max} = 150 \text{ km/h}$ folgende mittleren Anhaltswerte $i_4 = 3,8$, $i_1 = i_1/i_4 \cdot i_4 = 3,76 \cdot 3,8 = 14,3$, $i_2 = i_2/i_4 \cdot i_4 = 2,16 \cdot 3,8 = 8,21$ und $i_3 = i_3/i_4 \cdot i_4 = 1,4 \cdot 3,8 = 5,32$. Die i_4 - und i_1 -Werte stimmen gut mit den oben genannten und alle i_{G_s} -Werte mit den ausgeführten Übersetzungen des Beispieldfahrzeugs (VW-Golf-Diesel: $i_4 = 3,78$, $i_1 = 13,46$, $i_2 = 7,57$, $i_3 = 5,34$) überein. Die letzteren wurden in Abb. 7.15d mit gestrichelten Linien eingezeichnet. Abbildung 7.15e zeigt das zugehörige Leistungs-Geschwindigkeits-Schaubild. Die schraffierte Felder sind die Lücken des Vierganggetriebes gegenüber dem idealen Wandler. Diese Lücken werden durch höhere Gangzahl verkleinert.

Moderne Pkw mit handgeschalteten Stufengetrieben (teilweise auch schon automatisiert) haben nur noch selten 4, überwiegend 5 oder 6 Vorwärtsgänge, s. Abb. 7.16. Anhaltswerte für Nutzfahrzeuge sind aus Tab. 7.1 zu entnehmen.

7.5.4 Zugkraftunterbrechung

Während des Schaltens mit Zugkraftunterbrechung, wie es normalerweise beim Übergang von einem zum anderen Gang beim Kraftfahrzeug geschieht, wirkt kein Antriebsmoment, sondern nur das Verlustmoment $M_R \text{ Verlust}$ in der Antriebsanlage und die Widerstände. Nach (5.28) und (7.1) gilt

$$-\frac{|M_R \text{ Verlust}|}{r} = \lambda G \frac{\ddot{x}}{g} + F_R + F_{Lx} + F_{St}.$$

Das Fahrzeug wird also während des Schaltens mit

$$\ddot{x} = \frac{dv}{dt} = \frac{1}{\lambda G/g} \left(\frac{|M_R \text{ Verlust}|}{r} + F_R + F_{Lx} + F_{St} \right) \quad (7.32a)$$

verzögert.

Tab. 7.2 Anhaltswerte für Schaltdauern (nach [MAIE41] und [HEBE01])

Art der Schaltung	Schaltdauern in s	
	Pkw	Lkw
nicht synchronisiert	Herunterschalten mit Zwischengas	1,8
	Hochschalten mit „Doppelkuppeln“	1,2
synchronisiert	Zwangssynchronisierung	0,7...0,8
	Synchronisierung ohne Sperrglied	0,8...1,2
Automatisierte Schaltgetriebe	Pkw	0,7
Formel 1		0,3
Doppelkupplungsgetriebe	Pkw	0,04 ÷ 0,14

Hier ist der Faktor $\lambda \approx 1$ zu setzen, da die Drehmassen des Motors, der während des Schaltens von der übrigen Antriebsanlage getrennt ist, nicht zu berücksichtigen sind. Vernachlässigt man weiterhin das Verlustmoment und betrachtet die Fahrt in der Ebene, so vereinfacht sich (7.32a) zu

$$\ddot{x} = \frac{dv}{dt} = -\frac{1}{G/g} \left(f_R G + \frac{\rho}{2} c_W A v^2 \right). \quad (7.32b)$$

Bei kleinen Geschwindigkeiten ist die Verzögerung wegen des zu vernachlässigenden Luftwiderstandes eine Konstante, bei höheren Geschwindigkeiten wird die Verzögerung immer größer. Darum sollte bei nicht zu hohen Geschwindigkeiten geschaltet werden.

Um den Geschwindigkeitsabfall

$$\Delta v = \int_0^{\Delta t} \ddot{x} dt \quad (7.33)$$

berechnen zu können, braucht man die Schaltdauer Δt . Anhaltswerte sind aus Tab. 7.2 zu entnehmen.

7.6 Kraftstoffverbrauch und CO₂-Ausstoß

Der Energieverbrauch eines Fahrzeuges ermittelt sich aus der Arbeit, d. h. aus dem Produkt der Fahrwiderstände mit dem zurückgelegten Weg unter Berücksichtigung des Gesamtwirkungsgrades der Antriebsanlage.

Im Folgenden wird der Kraftstoffverbrauch für die mit Verbrennungsmotoren angetriebenen Kraftfahrzeuge berechnet. Der Kraftstoffverbrauch ist gering zu halten,

- weil er zum einen die Höhe der Betriebskosten eines Fahrzeuges wesentlich mitbestimmt und
- weil er zum anderen – bei der heutigen Verwendung von kohlenstoffhaltigen Kraftstoffen – auch den klimaverändernden CO₂-Ausstoß verringert, s. Abschn. 6.4.3. Kraftstoffverbrauch und CO₂-Emission sind direkt proportional.

Zur Einführung wird, um das Wesentliche zu zeigen, von der einfachen Annahme, die Wirkungsgrade von Motor und Kennungswandler sind im gesamten Kennfeld konstant, ausgegangen. Später wird die Vereinfachung aufgegeben. Zunächst wird jeweils die Fahrt mit konstanter, danach die mit veränderlicher Geschwindigkeit betrachtet.

7.6.1 Wesentliche Einflüsse auf den Kraftstoffverbrauch

Die Arbeit W_R an den Antriebsrädern ergibt sich aus deren Leistung P_R , integriert über die Zeitdauer T zu

$$W_R = \int_0^T P_R dt. \quad (7.34)$$

Die Leistung an den Antriebsrädern ist nach (5.33) bei Vernachlässigung des Schlupfes ungefähr

$$P_R \approx Zv. \quad (7.35)$$

Der Zusammenhang zwischen der Arbeit W_R in J und der Kraftstoffmenge B in l errechnet sich über den unteren Heizwert H_u in J/l, den mittleren Wirkungsgrad des Verbrennungsmotors $\bar{\eta}_M$ und den mittleren Wirkungsgrad vom Schwungrad zu den Rädern $\bar{\eta}_K$ (also vom gesamten Kennungswandler) zu

$$W_R = \bar{\eta}_M \bar{\eta}_K B H_u. \quad (7.36)$$

Werden (7.34) bis (7.36) kombiniert und die Kraftstoffmenge B auf die zurückgelegte Wegstrecke L bezogen, sodass der Kraftstoffverbrauch (die gebräuchliche Einheit ist l/100 km) herauskommt, gilt

$$\frac{B}{L} = \frac{1}{\bar{\eta}_M \bar{\eta}_K H_u} \frac{1}{L} \int_0^T Z v dt. \quad (7.37)$$

a) Zunächst wird die *Fahrt mit konstanter Geschwindigkeit* betrachtet, es wird $v = L/T = \text{const}$, $\dot{v} = 0$, $F_B = 0$ gesetzt. Es ergibt sich die einfache Beziehung

$$\frac{B}{L} = \frac{Z}{\bar{\eta}_M \bar{\eta}_K H_u} = \frac{(F_R + F_{St} + F_{Lx})}{\bar{\eta}_M \bar{\eta}_K H_u} = \frac{1}{\bar{\eta}_M \bar{\eta}_K H_u} \left[(f_R + p) G + c_W A \frac{\rho}{2} v^2 \right]. \quad (7.38)$$

Sie besagt, dass der Kraftstoffverbrauch gering ist, wenn die Wirkungsgrade hoch sowie die Fahrwiderstände niedrig sind. (Ein höherer unterer Heizwert H_u verändert nicht den Energieverbrauch, er verringert nur die Kraftstoffmenge B . Dadurch verringert sich allerdings auch bei einer vorgegebenen Reichweite die Tankgröße, vgl. Abb. 6.36b).

Die fahrzeugtechnischen Anforderungen zur Erzielung eines niedrigen Kraftstoffverbrauches B/L und damit zur Verminderung des CO₂-Ausstoßes lauten:

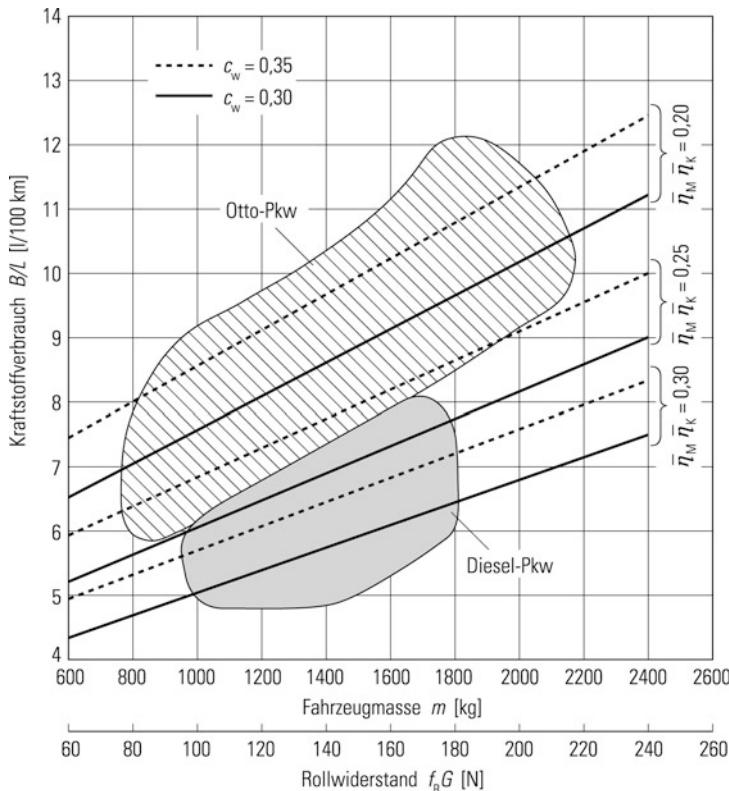


Abb. 7.17 Kraftstoffverbrauch bei konstanter Fahrgeschwindigkeit von 120 km/h. Die Geraden sind Rechenwerte nach (7.38) mit $f_R = 0,01$, $A = f(m)$ nach Abb. 3.4, $m = m_{leer} + 100 \text{ kg}$, $H_u = 32.000 \text{ kJ/l}$, $p = 0$. Die beiden Felder enthalten Messpunkte von Pkw mit Otto- und Dieselmotoren des Modelljahres 1998

- der Wirkungsgrad $\bar{\eta}_M$ des Verbrennungsmotors muss groß sein,
- ebenso der Wirkungsgrad $\bar{\eta}_K$ des Kennungswandlers,
- der Rollwiderstandsbeiwert f_R der Reifen auf der Straße muss klein sein,
- das Fahrzeuggewicht¹ G muss niedrig sein,
- das Produkt $c_w A$ aus Luftwiderstandsbeiwert und Querschnittsfläche muss klein sein, und darüber geht auch die Höhe der Fahrgeschwindigkeit v ein.

In Abb. 7.17 ist der Einfluss dieser Größen dargestellt. Dabei wurde berücksichtigt, dass leichtere Pkw auch eine kleinere Querschnittsfläche haben (sie sind schmäler, kaum niedriger), s. Abb. 3.4. Als zweite Abszisse wurde der gewichtsabhängige Rollwiderstand $f_R G$

¹ Das Gesamtgewicht G setzt sich zu etwa je ein Viertel aus den Gewichten von Rohkarosse, Karosserieausstattung, Antriebsanlage und Fahrwerk zusammen. D. h., bei der Gewichtsreduzierung muss an allen vier Anteilen gearbeitet werden.

eingezeichnet, einem kleineren Gewicht G entspricht ein niedriger Rollwiderstandsbeiwert f_R . Weiterhin fällt B/L mit kleinerem c_W -Wert bzw. wegen des maßgebenden Produktes $c_W A$ auch mit geringerer Querschnittsfläche A (schmale Pkw), ebenso mit höherem Wirkungsgradprodukt $\eta_M \eta_K$. Den rechnerisch ermittelten Kurven sind Messwerte unterlegt, sie bestätigen die Theorie und zeigen vor allem den niedrigeren Verbrauch durch Dieselmotoren.

- b) Bei *Fahrt mit veränderlicher Geschwindigkeit*, also mit Beschleunigung und Verzögerung, wird aus (7.37) bei Fahrt in der Ebene

$$\frac{B}{L} = \frac{1}{\eta_M \eta_K H_u L} \int_0^T (F_R + F_B + F_{Lx}) v dt. \quad (7.39)$$

Aus dem Integral wird

$$\int_0^T \dots dt = f_R G \int_0^T v dt + \lambda \frac{G}{g} \int_0^T \dot{v} v dt + \frac{\rho}{2} c_W A \int_0^T v^3 dt.$$

Das erste Integral ist

$$\int_0^T v dt = \int_0^T \frac{dx}{dt} dt = \int_0^L dx = L.$$

Das zweite Integral

$$\int_0^T \dot{v} v dt = \int_0^T \dot{v} \frac{dx}{dt} dt = \int_0^L \dot{v} dx$$

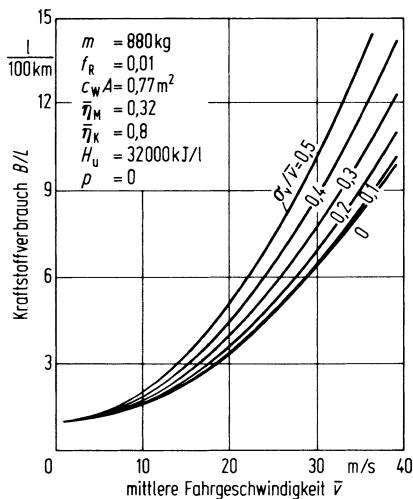
wird nur dann Null, wenn in Bezug auf den Kraftstoffverbrauch das Ideal gelten würde, dass die Energie beim Verzögern (Bremsenergie durch Motor und Reibungsbremse) vollständig zurückgewonnen wird. Bei Serienfahrzeugen wird auf die Rückgewinnung völlig verzichtet, sodass der Kraftstoffverbrauch durch Beschleunigen vermehrt wird, und das proportional dem Gewicht G . Anhand der Abb. 7.23 wird darauf noch eingegangen. (Bei batteriebetriebenen Elektrofahrzeugen ist wegen der in Abschn. 6.4.2 genannten Nachteile eine Rückgewinnung der Bremsenergie angebracht. Bei Hybirdfahrzeugen wird diese Funktionalität bereits angewendet. Das geschieht natürlich nicht verlustlos.) Das dritte Integral wird umgeschrieben, indem

$$v(t) = \bar{v} + \Delta v(t) \quad (7.40)$$

gesetzt und eine symmetrische Verteilung von $\Delta v(t)$ um die mittlere Fahrgeschwindigkeit \bar{v} angenommen wird, sodass $\overline{\Delta v} = 0$, $\overline{\Delta v^3} = 0$ ist. Schließlich wird für

$$\overline{\Delta v^2} = \sigma_v^2 \quad (7.41)$$

Abb. 7.18 Einfluss der Standardabweichung σ_v um die mittlere Fahrgeschwindigkeit \bar{v} auf den Kraftstoffverbrauch.
(Dabei wurde angenommen, dass die Energie beim Verzögern vollständig zurückgewonnen wird.)



die Streuung σ_v^2 bzw. die Standardabweichung σ_v der Geschwindigkeit eingeführt. Dann ergibt sich aus (7.39)

$$\frac{B}{L} = \frac{1}{\eta_M \eta_K H_u} \left[f_R G + \frac{\rho}{2} c_W A \bar{v}^2 \left(1 + \frac{3\sigma_v^2}{\bar{v}^2} \right) \right]. \quad (7.42)$$

Der Kraftstoffverbrauch wächst also bei Geschwindigkeitswechsel – trotz 100 %iger Rückgewinnung der Bremsenergie (!) – wegen der nichtlinearen Geschwindigkeitsabhängigkeit des Luftwiderstandes an. Abbildung 7.18 zeigt die Auswertung von (7.42).

In Fortsetzung der obigen Aufzählung kann festgehalten werden, dass ein geringer Kraftstoffverbrauch erzielt wird, wenn

- mit möglichst konstanter Fahrgeschwindigkeit gefahren wird (Einfluss von Fahrer und Verkehrsverhältnissen).

7.6.2 Kraftstoffverbrauch bei veränderlichem Motorwirkungsgrad

Um realistische Werte zu erhalten, darf man nicht wie bisher mit mittleren, d. h. letztlich mit konstanten Wirkungsgraden rechnen. Der Wirkungsgrad η_M der Motoren ist stark von der Belastung und der Drehzahl und damit von der Radleistung und der Fahrgeschwindigkeit abhängig.

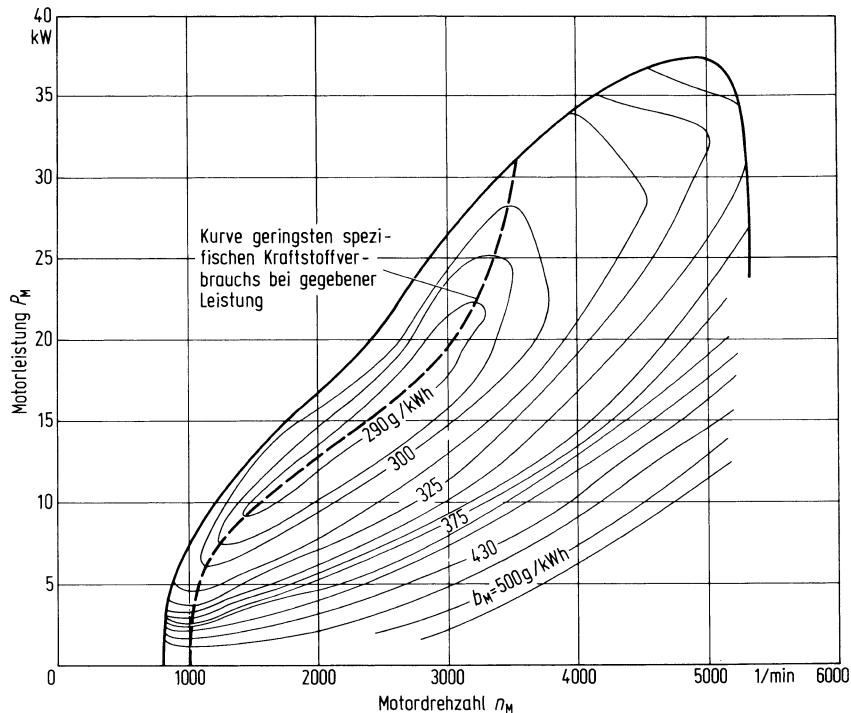


Abb. 7.19 Leistungs-Drehzahl-Kennfeld eines Verbrennungsmotors mit Kurven konstanter spezifischen Kraftstoffverbrauchs b_M

a) Zunächst wird wieder die *Fahrt mit konstanter Geschwindigkeit* betrachtet. Abbildung 7.19 zeigt ein Motorkennfeld, in dem die Motorleistung P_M über der Drehzahl n_M aufgetragen ist. Weiterhin sind wie üblich die „Muschelkurven“, die Linien konstanten spezifischen Verbrauches b_M , der reziprok zum Wirkungsgrad η_M ist, mit der Einheit g/kWh eingetragen. Dieses Kennfeld wurde – wie in Abschn. 7.1 beschrieben – mit den dort angegebenen Werten in ein Fahrleistungsschaubild umgezeichnet, s. Abb. 7.20. Dabei wurde auch der spezifische Verbrauch b_M in B/L nach der Gleichung

$$\frac{B/L}{1/100 \text{ km}} = 10^{-1} \frac{b_M}{\text{g/kWh}} \frac{P_R}{\text{kW}} \frac{\text{km/h}}{v} \frac{\rho_{\text{En}}}{\rho_{\text{En}}} \frac{1}{\bar{\eta}_K} \quad (7.43)$$

umgerechnet, wobei ρ_{En} die Dichte des Kraftstoffes ist. Aus den Schnittpunkten der Verbrauchslinien mit der Leistungs-Geschwindigkeits-Kurve für die Fahrt in der Ebene erhält man den Verbrauch.

Das Ergebnis zeigt Abb. 7.21. In dieses Diagramm wurden auch die Ergebnisse aus Abb. 7.17 eingetragen, bei denen der Wirkungsgrad η_M und damit der spezifische Brennstoffverbrauch b_M konstant über das ganze Motorfeld war. Dort wuchs der Kraftstoffverbrauch mit zunehmender Fahrgeschwindigkeit nur entsprechend dem Anstieg des Luftwiderstandes an. Bei Berücksichtigung des veränderlichen Wirkungsgrades

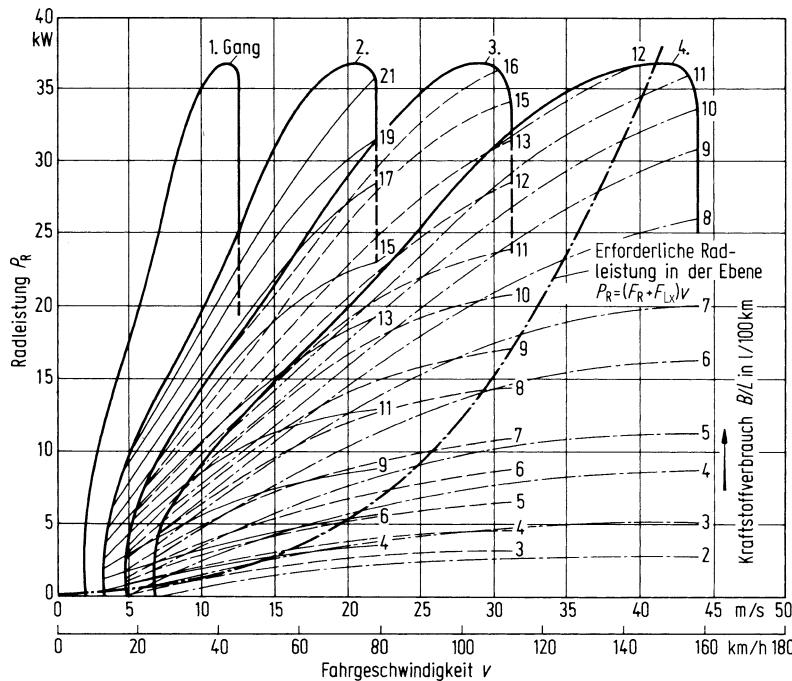
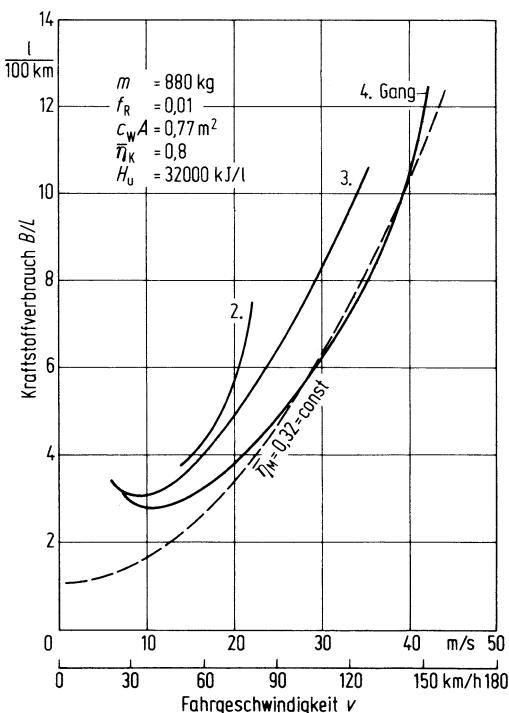


Abb. 7.20 Kraftstoffverbrauch B/L im Lieferkennfeld eines Fahrzeugs mit Verbrennungsmotor (Motorkennfeld s. Abb. 7.19; Getriebe s. Abb. 7.15d; Fahrzeugdaten s. Abb. 5.5a)

Abb. 7.21 Kraftstoffverbrauch B/L über der Fahrgeschwindigkeit v bei veränderlichem effektivem Wirkungsgrad η_M des Motors (ausgezogene Linien, aus Abb. 7.20) im Vergleich zu konstant angenommenem $\bar{\eta}_M$ (gestrichelte Linien nach (7.38) und Abb. 7.17) bei unbeschleunigter Fahrt in der Ebene



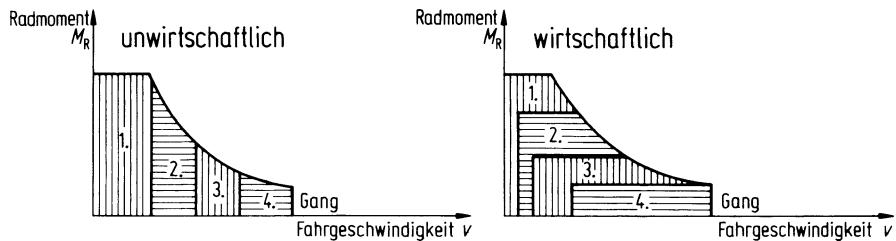


Abb. 7.22 Schematische Gegenüberstellung wirtschaftlicher und unwirtschaftlicher Wahl der Getriebegänge durch den Fahrer. (Nach [JANT55])

hingegen ergibt sich aus Abb. 7.21 z. B. für $v \approx 40 \text{ km/h}$ und bei Fahrt im 4. Gang ein Minimum, d. h. von 40 km/h in Richtung kleinerer Geschwindigkeit gesehen nimmt der Motorwirkungsgrad stärker ab als die Fahrwiderstände. Von 40 bis etwa 100 km/h liegt die ausgezogene Kurve über der gestrichelten, d. h., der effektive Motorwirkungsgrad η_M liegt unterhalb $\bar{\eta}_M = 0,32$, von 100 bis 140 km/h sind sie etwa gleich, oberhalb 140 km/h ist wieder $\eta_M < \bar{\eta}_M$. Weiterhin erkennt man aus Abb. 7.21, dass das Fahren in niedrigen Gängen unwirtschaftlich ist, der Motor dreht schneller und arbeitet in einem Gebiet schlechten Wirkungsgrades, z. B. ist bei 100 km/h der Mehrverbrauch im 3. gegenüber dem 4. Gang $2 \text{ l}/100 \text{ km}$.

Um geringen Kraftstoffverbrauch zu erzielen, gilt deshalb für den Fahrer die Regel,

- möglichst lange im jeweils größeren Gang zu fahren (Abb. 7.22 veranschaulicht das schematisch).

b) Wie man den *Kraftstoffverbrauch für Fahrt bei veränderlicher Geschwindigkeit* theoretisch ermittelt, wird am Beispiel des ECE-Stadtzyklus (70/220/EWG; ECE-R15) gezeigt. Bei diesem ist nach Abb. 7.23a der Geschwindigkeits-Zeit-Verlauf vorgegeben. Es gibt Phasen verschieden hoher konstanter Beschleunigungen, Geschwindigkeiten und Verzögerungen, die in drei verschiedenen Gängen gefahren werden. Dazwischen gibt es drei Fahrpausen. Die Zyklusdauer beträgt $T = 195 \text{ s}$, die Fahrstrecke $L = 1013 \text{ m}$. In Abb. 7.23b ist die Motorleistung $P_M = f(v)$ für die drei Gänge mit Linien konstanten Verbrauches b , diesmal wegen des zeitabhängigen Geschwindigkeitsverlaufes auf die Zeit bezogen (Einheit g/s), aufgetragen. Ebenfalls ist in Abb. 7.23b die erforderliche Radleistung $P_R = f(v)$ für die in Abb. 7.23a vorgegebenen verschiedenen hohen Beschleunigungen eingezeichnet. Zur Vereinfachung wird während der Antriebsphase $P_M = P_R$ gesetzt, d. h., die Verluste im Kennungswandler werden vernachlässigt, $\eta_K = 1$. Ein Beispiel (strichpunktierter Linie) zeigt die Anwendung der beiden Diagramme: Bei $t = 140 \text{ s}$ beschleunigt das Fahrzeug im 3. Gang bei $v = 45 \text{ km/h}$ mit $\ddot{x} = 0,52 \text{ m/s}^2$. Bei der zugehörigen Leistung $P_M = P_R \approx 8 \text{ kW}$ ist $b = 0,7 \text{ g/s}$. Dieses Ergebnis sowie weitere sind in Abb. 7.23c eingetragen. Für die Fahrpausen und für die Verzögerungsphasen des Fahrzeugs wurde ein Leerlaufverbrauch von $0,18 \text{ g/s}$ angesetzt. Integriert man den $b(t)$ -Verlauf über die Fahrdauer T und dividiert durch die Fahrstrecke L , so erhält man den

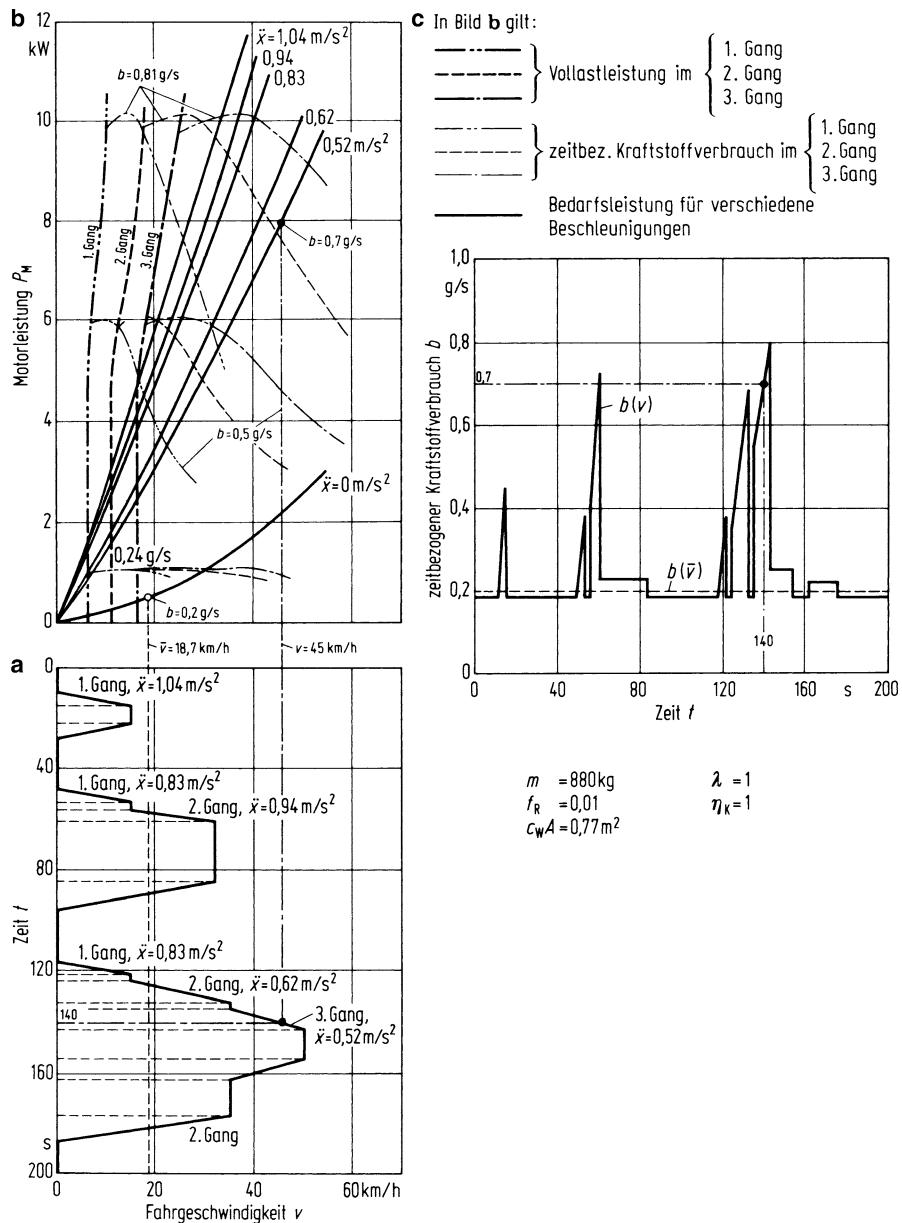


Abb. 7.23 a-c Bestimmung des Kraftstoffverbrauches aus der Bedarfsleistung für den ECE-Stadtzyklus

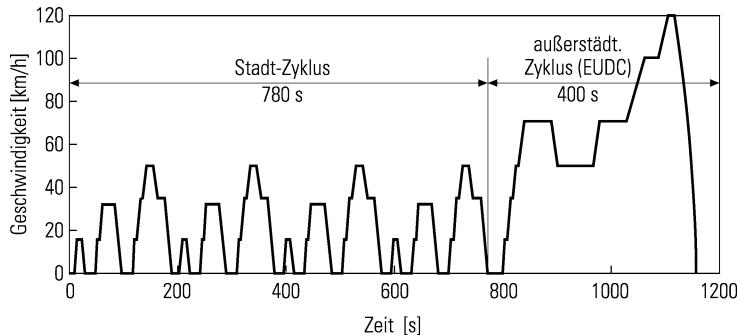


Abb. 7.24 Neuer Europäischer Fahrzyklus NEFZ (93/116/EWG)

Kraftstoffverbrauch

$$\frac{B}{L} = \frac{1}{L \rho_{En}} \int_0^T b \, dt \quad (7.44)$$

in diesem Fall 5,81 l/100 km.

Würde das Kraftfahrzeug statt mit der ungleichförmigen Geschwindigkeit im ECE-Stadtzyklus mit der mittleren Geschwindigkeit $\bar{v} = 1013 \text{ m}/195 \text{ s} = 18,7 \text{ km/h}$ im 2. Gang fahren (gestrichelte Linien in Abb. 7.23), so wäre der Verbrauch nur 4,68 l/100 km, also um 19,4 % niedriger. Aus den Unterschieden erkennt man sehr deutlich, dass die Höhe des Verbrauches stark von den Spitzen während der Beschleunigungsphasen bestimmt und damit – wie schon in der Aufzählung am Ende des Abschn. 7.6.1 festgehalten – vom Fahrer und vom Verkehrsfluss, z. B. über die Ampelsteuerung, beeinflusst wird. Neu hinzu kommt, dass auch der Leerlaufverbrauch einen merklichen Anteil am Gesamtverbrauch hat. Eine Forderung lautet deshalb

- den Leerlaufverbrauch zu senken (z. B. durch Absenken der Leerlaufdrehzahl bzw. durch eine Schwungnutzautomatik [SEIFF89], d. h. durch das Abstellen des Motors in den Fahrpausen. Diese Funktionen nutzen heute (2013) bereits zahlreiche Fahrzeugebaureihen).

All die bisher genannten Einflüsse auf den Kraftstoffverbrauch und damit auf den ihm proportionalen CO₂-Gehalt im Abgas werden durch den „Neuen Europäischen Fahrzyklus“ (NEFZ nach 93/116/EWG) erfasst. Er besteht nach Abb. 7.24 aus vier gleichgearteten City-Zyklen (etwas anders als der ECE-Stadt-Zyklus nach Abb. 7.23a), gleich einem Stadtzyklus von insgesamt 780 s Dauer, und einem außerstädtischen Zyklus (EUDC = Extra Urban Driving Cycle) von 400 s Dauer. Gemessene auf die Wegstrecke bezogene Kraftstoffverbräuche B/L in l/100 km sind für die beiden Zyklen sowie für den Gesamtverbrauch in Abb. 7.25 dargestellt, und zwar in „Blasenform“ (alle Messpunkte sind bis auf wenige

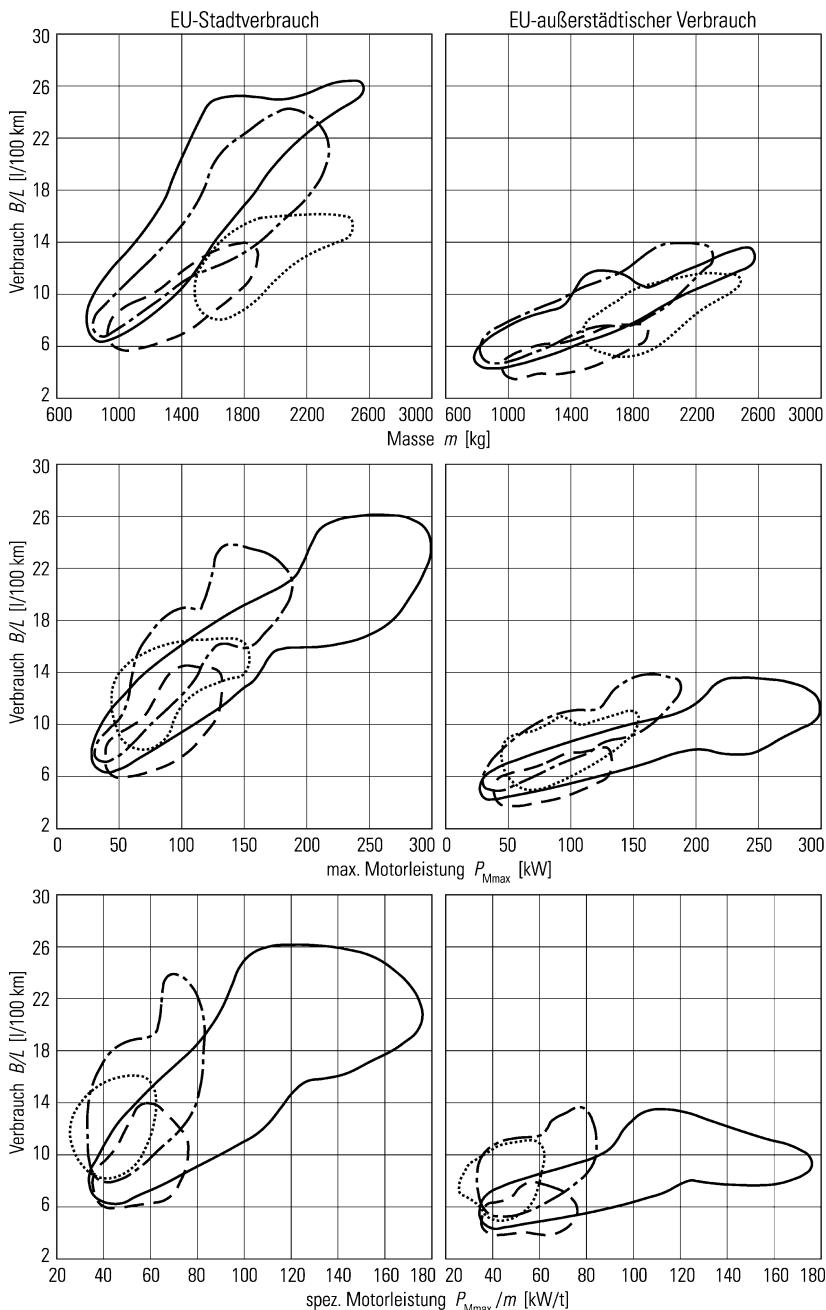
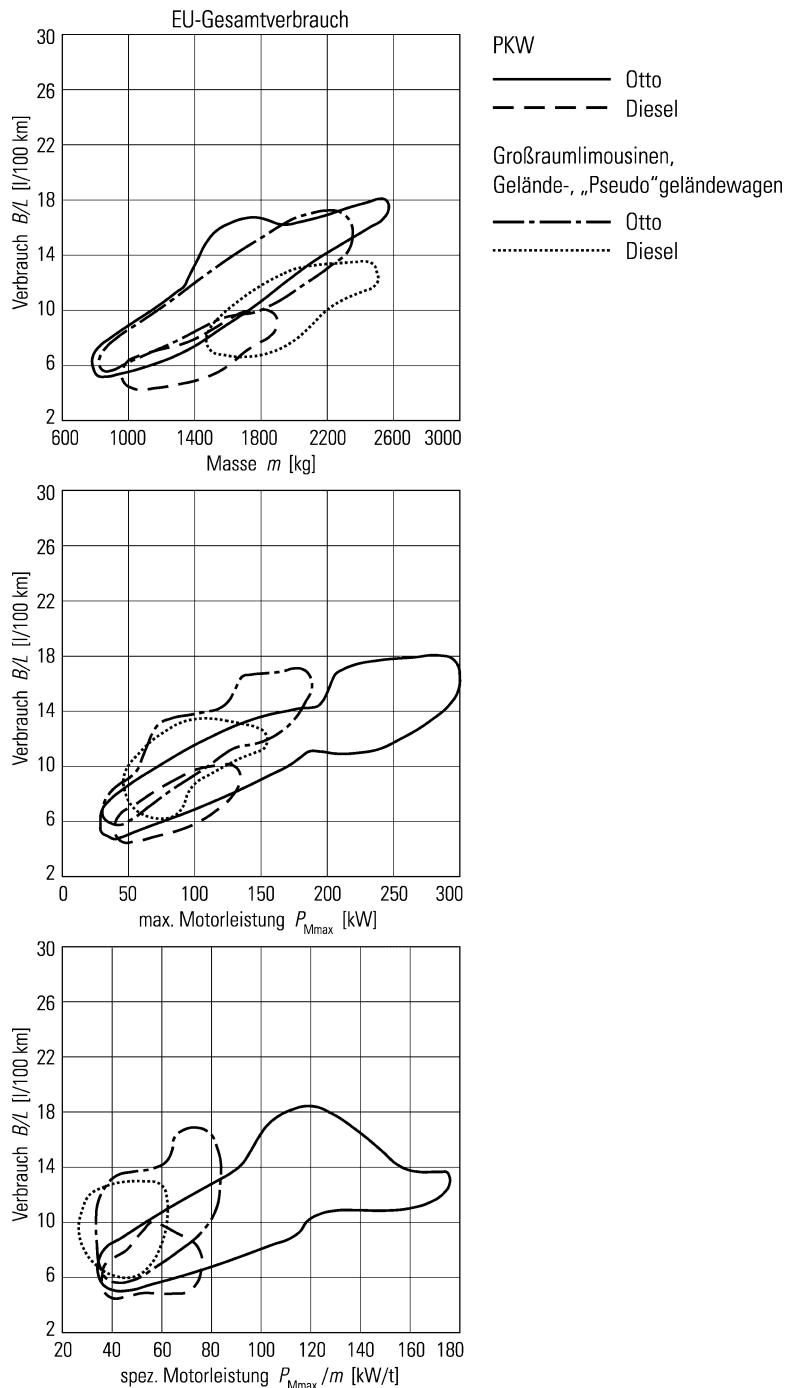


Abb. 7.25 Kraftstoffverbräuche in l/100 km nach dem „Neuen Europäischen Fahrzyklus“ (s. Abb. 7.24) für europäische Pkw und ihnen ähnliche Kraftfahrzeuge (Modelljahr 1998) als Funktion von $m = m_{\text{leer}} + 100 \text{ kg}$ (nach 80/1268/EWG, Definition von m_{leer} s. Fußnote 1 in Abschn. 7.2), $P_{M\max}$ und $P_{M\max}/m$

**Abb. 7.25** Fortsetzung

Extremwerte innerhalb der „Blase“). Weiterhin wurde unterteilt in „Pkw“ und in „Großraumlimousinen, Gelände- und Pseudogeländewagen“, wie auch in Otto- oder Dieselmotorenantrieb. B/L ist über den – nach den Gln. (7.35), (7.37), (7.38) – wichtigen Fahrzeug- und Motordaten m , $P_{M\max}$ und $P_{M\max}/m$ aufgetragen.

Abbildung 7.25 bestätigt die bisherigen Feststellungen: Der Stadtverbrauch (1. Spalte) ist wegen der höheren Beschleunigungs- und Leerlaufphasen größer als der außerstädtische Verbrauch und damit auch größer als der Gesamt-Verbrauch (2. und 3. Spalte). Fahrzeuge mit Dieselmotoren haben wegen deren höheren Wirkungsgrad kleinere Verbräuche als die mit Ottomotoren. „Großraumlimousinen, …“ verbrauchen wegen der höheren Masse und höheren $c_W A$ -Werten mehr als „Pkw“.

Zusatzinformation

Früher wurde der Verbrauch aus dem Mittelwert von drei Verbräuchen für ECE-Stadtzyklus, für konstante Geschwindigkeit 90 und 120 km/h bestimmt (sog. Drittelmix, DIN 70030).

7.6.3 Verbrauchsgünstige Übersetzung des Kennungswandlers

Nach den grundsätzlichen Überlegungen in Abschn. 6.3.1 ist die Übersetzung des Kennungswandlers von Leistung, Fahrgeschwindigkeit und z. B. der Zusatzbedingung geringssten Kraftstoffverbrauches abhängig. Wegen der besonderen Bedeutung wird auf die Bestimmung einer verbrauchsgünstigen Übersetzung näher eingegangen.

Abbildung 7.26a zeigt die erforderliche Radleistung für die unbeschleunigte Fahrgeschwindigkeit v bzw. Raddrehzahl n_R . Der minimale Verbrauch für v' bzw. n'_R wird dann erzielt, wenn die benötigte Leistung $P_R = P_M$ (wieder $\eta_K = 1$ gesetzt) die b -Kurve in Abb. 7.26b tangiert (ausgezogener Punkt). Aus der abzulesenden Motordrehzahl n'_M ergibt sich das für den Verbrauch günstigste Übersetzungsverhältnis $i'_K = n'_M/n'_R$. Ist die Motordrehzahl verschieden von n'_M , z. B. nach Abb. 7.26b n''_M , also höher als n'_M , und damit $i''_K > i'_K$, so ist auch der Verbrauch höher (Dreieck).

Für andere Geschwindigkeiten bzw. Raddrehzahlen ergeben sich andere verbrauchs-günstige Übersetzungen, s. Abb. 7.26c. Die Anpassung des Übersetzungsverhältnisses an die Fahrgeschwindigkeit ist mit Schaltgetrieben endlicher Stufenzahl (bei Pkw 5 oder 6 Gänge) nicht möglich. Da die Übersetzung innerhalb eines Ganges von der Fahrgeschwindigkeit unabhängig ist, muss der Kraftstoffverbrauch immer höher, höchstens gleich dem Ideal sein.

Ein stufenloses Getriebe (s. Abschn. 6.3.9) mit idealer Übersetzungsverstellung (ideales Stellgetriebe) kann hingegen die verbrauchsgünstigste Wandlung verwirklichen. Der Verbrauch selber wird allerdings nur dann günstiger, wenn der Wirkungsgrad des Stellgetriebes etwa den des Stufengetriebes erreicht. Allerdings kann ein guter Motorwirkungsgrad durchaus einen schlechteren Getriebewirkungsgrad „kompensieren“. Es kommt also auf das Zusammenwirken im System an.

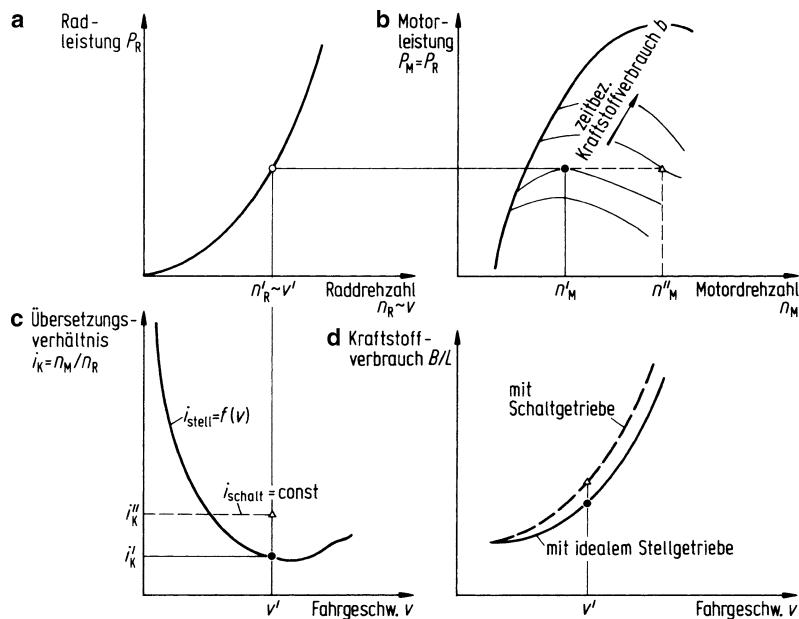


Abb. 7.26 a-d Übersetzungsverhältnis und Kraftstoffverbrauch mit Stell- und Schaltgetriebe

In Abb. 7.27c ist das verbrauchsgünstige Übersetzungsverhältnis über der Fahrgeschwindigkeit und jetzt zusätzlich abhängig von der Beschleunigung \ddot{x} aufgetragen. Danach muss die Übersetzung mit wachsender Beschleunigung größer werden. Diese Linien für die geringsten Verbräuche münden rechts in die gestrichelte Grenzkurve, die das Übersetzungsverhältnis für die höchste Beschleunigungsleistung angibt (vgl. Abschn. 7.5, Abb. 7.15c). Diese $i_K = f(v, \ddot{x})$ -Kurven sind natürlich auch nur mit einem idealen Stellgetriebe zu verwirklichen.

7.6.4 Übersetzung für den Spargang

Bei der Auslegung der Übersetzung des letzten Ganges, Fall 3 in Abb. 7.4, wurde der „Spargang“ erwähnt. Wie groß die Übersetzung des Sparganges sein muss, ist nun leicht zu beantworten. Sie muss so gewählt sein, dass die Fahrwiderstandskurve möglichst nahe an der Linie des niedrigsten zeitbezogenen Verbrauches liegt. Abbildung 7.28 zeigt dies am Beispiel eines Stufengetriebes, mit dem im 4. Gang die Höchstgeschwindigkeit erreicht wird und bei dem der 5. Gang der Spargang ist. Abbildung 7.28a erläutert die Auslegung im Leistungs-Drehzahl-Schaubild des Motors und Abb. 7.28b in der Leistungs-Geschwindigkeits-Darstellung des Fahrzeuges.

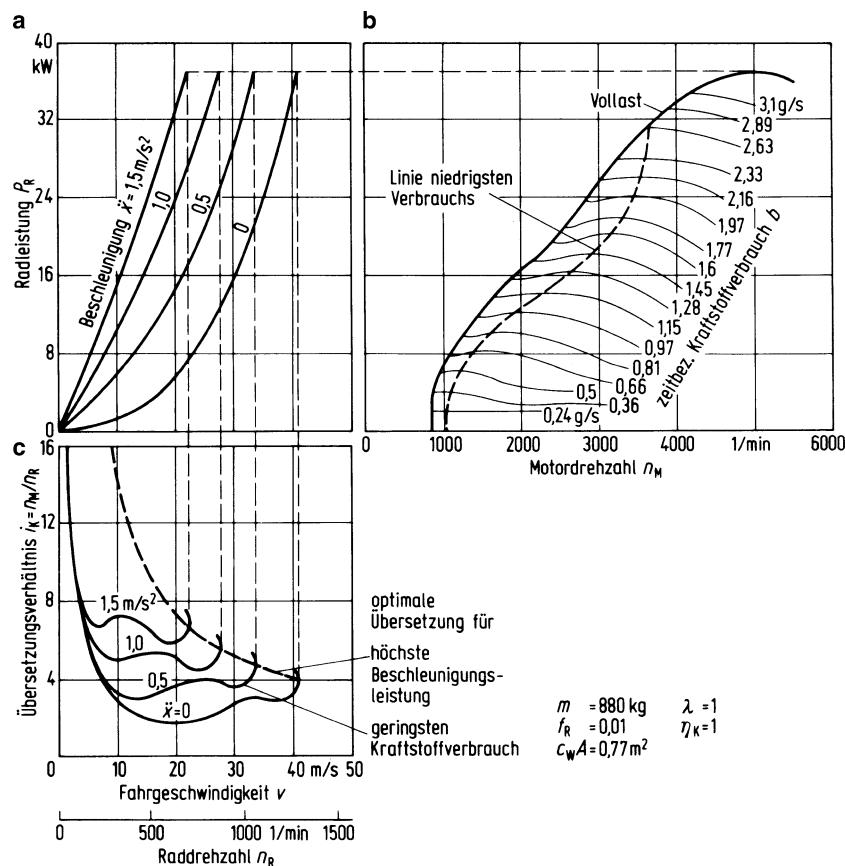


Abb. 7.27 a–c Bestimmung des günstigsten Übersetzungsverhältnisses beim Fahren in der Ebene

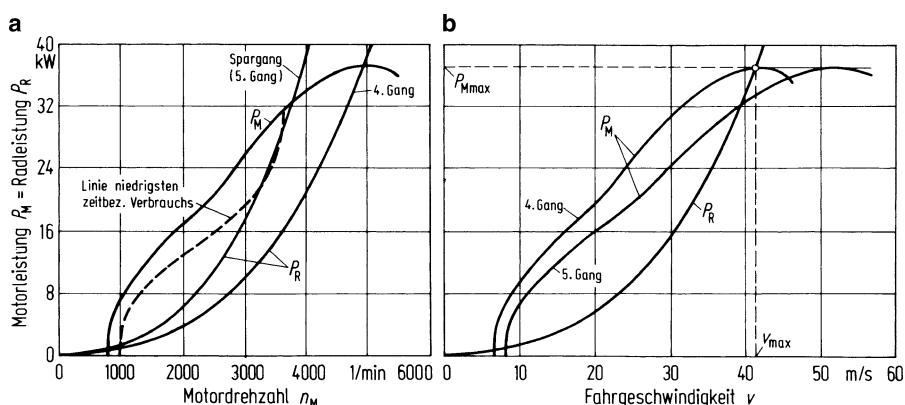
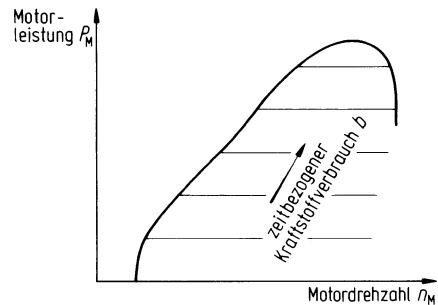


Abb. 7.28 a Auslegung des 5. Ganges als Spargang, b Auswirkung auf die maximale Fahrgeschwindigkeit in der Ebene. (Fahrzeugdaten s. Abb. 5.5a)

Abb. 7.29 Linien konstanter zeitbezogenen Kraftstoffverbrauches im Leistungs-Drehzahl-Kennfeld des verbesserten Motors



7.6.5 Verbesserung des Motorkennfeldes

Als letztes sei noch gefragt, wie das Motorkennfeld aus fahrzeugtechnischer Sicht verbessert werden sollte. Dabei ist nicht die triviale Forderung gemeint, den Wirkungsgrad des Verbrennungsmotors insgesamt zu verbessern, sondern die folgende:

Nach der Abb. 7.26c ergab sich das verbrauchsgünstigste Übersetzungsverhältnis aus der Tatsache, dass für eine gegebene Leistung der Verbrauch bei einer bestimmten Motordrehzahl minimal ist. Daraus wurde die Verwendung eines in der Übersetzung kontinuierlich veränderlichen Wandlers, des sog. idealen Stellgetriebes, gefordert. Sein Wirkungsgrad ist aber kleiner als der eines Schaltgetriebes mit Zahnradern, s. Abschn. 6.3.6 und 6.3.9.

Um aber weiterhin ein Zahnradgetriebe verwenden zu können, müssten die Linien konstanter Kraftstoffverbrauches b parallel zur Abszisse liegen, so wie es Abb. 7.29 zeigt. Damit wären die Verbräuche unabhängig von der Motordrehzahl – und damit auch von dem Übersetzungsverhältnis Motor- zu Raddrehzahl.

Zusatzinformation

Eine andere Maßnahme ist die Zylinderabschaltung, um den Betriebspunkt der Fahrzeuge in einem besseren Punkt des Motorkennfelds zu legen. Dabei sollten einige Zylinder still gesetzt werden. Abbildung 7.30 zeigt die Vorstellungen prinzipiell. Die praktische Realisierung steht noch aus.

7.6.6 CO₂-Ausstoß

Da der vermehrte CO₂-Ausstoß das Klima ungünstig verändert, spricht man nicht mehr nur von Kraftstoffverbrauch. Vom Gesetzgeber wird auch eine maximal erlaubte CO₂-Freimenge vorgeschrieben, für 2012 gilt ein Wert von $\leq 140 \left(\frac{\text{g}}{\text{km}} \right) \text{CO}_2$, ab 2015 soll dieser Wert auf 130 g/km vermindert werden. Unter Anrechnung von Zusatzmaßnahmen wird auch von 120 g/km gesprochen.

Diese gesetzlichen Vorschriften sehen erhebliche Verbrauchsminderungen vor. Ab 2015 müssen für alle neu zugelassenen Fahrzeuge eines Herstellers im Durchschnitt 120 g CO₂/km (im NEFZ gemessen) erreicht werden. Ab 2020 wird diese Grenze auf 95 g CO₂/km herabgesetzt. Werden diese Grenzen nicht eingehalten, drohen den Fahrzeugherstellern Strafzahlungen an die Europäische Union. Diese Strafzahlungen wirken

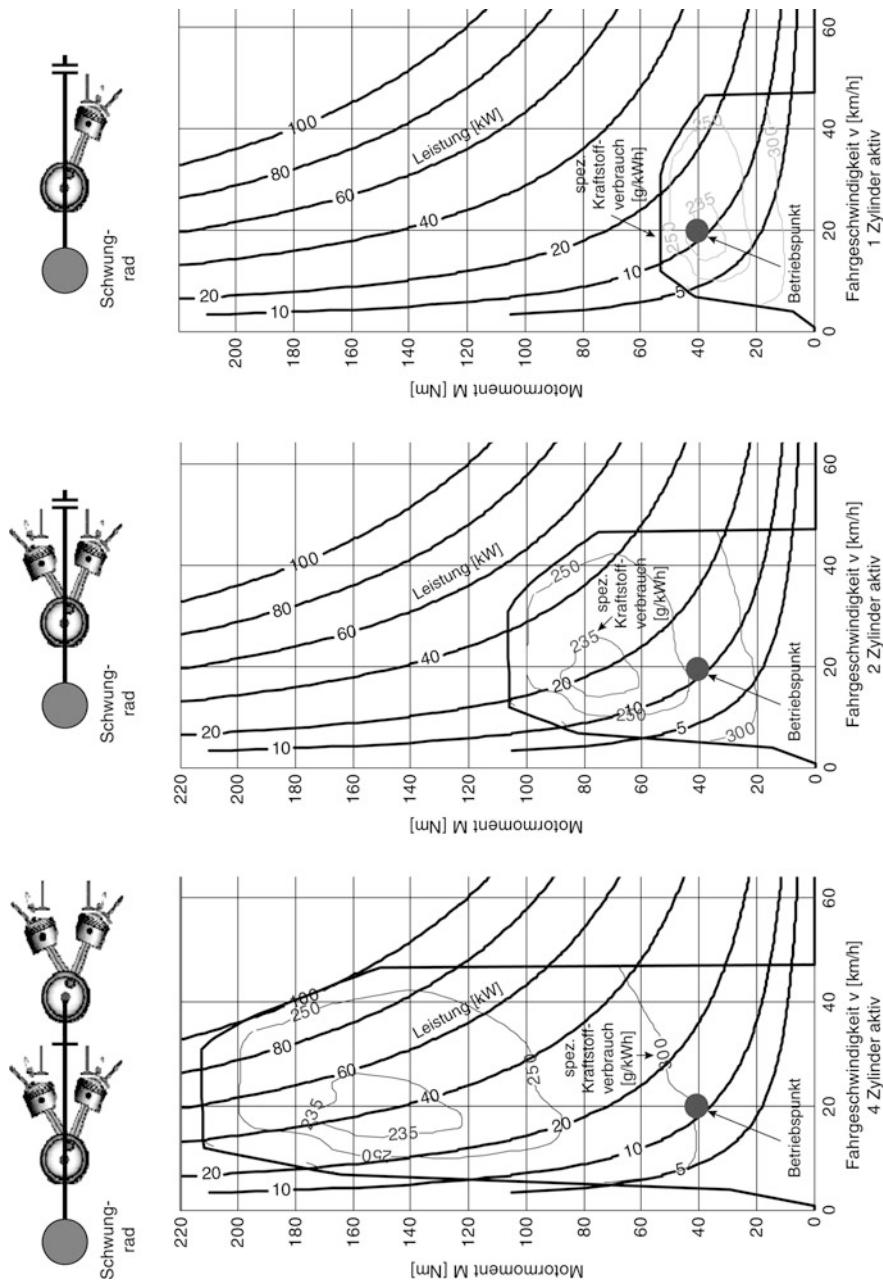


Abb. 7.30 Wirkungsgradverbesserungen durch Stillsetzen von Zylindern

sich so stark aus, dass nahezu jede Maßnahme zu rechtfertigen ist, wenn sie nur den CO₂-Ausstoß (entsprechend den Kraftstoffverbrauch) reduziert. Die Maßnahme selber (z. B. der Einsatz leichter Materialien) kann dann viel teurer sein als die Einsparung, die durch den geringeren Kraftstoffverbrauch erzielt wird.

Eine Abschätzung zu dieser Fragestellung und eine Analyse der Auswirkung z. B. für BMW ist in einem Buch über Elektrofahrzeugstrategien erfolgt [WALL10]. Für die Dynamik des Kraftfahrzeugs haben diese Maßnahmen wenig Einfluss, da die Motoren entsprechend verkleinert werden. Bei Sportwagen wird die geringe Masse gelegentlich für ein besseres Beschleunigungsvermögen genutzt.

Da CO₂-Ausstoß und Kraftstoffverbrauch $\frac{B}{L}$ in $\frac{1}{100 \text{ km}}$ proportional sind, kann man die Größen ineinander überführen. Die Umrechnung ist wie folgt:

$$100 \left(\frac{\text{g}}{\text{km}} \right) \text{CO}_2 = 10 \left(\frac{\text{kg}}{100 \text{ km}} \right) \text{CO}_2 \quad (7.45)$$

Die Dichte des Kraftstoffes ρ_{En} ist bei

$$\text{Benzinmotoren } 2,36 \frac{\text{kg}}{\text{l}} \text{ und bei} \quad (7.46a)$$

$$\text{Dieselmotoren } 2,65 \frac{\text{kg}}{\text{l}} \quad (7.46b)$$

Eingesetzt in (7.45):

$$100 \left(\frac{\text{g}}{\text{km}} \right) \text{CO}_2 = 4,24 \frac{1}{100 \text{ km}} \text{ bei Benzинmotoren} \quad (7.47a)$$

$$100 \left(\frac{\text{g}}{\text{km}} \right) \text{CO}_2 = 3,77 \frac{1}{100 \text{ km}} \text{ bei Dieselmotoren} \quad (7.47b)$$

Nimmt man als Beispiel den o. g. Wert von 140 g/km CO₂, so entspricht das für einen PKW mit Dieselmotor einem Verbrauch von 5,28 l/100 km, für einen Benzinmotor von 5,94 l/100 km.

Das sind nach den Abb. 7.17 und 7.25 (EU-Gesamtverbrauch) Fahrzeuge mit sehr geringem Gewicht G bzw. Masse m, von sehr leichten und kleinen Fahrzeugen und Fahrzeugen mit sehr kleinem Roll-, Luft-, Beschleunigungs- und Steigungswiderstand. Aus diesen Betrachtungen wird aber deutlich, dass die Fahrzeugtechnik erhebliche Verbesserungen erarbeiten muss, wenn Mittelklasse- oder Oberklassefahrzeuge zukünftig diese gesetzlichen Vorschriften erfüllen sollen.

Literatur

- [FLOE50] Flössel, W.: Bergsteigfähigkeit und Literleistung. Stuttgart: Franck'sche Verlagshandlung W. Keller & Co 1950
- [HEBE01] Heber, K.: Das neue automatisierte 6-Gang Schaltgetriebe von Mercedes-Benz für Personenkraftwagen. 10. Aachener Kolloquium Fahrzeug- und Motorenmechanik 2001, Bd. 2, S. 1201–1213
- [JANT55] Jante, A.: Kraftfahrtmechanik, Teil 1, Leipzig: Teubner 1955
- [JANT74] Jante, A.: Zur Theorie des Kraftwagens. Berlin: Akademie-Verlag 1974
- [MAIE41] Maier, A.: Konstruktion und Entwicklung der Kraftfahrzeug-Stufengetriebe, ATZ 44 (1941) Heft 17, S. 417–428
- [SEIFF89] Seiffert, U.; Walzer, P.: Automobiltechnik der Zukunft. Düsseldorf: VDI-Verlag 1989
- [WALL10] Wallentowitz, H.; Freialdenhoven, A.; Olschewski, J.: Strategien zur Elektrifizierung des Antriebsstranges, Technologien, Märkte und Implikationen, Vieweg und Teubner, Wiesbaden, 2010

Weiterführende Literatur

- [BREU13] Breuer, B; Bill, K.H. (Hrsg.): Bremsenhandbuch, 4. Aufl., Springer-Vieweg, Wiesbaden, 2013
- [FRIE13] Friedrich, H.E.: Leichtbau in der Fahrzeugtechnik, Springer-Vieweg, Wiesbaden, 2013
- [HEIS13] Heißing, B.; Ersoy, M.; Gies, S. (Hrsg.): Fahrwerkhandbuch, 4. Aufl., Springer-Vieweg, Wiesbaden, 2013
- [HOEP13] Hoepke, E.; Breuer, S. (Hrsg.): Nutzfahrzeugtechnik, 7. Aufl., Springer-Vieweg, Wiesbaden, 2013
- [PFEF13] Pfeffer, P.; Harrer, M. (Hrsg.): Lenkungshandbuch, 2. Aufl., Springer-Vieweg, Wiesbaden, 2013
- [REIF12] Reif, K.; Noreikat, K.E.; Borgeest, K. (Hrsg.): Kraftfahrzeug-Hybridantriebe, Springer-Vieweg, Wiesbaden, 2012
- [SCHU13] Schütz, T. (Hrsg.): Hucho-Aerodynamik des Automobils, 6. Aufl., Springer-Vieweg, Wiesbaden, 2013

Im vorangegangenen Kapitel wurde die Frage nach der Höchstgeschwindigkeit, Steig-, Beschleunigungsfähigkeit usw. von Fahrzeugen nur aus der Sicht der Antriebsmaschine beantwortet. Im Folgenden wird gefragt, ob die installierte Leistung oder das Drehmoment überhaupt auf die Fahrbahn übertragen werden kann. Jetzt steht der Kraftschluss im Vordergrund. Die sich daraus ergebende Grenze nennt man allgemein „Fahrgrenze“. Dabei wird unterschieden zwischen Vorderachsanztrieb (Frontantrieb), Hinterachsanztrieb (Heckantrieb), Allradantrieb und einigen Traktionshilfen.

Aus Abschn. 2.1.2 ist schon bekannt, dass die Verbindung zwischen Rad und Fahrbahn kraftschlüssig ist und dass ein Rad nur rollt, wenn der Kraftschluss

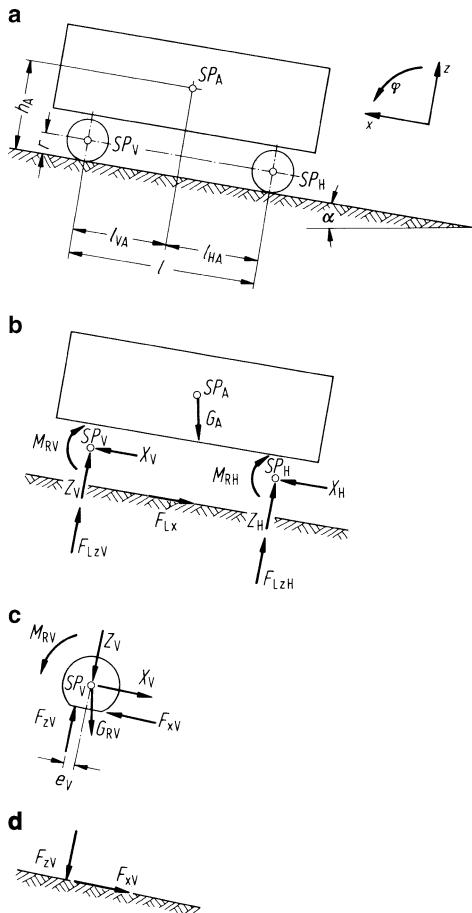
$$\mu = \frac{F_x}{F_z} \leq \mu_h$$

kleiner, höchstens gleich dem Haftbeiwert μ_h ist. Um μ berechnen zu können, müssen die Horizontalkraft F_x und die Radlast F_z bekannt sein. μ_h wurde in Abschn. 2.1.2.1 besprochen.

8.1 Bewegungsgleichungen eines zweiachsigen Fahrzeuges

In Abschn. 5.1, bei der Aufstellung der Grundgleichungen für den Antrieb, wurde von Zügen ausgegangen, die aus mehreren Einzelfahrzeugen bestehen konnten. Weiterhin konnte jedes Fahrzeug mit mehreren Achsen versehen sein. Jetzt wird ein einzelnes Fahrzeug betrachtet, das zur Erleichterung der Rechnung nur zwei Achsen hat. Dreiaachsfahrzeuge werden in Abschn. 8.6.2, Kraftfahrzeugzüge in Abschn. 8.6.1 (Lkw + Anhänger) und im Kap. 9 „Bremsung“ behandelt.

Abb. 8.1 a-d Abmessungen und Kräfte am Fahrzeug. **a** Lage der Schwerpunkte; **b** Kräfte und Momente am Fahrzeugaufbau; **c** Kräfte und Momente an den Rädern der Vorderachse und **d** auf der Fahrbahn



Zusatzinformation

Abbildung 8.1a zeigt das Fahrzeug, das in den Abb. 8.1b und c in die mechanisch wesentlichen Teile Aufbau und Achsen zerlegt wurde. Für diese Systeme werden die Bewegungsgleichungen aufgestellt. Da ein ebenes Problem vorliegt – mit der stillschweigenden Voraussetzung gleicher Brems- und Treibkräfte an den linken und rechten Rädern – gibt es für jedes System drei Bewegungsgleichungen:

$$m\ddot{x} = \Sigma \text{Kräfte in } x\text{-Richtung},$$

$$m\ddot{z} = \Sigma \text{Kräfte in } z\text{-Richtung},$$

$$m\ddot{\varphi} = \Sigma \text{Momente um die Schwerpunktachsen}.$$

Die x -Koordinate zeigt in Fahrtrichtung, z steht senkrecht auf der Fahrbahn. Die Längsbeschleunigungen \ddot{x} von Aufbau und Rädern seien gleich, ebenso die statischen Reifenhalbmesser r der Vorder- und Hinterräder.

- a) Für den Fahrzeugaufbau gilt mit der Gewichtskraft G_A , der Masse m_A und dem Schwerpunkt SP_A , auf den sich die Längen l_{VA} , l_{HA} und h_A beziehen,

$$m_A \ddot{x} = -G_A \sin \alpha + X_V + X_H - F_{Lx}. \quad (8.1)$$

Lässt man Schwingbewegungen nicht zu, dann sind \ddot{z}_A und $\ddot{\varphi}_A$ gleich Null.

$$0 = Z_V + Z_H - G_A \cos \alpha + F_{LzV} + F_{LzH}, \quad (8.2)$$

$$0 = -(M_{RV} + M_{RH}) - Z_V l_{VA} + Z_H l_{HA} - (X_V + X_H)(h_A - r) - F_{LzV} l_{VA} + F_{LzH} l_{HA}. \quad (8.3)$$

F_{Lx} ist der Luftwiderstand und F_{LzV} und F_{LzH} sind die Auftriebskräfte an der Vorder- und Hinterachse, s. Abb. 3.11.

M_{RV} und M_{RH} sind die Momente aus dem Antrieb oder der Bremsung der Räder.

- b) Für die Räder der Vorderachse mit dem gemeinsamen Gewicht G_{RV} , der Masse m_{RV} , dem Trägheitsmoment J_{RV} um den Schwerpunkt SP_V gilt

$$m_{RV} \ddot{x} = F_{xV} - X_V - G_{RV} \sin \alpha \quad \text{entspricht (5.2)}, \quad (8.4)$$

$$0 = F_{zV} - Z_V - G_{RV} \cos \alpha, \quad (8.5)$$

$$J_{RV} \ddot{\varphi}_{RV} = M_{RV} - F_{xV} r - F_{zV} e_V \quad \text{entspricht (5.3)}, \quad (8.6)$$

- c) für die Hinterachse entsprechend:

$$m_{RH} \ddot{x} = F_{xH} - X_H - G_{RH} \sin \alpha \quad \text{entspricht (5.2)}, \quad (8.7)$$

$$0 = F_{zH} - Z_H - G_{RH} \cos \alpha, \quad (8.8)$$

$$J_{RH} \ddot{\varphi}_{RH} = M_{RH} - F_{xH} r - F_{zH} e_H \quad \text{entspricht (5.3)} \quad (8.9)$$

Aus diesen neun Gleichungen können die Umfangskräfte und Achslasten berechnet werden.

8.2 Kraftschluss an Vorder- und Hinterachse

Für die beiden Achsen lautet der jeweilige Kraftschluss

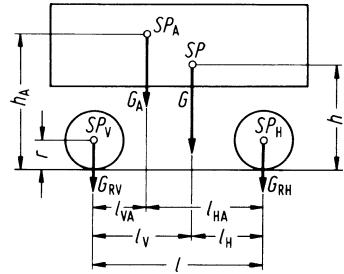
$$\mu_V = \frac{F_{xV}}{F_{zV}} \quad \text{und} \quad \mu_H = \frac{F_{xH}}{F_{zH}}. \quad (8.10)$$

Die Umfangskräfte ergeben sich aus (8.6) und (8.9) mit den Rollwiderständen nach (2.3a) zu

$$F_{xV} = \frac{M_{RV}}{r} - J_{RV} \ddot{\varphi}_{RV} - F_{RV}, \quad (8.11a)$$

$$F_{xH} = \frac{M_{RH}}{r} - J_{RH} \ddot{\varphi}_{RH} - F_{RH}. \quad (8.11b)$$

Abb. 8.2 Zur Ermittlung der Lage des Gesamtschwerpunktes SP aus den Einzelschwerpunkten SP_A , SP_V und SP_H



Die Summe der Momente ist nach (5.27) proportional der Zugkraft Z

$$M_{RV} + M_{RH} = M_R = rZ \quad (8.12)$$

und die Summe der Umfangskräfte

$$F_{xV} + F_{xH} = G \left(\frac{\ddot{x}}{g} + p \right) + F_{Lx} = G \frac{\ddot{x}}{g} + F_{St} + F_{Lx}. \quad (8.13)$$

Zusatzinformation

Die Vorderachslast ergibt sich aus

$$\begin{aligned} F_{zV}l &= (G_{RV}l + G_A l_{HA}) \cos \alpha - [G_A h_A + (G_{RV} + G_{RH})r] \sin \alpha \\ &\quad - F_{LzV} \\ &\quad - [G_A h_A + (G_{RV} + G_{RH})r] \frac{\ddot{x}}{g} - (J_{RV}\ddot{\varphi}_{RV} + J_{RH}\ddot{\varphi}_{RH}) \\ &\quad - F_R r. \end{aligned} \quad (8.14)$$

Sie setzt sich somit zusammen aus statischen Anteilen (Zeile 1), dem Auftrieb an der Vorderachse (Zeile 2), dynamischen Anteilen (Zeile 3) und dem Rollwiderstand (Zeile 4).

Im Folgenden wird näher auf diese einzelnen Komponenten eingegangen.

1. Statische Anteile: Die erste Zeile in (8.14) kann dadurch vereinfacht werden, dass statt der Einzelschwerpunkte SP_A , SP_V und SP_H der Gesamtschwerpunkt SP eingeführt wird. Dessen Lage ergibt sich nach Abb. 8.2 zu

$$Gh = G_A h_A + (G_{RV} + G_{RH})r, \quad (8.15)$$

$$Gl_H = G_{RV}l + G_A l_{HA}, \quad (8.16)$$

$$Gl_V = G_{RH}l + G_A l_{VA}. \quad (8.17)$$

Mit (8.15) und (8.16) wird aus der ersten Zeile von (8.14)

$$(G_{RV}l + G_A l_{HA}) \cos \alpha - [G_A h_A + (G_{RV} + G_{RH})r] \sin \alpha = Gl_H \cos \alpha - Gh \sin \alpha = F_{zVstat}l,$$

mit der statischen Vorderachslast des stehenden Fahrzeuges

$$F_{zVstat} = G \left(\frac{l_H}{l} \cos \alpha - \frac{h}{l} \sin \alpha \right). \quad (8.18)$$

2. Dynamische Anteile: Es liegt nahe, die dritte Zeile von (8.14) zu vereinfachen, indem nach (2.17) die Winkelbeschleunigungen in Translationsbeschleunigungen umgewandelt werden

$$Gh\frac{\ddot{x}}{g} + (J_{RV}\ddot{\varphi}_{RV} + J_{RH}\ddot{\varphi}_{RH}) = \left(\frac{G}{g}h + \frac{J_{RV}}{R_V} + \frac{J_{RH}}{R_H} \right) \ddot{x} = G[h + (\lambda^* - 1)r]\frac{\ddot{x}}{g}$$

und indem weiterhin der Faktor λ^* nach (5.26) eingeführt wird. Nur muss im Gegensatz zur Berechnung des Beschleunigungswiderstandes hier bei der Bestimmung der Achslasten die Lage der Drehachse der rotatorischen Massen beachtet werden. Nur die Teile, deren Drehachse in y -Richtung (senkrecht zur Zeichenebene in Abb. 8.1) zeigt, verändern Vorder- und Hinterachslast. Das ist immer der Fall für die Räder, Bremsen, Achswellen und für die Motoren, die quer eingebaut sind. Längsliegende Motoren verändern beim Beschleunigen nur die Radlasten links/rechts, was aber hier nicht interessiert. Es wird deshalb ein neuer Drehmassenzuschlagsfaktor λ^* eingeführt, dessen Größe sich ergibt zu (s. (5.22))

$$\lambda^* = 1 + \frac{1}{rRm}(J_{RV} + J_{RH} \pm i_A^2 i_G^2 J_M) \text{ bei querstehendem Motor,}$$

+ wenn Motor und Räder gleichsinnig drehen, – wenn gegensinnig.

$$\lambda^* = 1 + \frac{1}{rRm}(J_{RV} + J_{RH}) \text{ bei längsstehendem Motor.} \quad (8.19)$$

Dabei wurden gleiche r und R an Vorder- und Hinterachse vorausgesetzt und der kleine Einfluss von Dreiteilen zwischen Motor und Rädern, der von Dreiteilen des Kennungswandlers, vernachlässigt.

3. Rollwiderstand: Der in der vierten Zeile von (8.14) stehende Einfluss des Rollwiderstandes kann hinsichtlich der Achslasten im Allgemeinen vernachlässigt werden.

Die Vorderachslast lautet

$$F_{zV} = F_{zVstat} - F_{LzV} - G \left[\frac{h}{l} + (\lambda^* - 1) \frac{r}{l} \right] \frac{\ddot{x}}{g}. \quad (8.20)$$

Die Hinterachslast errechnet sich aus den entsprechenden Formeln.

Zusatzinformation

Einfacher jedoch ist die Bestimmung aus der Überlegung, dass nach Abb. 8.1 die Summe der Achslasten senkrecht auf der Fahrbahn gleich $G \cos \alpha$ minus dem Auftrieb $F_{LzV} + F_{LzH}$ sein muss.

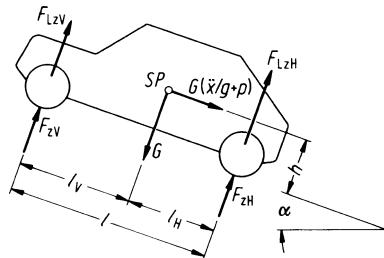
$$F_{zV} + F_{zH} = G \cos \alpha - F_{LzV} - F_{LzH}, \quad (8.21)$$

$$F_{zH} = F_{zHstat} - F_{LzH} + G \left[\frac{h}{l} + (\lambda^* - 1) \frac{r}{l} \right] \frac{\ddot{x}}{g} \quad (8.22)$$

mit

$$F_{zHstat} = G \left(\frac{l_V}{l} \cos \alpha + \frac{h}{l} \sin \alpha \right). \quad (8.23)$$

Abb. 8.3 Vereinfachtes Modell zur Berechnung der Achslasten für kleine Steigungen



Für eine abschließende Erklärung der Achslasten an Hand der Gl. (8.18), (8.20), (8.22) und (8.23) wurde das Fahrzeugmodell nach Abb. 8.1 auf das in Abb. 8.3 dargestellte reduziert.

Die Achslasten hängen zunächst von dem statischen Anteil ab. In der Ebene ($\alpha = 0$) werden die Lasten durch die Schwerpunktlage in Längsrichtung, also von den Verhältnissen l_V/l bzw. l_H/l bestimmt. In der Steigung ($\alpha > 0$) wird die Vorderachslast hauptsächlich durch den Ausdruck $h/l \sin \alpha$ vermindert, hingegen die Hinterachslast um denselben Wert vergrößert. Bei Gefällefahrt ist es umgekehrt. Dabei geht die Höhe des Schwerpunktes h im Verhältnis zum Radstand l ein. Da α bei den Steigungen auf Straßen klein ist, kann $\cos \alpha \approx 1$ und $\sin \alpha \approx \tan \alpha = p$ gesetzt werden (s. auch Abschn. 5.3).

Weiterhin werden die Achslasten durch den Auftrieb verändert, und zwar nach Abb. 3.12 meistens vermindert; diese Verminderung wird mit wachsender Geschwindigkeit und erhöhter seitlicher Anströmung größer.

Beim Beschleunigen wird die Vorderachse entlastet, die Hinterachse belastet. Beim Verzögern ist es umgekehrt. Diese Ent- bzw. Belastung setzt sich aus zwei Anteilen zusammen: Der eine, $(G/g)\ddot{x}(h/l)$, röhrt aus dem Moment der translatorisch bewegten Masse her, darin geht wieder die Schwerpunktshöhe h im Verhältnis zum Radstand l ein. Der andere Anteil entsteht aus der Beschleunigung der rotatorischen Massen, charakterisiert durch den Faktor λ^* (in Abb. 8.3 nicht eingezeichnet).

In der Tab. 8.1 sind die Achslasten mit den eben genannten Näherungen zusammengefasst eingetragen.

8.3 Kraftschluss bei Vorder- bzw. Hinterachsantrieb

Zunächst wird der Einzelachsantrieb behandelt, der Allradantrieb folgt in Abschn. 8.5, die Anwendung auf die Bremsung in Kap. 9.

Es gilt (bei Vernachlässigung der Lagerreibungen und der Restbremsmomente nach Abschn. 2.1.1.3) für

$$\text{Vorderachsantrieb} \quad M_{rV} = Zr_V, \quad M_{RH} = 0 \quad (8.24)$$

$$\text{Hinterachsantrieb} \quad M_{RV} = 0, \quad M_{RH} = Zr_H \quad (8.25)$$

Tab. 8.1 Zusammenstellung Achslasten, Umfangskräfte und Kraftschlüsse für Vorder- und Hinterachse bei Einzelachsantrieb eines zweiachsigen Fahrzeugs

	Vorderachse	Hinterachse	
Achslasten	Vorderachsantrieb	Hinterachsantrieb	Vorderachsantrieb
Achslasten	$F_{zV} = F_{zVstat} - F_{LzV} - G \left[\frac{h}{l} + (\lambda^* - 1) \frac{r}{l} \right] \frac{\ddot{x}}{g}$	$F_{zH} = F_{zHstat} - F_{LzH} + G \left[\frac{h}{l} + (\lambda^* - 1) \frac{r}{l} \right] \frac{\ddot{x}}{g}$	Hinterachsantrieb
statische Achslasten	$F_{zVstat} \approx G \left(\frac{l_H}{l} - \frac{h}{l} p \right)$	$F_{zHstat} \approx G \left(\frac{l_V}{l} + \frac{h}{l} p \right)$	
Umfangskräfte	$F_{xV} \approx G \left[p + \frac{\ddot{x}}{g} \right] + F_{Lx}$	$F_{xV} \approx 0$	$F_{xH} \approx 0$
Kraftschluss allgemein	$\mu_V = F_{xV}/F_{zV}$	$\mu_H = F_{xH}/F_{zH}$	$F_{xH} \approx G \left[p + \frac{\ddot{x}}{g} \right] + F_{Lx}$
bei unbeschleunigter Fahrt in der Ebene ($\ddot{x} = p = 0$)	$\mu_V \approx \frac{F_{Lx}}{F_{zVstat} - F_{LzV}}$	$\mu_H \approx 0$	$\mu_H \approx \frac{F_{Lx}}{F_{zHstat} - F_{LzH}}$
bei Steigungsfahrt ($\ddot{x} = 0$, v klein, d.h. $F_{Lzi} \approx 0, F_{Lx} \approx 0$)	$\mu_V \approx \frac{p}{\frac{l_H}{l} - \frac{h}{l} p}$	$\mu_V \approx 0$	$\mu_H \approx \frac{p}{\frac{l_V}{l} + \frac{h}{l} p}$
bei beschleuniger Fahrt ($p = 0$, v klein und λ^* vernachlässigt)	$\mu_V \approx \frac{\ddot{x}/g}{\frac{l_H}{l} - \frac{h}{l} \frac{\ddot{x}}{g}}$	$\mu_V \approx 0$	$\mu_H \approx \frac{\ddot{x}/g}{\frac{l_V}{l} + \frac{h}{l} \frac{\ddot{x}}{g}}$

mit der Zugkraft nach (5.27) und (5.28a)

$$Z = F_R + F_{Lx} + F_{St} + F_B = G \left(f_R + p + \lambda \frac{\ddot{x}}{g} \right) + c_x A \frac{\rho}{2} v_r^2.$$

Für den *Hinterachsantrieb* – nur dieses Beispiel soll zunächst im Einzelnen durchgerechnet werden – ergibt sich dann die Umfangskraft an der Vorderachse nach (8.11a) zu

$$F_{xV} = -\frac{J_{RV}}{r} \ddot{\varphi}_{RV} - F_{RV} = -\frac{J_{RV}}{R_V r} \ddot{x} - F_{RV}. \quad (8.26)$$

Danach setzt sich die Größe der Umfangskraft an den Laufrädern, also an den momentenfreien Rädern, aus dem rotatorischen Beschleunigungsglied (J_{RV}/r) $\ddot{\varphi}_{RV}$ und dem Rollwiderstand F_{RV} zusammen.

Für die Hinter- und Antriebsachse ist nach (8.13) die Umfangskraft

$$F_{xH} = G \frac{\ddot{x}}{g} + F_{St} + F_{Lx} - F_{xV} = G \left(\frac{\ddot{x}}{g} + p \right) + F_{Lx} + \frac{J_{RV}}{R_V r} \ddot{x} + F_{RV}. \quad (8.27)$$

Sie ergibt sich aus dem Luft- und Steigungswiderstand, weiterhin aus dem translatorischen Anteil der Beschleunigungskraft und aus der Reaktion der Umfangskraft der Vorderachse. F_{xH} hängt *nicht* vom rotatorischen Beschleunigungsanteil an der Hinterachse ($J_{RH}/R_H r$) \ddot{x} und dem Rollwiderstand an der Hinterachse F_{RH} ab. Das ist der Unterschied zwischen der Umfangskraft F_{xH} und der Zugkraft $Z = M_{RH}/r$.

Mit den Achslasten nach (8.20) und (8.22) errechnen sich die Kraftschlüsse wieder für das Beispiel des Hinterachsantriebes an der nicht angetriebenen Vorderachse

$$\mu_V = \frac{F_{xV}}{F_{zV}} = \frac{-\frac{J_{RV}}{R_V r} \ddot{x} - F_{RV}}{F_{zVstat} - F_{LzV} - G \left[\frac{h}{l} + (\lambda^* - 1) \frac{r}{l} \right] \frac{\ddot{x}}{g}} \quad (8.28)$$

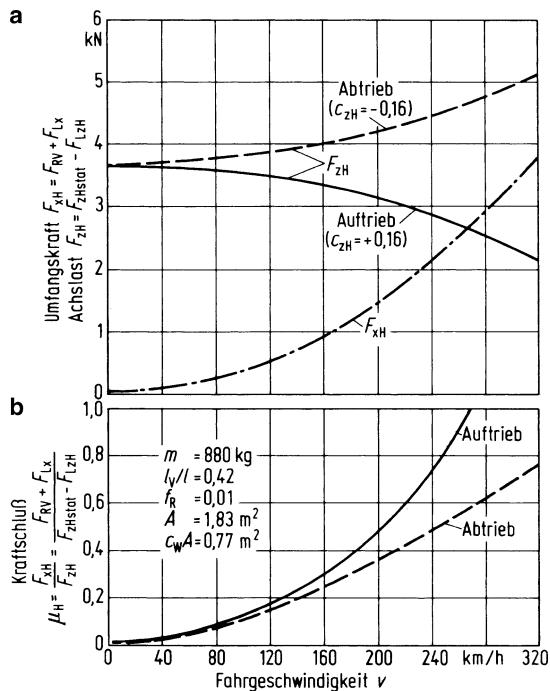
und an der angetriebenen Hinterachse

$$\mu_H = \frac{F_{xH}}{F_{zH}} = \frac{\left(\frac{G}{g} + \frac{J_{RV}}{R_V r} \right) \ddot{x} + Gp + F_{RV} + F_{Lx}}{F_{zHstat} - F_{LzH} + G \left[\frac{h}{l} + (\lambda^* - 1) \frac{r}{l} \right] \frac{\ddot{x}}{g}}. \quad (8.29)$$

Die entsprechenden Formeln für den Vorderachsantrieb sind gemeinsam mit denen für Hinterachsantrieb in Tab. 8.1 zusammengestellt. Dabei wurden das Trägheitsmoment und der Rollwiderstand der nicht angetriebenen Räder als kleine Größen vernachlässigt, sodass der Kraftschluss an den Laufrädern praktisch gleich Null ist.

Im Folgenden werden die Gleichungen ausgewertet, zunächst für die Fahrt in der Ebene, dann in der Steigung und anschließend für die beschleunigte Fahrt.

Abb. 8.4 a, b Auswirkung von Auf- und Abtrieb auf den Kraftschluss bei Hinterachsanztrieb. **a** Achslast und Umfangskraft der Hinterachse über der Fahrgeschwindigkeit, **b** Kraftschluss über der Fahrgeschwindigkeit



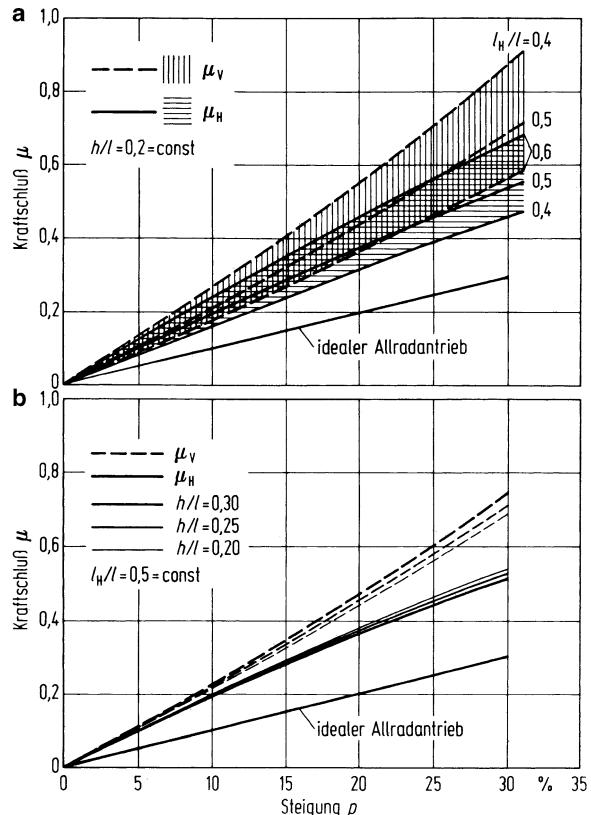
8.3.1 Unbeschleunigte Fahrt in der Ebene

Abbildung 8.4 zeigt ein Beispiel für einen Pkw mit Hinterradantrieb. Nach Abb. 8.4a wächst die Umfangskraft F_{xH} an den Antriebsräder wegen des Luftwiderstandes quadratisch mit der Fahrgeschwindigkeit v , die Achslast verringert sich durch den üblicherweise wirkenden Auftrieb (ausgezogene Linie). Dadurch steigt der Kraftschluss μ_H (s. Abb. 8.4b) über v stärker als quadratisch an.

Die Größe des Kraftschlusses ist für normale Geschwindigkeiten relativ klein, sodass dieser Fahrzustand für die Kraftschlussgrenze, also für das Durchdrehen der Antriebsräder, belanglos ist. Nur bei Glatteis oder Schneeglätte und ab Geschwindigkeiten von etwa 120 km/h könnte dieser Fall eintreten. Der Kraftschluss erreicht nach Abb. 8.4b dann den Wert 0,2, liegt also über dem Haftbeiwert von Glatteis bei 0°C (s. Abb. 2.19). Bei höheren Fahrgeschwindigkeiten wächst der Kraftschluss stark an, in dem Beispiel bei 260 km/h auf 1,0, sodass sogar der Haftbeiwert μ_h auf trockener Straße überschritten wird.

Dies kann durch Verringerung des Luftwiderstandes und Vergrößerung der Achslast vermieden werden. Die Achslast kann durch Schwerpunktsverschiebung und durch Veränderung des Auftriebes erhöht werden. In Abb. 8.4 zeigt die gestrichelte Linie ein weiteres Beispieldfahrzeug, bei dem statt des Auftriebes ein gleich großer Abtrieb wirksam ist. Dadurch verringert sich bei 260 km/h der Kraftschluss μ_H von 1,0 auf etwa 0,6.

Abb. 8.5 a, b Kraftschluss an der Vorderachse μ_V bei Vorderachsanztrieb und der Hinterachse μ_H bei Hinterachsanztrieb in Abhängigkeit von der Steigung p . **a** für verschiedene Schwerpunktlagen in Längsrichtung; **b** für verschiedene Schwerpunkthöhen



Prinzipielle Unterschiede zwischen Vorder- und Hinterachsanztrieb bestehen nicht, praktische insofern, als dass der Auftrieb an der Vorderachse nach Abb. 3.12 im allgemeinen größer ist.

Die Gleichungen für die einzelnen Achsen sind in Tab. 8.1, drittletzte Zeile, angegeben.

8.3.2 Steigungsfahrt (unbeschleunigt)

In Tab. 8.1 sind dafür in der zweitletzten Zeile Näherungsformeln, bei denen die Luftkräfte vernachlässigt wurden, angegeben. Dies ist wegen der niedrigen Fahrgeschwindigkeiten, die in hohen Steigungen nur erreicht werden können, erlaubt.

Nach Abb. 8.5 nimmt der Kraftschluss über der Steigung bei Vorderradantrieb wegen der Entlastung der Vorderachse progressiv, bei Hinterradantrieb wegen der Belastung der Hinterachse degressiv zu. Ein kleineres h , d. h. ein Niedrigerlegen des Schwerpunktes, das aus Gründen des Fahrverhaltens in der Kurve immer vorteilhaft ist, bringt nach Abb. 8.5b für den Kraftschluss nur eine geringfügige Verbesserung. Stärker geht die Lage des Schwer-

Tab. 8.2 Schwerpunktlage in Längsrichtung (Mittelwerte \pm Standardabweichung in leerem und beladenem Zustand für Pkw 1998). (In Klammern maximale Steigfähigkeit bei $\mu_h = 1,0$ und $0,1$, $h/l = 0,2$ und den Mittelwerten von l_H/l)

Antriebskonzept Motor/Antrieb	Frontantriebssatz vorn/vorn	Standardantrieb vorn/hinten	Heckantriebssatz hinten/hinten
Zahl der ausgewerteten Pkw	595	215	8
Schwerpunktlage l_H/l für $p = 0$			
leer	$0,61 \pm 0,10$ (50,6 %, 6,0 %)	$0,51 \pm 0,05$ (61,3 %, 4,9 %)	$0,39 \pm 0,01$ (76 %, 6,2 %)
vollbeladen	$0,54 \pm 0,10$ (45,1 %, 5,3 %)	$0,48 \pm 0,025$ (65,4 %, 5,2 %)	$0,43 \pm 0,01$ (71 %, 5,8 %)

punktes in Längsrichtung l_H/l ein. Bei gleicher Schwerpunktlage ist der Kraftschluss beim Vorderradantrieb größer als beim Hinterradantrieb.

Nun sind aber bei Pkw die Schwerpunktlagen in Längsrichtung bei den verschiedenen Antriebskonzepten verschieden. Nach Tab. 8.2 sind frontangetriebene Pkw im leeren und vollbeladenen Zustand vorderachslastig, Pkw mit Standardantrieb fast mittellastig und mit Heckantriebssatz hinterachslastig. Für den Vergleich fragt man am zweckmäßigsten nach der maximalen Steigung p_{\max} bei vorgegebenem Haftbeiwert μ_h

$$p_{\max} \approx \begin{cases} \frac{\mu_h \frac{l_H}{l}}{1 + \frac{h}{l} \mu_h} & \text{bei Vorderachsanztrieb} \\ \frac{\mu_h \frac{l_V}{l}}{1 - \frac{h}{l} \mu_h} & \text{bei Hinterachsanztrieb.} \end{cases} \quad (8.30)$$

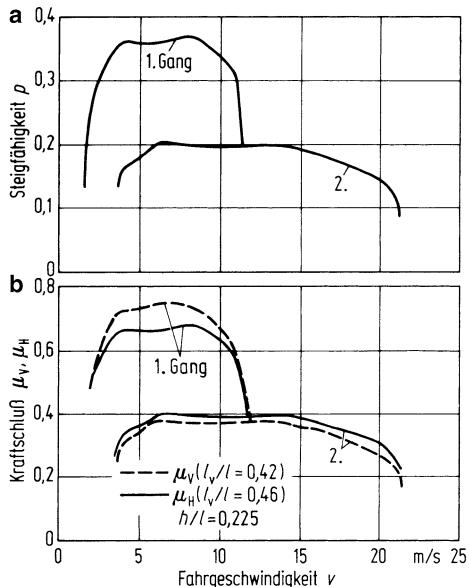
Der in Klammern stehende erste Wert in Tab. 8.2 verdeutlicht, dass hinterradangetriebene Pkw auf trockener Straße mit $\mu_h = 1,0$ größere Steigungen p_{\max} befahren können als frontangetriebene. Nur ist das nicht sehr wichtig, weil so hohe Steigungen nach Tab. 5.1 auf den Straßen nicht vorkommen. Meistens treten die kritischen Steigungsfahrten im Winter bei Schnee und Eis auf. Nach den zweiten Werten mit $\mu_h = 0,1$ (Glatteis) sind Front- und Hecktriebsatz fast gleichwertig und beide besser als der Standardantrieb.

Zusatzinformation

Bei kleinen Steigungen können die Gln. (8.30) noch weiter vereinfacht werden:

$$p_{\max} \approx \begin{cases} \mu_h l_H/l & \text{bei Vorderachsanztrieb} \\ \mu_h l_V/l & \text{bei Hinterachsanztrieb} \end{cases} \quad (8.31)$$

Abb. 8.6 a, b Einfluss von Vorder- und Hinterachsantrieb auf den Kraftschluss bei Steigungsfahrt. a durch Lieferkennung gegebene Steigfähigkeit aus Abb. 7.6 für das leere Fahrzeug; b Kraftschluss μ_V bei Vorderachsantrieb und μ_H bei Hinterachsantrieb über der Fahrgeschwindigkeit. (Weitere Fahrzeugdaten s. Abb. 8.4)



Zum Schluss soll noch geprüft werden, ob die für die maximale Steigung vom Antrieb her vorhandene Umfangskraft überhaupt auf die Fahrbahn übertragen werden kann bzw. welcher Haftbeiwert dazu nötig ist. Für Abb. 8.6a wurde die Steigfähigkeit aus Abb. 7.6 entnommen, und daraus werden mit den Gleichungen für den Kraftschluss aus Tab. 8.1 die Werte μ_V und μ_H für Vorder- und Hinterradantrieb ermittelt, s. Abb. 8.6b. Danach ist bei Hinterachsantrieb für die größte Steigung im 1. Gang ein Mindesthaftbeiwert von $\mu_h \approx 0,68$ und bei Vorderradantrieb von 0,75 notwendig. Im 2. Gang, also bei niedrigeren maximalen Steigungen sind in diesem Beispiel die Kraftschlüsse für beide Antriebsarten fast gleich.

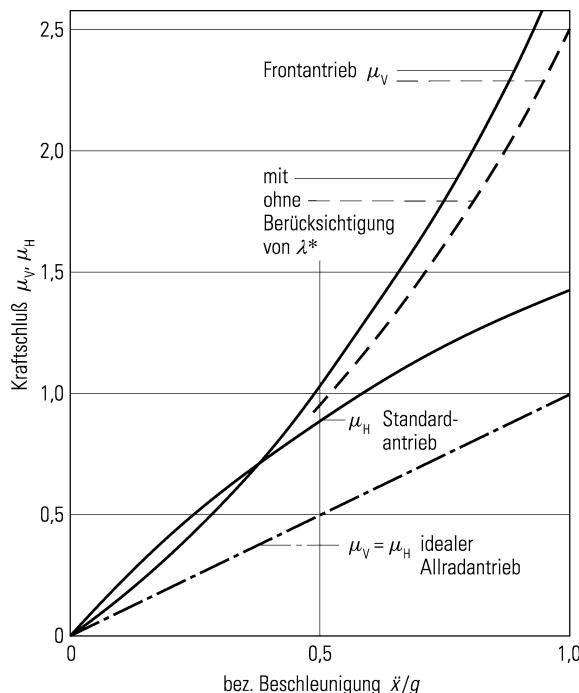
Zusatzinformation

Bei Gefällefahrt müssen für p negative Werte (z. B. in Tab. 8.1 vorletzte Zeile) eingesetzt werden, und die Verhältnisse kehren sich um. Wird demnach ein Fahrzeug im Gefälle durch den Antrieb abgebremst, so wäre bei großen Gefällen in Bezug auf den Kraftschluss hier das vorderachs „angetriebene“ – jetzt muss es heißen: das vorderachs „gebremste“ – besser als das hinterachsgebremste. Fahrzeugtechnisch ist dieser Fall nicht sehr bedeutend, denn sollten die Reibbeiwerte z. B. durch die Witterung zwischen Reifen und Straße so niedrig liegen, dass die Bremsmomente der Antriebsanlage nicht mehr auf die Straße übertragen werden können, so hat der Fahrer die Möglichkeit, statt dessen die Bremsanlage zu betätigen. Sie ist bei Straßenfahrzeugen immer eine Allradbremse, wodurch der Kraftschluss insgesamt sinkt.

8.3.3 Beschleunigte Fahrt (in der Ebene)

Der Fahrzustand bei beschleunigter Fahrt (in der Ebene) ist der im letzten Unterabschnitt behandelten Steigungsfahrt sehr ähnlich. Da nach Abb. 7.10 die größten Beschleunig-

Abb. 8.7 Einfluss von Front- und Standardantrieb auf den Kraftschluss bei beschleunigter Fahrt in der Ebene. Daten für Frontantrieb: $l_H/l = 0,61$, $\lambda^* = 1,47$ (quereingebauter Motor, 1. Gang); für Standardantrieb: $l_H/l = 0,51$, $\lambda^* = 1,06$ (längsstehender Motor); für beide Pkw: $h/l = 0,2$, $r/l = 0,12$



gen bei kleinen Geschwindigkeiten (in den niedrigen Gängen bei großen Übersetzungen) auftreten, können wieder Rollwiderstand und Luftkräfte vernachlässigt werden. Formelmäßig ist bei der beschleunigten Fahrt der Einfluss der rotatorischen Massen – ausgedrückt durch λ^* – auf die Achslasten F_{zi} nach (8.20), (8.22) zu berücksichtigen. Praktisch ist er zu vernachlässigen.

Zusatzinformation

In Abb. 8.7 sind zwei Linien für den Frontantrieb $\mu_V = f(\ddot{x}/g)$ bei Fahrt im 1. Gang und bei quereingebautem Motor – nur dann ist λ^* groß – aufgetragen. Bei der ausgezogenen Linie ist $\lambda^* = 1,47$, bei der gestrichelten ist $\lambda^* = 1,0$. Der Unterschied bei μ_V ist relativ klein, sodass der Einfluss von λ^* vernachlässigt werden darf, höchstens im 1. Gang berücksichtigt werden muss.

Damit tritt an die Stelle der Steigung p die bezogene Beschleunigung – vgl. in Tab. 8.1 die letzte und vorletzte Zeile –

$$p \approx \ddot{x}/g. \quad (8.32)$$

Zusatzinformation

Um klarzustellen sei betont: Der Einfluss der rotatorischen Massen auf die Achslasten darf vernachlässigt werden, also $\lambda^* = 1,0$ gesetzt werden, ihr Einfluss auf die Beschleunigungsfähigkeit hingegen muss – s. Abb. 7.10 – berücksichtigt werden, also ist $\lambda > 1,0$ einzuführen.

Damit können die Ergebnisse aus Abschn. 8.3.2 „Steigungsfahrt“ hier übernommen werden. Danach erzielen auf trockener Straße Pkw mit Hinterachsantrieb (Standardantrieb

und Heckantriebssatz) größere Beschleunigungen als die mit Vorderachsantrieb, s. Tab. 8.2, jeweils erste Zahl in den Klammern. Dies wird auch durch Abb. 8.7 bestätigt, in dem ein Frontantrieb (quereingebauter Motor) mit einem Standardantrieb (längsstehender Motor), jeweils Schwerpunktslage nach Tab. 8.2, miteinander verglichen werden. Starkmotorisierte Pkw mit Frontantrieb „bringen die Leistung nicht auf die Straße“, sie brauchen deshalb den Allradantrieb (s. Abschn. 8.5). Bei kleinen Beschleunigungen bzw. kleinen Haftbeiwerten ist wieder der Fronttriebler von Vorteil.

8.4 Traktionshilfen für den Fahrer, Schlupfregelung, Differenzialsperre

Nach Tab. 8.2 kann z. B. ein Fahrzeug auf Glatteis mit $\mu_h = 0,1$ eine Steigung von $p = 6\%$ mit konstanter Geschwindigkeit befahren. Dafür ist an den Antriebsrädern ein Moment nach (8.11) von

$$M_{R\max} \approx r F_{x\max} = r \mu_h F_z \quad (8.33)$$

nötig. Dieses maximale Moment muss der Fahrer über das Gaspedal „ertasten“. Gibt er zu wenig Gas, kann die 6 %-Steigung nicht befahren werden, gibt er zu viel Gas, drehen die Räder durch, es stellt sich nach Abschn. 2.1.2 der Gleitbeiwert $\mu_g < \mu_h$ ein und das Fahrzeug rutscht rückwärts den Berg hinab. Um den Fahrer in diesem fahrdynamischen Grenzbereich zu unterstützen, kann eine „Automatische Schlupfregelung“ verwendet werden. Bei $M_{R\max}$ und μ_h stellt sich nach Abb. 2.16 der kritische Schlupf S_c ein, bei zu viel Gas, also bei durchdrehenden Rädern, der Schlupf $S = 1$. Die Regelung greift nun – obgleich der Fahrer das Gaspedal zu stark betätigt – so in das Motormanagement ein, dass der Schlupf an den Antriebsrädern $S \approx S_c$ ist und damit das o. g. $M_{R\max}$ erzielt wird.

Zusatzinformation

Die Information über das Anwachsen des Schlupfes über S_c hinaus, vom Übergang von den noch haftenden zu den durchdrehenden Rädern erhält man aus deren Winkelbeschleunigung. Im Einzelnen wird darauf später im Abschn. 9.9 bei der Behandlung des Gegenteils von der Antriebsregelung, beim „Antiblockiersystem (ABS)“ eingegangen. Für beide werden über Radsensoren die Winkelgeschwindigkeiten und durch Differenzieren die Winkelbeschleunigungen ermittelt [HUBE96].

Ein weiterer kritischer Fall beim Antrieb kann auftreten, wenn die Kraftschlussverhältnisse an den linken (l) und rechten (r) Antriebsrädern verschieden sind, sog. μ_{split} -Fall. Das maximal übertragbare Moment wäre

$$M_{R\max} = M_{Rl\max} + M_{Rr\max} = r(F_{xl} + F_{xr}) = r(\mu_{hl}F_{zl} + \mu_{hr}F_{zr}) \quad (8.34)$$

und bei gleichen Radlasten gleich halbe Achslast

$$F_{zl} = F_{zr} = F_z/2 \quad (8.35)$$

Tab. 8.3 Zusammenstellung der Einflüsse von Witterungsbedingungen, Fahrer, Differenzial und ASR auf das an den Antriebsräder zu übertragende Moment M_R und auf das Giermoment M_z

μ_{Split}	μ -Werte (Abb. 2.17)	Fahrer gibt zu viel Gas	ASR	Reibungsfreies Differenzial	M_R/rF_z	$M_z/\frac{s}{4}F_z$
$= 0$	Nass					
	$\mu_g = 0,55$	x			0,55	0
	$\mu_h = 0,70$		x		0,70	0
$\neq 0$	Schnee					
	$\mu_g = 0,18$	x			0,18	0
	$\mu_h = 0,20$		x		0,20	0
$\neq 0$	Links: nass					
	$\mu_{hl} = 0,70$	x		x	0,18	0
	Rechts: Schnee		x		0,45	0,50

wird

$$M_{R\max} = r \frac{\mu_{hl} + \mu_{hr}}{2} F_z. \quad (8.36)$$

Bei einem reibungsfreien Differenzial sind aber die beiden Radmomente gleich, und zwar gleich dem geringeren von beiden. Ist z. B. $\mu_{hl} > \mu_{hr}$ und dreht zudem noch das rechte Rad durch undosiertes Gasgeben durch (statt μ_{hr} ist μ_{gr} einzusetzen), so reduziert sich das übertragbare Moment auf

$$M_R = r \mu_{gr} (F_{zL} + F_{zR}) = r \mu_{gr} F_z. \quad (8.37)$$

Bei der sog. „Elektronischen Differenzialsperre (EDS)“ [LECH94] wird das in diesem Beispiel rechte durchdrehende Rad durch die rechte Bremse abgebremst, wodurch zwangsläufig das linke Rad über das Differenzial mehr Moment erhält. Wird noch – wie oben bei der „Automatischen Schlupfregelung“ beschrieben – das Durchdrehen der beiden Räder vermieden, so erhält man das maximale Moment nach (8.34). Die Kombination in einem Gerät wird häufig mit ASR bezeichnet [GAUP00]. Durch das EDS entsteht allerdings ein Giermoment M_z , ein Moment um die Hochachse des Fahrzeugs, das mit der Spurweite s

$$M_z = \frac{s}{2} (F_{xL} - F_{xR}) = \frac{s}{2} (\mu_{hl} F_{zL} - \mu_{hr} F_{zR}) \quad (8.38a)$$

beträgt. Mit (8.35) wird

$$M_z = \frac{s}{4} F_z (\mu_{hl} - \mu_{hr}). \quad (8.38b)$$

Um die dadurch bedingte seitliche Abweichung des Fahrzeugs von der Geradeausfahrt in Grenzen zu halten, wird das EDS ab ≈ 40 km/h abgeschaltet.

In Tab. 8.3 sind die Ergebnisse dieses Abschnittes für einige Zahlenbeispiele zusammengetragen.

8.5 Allradantrieb

Wie der Name sagt, werden beim Allradantrieb alle Räder angetrieben. Dies wird notwendig, um im unwegsamen Gelände voranzukommen oder um große Steigungen befahren zu können (absolut große auf trockener Fahrbahn, relativ große auf Schnee und Eis bzw. um nicht Schneeketten auflegen zu müssen). Große Steigungsfähigkeit entspricht auch hoher Beschleunigungsfähigkeit. Wie in Abschn. 8.3.3 ausgeführt, setzt deren Verwirklichung vor allen Dingen bei frontangetriebenen Pkw die Zuschaltung des Hinterradantriebes, also den Allradantrieb, voraus. Die Ausrüstung von Personenkraftwagen mit Allradantrieb hat auch noch fahrdynamische Gründe, mit ihnen können höhere Querbeschleunigung bei Kurvenfahrt und ein neutrales Fahrverhalten erzielt werden, s. Teil IV „Fahrverhalten“, Abschn. 28.2.

Es wird gezeigt, wie die Momente auf die Achsen eines zweiachsigen Fahrzeuges im Idealfall aufgeteilt werden sollten und wie es real geschieht.

8.5.1 Ideale Momentenaufteilung

Es ist leicht einsichtig, dass bei gleichem Kraftschluss an Vorder- und Hinterachse

$$\mu_V = \mu_H \quad (8.39)$$

der Idealfall vorliegt. Dabei kann z. B. die höchstmögliche Steigung befahren werden. Ist hingegen der Kraftschluss an einer Achse höher, so drehen deren Räder als erste durch, für die Räder der anderen Achse wird der zu übernehmende Widerstand zu groß, sie drehen auch durch, und das Fahrzeug bleibt stecken.

Könnte der Kraftschluss über Sensoren festgestellt werden [ROTH93, STOE97] oder wird er indirekt mit den bei Blockierverhinderern vorhandenen Drehzahlsensoren über die Winkelbeschleunigung an den einzelnen Rädern erfasst (s. „Elektronische Bremskraftverteilung“ in Abschn. 9.8.1), so ist es relativ leicht, die Antriebsmomente auf die beiden Achsen zu verteilen [RICH90].

Im Folgenden wird die ideale Momentenaufteilung abgeleitet.

Die Aufteilung des erforderlichen Gesamtmomentes nach (8.12)

$$M_R = M_{RV} + M_{RH} = r(F_B + F_{St} + F_R + F_{Lx})$$

auf die Achsen sei

$$M_{RH} = i M_R \text{ bzw. } M_{RV} = (1 - i) M_R. \quad (8.40)$$

Dividiert man die Umfangskräfte nach (8.11) durch die Achslasten nach (8.20), (8.22), berücksichtigt zudem bei ihnen, dass nach Abschn. 8.3.3 der Einfluss der rotatorischen

Massen vernachlässigt werden darf ($\lambda^* - 1 = 0$), so erhält man die Kraftschlüsse zu

$$\mu_V = \frac{(1-i)(F_B + F_{St} + F_R + F_{Lx}) - \frac{J_{RV}}{R_V r} \ddot{x} - F_{RV}}{F_{zVstat} - F_{LzV} - G \frac{h}{l} \frac{\ddot{x}}{g}}, \quad (8.41a)$$

$$\mu_H = \frac{i(F_B + F_{St} + F_R + F_{Lx}) - \frac{J_{RH}}{R_H r} \ddot{x} - F_{RH}}{F_{zHstat} - F_{LzH} + G \frac{h}{l} \frac{\ddot{x}}{g}}. \quad (8.41b)$$

Nach Gleichsetzen entsprechend (8.39) erhält man das Momentenverhältnis i .

Wird als Erstes die Fahrt im unwegsamen, steigungsfreien Gelände mit kleiner, aber konstanter Geschwindigkeit betrachtet, so wird

$$\mu_V = \frac{(1-i)F_R - F_{RV}}{Gl_H/l} \text{ und } \mu_H = \frac{iF_R - F_{RH}}{Gl_V/l}$$

und

$$i = \frac{F_{RH}}{F_R}. \quad (8.42)$$

Die Antriebsmomente müssen auf die beiden Achsen wie die Rollwiderstände verteilt werden.

Zusatzinformation

Sind die Rollwiderstandsbeiwerte vorn und hinten verschieden, vorn z. B. größer als hinten, weil die hinteren Räder in der im weichen Untergrund gefertigten Spur der vorderen laufen oder vorn kleiner als hinten, weil die Hinterräder zwillingsbereift sind, so wird aus (8.42)

$$i = \frac{f_{RH}F_{zH}}{f_{RV}F_{zV} + f_{RH}F_{zH}} = \frac{f_{RH}l_V/l}{f_{RV}l_H/l + f_{RH}l_V/l}. \quad (8.42a)$$

Als Zweites wird der häufigste Sonderfall betrachtet, für den ein Allradantrieb benötigt wird, nämlich den der unbeschleunigten Fahrt auf großen Steigungen mit einer entsprechend niedrigen Geschwindigkeit. Aus (8.41a) und (8.41b) wird

$$\begin{aligned} \mu_V &= \frac{(1-i)(F_R + F_{St}) - F_{RV}}{F_{zVstat}} = \frac{(1-i)G(f_R \cos \alpha + \sin \alpha) - f_R F_{zVstat}}{F_{zVstat}}, \\ \mu_H &= \frac{i(F_R + F_{St}) - F_{RH}}{F_{zHstat}} = \frac{iG(f_R \cos \alpha + \sin \alpha) - f_R F_{zHstat}}{F_{zHstat}}. \end{aligned} \quad (8.43)$$

Statt der Steigung p wurde nach Abschn. 5.3 der exakte Ausdruck $\sin \alpha$ eingesetzt, weil mit Allradantrieb große Steigungen befahren werden können, bei denen die Vereinfachung

$\sin \alpha \approx \tan \alpha = p$ größere Fehler bringt. Beim Rollwiderstand wurden die Radlasten exakt mit $F_{RV} = f_R F_{zVstat}$, $F_{RH} = f_R F_{zHstat}$ und $F_R = f_R (G \cos \alpha)$ unter der Annahme gleicher Rollwiderstandsbeiwerte an Vorder- und Hinterachse berücksichtigt.

Das ideale Momentenverhältnis bei gleichem Kraftschluss $\mu_V = \mu_H$ ergibt sich zu

$$i = \frac{M_{RH}}{M_R} = \frac{F_{zHstat}}{G \cos \alpha} = \frac{l_V}{l} + \frac{h}{l} \tan \alpha = \frac{l_V}{l} + \frac{h}{l} p \quad (8.44)$$

oder zu

$$\frac{M_{RV}}{M_{RH}} = \frac{F_{zVstat}}{F_{zHstat}} = \frac{\frac{l_H}{l} - \frac{h}{l} p}{\frac{l_V}{l} + \frac{h}{l} p}. \quad (8.45)$$

Bei einer idealen Aufteilung müssen die Momente auf Vorder- und Hinterachse entsprechend der Achslasten verteilt werden. Sie ändert sich mit der Beladung und mit der Größe der Steigung.

Setzt man den Wert aus (8.44) in (8.43) ein, so ist

$$\mu_V = \mu_H = \tan \alpha = p. \quad (8.46)$$

Danach ist also bei der idealen Momentenaufteilung die maximale Steigung α_{max} gleich dem Haftbeiwert μ_h ,

$$\mu_h = \tan \alpha_{max} = p_{max}. \quad (8.47)$$

(Bei $\mu_h = 1$ z. B. ist $\alpha_{max} = 45^\circ$ entsprechend $p = 100\%$.)

Beim Allradantrieb ist der Kraftschluss selbstverständlich kleiner als bei Einzelachs antrieb. In Abb. 8.5 wurde er auch für den idealen Allradantrieb mit eingezeichnet.

Als Letztes wird noch die beschleunigte Fahrt in der Ebene, v sei klein, Rollwiderstände werden vernachlässigt, betrachtet:

$$\begin{aligned} \mu_V &= \frac{(1-i)F_B - \frac{J_{RV}}{R_V r} \ddot{x}}{G \left(\frac{l_H}{l} - \frac{h}{l} \frac{\ddot{x}}{g} \right)}; \quad \mu_H = \frac{iF_B - \frac{J_{RH}}{R_H r} \ddot{x}}{G \left(\frac{l_V}{l} + \frac{h}{l} \frac{\ddot{x}}{g} \right)}; \\ i &= \frac{1}{\lambda} \left(\frac{l_V}{l} + \frac{h}{l} \frac{\ddot{x}}{g} + \frac{J_{RH}}{R_H r m} \right). \end{aligned} \quad (8.48)$$

Hier ist das Momentenverhältnis durch die rotatorischen Massen komplizierter. Wären sie Null, $\lambda = 1$, $J_{RH} = 0$, so entspräche (8.48) der Gl. (8.44) mit

$$p = \frac{\ddot{x}}{g}, \quad (8.49)$$

s. a. (8.30).

Tab. 8.4 Achslastverhältnisse und Momentenverteilung realisierter Pkw-Allradfahrzeuge

Fahrzeughersteller	statisches Achs- lastverhältnis vorn/hinten	Momentenver- teilung des Zen- traldifferenzials vorn/hinten	Sperrgrad des Differenzials
Audi 80 1987	leer: 56 %/44 % belad.: 45 %/55 %	50 %/50 %	Torsendiff von 22 %/78 % bis zu 78 %/22 %
Audi V8	54 %/46 %	50 %/50 %	mit Lamellensperre bis zu 100 % möglich
Porsche 959	40 %/60 %	60 %/40 %	mit hydr. Kuppl. 100 % möglich
Porsche Carrera 4	42 %/58 %	31 %/69 %	mit elektr. gesteuerten Lamellensperren bis 100 % möglich
Lancia Delta	56 %/44 %	56 %/44 %	Torsendifferenzial bis 100 %
Mercedes-Benz 4Matic 1. Generation 1986	50 %/50 %	35 %/65 %	Zentralsperre 100 %
Mercedes-Benz 4Matic 2. Generation	50 %/50 %	35 %/65 %	Bremseneingriff als Sperrener-satz
Mercedes-Benz ML-Geländewagen	53 %/47 %	50 %/50 %	Bremseneingriff als Sperrener-satz
BMW 325 iX 1985	52 %/48 %	37 %/63 %	Viscosperre
BMW 525 iX 1992	leer: 52 %/48 % belad.: 45 %/55 %	36 %/64 %	Zentralsperre bis 100 %
Opel Insignia 2012	49/51	variabel Haldex-Kuppl. 90 %/10 % bis nahezu star- re Kopplung	bis zu 50 % mehr Moment zum Rad auf griffigem Untergrund elektr. geschaltete Mehrlamellenkopplung

8.5.2 Reale Momentenaufteilung

In der Praxis haben sich bei Allradfahrzeugen unterschiedliche Momentenverteilungen herausgebildet. Tabelle 8.4 gibt eine Übersicht zu einigen Allrad-Pkw. Aus dieser Tabelle werden die verschiedenen realisierten Strategien deutlich:

1. die Momentenverteilung wird in die Nähe der statischen Achslastverteilung gelegt, um dem Verhältnis nach (8.45) zumindest nahe zu kommen.
2. die Momentenverteilung wird der Grundkonzeption der Fahrzeuge angepasst, d. h. Fahrzeuge mit Standardantrieb leiten mehr Moment auf die Hinterachse, solche mit Frontantrieb haben das größte Moment auf der Vorderachse.
3. Nahezu alle hochwertigen Lösungen haben für das Zentraldifferenzial eine Sperrmöglichkeit vorgesehen, die möglichst 100 % Sperrgrad erreichen kann. Damit wird der

Schlupf an Vorder- und Hinterachse gleich. Das bedeutet, dass auch

$$\mu_V = \mu_H$$

wird. Diese Beziehung ist in (8.39) als ideale Momentenverteilung eines Allradantriebes formuliert worden.

Vorder- bzw. hinterachsgetriebene Allradauslegung werden damit in Extremfällen (Sperrgrad des Differenzials 100 %) in die ideale Momentenaufteilung überführt. Deshalb müssen die Differenziale zur Momentenverteilung (solange sie nicht als Kupplung realisiert sind, die kontinuierlich die ideale Verteilung realisieren können [OKCU99, ZEMM98]) mit Sperrelementen ausgerüstet werden, die zumindest nahe an 100 % Sperrgrad kommen.

Die Verteilung der Antriebsmomente auf die Vorder- und auf die Hinterachse wird üblicherweise mit Planetendifferenzialen, bei 50:50-Verteilungen auch mit Kegelraddifferenzialen erzeugt.

Abbildung 8.8 zeigt schematisch Getriebe für die Momentenaufteilung auf Vorder- und Hinterachse für ein Planeten- und ein Kegelraddifferenzial.

In Abb. 8.9 sind für ein Fahrzeug beispielhaft die Veränderungen der idealen Verteilung mit zunehmender Zuladung aufgetragen.

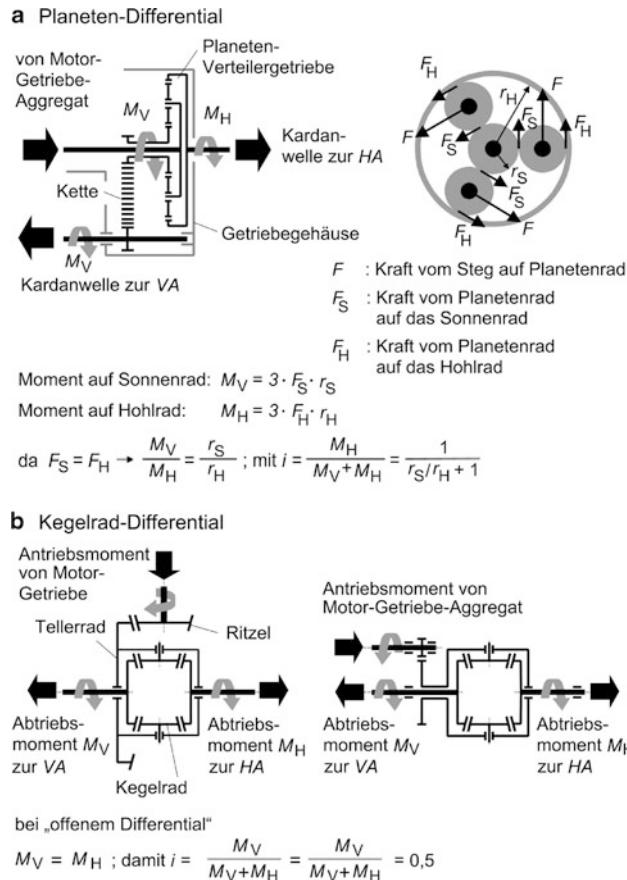
Daraus ist das Zusammenwirken der idealen Verteilung für das leere und das beladene Fahrzeug mit verschiedenen fest installierten Verteilungen zu erkennen.

Für das leere Fahrzeug und eine Momentenverteilung von 50:50 auf Vorder- und Hinterachse ergibt sich bis zu 2 m/s^2 ein höherer Kraftschluss an der Hinterachse, bei höherer Längsbeschleunigung an der Vorderachse. Damit besteht bei geringen Fahrbahnreibwerten die Gefahr, dass sich das Lenkverhalten des Fahrzeugs mit zunehmender Beschleunigung von übersteuernd in untersteuernd ändert. Bei beladenem Fahrzeug hat in diesem Rechenbeispiel stets die Vorderachse den größeren Kraftschluss, d. h. sie wird bei geringem Fahrbahnreibwert zuerst durchdrehen.

Würde eine Momentenverteilung von 36:64 gewählt, ergäbe sich bei leerem Fahrzeug eine Überlastung der Hinterachse, bei beladenem Fahrzeug ein Wechsel des Lenkverhaltens. Bei nur geringer Beteiligung der Vorderachse an dem Vortrieb, z. B. 20:80, ist stets die Hinterachse überlastet. Je nach eingesetzter Momentenverteilung ergeben sich Verschiebungen der Arbeitspunkte. Abbildung 8.10 zeigt diese Zusammenhänge für das unbeladene Beispiefahrzeug und zwei unterschiedliche Momentenverteilungen.

Nimmt man einen Reibwert zwischen Reifen und Fahrbahn von $\mu = 0,4$ an, dann würde sich für das obige Rechenbeispiel mit leerem Fahrzeug ($l_H/l_V = 56/44$) bei Frontantrieb allein ein Verhältnis von $F_{xV}/G = 0,2036$ einstellen, bei alleinigem Heckantrieb wären es $F_{xH}/G = 0,1956$. Als maximale Beschleunigungen ergeben sich entsprechend bei Frontantrieb $2,036 \text{ m/s}^2$ bzw. $1,956 \text{ m/s}^2$ bei Heckantrieb. Im gesperrten Allradantrieb werden 4 m/s^2 erreicht. Als ungesperrter Allradantrieb (z. B. 50:50-Verteilung) können Kombinationen eingestellt werden, bis die Verteilungskennlinien die Verbindung Einzelradantrieb-gesperrter Allrad schneidet. Abbildung 8.10 zeigt beispielhaft die Sperrenwirkungen für das

Abb. 8.8 Planeten- und Kegelrad-Differential zur Verteilung von Allrad-Antriebsmomenten, VA = Vorderachse, HA = Hinterachse



leere Beispieldfahrzeug, wenn bei 50:50-Verteilung die Vorderachse eingebremst wird bzw. wenn bei 36:64-Verteilung bei sonst gleichen Verhältnissen die Hinterachse am Durchdrehen gehindert wird.

Unterschiede gibt es in der Art der Sperrung. Bei üblichen Sperrdifferenzialen mit 100 % Sperrwerten wird im Idealfall an beiden Achsen der maximale Kraftschluss erreicht. Bei der Verwendung der Betriebsbremsen zur Vortriebsregelung wird an der überlasteten Achse der Schlupf für maximalen Kraftschluss eingeregelt. Es wird soviel Energie in Wärme umgesetzt, bis die weniger angetriebene Achse ebenfalls den maximal verfügbaren Kraftschluss ausnutzt. Bei diesem System werden u. U. also erhebliche Wärmemengen in der Bremse erzeugt, was beim Sperrdifferential nicht der Fall ist. Der Bremseneingriff verbessert allerdings in Kombination mit einer Motorregelung gleichzeitig die Fahrsicherheit.

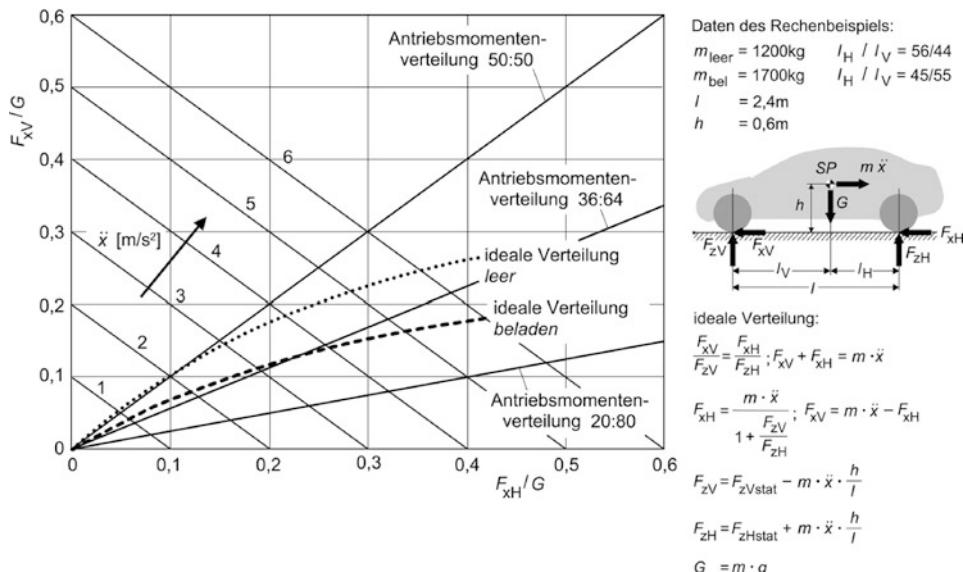


Abb. 8.9 Rechenbeispiel für das Zusammenwirken von Allrad-Verteilungen und Beladungszuständen

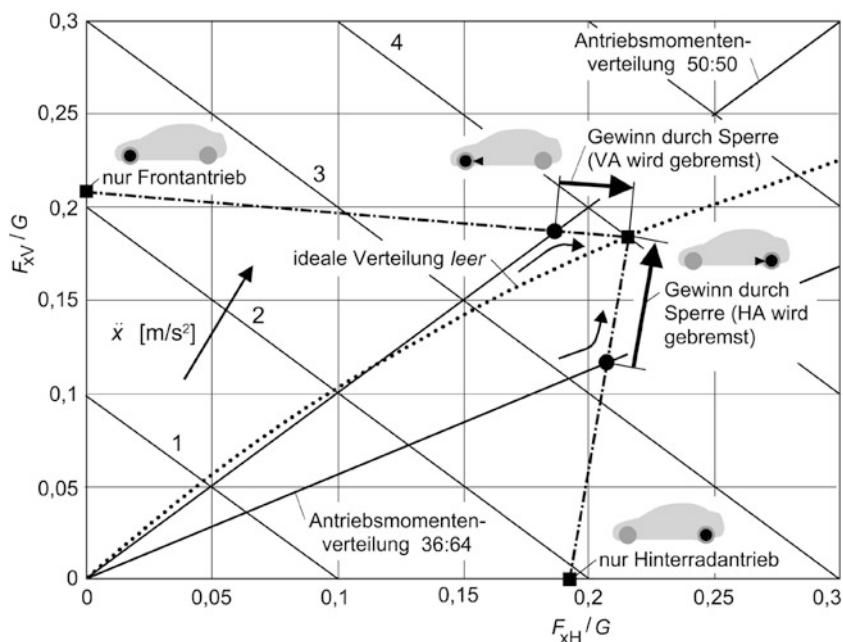


Abb. 8.10 Wirkungen der Differentialsperren bei verschiedenen Momentenverteilungen ($\mu = 0,4$)

8.6 Steigungsfahrt von Kraftfahrzeugzügen und Dreiachsern

In den vorangegangenen Abschnitten dieses Kapitels wurden nur zweiachsige Einzelfahrzeuge behandelt, im Folgenden wird auf Mehrachser und Züge – beschränkt auf die Steigungsfahrt – eingegangen.

8.6.1 Kraftfahrzeugzüge

Im Folgenden wird der Einfluss von Deichselkräften, die zwischen den einzelnen Fahrzeugen bei Fahrzeugzügen wirken, behandelt.

Ein hinterradangetriebener Lkw mit dem Gewicht G_Z zieht einen Anhänger mit dem Gewicht G_A eine Steigung p hinauf¹, wodurch die Deichselkraft

$$F_{DH} = -G_A p \quad (8.50)$$

entsteht (Abb. 8.11a). Danach erhöht sich die Umfangskraft der hinteren Antriebsachse des Lkw auf

$$F_{xH} \approx (G_Z + G_A)p \quad (8.51)$$

und die zugehörige Achslast auf

$$F_{zH} \approx G_Z \left(\frac{l_V}{l} + \frac{h}{l} p \right) + G_A p \frac{h_D}{l}. \quad (8.52)$$

Damit ist der Kraftschluss an der Hinterachse

$$\mu_H = \frac{(G_Z + G_A)p}{G_Z \left(\frac{l_V}{l} + \frac{h}{l} p \right) + G_A \frac{h_D}{l} p} \quad (8.53)$$

Abbildung 8.11b zeigt die Verhältnisse am Sattelkraftfahrzeug. Die Hinterachslast der Zugmaschine ist

$$F_{zH} \approx G_Z \left(\frac{l_V}{l} + \frac{h}{l} p \right) - F_{DH} \frac{h_D}{l} + F_{Dz} \frac{l - l_K}{l} \quad (8.54)$$

mit den Deichselkräften des Aufliegers F_{DH} nach (8.50) und

$$F_{Dz} \approx G_A \left(\frac{l_A}{l_D} - \frac{h_A - h_D}{l_D} p \right). \quad (8.55)$$

¹ Die Indizes Z und A bedeuten hier Zugfahrzeug und Anhänger.

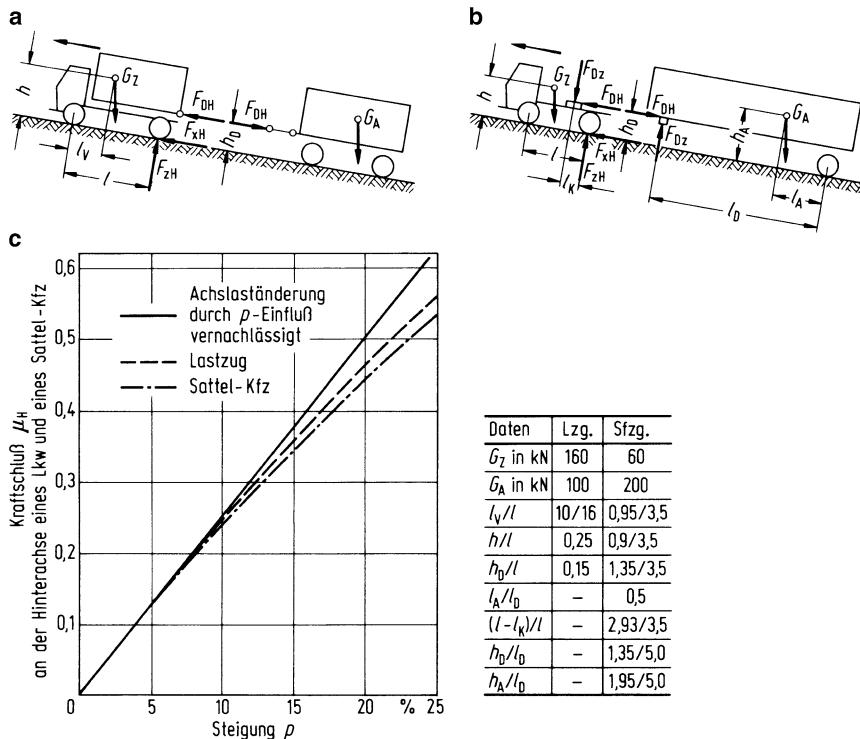


Abb. 8.11 a–c Steigungsfahrt eines Lastzuges (a) und eines Sattelkraftfahrzeugs (b). Kraftschluss μ_H an der Hinterachse beider Fahrzeuge als Funktion der Steigung p (c)

Die Umfangskraft ist wie in (8.50), sodass sich der Kraftschluss an der Hinterachse der Zugmaschine zu

$$\mu_H \approx \frac{(G_Z + G_A)p}{G_Z \left(\frac{l_V}{l} + \frac{h}{l}p \right) + G_A \left[\frac{l_A}{l_D} \frac{l - l_K}{l} + p \left(\frac{h_D}{l} - \frac{l - l_K}{l} \frac{h_A - h_D}{l_D} \right) \right]} \quad (8.56)$$

ergibt.

Mit der Steigung nimmt μ_H an der Lkw-Hinterachse degressiv zu (Abb. 8.11c). Die μ_H -Kurve des hier betrachteten Sattelzuges liegt unter der des Lkw. Sie kann aber auch für Beladungen, bei denen die Schwerpunktshöhe h_A des Sattelanhängers größer ist, darüber liegen.

Die Gleichungen für das Sattelkraftfahrzeug können auch für hinterachsangetriebene Pkw mit (Wohn-) Anhänger angewendet werden [MITS88]. Allerdings ist l_K negativ einzusetzen, da die Deichselkräfte hinter der Pkw-Hinterachse angreifen. Für vorderachsan-

getriebene Pkw beträgt der Kraftschluss

$$\mu_V \approx \frac{(G_Z + G_A)p}{G_Z \left(\frac{l_H}{l} - \frac{h}{l} p \right) + G_A \left[\frac{l_A}{l_D} \frac{l_K}{l} - p \left(\frac{l_K}{l} \frac{h_D}{l} + \frac{h_A - h_D}{l_D} \right) \right]} \quad (8.57)$$

und mit (8.50) ergibt sich μ_H .

Zusatzinformation

Bei kleinen Kraftschlüssen und damit kleinen Steigungen kann wieder das p -Glied im Nenner vernachlässigt werden (s. ausgezogene Linie in Abb. 8.11c) und es gilt

$$\mu_H \approx \frac{(G_Z + G_A)}{F_{zHstat}} p. \quad (8.58)$$

$$\begin{aligned} F_{zHstat} &= G_Z \frac{l_v}{l} && \text{beim Lkw mit Anhänger} \\ &G_Z \frac{l_v}{l} + G_A \frac{l_A}{l_D} \frac{l - l_K}{l} && \text{beim Sattelkraftfahrzeug} \\ &\mu_V \approx \frac{(G_Z + G_A)}{F_{zVstat}} p && \text{für vorderachsgetriebene Pkw mit Anhänger} \end{aligned} \quad (8.59)$$

mit

$$F_{zVstat} = G_Z \frac{l_H}{l} + G_A \frac{l_A}{l_D} \frac{l_K}{l}.$$

8.6.2 Dreiachsfahrzeuge

Statt der früher behandelten hinteren Einzelachse, deren Radmittelpunkt nach Abb. 8.12a in B lag, werden die verschiedenen Doppelachsaggregate untersucht, s. Abb. 8.12b. Allen ist gemeinsam, dass beim stehenden Fahrzeug durch den Ausgleich innerhalb des Aggregates die Achslasten gleich sind, $F_{zM} = F_{zH}$. Dies muss nicht mehr beim Angriff von Umfangskräften gelten. Beim Waagebalken- und Verbund-Doppelachsaggregat z. B. werden die Achslasten verändert, weil die Umfangskräfte am im Punkt B gelagerten Ausgleichsbalken ein Moment erzeugen. Beim Längslenker-Doppelachsaggregat bleiben die Achslasten gleich.

In Tab. 8.5 sind die Achslasten und Umfangskräfte für die Fahrt in der Steigung und bei Beschleunigung aufgeführt, und zwar für den Fall, dass die beiden hinteren Achsen mit gleichem Moment den Dreiachser antreiben. Nach den Diagrammen in Abb. 8.13 sind Achslasten und deshalb auch die Kraftschlüsse an den Achsen des Waagebalken-

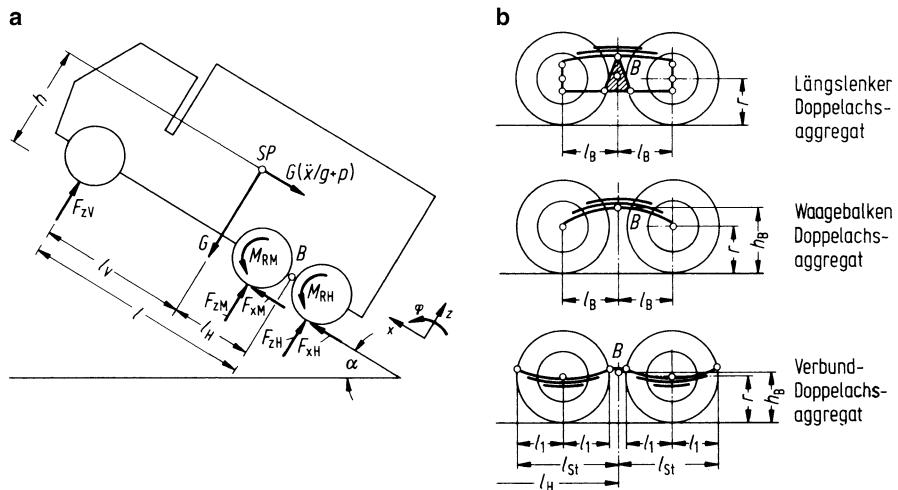


Abb. 8.12 a, b Dreiachs fahrzeug, a Kräfte in kleinen Steigungen, b Ausführungen von Doppelachs-aggregaten

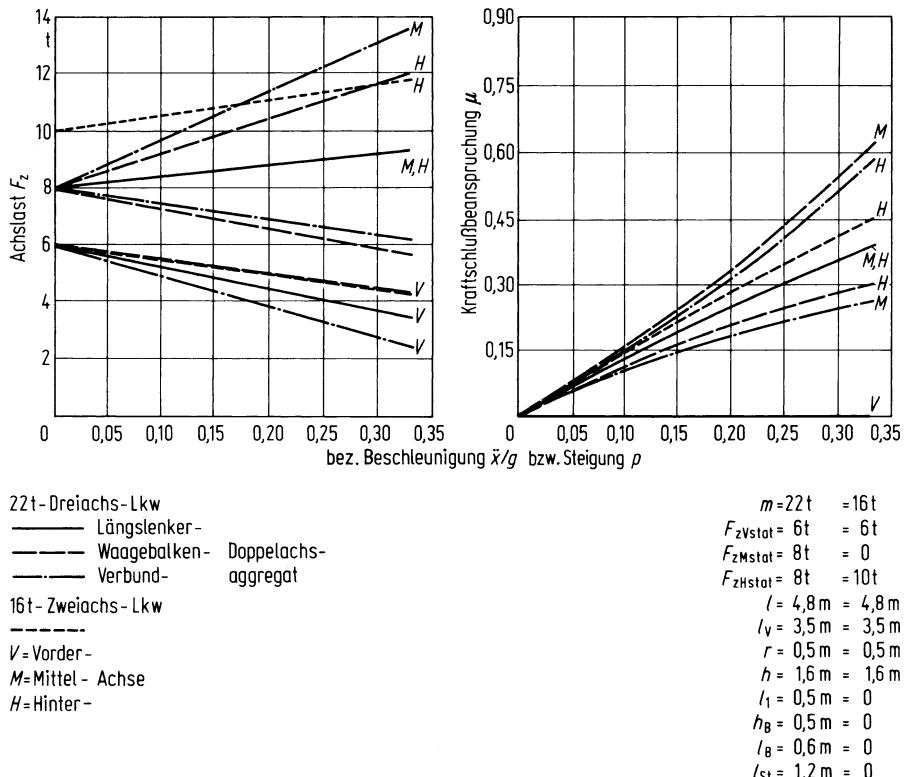


Abb. 8.13 Achslasten und Kraftschlüsse am 22-t-Dreiachs- und 16-t-Zweiachs-Lkw

Tab. 8.5 Achslasten und Umfangskräfte an den Achsen eines Dreiachsfahrzeuges mit Längslenker-Doppelachsaggregat (L), Waagebalken-Doppelachsaggregat (W), Verbund-Doppelachsaggregat (V). Luftkräfte sind nicht berücksichtigt

	Bau-form	Vorderachse	Mittelachse	Hinterachse
Achslasten	L	$\frac{h}{\frac{l}{h-h_B} - \frac{\ddot{x}}{g}}$	$\frac{h}{\frac{l}{h+1,4r} + \frac{r}{l}}$	$\frac{h}{\frac{l}{h+1,4r} + \frac{r}{l}}$
	W	$F_{zV} \approx F_{zVstat} - G \frac{\ddot{x}}{g}$	$F_{zM} \approx F_{zMstat} + \frac{1}{2} G \frac{\ddot{x}}{g} \left(\frac{h-h_B}{l} - \frac{h_B}{l_B} \right)$	$F_{zH} \approx F_{zHstat} + \frac{1}{2} G \frac{\ddot{x}}{g} \left(\frac{h-h_B}{l} + \frac{h_B}{l_B} \right)$
	V ^a	$F_{zV} \approx F_{zVstat} - G \frac{\ddot{x}}{g}$	$F_{zM} \approx F_{zMstat} + \frac{1}{2} G \frac{\ddot{x}}{g} \left(\frac{h-h_B}{l} - \frac{h_B}{l_B} \right)$	$F_{zH} \approx F_{zHstat} + \frac{1}{2} G \frac{\ddot{x}}{g} \left(\frac{h-h_B}{l} + \frac{h_B}{l_B} \right)$
stat. Achslasten	L	$\frac{h}{\frac{l}{h-h_B} - \frac{\ddot{x}}{g}}$	$\frac{h}{\frac{l}{h+1,4r} + \frac{r}{l}}$	$\frac{h}{\frac{l}{h+1,4r} + \frac{r}{l}}$
	W	$F_{zVstat} \approx G \frac{l_H}{l} - Gp \frac{\ddot{x}}{l}$	$F_{zMstat} \approx \frac{1}{2} G \frac{l_V}{l} + \frac{1}{2} Gp \left(\frac{h-h_B}{l} - \frac{h_B}{l_B} \right)$	$F_{zHstat} \approx \frac{1}{2} G \frac{l_V}{l} + \frac{1}{2} Gp \left(\frac{h-h_B}{l} + \frac{h_B}{l_B} \right)$
	V ^a	$F_{zVstat} \approx G \frac{l_H}{l} - Gp \frac{\ddot{x}}{l}$	$F_{zMstat} \approx \frac{1}{2} G \frac{l_V}{l} + \frac{1}{2} Gp \left(\frac{h-h_B}{l} - \frac{h_B}{l_B} \right)$	$F_{zHstat} \approx \frac{1}{2} G \frac{l_V}{l} + \frac{1}{2} Gp \left(\frac{h-h_B}{l} + \frac{h_B}{l_B} \right)$
Umfangskräfte		$F_{xV} \approx 0$	$F_{xM} \approx \frac{1}{2} G \left(p + \frac{\ddot{x}}{g} \right)$	$F_{xH} \approx \frac{1}{2} G \left(p + \frac{\ddot{x}}{g} \right)$

^a Die Zahl 1,4 gilt für den Fall $h_B = r$, $l_{st} = 2,4l_1$.

Voraussetzung: gleiche Antriebsmomente an Mittel- und Hinterachse

und Verbund-Doppelachsaggregates verschieden, sodass beim ersten die Räder der Mittelachse, beim zweiten die der Hinterachse zuerst durchrutschen. Bei einem Längslenker-Doppelachsaggregat sind die Kraftschlüsse gleich, sodass ein so ausgerüstetes Fahrzeug die größte Steigung befahren kann.

Zum Vergleich zum 22-t-Dreiachser ist in Abb. 8.13 noch ein 16-t-Zweiachser eingetragen.

Literatur

- [GAUP00] Gaupp, W.: Elektronik in Bremssystemen, ATZ 102 (2000) Heft 2, S. 128–135
- [HUBE96] Huber, G.: Moderne Regelsysteme und Reibwertausnutzung. VDI-Fortschrittsberichte, Reihe 12. Düsseldorf 1996
- [LECH94] Lechner, G.; Naunheimer, H.: Fahrzeuggetriebe. Berlin: Springer-Verlag, 1994
- [MITS88] Mitschke, M.; Sagan, E.: Fahrdynamik von Pkw-Wohnanhängerzügen. Fahrzeugtechnische Schriftenreihe, Mitschke, M.; Frederich, F. (Hrsg.) Köln: Verlag TÜV Rheinland 1988
- [OKCU99] Okcuoglu, M.: All-wheel Drive Using Twin Hydraulic Couplings, Automotive Engineering International 106, 1999, H. 4, S. 179–184
- [RICH90] Richter, B.: Schwerpunkte der Fahrzeugdynamik, Fahrzeugtechnische Schriftenreihe. Herausgeber: Mitschke, M.; Frederich, F. Köln: TÜV Rheinland 1990
- [ROTH93] Roth, J.: Untersuchung zur Kraftübertragung zwischen Pkw-Reifen und Fahrbahn unter besonderer Berücksichtigung der Kraftschlusserkennung im rotierenden Rad. Diss. Darmstadt 1993 bzw. VDI-Fortschrittsberichte, Reihe 12, Nr. 195. Düsseldorf: VDI-Verlag 1993
- [STOE97] Stöcker, J.: Untersuchung lokaler Vorgänge in Pkw-Reifen mittels integrierter Sensorkit. Diss. Darmstadt 1997 bzw. VDI-Fortschrittsberichte, Reihe 12, Nr. 343, Düsseldorf: VDI-Verlag 1998
- [ZEMM98] Zemmrich, Th.; Lee, T.-H.: Bedarfsgeregelter Allradantrieb. 7. Aachener Kolloquium Fahrzeug- und Motorenmechanik 1998, S. 689–708

Im Folgenden wird die Betrachtung des Antriebes eines Fahrzeuges verlassen und sich dessen Abbremsung zugewandt. Die bisherigen Gleichungen können weiter verwendet werden, nur müssen häufig negative Werte eingesetzt werden. So ist ein Bremsmoment ein negatives Antriebsmoment, eine Verzögerung eine negative Beschleunigung, ein Gefälle eine negative Steigung.

Die Bremsanlage eines Fahrzeugs dient zu folgenden Zwecken:

- a) Beharrungsbremsung:
Verhindern unerwünschter Beschleunigung bei Talfahrt.
- b) Verzögerungsbremsung:
Verringern der Geschwindigkeit, gegebenenfalls bis zum Anhalten.
- c) Festhaltebremsung:
Verhüten unerwünschter Bewegung des ruhenden Fahrzeuges.

Die Gefällefahrt bei konstanter Geschwindigkeit, die sog. Beharrungsbremsung nach a), wurde in Abschn. 7.4 behandelt, soweit das Bremsmoment durch den Verbrennungsmotor, verstärkt durch ein Schaltgetriebe, aufgebracht wurde. Reicht das Moment nicht aus oder ist wie bei Anhängern kein Motor und sind keine anderen Dauerbremsen (s. Abschn. 9.14) vorhanden, so muss die Reibungsbremse betätigt werden, s. Abb. 9.8a. Auf die Wandlung der Bewegungsenergie in Wärme wird in Abschn. 9.1 eingegangen.

Höhere Verzögerungen und die Abbremsung bis zum Stillstand nach b) können nicht mit der Motorbremse erreicht werden, sondern der Fahrer muss die Bremsanlage betätigen, wodurch die Räder fast immer über Reibungsbremsen der sog. Betriebsbremsanlage abgebremst werden. Da – bis auf wenige Spezialfälle und Ausnahmen – alle Räder eines Fahrzeuges abgebremst werden, gibt es Parallelen zum Allradantrieb. Es müssen die Zusammenhänge zwischen Verzögerungen, Bremsmomenten, deren Aufteilung auf die Achsen, Umfangskräften und Kraftschlüsse behandelt werden. Das macht den Hauptteil dieses Kapitels – von Abschn. 9.2 bis 9.13 – aus. Dabei wird in dieser Auflage gegenüber früheren

verstärkt auf „Blockierverhinderer“ und auf die Entlastung des Fahrers beim Betätigen der Bremsanlage eingegangen.

Die Festhaltebremse nach c) ist ein einfaches Kraftproblem. Das Fahrzeug muss gegenüber der Fahrbahn mit einer bestimmten Umfangskraft festgehalten werden, damit es auf abschüssiger Straße nicht wegrollt (oder auf der Ebene unerwünscht verschoben wird). Die Größe der Umfangskraft und die des Kraftschlusses bei einem bestimmten Gefälle p und $v = 0$, errechnet sich nach Tab. 8.1. Darauf braucht deshalb nicht weiter eingegangen zu werden.

9.1 Umwandlung der Bewegungsenergie in Wärme

Die notwendige Leistung an den Rädern ist nach (5.34) und (5.36)

$$P_R = F_R v + F_L v + F_{St} v + F_B v = \left(f_R + p + \lambda \frac{\ddot{x}}{g} \right) Gv + c_W A \frac{\rho}{2} v^3.$$

Reicht die von der Antriebsanlage mögliche Bremsleistung P_M/η_K zur Abbremsung nicht aus, so muss die Reibungsbremse den Rest (einfach mit P bezeichnet) aufbringen. Es ist mit $P_R = P + P_M/\eta_K$ also

$$P = -P_M/\eta_K + \left(f_R + p + \lambda \frac{\ddot{x}}{g} \right) Gv + c_W A \frac{\rho}{2} v^3. \quad (9.1)$$

Die Bremsleistung ist, wie auch p beim Gefälle und \ddot{x} bei einer Verzögerung, negativ einzusetzen. Die Leistung, die die Bremse aufnehmen muss, wird dann negativ.

Im Folgenden werden zwei wichtige Spezialfälle, die Beharrungs- und die Verzögerungsbremse behandelt:

- Bei Beharrungsbremse im konstanten Gefälle, $p < 0$, $v = \text{const}$, $\ddot{x} = 0$ ist bei Vernachlässigung des Luftwiderstandes und bei ausgekuppeltem Motor

$$P = (f_R + p)Gv. \quad (9.2)$$

Mit $f_R = 0,007$ und $p = -0,07$, $v = 30 \text{ km/h} = 8,33 \text{ m/s}$ (entsprechend StVZO §41), d. h. bei einer Gefällelänge von $L = 6 \text{ km}$, also einer Bremsdauer von $L/v = 720 \text{ s}$, und $m = 16 \text{ t}$ wird $P = -84 \text{ kW}$, s. Abb. 9.1.

Die Bremsarbeit W ist

$$W = \int P dt = (f_R + p)GL = f_R GL - Gh, \quad (9.3)$$

wobei h die Höhe des Gefälles ist. In diesem Beispiel ist $W = -60.500 \text{ kJ}$.

Abb. 9.1 Verlauf der Bremsleistung über der Zeit bei Verzögerungs- und Beharrungsbremseung. Der Flächeninhalt unter den Kurven ist die Arbeit W (s. die beiden Rechenbeispiele)

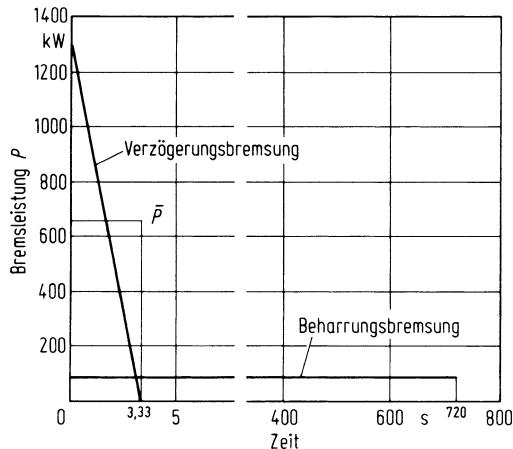
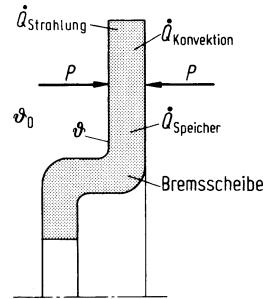


Abb. 9.2 Wärmebilanz am Beispiel einer Bremsscheibe



2. Bei der Verzögerungsbremseung in der Ebene, $p = 0$, $\ddot{x} < 0$, ist unter Vernachlässigung des Luftwiderstandes und des Motorbremsmomentes

$$P = \left(f_R + \lambda \frac{\ddot{x}}{g} \right) G v. \quad (9.4)$$

Ist $\ddot{x} = \text{const}$ und damit

$$v = v_A + \ddot{x} t \quad (9.5)$$

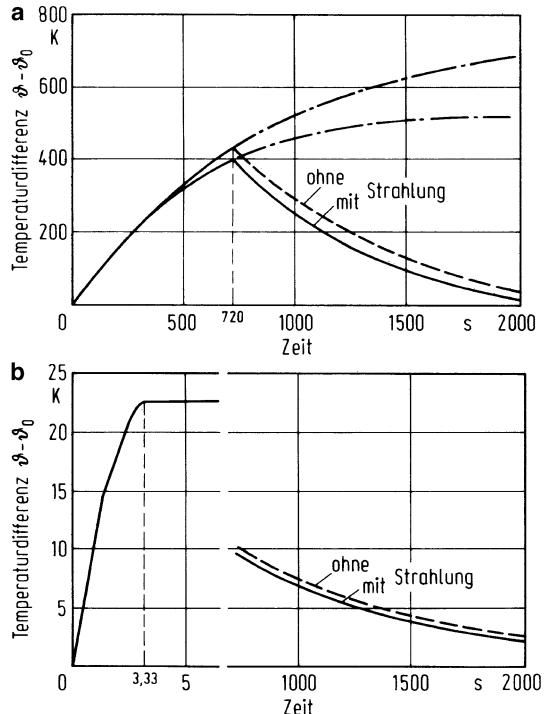
mit der Ausgangsgeschwindigkeit v_A , so wird

$$P = \left(f_R + \lambda \frac{\ddot{x}}{g} \right) G (v_A + \ddot{x} t). \quad (9.6)$$

Die Leistung ändert sich mit der Fahrgeschwindigkeit, sie ist am Anfang der Bremsung am größten, nimmt mit der Bremsdauer ab und ist natürlich Null, wenn die Fahrgeschwindigkeit Null ist. Dies ist nach der Zeit $t_E = v_A / -\ddot{x}$ der Fall, s. Abb. 9.1.

Mit $f_R = 0,007$, $\lambda = 1$, $\ddot{x} = -5 \text{ m/s}^2$, $m = 16 \text{ t}$, $v_A = 60 \text{ km/h} = 16,66 \text{ m/s}$ (s. Tab. 9.3) ist $P_{\max} = -1314 \text{ kW}$, $\bar{P} = -657 \text{ kW}$, $t_E = 3,33 \text{ s}$.

Abb. 9.3 Verlauf der Bremsentemperatur ϑ gegenüber der Umgebungstemperatur ϑ_0 für **a** Beharrungs-, **b** Verzögerungsbremse (s. Beispiele 1 und 2 aus diesem Abschnitt).
 $c = 510 \text{ J/kgK}$, $m_B = 189,4 \text{ kg}$,
 $\alpha = 59,7 \text{ W/m}^2\text{K}$, $A_B = A_s = 1,82 \text{ m}^2$, $\varepsilon = 0,6$, $C_{\text{Schwarz}} = 5,77 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2\text{K}^4$, $\vartheta_0 = 293 \text{ K} = 20^\circ\text{C}$



Die Arbeit ist nach Abb. 9.1

$$W = \bar{P} \cdot t_E = -2189 \text{ kJ.} \quad (9.7)$$

Gegenüber der Beharrungsbremse ist die Bremsleistung wesentlich höher, aber die für die Wärmemenge entscheidende Arbeit wesentlich geringer!

Näherungsweise sollen für beide Bremsungen die Höhen der Bremsentemperaturen abgeschätzt werden. Die durch die Bremsleistung P entstehende Wärmemenge pro Zeiteinheit wird nach Abb. 9.2 gespeichert ($\dot{Q}_{\text{Speicher}}$) und über Konvektion ($\dot{Q}_{\text{Konvektion}}$) sowie Strahlung ($\dot{Q}_{\text{Strahlung}}$) an die umgebende Luft abgegeben. Wird vereinfachend angenommen, dass der Bremskörper gleichmäßig auf die absolute Temperatur ϑ erwärmt wird, so ist

$$\begin{aligned} |P| &= \dot{Q}_{\text{Speicher}} + \dot{Q}_{\text{Konvektion}} + \dot{Q}_{\text{Strahlung}} = c m_B \dot{\vartheta} + \alpha A_B (\vartheta - \vartheta_0) \\ &\quad + \varepsilon C_{\text{Schwarz}} A_s (\vartheta^4 - \vartheta_0^4). \end{aligned} \quad (9.8)$$

Darin bedeuten c spezifische Wärmespeicherfähigkeit, m_B Masse der Brems Scheibe, α Wärmeübergangskoeffizient, A_B wärmeabgebende Oberfläche, A_s strahlungsabgebende Oberfläche, C_{Schwarz} Strahlungskoeffizient, ε Absorptionsgrad und ϑ_0 Umgebungstemperatur. Abbildung 9.3a zeigt den Anstieg der Bremsentemperatur bis zum Ende der

Beharrungsbremsung nach 720 s, danach den Abfall, Diagramm b das entsprechende für die einmalige Verzögerungsbremsung, die schon nach 3,33 s endet.

9.2 Bremsvorgang, Bremswege

Wie zu Beginn unter „9 Bremsung“ erläutert, macht die Verzögerungsbremsung den Hauptteil des Kapitels aus. In diesem und den folgenden Abschn. 9.3 bis 9.6 werden zunächst viele Grundlagen und Definitionen erklärt, um später den Sinn gesetzlicher Vorschriften, die Anforderungen an Bremsanlagen, Blockierverhinderer usw. verstehen zu können.

Muss das Fahrzeug schnell abgebremst werden, dann kann als Güte der Bremsanlage insgesamt die Kürze des Bremsweges angesehen werden. Er hängt von verschiedenen Einflüssen ab, die im Folgenden besprochen werden.

9.2.1 Bremsvorgang, Reaktionsdauer

Abbildung 9.4 zeigt einen einfachen Bremsvorgang in verschiedenen Einzelbildern, jeweils über der Zeit aufgetragen. Die einzelnen Zeitabschnitte gliedern sich wie folgt:

Zwischen dem Erkennen des Hindernisses bis zum Einsatz der Fußkraft F_p am Bremspedal vergeht die Reaktionsdauer t_r , die die Wahrnehmungs-, die Erkennungs- und Entscheidungsdauer beinhaltet, sowie die Umsetzdauer des Fußes vom Gaspedal auf das Bremspedal einschließlich der Dauer für die Überwindung des Spieles am Bremspedal [BURK85].

Während der Betätigungsschwelldauer t_b soll die Fußkraft F_p von Null auf einen Höchstwert ansteigen (Abb. 9.4a).

Zwischen dem Einsetzen der Betätigungs Kraft und dem Einsetzen der Bremskräfte und damit der Verzögerung ($-\ddot{x}$) vergeht die Ansprechdauer t_a (Abb. 9.4b). Es muss das Spiel in Gelenken und Lagern überwunden werden, die Bremsbeläge müssen sich an die Bremsstrommeln oder -scheiben anlegen.

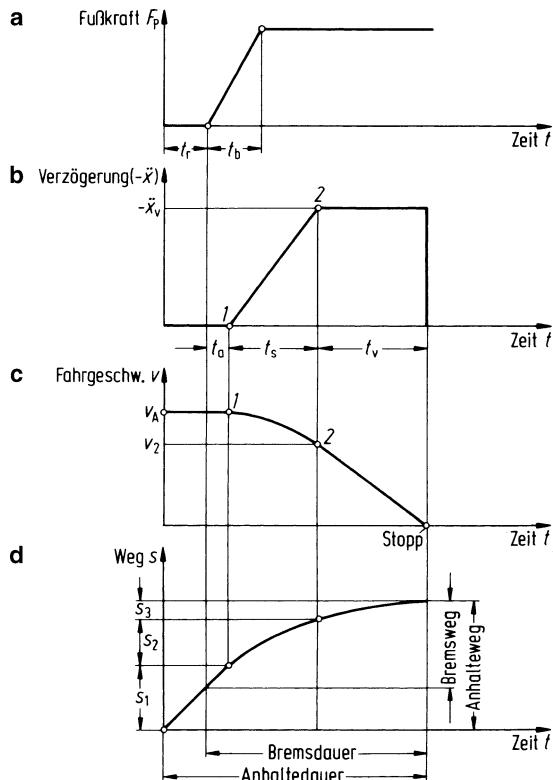
Während der Zeit $t_r + t_a$ ist, wenn man die bremsende Wirkung der Antriebsteile vernachlässigt, die Fahrgeschwindigkeit konstant und gleich der Ausgangsgeschwindigkeit v_A (Abb. 9.4c), sodass während dieser Zeit das Fahrzeug relativ viel Weg zurücklegt (Abb. 9.4d).

Bis die Verzögerung ihren Höchstwert erreicht, vergeht die Schwelldauer t_s , die größer als die Betätigungsenschwelldauer t_b ist.

Im weiteren Verlauf wurde während der Vollbremsdauer t_v die Fußkraft als konstant angenommen, ebenso die Verzögerung ($-\ddot{x}_v$).

Aus dem zeitlichen Verlauf der Verzögerung nach Abb. 9.4b ergibt sich durch Integration der Verlauf der Geschwindigkeit (Abb. 9.4c) und der des Weges (Abb. 9.4d).

Abb. 9.4 a–d Bremsvorgang, a und b idealisierte Verläufe der Fußkraft bzw. der Verzögerung über der Zeit, c daraus sich ergebende Fahrgeschwindigkeit und d Wegverlauf über der Zeit. t_r Reaktions-, t_b Betätigungsenschwelle-, t_a Ansprech-, t_s Schwell-, t_v Vollbremsdauer, v_A Ausgangsgeschwindigkeit



Tab. 9.1 Werte für Reaktions- t_r , Ansprech- t_a und Schwelldauern t_s bei Gefahrenbremsung ([BURK91])

	Werte		
	Wahrscheinlichste (Mittel-)	2 % (nur 2 % sind schneller)	98 % (nur 2 % sind langsamer)
Reaktions- (einschl. Umsetz-)dauer t_r in s			
ohne Blickzuwendung	0,64	0,36	0,78
mit Blickbewegung $0,5 \dots 5^\circ$	1,12	0,68	1,33
mit Blickbewegung $> 5^\circ$	1,25	0,77	1,48
Ansprechdauer t_a bei Pkw in s	0,05	0,03	0,06
Schwelldauer t_s bei Pkw in s	0,17	0,14	0,18

In Tab. 9.1 sind Werte für t_r , t_a und t_s zusammengestellt. Für t_r wurde unterschieden, ob der Fahrer die Gefahr im Blick hat (z. B. die Bremsleuchten eines vorausfahrenden Fahrzeugs) oder ob er den Blick wenden muss (z. B. wegen eines von der Seite kommenden Kindes) und wie groß dabei die Blickbewegung ist.

9.2.2 Anhalteweg, Bremsweg

Zusatzinformation

Der Anhalteweg setzt sich nach Abb. 9.4d zusammen:

- a) aus dem Weg während der Zeitdauer $t_r + t_a$ zu

$$s_1 = v_A(t_r + t_a); \quad (9.9)$$

- b) aus dem Weg während der Schwelldauer t_s : Er berechnet sich über die Beschleunigung, die sich nach Abb. 9.4b nach

$$\ddot{x} = \frac{\ddot{x}_v}{t_s} t \quad (9.10)$$

ändert (bei der Verzögerung ist für \ddot{x}_v wieder ein negativer Wert einzusetzen), und über die Fahrgeschwindigkeit

$$v = v_A + \int \frac{\ddot{x}_v}{t_s} t \, dt = v_A + \frac{\ddot{x}_v}{2t_s} t^2 \quad (9.11)$$

zu

$$s_2 \int_0^{t_s} v \, dt = v_A t_s + \frac{\ddot{x}_v}{6} t_s^2; \quad (9.12)$$

- c) aus dem Weg während der Vollbremsdauer t_v : Da nach Abb. 9.4b $\ddot{x} = \ddot{x}_v = \text{const}$ ist, beträgt die Fahrgeschwindigkeit

$$v = v_2 + \ddot{x}_v \int dt = v_2 + \ddot{x}_v t_v, \quad (9.13)$$

wobei v_2 nach Abb. 9.4c die Fahrgeschwindigkeit am Beginn dieses Zeitabschnittes bzw. am Ende des vorangegangenen ist. v_2 errechnet sich aus (9.11) zu

$$v_2 = v_A + \frac{\ddot{x}_v}{2} t_s. \quad (9.14)$$

Die Dauer t_v , nach der die Fahrgeschwindigkeit dann auf Null abgesunken ist, ergibt sich aus (9.13) und (9.14)

$$t_v = \frac{v_2}{-\ddot{x}_v} = \frac{v_A}{-\ddot{x}_v} - \frac{t_s}{2}. \quad (9.15)$$

Der Weg s_3 während t_v beträgt

$$s_3 = \int_0^{t_v} v \, dt = v_2 t_v + \frac{\ddot{x}_v}{2} t_v^2 = -\frac{v_2^2}{2\ddot{x}_v} = \frac{-1}{2\ddot{x}_v} \left(v_A^2 + \frac{\ddot{x}_v^2}{4} t_s^2 + v_A \ddot{x}_v t_s \right). \quad (9.16)$$

Der Anhalteweg wird aus (9.9), (9.12) und (9.16)

$$s = s_1 + s_2 + s_3 = v_A \left(t_r + t_a + \frac{t_s}{2} \right) - \frac{v_A^2}{2\ddot{x}_v} + \frac{\ddot{x}_v}{24} t_s^2 \quad (9.17)$$

Zur Veranschaulichung der Einzelanteile wird ein Beispiel für einen Pkw berechnet:

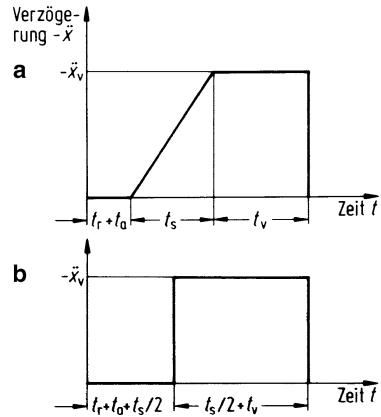
$$v_A = 80 \text{ km/h} = 22,2 \text{ m/s}, \ddot{x} = -5,8 \text{ m/s}^2 \text{ (s. Tab. 9.1)},$$

$$t_r = 0,64, t_a = 0,05, t_s = 0,17 \text{ (s. Tab. 9.1)},$$

$$\begin{aligned} s &= (22,2 \times 0,775 + 493/(2 \times 5,8) - 5,8/24 \times 0,0289) \text{ m} \\ &= (17,2 + 42,5 - 0,007) \text{ m} = 59,7 \text{ m}. \end{aligned}$$

Bei normalen Schwelldauern kann das dritte Glied in (9.17) vernachlässigt werden.

Abb. 9.5 a, b Ersatz des Verzögerungs-Zeit-Verlaufes mit linearem Anstieg nach a durch Verlauf mit sprungartigem Anstieg nach b



Der Anhalteweg s ergibt sich nach Abb. 9.4d zu

$$s = v_A \left(t_r + t_a + \frac{t_s}{2} \right) + \frac{v_A^2}{2(-\ddot{x}_v)}. \quad (9.18a)$$

Die Definition des Bremsweges s' enthält nicht die menschliche Reaktionsdauer t_r (s. Abb. 9.4d)

$$s' = v_A \left(t_a + \frac{t_s}{2} \right) + \frac{v_A^2}{2(-\ddot{x}_v)}. \quad (9.18b)$$

Zusatinformation

Nach (9.18) kann der Verzögerungsverlauf nach Abb. 9.5a vereinfacht durch 9.5b dargestellt werden. Statt der drei Zeitabschnitte $t_r + t_a$, t_s und t_v braucht man nur zwei zu betrachten, nämlich $t_r + t_a + t_s/2$ und $t_s/2 + t_v$. Während der ersten Zeitdauer ist nach Abb. 9.5b die Verzögerung Null und springt danach auf den Wert \ddot{x}_v .

Neben den Wegen können auch Zeiten angegeben werden. Die Anhaltedauer

$$t = t_r + t_a + t_s + t_v$$

ergibt sich mit (9.15) zu

$$t = \left(t_r + t_a + \frac{t_s}{2} \right) + \frac{v_A}{-\ddot{x}_v} \quad (9.19a)$$

Zusatinformation

Mit den oben genannten Zahlenbeispielen ist

$$t = ((0,64 + 0,05 + 0,17/2) + 22,2/5,8) \text{ s} = 4,4 \text{ s.}$$

Die Bremsdauer enthält gegenüber der Anhaltedauer nicht die menschliche Reaktionsdauer (entspricht dem o. g. Unterschied zwischen (9.18a) und (9.18b)), s. Abb. 9.4d)

$$t' = v_A \left(t_a + \frac{t_s}{2} \right) + \frac{v_A}{-\ddot{x}_v}. \quad (9.19b)$$

9.2.3 Notbremsung, normale Abbremsung

Bei einer kritischen Bremssituation, bei einer Not- oder Gefahrenbremsung muss der Anhalteweg so kurz wie möglich sein. Bei gegebener Ausgangsgeschwindigkeit v_A ist er nach (9.18a)

$$s_{\min} = v_A \left(t_r + t_a + \frac{t_s}{2} \right)_{\min} + \frac{v_A^2}{2(-\ddot{x}_{v \max})} \quad (9.20)$$

Dazu müssen der Fahrer und die Bremsauslegung des Kraftfahrzeuges beitragen.

- Der Fahrer muss
 - schnell reagieren (kurze Reaktionsdauer t_r)
 - die Fahrzeugverzögerung schnell steigern (kleine Betätigungsschwelldauer t_b und damit kleine Schwelldauer t_s)
 - mit einer möglichst hohen (soweit technisch möglich) Verzögerung sein Fahrzeug abbremsen.
- Die Bremsauslegung muss
 - die Ansprechdauer t_a minimieren (bei Pkw unbedeutend, bei längeren Kraftfahrzeug-Zügen – z. B. Lkw mit Anhänger – wichtig)
 - bei kleiner Betätigungsschwelldauer t_b auch eine kleine Schwelldauer t_s erzielen und
 - eine hohe maximale Verzögerung ($-\ddot{x}_{v \max}$) ermöglichen.

Bei normalen Abbremsungen, die natürlich im Straßenverkehr wesentlich häufiger als eine Notbremsung vorkommen, spielt der Anhalteweg – außer dass der Fahrer vorausschauend z. B. an einem bestimmten Punkt (rote Ampel) anhalten muss – keine Rolle. Der Fahrer hat also die Muße, Reaktionsdauer t_r , Schwelldauer t_s und Verzögerung ($-\ddot{x}_v$) darauf einzustellen. Die in (9.20) genannten Extremwerte spielen keine Rolle. Folglich spielen dann auch die o. g. Punkte für die Bremsauslegung keine Rolle. Man kann für die normalen Abbremsungen, also für die nicht kritischen Situationen, andere Ziele definieren [MITS95], – um hier nur zwei zu nennen – Wirtschaftlichkeit (Verschleiß an allen Bremsen eines Fahrzeugs gleich, um insgesamt den Werkstattaufenthalt zu minimieren) und Komfort (trotz unterschiedlicher Beladung des Fahrzeuges gleiche Pedalkräfte für den Fahrer).

9.2.4 Abstände bei Kolonnenfahrt

Mit den Gleichungen für Anhalteweg und -dauer kann auch die Kolonnenfahrt behandelt werden.

Fahren zwei Fahrzeuge mit gleicher Geschwindigkeit hintereinander, so muss ein Sicherheitsabstand eingehalten werden. Für dessen Berechnung gibt es zwei theoretische Modelle, das des absolut sicheren und das des relativ sicheren Abstandes [LEUT72].

Beim Modell des absolut sicheren Abstandes wird davon ausgegangen, dass aus Sicherheitsgründen das hinterherfahrende Fahrzeug einen so großen Abstand s_{abs} einhält, dass

es noch ohne Auffahrungsunfall anhalten kann, wenn das vorausfahrende Fahrzeug – aus welchen Gründen auch immer – plötzlich stehen bleibt oder wenn ein Teil von dessen Ladung herunterfällt. s_{abs} ist also gleich dem Anhalteweg nach (9.18a)

$$s_{\text{abs}} = v_A \left(t_r + t_a + \frac{t_s}{2} \right) + \frac{v_A^2}{2(-\ddot{x}_v)}. \quad (9.21)$$

Der „Zeitabstand“ errechnet sich nach (9.19a) zu

$$t_{\text{abs}} = \left(t_r + t_a + \frac{t_s}{2} \right) + \frac{v_A}{-\ddot{x}_v}. \quad (9.22)$$

Beim Modell des relativ sicheren Abstandes wird angenommen, dass beide Fahrzeuge mit gleicher Verzögerung abbremsen, sodass sich der Anhalteweg und die Anhaltezeit verkürzen auf

$$s_{\text{rel}} = v_A \left(t_r + t_a + \frac{t_s}{2} \right), \quad (9.23)$$

$$t_{\text{rel}} = \left(t_r + t_a + \frac{t_s}{2} \right). \quad (9.24)$$

Der Zeitabstand t_{rel} ist bei diesem Modell von der Fahrgeschwindigkeit unabhängig.

In Abb. 9.6a und b sind Weg- und Zeitabstand nach beiden theoretischen Modellen Messergebnissen gegenübergestellt. Der Vergleich zwischen den Theorien und den Mittelwerten aus den Messungen zeigt, dass das Fahrerverhalten besser durch das Modell des relativ sicheren Abstandes beschrieben wird.

Weiterhin zeigt der Vergleich des relativ sicheren Zeitabstandes t_{rel} mit den gemessenen Werten in Abb. 9.6b, dass im mittleren Geschwindigkeitsbereich der Abstand zu kurz ist.

Zusatzinformation

Für die Einhaltung des richtigen Abstandes gibt es zwei Empfehlungen: Der „Halbe-Tacho-Abstand“ ergibt sich aus (9.23), wenn für $(t_r + t_a + t_s/2) = 1,8$ s gesetzt wird

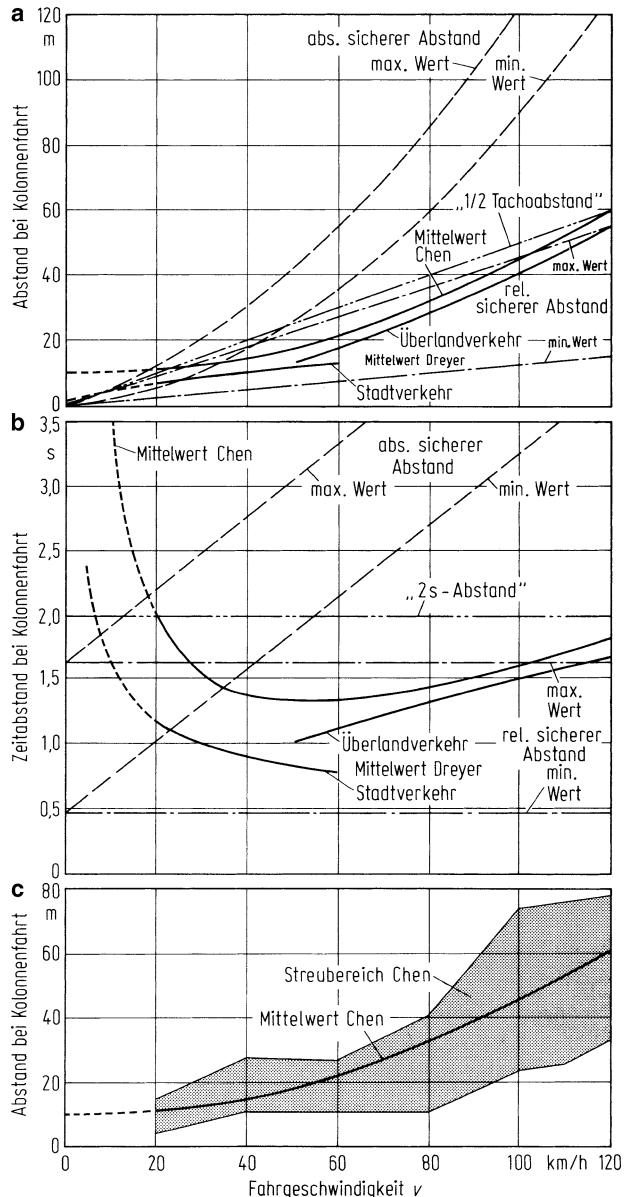
$$\frac{s}{m} = \frac{1}{2} \frac{v}{\text{km/h}}$$

s. Abb. 9.6a.

Da man Entfernungen zu fahrenden Fahrzeugen schlecht schätzen kann, wird der „2 sec Abstand“ empfohlen. Hier ist – wie der Name schon sagt – $(t_r + t_a + t_s/2) = 2$ s, s. Abb. 9.6b.

Der Streubereich der Messungen in Abb. 9.6c zeigt die große Variation der Abstände. Zu kleine vom Fahrer eingehaltene Abstände führen bei Kolonnenfahrt zu Auffahrungsunfällen. Ein weiterer Grund für diese Art des Unfalls liegt dann vor, wenn ein Folgefahrzeug eine zu hohe Relativgeschwindigkeit gegenüber dem Vorausfahrenden hat und die erzielte/erzielbare Verzögerung nicht ausreicht.

Abb. 9.6 a Abstands- und b Zeitverhalten bei Kolonnenfahrt. - - - Theorie des absolut sicheren Abstandes ($\ddot{x}_v = -5 \text{ m/s}^2$), --- Theorie des relativ sicheren Abstandes, maximale und minimale Werte nach Tab. 9.1, — Messergebnisse nach [DREY79] und [CHEN92], - · - allgemeine Empfehlungen.
c Streubereich und Mittelwert auf trockener Straße ohne Nebel aus [CHEN92]



Abhilfe kann durch ein den Fahrer unterstützendes System – gebräuchlicher Name: ACC (Adaptive Cruise Control) – geschaffen werden, bei dem eine automatische Geschwindigkeitsregelung mit einer Abstandsregelung verknüpft wird. Bei einem zu kleinen Abstand zum Vorausfahrenden wird durch Bremsen (und Reduzierung des Motorantriebsmomentes) die Geschwindigkeit des eigenen Fahrzeuges so vermindert, dass ein eingestellter Abstand eingehalten wird [NN98].

9.3 Abbremsung, maximale Verzögerungen, Gütegrad

9.3.1 Definition von Abbremsung, Bremskräfte

Bei der Bremsung ist die Beschleunigung negativ, auch die Umfangskräfte sind negativ. Um nicht immer ein Minuszeichen mitschleppen zu müssen, werden andere Bezeichnungen eingeführt.

Für das Verhältnis der negativen Beschleunigung zur Erdbeschleunigung hat sich der Ausdruck

$$\text{Abbremsung } z = \frac{-\ddot{x}}{g} \quad (9.25)$$

international eingebürgert.

Zusatzinformation

Die Bezeichnung z , ist einerseits wegen einer eventuellen Verwechslung mit der Koordinate in z -Richtung nicht sehr glücklich, andererseits aber in dem Gesetzeswerk der Europäischen Gemeinschaft (EG) und der Wirtschaftskommission der Vereinten Nationen für Europa (ECE) eingeführt.

Die negativen Umfangskräfte werden Bremskräfte genannt, bei einem zweiachsigen Kraftfahrzeug also

$$B_V = -F_{xV}; B_H = -F_{xH} \quad (9.26)$$

Nach (8.13) gilt bei Fahrt in der Ebene und bei Vernachlässigung des Luftwiderstandes mit den obigen beiden Gleichungen

$$B_V + B_H = Gz. \quad (9.27)$$

Für die Abbremsung ergeben sich aus dieser Gleichung und aus (9.25) zwei gleichwertige Definitionen

$$\text{Abbremsung } z = \frac{-\ddot{x}}{g} = \frac{B_V + B_H}{G}. \quad (9.28)$$

9.3.2 Bereich der erzielbaren Abbremsung

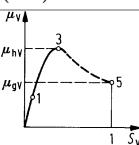
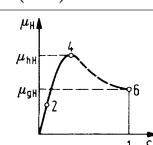
Nach Einführung von Kraftschluss und Achslast wird aus (9.27)

$$\mu_V F_{zV} + \mu_H F_{zH} = Gz. \quad (9.29)$$

Die erreichte bzw. erreichbare Verzögerung/Abbremsung und der Kraftschluss hängen

- von der Betätigung der Bremsanlage durch den Fahrer,
- von den Kraftschlussverhältnissen Reifen-Straße und
- von der im Fahrzeug vorhandenen Bremsmomentenverteilung auf Vorder- und Hinterräder

Tab. 9.2 Unterschiedliche Abbremsungsfälle (* Erklärung in Abschn. 9.5)

Fall Vorderräder (VR)	Hinterräder (HR)	Abbremsung	Bemerkungen (VR = Vorderräder, HR = Hinterräder)
			
1 $\mu_V < \mu_{hV}$ (Pkt. 1)	$\mu_H < \mu_{hH}$ (Pkt. 2)	$z < z_{grenz}$	übliche Bremsung
2a $\mu_V < \mu_{hV}$ (Pkt. 1)	$\mu_H = \mu_{hH}$ (Pkt. 4)	$z < z_{grenz}$	HR an Kraftschlussgrenze, Grenze der Stabilität
2b $\mu_V = \mu_{hV}$ (Pkt. 3)	$\mu_H < \mu_{hH}$ (Pkt. 2)	$z < z_{grenz}$	VR an Kraftschlussgrenze, Grenze der Lenkfähigkeit
3 $\mu_V = \mu_{hV}$ (Pkt. 3)	$\mu_H = \mu_{hH}$ (Pkt. 4)	bei $\mu_{hV} = \mu_{hH} = \mu_h$ $z = z_{grenz} = \mu_h$	alle Räder an Kraftschlussgrenze, größtmögliche Abbremsung
4a $\mu_V < \mu_{hV}$ (Pkt. 3,1)	$\mu_H = \mu_{gH}$ (Pkt. 6)	$z < z_{grenz}$	HR blockieren, Fahrzeug instabil*
4b $\mu_V = \mu_{gV}$ (Pkt. 5)	$\mu_H < \mu_{hH}$ (Pkt. 2,4)	$z < z_{grenz}$	VR blockieren, Fahrzeug nicht lenkfähig*
5 $\mu_V = \mu_{gV}$ (Pkt. 5)	$\mu_H = \mu_{gH}$ (Pkt. 6)	bei $\mu_{gV} = \mu_{gH} = \mu_g$ $z = \mu_g < z_{grenz}$	alle Räder blockieren, Fahrzeug rutscht geradeaus

ab. Anhand von Tab. 9.2 und vorgegebenen Kraftschluss-Schlupf-Kurven für Vorder- und Hinterräder werden verschiedene Fälle besprochen, aus denen das Zusammenspiel von Fahrer, Reifen-Straße und Fahrzeug ersichtlich wird.

Der Fall 1 stellt die übliche Abbremsung dar, bei der der Fahrer sein Fahrzeug so abremst, dass an allen Rädern der Haftbeiwert μ_h nicht erreicht wird, die Räder rollen unter geringem Schlupf.

Welcher Bereich der Bremseigenschaften eines Fahrzeuges in normalen Verkehrssituationen von Fahrern abgerufen wird, ist nur in wenigen Arbeiten [HACK82] beschrieben. 95 % der Fahrer überschreiten auf trockener Fahrbahn nicht $3,5 \text{ m/s}^2$, eine Bremsverzögerung von 6 m/s^2 wird nur selten erreicht.

Im Fall 2 bremst der Fahrer stärker. An der einen Achse soll der Kraftschluss den μ_h -Wert erreichen, an der anderen nicht. Die Differenz der Kraftschlüsse hängt von der Verteilung der Gesamtbremskräfte $B_V + B_H$ auf die beiden Achsen ab. Diese ist bei Kraftfahrzeugen unabhängig vom Fahrer, da er mit *einer* Betätigungsseinrichtung (Bremspedal) alle Räder abbremst. (Ausnahmen sind Fahrzeuge mit Blockierverhinderern. Bei üblichen Motorrädern ist dies auch anders, dort kann er per Hand das Vorderrad per Fuß das Hinterrad abbremsen.)

Im Fall 3 sollen die Bremskräfte auf die Achsen gerade so verteilt sein, dass sich alle Räder an der Kraftschlussgrenze befinden. Mit

$$\mu_{hV} = \mu_{hH} = \mu_h \quad (9.30)$$

wird aus (9.29)

$$\mu_h(F_{zV} + F_{zH}) = Gz$$

Bei Vernachlässigung des Auftriebes wird mit $F_{zV} + F_{zH} = G$ (s. (6.8))

$$z = z_{\text{grenz}} = \mu_h. \quad (9.31)$$

Dies ist die höchste von einem Fahrzeug mit idealer Bremsanlage erreichbare Abbremsung, die deshalb mit z_{grenz} bezeichnet wird.

Zusatzinformation

Bei $\mu_h = 1$ (trockene Straße) ist $z_{\text{grenz}} = 1$, also $\ddot{x}_{\text{grenz}} \approx -10 \text{ m/s}^2$, oder bei $\mu_h = 0,15$ (Glatteis) ist $z_{\text{grenz}} = 0,15$, $\ddot{x}_{\text{grenz}} \approx -1,5 \text{ m/s}^2$.

Ein reales Fahrzeug erreicht nicht oder nur selten diesen Höchstwert z_{grenz} – s. Abschn. 9.4 – sondern einen niedrigeren, mit z_{max} bezeichneten Wert

$$z_{\text{max}} \leq z_{\text{grenz}}. \quad (9.32)$$

Im Fall 4 blockieren die Räder einer Achse, im Fall 5 alle Räder. Im letzten Fall wird mit

$$\mu_{gV} = \mu_{gH} = \mu_g, \quad (9.33)$$

$$z = \mu_g < z_{\text{grenz}}, \quad (9.34)$$

da im allgemeinen $\mu_g < \mu_h$ ist.

Nach diesen fünf Fällen ist die höchste, fahrzeugtechnisch vorstellbare Abbremsung z_{grenz} .

9.3.3 Haftwertausnutzung, Gütegrad, Bremswegverlängerung

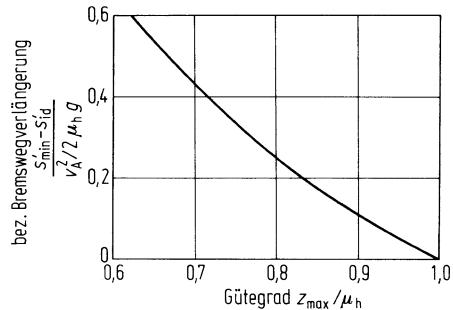
Der Anhalteweg nach (9.18) lässt sich nach Erweiterung mit z_{grenz} und Einsetzen von (9.25) umformen zu

$$s = v_A \left(t_r + t_a + \frac{t_s}{2} \right) + \frac{v_A^2}{2\mu_h g} \frac{\mu_h}{z}. \quad (9.35)$$

Er ist neben den schon genannten Größen wie Ausgangsgeschwindigkeit v_A , Dauern t_r , t_a , t_s auch abhängig vom Haftbeiwert Reifen-Straße μ_h und von einer sog.

$$\text{Haftwertausnutzung } \frac{z}{\mu_h} = \frac{z}{z_{\text{grenz}}} \leq 1. \quad (9.36)$$

Abb. 9.7 Bremswegverlängerung durch niedrigen Gütegrad



Sie ist das Verhältnis zwischen vorhandener Abbremsung z und dem Haftbeiwert μ_h bzw. der höchsten von einem Fahrzeug mit idealer Bremsanlage erreichbaren Abbremsung z_{grenz} . Von diesem Grenzwert oder der maximal möglichen Abbremsung z_{\max} eines realen Fahrzeuges abgesehen, wird die Größe der Haftwertausnutzung vom Fahrer bestimmt, je nachdem, ob er eine hohe Verzögerung erreichen will oder nicht. Der minimale Anhalteweg nach (9.20) ergibt sich entsprechend zu

$$s_{\min} = v_A \left(t_r + t_a + \frac{t_s}{2} \right)_{\min} + \frac{v_A^2}{2\mu_h g} \frac{\mu_h}{z_{\max}} \quad (9.37)$$

mit dem

$$\text{Gütegrad } \frac{z_{\max}}{\mu_h} = \frac{z_{\max}}{z_{\text{grenz}}} \leq 1 \quad (9.38)$$

Er ist das Verhältnis zwischen der maximal möglichen Abbremsung z_{\max} des Fahrzeuges zu μ_h bzw. der höchsten von einem Fahrzeug mit idealer Bremsanlage erreichbaren Abbremsung z_{grenz} . Der Gütegrad enthält im Gegensatz zur Haftwertausnutzung nicht den Einfluss des Fahrers.

Den kürzesten, im idealen Fall erreichbaren Anhalteweg s_{id} erzielt man mit dem höchsten Gütegrad $z_{\max}/\mu_h = 1$. Danach ist

$$s_{\text{id}} = v_A \left(t_r + t_a + \frac{t_s}{2} \right)_{\min} + \frac{v_A^2}{2\mu_h g} \quad (9.39)$$

Zusatzinformation

Die bezogene Verlängerung zwischen minimalem und idealem Bremsweg, also ohne Berücksichtigung der menschlichen Reaktionsdauer t_r , ist

$$\frac{s'_{\min} - s'_{\text{id}}}{v_A^2 / 2\mu_h g} = \frac{1 - \frac{z_{\max}}{\mu_h}}{\frac{z_{\max}}{\mu_h}}. \quad (9.40)$$

Die Auswertung dieser Gleichung in Abb. 9.7 verdeutlicht, dass ein niedriger Gütegrad den Bremsweg erheblich verlängert und daher zu vermeiden ist.

9.4 Kraftschluss und Abbremsung an einem zweiachsigen Fahrzeug

Die Höhe des Gütegrades wird letztlich von den Unterschieden der Kraftschlüsse an den Rädern der einzelnen Achsen bestimmt. Dies wird an einem einfachen Beispiel behandelt.

Während der Bremsung sei der Motor ausgekuppelt, es wirkt kein Motorbremsmoment und auch die Bremsmomente der übrigen Antriebsteile sei Null. Nach der in Abb. 9.8a vereinfacht gezeichneten Bremsanlage werden durch die Fußkraft F_p am Bremspedal an den Reibungsbremsen und damit an den Rädern Bremsmomente $-M_{RV}$ und $-M_{RH}$ aufgebracht. Diese wirken erst ab einer bestimmten Fußkraft, da in der Bremsanlage einige Widerstände (Kräfte von Rückholfedern, Reibung) überwunden werden müssen. Der Momentenanstieg über F_p ist häufig linear, s. Abb. 9.8b.

Zwischen den Bremsmomenten und den im letzten Abschnitt eingeführten Bremskräften B_V und B_H gibt es nach (8.11) die Beziehung

$$\begin{aligned}-F_{xV} = B_V &= \frac{(-M_{RV})}{r_V} - \frac{J_{RV}}{r_V}(-\ddot{\varphi}_{RV}) + F_{RV}, \\ -F_{xH} = B_H &= \frac{(-M_{RH})}{r_H} - \frac{J_{RH}}{r_H}(-\ddot{\varphi}_{RH}) + F_{RH}.\end{aligned}\quad (9.41)$$

(Da die Momente M_R und die Winkelbeschleunigungen $\ddot{\varphi}_R$ negativ sind, werden die Klammerausdrücke positiv.)

Werden die Rollwiderstände und die rotatorischen Massen vernachlässigt, so ist

$$B_V \approx \frac{-M_{RV}}{r_V}, \quad B_H \approx \frac{-M_{RH}}{r_H} \quad (9.42)$$

Danach kann an die Ordinate der Abb. 9.8b auch „Bremskraft“ geschrieben werden. Vernachlässigt man noch die Widerstände durch Rückholfedern und Reibung, so erhält man die Abb. 9.9a. Die Summe der Bremskräfte ist nach (9.27), die ihrer Wichtigkeit wegen nochmals hingeschrieben wird,

$$B_V + B_H = Gz \quad (9.43)$$

proportional der Abbremsung z , die in dem Diagramm gleich als zweiter Ordinatenmaßstab mit eingezeichnet wurde.

Die Größe der vertikalen Achslasten ist nach den ersten beiden Zeilen von Tab. 8.1, bei Vernachlässigen der Auftriebe

$$F_{zV} = F_{zV\ stat} + G \frac{h}{l} z = G \left(\frac{l_H}{l} + \frac{h}{l} z \right), \quad (9.44)$$

$$F_{zH} = F_{zH\ stat} - G \frac{h}{l} z = G \left(\frac{l_V}{l} - \frac{h}{l} z \right). \quad (9.45)$$

Nach Abb. 9.9b steigt mit zunehmender Abbremsung die Achslast an der Vorderachse und fällt an der Hinterachse.

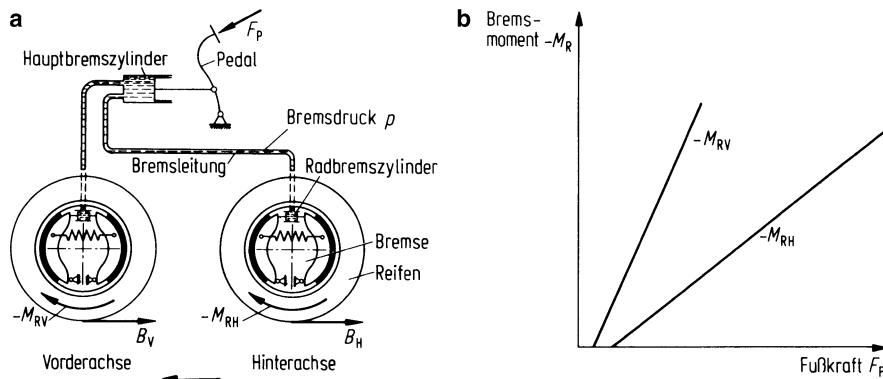


Abb. 9.8 a Vereinfachte Bremsanlage (einkreisig), b Anstieg der Bremsmomente über der Fußkraft

Der Kraftschluss an Vorder- und Hinterachse errechnet sich schließlich aus

$$\mu_V(z) = \frac{B_V(z)}{F_{zV}(z)}, \quad \mu_H(z) = \frac{B_H(z)}{F_{zH}(z)}. \quad (9.46)$$

Dabei müssen jeweils die zur gleichen Abbremsung z gehörenden Werte von B_j und F_{zj} durcheinander dividiert werden. Die Ergebnisse sind ebenfalls in Abb. 9.9b eingetragen. Sie werden an einigen Beispielen verdeutlicht.

Zusatzinformation

Bei einer Abbremsung von $z = 0,4$ ist der Kraftschluss an den Vorderrädern $\mu_V = 0,46$, an den Hinterrädern $\mu_H = 0,30$, also niedriger. Bei $z = 0,8$ sind $\mu_V = \mu_H = 0,8$ gleich groß. Bei $z = 1,0$ ist $\mu_V = 0,94$ und $\mu_H = 1,23$, hier ist der Kraftschluss hinten größer als vorn.

Nun kann man das auch anders betrachten. Das Fahrzeug fahre auf einer Straße mit $\mu_h = 0,46$, und der Fahrer bremse so feinfühlig, dass der Kraftschluss vorn gleich diesem Haftbeiwert sei, $\mu_V = \mu_h$, dann kann nach dem obigen Beispiel eine maximale Abbremsung von $z_{\max} = 0,4$ erzielt werden. Die höchste denkbare Abbremsung, der Grenzwert z_{grenz} ist nach (9.31) aber $z_{\text{grenz}} = \mu_h = 0,46$ und damit der nach (9.38) definierte Gütegrad $z_{\max}/z_{\text{grenz}} = 0,87$. Diese Abbremsung entspricht Fall 2b in Tab. 9.2.

Tritt der Fahrer nun stärker auf das Bremspedal in der Absicht, das Fahrzeug noch stärker zu verzögern, so werden die Vorderräder blockieren. Deren Bremskraft hängt nicht mehr von der Fußkraft, sondern nur von dem Gleitbeiwert und der Vorderachslast, also von $B_V = \mu_g F_{zV}$, ab. Die Bremskraft an den Hinterrädern kann noch maximal auf $B_H = \mu_h F_{zH}$ gesteigert werden, sodass eine Abbremsung nach (9.29) von

$$\mu_g F_{zV} + \mu_h F_{zH} = Gz \quad (9.47)$$

zu erreichen ist (Fall 4b in Tab. 9.2).

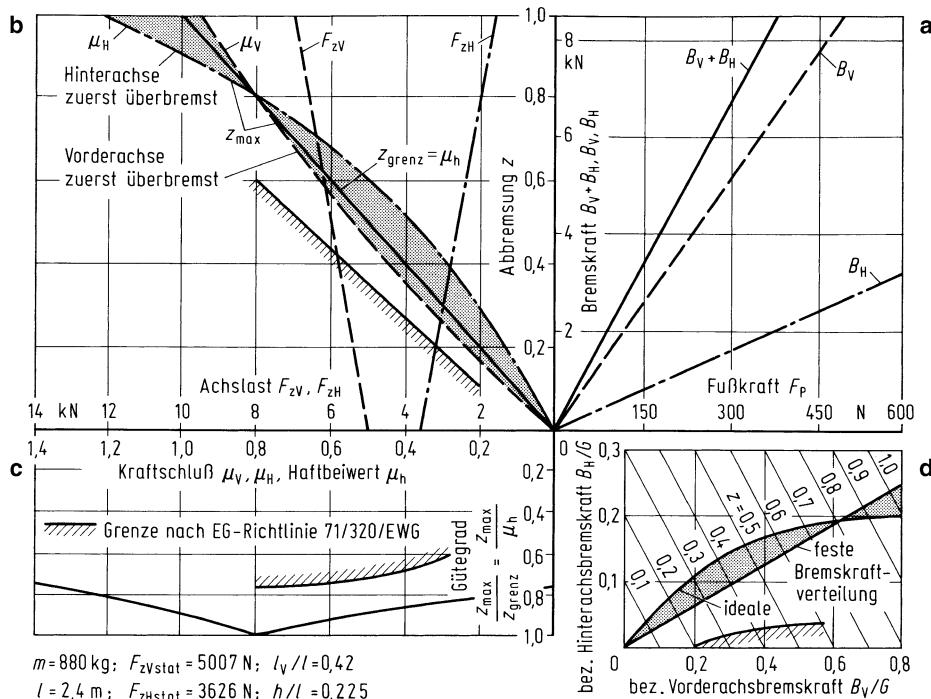


Abb. 9.9 Kraftschluß bei gegebener fester Bremskraftverteilung. **a** Bremskräfte B_V und B_H an Vorder- und Hinterachse sowie Abbremsung z über der Fußkraft F_p , **b** Änderung der Achslasten F_{zV} und F_{zH} sowie der Kraftschlüsse μ_V und μ_H an Vorder- und Hinterachse in Abhängigkeit von der Abbremsung z , **c** Verlauf des Gütegrades z_{\max}/μ_h , **d** Vergleich einer idealen mit einer festen Bremskraftverteilung, dargestellt als Hinterachsbremskraft B_H in Abhängigkeit von der Vorderachsbremskraft B_V , jeweils bezogen auf das Fahrzeuggewicht G mit der Abbremsung z als Parameter

Ist nun die Abbremsung z größer oder kleiner z_{\max} ? Sie lässt sich allgemein aus (9.29) und nach Einsetzen der Achslasten (9.44) und (9.45) berechnen zu

$$z = \frac{\mu_V \frac{l_y}{l} + \mu_H \frac{l_H}{l}}{1 + \frac{h}{l}(\mu_H - \mu_V)}, \quad (9.48)$$

wobei in dem obigen Fall $\mu_V = \mu_g$ und $\mu_H = \mu_h$ ist. Wird nach wie vor $\mu_h = 0,46$ eingesetzt und werden für den Gleitbeiwert zwei Werte $\mu_g = 0,44$ oder $0,30$ angenommen, so ergibt sich die Abbremsung zu

$$\begin{aligned} z(\mu_h = 0,46; \mu_g = 0,44) &= 0,45 > z_{\max}, \\ z(\mu_h = 0,46; \mu_g = 0,30) &= 0,38 < z_{\max}. \end{aligned}$$

Ist also der Gleitbeiwert nur geringfügig kleiner als der Haftbeiwert, dann ist die Abbremsung trotz der gleitenden Vorderräder größer als $z_{\max} = 0,4$ im Fall 2b. Liegt hingegen der

Gleitbeiwert wesentlich unter dem Haftbeiwert (z. B. bei Aquaplaning), dann ist auch die Abbremsung kleiner.

Wird die Fußkraft weiter vergrößert, so werden auch die Hinterräder blockieren (Fall 5), und die Abbremsung ist nach (9.33)

$$z = \mu_g. \quad (9.49)$$

Bei dem hohen Gleitwert $\mu_g = 0,44$ wird mit $z = 0,44$ die Abbremsung höher als z_{\max} , bei dem niedrigen $\mu_g = 0,30$ mit $z = 0,30$ kleiner.

Nun zurück zu Abb. 9.9: Bei $\mu_h = 0,8$ schneiden sich die beiden Kurven $\mu_V(z)$ und $\mu_H(z)$. Es ist $\mu_V = \mu_H$, und deshalb ist $z_{\max} = \mu_h = 0,8$ und der Gütegrad $z_{\max}/\mu_h = 1$. Das heißt, nur in diesem Sonderfall $\mu_h = 0,8$ wird die höchste mögliche Abbremsung z_{grenz} und damit der kürzeste, ideale Anhalteweg nach (9.39) erreicht. Überbremst der Fahrer, dann blockieren in diesem Fall alle Räder zugleich und die Abbremsung ist kleiner als die mit den gerade noch rollenden Rädern.

Ist $\mu_h > 0,8$, z. B. wie oben genannt $\mu_h = 1,23$, dann ist nach Abb. 9.9b $\mu_V = 0,94$, $\mu_H = \mu_h = 1,23$ und $z_{\max} = 1,0$, der Gütegrad beträgt 0,81.

Überbremst der Fahrer, so blockieren hier zuerst die Hinterräder. Tritt er nun so stark auf das Bremspedal, dass die Vorderräder an der Kraftschlussgrenze sind, so wird

$$\mu_h F_{zV} + \mu_g F_{zH} = Gz, \quad (9.50)$$

und die Abbremsung mit $\mu_h = 1,23$ und wieder zwei angenommenen Gleitbeiwerten $\mu_g = 1,1$ oder $1,2$ (auf trockener Straße sinkt der Gleitbeiwert gegenüber dem Haftbeiwert nicht so stark ab)

$$z(\mu_h = 1,23; \mu_g = 1,1) = 1,22 > z_{\max}$$

$$z(\mu_h = 1,23; \mu_g = 1,2) = 1,19 > z_{\max}.$$

In beiden Fällen ist $z > z_{\max}$.

Bei weiterer Steigerung der Bremspedalkraft gleiten alle Räder, es gilt wieder (9.49), und mit dem o. g. μ_g -Werten ist immer $z > z_{\max}$.

Die Ergebnisse dieses Abschn. 9.4 können wie folgt zusammengefasst werden:

- Ist der Kraftschluss an den Vorderrädern größer als an den Hinterrädern, $\mu_V > \mu_H$, dann können die Vorderräder zuerst blockieren (in dem Beispiel nach Abb. 9.9b im Bereich $0 \leq \mu_h < 0,8$).

Ist $\mu_V = \mu_H$ und wird am Bremspedal so dosiert, dass der μ_h -Wert erreicht wird (alle Räder blockieren gerade noch nicht), dann wird im Verhältnis zu μ_h die höchste Abbremsung und damit der kürzeste Anhalteweg erreicht (im Beispiel bei $\mu_h = 0,8$, $z_{\text{grenz}} = 0,8$, Gütegrad $z_{\text{grenz}}/\mu_h = 1$).

Ist $\mu_V < \mu_H$, dann können zuerst die Hinterräder blockieren (im Beispiel für $\mu_h > 0,8$).

- Der verwendete Ausdruck z_{\max} ist die maximale Abbremsung, bei der kein Rad blockiert.
- Mit gleitenden/blockierten Rädern können höhere Abbremsungen als z_{\max} erzielt werden, wenn der Unterschied zwischen Haft- und Gleitwert nicht zu groß ist.

9.5 Stabilität, Lenkfähigkeit, Dosierbarkeit am Bremspedal

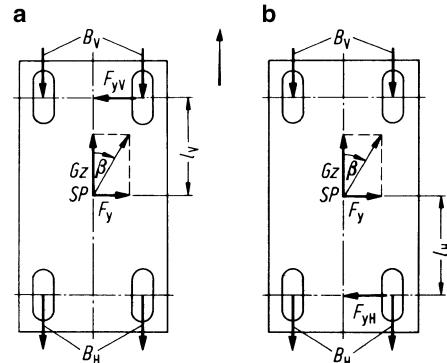
Im vorangegangenen Abschnitt wurde zwischen gerade noch rollenden Rädern (μ_h -Wert) und gleitenden (μ_g -Wert) unterschieden, was von den vom Fahrer aufgebrachten Bremspedalkräften abhängt. Im Folgenden werden die dort genannten Ergebnisse durch zusätzliche Betrachtungen eingeschränkt.

Bei blockierenden Rädern kann das Fahrzeug seine Lenkfähigkeit oder Stabilität einbüßen. Nach dem in Abschn. 9.4 Gesagten gibt es drei Fälle: die Vorderräder blockieren, die Hinterräder nicht, oder umgekehrt, oder alle Räder blockieren.

Nach Abb. 9.10a sollen die mit B_V abgebremsten Vorderräder noch rollen und noch nicht entsprechend dem höchsten Kraftschlussbeiwert μ_h beansprucht sein, während die Hinterräder ihn schon überschritten haben und gleiten. Kommt zu der Massenkraft G_z durch Bremsung noch eine seitliche Störkraft F_y hinzu, so entsteht eine Resultierende, die unter einem Winkel β zur Fahrzeuglängsrichtung liegt. F_y muss durch Seitenkräfte an den Rädern im Gleichgewicht gehalten werden. Weil die Hinterräder rutschen, kann die Seitenkraft praktisch nur an den Vorderrädern aufgebracht werden, $F_{yV} \approx F_y$. Das daraus entstehende Moment $F_{yV} l_V \approx F_y l_V$ beschleunigt das Fahrzeug um die Hochachse und dreht es von der Resultierenden weg. Der Winkel β wird damit vergrößert, dies ist ein Zeichen für einen instabilen Vorgang. Den Schleudervorgang, die starke Drehung um die Fahrzeughochachse, zeigt Abb. 9.11a.

Sind hingegen wie in Abb. 9.10b die Vorderräder blockiert, so greift die Seitenkraft an den Hinterrädern an. Es entsteht bei gleicher Störung ein anders herumdrehendes Mo-

Abb. 9.10 Zur Erklärung des Fahrverhaltens bei blockierenden **a** Hinterrädern, instabil vgl. Abb. 9.11a, **b** Vorderräder, stabil, vgl. Abb. 9.11b



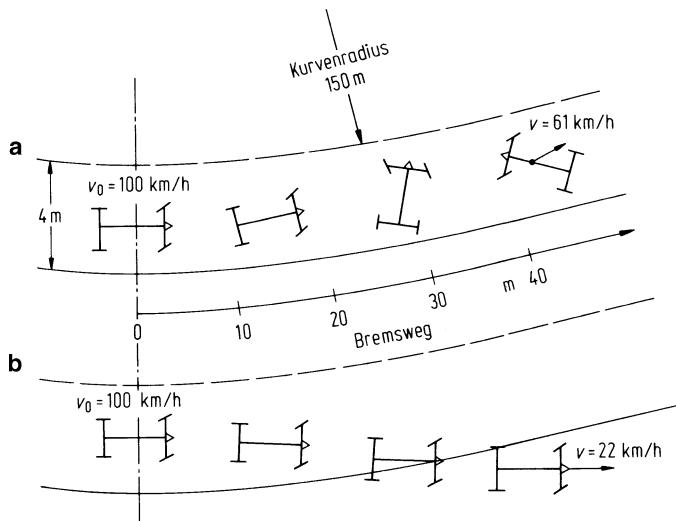


Abb. 9.11 Rechenbeispiel zum Einfluss der Bremsmomentenverteilung auf die Fahrzeugreaktion beim Bremsen aus stationärer Kreisfahrt. 85 % des Gesamtbremsmomentes wirken **a** auf die Hinterräder und **b** auf die Vorderräder

ment $F_{yH} l_H$, das den Winkel β verkleinert. Der Vorgang ist also stabil. Das Fahrzeug bewegt sich mit gleitenden Vorderrädern in etwa der alten Fahrtrichtung weiter. Es reagiert dafür nicht auf Lenkeinschläge, es ist nicht lenkfähig. Den stabilen, dafür nicht lenkfähigen Zustand verdeutlicht Abb. 9.11b.

Für die Geradeausfahrt ist darum das Überbremsen der Vorderräder vorzuziehen. Wird dagegen in einer Kurve die Vorderachse überbremst, so rutscht das Fahrzeug aus der Kurve hinaus. Deshalb sollten nach Überlegungen zu Beginn des 20. Jahrhunderts die Hinterräder zuerst blockieren, um die Lenkfähigkeit der Vorderräder zu erhalten. Auch bei Geradeausfahrt, so wurde weiter argumentiert, kann man das Schleudern des Hecks durch Lenken korrigieren, d. h., der Fahrer muss das instabile Verhalten des Fahrzeugs stabilisieren. Ein geübter Fahrer kann das sicherlich, ein Normalfahrer (und das sind die meisten) hingegen kann es nicht. Untersuchungen [STAR54] haben gezeigt, dass ein Normalfahrer, der in einer unvorhergesehenen Situation plötzlich so scharf bremst, dass die Hinterräder blockieren, bei einer beginnenden Schleuderbewegung des Wagens meistens nicht gegenlenkt bzw. nicht schnell genug oder gar falsch. Genauso falsch handelt er, indem er das Bremspedal weiter tritt, anstatt es loszulassen. Dies oder ein dosiertes Bremsen wäre physikalisch gesehen das Einfachste, weil dann die zuvor blockierten Räder wieder Seitenkräfte aufnehmen könnten und der Schleudervorgang abgefangen würde. Damit lautet das Ergebnis dieser Überlegungen: Das Blockieren der Hinterräder muss vermieden werden. Da dies vom Normalfahrer nicht bewältigt wird, muss es in der Bremsanlage entweder durch eine richtige Bremskraftverteilung auf Vorder- und Hinterachse konstruktiv verwirklicht wer-

den, oder das Blockieren muss durch ein Gerät, durch einen sog. „Blockierverhinderer“, verhindert werden.

Blockieren alle Räder, so kann keines von ihnen Seitenkräfte aufnehmen. Das Fahrzeug wird in Richtung der Störkraft seitlich wegdriften, ohne sich stark um die Hochachse zu drehen.

Danach kann man zusammenfassend feststellen, dass blockierende Räder zu vermeiden sind. *Direkt gefährlich wird der Fahrzustand wenn allein die Hinterräder blockieren.*

Um mit einem stabilen Fahrzeug ($\mu_V = \mu_h; \mu_H < \mu_h$) noch große Abbremsungen zu erzielen, muss der Fahrer seine Bremspedalkraft so dosieren, dass die Vorderräder gerade noch nicht blockieren. Deshalb ist zu prüfen, ob der Fahrer überhaupt in der Lage ist, sein Fahrzeug ohne Automatischen Blockierverhinderer an der Kraftschlussgrenze abzubremsen. Man könnte erwarten, dass er aufgrund von Informationen über die Kraftschlussausnutzung aus dem Fahrzeugverhalten in der Lage wäre, durch Dosieren die Bremskräfte im höheren Haftwertbereich zu halten und den Bereich der niedrigeren Gleitbeiwerte zu meiden.

Durchgeführte Versuche [GOEK87] auf nasser Fahrbahn (nur dort ist der Unterschied zwischen Haft- und Gleitbeiwert wesentlich) konnten dies nicht bestätigen: Der Fahrer erhielt unter den vorliegenden Versuchsbedingungen weder aus Geräuschen, Schwingungen oder Kursabweichungen noch aus den nach einfachen Überlegungen beim Blockieren auftretenden Verzögerungszusammenbrüchen Informationen über das Blockieren. Dies liegt zum einen daran, dass bei den üblichen Bremskraftverteilungen und dem langsamem Fußkraftanstieg auf nasser Fahrbahn (Fahrer bremsen vorsichtig) niemals alle Räder gleichzeitig, sondern die Vorderräder lange vor den Hinterrädern und in der Realität auch nicht rechts und links gleichzeitig blockieren. Darüber hinaus steigt mit abnehmender Fahrgeschwindigkeit während der Bremsung der Gleitbeiwert so stark an, dass die Verzögerungsabnahme beim Blockieren der Räder auf ein unmerkliches Maß zusammenschrumpft. Das Ergebnis lautet: *Für Fahrer ist es schwierig, die Pedalkraft so zu dosieren, dass bei möglichst großer Abbremsung das Blockieren der Räder vermieden wird (wegen der Stabilität das Blockieren der Vorderräder).*

Andererseits wurde in Abschn. 9.4 anhand einiger Zahlenbeispiele gezeigt, dass es sich zur Erzielung einer hohen Abbremsung, also eines kurzen Bremsweges, lohnen kann, alle Räder zum Blockieren zu bringen, oder anders ausgedrückt: den Fahrer aufzufordern, möglichst stark das Bremspedal zu betätigen. Zum einen empfiehlt sich das nach Abb. 2.18 nur bei Fahrt auf trockener Straße und zum anderen aus Gründen der Lenkfähigkeit sowie Stabilität auch nur bei Abbremsung aus geringer Geschwindigkeit, denn nur dann ist auch der Seitenversatz durch ein eventuelles seitliches Wegrutschen nicht sehr groß. Bei höheren Geschwindigkeiten führen blockierende Räder zu gefährlichen Fahrzuständen.

9.6 Bremskraftverteilung

Die Forderung nach Bremsstabilität bedeutet, dass der Kraftschluss an den Hinterrädern kleiner sein muss als an den Vorderrädern

$$\mu_H < \mu_V. \quad (9.51)$$

Nach (9.46) ergibt sich daraus als Forderung für das Verhältnis der Bremskräfte

$$\frac{B_V}{B_H} > \frac{F_{zV}}{F_{zH}}. \quad (9.52)$$

Der Grenzwert für die Stabilität führt zur sog. idealen Bremskraftverteilung.

9.6.1 Ideale Bremskraftverteilung

Bei der idealen Bremskraftverteilung ist für jede Abbremsung

$$\mu_V(z) = \mu_H(z), \quad (9.53)$$

und nach (9.46) besteht dann zwischen den beiden Bremskräften die Beziehung mit (9.44) und (9.45)

$$\frac{B_{Vid}}{B_{Hid}} = \frac{F_{zV}}{F_{zH}} = \frac{F_{zVstat} + G \frac{h}{l} z}{F_{zHstat} - G \frac{h}{l} z} = \frac{\frac{l_H}{l} + \frac{h}{l} z}{\frac{l_V}{l} - \frac{h}{l} z}. \quad (9.54)$$

In Abb. 9.12 ist sie für ein Beispiel dargestellt. Danach muss die Vorderachse mit zunehmender Abbremsung stärker als die Hinterachse gebremst werden. Oberhalb der Kurve liegt der Bereich der Bremsstabilität, unterhalb der Instabilität.

Abb. 9.12 Ideale Bremskraftverteilung als Funktion der Abbremsung, $m = 880 \text{ kg}$, $F_{zVstat} = 5007 \text{ N}$, $F_{zHstat} = 3626 \text{ N}$, $l_V/l = 0,42$, $h/l = 0,225$

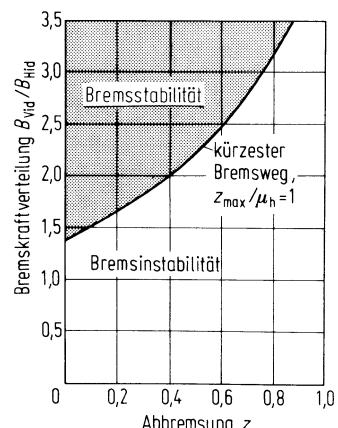
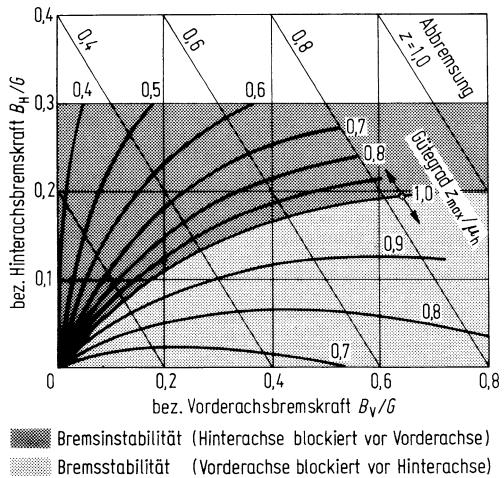


Abb. 9.13 Auf das Gewicht G bezogene Hinterachsbremskraft B_H als Funktion der Vorderachsbremskraft B_V für Bremskraftverteilungen mit konstantem Gütegrad (Fahrzeugdaten s. Abb. 9.12)



Mit der idealen Bremskraftverteilung wird, wenn an allen Rädern der höchste Kraftschluss, nämlich der Haftbeiwert μ_h herrscht, der kürzeste Bremsweg erreicht: Der Gütegrad ist $z_{\max}/\mu_h = 1$, s. (9.40) und Abb. 9.7.

9.6.2 Darstellung $B_H = f(B_V)$

Es ist auch die Darstellung nach Abb. 9.13 gebräuchlich, in der die auf das Gewicht bezogenen Bremskräfte die Koordinaten bilden und in der die Linien konstanter Abbremsung Geraden sind. Nach (9.43) ist

$$\frac{B_V}{G} = z - \frac{B_H}{G}. \quad (9.55)$$

Über den Parameter z ergibt sich die ideale Vorder- und Hinterachsbremskraft zu

$$\begin{aligned} \frac{B_{Vid}}{G} &= \mu_H \left(\frac{l_H}{l} + \frac{h}{l} z \right) = z \left(\frac{l_H}{l} + \frac{h}{l} z \right), \\ \frac{B_{Hid}}{G} &= \mu_H \left(\frac{l_V}{l} - \frac{h}{l} z \right) = z \left(\frac{l_V}{l} - \frac{h}{l} z \right). \end{aligned} \quad (9.56)$$

Die Kurve idealer Verteilung ist gleichzeitig – wie oben erläutert – die Kurve für den Gütegrad $z_{\max}/\mu_h = 1$. Für andere Werte ist

$$\begin{aligned} \frac{B_V}{G} &= \mu_V \left(\frac{l_H}{l} + \frac{h}{l} z \right) = \frac{\mu_V}{z} z \left(\frac{l_H}{l} + \frac{h}{l} z \right), \\ \frac{B_H}{G} &= \mu_H \left(\frac{l_V}{l} - \frac{h}{l} z \right) = \frac{\mu_H}{z} z \left(\frac{l_V}{l} - \frac{h}{l} z \right). \end{aligned} \quad (9.57)$$

Begrenzt der Kraftschluss der Vorderräder die Verzögerung (Voraussetzung für die Stabilität), ist $\mu_V = \mu_h$, dann ist

$$\frac{B_V}{G} = \frac{\mu_h}{z} z \left(\frac{l_H}{l} + \frac{h}{l} z \right) \quad (9.58a)$$

und mit (9.55)

$$\frac{B_H}{G} = z \left[1 - \frac{\mu_h}{z} \left(\frac{l_H}{l} + \frac{h}{l} z \right) \right]. \quad (9.58b)$$

In Abb. 9.13 sind Linien für Bremskraftverteilungen mit konstantem Gütegrad eingezeichnet, außerdem ist der Bereich für Bremsstabilität und -instabilität gekennzeichnet.

9.7 Anforderungen an Bremsanlagen, gesetzliche Vorschriften

Mit den Ergebnissen aus den vorbereitenden Abschn. 9.2 bis 9.6 lassen sich die Anforderungen für Bremsanlagen zusammenstellen. Gleichzeitig werden die wesentlichen gesetzlichen Vorschriften angeführt. Die in diesen genannten Zahlenwerte werden sich in der Zukunft sicherlich ändern, die zugrundeliegenden Gedanken wahrscheinlich nicht.

Im Folgenden werden nur Not- (Gefahren-)bremsungen betrachtet, also Extremwerte wie minimaler Bremsweg, maximale Abbremsung oder Einhalten der Fahrzeugstabilität.

Die in Tab. 9.3 genannte EG-Richtlinie fußt auf der Definition des Bremsweges nach (9.18b) und demnach auf dem in Abb. 9.4 gezeigten einfachen Bremsvorgang. Daraus ergeben sich Mindestwerte für den Bremsweg s' und für die Voll-Verzögerung $|\ddot{x}_V|$ sowie Maximalwerte für $(t_a + t_s/2)$ und für die Fußkraft. Weiterhin wird unterschieden zwischen Betriebsbremsanlage (alles intakt) und Hilfsbremsanlage (ein Teil, aber nur *ein* Teil der Betriebsbremsanlage versagt).

Die in Tab. 9.3 aufgeführten Werte sind auf einer „griffigen“ – sprich trockenen – Straße ($\mu_h \approx 0,8$) zu erzielen. Für kleinere μ_h -Werte wird in der EG-Bremsenrichtlinie 71/320/EWG für zweiachsige Kraftfahrzeuge vorgeschrieben

$$z \geq 0,1 + 0,85 (\mu_h - 0,2) \text{ im Bereich } 0,2 \leq \mu_h \leq 0,8 \quad (9.59a)$$

und damit der Gütegrad

$$\frac{z}{\mu_h} \geq 0,85 - \frac{0,07}{\mu_h} \quad (9.59b)$$

Er ist vom Haftbeiwert abhängig. Bei niedrigen Haftbeiwerten wird eine relativ größere Bremswegverlängerung zugelassen als bei hohen. In die Abb. 9.9b und c ist diese Grenze eingezeichnet. (Das Fahrzeugbeispiel erfüllt die vorgeschriebene Bedingung.)

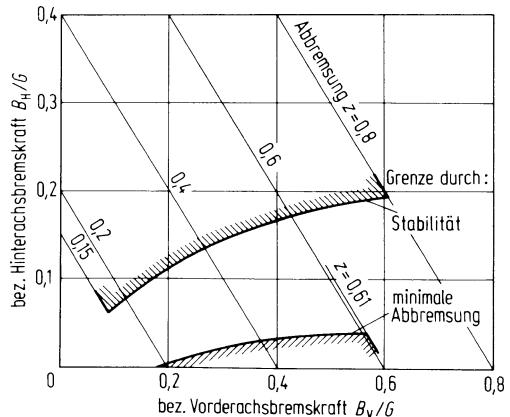
Weiterhin wird für die „Verteilung der Bremskräfte“ bei zweiachsigen, Personen befördernden Kraftfahrzeugen bei allen Beladungszuständen

$$\mu_V > \mu_H \text{ im Bereich } 0,15 < z < 0,8 \quad (9.60)$$

Tab. 9.3 Zusammenstellung der Bedingungen für die Betriebs- und Hilfsbremsung von Kraftfahrzeugen mit ausgekuppeltem Motor nach der EG-Richtlinie 71/320/EWG, Anhang II, September 1998 und daraus abgeleitete Größen

Kfz-Klassen	Personenbeförderung		Güterbeförderung	
	Pkw	Bus	Lkw, Sattelzugmaschinen	
			$m_{\max} \leq 3,5 \text{ t}$	$m_{\max} \geq 3,5 \text{ t}$
Prüfgeschw. v_A	80 km/h	60 km/h	80 km/h	60 km/h
Betriebs- bremsung	Bremsweg in m $s' \leq (v_A \text{ in km/h})$	$0,1 v_A + \frac{v_A^2}{150}$	$0,15 v_A + \frac{v_A^2}{130}$	$0,15 v_A + \frac{v_A^2}{130}$
Fußkraft $F_p \leq$	500 N	700 N	700 N	
$\left(t_a + \frac{t_s}{2} \right) \leq$	0,36 s	0,54 s	0,54 s	ergibt sich aus Vergleich der obigen EG-Bremswegformel mit (9.18b)
Verzögerung: $ \ddot{x}_V \geq$	$5,8 \text{ m/s}^2$	5 m/s^2	5 m/s^2	
Hilfsbrem- sung	Bremsweg in m $s' \leq$	$0,1 v_A + 2 \frac{v_A^2}{150}$	$0,15 v_A + 2 \frac{v_A^2}{130}$	$0,15 v_A + \frac{v_A^2}{115}$
Fußkraft $F_p \leq$	500 N	700 N	700 N	
bei Handbetäti- gung $F_H \leq$	400 N	600 N	600 N	

Abb. 9.14 Grenzen durch Stabilität und minimale Abbremsung (eingezzeichnet sind die Grenzen durch die Richtlinie 71/320/EWG für Pkw) im Bremskraftdiagramm (Fahrzeugdaten s. Abb. 9.12)



vorgeschrieben. (Bei anderen Fahrzeugen ist die obere Bereichsgrenze niedriger.) Das bedeutet nichts anderes als die in Abschn. 9.5 geforderte stabile Abbremsung.

Die beiden zuletzt genannten Vorschriften nach (9.59) und (9.60) sind für einen Beladungszustand in Abb. 9.14 dargestellt. Zwischen diesen beiden Grenzen muss die Bremskraftverteilung $B_H/G = f(B_V/G)$ liegen.

Bei Ausfall eines Teiles der Betriebsbremsanlage muss mindestens der Bremsweg der „Hilfsbremsung“ nach Tab. 9.3 erreicht werden. Die Bedingung $\mu_V > \mu_H$ wird in diesem relativ selten auftretenden Fall nicht vorgeschrieben.

Für die im nächsten Abschn. 9.8 behandelten Blockierverhinderer ist ein Mindestgütegrad

$$\frac{z_{\max}}{\mu_h} \geq 0,75 \quad (9.61)$$

vorgeschrieben. Bei dessen Ausfall müssen die Bedingungen der Hilfsbremse erfüllt werden.

9.8 Blockierverhinderer

Bisher wurde in der Literatur üblicherweise als erste Anwendung für die Bremsenauslegung eines Kraftfahrzeugs die Verteilung der Bremskräfte zwischen Vorder- und Hinterachse gemäß voreingestellter fester – manchmal druck- oder lastabhängiger – Kennlinien erklärt. Dies geschah auch in Abschn. 9.4 anhand der Abb. 9.9, und darauf wird noch weiter in Abschn. 9.10 eingegangen. Da aber heute die Bremsanlagen nahezu aller Pkw mit Blockierverhinderern ausgerüstet sind, bei Omnibussen und Lkw ab einem bestimmten zulässigen Gesamtgewicht ist das sogar zwingend vorgeschrieben, sollen diese hier als erste behandelt werden.

Nach Abschn. 9.5 sollen in kritischen Situationen, also bei im Verhältnis zum Haftbeiwert μ_h hohen Abbremsungen z , die Räder nicht blockieren. Dadurch bleiben Lenkfähigkeit sowie Stabilität erhalten, und es wird (meistens) ein kurzer Bremsweg erzielt, der aber nicht der Hauptzweck der Anlage ist. Weiterhin wurde dort (s. Abschn. 9.5) festgestellt, dass Fahrer blockierte Räder nicht erkennen bzw. nicht „erspüren“ können.

Für Fahrer ist also ein Gerät, das blockierende Räder verhindert, nützlich. Solch ein Gerät, „Automatischer Blockierverhinderer“ (ABV) oder meistens „Antiblockiersystem“ (ABS) genannt, wird wirksam, sobald zumindest ein Rad eines Fahrzeugs beim Bremsen durch den Fahrer in hohen Schlupf läuft. Im Regelfall versucht das Antiblockiersystem durch fortlaufendes Bremsmomentensenken, -halten und -erhöhen das Rad im Bereich des maximalen Kraftschlusses zu halten.

Abbildung 9.15 verdeutlicht das prinzipielle Zusammenwirken. Der Fahrer erzeugt mit seinem Fuß eine Pedalkraft, die über den Bremskraftverstärker auf die beiden getrennten Kammern des Hauptbremszylinders wirkt (siehe Abb. 9.36). Die nun unter Druck stehende Bremsflüssigkeit des Hauptbremszylinders gelangt über die Bremsleitungen und durch je ein stromlos offenes Ventil zur jeweiligen Scheibenbremse der Räder. Der Druck in den Radbremsen hängt direkt von der Pedalkraft und dem Verstärkungsfaktor der Bremskraftverstärkung ab.

Tritt nun in einem Reifen hoher Schlupf auf, er wird in der Steuerelektronik durch Vergleich der Drehzahlsignale ermittelt, dann wird die Spannung auf das zuvor offene Ventil

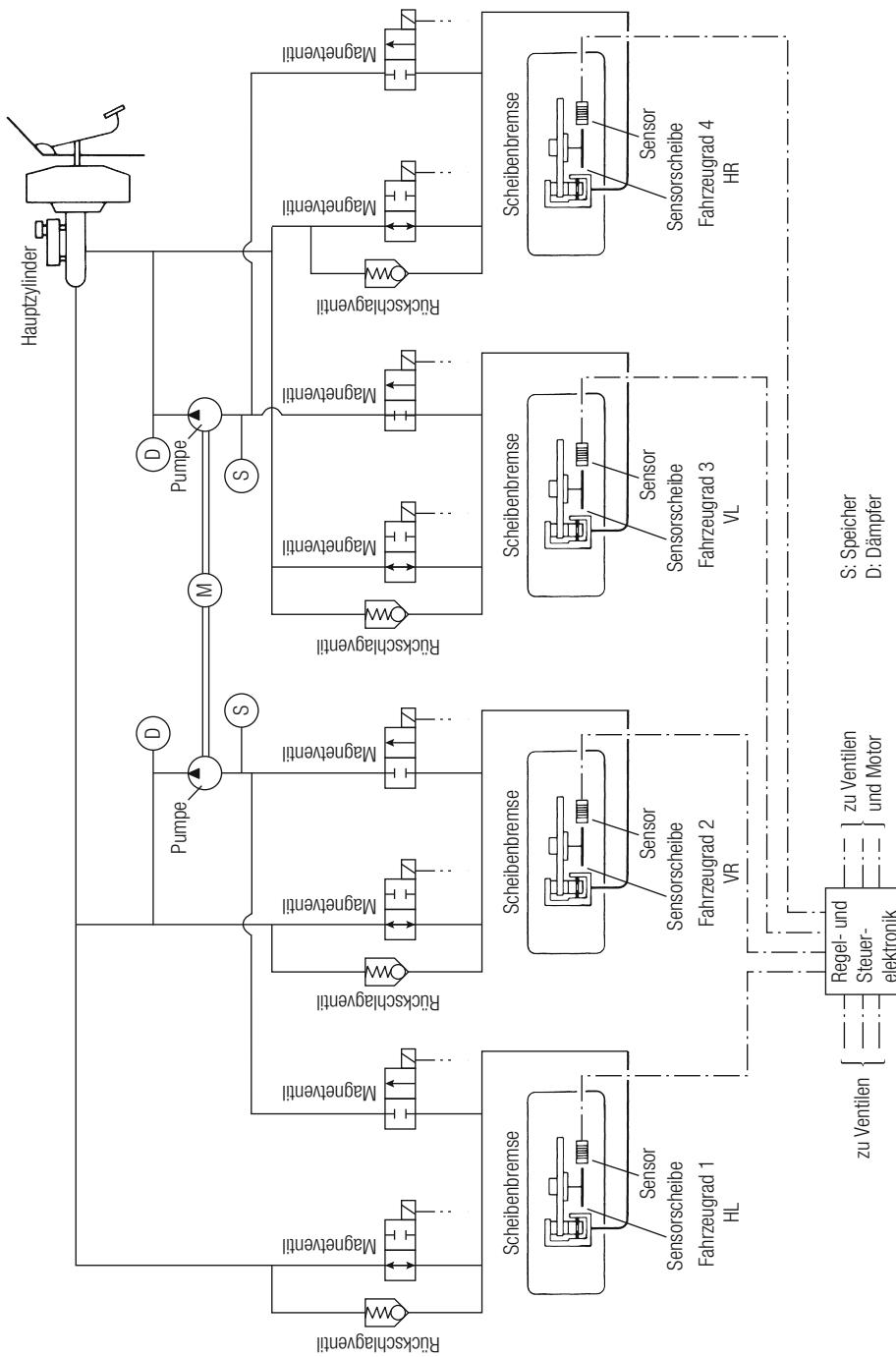


Abb. 9.15 Funktionschema eines Automatischen Blockierverhinderers (ABV). Bei normaler Bremsung überträgt die Bremsflüssigkeit den Bremsdruck vom Hauptzylinder zu den Scheibenbremsen

gegeben und der Bremsdruck kann an diesem Rad nicht weiter erhöht werden (Druck halten). Soll der Druck abgebaut werden (Druck senken), damit der Radschlupf wieder kleiner wird, dann wird das zweite zu dem betroffenen Rad gehörende Ventil bestromt, (das Ventil schaltet auf Durchgang) und die Bremsflüssigkeit kann aus dem Radbremszylinder der Scheibenbremse abfließen. Die Bremsflüssigkeit füllt einen Speicher vor einer elektrisch angetriebenen Hydraulikpumpe. In den anderen Radbremsen herrscht weiterhin der Flüssigkeitsdruck, den der Fahrer über das Bremspedal vorgibt. Es kann inzwischen aber auch an einem weiteren Rad zu Regelungen gekommen sein, wenn der Reifenschlupf an diesem zweiten (oder auch dritten) Rad zu groß geworden ist.

Soll der Druck im Radbremszylinder wieder angehoben werden (Druck aufbauen), so läuft die Hydraulikpumpe an und sie erzeugt einen Flüssigkeitsdruck gegen den Fahrerfuß. Bei dem in Abb. 9.15 skizzierten System fühlt der Fahrer die ABS-Regelung am Fuß. Beide Radventile des betrachteten Rades werden wieder stromlos geschaltet und die Pumpe drückt Bremsflüssigkeit in den Radbremszylinder. Die Bremskraft wird dadurch wieder erhöht. Es steigt auch der Reifenschlupf und das Regelpiel beginnt von neuem, sobald wieder zu hoher Schlupf erreicht wird.

Geht der Fahrer vom Bremspedal oder reduziert er auch nur den Pedaldruck, dann wird unabhängig von der Bestromung der Magnetventile auch der Druck in den Radbremsen reduziert. Die Bremsflüssigkeit fließt durch die Rückschlagventile (je eines pro Rad) zum Hauptbremszylinder zurück.

Wesentlich ist deshalb festzustellen, dass bei dem bisher üblichen ABS der maximale Druck in den Radbremsen stets vom Fahrer vorgegeben wird. Da die Fahrer gelegentlich zu wenig Pedaldruck aufbringen, wurden die ABS-Systeme durch den sog. „Bremsassistenten“ erweitert (vgl. Abschn. 9.11.2), bei dem in kritischen Bremssituationen zumindest der Bremskraftverstärker vollständig ausgenutzt wird. Erkannt wird die kritische Bremssituation aus der Betätigungsgeschwindigkeit des Bremspedals.

Durch zusätzliche Magnetventile (in Abb. 9.15 nicht enthalten), die die Fahreraktion vom System trennen, kann die prinzipielle Anordnung in Abb. 9.15 zu einem Traktionsregelsystem ausgeweitet werden (Abbremsen von beim Antrieb durchdrehenden Rädern). Es kann auch eine sog. „Fremdkraftbremse“ realisiert werden, die ohne direkte Fahrereinwirkung das Fahrzeug abbremst (z. B. für ACC-Systeme, vgl. Abschn. 9.2.4).

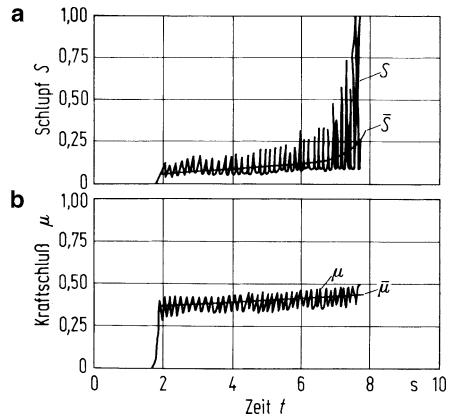
Auf das Sensor-Signal wird in Abschn. 9.9 eingegangen.

Ist an jedem Rad ein ABS, so können die Räder voneinander unabhängig auf den jeweils höchsten Kraftschluss geregelt werden. Sind z. B. die Kraftschlussverhältnisse an allen Rädern gleich, was auf trockener Straße der Fall ist, dann stellen sich bei einem Fahrzeug mit idealem ABS an allen Rädern die gleichen Werte $\mu_V = \mu_H = \mu_h$ ein. Voraussetzung dafür ist, dass der Fahrer stark genug auf das Bremspedal tritt, um damit das ABS in Funktion zu setzen. Der Fahrer braucht also nicht mehr zu dosieren!

Zusatzzinformation

Die Wirkung von Blockierverhinderern an einem Fahrzeug kann wie folgt abgeschätzt werden: Durch das Bremsmomentsenken, -halten und -erhöhen ist der Kraftschluss nicht konstant, sondern

Abb. 9.16 a, b Verlauf des Kraftschlusses und des Schlupfes beim Bremsen mit ABV [UFFE80]



schwankt um einen Mittelwert, s. Abb. 9.16,

$$\bar{\mu} = \varepsilon \mu_h \quad \text{mit} \quad \varepsilon \leq 1. \quad (9.62)$$

Da μ den Größtwert μ_h nicht übersteigen kann, muss durch die Schwankung der Wert ε kleiner als Eins sein. Je geringer die Amplitude der Regelschwingung ist, umso näher kommt ε an Eins heran und umso kürzer wird der Bremsweg.

Mit den mittleren Bremskräften

$$\tilde{B}_V = \bar{\mu}_V F_{zV} = \varepsilon_V \mu_{hV} F_{zV} \quad (9.63a)$$

$$\tilde{B}_H = \bar{\mu}_H F_{zH} = \varepsilon_H \mu_{hH} F_{zH} \quad (9.63b)$$

ergibt sich die maximale Abbremsung eines Kraftfahrzeugs mit Blockierverhinderer aus

$$\tilde{B}_V + \tilde{B}_H = \bar{\mu}_V F_{zV} + \bar{\mu}_H F_{zH} = G \tilde{z}_{\max}.$$

und nach dem Einsetzen der Achslasten, s. (9.44) und (9.45), wird

$$\tilde{z}_{\max} = \frac{\bar{\mu}_V \frac{l_H}{l} + \bar{\mu}_H \frac{l_V}{l}}{1 - \frac{h}{l}(\bar{\mu}_V - \bar{\mu}_H)}. \quad (9.64a)$$

Mit den Annahmen

$$\varepsilon_V = \varepsilon_H = \varepsilon \text{ und } \mu_{hV} = \mu_{hH} = \mu_h$$

vereinfacht sich (9.64a) zu

$$\tilde{z}_{\max} = \varepsilon \mu_h, \quad (9.64b)$$

wobei der Haftwert μ_h nach (9.31) der größtmöglichen Abbremsung z_{grenz} entspricht. Der Gütegrad beträgt

$$\tilde{z}_{\max}/\mu_h = \varepsilon. \quad (9.65)$$

(Nach (9.61) muss nach dem Gesetzgeber $z_{\max}/\mu_h > 0,75$ sein. Bei ausgeführten Pkw-Anlagen ist er wesentlich höher.)

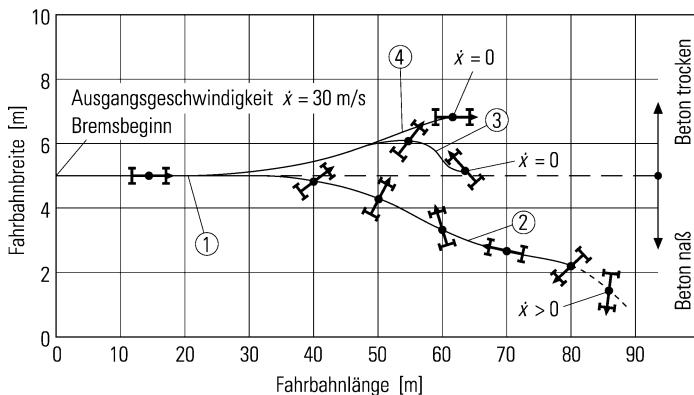


Abb. 9.17 Notbremsung eines neutrallastigen Fahrzeugs ohne Lenkreaktion auf einer in Querrichtung unterschiedlich griffigen Fahrbahn

- ① Bahn des Fahrzeugschwerpunktes
 - ② Fahrzeug ohne Blockierverhinderer (ABS)
 - ③ Zweiachs-ABS mit Einzelradregelung
 - ④ Zweiachs-ABS mit „select low“ an der Hinterachse
- (aus: [MITS75])

Das Ergebnis lautet: Ein Fahrzeug mit Blockierverhinderern erreicht die Idealfälle „größtmögliche Abbremsung“ und „höchster Gütegrad“ dann, wenn $\varepsilon = 1$ oder praktisch dicht unter dem Wert 1 ist, je geringer also die o. g. Amplitude der Regelschwingung ist.

Laufen die Räder in Spuren verschiedener Griffigkeit, sog. μ -Split, z. B. rechts auf nasser, links auf trockener Fahrbahn, so kann man nur durch die getrennte Regelung mittels ABS an jedem Rad die richtigen Bremsmomente (rechts kleine, links große) aufbringen. Dennoch kann das zu einem instabilen Bremsvorgang führen. In Abb. 9.17 sind drei Panikbremsvorgänge wiedergegeben. Das Fahrzeug ohne ABS ② beginnt – hervorgerufen durch die höheren Bremskräfte auf der linken Seite – eine Drehung entgegen dem Uhrzeigersinn und rutscht unter Beibehaltung der Drehbewegung auf die „nasse“ Fahrbahnseite. Es kommt innerhalb des Diagramms nicht zum Stehen. Das Fahrzeug mit ABS und Einzelradregelung ③ steht hingegen nach etwa 60 m, dreht sich aber um fast 180° um die Hochachse. Beim dritten Fahrzeug ④ werden die Vorderräder individuell geregelt, die Hinterräder nach dem „Select-Low“-Prinzip. Dabei bestimmt das zuerst zum Blockieren neigende, in diesem Fall auf dem nassen Fahrbahnteil befindliche rechte Hinterrad auch die Höhe des Bremsmomentes für das linke. Es treten also keine Bremskraftunterschiede zwischen links und rechts auf, es wirkt über die Hinterachse auf das Fahrzeug kein Moment. Aber viel wichtiger ist es, dass das „unterbremste“ linke Rad noch Seitenkräfte aufnehmen kann. Dadurch dreht sich das Fahrzeug ④ in Abb. 9.17 kaum um die Hochachse, der Seitenversatz ist zwar etwas größer als bei ③, lässt sich aber leicht vom Fahrer über das Lenkrad korrigieren.

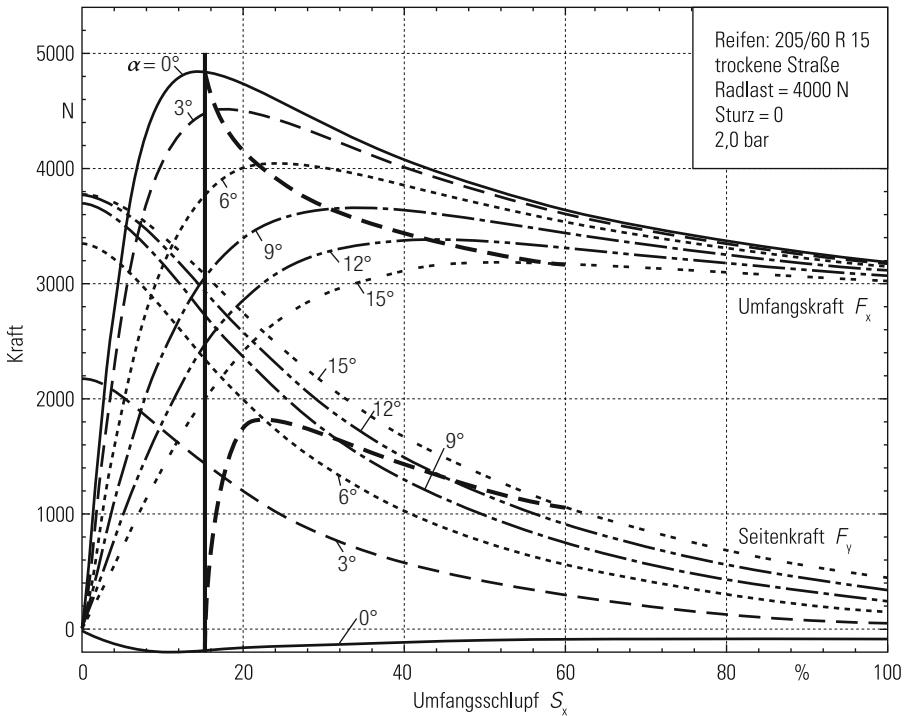


Abb. 9.18 Darstellung verschiedener Möglichkeiten der Auslegung eines Blockierverhinderers — konstanter Schlupf, unabhängig vom Schräglauwinkel α - - - (obere Kurve) maximale Umfangskraft beim jeweiligen Schräglauwinkel α - - - (untere Kurve) dazugehörige maximale Seitenkraft (Reifendiagramm s. Abb. 2.44b) Aus: [BEIK99]

Moderne ABS regeln deshalb unter Verzicht auf maximale Bremsfähigkeit so, dass auch gewisse Seitenkräfte aufgenommen werden können, damit das Fahrzeug spurstabil und lenkfähig bleibt. Zur Erläuterung verschiedener Regelalgorithmen wird das schon bekannte Diagramm aus Abb. 2.44b benutzt, in dem Umfangs- und Seitenkräfte, F_x und F_y , als Funktion des Umfangsschlupfes S_x mit dem Parameter Schräglauwinkel α aufgetragen sind. Bei $\alpha = 0$ ist $F_y = 0$ und F_x maximal, entsprechend dem „Kamm'schen Kreis“ in Abschn. 2.3.4. Mit größerem α wird F_y größer, F_x dagegen kleiner, wobei sich deren Maxima zu höheren Schlupfwerten verschieben. In Abb. 9.18 sind zwei verschiedene Auslegungsmöglichkeiten eingezeichnet, zum einen die mit konstantem Schlupf (durchgezogene, senkrechte Linie), zum anderen die, welche die Maxima der Umfangskräfte bei verschiedenen α verbindet (gestrichelte Linien). Im ersten Fall werden bei Erhöhung der F_y -Werte die F_x -Werte relativ klein, im zweiten Fall bleiben bei relativ hohen F_x -Werten die F_y -Werte begrenzt. Es gibt also verschiedene Priorisierungen.

Das Grundprinzip der ABS-Regelung [HUBE96] basiert auf der – im nächsten Abschnitt abgeleiteten – Tatsache: Ist das vom Fahrer eingeleitete Bremsmoment größer als das

vom Reifen übertragbare, dann steigt die Winkelverzögerung des Rades fast sprunghaft an. Oder anhand der Abb. 9.18 erklärt, dies passiert, wenn das Maximum einer F_x - S_x -Kurve in Richtung höherer S_x -Werte überschritten wird. Da ein Maximum bei jedem Schräglauftwinkel α vorliegt, berücksichtigt der starke Winkelverzögerungs-Anstieg automatisch die vorhandene Seitenkraft F_y . Nun muss man „nur noch“ die Information der Verzögerung auf die „Regel- und Steuerelektronik“ in Abb. 9.15 geben, und der Blockierverhinderer beginnt zu arbeiten.

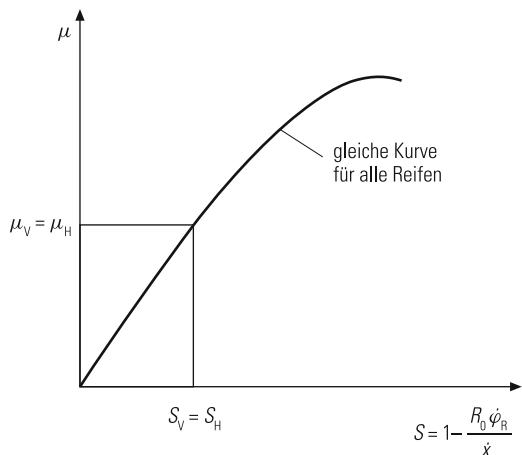
Die Auslegungsmöglichkeit mit konstantem Schlupf (durchgezogene, senkrechte Linie in Abb. 9.18) kann aus folgendem Grund nicht oder zumindest nicht allein verwendet werden: Diese Linie wurde so gelegt, dass sie für diesen Reifen bei den angegebenen Bedingungen durch das Maximum der F_x - S_x -Kurve für den Sonderfall $F_y = 0$ bzw. $\alpha = 0$ geht. Das Maximum verschiebt sich nach den Beispielen in Abschn. 2.1.2 u. a. mit der Fahrbahnart, mit den Witterungsbedingungen, mit der Fahrgeschwindigkeit, sodass nur als Kompromiss ein bestimmter Schlupf festgelegt werden kann. Dies würde sich erst ändern, wenn die Lage des Maximums während der Fahrt bestimmt wird [ROTH93, STOE97]. Die Arbeiten zur Reibwertidentifikation während der Fahrt arbeiten in diese Richtung [APOL05, FRIC09].

9.8.1 Elektronische Bremskraftverteilung (EBV)

Wie werden nun die Bremskräfte an Vorder- und Hinterrädern, bevor das ABS einsetzt, verteilt? Anstatt der am Beginn dieses Abschnittes genannten und in Abb. 9.9 gezeigten festen Verteilung wird eine radindividuelle¹ Verteilung verwendet, die nicht nur die verschiedenen Kraftschlüsse an den Rädern, sondern auch die Schwerpunktsverschiebungen durch Beladung und sonstige Fahrsituationen berücksichtigt. Diese sog. „Elektronische Bremskraftverteilung“ (EBV) benutzt hierzu die Winkelgeschwindigkeiten an den einzelnen Rädern, die über die bei Blockierverhinderern sowieso vorhandenen Drehzahlsonden bekannt sind und errechnet hieraus die Schlupfwerte. Sind sie an den Rädern vorn und hinten verschieden, so wird z. B. der Bremsdruck für die hinteren Bremsen reduziert und dem der vorderen angepasst, um etwa gleiche Kraftschlüsse zu erhalten. Das Prinzip zeigt Abb. 9.19 am einfachen Beispiel gleicher $\mu(S)$ -Kurven für alle Reifen. Gleiche Winkelgeschwindigkeiten vorn und hinten, damit gleiche Schlupfe $S_V = S_H$, ergeben gleiche Kraftschlüsse $\mu_V = \mu_H$. Daraus ergibt sich auch bei unkritischen Bremsungen eine ideale Bremskraftverteilung, und bei Notbremsungen sprechen die einzelnen Blockierverhinderer fast gleichzeitig an. Würden die verschiedenen Räder nicht gleichzeitig den ABS-Regelbereich erreichen – im Extremfall erreicht eine Achse ihn, während die andere erst

¹ In diesem Teil II „Antrieb und Bremsung“ wird nur die Geradeausfahrt behandelt. In diesem Fall sind die Bremskräfte an den Rädern *einer* Achse gleich. Beim Bremsen in der Kurve hingegen werden die Radlasten der kurvenäußersten Räder vergrößert, und damit können auch die Bremskräfte vergrößert werden; für die kurveninneren Räder gilt das Gegenteil, d. h. die Bremskräfte an den Rädern *einer* Achse sind verschieden. Im idealen Fall berücksichtigt eine radindividuelle Verteilung diese Situation.

Abb. 9.19 Kraftschluss-Schlupf-Kurve $\mu(S)$ zur Erläuterung der Elektronischen Bremskraftverteilung (EBV)



wenig Bremskraft aufgebaut hat –, so glaubt der Fahrer, informiert durch das dann auftretende Pulsieren am Bremspedal, er brauche nicht stärker zu bremsen. Die maximale Abbremsung z_{\max} und damit der kürzeste Bremsweg werden daher nicht erzielt.

9.9 Blockierendes Rad

Nach dem vorangegangenen Abschnitt beruht das Grundprinzip der ABS-Regelung auf dem fast sprunghaften Anstieg der Winkelverzögerung, wenn das Rad zum Blockieren neigt. Dies soll in diesem Abschnitt anhand des Bewegungsablaufes vom noch rollenden zum gleitenden Rad behandelt werden.

Zusatzinformation

Zur Berechnung des Bewegungsablaufes muss folgendes zusammengefasst werden:

1. Die Bewegungsgleichung für das gebremste Rad nach Abb. 2.13 lautet mit dem Trägheitsmoment des Rades um die Drehachse J_R , seiner Winkelbeschleunigung $\ddot{\varphi}$, dem Bremsmoment ($-M_R$), der Bremskraft $B = -F_x$ und der Radlast F_z

$$J_R \ddot{\varphi} = M_R - F_x r - F_z e \approx M_R + B r \quad (9.66)$$

2. die Kraftschluss-Schlupf-Kurve (Abb. 9.18), die einerseits die Abhängigkeit der Umfangskraft vom Schlupf und dem Schräglaufwinkel zeigt und andererseits durch die Definition des Schlupfes einen Zusammenhang zwischen translatorischer \dot{x} und rotatorischer Geschwindigkeit $\dot{\varphi}$ gibt²;
3. die Abhängigkeit der Fußkraft F_p bzw. der Bremsmomente ($-M_R$) von der Zeit t ;
4. die Bewegungsgleichungen des gesamten Fahrzeuges (Abschn. 8.1 und 8.2), aus denen sich die Veränderungen der Verzögerung \ddot{x} und der Achslast F_z ergeben.

² Umfangskraft und Schlupf bauen sich nicht gleichzeitig auf, sondern zwischen beiden besteht ein Zeitverzug (s. [WEBE80]). Er wird nicht berücksichtigt.

Abb. 9.20 Ersatz der Kraftschluss-Schlupf-Kurve durch zwei Geradenstücke

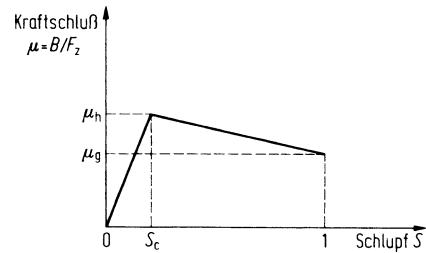
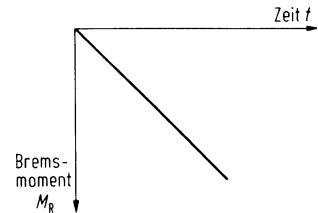


Abb. 9.21 Linearer Bremsmomentanstieg über der Zeit



Aus der Aufzählung ist abzusehen, dass die formelmäßige Betrachtung eines Fahrzeugs mit blockierenden Rädern nicht leicht ist. Um dennoch mit einfachen Mitteln einen Überblick zu geben, werden einige Vereinfachungen eingeführt [MITS70], die die Brauchbarkeit der Ergebnisse wenig beeinträchtigen:

- Da der Blockievorgang sehr kurz ist, wird die Geschwindigkeitsabnahme vernachlässigt, $\dot{x} = v = \text{const.}$
- Die Radlast sei $F_z = \text{const.}$
- Die Kraftschluss-Schlupf-Kurve wird durch zwei Geradenstücke angenähert (Abb. 9.20), um eine geschlossene mathematische Behandlung zu ermöglichen:

$$\text{Bereich } 0 \leq S \leq S_c: \quad \mu = \frac{B}{F_z} = \frac{\mu_h}{S_c} S, \quad (9.67)$$

$$\text{Bereich } S_c \leq S \leq 1: \quad \mu = \frac{B}{F_z} = \frac{\mu_h - \mu_g}{1 - S_c} S - \frac{\mu_h - \mu_g}{1 - S_c}. \quad (9.68)$$

S_c ist der zu μ_h gehörige, sog. kritische Schlupf.

- Die Steigerung der Fußkraft bzw. des Momentes am Rad sei proportional mit der Zeit (Abb. 9.21)

$$M_R = -ct. \quad (9.69)$$

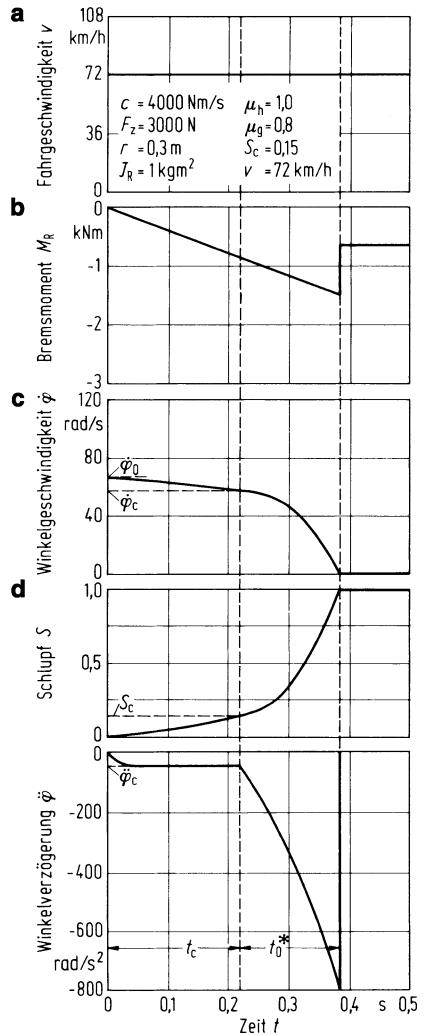
Diese drei Gleichungen werden in (9.66) eingeführt. Der Bremsschlupf ist nach (2.18a)

$$S = 1 - \frac{\dot{\phi}}{\dot{\phi}_0}. \quad (9.70)$$

Außerdem gilt (2.17)

$$\dot{x} = v = R_0 \dot{\phi}_0. \quad (9.71)$$

Abb. 9.22 a–e Bewegungsvorgänge am blockierenden Rad als Funktion der Zeit für ein Beispiel. **a** Fahrgeschwindigkeit des Fahrzeugs; **b** Bremsmomentanstieg; **c** Abnahme der Winkelgeschwindigkeit des Rades; **d** Schlupfverlauf; **e** Verlauf der Winkelverzögerung des Rades. Nach der Zeitdauer t_c wird der Haftbeiwert überschritten, nach $t_c + t_0^*$ blockiert das Rad



Vor der Lösung der Gleichungen soll anhand von Abb. 9.22 das Ergebnis vorweggenommen werden.

Laut Vereinbarung ist in Abb. 9.22a die translatorische Geschwindigkeit über der Zeit konstant und in Abb. 9.22b das Bremsmoment linear ansteigend. Die Winkelgeschwindigkeit $\dot{\varphi}$ nach Abb. 9.22c fällt vom Ausgangswert $\dot{\varphi}_0$ und erreicht nach der Zeit t_c den Wert $\dot{\varphi}_c$, bei dem gerade der Haftbeiwert μ_h und der Schlupf S_c erreicht sind. Danach beginnt das Rad zu blockieren, der Kraftschluss fällt nach Abb. 9.20 von μ_h auf μ_g ab, außerdem tritt der Fahrer, der von dem Blockievorgang nichts merken soll, das Bremspedal weiter durch (Abb. 9.22b), die Winkelgeschwindigkeit des Rades verringert sich schnell auf den Wert Null, der Schlupf geht ebenso schnell gegen Eins. Die Winkelverzögerung $\ddot{\varphi}$ als Ableitung

der Winkelgeschwindigkeit erreicht nach Abb. 9.22e im ersten Schlupfbereich schnell den Wert $\dot{\varphi}_c$, im zweiten Bereich wächst sie weiter und erreicht, absolut gesehen, sehr große Werte. Am blockierten Rad ($\dot{\varphi} = 0, \ddot{\varphi} = 0, \dot{x} \neq 0$) wird das Bremsmoment nicht mehr vom Fahrer, sondern vom Gleitvorgang bestimmt, $M_R = -Br = -\mu_g F_z r$, s. Abb. 9.22b.

Danach kündigt sich – wie schon in Abschn. 9.8 vorweggenommen – das Blockieren des Rades durch einen plötzlichen Anstieg der Winkelverzögerung $\ddot{\varphi}$ an, was man als Information für das Einsetzen des Blockieverhinderers nutzt. Eine am Fahrzeugrad befestigte zahnradförmige Scheibe läuft an einem Magneten vorbei, wodurch über die Magnetflussänderung eine drehzahlproportionale Wechselspannung induziert wird. Differenziert man das vom sog. „Drehzahlsensor“ erhaltene $\dot{\varphi}$, so bekommt man $\ddot{\varphi}$. Liegt dessen Wert über einem eingestellten Schwellenwert, so geht ein Signal auf die in Abb. 9.15 dargestellten Magnet- und Regelventile und das Bremsmoment am Rad wird gesenkt, der Blockieverhinderer arbeitet.

Ebenso könnte man als Information den Schlupf S benutzen, der nach Erreichen des „kritischen Schlupfes“ S_c – s. Abb. 9.22d – auch stark ansteigt. Dies ist nicht leicht, weil man neben der rotatorischen Radgeschwindigkeit $\dot{\varphi}$ auch die translatorische Fahrgeschwindigkeit v des Fahrzeuges kennen muss [HATT90].

9.9.1 Lösung im Bereich $0 \leq S \leq S_c$

Zusatzinformation

Mit (9.66) und (9.68) bis (9.70) ergibt sich eine Differenzialgleichung

$$\ddot{\varphi} + \frac{\mu_h F_z r}{S_c J_R \dot{\varphi}_0} \dot{\varphi} = \frac{\mu_h F_z r}{S_c J_R} - \frac{c}{J_R} t. \quad (9.72)$$

Die Lösung lautet

$$\frac{\dot{\varphi}(t)}{\dot{\varphi}_0} = 1 - \frac{c S_c}{\mu_h F_z r} \left[t - \frac{S_c J_R \dot{\varphi}_0}{\mu_h F_z r} \left(1 - \exp \frac{-\mu_h F_z r}{S_c J_R \dot{\varphi}_0} \cdot t \right) \right]. \quad (9.73)$$

Die Exponentialfunktion spielt nur bei sehr kleinen Zeiten eine Rolle (sozusagen als Übergangsfunktion von der Ausgangsgeschwindigkeit zur abnehmenden Winkelgeschwindigkeit), sonst nimmt $\dot{\varphi}(t)$, wie auch Abb. 9.22c zeigt, linear ab, sodass (9.73) durch

$$\frac{\dot{\varphi}(t)}{\dot{\varphi}_0} \approx 1 + \frac{c S_c^2 J_R \dot{\varphi}_0}{\mu_h^2 F_z^2 r^2} - \frac{c S_c}{\mu_h F_z r} t \quad (9.74)$$

angenähert werden kann.

Die zeitliche Abhängigkeit des Schlupfes ist leicht über (9.70) und die der Winkelverzögerung durch Differentiation von (9.73) zu finden, $\ddot{\varphi}$ ist bis auf den Übergang durch die Exponentialfunktion nach (9.74) eine Konstante

$$\frac{\ddot{\varphi}(t)}{\dot{\varphi}_0} \approx -\frac{c S_c}{\mu_h F_z r}. \quad (9.75)$$

Die Zeitdauer t_c bis zum Erreichen des Haftbeiwertes μ_h bzw. des dazugehörigen Schlupfes

$$S_c = 1 - \frac{\dot{\phi}_c}{\dot{\phi}_0} \quad (9.76)$$

errechnet sich aus (9.74) mit sehr guter Annäherung zu

$$t_c \approx \frac{S_c J_R \dot{\phi}_0}{\mu_h F_z r} + \frac{\mu_h F_z r}{c}. \quad (9.77)$$

In dieser Zeit wurde das Moment auf

$$M_{Rc} = -c t_c \quad (9.78)$$

und die Verzögerung auf

$$\frac{\ddot{\phi}_c}{\dot{\phi}_0} = -\frac{c S_c}{\mu_h F_z r} \quad (9.79)$$

gesteigert (entspricht (9.75)).

9.9.2 Lösung im Bereich $S_c \leq S \leq 1$

Zusatzinformation

Führt man in diesem Bereich als neue unabhängige Variable die Zeit t^* ein, die über die Gleichung

$$t^* = t - t_c \quad (9.80)$$

mit der Variablen t des vorangegangenen Schlupfbereiches verknüpft ist, so ergibt sich mit (9.67) bis (9.70), (9.77) und (9.78) eine Differenzialgleichung, die im Aufbau der im ersten Bereich gelten den (9.72) identisch ist,

$$\ddot{\phi} - \frac{(\mu_h - \mu_g) F_z r}{(1 - S_c) J_R \dot{\phi}_0} \dot{\phi} = -\left[\frac{c S_c \dot{\phi}_0}{\mu_h F_z r} + \frac{(\mu_h - \mu_g) F_z r}{J_R} + \frac{c}{J_R} t^* \right]. \quad (9.81)$$

Die Lösung lautet

$$\begin{aligned} \frac{\dot{\phi}(t^*)}{\dot{\phi}_0} &= \frac{(1 - S_c) c}{(\mu_h - \mu_g) F_z r} \\ &\cdot \left[\frac{F_z r (\mu_h - \mu_g)}{c} + t^* + \frac{\dot{\phi}_0 J_R (\mu_h - S_c \mu_g)}{\mu_h (\mu_h - \mu_g) F_z r} \left(1 - \exp \frac{(\mu_h - \mu_g) F_z r}{(1 - S_c) J_R \dot{\phi}_0} t^* \right) \right] \end{aligned} \quad (9.82a)$$

oder bezogen auf die Winkelgeschwindigkeit $\dot{\phi}_c$, die beim Schlupf S_c und bei dem Kraftschlusswert μ_h erreicht wird

$$\begin{aligned} \frac{\dot{\phi}(t^*)}{\dot{\phi}_c} &= 1 + \frac{c}{(\mu_h - \mu_g) F_z r} t^* \\ &+ \frac{c J_R \dot{\phi}_c (\mu_h - S_c \mu_g)}{(F_z r)^2 (1 - S_c) \mu_h (\mu_h - \mu_g)^2} \left[1 - \exp \frac{(\mu_h - \mu_g) F_z r}{J_R \dot{\phi}_c} t^* \right] \end{aligned} \quad (9.82b)$$

Die Winkelverzögerung ergibt sich aus (9.82a) zu

$$\frac{\ddot{\varphi}(t^*)}{\dot{\varphi}_0} = \frac{c S_c}{\mu_h F_z r} + \frac{c(\mu_h - S_c \mu_g)}{\mu_h (\mu_h - \mu_g) F_z r} \left[1 - \exp \frac{(\mu_h - \mu_g) F_z r}{(1 - S_c) J_R \dot{\varphi}_0} t^* \right] \quad (9.83a)$$

oder, wenn die Winkelverzögerung $\ddot{\varphi}_c$ und die Winkelgeschwindigkeit $\dot{\varphi}_c$ eingeführt werden, zu

$$\frac{\ddot{\varphi}(t^*)}{\ddot{\varphi}_c} = 1 - \frac{\mu_h - S_c \mu_g}{(\mu_h - \mu_g) S_c} \left[1 - \exp \frac{(\mu_h - \mu_g) F_z r}{J_R \dot{\varphi}_c} t^* \right]. \quad (9.83b)$$

Im zweiten Abschnitt spielt die Exponentialfunktion eine bestimmende Rolle, sodass sich die oben genannten Gleichungen nicht wie die für den ersten Schlupfabschnitt geltende (9.73) vereinfachen lassen. Dadurch kann auch die Zeitspanne t_0^* , in der der Schlupf von $S = S_c$ bis $S = 1$ durchlaufen wird bzw. die Winkelgeschwindigkeit von $\dot{\varphi} = \dot{\varphi}_c$ bis $\dot{\varphi} = 0$ herabsinkt, nicht exakt angegeben werden. Näherungsweise lässt sich t_0^* aus (9.82b) bestimmen, wenn die Exponentialfunktion in eine Reihe entwickelt und nach dem quadratischen Glied abgebrochen wird. Dann ist mit $\dot{\varphi}(t^* = t_0^*) = 0$ die Zeitspanne

$$t_0^* \approx -\frac{S_c J_R \dot{\varphi}_c}{(\mu_h - S_c \mu_g) F_z r} + \sqrt{\left[\frac{S_c J_R \dot{\varphi}_c}{(\mu_h - S_c \mu_g) F_z r} \right]^2 + \frac{2 \mu_h J_R \dot{\varphi}_c (1 - S_c)}{c (\mu_h - S_c \mu_g)}}. \quad (9.84)$$

9.9.3 Für den Blockievorgang wichtige Größen

Nachdem anhand von Abb. 9.22 der typische zeitliche Verlauf der Winkelgeschwindigkeit und -verzögerung am Rad gezeigt und mit Gleichungen belegt wurde, wird die Größe charakteristischer Werte diskutiert. Wie auch schon erwähnt, beginnen Blockieverhinderer im Wesentlichen bei steigendem Bremsmoment dann zu arbeiten, wenn eine bestimmte Schwelle der Winkelverzögerung, die oberhalb $\ddot{\varphi}_c$ liegt, überschritten wird. Danach muss das Bremsmoment schnell abgebaut werden, um ein Blockieren des Rades zu verhindern. Die beiden kennzeichnenden Werte können aus dem Schaubild 9.22e entnommen werden:

1. Die Drehverzögerung $\ddot{\varphi}_c$, bei der der Haftbeiwert erreicht bzw. gerade überschritten wird und bei welcher der Blockieverhinderer ansprechen soll, hängt nach (9.79) neben den Radparametern F_z und r von drei Größen ab: von der Ausgangsgeschwindigkeit $\dot{\varphi}_0$, von dem Anstieg der Kraftschluss-Schlupf-Kurve μ_h/S_c (durch Reifen und Fahrbahn gegeben) und von dem durch den Fahrerfuß bewirkten Momentenanstieg c .

Zusatzinformation

Dadurch schwankt $\ddot{\varphi}_c$ in einem sehr weiten Bereich, was an dem folgenden Beispiel für ein Pkw-Rad mit $F_z = 3000 \text{ N}$ und $r = 0,3 \text{ m}$ gezeigt werden soll:

Die Ausgangsgeschwindigkeit $\dot{\varphi}_0$ kann entsprechend den translatorischen Geschwindigkeiten von 10 bis 50 m/s variieren, der Momentenanstieg $c = M_R/\Delta t \approx Br/\Delta t \approx \mu_h F_z r/M$ zwischen 1000 und 5000 Nm/s (entspricht einem $M_R = 1000 \text{ Nm}$ nach $\Delta t = 1,0 \dots 0,2 \text{ s}$), und aus den bekannt gewordenen Kraftschluss-Schlupf-Kurven können von der mit Glatteis bedeckten bis zur trockenen

Fahrbahn Werte für $\mu_h/S_c \approx 1\dots7$ entnommen werden. Setzt man voraus, dass diese Werte ohne Einschränkung miteinander kombiniert werden können, dann ergibt sich ein Verhältnis der Extremwerte zu $\dot{\varphi}_{c\max}/\dot{\varphi}_{c\min} = 175$.

Kombiniert man hingegen die Werte sinnvoll, indem man entweder auf trockenen und nassen Straßen (μ_h/S_c im Mittel bei 4,5) bei hohen Geschwindigkeiten vorsichtig bremst – also kleine Momentenansteige am Bremspedal wählt – und bei niedrigen Geschwindigkeiten schnell bremst oder indem man auf Glatteis oder Schnee ($\mu_h/S_c \approx 1$) langsam fährt und außerdem c klein hält, so beträgt für beide Fälle $\ddot{\varphi}_c = -40 \text{ rad/s}^2$. Da man sich unter diesem Wert wenig vorstellen kann, wird $\ddot{\varphi}_c$ in translatorische Verzögerung umgerechnet (was nichts mit der Fahrzeugverzögerung zu tun hat!), es ist $\ddot{x}_c = R_0 \ddot{\varphi}_c = -12 \text{ m/s}^2 = -1,2 \text{ g}$ bei $R_0 \approx 0,3 \text{ m}$.

- Während eines Bruchteiles der Zeitdauer t_0^* muss der Blockierverhinderer reagiert haben, wenn er das Gleiten der Räder verhindern soll. t_0^* ist näherungsweise aus (9.84) berechenbar. Sie beträgt einige Hundertstel- bis Zehntel-Sekunden und hängt hauptsächlich von der Winkelgeschwindigkeit $\dot{\varphi}_c$ beim Schlupf S_c ab, und damit letztlich von der Fahrgeschwindigkeit v . Ebenfalls aus der Gleichung erkennt man, dass der t_0^* -Wert durch ein großes J_R verlängert wird. Kuppelt der Fahrer während des Bremsens nicht aus, dann „hängt“ an den Antriebsräden der gesamte Antriebsstrang, was besonders in den unteren Gängen J_R erheblich vergrößert.

9.10 Feste, abgeknickte und beladungsabhängige Bremskraftverteilung

Bei Fahrzeugen mit Blockierverhinderern (ABS) sind die Bremskräfte in kritischen Fällen, also während Notbremsungen, etwa proportional den Haftbeiwerten, s. (9.63), bei Fahrzeugen mit elektronischer Bremskraftverteilung (EBV) sind sie in unkritischen Fällen eine Funktion der Radschlupfe, s. Abb. 9.19. In beiden Fällen wird die ideale Bremskraftverteilung nahezu erreicht.

Im Folgenden wird für die immer selteneren Fahrzeuge ohne ABS und EBV die Bremsauslegung behandelt. Bei ihnen sind die Bremskräfte nicht vom Haftbeiwert oder dem Radschlupf abhängig, sondern hier stehen die Bremskräfte an Vorder- und Hinterrädern untereinander in einem bestimmten, konstruktiv vorgesehenen Verhältnis. Auch bei Fahrzeugen ohne ABS und ohne EBV sind die in Abschn. 9.7 genannten Forderungen zu erfüllen:

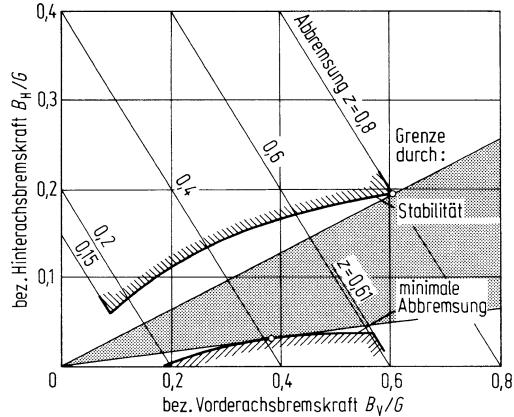
- kurzer Bremsweg, d. h. hoher Gütegrad z_{\max}/μ_h , und
- Bremsstabilität, d. h. $\mu_V \geq \mu_H$.

9.10.1 Feste Bremskraftverteilung

Der Bremskraftanteil der Hinterachse an der Gesamtbremskraft

$$i = \frac{B_H}{B_V + B_H} = \frac{B_H}{Gz} \quad (9.85)$$

Abb. 9.23 Bereich zulässiger fester Bremskraftverteilungen (Fahrzeugdaten s. Abb. 9.12)



sei konstant. Damit bekommt man die lineare Beziehung

$$B_H = \frac{i}{1-i} B_V . \quad (9.86)$$

Für $i/(1-i)$ ergeben sich nach Abb. 9.23 zwei Grenzsteigungen, die in Abb. 9.23 vom Gesetzgeber gezogenen Grenzen nur berühren dürfen. Der Wert i muss so gewählt werden, dass die Gerade nach (9.60) im gekennzeichneten Feld liegt. Die Annäherung an die obere Gerade bringt den Vorteil geringen Bremsweges, aber den Nachteil, dass bei hohen Abbremsungen und damit bei Fahrten auf trockenen, griffigen Straßen die Hinterräder zuerst blockieren können, und dass sich das Fahrzeug um die Hochachse dreht.

Zusatzinformation

Der zugehörige Bremskraftanteil i errechnet sich aus der Bedingung, dass die Gerade durch den oberen Eckpunkt in Abb. 9.23 gehen muss. Für diese Abbremsung z^* (= 0,8 bei EG-Richtlinie für Pkw) sind die Kraftschlusswerte gleich $\mu_V = \mu_H (= 0,8)$ und damit

$$\frac{B_V}{F_{zV}} = \frac{B_H}{F_{zH}} .$$

Mit (9.85), (9.44) und (9.45) wird

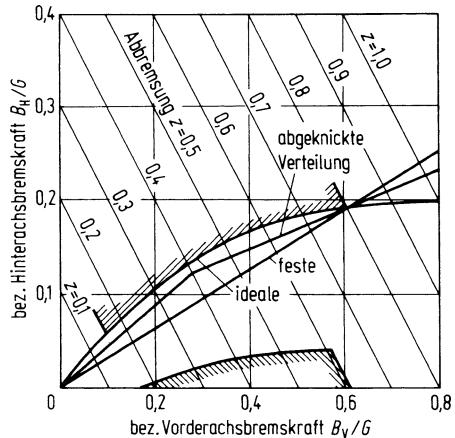
$$\frac{(1-i) G \mu_h^*}{G \left(\frac{l_h}{l} + \frac{h}{l} \mu_h^* \right)} = \frac{i G \mu_h^*}{G \left(\frac{l_v}{l} - \frac{h}{l} \mu_h^* \right)}$$

Die gesuchte Bremskraftverteilung ist danach

$$i = \frac{B_H}{B_V + B_H} = \frac{l_v}{l} - \frac{h}{l} \mu_h^* . \quad (9.87)$$

In Abb. 9.9 wurde für die Auslegung die obere Steigung zugrunde gelegt – daran zu erkennen, dass in Abb. 9.9b $\mu_V = \mu_H$ bei $z = 0,8$, in Abb. 9.9c $z_{\max}/\mu_h = 1$ bei $\mu = 0,8$ ist und dass sich in Abb. 9.9d die feste und die ideale Bremskraftverteilung bei $z = 0,8$ schneiden.

Abb. 9.24 Abgeknickte Bremskraftverteilung. Vergleich der festen und idealen Bremskraftverteilung, dargestellt als Hinterachs-bremskraft B_H in Abhängigkeit von der Vorderachsbremskraft B_V , jeweils bezogen auf das Fahrzeuggewicht G mit der Abbremsung z als Parameter



9.10.2 Abgeknickte Bremskraftverteilung

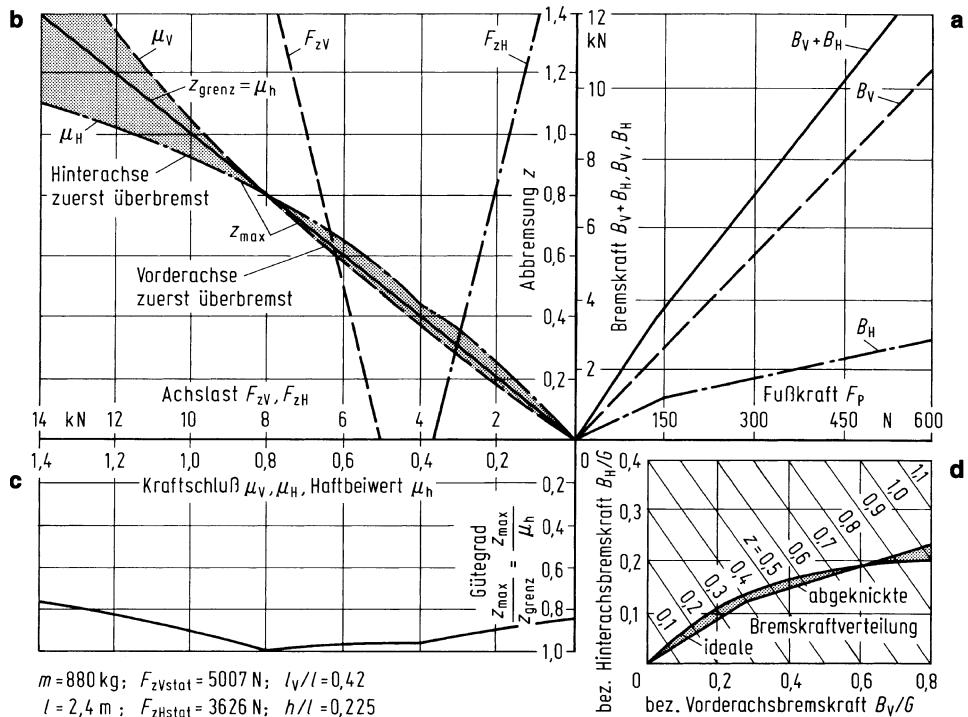
In Pkw wird bzw. wurde häufig die ideale Bremskraftverteilung durch eine geknickt-lineare Kennung nach Abb. 9.24 angenähert, und zwar durch Bauteile, bei denen die Bremskräfte B_H an den Rädern der Hinterachse gegenüber denen der Vorderachse gemindert werden (Abb. 9.25d). Das Umschalten von der einen zur anderen Steigung am Knickpunkt geschieht in sog. Bremskraftverteilern und kann z. B. bei einer hydraulischen Übertragungseinrichtung durch den Druck oder durch die Abbremsung oder durch eine sonstige, daraus abzuleitende Größe gesteuert werden. Der Knickpunkt in Abb. 9.24 muss unterhalb der idealen Verteilung liegen, um zu vermeiden, dass die Hinterräder zuerst blockieren.

Für diese geknickte Kennung wurde in Abb. 9.25 die aus Abb. 9.9 bekannte Diagrammfolge berechnet, der Einfachheit halber werden statische Verteiler betrachtet. Durch Vergleich der Diagramme b erkennt man, dass bei der geknickten Kennung die Kraftschlüsse an Vorder- und Hinterachse dichter zusammenliegen, und aus Diagramm c, dass der Gütegrad näher an Eins liegt. Dies hat neben der Verkürzung der Bremswege noch den Vorteil, dass auch der Unterschied im Verschleiß zwischen vorderen und hinteren Bremsen kleiner wird.

Nach der Theorie zeigt Abb. 9.26 eine Messung an einem Pkw mit abgeknickter Bremskraftverteilung. Die Messkurve liegt etwa mittig zwischen den gesetzlichen Grenzen, sodass eine Änderung der Bremskraftverteilung (z. B. durch Änderung der Reibwerte zwischen Bremsbelägen und Trommeln/Scheiben) nicht gleich die Überschreitung einer der beiden Grenzen verursacht.

9.10.3 Beladungsabhängige Bremskraftverteilung

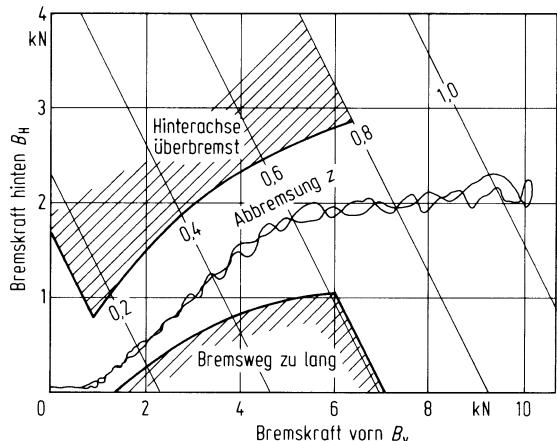
Bisher gingen alle Überlegungen von einem Beladungszustand aus. Da sich aber bei Fahrzeugen – abgesehen von einigen Spezialfahrzeugen – die Beladung ändert, müssen



auch die Auswirkungen unterschiedlicher Beladungen auf das Bremsverhalten beachtet werden.

In Abb. 9.14 wurde die gesetzliche Auslegung der Bremskraftverteilung für ein Fahrzeug am Diagramm $B_H/G = f(B_V/G)$ mit den Grenzen durch die Forderungen an Stabilität und Mindestabbremsung erklärt. Nach (9.54) ändert sich die obere Grenze, die Stabilitätsgrenze, nicht durch die Zuladung direkt, sondern nur durch die Verlagerung des Schwerpunktes infolge der Zuladung. Das gleiche gilt für die untere Grenze nach (9.59). Bei den üblichen Pkw (Motor vorn, Kofferraum hinten) verschiebt sich der Schwerpunkt nach hinten (die Schwerpunktshöhe ändert sich meistens wenig), sodass die Kurven in Abb. 9.27 für das beladene Fahrzeug über denen des leeren Fahrzeuges liegen. Bei einer festen Bremskraftverteilung muss die strichpunktierte Gerade in Abb. 9.27 durch den „Korridor“ gehen, sie ist in diesem Bereich identisch mit der für das leere Fahrzeug.

Abb. 9.26 Gemessene Bremskraftverteilung eines Pkw mit Grenzkurven nach 71/320/EWG ([BRAU82]. Siehe auch [MITS86])



Unter dieser Voraussetzung sind in Abb. 9.28 die Diagramme für einen beladenen Pkw zusammengestellt. Die Zuladung gegenüber dem leeren Fahrzeug (s. Abb. 9.9) belastet zu 80 % die Hinterachse. Dadurch wird bei der festen Bremskraftverteilung die Abbremsung, bei der die Kraftschlusswerte gleich sind, bei einem höheren μ_h^* -Wert, hier $\mu_h^* \approx 1,1$, erreicht. Das heißt, bei diesem beladenen Fahrzeug dürfte für jede Witterung und jede Fahrgeschwindigkeit die Vorderachse überbremst sein, der Fahrzustand ist immer stabil. Dafür werden die Vorderradbremsen schneller verschleißt, und der Gütegrad, die maximal mögliche Verzögerung, ist in einem sehr großen μ_h -Bereich schlecht, die Bremswege verlängern sich, zudem vergrößert sich für den Fahrer spürbar bei gleicher Abbremsung

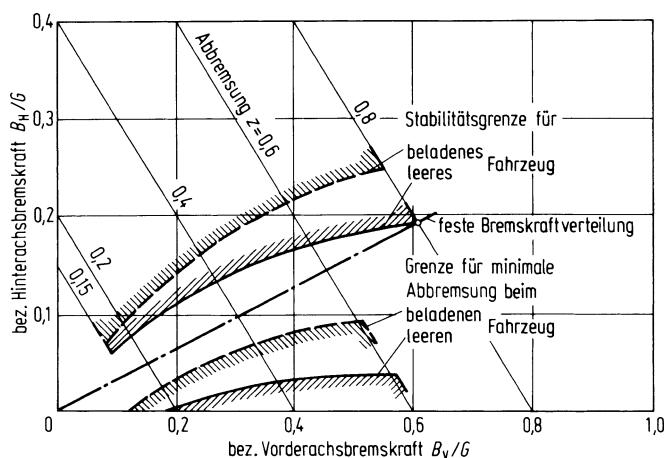


Abb. 9.27 Grenzen der Bremskraftverteilung für verschiedene Beladungszustände und eine beladungsunabhängige feste Bremskraftverteilung (Fahrzeugdaten s. Abb. 9.9 und 9.28)

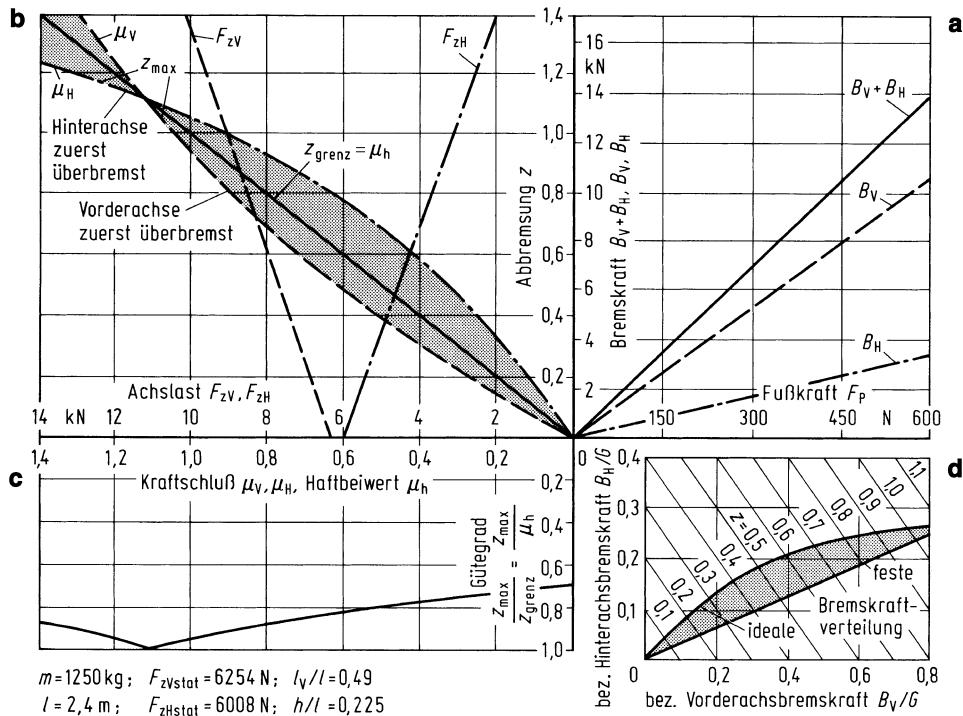


Abb. 9.28 Kraftschluß bei gegebener Bremskraftverteilung. Das Fahrzeug wurde gegenüber dem in Abb. 9.9 so beladen, dass der Schwerpunkt nach hinten wandert

auch die Fußkraft. Man kann das, wenn die Fußkräfte beim beladenen Fahrzeug nicht sehr groß sind, auch umgekehrt sehen: beim leeren Fahrzeug muss er feinfühliger bremsen.

Eine Anpassung der Bremskräfte an den Beladungszustand bekäme man im Idealfall, wenn sie proportional den dynamischen Radlasten geregelt würden, also nach Abschn. 9.6.1 und (9.54)

$$\begin{aligned} B_{Vid} &\sim F_{zV} = F_{zV\text{ stat}} + G \frac{h}{l} z, \\ B_{Hid} &\sim F_{zH} = F_{zH\text{ stat}} - G \frac{h}{l} z. \end{aligned} \quad (9.88)$$

Damit würden nicht nur die statischen Beladungsänderungen, sondern auch die durch die Verzögerung hervorgerufenen Achslastverlagerungen berücksichtigt.

Bei den meisten Lösungen der sog. Automatisch-Lastabhängigen-Bremse, kurz ALB genannt, wird der Federweg zwischen Achse und Aufbau als Steuergröße für die Änderung der Bremskraftverteilung genommen. Allerdings treten auch zusätzliche Federwege bei der Fahrt auf unebenen Straßen auf. Eine Steuerung, die nur die Änderung der statischen Achslasten berücksichtigt, genügt meistens.

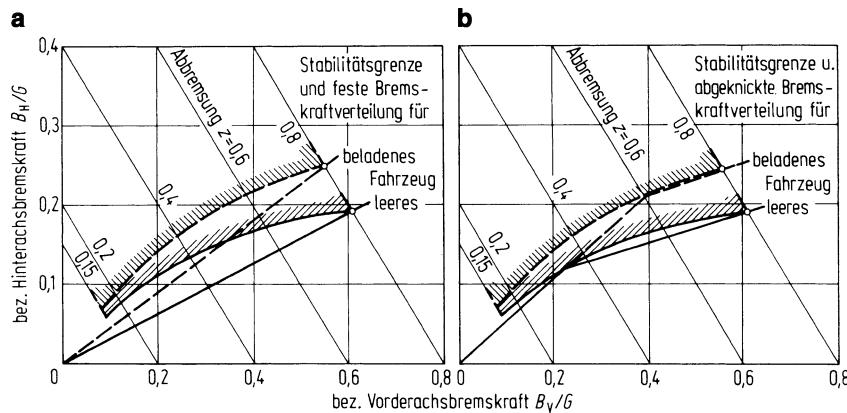


Abb. 9.29 Beladungsabhängige Bremskraftverteilung durch **a** strahlenförmige ALB, **b** abgeknickte ALB

Entsprechend den vorangegangenen Abschn. 9.10.1 und 9.10.2 gibt es auch für die lastabhängige Bremskraftverteilung zwei Möglichkeiten: In Abb. 9.29a wird die Steigung der „festen“ Verteilung beladungsabhängig geändert (sog. strahlenförmige ALB), in Abb. 9.29b wird der Abknickpunkt bei der abgeknickten Verteilung geändert (sog. abgeknickte ALB).

Als Beispiel für die strahlenförmige ALB wurde in Abb. 9.30 die vordere Bremskraft B_V gegenüber dem leeren Wagen (Abb. 9.9) entsprechend dem Verhältnis der Vorderachsbelastungen auf das ca. 1,25fache, die hintere B_H auf das ca. 1,66fache erhöht. Dadurch wird der Verlauf des Gütegrades über μ_h sehr ähnlich dem des leeren Fahrzeuges nach Abb. 9.9c. Es bleibt also festzustellen: Mithilfe der statischen Bremskraftsteuerung wird die Beladungsänderung bzw. die Schwerpunktverschiebung so ausgeglichen, dass die Kraftschlussverhältnisse zwischen Reifen und Fahrbahn etwa gleich bleiben.

Zusatzinformation

In dem hier diskutierten Fall, bei dem sich hauptsächlich die Hinterachsbelastung ändert, würde man, um eine Steuereinrichtung zu sparen, höchstwahrscheinlich nur die Bremskraft an der Hinterachse verändern.

Die lastabhängige Steuerung hat noch den weiteren Vorteil, dass sich die Fußkraft mit der Beladung kaum ändert. Sowohl beim leeren Fahrzeug nach Abb. 9.9 als auch beim beladenen nach Abb. 9.30 gehört zu $z = 1,0$ etwa $F_p = 400 \text{ N}$. Bei fehlender Steuerung erhöht sie sich nach Abb. 9.28 auf ca. 550 N.

Schwere Nutzfahrzeuge (Lkw, Sattelkraftfahrzeuge, Anhängerfahrzeuge) haben so große Beladungsunterschiede, dass sich nicht wie in Abb. 9.27 ein „Korridor“ ergibt, sondern die Kurven für das leere und vollbeladene Fahrzeug sich überdecken. Die Grenzkurve für den Bremsweg des beladenen Fahrzeugs liegt oberhalb der für die Stabilität des leeren. Hier muss eine strahlenförmige ALB vorgesehen werden.

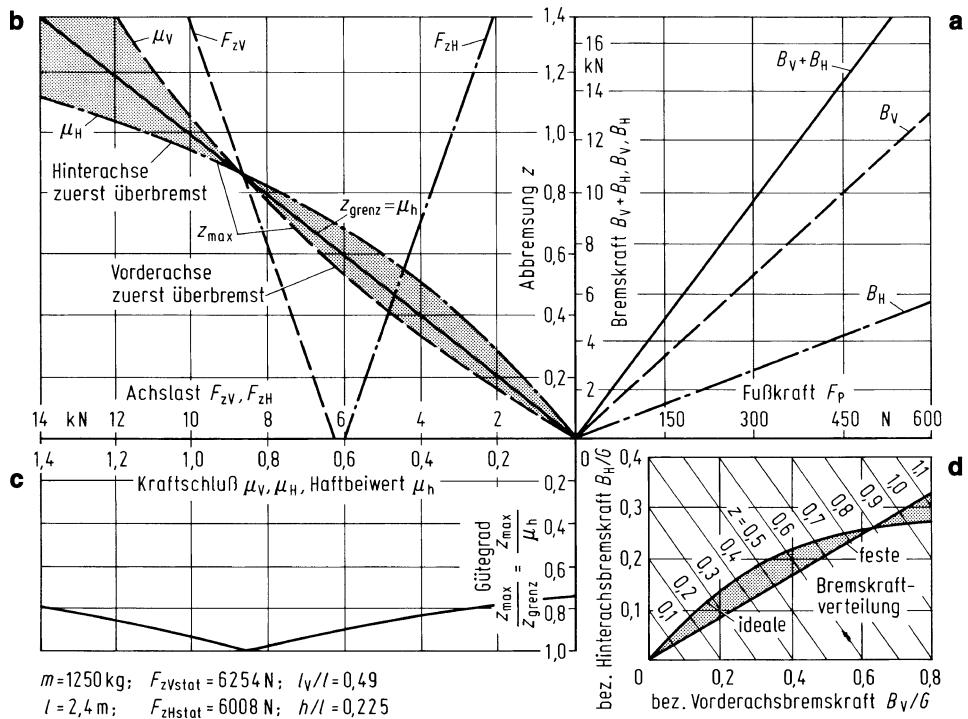


Abb. 9.30 a-d Kraftschluss bei gegebener Bremskraftverteilung. Gegenüber dem Fahrzeug in Abb. 9.9 wurde die feste Bremskraftverteilung den statischen Achslasten angepasst

9.10.4 Einfluss veränderlicher Fahrgeschwindigkeit

Verzögerungsbremsungen sind Bewegungsvorgänge bei veränderlicher Fahrgeschwindigkeit. Da nach Abschn. 2.1.2.1 der Haftbeiwert μ_h zwischen Reifen und Straße von der Fahrgeschwindigkeit abhängt, muss auch die maximal mögliche Abbremsung z_{max} bei nicht blockierten Rädern eine Funktion der Geschwindigkeit sein.

Um dies zu erläutern, wurde für Abb. 9.31a der Verlauf des Gütegrades über dem Haftbeiwert aus Abb. 9.9c übernommen und in Abb. 9.31b der Abfall von μ_h mit der Fahrgeschwindigkeit v für eine trockene und eine nasse Straße näherungsweise linear dargestellt. Gegenüber Abb. 2.19b ist der Geschwindigkeitsabfall zur Verdeutlichung des Folgenden übertrieben eingezeichnet. Daraus wurden die maximalen Abbremsungen z_{max} für die trockene und die nasse Straße über der Fahrgeschwindigkeit v errechnet, s. Abb. 9.31c. Sie nehmen mit fallender Fahrgeschwindigkeit v bzw. sie können zunehmen, wenn der Fahrer am Bremspedal so dosiert, dass immer der Kraftschluss an den stärker beanspruchten Rädern gleich dem Haftbeiwert μ_h ist.

Weiterhin sieht man aus Diagramm 9.31c, dass auf der nassen Straße bei genügend hoher Fußkraft immer die Vorderräder zuerst den maximalen Kraftschlusswert μ_h erreichen,

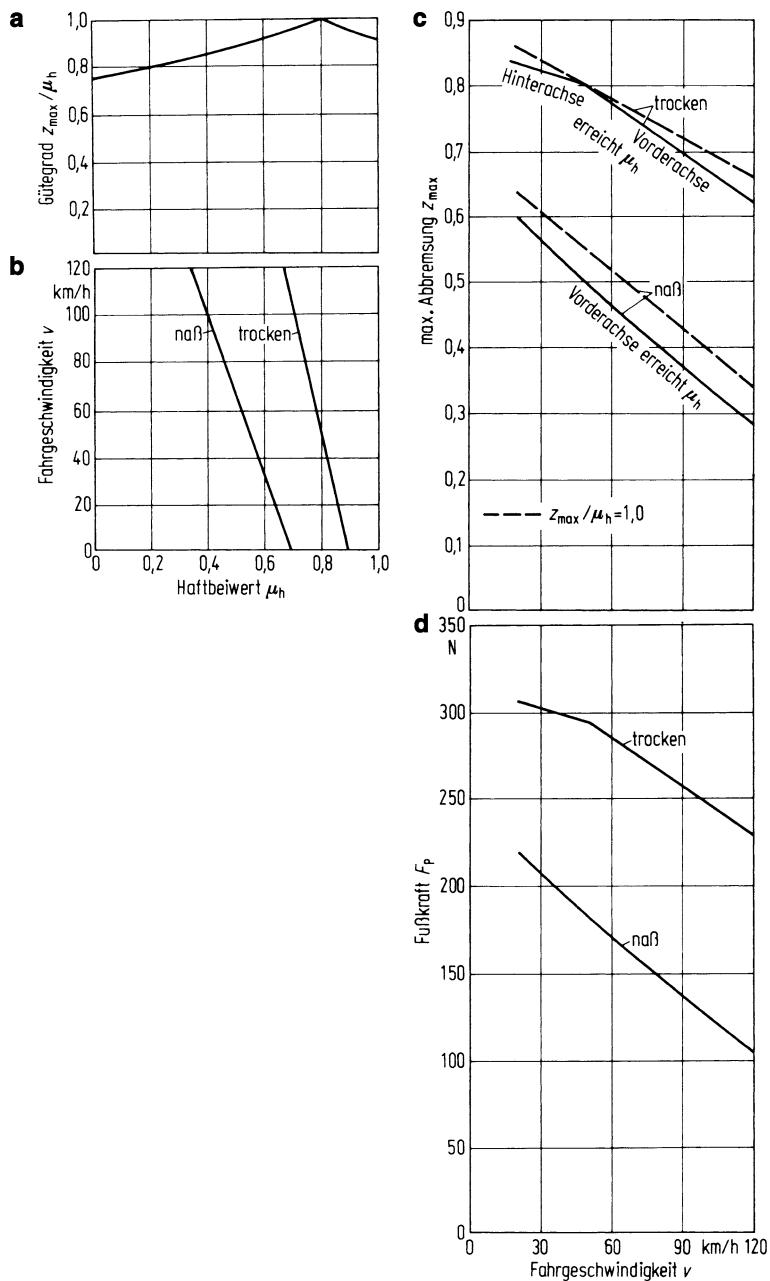


Abb. 9.31 a–d Gegenseitige Beeinflussung der Geschwindigkeitsverläufe von Haftbeiwert, Abbremsung und Fußkraft. **a** Gütegrad über dem Haftbeiwert (aus Abb. 9.9c); **b** Beispiele für Abnahme des Haftbeiwertes mit der Fahrgeschwindigkeit für trockene und nasse Straße; **c** aus **a** und **b** abgeleitete maximal mögliche Abbremsung über der Fahrgeschwindigkeit auf den zwei Straßen unter der Voraussetzung nicht blockierender Räder; **d** zu z_{\max} gehörende Fußkraft unter der Voraussetzung nicht blockierender Räder (nach Abb. 9.9a)

d. h. der Fahrer kann durch falsches Dosieren am Bremspedal zuerst die Vorderachse zum Blockieren bringen und damit das Fahrzeug lenkunfähig machen. Dies gilt für den ganzen Geschwindigkeitsbereich. Auf der trockenen Straße tritt dieser Fall der zuerst blockierenden Vorderräder bis zu etwa 50 km/h herab auf. Unterhalb 50 km/h besteht die Gefahr, dass die Hinterräder zuerst blockieren und damit das Fahrzeug bremsinstabil wird.

Mit gestrichelten Linien ist zudem in Abb. 9.31c die Abbremsung z_{grenz} über der Fahrgeschwindigkeit eingetragen, also die Abbremsung, die möglich wäre, wenn bei jedem μ_h -Wert die Kraftschlüsse an Vorder- und Hinterachse gleich sein könnten.

In Abb. 9.31d ist weiterhin die Fußkraft F_p eines „idealen Fahrers“ über v aufgetragen, der einerseits gerade so dosiert, dass an den Rädern der maßgeblichen Achse immer der Haftbeiwert μ_h vorliegt und so das Fahrzeug mit z_{max} abgebremst wird, der aber andererseits nicht so stark auf das Bremspedal tritt, dass die Räder blockieren und damit das Fahrzeug eventuell seitlich wegrutscht. Danach muss der Fahrer die Fußkraft mit der Fahrgeschwindigkeit und der Straßenbeschaffenheit ändern (er muss ebenso alles einkalkulieren, was sonst die Kurven in den Abb. 9.31a und b verändert, wie unterschiedliche Reifen, variable Beladung und die Veränderung des Zusammenhangs von Fußkraft und Bremskräften). Dies alles vom Fahrer zu verlangen, ist zuviel, man muss ihn darum unterstützen. Das wäre dadurch möglich, dass die Haftbeiwerte μ_h unabhängig von der Geschwindigkeit würden und wenig, möglichst gar nicht, mit der Straßendecke (Beton, Asphalt) und mit der Witterung (Trockenheit, Nässe, Schnee, Eis) variierten. Wäre dieser Wunschtraum erfüllbar, dann wäre keine Veränderung der Fußkraft mit der Fahrgeschwindigkeit und bei Fahrten auf verschiedenen Fahrbahnen nötig, um immer mit z_{max} zu verzögern. Dennoch könnte der Fahrer noch Fehler machen, z. B. durch zu starkes Bremsen die Räder zum Blockieren und das Fahrzeug zum Schleudern bringen oder durch zu wenig Bremsen den Bremsweg verlängern und dadurch vielleicht einen Zusammenstoß verursachen. Dieser Wunschtraum ist in Fahrzeugen mit ABS erfüllt. Der Fahrer braucht – wie schon mehrfach betont – nicht mehr am Bremspedal zu dosieren, er muss nur stark genug drauftreten und bei einer guten ABS-Regelung bleibt das Fahrzeug spurstabil sowie lenkfähig und erreicht noch einen kurzen Bremsweg (s. Abschn. 9.8).

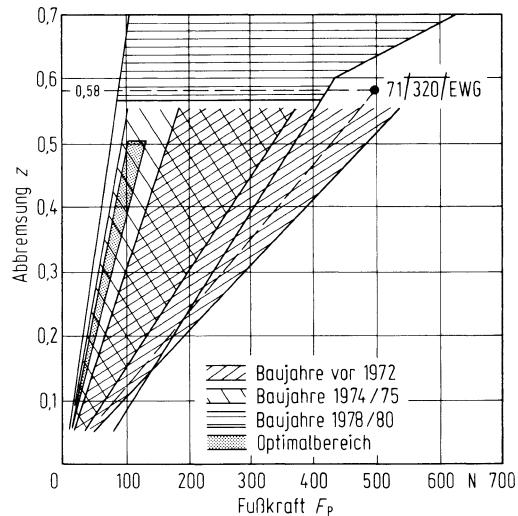
Zusatzinformation

Man erkennt jetzt auch nachträglich, dass die Darstellung nach Abb. 9.8a und b mit der über der Zeit konstanten Fußkraft F_p und Verzögerung ($-\ddot{x}_v$) nur für Bremsvorgänge gelten kann, die eine Abbremsung unterhalb von z_{max} bewirken.

9.11 Fußkraft, Bremsassistent

Bei der Auslegung einer Bremsanlage muss außer auf Bremsweg, Abbremsung, Gütegrad und Bremsstabilität noch auf die Größe der Fußkraft F_p beim Betätigen der Betriebsbremse (s. Abb. 9.8) geachtet werden. Hier gibt es zwei Beziehungen, zum einen die Fußkraft als

Abb. 9.32 Ausgeführte Abbremsungs-Fußkraft-Zusammenhänge von Pkw-Bremsanlagen. (Aus [BRAU82] und aus [KUES72])



Funktion der Verzögerung oder Abbremsung, zum anderen als Funktion des Bremspedalweges. Wie schwierig es für den Fahrer ist, die Fußkraft am Bremspedal richtig zu dosieren, wurde schon in Abschn. 9.5 und 9.10.4 behandelt.

9.11.1 Pedalkraft in Abhängigkeit von Verzögerung und Pedalweg

Nach Tab. 9.3, in der Werte aus der EG-Richtlinie über Bremsanlagen zusammengestellt wurden, müssen für die verschiedenen Fahrzeugarten die Fußkräfte $F_p < 500$ bis 700 N bei Abbremsungen $z = 0,58$ bis $0,50$ sein. In Pkw liegen nach Abb. 9.32 die Fußkräfte wesentlich unter diesen vorgeschriebenen Höchstwerten.

Die Fußkraft F_p als Funktion der Abbremsung z errechnet sich bei einer konventionellen Bremsanlage – lineare Gesetze vorausgesetzt – wie folgt: Nach Abb. 9.32 bewirkt die Fußkraft F_p in der dort gezeigten hydraulischen Bremsanlage einen Bremsdruck p .

$$p = \ddot{U} F_p$$

mit dem Übersetzungsverhältnis \ddot{U} , beinhaltend die mechanische Übersetzung vom Bremspedal auf den Hauptzylinderkolben und dessen Fläche. Häufig ist zwischen Bremspedal und Hauptzylinder ein Bremskraftverstärker (Unterdruckverstärker oder hydraulischer Verstärker bei Pkw, Druckluftverstärker bei Nutzfahrzeugen) eingebaut, der die Fußkraft um den Verstärkungsfaktor V verstärkt.

$$p = \ddot{U} V F_p \quad (9.89)$$

($V = 1$ ohne, $V > 1$ mit Bremskraftverstärker). Der Bremsdruck p wiederum verursacht über die Radzylinder und die Bremsen die Bremskräfte B_V an den Vorder- und B_H an den Hinterrädern

$$B_V = C_V p; \quad B_H = C_H p \quad (9.90)$$

mit C , den sog. „inneren“ Übersetzungen, an den Bremsen.

Mit (9.27) ergibt sich aus der Summe von (9.90)

$$B_V + B_H = G z = (C_V + C_H)p$$

und mit (9.89)

$$z = \frac{|\ddot{x}|}{g} = \frac{(C_V + C_H)\ddot{U}V}{G} F_p. \quad (9.91)$$

Nach Versuchen [BRAU82] mit zahlreichen Versuchspersonen an Pkw und leichten Lkw gibt es einen von den Versuchspersonen empfundenen Optimalbereich von $F_p/|\ddot{x}| = 20 \dots 50 \text{ N/ms}^{-2}$.

Werte oberhalb dieses Bereiches, d. h. höhere Fußkräfte für eine bestimmte Verzögerung, werden als nicht komfortabel beurteilt, Werte unterhalb, d. h. zu kleine Fußkräfte, als nicht gut dosierbar angesehen. Das letztere hat hauptsächlich zwei Gründe: Zum einen ist die Abstufbarkeit der Bremswirkung auf nassen, verschneiten oder vereisten Fahrbahnen, also bei niedrigen Verzögerungen schlecht, zum anderen werden die kleinen Fußkräfte schnell aufgebracht (kleine Betätigungsschwelldauer t_b in Abb. 9.4a) und dann zu hoch gegenüber der gewünschten Fußkraft, wodurch die anschließende Korrektur zu einer Bremswegverlängerung oder bei Fahrzeugen ohne ABS zum Radblockieren führt.

Der in den obigen Gleichungen genannte lineare Zusammenhang zwischen Fußkraft F_p und Bremsdruck p bzw. Abbremsung z kann auch nichtlinear sein. Er ist bei der abgeknickten Bremskraftverteilung nach Abb. 9.26 degressiv. Weitere Fälle zeigt Abb. 9.33: Bei der sog. Hilfskraftbremse – eine Bremsanlage mit dem o. g. Bremsverstärker ist eine „Hilfskraftbremse“ – können die Hilfskräfte (Hilfsdrücke) nur bis zu einem Maximalwert (maximaler Druck) wirken. Darüber hinaus kann die Bremskraft $B_V + B_H$ nur durch Muskelkraft weiter gesteigert werden. Bei der sog. Fremdkraftbremse, bei der überhaupt keine kraftmäßige Verbindung zwischen Bremspedal und Bremse besteht – z. B. bei Druckluftbremsen, angewendet bei schweren Kraftfahrzeugen, betätigt der Fuß nur eine Steuereinrichtung. Deshalb kann nach Erreichen des Maximaldruckes – z. B. des maximalen Drucks in der Bremsanlage – eine höhere Fußkraft dem Fahrzeug keine größere Verzögerung geben.

Nach dem Zusammenhang Fußkraft-Abbremsung wird nun die Funktion Pedalkraft-Pedalweg behandelt. Zur Erzeugung der Bremsmomente wäre in einem spielfreien starren Bremsystem allein eine Betätigungs Kraft am Bremspedal erforderlich, jedoch kein Pedalweg. Die Größe dieser Kraft wäre dabei nur von den mechanischen und hydraulischen Übersetzungen abhängig. In Wirklichkeit aber ist das System nicht starr, sondern es enthält nötige Lüftspiele und unvermeidbare Elastizitäten. Dadurch entsteht neben der Pedalkraft

Abb. 9.33 Zusammenhang zwischen Abbremsung, Bremsdruck und Fußkraft für verschiedene Übertragungseinrichtungen

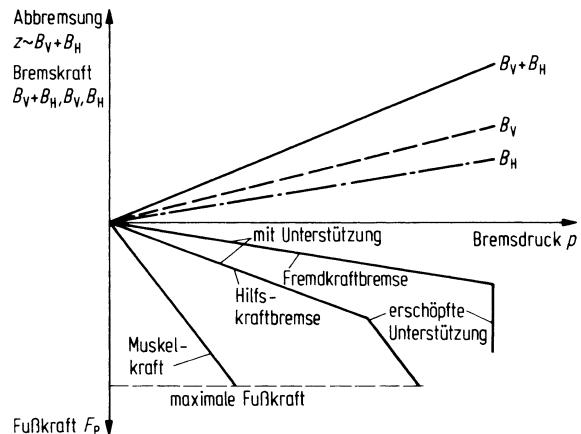
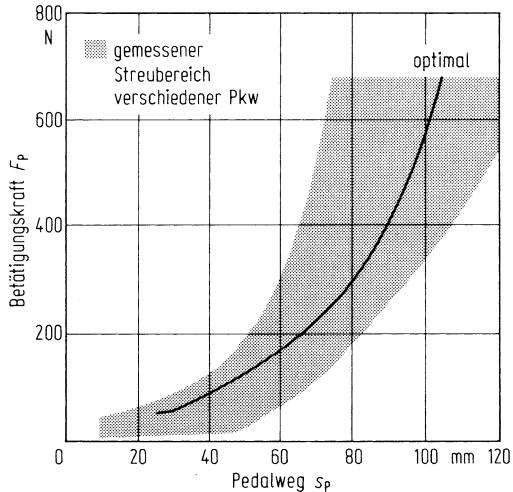


Abb. 9.34 Zusammenstellung der in Pkw verwendeten Bremspedalcharakteristiken, der „optimalen“ Charakteristik und des Streubereiches von 34 gemessenen Pkw [MITS86]



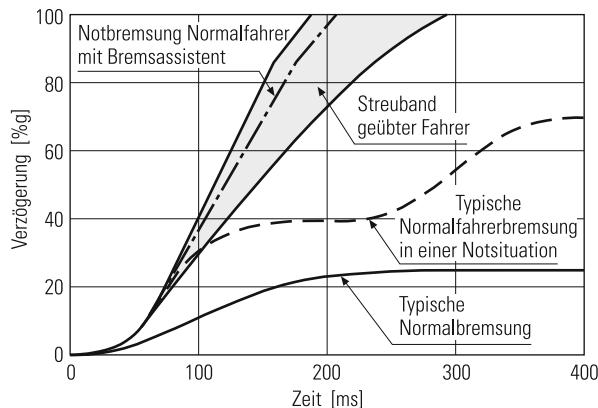
ein Pedalweg. Dies ist erwünscht, damit die Betätigung nicht nur kraft-, sondern auch pedalwegabhängig vom Fahrer gesteuert bzw. geregelt werden kann.

Abbildung 9.34 gibt den Streubereich von Pkw und die „optimalen“ Charakteristik wieder. Wird der Anstieg der Fußkraft über dem Pedalweg steiler („hartes Pedal“), verkürzt sich die Betätigungsenschwelddauer, wird sie flacher („weiches Pedal“), verlängert sich die Dauer zwar, aber die Dosierbarkeit, die Möglichkeit zum Einstellen und Beibehalten einer verlangten Verzögerung, wird besser.

9.11.2 Bremsassistent

In Fahrzeugen mit ABS müssen die Fahrer bei Notbremsungen nur stark genug auf das Bremspedal treten, um die volle Bremsleistung abzurufen. Untersuchungen [KIES97] zeigen, dass Normalfahrer in Notsituationen zwar das Bremspedal sehr schnell betätigen

Abb. 9.35 Zur Wirksamkeit vom „Bremsassistenten“
(aus: [KONI99])



(dreimal schneller und mehr als bei üblichen Ziel- und Verzögerungsbremsungen), aber nicht ausreichend stark, s. Abb. 9.35, gestrichelte Linie. Diese Erkenntnis führte zur Idee des „Bremsassistenten“. Bei hohen Bremspedalgeschwindigkeiten wird – z. B. durch Eingriff in den Bremskraftverstärker – der Bremsdruck unabhängig vom Fahrerfuß, aber im Zusammenspiel mit dem ABS weiter gesteigert, sodass das Bremspotenzial optimal genutzt wird, s. Abb. 9.35, strichpunktierter Linie.

9.12 Ausfall von Bremsanlagen

Bei einkreisigen Betriebsbremsanlagen (s. Abb. 9.8a) kann das Auftreten eines Schadens an einer Stelle der Anlage ein absolutes Bremsversagen verursachen. Der Fahrer sollte nun zur Handbremse greifen, allgemeiner gesagt, die Hilfsbremse betätigen. Dies vergisst er meistens, weil ein Bremsversagen selten vorkommt und deshalb für ihn ungewohnt ist. Die Verminderung dieser Gefahr durch das Vorhandensein einer – wenn auch schwächeren – Bremswirkung nach dem Auftreten des Schadens und somit die Erhöhung der Verkehrssicherheit stellt die Aufgabe einer Zweikreisbremse dar. Dabei braucht der Fahrer nicht die Betätigungsseinrichtung zu wechseln, er bremst nach wie vor mit dem Fuß.

Abbildung 9.36 zeigt eine der möglichen zweikreisigen Pkw-Bremsanlagen. Fällt bei ihr z. B. der 1. Kreis aus, so bremsen nur noch die halbe Vorderachse und das linke Hinterrad. Dabei fällt auch der zum 1. Kreis gehörende Teil des zweikreisigen Hauptzylinders aus, was der Fahrer durch einen Leerweg am Bremspedal, auch „Durchfallweg“ genannt, spürt.

Es gibt aber noch einen anderen Ausfall, den Bremskraftverstärkerausfall. Der Bremskraftverstärker ist bei Pkw-Bremsanlagen einkreisig. Fällt er aus, dann muss der Fahrer nur mit Muskelkraft den Hauptzylinder betätigen. Reicht bei schweren Nutzfahrzeugen die Fußkraft für eine vorgeschriebene Verzögerung nicht aus, dann müssen bei diesen auch die Verstärker zweikreisig sein.

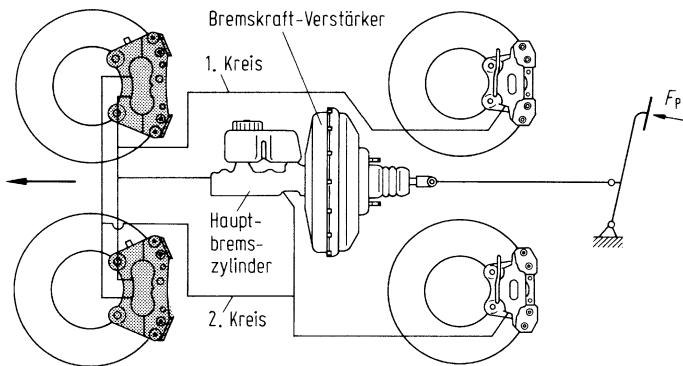


Abb. 9.36 Zweikreisige Pkw-Bremsanlage mit zweikreisigem Hauptbremszylinder und einkreisigem Bremskraftverstärker

In beiden Fällen vermindert sich die Verzögerung, wenn die Fußkraft nicht erhöht wird.

Während bis in die 80er Jahre die Handbremse als mechanisch zu betätigende Hilfskraftbremse angesehen wurde, hat es das Übergehen auf den zweiten Kreis der hydraulischen Bremse als Hilfskraftbremse möglich gemacht, die Handbremse elektrisch zu betätigen. Damit sind weitere Funktionen wie automatisches Lösen der Feststellbremse möglich geworden. Außerdem hat sich Platz in der Mittelkonsole ergeben (ursprünglich für die Telefone genutzt).

9.12.1 Ausfall eines Kreises

Im Folgenden werden für fünf verschiedene Zweikreisaufteilungen Fußkraft, Abbremsung und Kraftschlusswerte bei Ausfall eines Bremskreises behandelt. Dabei wird von dem Pkw mit fester Bremskraftverteilung in Abb. 9.9 ausgegangen.

Bei der Aufteilung 1 „vorn – hinten“, s. Abb. 9.37, wirkt nach dem Ausfall entweder nur die vordere Bremskraft B_V oder die hintere B_H . Nach Abb. 9.37a wird dadurch die Abbremsung z bei gleicher Fußkraft F_P kleiner, oder bei gleichem z muss F_P größer werden. An der Achslastverlagerung ändert sich gegenüber früher nichts, da diese nur von z und nicht von der Bremskraftverteilung abhängt. Hingegen werden nach Abb. 9.37b die Kraftschlusswerte größer und nach Abb. 9.37c der Gütegrad kleiner. Kritisch bei dieser Zweikreisaufteilung ist der Ausfall des vorderen Kreises, nicht nur, weil die Gefahr des Blockierens der Hinterräder (bei Fahrzeugen ohne Blockierverhinderer) und damit die Instabilität vorliegt, sondern weil auch je nach Fahrzeugschwerpunktslage eventuell die gesetzlichen Vorschriften für die Hilfsbremswirkung nicht erfüllt werden können. Nach Tab. 9.3 muss für Pkw bei einer Fußkraft $F_P < 500 \text{ N}$ bei der Hilfsbremsung die halbe Verzögerung der Betriebsbremsung erzielt werden ($z = 1/2 \cdot 0,58 = 0,29$), und zwar auf einer trockenen Straße, für die ein $\mu_h = 0,8$ angenommen wird. Beide Werte werden bei diesem Beispiel-

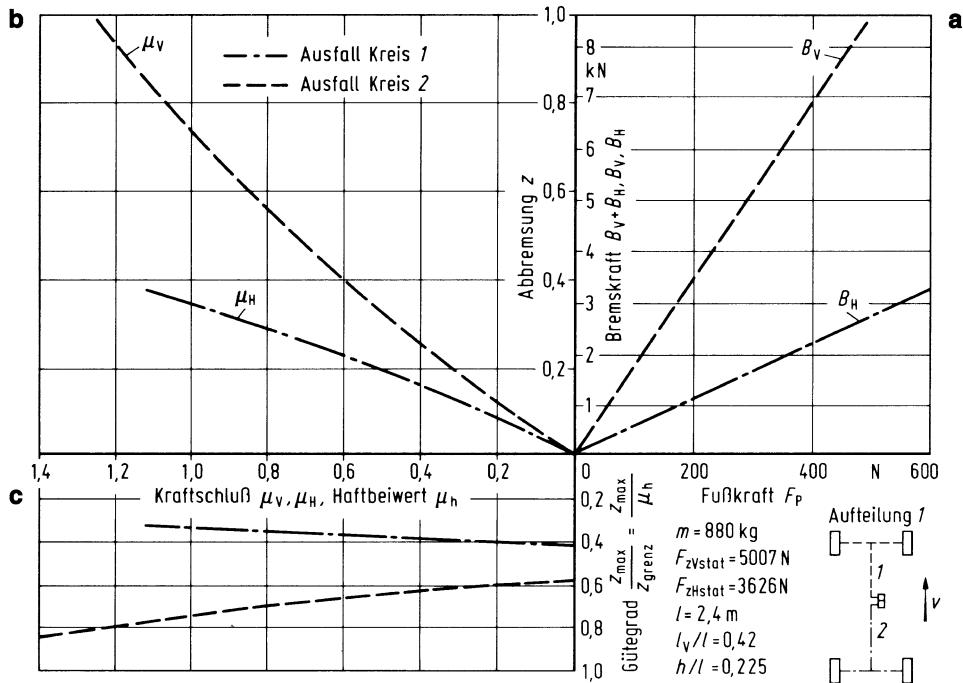
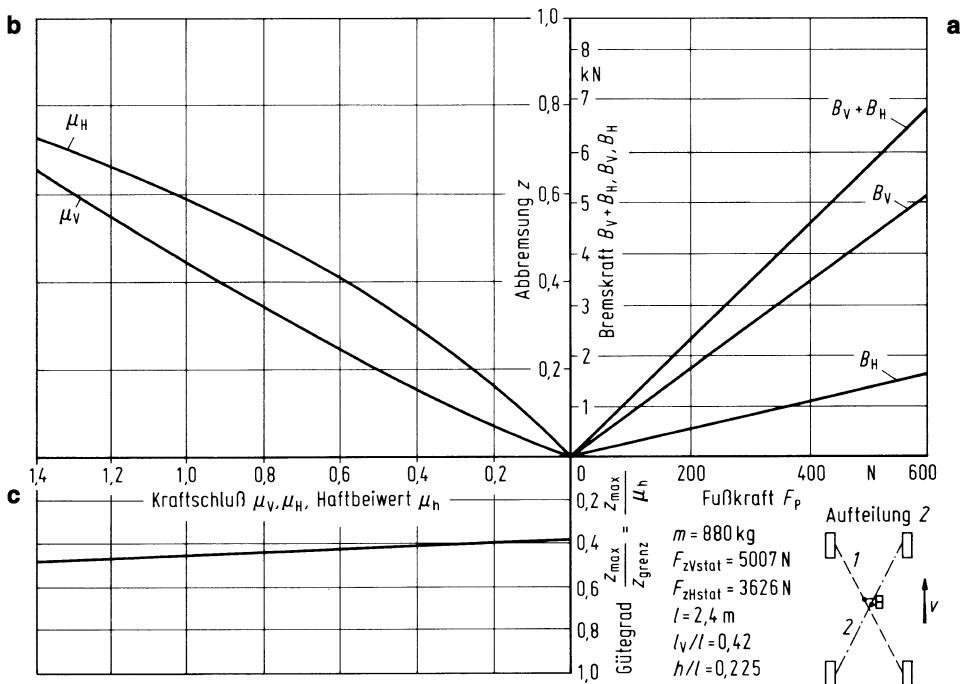


Abb. 9.37 a–c Bremskräfte, Kraftschluß und Gütegrad bei Ausfall eines Bremskreises, Aufteilung 1 „vorn – hinten“

fahrzeug gerade erfüllt, die Fußkraft nur deshalb, weil sie bei intakter Bremsanlage relativ klein ist.

Bei der „Diagonalaufteilung“ 2 nach Abb. 9.38 ändert sich die Bremskraftverteilung nicht, die Fußkraft wird bei gleicher Abbremsung nach Abb. 9.38 verdoppelt. Da nun die Bremskräfte immer nur auf ein Rad der Achse wirken, vergrößert sich nach Abb. 9.38b auch der Kraftschluss, und der Gütegrad ist im günstigsten Fall nur noch $z_{\max}/\mu_h = 0,5$. Nach Abb. 9.38c liegt er im interessierenden Kraftschlussbereich noch darunter. Das eventuelle Blockieren *eines* Hinterrades ist auch bei Fahrzeugen ohne ABS unkritisch, weil das andere nicht gebremste Rad die für die Spurhaltung nötige Seitenkraft aufnehmen kann. Es entsteht jedoch ein Moment um die Fahrzeughochachse, da die vordere Bremskraft B_V größer als die hintere B_H ist. Um ein „In-die-Kurve-Fahren“ beim Bremsen zu vermindern, wird bei Pkw an den Vorderrädern ein negativer Lenkrollradius vorgesehen. Bei schweren Nutzfahrzeugen, bei denen im Gegensatz zu Pkw die vordere Bremskraft kleiner als die hintere ist, müsste bei Diagonalaufteilung ein positiver Lenkrollradius vorgesehen werden.

Bei der Aufteilung 3 nach Abb. 9.39 wirkt nach Ausfall eines Kreises immer nur die halbe Vorderachsbremskraft und hinten entweder gar keine oder die volle Kraft. Besonders be-



merkenswert ist, dass bei Ausfall des Kreises 2 die Hinterachse in einem weiten μ_h -Bereich überbremst und das Fahrzeug dort instabil ist.

Bei der Aufteilung 4 nach Abb. 9.40 wirken während des Ausfalls an Vorder- und Hinterachse nur die halben Bremskräfte. Die Fußkraft verdoppelt sich. Auch hier ist das Überbremsen des einen Hinterrades unkritisch. Im Gegensatz zu Aufteilung 2 tritt bei 4 unabhängig von der Wahl des Lenkradius eine Kursabweichung wegen der einseitigen hinteren Bremskraft auf, dafür ist der Gütegrad höher.

Bei einer sehr selten angewendeten weiteren Aufteilung, bei der beide Kreise auf jedes Rad wirken, verdoppelt sich nur die Fußkraft über der Abbremsung.

In Tab. 9.4 sind Werte bei den Ausfällen der verschiedenen Zweikreis-Bremsanlagen für die vom Gesetzgeber dann vorgeschriebene Abbremsung $z = 0,29$ mit der intakten Anlage verglichen. Fahrer können die Höhe der Kraftschlusswerte nicht beurteilen, sie können, wie in Abschn. 9.5 beschrieben, nicht einmal blockierende Räder bemerken, hingegen stellen sie Fußkrafterhöhungen fest. In Versuchen, bei denen nur Aufteilung 1 „vorn - hinten“ und 2 „diagonal“ verglichen wurden, fiel der Ausfall des Vorderachskreises bei 1 fast immer auf, und zwar unabhängig davon, ob dieser Kreis vor der Bremsung oder während der Bremsung plötzlich oder schleichend ausfiel. Wesentlich seltener fiel bei der Aufteilung 1 der Ausfall des Hinterachskreises auf, was wegen der relativ geringen Er-

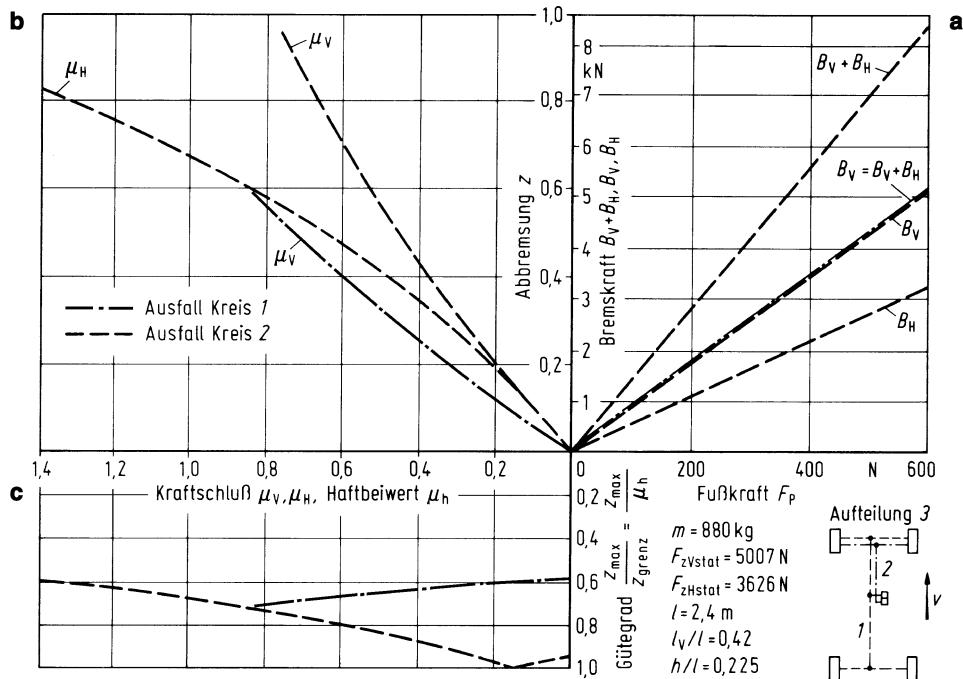


Abb. 9.39 a–c Bremskräfte, Kraftschluss und Gütegrad bei Ausfall eines Bremskreises, Aufteilung 3

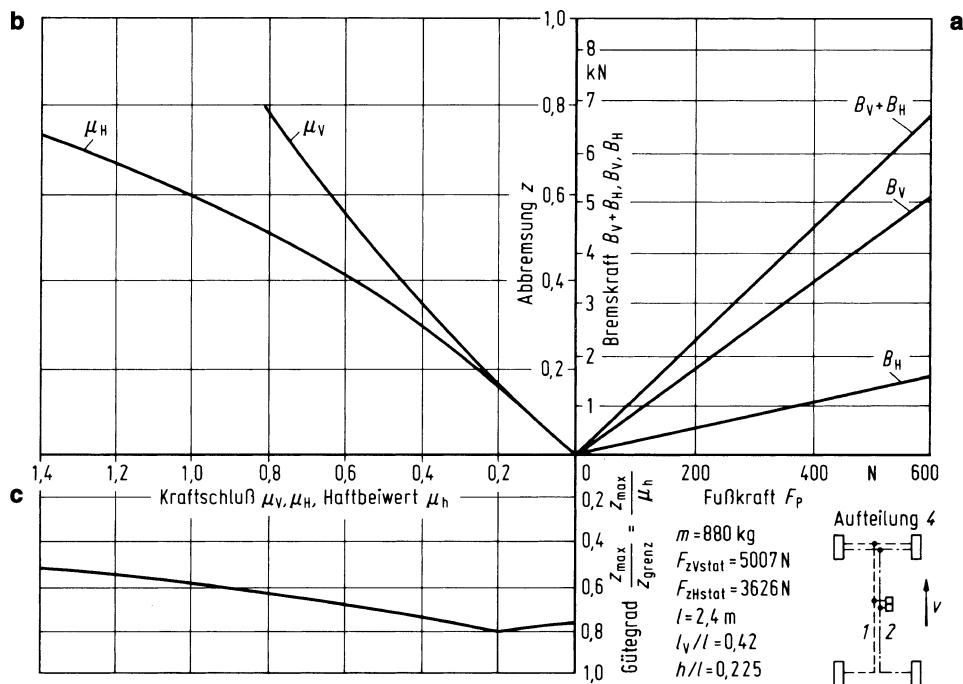
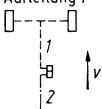
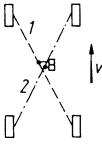
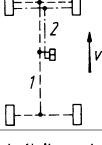
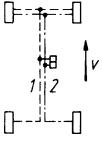


Abb. 9.40 a–c Bremskräfte, Kraftschluss und Gütegrad bei Ausfall eines Bremskreises, Aufteilung 4

Tab. 9.4 Vergleiche der intakten Bremsanlage nach Abb. 9.9 mit Ausfall eines Kreises von verschiedenen Zweikreis-Bremsanlagen nach den Abb. 9.37 bis 9.40

		Fußkraft F_P in N bei $z = 0,29$	F_P/z $g = F_P/ \ddot{x} $ N/m s ⁻²	Max. Kraft- schluss bei $z = 0,29$
Intakte Anlage		100	35	0,34
0-T-0	Hinterachskreis 2 ausgefallen	142	50	0,45
Aufteilung 1	Vorderachskreis 1 ausgefallen	456	157	0,80 instabil ^a
	„vorn-hinten“			
Aufteilung 2		215	74	0,70
	„diagonal“			
Aufteilung 3	1: halbe Vorderachse und ganze Hinterachse ausgefallen	283	98	0,45
	2: halbe Vorderachse ausgefallen	177	61	0,32 instabil ^a
Aufteilung 4		220	76	0,40
	„halbe Vorder- achse und ein Hinterrad“			

^a bei Fahrzeugen ohne ABS

höhung der Fußkraft nach Tab. 9.4 verständlich ist. Die Diagonal-Aufteilung 2 lag dazwischen.

Der Ausfall eines Kreises fiel den Versuchspersonen hingegen fast immer über den Durchfallweg des Bremspedals auf, wenn er größer als 20 mm war. Überraschenderweise hatte die Länge des Durchfallweges bis 80 mm keinen großen Einfluss auf den Bremsweg. Offensichtlich versuchen die Fahrer, den Zeitverlust beim Zurücklegen des Pedaldurchfallweges mit einem schnelleren Aufbau der Fußkraft auszugleichen.

9.12.2 Bremskraftverstärker-Ausfall

Bei alleinigem Verstärkerausfall vermindert sich der nach (9.89) definierte Verstärkfaktor von V_{intakt} auf V_{Ausfall} . Dadurch ändern sich nach (9.91) Fußkraft und Verzögerung auf

$$\frac{F_{P \text{ Ausfall}}}{F_{P \text{ intakt}}} = \frac{V_{\text{intakt}}}{V_{\text{Ausfall}}} \cdot \frac{|\ddot{x}_{\text{Ausfall}}|}{|\ddot{x}_{\text{intakt}}|}. \quad (9.92)$$

Entweder erhöhen die Fahrer nach dem Verstärkerausfall die Fußkraft, um die gleiche Verzögerung zu erhalten, oder die Fußkraft bleibt in der gewohnten Größe und die Verzögerung wird kleiner und damit der Bremsweg größer. Nach Versuchen hält sich die Bremswegverlängerung in Grenzen, wenn

$$V_{\text{intakt}}/V_{\text{Ausfall}} = 4 \quad (9.93)$$

ist.

9.13 Abbremsung von Kraftfahrzeugzügen

Nachdem bisher nur Einzelfahrzeuge behandelt wurden, soll nun ein Einblick in das Bremsverhalten von Fahrzeugzügen gegeben werden.

9.13.1 Lkw und Mehrachsanhänger

Der Fahrer bremst zugleich den Zugwagen mit dem Gewicht G_Z und den Anhänger mit dem Gewicht G_A ab, Abb. 9.41. Die Summe der Bremskräfte B_Z am Zugwagen ergibt eine rechnerische Abbremsung von

$$z_Z = B_Z/G_Z. \quad (9.94)$$

Entsprechend gilt für den Anhänger mit der Summe seiner Bremskräfte B_A

$$z_A = B_A/G_A. \quad (9.95)$$

Die Gesamtabbremsung des Zuges ist

$$z = \frac{B_Z + B_A}{G_Z + G_A} = z_Z \frac{G_Z}{G_Z + G_A} + z_A \frac{G_A}{G_Z + G_A} \quad (9.96)$$

Eine unterschiedliche Abbremsung zwischen Zugwagen und Anhänger ist unerwünscht, weil dann der Zugwagen einen Teil der Bremskräfte vom Anhänger oder umgekehrt übernehmen muss, die Kraftschlüsse an den Fahrzeugen werden unterschiedlich und damit der Bremsweg länger. Gleichzeitig tritt zwischen den Fahrzeugen eine Deichselkraft auf.

Abb. 9.41 Bremskräfte B_Z am Zugwagen und B_A am Anhänger mit zugehörigen Gewichten G_Z und G_A

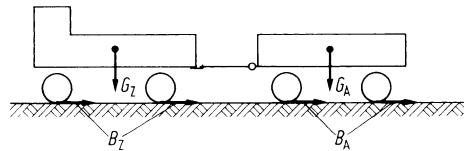
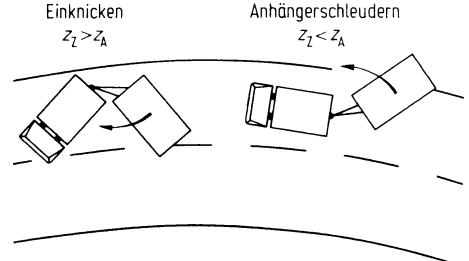


Abb. 9.42 Einknicken und Anhängerschleudern, hervorgerufen durch unterschiedliche Eigenabremsung z_Z und z_A von Zugfahrzeug und Anhänger



Ist die Eigenabremsung des Anhängers kleiner als die des Zugfahrzeugs, dann drückt die Deichselkraft, wie in Abb. 9.42 links angedeutet, das Zugfahrzeug durch die Querkomponente seitlich weg, und der gesamte Zug neigt zum Einknicknen (Taschenmessereffekt). Ist die Eigenabremsung des Anhängers größer (sog. „Streckbremsung“), können bei erhöhter Bremsung seine Räder blockieren, und er rutscht aus der Kurve, s. Abb. 9.42 rechts (Anhänger-Schleudern). Dies ist in der Europäischen Union verboten.

Unterschiedliche Eigenabremsung ist also zu vermeiden, und deshalb ist zu fordern:

$$z_Z = z_A; B_Z/G_Z = B_A/G_A, \quad (9.97)$$

die Bremskräfte müssen im Verhältnis der Gewichte aufgeteilt werden.

Die Änderung der Gewichte von Zugwagen und Anhänger durch wechselnde Beladungszustände muss darum entsprechend (9.97) so berücksichtigt werden, dass

$$B_A = \frac{G_A}{G_Z} B_Z \quad (9.98)$$

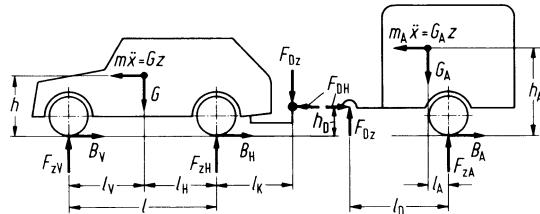
oder – allgemeiner gesagt –, dass die horizontale Deichsel-(Koppel-)kraft

$$F_{DH} = G_Z z_Z - G_A z_A = 0 \quad (9.99)$$

ist. Dies wird bei modernen Bremsanlagen durch eine automatische Adaption [BOSC07], durch eine „Koppelkraftregelung“ gewährleistet.

Bei langen und schweren – immer mit Druckluftbremsanlagen ausgestatteten – Kraftfahrzeugzügen sind die Leitungen zu den einzelnen Bremszylindern verschieden lang, so dass sie zu verschiedenen Zeiten ansprechen. Dies ergibt eine Bremswegverlängerung und einen „Auflaufstoß“, eine kurzzeitig wirkende dynamische Deichselkraft. Bei „Elektronisch geregelten Bremsanlagen (EBS)“ wird beides vermieden, indem mehrere Druckluftventile, die jeweils in der Nähe der Achsen sitzen, elektronisch angesteuert werden, wodurch die Bremsen praktisch gleichzeitig ansprechen.

Abb. 9.43 Kräfte beim Bremsen eines Pkw mit Anhänger



9.13.2 Pkw und Einachsanhänger

Während die Bremsanlage bei dem im vorangegangenen Unterabschnitt behandelten Zug mit dem Zweiachsanhänger so ausgelegt werden kann, dass keine Deichselkraft entsteht, ist das bei einem aus Pkw und Einachsanhänger bestehenden Zug nicht möglich [MITS88]. Besonders das Massenmoment $G_A z h_A$ des Anhängers, s. Abb. 9.43, und die dadurch entstehende Vertikallast F_{DZ} am Kupplungskopf verändert gegenüber dem Solobetrieb die Achslasten des Pkw.

Die für die Abbremsung dieses Zuges maßgebenden Größen sind in der Tab. 9.5 zusammengefasst, dabei ist noch zwischen ungebremstem und gebremstem Anhänger unterschieden.

In Abb. 9.44 sind Abbremsung, Kraftschluss und Gütegrad in der gewohnten Form aufgetragen. Die Bremskraftverteilung ist für das Solo fahrzeug ausgelegt.

Von diesem wird in Diagramm a ausgegangen. Bei Anhängerbetrieb wird nach den Abb.b und c der Kraftschluss an der Vorderachse μ_V über der Abbremsung wesentlich größer, der der Hinterachse μ_H kleiner, weil durch die vertikale Deichselkraft F_{DZ} die Vorderachse ent-, die Hinterachse belastet wird. Als erstes werden also die Vorderräder überbremst, sodass dieser Zug in der Kurve geradeaus schiebt. Ein instabiles Verhalten wie beim Solo-Pkw durch blockierende Hinterräder oder ein Einknicken wie beim Lkw mit Mehrachsenanhänger gibt es bei Geradeausbremsung nicht.

Durch die stark unterschiedlichen Kraftschlusswerte an den Achsen wird der Gütegrad gegenüber Solo-Pkw geringer. Der Zug mit ungebremstem Anhänger nach Abb. 9.44b hat einen noch schlechteren Gütegrad als der mit gebremstem nach Abb. 9.44c. Dort wird der Anhänger über eine Auflaufbremse gebremst. Die Größe der horizontalen Kupplungskraft F_{DH} bestimmt die Anhängerbremskraft B_A . Bei einem gebremsten Anhänger besteht die Gefahr der blockierenden Anhängerräder und damit die des Anhängerschleuderns.

Um der Kombination Pkw und Anhänger ein besseres Bremsverhalten zu geben, sollte die Bremskraftverteilung am Pkw beim Ankoppeln eines Anhängers geändert werden, und zwar so, dass die Bremskraft vorn reduziert und hinten vergrößert wird. Hat der ziehende Pkw ein ABS mit EBV – s. Abschn. 9.8 – wird diese Forderung automatisch erfüllt.

Tab. 9.5 Zusammenstellung von Bremskräften, Deichselkräften, Achslasten und Kraftschlüssen an einem Pkw mit gebremstem und ungebremstem Anhänger

Bezeichnung	Anhänger ungebremst	gebremst durch Auflaufbremse
Bremskraft	$B_A = 0$	$= i_B F_{DH}$
Deichselkräfte	$F_{DH} = zG_A$	$= zG_A - B_A = \frac{1}{1+i_B} zG_A$
	$F_{DZ} = G_A \frac{l_A}{l_D} + zG_A \frac{h_A - h_D}{l_D}$	$= G_A \frac{l_A}{l_D} + zG_A \left(\frac{h_A}{l_D} - \frac{1}{1+i_B} \frac{h_D}{l_D} \right) \approx G_A \frac{l_A}{l_D} + zG_A \frac{h_A}{l_D}$
Achslasten	$F_{zV} = G \left(\frac{l_H}{l} + z \frac{h}{l} \right) - G_A \frac{l_A}{l_D} \frac{l_K}{l}$ $+ zG_A \left(\frac{h_D}{l} - \frac{h_A - h_D}{l_D} \frac{l_K}{l} \right)$	$= G \left(\frac{l_H}{l} + z \frac{h}{l} \right) - G_A \frac{l_A}{l_D} \frac{l_K}{l}$ $+ zG_A \left[- \frac{h_A}{l_D} \frac{l_K}{l} + \frac{1}{1+i_B} \left(\frac{h_D}{l} + \frac{h_D}{l_D} \frac{l_K}{l} \right) \right]$
	$F_{zH} = G \left(\frac{l_V}{l} - z \frac{h}{l} \right) + G_A \frac{l_A}{l_D} \left(1 + \frac{l_K}{l} \right)$ $+ zG_A \left[- \frac{h_D}{l} + \frac{h_A - h_D}{l_D} \left(l + \frac{l_K}{l} \right) \right]$	$= G \left(\frac{l_V}{l} - z \frac{h}{l} \right) + G_A \frac{l_A}{l_D} \left(1 + \frac{l_K}{l} \right)$ $+ zG_A \left\{ \frac{h_A}{l_D} \left(1 + \frac{l_K}{l} \right) - \frac{1}{1+i_B} \left[\frac{h_D}{l} + \frac{h_D}{l_D} \left(1 + \frac{l_K}{l} \right) \right] \right\}$
	$F_{zA} = G_A \left(1 - \frac{l_A}{l_D} \right) - zG_A \frac{h_A - h_D}{l_D}$	$= G_A \left(1 - \frac{l_A}{l_D} \right) - zG_A \left(\frac{h_A - h_D}{l_D} + \frac{i_B}{1+i_B} \frac{h_D}{l_D} \right)$
Abbremsung	$z = \frac{B_V + B_H}{G + G_A}$	$z = \frac{B_V + B_H + B_A}{G + G_A}$
Kraftschlüsse	$\mu_V = B_V / F_{zV}$ $\mu_h = B_H / F_{zH}$ $\mu_A = 0$	$= B_V / F_{zV}$ $= B_H / F_{zH}$ $= B_A / F_{zA}$

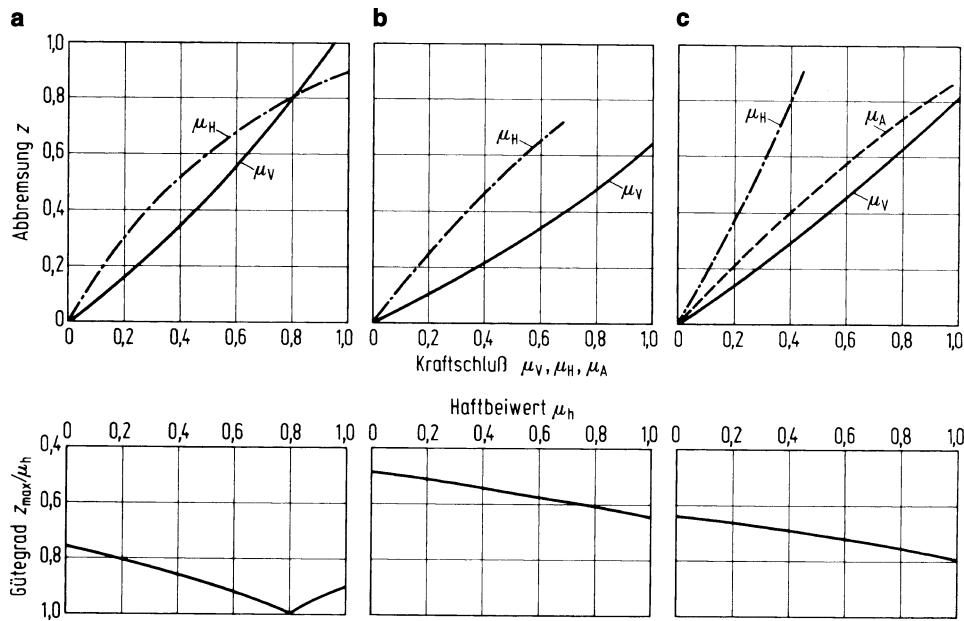


Abb. 9.44 a–c Kraftschluss, Gütegrad und Abbremsung bei einem Pkw. a ohne Anhänger; b mit unbgebremstem Anhänger ($m_A = 440 \text{ kg}$, $l_D = 2,8 \text{ m}$, $l_A = 0,28 \text{ m}$, $h_A = 1,16 \text{ m}$); c mit gebremstem Anhänger ($m_A = 860 \text{ kg}$, $l_D = 3,5 \text{ m}$, $l_A = 0,21 \text{ m}$, $h_A = 0,95 \text{ m}$, $i_B = 5$). (Pkw-Daten wie Abb. 9.9, $l_K = 0,667 \text{ m}$, $h_D = 0,4 \text{ m}$)

9.13.3 Sattelkraftfahrzeug

Das mechanische Ersatzsystem eines Sattelkraftfahrzeugs nach Abb. 9.45 ist gleich dem eines Pkw mit Einachsanhänger, nur dass die Kräfte an der Sattelkupplung nicht, wie beim Pkw, hinter der Hinterachse, sondern bei der Sattelzugmaschine vor der Hinterachse angreifen, d. h., die Länge l_K ist für das Sattelkraftfahrzeug in Tab. 9.5 negativ einzusetzen [MITS66]. Fahrzeugtechnisch gibt es, von der Größe des Fahrzeugs abgesehen, hingegen wesentliche Unterschiede.

Abb. 9.45 Kräfte beim Bremsen eines Sattelzuges

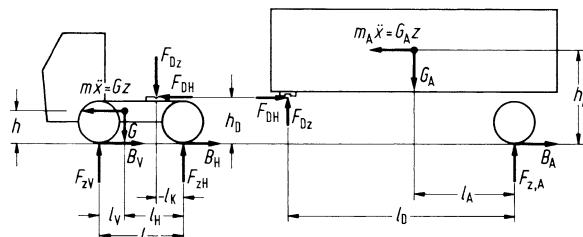
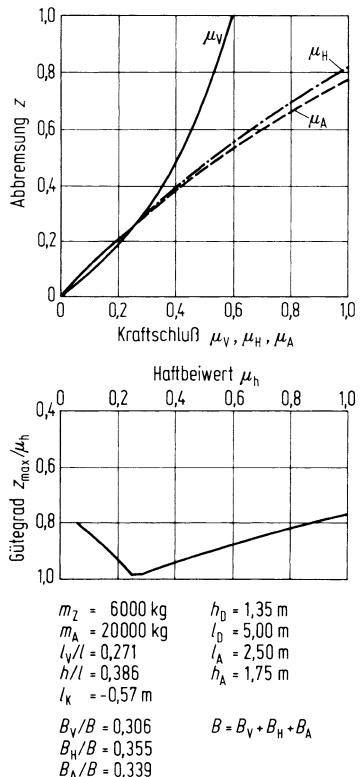


Abb. 9.46 Kraftschluss, Gütegrad und Abbremsung bei einem Sattelkraftfahrzeug



Zum einen wird beim Sattelkraftfahrzeug die Bremskraftverteilung von vornherein auf alle Achsen (nach Abb. 9.45 auf die gezeichneten drei) abgestimmt. Der Anhänger wird nicht über eine Auflaufbremse, sondern vom Fahrer direkt abgebremst. Zum anderen ist der statische Anteil an der vertikalen Deichselkraft am Pkw ungefähr 5 %, an der Sattelzugmaschine aber ungefähr 50 % des Anhängergewichtes. Das Hebelarmverhältnis h_D/l ist beim Sattelzug größer als beim Pkw, sodass die horizontale Komponente der Deichselkraft F_{DH} einen wesentlichen Einfluss hat. All dies zusammen führt nach Abb. 9.46 zu einem gleichmäßigeren Kraftschluss an den Achsen und zu einem besseren Gütegrad als beim Pkw-Zug. Dafür besteht die Gefahr des Einknickens und des Anhängerschleuderns, was durch den von der EU vorgeschriebenen Einsatz von ABS und durch eine zusätzliche Koppelkraftregelung vermieden werden kann.

9.14 Elektrische Bremse, Retarder

Aus den oben erwähnten Erweiterungen der bisherigen Bremsanlagen (ABS und Kopfkraftregelung) wird bereits deutlich, dass Bremsen mit Elektrik/Elektronik ausgerüstet werden müssen, um den erforderlichen Funktionsumfang abilden zu können. Es gibt jedoch neben dem bereits beschriebenen Blockierverhinderer seit längerem Bremsen mit elektrischen Beeinflussungen. Dabei gibt es als Unterscheidungskriterium die Anordnung der Bremse

- im Triebstrang
- direkt am Rad.

Darüber hinaus kann unterschieden werden, ob es sich

- „nur“ um eine elektrische Betätigung handelt, die dann meist mit „Intelligenz“ verknüpft ist, oder ob
- eine elektrische Betätigung *und* eine Umsetzung der Bremskraft mit elektrischem Strom realisiert wird.

Tabelle 9.6 gliedert die sich damit ergebenden Verhältnisse.

9.14.1 Bremsen im Triebstrang

Bei den seit langem im Triebstrang angeordneten elektrischen Bremsen handelt es sich um Dauerbremsen, die alle eine elektrische Betätigung haben, die Energieumwandlung (kinetische Energie in Wärme) jedoch weitgehend auf nichtelektrischem Wege durchführen. Nur der nach dem Wirbelstromprinzip arbeitende elektrische Retarder wandelt unmittelbar elektrische Energie in Wärme um.

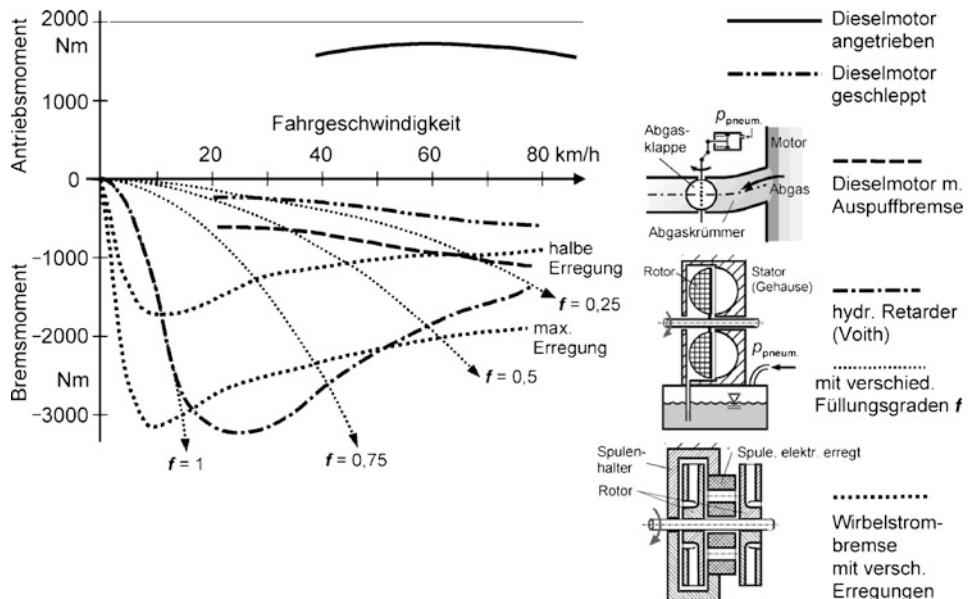
Zukünftig wird der sog. Starter-Generator im 42 V-Bordnetz geeignet sein, die Bremsenergie nutzbringend in Ladeströme für Batterien oder Kondensatoren umzusetzen bzw. mechanische Schwungräder über zusätzliche Elektromotoren/-generatoren in das Energiemanagement des Antriebes einzubinden. Bei Rennwagen und Bussen ist das schon länger der Fall [NN13, RUMM09]. Rückschläge für die praktische Anwendung hat es in den 90er-Jahren auch dadurch gegeben, dass es bei einem simulierten Systemausfall einen Toten gegeben hat. Der Schwungradbehälter ist aufgegangen und Bruchstücke sind in den Laborraum geflogen.

Bei Hybrid- oder Elektrofahrzeugen sind diese Nutzbremsungen schon länger üblich. Im Normalbetrieb haben sich damit Reichweitenverlängerungen von etwa 10 % als möglich herausgestellt.

Die unterschiedlichen Leistungen der im Triebstrang angeordneten Dauerbremsen sind in Abb. 9.47 zusammenfassend dargestellt. Zu Vergleichszwecken ist das Antriebs-Motormoment eines Nutzfahrzeug-Dieselmotors mit aufgetragen worden.

Tab. 9.6 Strukturierung elektrischer Bremsen

	Elektrische Betätigung	Elektrische Betätigung und Umsetzung der Bremskraft in Strom
Bremse im Triebstrang	1. Abgasklappe 2. Jacobs Engine Brake 3. Retarder hydraulisch	1. Retarder elektrisch 2. Starter-Generator Einheit, Hybrid- und Elektro-Fahrzeuge Bremsenergieverwendung für
Bremse am Rad	1. Elektro-hydraulische Bremse 2. Scheibenbremse mit elektrischem Steller (brake by wire) 3. Trommelbremse mit innerem fremderregten Magneten zur Krafterzeugung (brake by wire)	a) Laden von Batterien b) Laden von Super-Kondensatoren c) Hochfahren von Schwungrädern

**Abb. 9.47** Dauerbremsmomente von Bremsanlagen im Antriebsstrang

9.14.2 Bremsen am Rad

Die größte Anwendung werden sog. „Elektrische Bremsen“ als weitgehend konventionelle Scheibenbremsen mit elektrischen Stellern erfahren. Da die Bremsen von Nutzfahrzeugen und Personenfahrzeugen eine Vielzahl von Funktionen erfüllen (Blockierverhinderer, Traktionsregelung, Sperrdifferenzial-Funktion, Fahrdynamikregelung, Hill-Holder-Funktion, Stop-and-Go-Bremse, Parkbremse), die im wesentlichen unter Anwendung von Elektroniken erzeugt werden, bietet sich die Informationsumsetzung und Krafterzeugung durch einen elektrischen Steller an. Neuartige Elektromotoren, die auch am Radträger mit hoher Schwingungs- und erheblicher Temperaturbelastung eingesetzt werden können, haben diese Entwicklung möglich gemacht.

Die theoretischen Grundlagen für die Auslegung dieser Bremsen entsprechen den oben angegebenen. Vorteile ergeben sich jedoch aus den schnelleren Reaktionszeiten dieser Systeme und der Möglichkeit, automatisierte Bremsungen durchzuführen. Diese Automatisierungen sind heute bereits bei den sog. Elektro-hydraulischen Bremsen eingesetzt bzw. in der Entwicklung. Die Hilfskraft zum Bremsen wird als hydraulische Energie aus Speichern entnommen. Elektrisch angetriebene Hydraulikpumpen stellen diese Energie bereit. Der mit Sensoren ermittelte Verzögerungswunsch der Fahrer wird durch Magnetventile in die mechanischen Bremskräfte an den Scheibenbremsen der Räder umgesetzt. Für den Notfall (Ausfall des elektrischen Systems) gibt es eine einkreisige hydraulische Rückfallebene (Vorderachskreis) ohne weitere Verstärkung. Derartige Bremssysteme können in verbrennungsmotorisch angetriebenen Fahrzeugen sowie in Hybrid- oder Elektrofahrzeugen gleichermaßen eingesetzt werden, da der Verstärker entfällt. Das System von Continental MK C1 ist dafür ein passendes Beispiel [NNXX].

Nutzfahrzeuge werden entsprechend behandelt. Hier wird vorerst weiterhin Druckluft als Aktuatorenenergie verwendet. Es sind jedoch auch elektromechanisch betätigbare Scheibenbremsen für Sattelaufleger in der Entwicklung [PITT84]. Auf Druckluft könnte verzichtet werden, wenn sich die sogenannte „Keilbremse“ bei Nutzfahrzeugen durchsetzen würde [HART03].

In den USA sind für Anhänger von Light Trucks Trommelbremsen in Gebrauch, bei denen die mechanische Spannung der Bremsbacken durch fremderregte Magnete erfolgt, die am Topfboden der Trommelbremse schleifen. Durch diese Technik entfallen die sonst bei Pkw-Anhängerbremsen üblichen Auflaufvorrichtungen, und damit auch der Auslaufdruck und die Schiebekräfte auf das Zugfahrzeug.

Radnabenmotoren stellen radintegrierte Bremsen dar, die die Bremsenergie in elektrischen Strom wandeln, um ihn entweder in eine Batterie zu laden oder in Wärme umzuwandeln. Diese elektrische Bremse wurde bereits 1900 im Lohner-Porsche an den Vorderrädern angewendet. Die Hinterachse wurde damals mit mechanisch betätigten Bandbremsen gebremst. Eine Klinke an der Hinterachse sorgte beim Halt an einer Steigung für das Festhalten des Fahrzeuges. Daran wird deutlich, dass elektrische Radbremsen, die heute in einigen Experimentalbussen eingesetzt werden, stets mit einer weiteren Bremse verknüpft werden müssen. Denn Abb. 9.47 zeigt, dass elektrische Bremsen allein im Stillstand und bei kleinen Geschwindigkeiten nicht mehr wirken.

Insgesamt ist für die elektrisch betätigten, mechanisch wirkenden Reibungsbremsen eine erhebliche Entwicklungsaktivität zu erwarten, da sowohl die Umsetzung der vielfältigen Bremsaufgaben erleichtert wird, als auch die Verwendung der schwierig zu recycelnden Bremsflüssigkeit vermieden werden kann.

9.15 Rückgewinnung der Bremsenergie

Bisher wird die beim Bremsen durch mechanische Reibung erzeugte Wärme an die Umgebung abgegeben. Reicht die Wärmeabgabe durch Konvektion und Strahlung nicht aus, kommt es zu Gefügeveränderungen in den Bremsscheiben und zu Zerstörungen an den Bremsen. Das ist der Grund, warum moderne Bremsen immer größer geworden sind. Könnte die beim Bremsen anfallende Energie anders abgeführt werden, ließen sich die Reibungsbremsen zukünftig auch wieder kleiner und leichter bauen. Sie wären dann vor allem nur noch für Notbremsungen und als Festhaltebremsen (also im Stand) notwendig.

Durch die Elektrifizierung des Antriebsstanges, begonnen mit dem Continental ISAD-System (Integrierter Starter-Generator-Dämpfer, Beginn der 1990er Jahre) zur Versorgung von Aggregaten und der Definition eines 42 V-Systems zum Antrieb von elektrisch zustellbaren Scheibenbremsen und von elektrischen Servolenkungen, wurde die Speicherung von Bremsenergie möglich. Für diese Speicherung von Bremsenergien werden im wesentlichen vier Methoden vorgeschlagen:

1. die Batterie mit höheren Spannungen (42 V oder höher)
2. der Ultra-Cap (ein Hochleistungskondensator)
3. das Schwungrad (im Unterdruck mit hoher Geschwindigkeit rotierendes Stahl- oder Kohlefaser-Bauteil, das über einen eigenen Elektromotor/Generator mit dem elektrischen Antriebsstrang verbunden ist)
4. einen Kompressor mit einem Druckluftspeicher bzw. eine Hydraulikpumpe/-motor mit Hydrospeichern.

Durch die Nutzung der Bremsenergie und durch die Vermeidung der Verluste bei der hydraulischen Energiebereitstellung für Bremse und Lenkung wurden Kraftstoffeinsparungen von 15 % ausgelobt³. Dieser Wert wird aber wesentlich durch den Start-Stop-Betrieb des Verbrennungsmotors erreicht. Das bedeutet, dass der Verbrennungsmotor im Stillstand abgeschaltet wird und beim Tritt auf das Gaspedal (oder beim Treten des Kupplungspedals) wieder anspringt.

Die Problematik der Rückgewinnung von Bremsenergie sei an einem Beispiel verdeutlicht: Ein Fahrzeug mit 1000 kg Masse fahre mit 30 m/s Fahrgeschwindigkeit und es soll mit

³ Focus Magazin, Nr. 43 (2001)

10 m/s² rekuperativ gebremst werden. Dann ergibt sich die aufzunehmende Bremsenergie zu

$$\begin{aligned} E &= \frac{m}{2} v^2 \\ E &= 500 \text{ kg} 30^2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 45 \cdot 10^4 \text{ Nm}. \end{aligned} \quad (9.100)$$

Die Bremsung selbst dauert $t = 3 \text{ s}$ (aus $v_0 = 30 \text{ m/s}$ mit der Verzögerung $a_x = 10 \text{ m/s}^2$). Damit ergibt sich als Bremsleistung:

$$\begin{aligned} P_{\text{Brems}} &= \frac{E}{t} = \frac{45 \cdot 10^4 \text{ Nm}}{3 \text{ s}} = 15 \cdot 10^4 \text{ W} \\ P_{\text{Brems}} &= 150 \text{ kW}. \end{aligned} \quad (9.101)$$

Die abzubremsende Leistung ist demnach möglicherweise größer als die installierte Antriebsleistung (hier handelt es sich ja nur um ein kleines Fahrzeug). Es wird für die Bremsenergie-Rückgewinnung also ein starker Generator erforderlich.

Soll nun die Bremsenergie in einer Batterie gespeichert werden, dann folgt aus der Bremsleistung und der vorgegebenen Batteriespannung der aufzunehmende Strom:

$$P_{\text{el}} = U [\text{V}] \cdot I [\text{A}] \quad (9.102)$$

In (9.102) sind U die Batteriespannung und I ist der fließende Strom. Bei einer 12 V Batterie ergibt sich bei Aufnahme der obigen Bremsleistung als Strom:

$$I_{12 \text{ V}} = \frac{150 \cdot 10^3 \text{ W}}{12 \text{ V}} = 12,5 \text{ kA},$$

bei einer 500 V Batterie

$$\begin{aligned} I_{500 \text{ V}} &= \frac{150 \cdot 10^3 \text{ W}}{500 \text{ V}} = 0,3 \text{ kA} \\ I_{500 \text{ V}} &= 300 \text{ A}. \end{aligned}$$

Die 12 V Batterie stellt sich damit für die Bremsenergie-Rückgewinnung als vollständig ungeeignet dar, bei der 500 V – Traktionsbatterie ist zumindest eine Teilabremsung denkbar. Solch hohe Ströme zerstören die Batterien als elektro-chemische Energiespeicher in relativ kurzer Zeit.

Diese hohen Ströme sind deshalb auch die Ursache, dass an Ultra-Caps gearbeitet wird. Diese Hochleistungskondensatoren können kurzzeitig hohe Ströme aufnehmen und damit die Bremsenergie wenigstens kurzzeitig speichern. Diese gespeicherte Energie kann dann dem Kondensator zum Beschleunigen wieder entnommen werden. Nachteilig sind die zusätzlichen Gewichte durch diese Speicher und der dafür erforderliche Raum im Fahrzeug.

Bei den alternativen Speichern, wie den Schwungrädern oder den Druckluftspeichern ist der Wandel der Energien zu betrachten. Die oben berechnete Bremsleistung in 3 s in einen Schwungradspeicher zu übertragen, ist unter Verwendung eines Motor-/Generator-gekoppelten Schwungrades relativ einfach möglich. Die in einem Schwungrad zu speichernde Energie ergibt sich aus dem Zusammenwirken der Rotormasse und der Rotor-drehzahl:

$$E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} J \omega^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} m r^2 \right) (2\pi n)^2 \quad (9.103)$$

Das Massenträgheitsmoment J des Rotors wird durch die Rotormasse m und den wirksamen Radius r ausgedrückt. Die Rotationsgeschwindigkeit des Rotors ist n .

Nimmt man als Beispiel auslegung an, dass das Schwungrad die folgenden Daten aufweisen würde:

$$m_{\text{Rotor}} = 20 \text{ kg}$$

$$r = 0,1 \text{ m}$$

$$n_{\text{Rotor}} = 10.000 \text{ U/min entspr. } 167 \text{ U/s,}$$

dann kann dieses Schwungrad als kinetische Energie aufnehmen: $E_{\text{kin}} = 5,5 \cdot 10^4 \text{ Nm}$. Das ist etwa ein Achtel der vom Fahrzeug als Bremsenergie abgegebenen Energie. Lässt man den Rotor mit 30.000 U/min rotieren, dann kann dieses Schwungrad die gesamte Bremsenergie aufnehmen (für das obige Beispiel). Anschließend kann die Energie wieder zum Fahrzeugantrieb herangezogen werden.

In den 1990er Jahren hat die Fa. Neoplan in München und Bremen Stadtbusse mit integrierten Schwungradspeichern in den Verkehr gebracht [STEI87]. Eine prinzipielle Übersicht zu verschiedenen Speichern ist auch in [STOE96] enthalten.

Die pneumatische Energiespeicherung mit Hydrospeichern wurde bereits vor mehr als zwanzig Jahren ebenfalls in Bussen erprobt. Derzeit gibt es von der Fa. Rexroth Vorschläge zum „Hydrostatischen Regenerativen Bremssystem“ (HRB) für eine Vielzahl von Anwendungen [BORE13]. Für die nutzbringende Anwendung dieser Systeme ist es wichtig, dass ein erheblicher Teil „Stop and Go“ im Fahrspiel enthalten ist. Das ist bei Stadtbussen oder Müllsammelfahrzeugen üblicherweise der Fall. Die hohen Gewichte der Hydrospeicher belasten allerdings die Fahrzeugstruktur.

Bei reinen Druckluftantrieben sind die Wirkungsgrade bisher so gering, dass damit eine größere Marktdurchdringung nicht zu erwarten ist.

Literatur

- [BORE13] Hydraulischer Hybrid für Fahrzeuge mit mechanischem Antriebsstrang. www.boschrexroth.de/business_units/brm/de/produkte/hydraulik-systeme/hrb-system/paralleles-hrb/index.jrp; Aufruf 10.10.2013
- [BOSC07] Bosch-Kraftfahrzeugtechnisches Taschenbuch, 26. Aufl. Braunschweig, Wiesbaden: Vieweg 2007

- [BURK85] Burckhardt, M.: Reaktionszeiten bei Notbremsvorgängen, Fahrzeugtechnische Schriftenreihe. Mitschke, M.; Frederich, F. (Hrsg.) Köln: Verlag TÜV Rheinland 1985
- [APOL05] EU-Projekt Apollo: Intelligent Tyre for Accident-free Traffic. IST-2001-34373, final report: 25.7.2005
- [FRIC09] EU-Projekt Friction: Friction_FinalReport.doc v. 26.3.2009, FP6-IST-2004-4-027006
- [GOEK87] Göktan, A.: Optimale Bremspedal-Kraft-Weg-Charakteristiken bei Pkw-Bremsanlagen, Automobil-Industrie 32 (1987) Heft 4, S. 161–169
- [HACK82] Hackenberg, U.; Heißing, B.: Die fahrdynamischen Leistungen des Fahrer-Fahrzeugsystems im Straßenverkehr, ATZ 84 (1982) Heft 7/8, S. 341–345
- [HART03] Hartmann, H.; Pascucci, A.; Schautt, M.: Selbstverstärkende elektro-mechanische Scheibenbremse mit Reibwertermittlung; Patentanmeldung WO 20030336121 A1 von 2003
- [HATT90] Hattwig, P.: Ein Beitrag zur Analyse und Synthese von Antiblockiersystemen für Personenkraftwagen, Diss. TU Braunschweig 1990
- [KIES97] Kiesewetter, W.; Klinkner, W.; Reichelt, W.; Steiner, M.: Der neue Brake Assist von Mercedes-Benz, ATZ 99 (1997) Heft 6, S. 330–339
- [LEUT72] Leutzbach, W.: Einführung in die Theorie des Verkehrsflusses. Berlin, Heidelberg, New York: Springer-Verlag 1972
- [MITS66] Mitschke, M.; Runge, D.: Lastabhängige Bremskraftregelung an Sattelzügen, ATZ 68 (1966) Heft 2, S. 50–55 und Heft 7, S. 253–256.
- [MITS70] Mitschke, M.; Wiegner, P.: Der Blockievorgang eines gebremsten Rades, ATZ 72 (1970) Heft 10, S. 359–363
- [MITS86] Mitschke, M.; Braun, H.; Czinzel, A.; Göktan, A.; Syta, S.: Anthropo-technische Optimierung von Pkw-Bremsen, Bosch Technische Berichte 8 (1986/7), S. 265–286
- [MITS88] Mitschke, M.; Sagan, E.: Fahrdynamik von Pkw-Wohnanhängerzügen. Fahrzeugtechnische Schriftenreihe, Herausgeber Mitschke, M.; Frederich, F. Köln: Verlag TÜV Rheinland 1988
- [MITS95] Mitschke, M.; Sellschopp, I.; Braun, H.: Regelung der Bremsen an Kraftfahrzeugen im unterkritischen Bereich. VDI-Fortschrtsberichte, Reihe 12 Verkehrstechnik/Fahrzeugtechnik Nr. 236, Düsseldorf: VDI-Verlag 1995
- [NN98] Mercedes-Benz S-Klasse, Sonderheft ATZ 100 (1998), S. 162
- [NN13] Kers in der Formel 1: Mit der Kraft zweier Herzen, www.motorsport-magazin.com; Zugr. 14.8.2013
- [NNXX] „Conti entwickelt leichtere und aktuellere Bremsen.“ www.automobil-produktion.de. Zugegriffen am 14.8.2013
- [PITT84] Pittius, R.: Bremstechnik gezogener Nutzfahrzeuge für das 21. Jahrhundert. Die Scheibenbremse der 3. Generation. In: BREMSTECH 2000. TÜV 2000
- [RUMM09] Rummich, E.: Energiespeicher: Grundlagen, Komponenten, Systeme und Anwendungen, expert – Verlag, Renningen 2009
- [STAR54] Starks; Lister: Experimental Investigations on the Braking Performance of Motor Vehicles. Proc. IME, Automobile Div. 1 (1954/55), S. 31–34
- [STEI87] Steiner, G.: Schwungradspeicher, Tagung Energiespeicherung zu Leistungssteigerung, VDI-Berichte 652, S. 69–87, Düsseldorf 1987

- [STOE96] Stößenreuther, F.: Machbarkeitsstudie und Konzept einer stationären Schwungradanlage zur dezentralen verbraucherorientierten Energiespeicherung, Dipl.-Arbeit, Institut für Dampf- und Gasturbinen der RWTH Aachen, 1996
- [WEBE80] Weber, R: Antriebs- und Bremskräfte von Reifen bei schnellen Schlupfänderungen, FISITA-Vortrag 1980

Weiterführende Literatur

- [BEIK99] Beiker, S.: Verbesserungsmöglichkeiten des Fahrverhaltens von Pkw durch zusammenwirkende Regelsysteme, Diss. TU Braunschweig 1999
- [BRAU82] Braun, H.: Messung der Pkw-Bremeskraftverteilung am Prüfstand, IV IfF Tagung, Braunschweig 1982
- [BREU13] Breuer, B., Bill, K. H. (Hrsg.): Bremsenhandbuch, 4. Auflage, Springer-Vieweg, Wiesbaden 2013
- [BURK91] Burckhardt, M.: Fahrwerkstechnik: Bremsdynamik und Pkw-Bremsanlagen. Würzburg: Vogel-Verlag 1991
- [CHEN92] Chen, Z.: Menschliche und automatische Regelung der Längsbeweglichkeit von Personenkraftwagen, Diss. TU Braunschweig 1991 und VDI-Fortschrittsberichte, Reihe 12: Verkehrstechnik/Fahrzeugtechnik Nr. 168. Düsseldorf: VDI-Verlag 1992
- [DREY79] Dreyer, W.: Diss. TU Braunschweig 1979
- [FRIE13] Friedrich, H.E.: Leichtbau in der Fahrzeugtechnik, Springer-Vieweg, Wiesbaden, 2013
- [HEIS13] Heißing, B., Ersoy, M., Gies, S. (Hrsg.): Fahrwerkhandbuch, 4. Auflage, Springer-Vieweg, Wiesbaden 2013
- [HOEP13] Hoepke, E., Breuer, S. (Hrsg.): Nutzfahrzeugtechnik, 7. Auflage, Springer-Vieweg, Wiesbaden 2013
- [HUBE96] Huber, G.: Moderne Regelsysteme und Reibwertausnutzung. VDI-Fortschrittsberichte, Reihe 12. Düsseldorf 1996
- [KONI99] Konik, D.; Müller, R.; Prestl, W.; Toege, T.; Leffler, H.: Elektronisches Bremsenmanagement als erster Schritt zu einem integrierten Chassis Management, ATZ 101 (1999) Heft 4, S. 220–229
- [KUES72] Küster, H. E.: Untersuchungen über die Mindestanforderungen an Fuß- und Handkräfte bei Kraftfahrern, TÜV Hannover 1972 und 1975
- [MITS75] Mitschke, M.; Wiegner, P.: Simulation von Panikbremsungen mit verschiedenen Blockierverhinderern auf Fahrbahnen geteilter Griffigkeit, ATZ 77 (1975) Heft 11, S. 329
- [MITS86] Mitschke, M.; Syta, S.; Risse, H.-J.: Bremsmomentenverteilung an Pkw, Deutsche Kraftfahrtforschung und Straßenverkehrstechnik. Heft 296, Düsseldorf: VDI-Verlag 1986
- [PFEF13] Pfeffer, P., Harrer, M. (Hrsg.): Lenkungshandbuch, 2. Auflage, Springer-Vieweg, Wiesbaden 2013
- [REIF12] Reif, K.; Noreikat, K.E.; Borgeest, K. (Hrsg.): Kraftfahrzeug-Hybridantriebe, Springer-Vieweg, Wiesbaden, 2012

- [ROTH93] Roth, J.: Untersuchung zur Kraftübertragung zwischen Pkw-Reifen und Fahrbahn unter besonderer Berücksichtigung der Kraftschlusserkennung im rotierenden Rad. Diss. Darmstadt 1993 bzw. VDI-Fortschrittsberichte, Reihe 12, Nr. 195. Düsseldorf: VDI-Verlag 1993
- [SCHU13] Schütz, T. (Hrsg.): Hucho- Aerodynamik des Automobils, 6. Auflage, Springer-Vieweg, Wiesbaden, 2013
- [STOE97] Stöcker, J.: Untersuchung lokaler Vorgänge in Pkw-Reifen mittels integrierter Sensorkit. Diss. Darmstadt 1997 bzw. VDI-Fortschrittsberichte, Reihe 12, Nr. 343, Düsseldorf: VDI-Verlag 1998
- [UFFE80] Uffelmann, F.: Berechnung des Lenk- und Bremsverhaltens von Kraftfahrzeugzügen auf rutschiger Fahrbahn. Diss. TU Braunschweig 1980

Zusammenfassung von Teil II

In fünf Kapiteln wurde die Geradeausfahrt von Kraftfahrzeugen auf ebener Straße für die beiden Fälle „Antrieb und Bremsung“ behandelt. In der folgenden Tabelle sind die Ergebnisse zusammengestellt.

Zusammenfassung der Ergebnisse aus Teil II „Antrieb und Bremsung“

Kapitel	Ziel	Inhalt	Abschnitt	Wichtige Fahrzeugdaten
5	Fahrwiderstände.	Roll-, Luft-, Steigungs-, Beschleunigungswiderstand	5.2–5.4	G bzw. G_{leer} , f_R , λ , c_W , A , v
	Leistungsbedarf	Bedarf von Drehmoment (Zugkraft) und Leistung an den Antriebsrädern		Umfangsschlupf S_x
6	Ideales Kennfeld	6.1	P_{max} , μ_h , G , v_{max} , $P_{M\text{max}}$, η_M , η_K	
	Kennung von Fahrzeugmotoren, Dampfmaschine, Elektroantriebe, Verbrennungsmotor, Gasturbine	6.2	$M_M = f(n_M)$, $P_M = f(n_M)$	
	Kennungswandler	6.3		
	Forderungen an das Übersetzungsverhältnis			Unterscheidung nach max. Beschleunigung und min.
	Verschiedene Wandler	6.3.1		Kraftstoffverbrauch
	Brauchbarkeit der Antriebsmaschine	6.4		
	Vergleich von Massen, Energie, Reichweite, Schadstoffemissionen, Brennstoffzelle	6.4.1 , 6.4.2		Vorteile des Verbrennungsmotors
7	Fahrleistungen. Kraftstoffverbrauch	Zugkraft-Geschwindigkeits-, Leistungs-Geschwindigkeits-Schaubild Auslegung für v_{max} , p_{max} , \dot{x}_{max}	7.1 7.2–7.5	
		Kraftstoffverbrauch	7.6	G , f_R , λ , c_W , A , v , η_M , η_K Leerlaufverbrauch
	Antriebsachsen	Krafteintritt, Umfangskräfte und Achslasten an den Antriebsachsen	8.2, 8.5	G , Schwerpunktslage, Auftrieb: c_Z , A , τ_L
8	Fahrgrenzen	Vergleich von Vorderachs-, Hinterrachs-, Allradantrieb Traktionshilfen für den Fahrer	8.3, 8.5 8.4	Schlupfregelung, Differenzialsperre

Zusammenfassung der Ergebnisse aus Teil II „Antrieb und Bremsung“ (Fortsetzung)

Kapitel	Ziel	Inhalt	Abschnitt	Wichtige Fahrzeugdaten
9	Verzögerungsbremse, allgemeine Begriffe	9.2	$\ddot{x}/g, \mu_h, \text{Anhalte-, Bremsweg}$	
	Kolonnenfahrt	9.2.4	absolut und relativ sicherer Abstand	
	Stabilität, Lenkfähigkeit, Bremskraftverteilung	9.5, 9.6	Blockieren von Hinter-, Vorderrädern	
	Dosierbarkeit am Bremspedal	9.5	Pedalkraft = $f(\text{Pedalweg}, \ddot{x})$	
	Blockierverhinderer, Elektronische Bremskraftverteilung,	9.8, 9.9	$\mu = f(S_x, \alpha)$	
	Bremsassistent	9.11.2		
	Konventionelle Bremskraftverteilung	9.10		
	Ausfall eines Bremskreises und des Bremsverstärkers	9.12		
	Kraftfahrzeugzüge	9.13	Gewichtsverhältnis	
	Elektrische Bremse, Retarder	9.14		
	Rückgewinnung von Bremsenergie	9.15	Energimenge und Speicherfähigkeit	

Teil III

Schwingungen

Nach Abschn. 1.2 ist es zweckmäßig, die Gesamtheit der Fahreigenschaften von Kraftfahrzeugen in Einzelprobleme aufzuteilen. In diesem Teil III werden Schwingungen von Kraftfahrzeugen behandelt. Man kann nach verschiedenen Arten unterscheiden:

- Schwingungen in den Richtungen x (Längs-Schw.), y (Quer-Schw.) oder z (Vertikal-Schw. Man spricht häufig von Vertikaldynamik),
- Schwingungen durch verschiedene Anregungen, externe Anregungen (Unebenheiten der Straße) interne Anregungen (Rad-Reifen, Motor)
- Schwingungen, begrenzt auf einen Frequenzbereich.

Sehr ausführlich werden die von Straßenunebenheiten angeregten Schwingungen diskutiert, und zwar begrenzt auf einen Frequenzbereich von Null bis etwa 25 Hz, weil nur Starrkörperschwingungen behandelt werden. (Biege- und Torsionseigenfrequenzen von z. B. Pkw-Karosserien bleiben unberücksichtigt.)

Zur Einführung dieser Schwingungen ist in Abb. 10.1 ein vierrädriges Kraftfahrzeug gezeigt, das über eine unebene Straße fährt, in Teilbild a als allgemeines Bild in Teilbild b als räumliches Schwingungssatzsystem. Der Aufbau des Kraftfahrzeugs mit der Masse¹ m_2 und den hier wichtigen Trägheitsmomenten um die Querachse J_{2y} und um die Längsachse J_{2x} stützt sich über vier Federn mit den zugehörigen vier Dämpfern auf den Rädern ab. Die Räder haben die Massen² m_1 . Diese stützen sich ihrerseits über die Reifenfedern und die Reifendämpfer auf der unebenen Fahrbahn ab. Im Schwerpunkt des Aufbaues SP₂ ist das rechtwinklige Koordinatensystem x_2 (in Fahrtrichtung zeigend), y_2 (seitlich) und

¹ m_2 muss nicht mit der im „Teil II“ genannten Masse m_A identisch sein, weil sich m_A aus mehreren gegeneinander schwingenden Einzelmassen zusammensetzen kann, z. B. aus der steif angenommenen Karosserie mit der Masse m_2 und den abgefederten Insassen.

² Auch zwischen m_1 und m_R gibt es Unterschiede. m_1 ist die mit z_1 schwingende Ersatzmasse, während z. B. bei einer Pendelachse m_R außen am Rad mit z_1 und innen an der karosserieseitigen Lagerung mit z_2 schwingt.

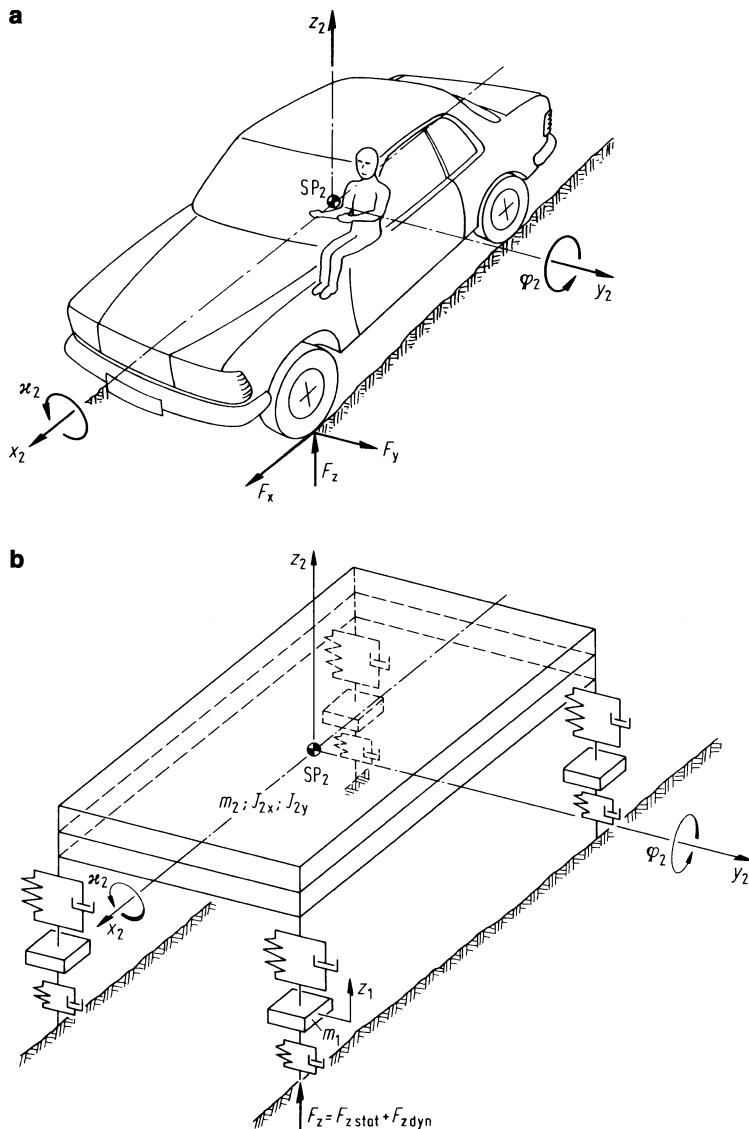


Abb. 10.1 a Vierrädiges Kraftfahrzeug mit Fahrer auf unebener Fahrbahn; b einfaches räumliches Schwingungssatzsystem des Kraftfahrzeugs, hier ohne Fahrer

z_2 (senkrecht nach oben) eingezeichnet. Als Winkelbewegungen wurden um die x_2 -Achse die Wankbewegung κ_2 und um y_2 die Nickbewegung φ_2 eingetragen.

Durch die Straßenunebenheiten führen die Räder überwiegend Schwingungen in z_1 -Richtung, der Aufbau, d. h. die Karosserie des Fahrzeugs, hauptsächlich in z_2 -, φ_2 - und κ_2 -Richtung aus. Neben diesen Hauptbewegungen entstehen beim Überfahren

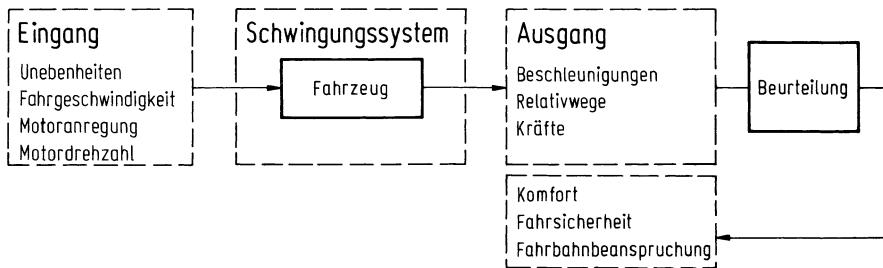


Abb. 10.2 Blockschaubild

der Unebenheiten auch Längskräfte an den Reifen, die das Fahrzeug zu Längsschwingungen in x_2 -Richtung anregen. Auch Querbewegungen y_2 können bei Geradeausfahrt des Fahrzeuges auftreten. Deren Größe hängt von der Art der Radaufhängung ab.

Die Beschleunigungen in z_2 -, x_2 -, φ_2 - und κ_2 -Richtung ergeben über noch zu beschreibende Beurteilungsmaßstäbe den „Komfort“ für die Insassen.

Außerdem bewirken die Schwingungen Kräfte bzw. Kraftschwankungen. Zum Beispiel ist die vertikale Last F_z (Abb. 10.1b) zwischen Rad und Fahrbahn nicht konstant, sondern sie ändert sich mit der Zeit. Diese Radlastschwankung $F_{z\text{dyn}}$ kann negativ und so stark sein, dass die Vertikallast zu Null wird, wodurch keine Umfangs- und Seitenkräfte F_x und F_y mehr zwischen Rad und Fahrbahn übertragen werden können. Damit wird die Radlastschwankung zu einem Maßstab für die „Fahrsicherheit“.

Die über die statische Last $F_{z\text{stat}}$ hinausgehenden positiven Radlaständerungen beanspruchen die Fahrbahn zusätzlich, wodurch sie auch zur Charakterisierung der „Fahrbahnbeanspruchung“ herangezogen werden können.

Ferner ist die Größe des Relativweges zwischen Aufbau und Rad für den Raumbedarf in den Radhäusern der Karosserie wichtig.

Das Gesagte kann schematisch in dem Blockschaubild 10.2 zusammengefasst werden. Unebenheiten und Fahrgeschwindigkeit bilden den „Eingang“ in das „Schwingungssystem“ Fahrzeug. Als „Ausgang“ resultieren physikalische Größen wie Beschleunigungen, Relativwege und Kräfte, die anhand verschiedener Beurteilungsmaßstäbe nach Komfort, Fahrsicherheit oder Fahrbahnbeanspruchung „beurteilt“ werden.

Analog zu den unebenheitserregten Schwingungen gilt das Blockschaubild auch für die motorerregten. Das Antriebsaggregat, bestehend aus Motor, Drehzahl- und Drehmomentenwandler, ist über Gummilager im Aufbau abgestützt und führt Relativbewegungen zu ihm aus. Die hin- und hergehenden Massen des Hubkolbenmotors und dessen Verbrennungsvorgänge ergeben die „Motoranregung“. Die in den Gummilagern sich ausbildenden, schwingenden Kräfte spüren die Insassen als Vibrationen und Geräusche, also als komfortmindernd. Im „Eingang“ der Abb. 10.2 sind deshalb die „Motoranregung“ und die damit eng verbundene „Motordrehzahl“ eingetragen.

Weiterhin regt ein durch Gasgeben oder Gaswegnehmen veränderliches Motormoment das Fahrzeug zu Längsschwingungen an, die sich zu den stationären Längsbeschleunigungen bzw. -verzögerungen überlagern.

Aus dieser Aufzählung ergibt sich die Gliederung des Teils III:

In Kap. 11 werden am Beispiel von Einmassensystemen Eigen- und Erregerschwingungen behandelt sowie die wichtigen Begriffe wie Frequenz, Dämpfungsmaß und Vergrößerungsfunktion erklärt. Es werden harmonische, periodische und die bei Unebenheiten auftretenden stochastischen Anregungen beschrieben. Die mathematische Behandlung regeloser Schwingungen sowie die Berechnung der statistischen Größe Streuung wird über die Spektrale Dichte erläutert.

Soweit sinnvoll, werden anhand des einfachen Einmassensystems die ersten fahrzeugtechnischen Anwendungen gebracht.

In Kap. 12 werden die für die Beurteilung von Schwingungen wichtigen Größen zusammengestellt. Es sind Radlastschwankungen, Federwege und Schwingempfinden von Menschen.

In Kap. 13 wird dann auf Kraftfahrzeuge übergegangen. Anhand eines Dreimassensystems mit Einpunktanregung durch Unebenheiten werden Einfluss von Aufbaufederung und -dämpfung, Radmasse, Reifenfederung und Beladung auf Komfort, Radlastschwankung und Federwege gezeigt. Abschnitte über die Einflüsse nichtlinearer Kennlinien und über den Gewinn durch „geregelte Fahrwerke“ schließen dieses Kapitel.

In Kap. 14 wird das Kraftfahrzeug-Schwingungssystem auf ein zweiachsiges Kraftfahrzeug erweitert, wobei allerdings die Unebenheiten in der linken und rechten Spur immer noch gleich sind, sog. Zweipunkt- bzw. Einspuranregung. Die Ergebnisse aus Kap. 13 werden nun um den Einfluss der Lage der Sitze in Längsrichtung, des Radstandes und der Koppelmasse ergänzt. Weiterhin wird in Kap. 14 auf das Bremsnicken und den Einfluss des relativ schweren Antriebsaggregates auf den Komfort der Insassen eingegangen.

In Kap. 15 wird die Zweispur-Vierpunktanregung behandelt. Durch die Verschiedenheit der Unebenheiten in den beiden Spuren (s. Abb. 10.1) wankt das Kraftfahrzeug nun auch. Die Ergebnisse aus Kap. 13 können auf Wankschwingungen angewandt werden.

Kapitel 16 beschreibt den Einfluss von Radaufhängungen. Durch die Anlenkung mittels Lenker treten Beschleunigungskopplungen zwischen Aufbau und Rädern auf, die die Karosserie mit höheren Frequenzen anregen und für die Insassen zu höheren Innengeräuschen führen. Auf den Einfluss der Gummilager in den Lenkern wird hingewiesen. Weiterhin können durch die Radaufhängungen Spurverschiebungen beim Einfedern der Räder und damit Seitenkräfte auftreten. Dadurch wird das Fahrzeug zusätzlich seitlich verschoben und zu Schüttelschwingungen angeregt. Neben einigen Einzelradaufhängungen wird auch die Starrachse analysiert.

In Kap. 17 werden zum ersten Mal Fahrzeuglängsschwingungen betrachtet, und zwar unterteilt nach Unebenheits- und Motorerregung.

In Kap. 18 wird ein Einblick in die Auswirkung motorerregter Schwingungen gegeben, die die Insassen durch Vibrationen und Geräusche stören. Nach der Schwingungsanregung

des Hubkolbenmotors werden Auslegungskriterien für das Schwingungssystem Antriebsaggregat auf seinen (Gummi-)Lagern gegeben.

Die Ergebnisse fast jeden Kapitels sind in einem eigenen Abschnitt zusammengefasst. Die Nummer des Abschnittes ist aus der Tabelle des abschließenden Kapitels „Zusammenfassung von Teil III“ zu entnehmen.

10.1 Schwingungssatzsysteme

Das einfache räumliche Schwingungssatzschema nach Abb. 10.1b hat schon neun Freiheitsgrade, fünf für den Aufbau ($z_2, \varphi_2, \kappa_2, x_2, y_2$) und je einen für jedes Rad.

Damit ist aber das Schwingungssystem noch nicht völlig erfasst. So sitzen in der Pkw-Karosse oder im Fahrerhaus eines Nutzfahrzeugs Insassen, deren Oberkörper über federnde und bedämpfte Sitze sich relativ zum Fahrzeugaufbau bewegen, s. Abb. 10.3a. Weiterhin muss der Aufbau nicht aus einer Einzelmasse bestehen, sondern er kann noch weiter aufgeteilt sein: bei Pkw und Omnibus nach Abb. 10.3b in einen Rahmen und eine Karosserie, die durch Gummifedern gegeneinander abgefedert sind (heute sehr selten), oder beim Lkw nach Abb. 10.3c in einen Rahmen und ein Fahrerhaus. Weiterhin befindet sich in dem Aufbau noch das schon o. g. über Gummilager abgestützte Antriebsaggregat (s. Abb. 10.3d). In Abb. 10.1b wurden auch keine Radführungen eingezeichnet, die zur Führung der Räder relativ zum Aufbau und zur Übertragung von Kräften (z. B. Seitenkräften bei Kurvenfahrt) wichtig sind. Abbildung 10.3e zeigt als Beispiel für eine Einzelradaufhängung den Doppelquerlenker. Die vom Rad auf den Aufbau übertragenen Kräfte wirken nicht nur über die Feder und den Dämpfer, sondern auch über zwei Gelenke. Diese Gelenke wiederum sind aus akustischen Gründen nicht metallisch in der Karosserie gelagert, sondern über Gummiteile elastisch. Abbildung 10.3f zeigt eine weitere, häufig bei Nutzfahrzeugen verwendete Radaufhängung, die sog. Starrachse, bei der die Räder rechts und links starr miteinander verbunden sind. Des Öfteren werden die Achsen in einem Hilfsrahmen montiert, der anschließend in das Fahrzeug eingebaut wird. Wird dieser Hilfsrahmen zur Reduzierung der Geräuschübertragung elastisch in dem Aufbau des Fahrzeuges gelagert, s. Abb. 10.3g, dann erhält man weitere Freiheitsgrade für die Schwingungen des Systems.

Die Aufzählung anhand der einzelnen Bilder macht deutlich, dass das Schwingungssystem eines Fahrzeugs sehr kompliziert ist, weil es sehr viele Freiheitsgrade hat. Dabei wurden in der bisherigen Aufzählung nur diskrete Schwinger, also starre Einzelmassen genannt, und es wurde noch nicht auf kontinuierliche Schwinger eingegangen, wie es für die Erklärung z. B. einer Biegeschwingung eines Lkw-Rahmens erforderlich wäre. Die Aufbauten von Pkw haben Eigenfrequenzen ab 25 Hz für Limousinen, ab 17 Hz für Cabriolets, die Rahmen von Lkw ab 6 Hz.

Die Kontinuumsschwingungen dieser Bauteile sollen hier zur Vereinfachung vernachlässigt bleiben, oder anders ausgedrückt, die Berechnungen mit diskreten Schwingerwer-

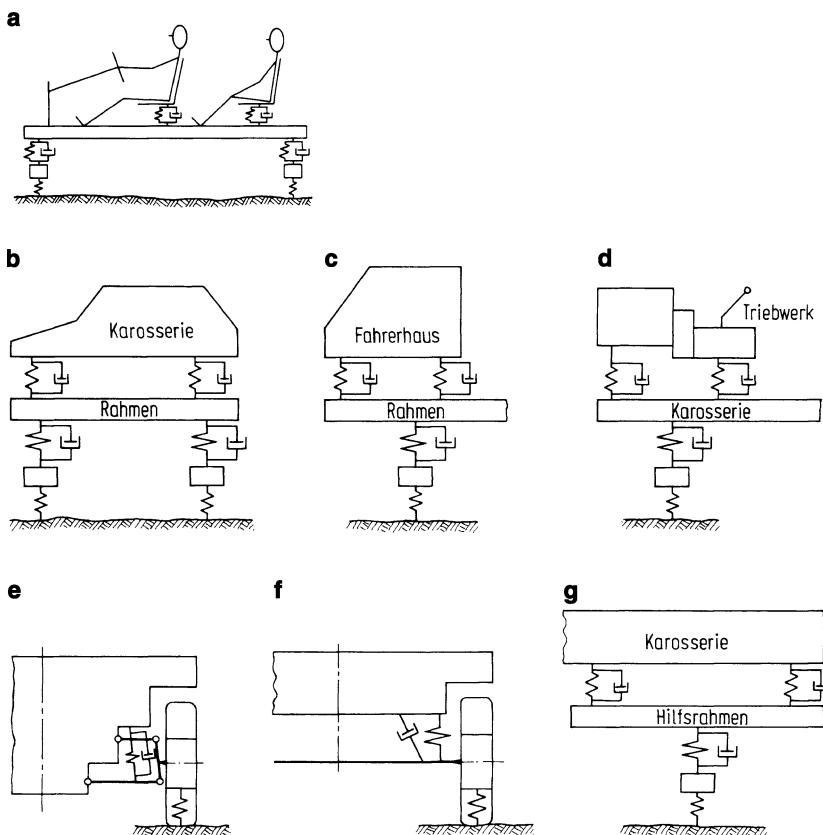


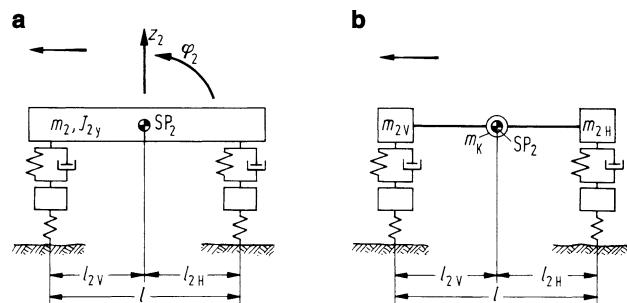
Abb. 10.3 Zusätzliche Schwingungssatzsysteme. **a** Insassen auf Sitz; **b** und **c** Aufbauten auf Rahmen; **d** Triebwerkslagerung in der Karosserie; **e** Doppelquerlenker-Radaufhängung; **f** Starrachse (Seitenführung nicht gezeichnet); **g** Radaufhängung in einem Hilfsrahmen, der wiederum elastisch in der Karosserie gelagert ist

den nur bis zu einer bestimmten Frequenz richtig sein. Diese Grenzfrequenz muss im Einzelnen abgeschätzt werden.

10.1.1 Vereinfachte Schwingungssatzsysteme

Mit den heutigen Rechnern ist es möglich, auch sehr komplizierte Schwingungsgebilde, d. h. Schwingungssysteme mit vielen Freiheitsgraden, zu berechnen. Sehr schwierig ist es hingegen, die Rechenergebnisse zu verstehen. Um ein Verständnis für das Schwingungsverhalten von Kraftfahrzeugen zu erhalten, muss mit möglichst einfachen Systemen, mit möglichst wenigen Freiheitsgraden begonnen werden, die dann Schritt für Schritt zahlreicher werden.

Abb. 10.4 Ebenes Schwingungssatzsystem für ein Zweiachsfahrzeug, keine Radaufhängung dargestellt.
a Fahrzeugaufbau mit Masse m_2 und Trägheitsmoment J_{2y} ; **b** ersetzt durch drei Punktmasse m_{2V} , m_{2H} und m_K



Die Grundannahme soll lauten: Das Fahrzeug ist um seine Längsachse x_2 (Abb. 10.1) symmetrisch aufgebaut. Dann ist einleuchtend, dass bei reiner Hubanregung, d. h., die Unebenheiten am linken und rechten Rad einer Achse sind gleich, der Fahrzeugaufbau keine Wank- und Seitenschwingungen κ_2 und y_2 ausführt, sondern nur Hub- und Nickbewegungen z_2 und φ_2 . Ebenso einleuchtend ist, dass bei reiner Wankanregung, d. h., die Unebenheit am linken Rad geht um das gleiche Maß nach oben wie die am rechten nach unten, κ_2 und y_2 auftreten und nicht z_2 und φ_2 . Danach sind also Hub-/Nickschwingungen und Wank-/Seitenschwingungen nicht gekoppelt, sie beeinflussen sich nicht gegenseitig.

Damit zerfällt das komplizierte Fahrzeugsystem in zwei einfache Schwingungssysteme, eines für die Hub-/Nickbewegung, das zweite für die Wank-/Seitenbewegung. Vorausgesetzt muss allerdings werden, dass die wirklichen Straßenunebenheiten sich in reine Hub- und Wankanregungen aufteilen lassen. Das ist aber nicht schwierig, s. Kap. 15.

Bei reiner Hubanregung durch die Unebenheiten betrachtet man das Fahrzeug von der Seite (s. Abb. 10.4). Ersetzt man den Aufbau [MARQ52] mit seiner Masse m_2 und seinem Trägheitsmoment J_{2y} nach Abb. 10.4a durch drei Punktmassen, m_{2V} und m_{2H} über den Achsen und m_K im Aufbauschwerpunkt nach Abb. 10.4b, dann wird sich noch eine weitere Vereinfachung ergeben. Die Größe der drei Massen, die durch masselose Stangen miteinander verbunden sind, ergeben sich aus den drei folgenden Bedingungen.

Die Gesamtmasse bleibt konstant

$$m_{2V} + m_K + m_{2H} = m_2, \quad (10.1)$$

die Schwerpunktlage bleibt erhalten

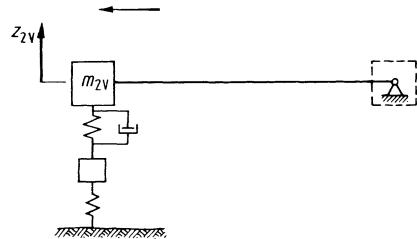
$$m_{2V}l_{2V} - m_{2H}l_{2H} = 0, \quad (10.2)$$

und auch das Trägheitsmoment J_{2y} behält seine Größe

$$J_{2y} = m_2 i_y^2 = m_{2V}l_{2V}^2 + m_{2H}l_{2H}^2. \quad (10.3)$$

Dabei ist der Trägheitsradius i_y eingeführt worden. Weiterhin sind l_{2V} , l_{2H} die waagerechten Abstände des Aufbauschwerpunktes zu den Rädern, l ist der Radstand. Aus diesen drei

Abb. 10.5 Ebenes Schwingungersatzsystem für ein Zweiachsfahrzeug mit Koppelmasse $m_K = 0$



Gleichungen ergeben sich die Einzelmassen zu

$$m_{2V} = m_2 \frac{i_y^2}{l l_{2V}}; \quad m_{2H} = m_2 \frac{i_y^2}{l l_{2H}}; \quad m_K = m_2 \left(1 - \frac{i_y^2}{l_{2V} l_{2H}} \right). \quad (10.4)$$

Die Koppelmasse m_K ist anschaulich darstellbar: Für den Sonderfall $m_K = 0$ bleiben die Bewegungen der Massen m_{2V} und m_{2H} über der vorderen und hinteren Achse voneinander unabhängig, d. h., wird das Fahrzeug an der Vorderachse angeregt, dann bewegt sich die Masse m_{2V} , aber nicht die Masse m_{2H} , und umgekehrt. Ist hingegen die Koppelmasse ungleich Null, dann beeinflussen sich die Bewegungen, d. h. beim Anstoß an der Vorderachse bewegt sich nach wie vor die Masse m_{2V} , aber auch die Masse m_{2H} .

Zusatzinformation

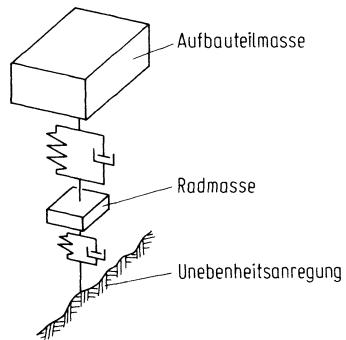
Es sei noch darauf hingewiesen, dass nach (10.4) die Koppelmasse auch negativ sein kann. Eine Masse kann selbstverständlich nicht negativ werden, m_K ist also nur eine Rechengröße, der man, weil sie die Dimension einer Masse hat, auch den Namen einer Masse gegeben hat.

Für den Sonderfall $m_K = 0$, der bei Pkw näherungsweise häufig vorkommt, besteht die angekündigte Vereinfachung darin, dass statt eines Schwingungssystems mit vier Freiheitsgraden (zwei für den Aufbau, je einer für die Achsen vorn und hinten) und den zwei gleichzeitig wirkenden Unebenheitsanregungen an Vorder- und Hinterrädern (s. Abb. 10.4) jetzt zwei entkoppelte Schwingungssysteme mit je zwei Freiheitsgraden und nur je einer Unebenheitsanregung existieren. Das Verständnis für ein System mit zwei Freiheitsgraden ist natürlich leichter zu erarbeiten als für eines mit vier. In Abb. 10.5 ist das vereinfachte System für den Fall der Anregung vorn dargestellt, es dreht sich um die Punktmasse hinten. Es ist dann auch zweckmäßig, nicht mehr die Schwerpunktskoordinaten z_2 oder φ_2 zu betrachten, sondern die Koordinate z_{2V} für die Bewegung der vorderen Punktmasse m_{2V} einzuführen. (Bei der Betrachtung des hinteren Systems liegt der Drehpunkt in der vorderen Masse.)

Für den Sonderfall $m_K = 0$ kann man noch die vordere oder hintere Aufbaumasse halbieren und kommt zum anschaulichen sog. „Viertelfahrzeug“, s. Abb. 10.6.

Zur Berechnung von Nickschwingungen φ_2 muss dann wieder vom einfachen System nach Abb. 10.5 auf das kompliziertere nach Abb. 10.4b zurückgegangen werden, bei Erfassung der Wankschwingungen κ_2 auf Abb. 10.1b.

Abb. 10.6 Viertelfahrzeug,
entstanden aus Abb. 10.1b



Literatur

[MARQ52] Marquard, E.: Schwingungsdynamik des schnellen Straßenfahrzeugs. Essen: Girardet 1952

Weiterführende Literatur

- [BREU13] Breuer, B; Bill, K.H. (Hrsg.): Bremsenhandbuch, 4. Aufl., Springer-Vieweg, Wiesbaden, 2013
- [FRIE13] Friedrich, H.E.: Leichtbau in der Fahrzeugtechnik, Springer-Vieweg, Wiesbaden, 2013
- [HEIS13] Heißing, B.; Ersoy, M.; Gies, S. (Hrsg.): Fahrwerkhandbuch, 4. Aufl., Springer-Vieweg, Wiesbaden, 2013
- [HOEP13] Hoepke, E.; Breuer, S. (Hrsg.): Nutzfahrzeugtechnik, 7. Aufl., Springer-Vieweg, Wiesbaden, 2013
- [SCHU13] Schütz, T. (Hrsg.): Hucho-Aerodynamik des Automobils, 6. Aufl., Springer-Vieweg, Wiesbaden, 2013

Dieses Kapitel dient zur Vorbereitung auf die nachfolgenden Überlegungen ab Kap. 13 und soll gleichzeitig eine kleine Wiederholung der Schwingungslehre sein. Als Beispiel für die Einführung werden einfache Einmassensysteme verwendet, die als Ersatzsysteme für Sitz-Mensch, für Motorlagerung, für landwirtschaftliche Fahrzeuge und Baumaschinen (diese federn nur auf den Reifen) und für spezielle Anregungen durch Unebenheiten, Rad/Reifen und Verbrennungsmotor angesehen werden können. Danach wird auf die Schwingungsanregungen allgemein und speziell auf die Fahrbahnunebenheiten eingegangen und weiterhin eine mathematische Methode zur Behandlung regelloser Schwingungen gezeigt.

11.1 Einmassensystem

Abbildung 11.1 zeigt ein Einmassensystem mit der Masse m , die sich in z -Richtung bewegt und hier durch eine Unebenheitsfunktion h angeregt wird. Das Rad sei masselos und folge den Unebenheiten, d. h. es springt nicht von der Fahrbahn ab. $z = 0$ entspricht der statischen Ruhelage, d. h. die Einfederung durch das Gewicht mg ist schon berücksichtigt. Die Bewegungsgleichung lautet dann

$$m\ddot{z} = -F_{\text{Fdyn}} - F_D \quad (11.1)$$

mit der Federkraftschwankung (dynamische Zusatzkraft)

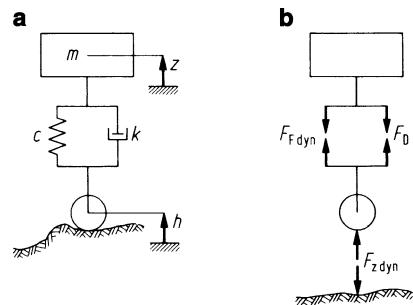
$$F_{\text{Fdyn}} = c(z - h) \quad (11.2)$$

und der Dämpferkraft

$$F_D = k(\dot{z} - \dot{h}). \quad (11.3)$$

Beide Kräfte sollen proportional dem Relativweg $\Delta z_{\text{dyn}} = (z - h)$ bzw. der Relativgeschwindigkeit $\Delta \dot{z}_{\text{dyn}} = (\dot{z} - \dot{h})$ mit der Federkonstanten c und der Dämpfungskonstanten k

Abb. 11.1 Einmassensystem. **a** Schema mit Masse m , Federkonstante c und Dämpferkonstante k ; **b** Federkraftschwankung F_{dyn} , Dämpferkraft F_D und Radlastschwankung $F_{z\text{dyn}}$



(Abb. 11.2) sein. Damit liegt ein lineares System und durch Einsetzen von (11.2) und (11.3) in (11.1) eine lineare Differenzialgleichung

$$m\ddot{z} + k\dot{z} + cz = k\dot{h} + ch \quad (11.4)$$

vor. Die auf der rechten Seite der Gleichung stehende, von der Zeit t abhängige Funktion h regt das System zu Schwingungen an und wird als „Erregerfunktion“, später als „Unebenheitsfunktion“ („Hindernisfunktion“) bezeichnet.

Die Lösung der obigen inhomogenen Gleichung setzt sich aus zwei Teillösungen zusammen: aus der Lösung z_{hom} der homogenen Gleichung, bei der die rechte Seite zu Null gesetzt wird, und aus dem Partikularintegral $z_{\text{part.}}$ für das die rechte Seite der Gleichung nicht Null ist. Die Gesamtlösung der linearen Differenzialgleichung lautet dann

$$z = z_{\text{hom}} + z_{\text{part.}} \quad (11.5)$$

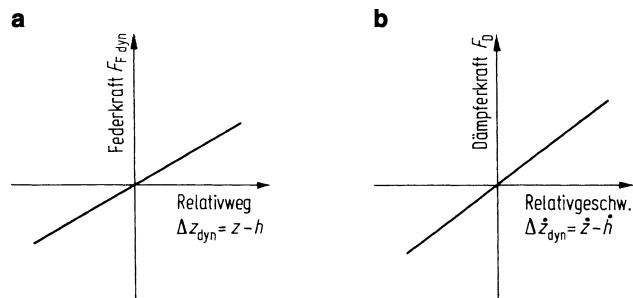
11.1.1 Eigenschwingungen

In diesem Abschnitt wird nur die Lösung der homogenen Gleichung

$$m\ddot{z} + k\dot{z} + cz = 0$$

gesucht.

Abb. 11.2 Lineare Kennlinien für Feder (a) und Dämpfer (b)



Durch Division mit m und nach Einführung der Abkürzungen (die später noch benannt werden)

$$\sigma = \frac{k}{2m} \quad (11.6)$$

und

$$\nu^2 = \frac{c}{m} \quad (11.7)$$

lautet die homogene Gleichung

$$\ddot{z} + 2\sigma\dot{z} + \nu^2 z = 0. \quad (11.8)$$

Zusatzinformation

Dies ist eine in der Schwingungslehre und Regelungstechnik viel diskutierte Gleichung. Der Ansatz für deren Lösung ist, wie aus der Mathematik bekannt

$$z_{\text{hom}} = Z e^{\lambda t}. \quad (11.9)$$

Wird dieser Ansatz mit dessen Ableitungen $\dot{z}_{\text{hom}} = Z\lambda e^{\lambda t}$ und $\ddot{z}_{\text{hom}} = Z\lambda^2 e^{\lambda t}$ in (11.8) eingesetzt, so gilt

$$(\lambda^2 + 2\sigma\lambda + \nu^2)Z e^{\lambda t} = 0. \quad (11.10)$$

In dieser Gleichung kann $Z e^{\lambda t}$ nicht gleich Null sein, weil dann nach (11.9) gar keine Bewegung z auftritt, was ja nicht der Sinn dieser Rechnung sein kann. Folglich ist

$$\lambda^2 + 2\sigma\lambda + \nu^2 = 0. \quad (11.11)$$

Aus dieser sog. „charakteristischen Gleichung“ ergeben sich zwei Lösungen

$$\lambda_{1,2} = -\sigma \pm \sqrt{\sigma^2 - \nu^2}, \quad (11.12)$$

und damit setzt sich auch die Bewegung nach (11.9) aus zwei Anteilen

$$z_{\text{hom}} = Z_1 e^{\lambda_1 t} + Z_2 e^{\lambda_2 t} \quad (11.13)$$

zusammen. Der zeitliche Verlauf der Bewegung wird charakterisiert durch die beiden λ -Werte. Von den verschiedenen, grundsätzlich möglichen Lösungswerten interessiert bei den Schwingungen eigentlich nur der Fall, bei dem $\sigma > 0$ und der Wurzelausdruck nicht mehr reell ist, d.h. bei dem $\nu^2 > \sigma^2$ ist. Mit der Abkürzung

$$v_d = \sqrt{\nu^2 - \sigma^2} \quad (11.14)$$

lauten die Lösungen

$$\lambda_{1,2} = -\sigma \pm jv_d.$$

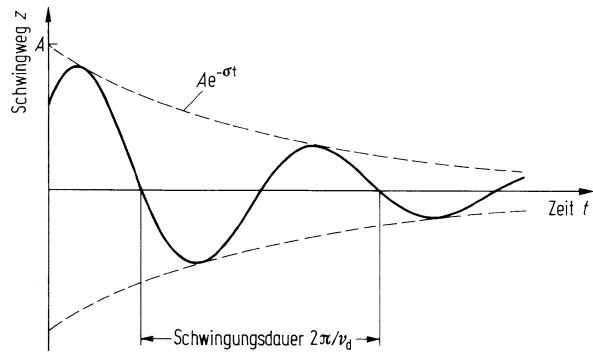
Zu den konjugiert komplexen Wurzeln der charakteristischen Gleichung gehören auch konjugiert komplexe Amplituden

$$Z_{1,2} = \frac{1}{2}(B \pm jC),$$

sodass entsprechend (11.13) die Bewegung nach

$$z_{\text{hom}} = \frac{1}{2}(B + jC) \exp[(-\sigma + jv_d)t] + \frac{1}{2}(B - jC) \exp[(-\sigma - jv_d)t]$$

Abb. 11.3 Charakteristische Werte der gedämpften Eigenschwingung des Einmassensystems



abläuft. Umgeschrieben ist

$$z_{\text{hom}} = \frac{1}{2} B \exp(-\sigma t) [\exp(j\nu_d t) + \exp(-j\nu_d t)] + \frac{1}{2} j C \exp(-\sigma t) [\exp(j\nu_d t) - \exp(-j\nu_d t)],$$

und mithilfe der Eulerschen Gleichung

$$\exp(\pm j\nu_d t) = \cos \nu_d t \pm j \sin \nu_d t$$

lautet die Lösung der homogenen Gleichung

$$z_{\text{hom}} = e^{-\sigma t} (B \cos \nu_d t - C \sin \nu_d t). \quad (11.15)$$

Die Bewegung ist nach Abb. 11.3 also eine Schwingung mit der Kreisfrequenz ν_d bzw. der Schwingungsdauer $2\pi / \nu_d$, deren Amplitude nach der Funktion $e^{-\sigma t}$ abklingt. Gleichung (11.15) kann umgeformt werden zu

$$z_{\text{hom}} = A e^{-\sigma t} \sin(\nu_d t + \alpha). \quad (11.16)$$

mit der Amplitude

$$A = \sqrt{B^2 + C^2} \quad (11.17)$$

und dem Phasenwinkel¹

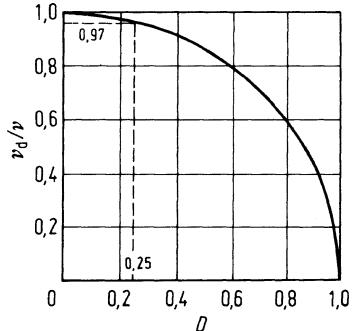
$$\tan \alpha = \frac{B}{-C}. \quad (11.18)$$

Diese abklingende Schwingung, meistens „gedämpfte Eigenschwingung“ genannt, wird charakterisiert durch die beiden Werte σ und ν_d . σ gibt an, wie schnell die Schwingung abklingt und wird deshalb als

$$\text{Abklingkonstante } \sigma = \frac{k}{2m}$$

¹ Das negative Vorzeichen im Nenner weist darauf hin, dass α im vierten Quadranten liegt.

Abb. 11.4 Abhängigkeit des Verhältnisses der gedämpften Eigenkreisfrequenz $\nu\pi_d$ zur ungedämpften Eigenkreisfrequenz ν vom Dämpfungsmaß D



bezeichnet (11.6). ν_d (vgl. (11.14)) ist die

$$\text{gedämpfte Eigenkreisfrequenz } \nu_d = \sqrt{\nu^2 - \sigma^2}.$$

Ist $\sigma = 0$, so klingt die Schwingung nicht ab, sie ist also ungedämpft. Dann ist $\nu_d = \nu$, und ν wird deshalb als

$$\text{ungedämpfte Eigenkreisfrequenz } \nu = \sqrt{\frac{c}{m}}$$

bezeichnet (vgl. (11.7)).²

Als weitere Größe wird das dimensionslose

$$\text{Dämpfungsmaß } D = \frac{\sigma}{\nu} = \frac{k}{2\sqrt{cm}} = \frac{kv}{2c} = \frac{k}{2vm} \quad (11.19)$$

eingeführt und später häufig benutzt. In (11.14) eingesetzt, wird

$$\nu_d = \nu\sqrt{1 - D^2}, \quad (11.20)$$

was nach der Darstellung in Abb. 11.4 einen Kreis ergibt. (Ist $0 < D < 1$, dann gibt es eine gedämpfte Schwingung, mit $D > 1$ eine Kriechbewegung.)

Bei Fahrzeugschwingungen unter Beteiligung hydraulischer Dämpfung liegt D häufig um 0,25. Nach Abb. 11.4 gilt damit in etwa $\nu_d \approx \nu$.

11.1.2 Erregerschwingungen

Hier wird die Lösung z_{part} gesucht, s. (11.5). Sie ist vor allen Dingen dann wichtig, wenn die Erregerfunktion h länger andauert, weil die Bewegung z des Systems nach einiger Zeit nur

² Für die Eigenfrequenzen in der Dimension Anzahl der Schwingungen pro s [Hz] wird keine eigene Abkürzung eingeführt, sondern einfach $\nu_d/2\pi$ bzw. $\nu/2\pi$ geschrieben.

von z_{part} bestimmt wird, z_{hom} geht ja mit der Zeit gegen Null. Die am häufigsten verwendete Erreger- oder Störfunktion ist die harmonische Funktion

$$h = \hat{h} \sin(\omega t + \varepsilon) \quad (11.21)$$

mit der Erregeramplitude \hat{h} , der Erregerkreisfrequenz ω und einem Phasenwinkel ε . Es ist üblich und für das Aufsuchen der Lösung zweckmäßiger, die Erregerfunktion nicht in der Form von (11.21), sondern in komplexer Form

$$h = \underline{\hat{h}} e^{j\omega t} \quad (11.22)$$

mit der komplexen Amplitude $\underline{\hat{h}}$ zu schreiben.³ Der Lösungsansatz der inhomogenen Gleichung (11.4) lautet, da bei linearen Systemen und harmonischer Erregung auch die erzwungenen Bewegungen und Kräfte harmonisch sind,

$$z_{\text{part}} = \underline{\hat{z}} e^{j\omega t}. \quad (11.23)$$

Die Bewegung der Masse hat die gleiche Kreisfrequenz ω wie die Erregung, nur die komplexen Amplituden sind verschieden. Eingesetzt in (11.4) ergibt sich

$$(-m\omega^2 + jk\omega + c)\underline{\hat{z}} = (jk\omega + c)\underline{\hat{h}}. \quad (11.24)$$

Bei gegebenem $\underline{\hat{h}}$ ist also $\underline{\hat{z}}$ berechenbar und umgekehrt. Wie dies geschieht, wird zunächst der Anschaulichkeit halber in der Gaußschen Ebene gezeigt. Dazu wird angenommen, $\underline{\hat{z}}$ sei bekannt und $\underline{\hat{h}}$ wird gesucht. $\underline{\hat{z}}$ wird in die reelle Achse gelegt und dem Vektor eine bestimmte Länge $|\underline{\hat{z}}| = \hat{z}$ gegeben (s. Abb. 11.5). $\underline{\hat{z}}$ ist nach (11.24) mit c zu multiplizieren. Darauf senkrecht steht ein Vektor $k\omega\underline{\hat{z}}$, dessen Länge von k und dem gewählten ω abhängt. Darauf wiederum senkrecht und in Richtung der negativen reellen Achse zeigend steht $m\omega^2\underline{\hat{z}}$. Die Resultierende aus den drei Vektoren ist nach (11.24) gleich $(jk\omega + c)\underline{\hat{h}}$. Da $jk\omega\underline{\hat{h}}$ und $c\underline{\hat{h}}$ aufeinander senkrecht stehen, sind $c\underline{\hat{z}}$ und $\underline{\hat{h}}$ der Vektor $\underline{\hat{h}}$ leicht zu finden.

Hieraus ersieht man, dass die Längen der Zeiger $|\underline{\hat{z}}| = \hat{z}$ und $|\underline{\hat{h}}| = \hat{h}$ in der Gaußschen Ebene verschieden groß sind und dass zwischen $\underline{\hat{z}}$ und $\underline{\hat{h}}$ eine Phasenverschiebung α besteht.

Abbildung 11.6 zeigt die Lage der Zeiger $\underline{\hat{z}}$ und $\underline{\hat{h}}$ für verschiedene ω .

Aus diesem Zeigerfeld können $\underline{\hat{h}}$ und α entnommen werden. Man kann das reelle Amplitudenverhältnis $|\underline{\hat{z}}/\underline{\hat{h}}| = \hat{z}/\hat{h}$ und den Phasenwinkel α aber auch getrennt über der Erregerkreisfrequenz auftragen (Abb. 11.7). $\underline{\hat{z}}/\underline{\hat{h}}$ für eine Erregerkreisfrequenz ω nennt man Vergrößerungsfaktor, die Abhängigkeit von ω Vergrößerungsfunktion.

³ Der Realteil von (11.22) ist $h = \operatorname{Re}\{\underline{\hat{h}} e^{j\omega t}\} = \operatorname{Re}\{\hat{h} e^{j\varepsilon} e^{j\omega t}\} = \hat{h} \cos(\omega t + \varepsilon)$ und der Imaginärteil $\underline{h} = \operatorname{Im}\{\underline{\hat{h}} e^{j\omega t}\} = \operatorname{Im}\{\hat{h} e^{j\varepsilon} e^{j\omega t}\} = \underline{\hat{h}} \sin(\omega t + \varepsilon)$. Die komplexe Amplitude $\underline{\hat{h}} = \hat{h} e^{j\varepsilon}$ beinhaltet die reelle Amplitude h und den Phasenwinkel ε .

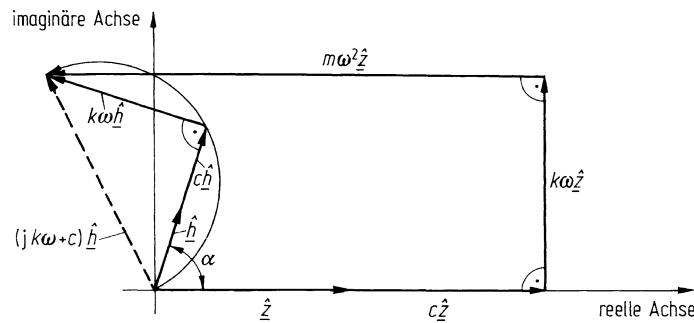


Abb. 11.5 Zeigerdiagramm zur Darstellung der erzwungenen Schwingung eines Einmassensystems nach (11.24)

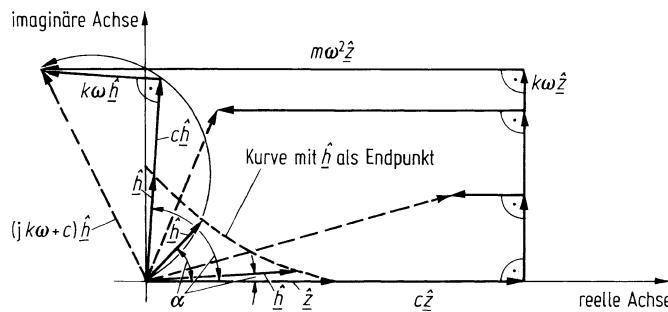
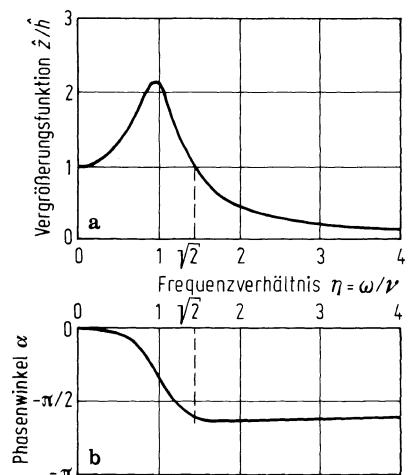


Abb. 11.6 Zeigerdiagramm entsprechend Abb. 11.5 für verschiedene Erregerkreisfrequenzen ω

Abb. 11.7 a, b Vergrößerungsfunktion \hat{z}/\hat{h} und Phasenwinkel α der Schwingwege beim Einmassensystem über der Erregerkreisfrequenz ω für das Dämpfungsmaß $D = 0,27$. ν = ungedämpfte Eigenkreisfrequenz



Bei $\omega = 0$ ist $\hat{z} = \hat{h}$ und $\alpha = 0$. In der Nähe der Eigenkreisfrequenz $\omega \approx \nu$ – im sog. Resonanzfall – wird \hat{z} am größten und geht dann mit wachsendem ω gegen Null.

Vergrößerungsfunktion und Phasenwinkel lassen sich gemeinsam aus der komplexen Vergrößerungsfunktion

$$\frac{\hat{z}}{\hat{h}} = \frac{c + jk\omega}{(-m\omega^2 + c) + jk\omega}, \quad (11.25)$$

gewonnen aus (11.24), bestimmen. Wird durch c dividiert, das Frequenzverhältnis

$$\eta = \omega / \nu \quad (11.26)$$

mit der ungedämpften Eigenkreisfrequenz $\nu = \sqrt{c/m}$ nach (11.7) und das Dämpfungsmaß D nach (11.19) eingeführt, so ist

$$\frac{\hat{z}}{\hat{h}} = \frac{1 + j2D\eta}{(1 - \eta^2) + j2D\eta}, \quad (11.27)$$

Die komplexe Vergrößerungsfunktion ist also nur von zwei dimensionslosen Größen abhängig, dem Dämpfungsmaß D und dem Frequenzverhältnis η .

Zusatzinformation

Schreibt man allgemein

$$\frac{\hat{z}}{\hat{h}} = \frac{A + jB}{C + jD},$$

so erhält man daraus die reelle Vergrößerungsfunktion

$$\frac{\hat{z}}{\hat{h}} = \sqrt{\frac{A^2 + B^2}{C + D}} \quad (11.28)$$

und den Phasenwinkel

$$\tan \alpha = \frac{BC - AD}{AC + BD}. \quad (11.29)$$

11.2 Fahrzeugtechnische Anwendungen

Mit dem einfachsten Schwingungssystem, dem Einmassensystem und den in Abschn. 11.1.2 behandelten Erregerschwingungen lassen sich die ersten fahrzeugtechnischen Aussagen gewinnen.

11.2.1 Vergleich hydraulische Dämpfung, Gummi- und Luftdämpfung

In Abb. 11.1a war ein Schwingungsdämpfer (hydraulischer Dämpfer) einer (Stahl-)Feder parallel geschaltet, sog. Kelvin-Modell, s. Tab. 11.1, linke Spalte. Nun gibt es in Kraftfahrzeugen bei Reifen, Motor- und Fahrwerkslagerungen sehr häufig Elemente aus Gummi bzw. Elastomeren, die ebenfalls federn und dämpfen, aber einem anderen Gesetz folgen. Dies kann näherungsweise [HARR76] über das sog. Gehmann-Modell, bei dem der Dämpfer mit einer Zusatzfeder in Reihe geschaltet ist und beide parallel zu einer Hauptfeder arbeiten, abgeleitet werden, s. Tab. 11.1, rechte Spalte. Das vergleichende Ergebnis – jeweils lineare Beziehungen vorausgesetzt – lautet:

- Bei der Kombination Feder und hydraulischer Dämpfer ist
 - die Federsteifigkeit $c = \text{const}$, s. Diagramm a in Tab. 11.1,
 - die Dämpfungskonstante $k = \text{const}$, also das Verhältnis Dämpferkraft zu Relativgeschwindigkeit, s. Diagramm b in Tab. 11.1,
 - bzw. das Verhältnis Dämpferkraft zu Relativweg $k\omega \sim \dot{z}$, s. Diagramm c.
- Beim Gummielement
 - vergrößert sich die Steifigkeit c^* mit der Frequenz, nach Diagramm d allerdings nur wenig,
 - verringert sich die Dämpfungskonstante k^* nach Diagramm e mit der Frequenz,
 - bzw. der Wert $k^*\omega$ ist nach Diagramm f für das dort angegebene Beispiel zwischen 6 und 20 Hz etwa konstant.

Danach liegt der wesentliche Unterschied in der Dämpfung. Bei der hydraulischen ist die Dämpferkraft F_D proportional der Relativgeschwindigkeit \dot{z} ,

$$\hat{F}_D = k \cdot \hat{z} \text{ mit } k = \text{const} \text{ wird } \hat{F}_D \sim \hat{z}. \quad (11.30)$$

Beim Gummielement ist die Dämpferkraft zwar auch der Relativgeschwindigkeit entgegen gerichtet, aber die Größe ist mit der o. g. Näherung $k^*\omega \approx \text{const}$ proportional dem Relativweg

$$\hat{F}_D = k^* \hat{z} = k^* \omega \hat{z}, \text{ mit } k^* \omega = \text{const} \text{ wird } \hat{F}_D \sim \hat{z}. \quad (11.31)$$

Der weitere wesentliche Unterschied zwischen den beiden Dämpfungen ist neben dem Dämpfungsgesetz noch folgender: Will man eine starke Dämpfung haben, dann kann man das nur durch Einbau eines Schwingungsdämpfers, also eines hydraulischen Dämpfers erreichen, hingegen nicht durch die Gummidämpfung, sie ist zu klein.

Bei der Gummidämpfung verwendet man drei spezielle Ausdrücke: den dimensionslosen Verlustfaktor

$$d = \frac{k^* \omega}{c^*} = \tan \delta, \quad (11.32)$$

Tab. 11.1 Vergleich zwischen Feder und hydraulischer Dämpfung mit einem Gummielement

	Feder und hydraulische Dämpfung (Kelvin - Modell)	Näherung für Gummielemente (Gehmann - Modell)
Modell		
Kraft	$F = c z + k \dot{z}$	$F = Z + Z' = c z + c' z'$ $Z' = c' z' = k' (\dot{z} - \dot{z}')$
Vergrößerungsfunktionen	Feder- und Dämpferkraft $\hat{F} = (c + jk\omega) \hat{z}$	$\hat{F} = (c^* + jk^*\omega) \hat{z}$ mit $c^* = c + c' \frac{(k'\omega/c')^2}{1 + (k'\omega/c')^2}$ $k^*\omega = k'\omega \frac{1}{1 + (k'\omega/c')^2}$
	Federkraft $\hat{F}_F / \hat{z} = c$	$\hat{F}_F / \hat{z} = c^*$
	Dämpferkraft $\hat{F}_D / \hat{z} = k$ bzw. $\hat{F}_D / \hat{z} = k\omega$	$\hat{F}_D / \hat{z} = k^*$ bzw. $\hat{F}_D / \hat{z} = k^*\omega$

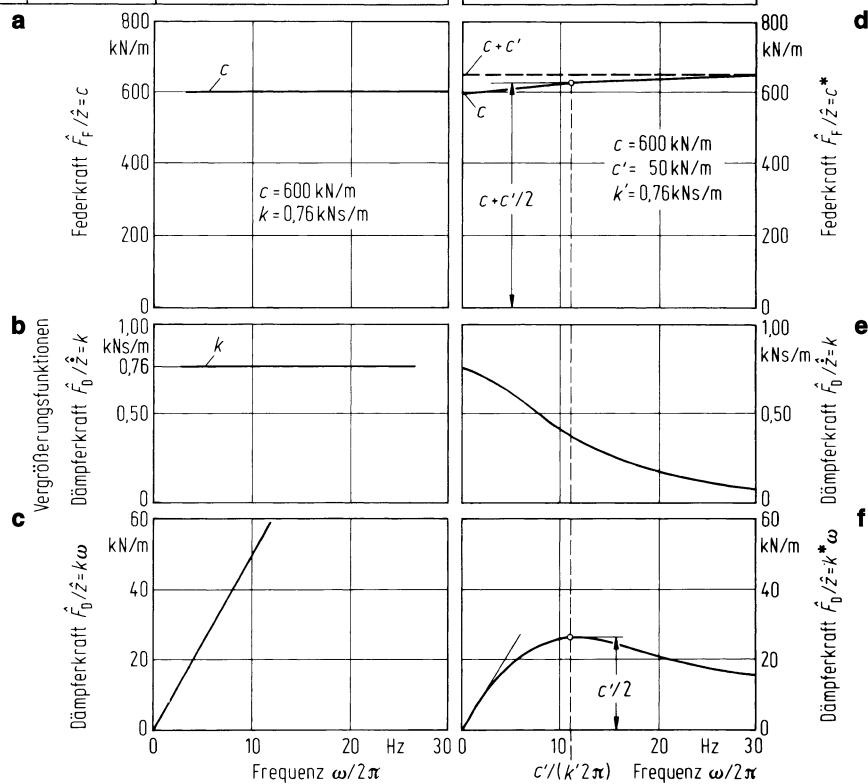
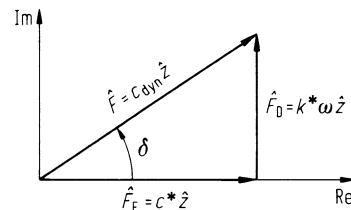


Abb. 11.8 Zur Erläuterung spezieller Ausdrücke bei Gummielementen



den Verlustwinkel δ , das ist der Phasenwinkel in der komplexen Ebene nach Abb. 11.8, und die dynamische Federsteifigkeit c_{dyn} , die sich aus der geometrischen Summe von Feder- und Dämpferkraft bezogen auf die Wegamplitude ergibt.

Die Näherung der Kurve in Tab. 11.1, Diagramm f durch $k^* \omega \approx \text{const}$ für einen bestimmten Frequenzbereich wurde bei der Beschreibung der Reifendämpfung in Abschn. 2.2.2 angewendet.

Die Luftdämpfung [MUEL05, NABE11] entspricht der Gummidämpfung, s. Tab. 11.2. Die Luftdämpfung ist also gut für die Motor- und Rad-Reifen-Anregung, nicht so gut bei Unebenheitsanregungen. Dann wird im Bereich der Radeigenfrequenz zu wenig gedämpft.

11.2.2 Verschiedene Anregungen

In der Fahrzeugtechnik gibt es drei wichtige Anregungen, die man nach fahrzeugexternen und fahrzeuginternen Anregungen unterteilt:

- Unebenheiten (extern)
- Verbrennungsmotor (intern)
- Rad/Reifen (intern) in Folge von
 - Unwucht
 - Höhenschlag und Reifenungleichförmigkeit.

Die Ergebnisse sind einander sehr ähnlich und deshalb in Tab. 11.2 zusammengefasst.

11.2.2.1 Erregerschwingungen durch Unebenheiten

In Abschn. 11.1.2 wurde schon die Anregung durch Unebenheiten behandelt und die komplexe Vergrößerungsfunktion \hat{z}/\hat{h} , bestehend aus der reellen Vergrößerungsfunktion \hat{z}/\hat{h} und dem Phasenwinkel α , berechnet, s. Abb. 11.7. Für die fahrzeugtechnische Betrachtung ist meistens, wie aus Abschn. 11.4 hervorgehen wird, nicht die komplexe Vergrößerungsfunktion wichtig, sondern nur die reelle, d. h., die Größe des Phasenwinkels spielt keine Rolle. Weiterhin ist, wie in Abschn. 12.3 noch gezeigt wird, nicht die Aufbaubewegung z , sondern die Aufbaubeschleunigung \ddot{z} als Maß für den Fahrkomfort und die Radlastschwankung F_{zdyn} zur Beurteilung der Fahrsicherheit wesentlich.

Tab. 11.2 Erregerschwingungen von Einmassensystemen bei verschiedenen Anregungsarten und Dämpfungen

Anregung durch	Ersatzsystem	Vergrößerungsfunktion hydraulische Dämpfung
Unebenheiten $h = \hat{h} \sin \omega t$		$\frac{\hat{z}}{\hat{h}} = \nu^2 \eta^2 \sqrt{\frac{1+4D^2\eta^2}{(1-\eta^2)^2 + 4D^2\eta^2}}$ $\hat{F}_z / \hat{h} = m \hat{z} / \hat{h}$
Motor $F = a \omega^2 \sin \omega t$		$\frac{\hat{F}_L}{a} = \nu^2 \eta^2 \sqrt{\frac{1+4D^2\eta^2}{(1-\eta^2)^2 + 4D^2\eta^2}}$
Unwucht $F_U = m_U f_U \omega^2 \sin \omega t$		$\frac{\hat{F}_U}{m_U f_U} = \nu_1^2 \eta_1^2 \sqrt{\frac{(c_1 + c_2)^2 + 4D_1^2\eta_1^2}{(1-\eta_1^2)^2 + 4D_1^2\eta_1^2}}$
Rad / Reifen Höhenschlag $F_1 = c_1 \Delta r \sin \omega t$ (Rad dreht sich um Schwerpunkt SP)		$\frac{\hat{F}_1}{\Delta r} = c_1 \sqrt{\frac{(c_1 + c_2)^2 + 4D_1^2\eta_1^2}{(1-\eta_1^2)^2 + 4D_1^2\eta_1^2}}$
Radialkraftschwankung (TNU) $F_1 = c_1 z_1$ $c_1 = \bar{c}_1 + c'_1 \sin \omega t$		

Tab. 11.2 Fortsetzung

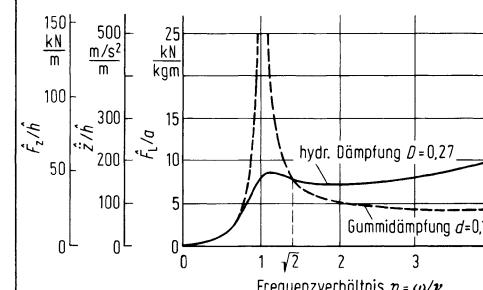
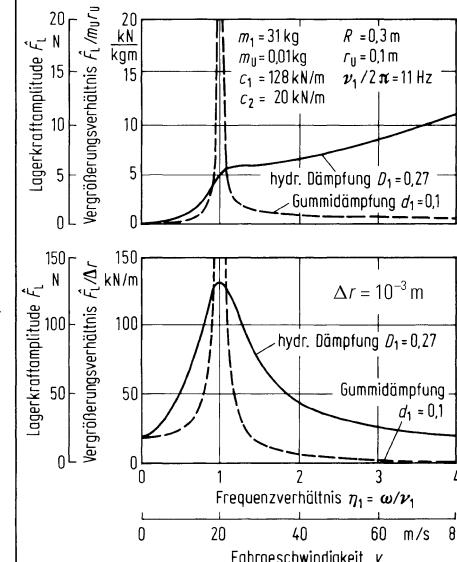
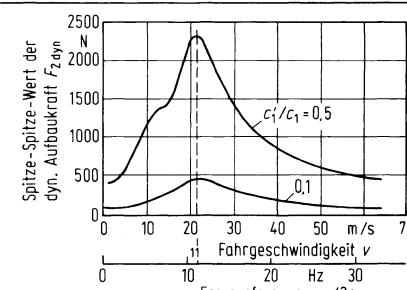
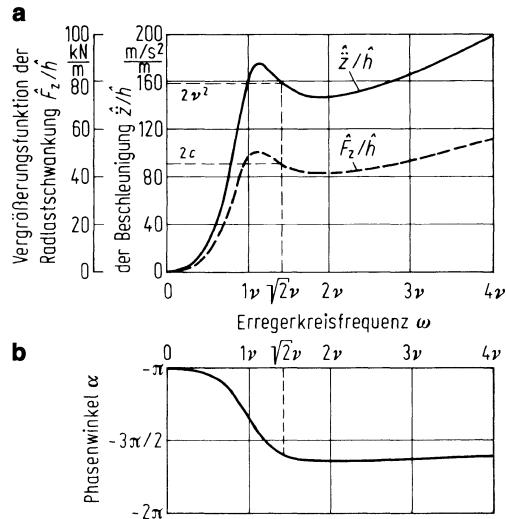
Vergrößerungsfunktion Gummidämpfung	Abkürzungen	Diagramme
$\frac{\hat{z}}{h} = \nu^2 \eta^2 \sqrt{\frac{1}{(1-\eta^2)^2 + d^2}}$ $\hat{F}_z/h = m \frac{\hat{z}}{h}$	$\nu = \sqrt{\frac{c}{m}} ; \eta = \omega/\nu$ $D = \frac{k}{2\sqrt{cm}}$ $d = \frac{k^* \omega}{c}$ Beispiel: bei Unebenheiten $\nu/2\pi = \sqrt{2} \text{ Hz}$ $m = 288 \text{ kg}$ bei Motor $\nu/2\pi = 10 \text{ Hz}$	
$\frac{\hat{F}_L}{a} = \nu^2 \eta_1^2 \sqrt{\frac{(c_2/c_1+c_2)^2}{(1-\eta_1^2)^2 + (c_2/c_1+d_1)^2}}$	$\nu_1 = \sqrt{\frac{c_1+c_2}{m_1}} ; \eta_1 = \omega/\nu_1$ $D_1 = \frac{k_2}{2\sqrt{(c_1+c_2)m_1}}$ $d_1 = \frac{k^* \omega}{c_2}$ $\omega = \nu/R$ <i>v</i> Fahrgeschwindigkeit <i>R</i> dyn. Reifenhalbmesser	
		

Abb. 11.9 a Vergrößerungsfunktionen und **b** Phasenwinkel von Beschleunigung und Radlastschwankung für das Einmassensystem nach Abb. 11.1, $c = 22,74 \text{ kN/m}$, $m = 288 \text{ kg}$, $\nu/2\pi = \sqrt{2} \text{ Hz}$, $D = 0,27$



Die Aufbaubeschleunigung ist nach (11.23)

$$\ddot{z}_{\text{part}} = \hat{\underline{z}} e^{j\omega t} = -\omega^2 \hat{\underline{z}} e^{j\omega t} \quad (11.33)$$

und das reelle Amplitudenverhältnis mit (11.27) und (11.28)

$$\frac{\hat{\underline{z}}}{\hat{h}} = \omega^2 \frac{\hat{\underline{z}}}{\hat{h}} = \nu^2 \eta^2 \sqrt{\frac{1 + 4D^2\eta^2}{(1 - \eta^2)^2 + 4D^2\eta^2}}, \quad (11.34)$$

s. Abb. 11.9a.

Die Radlast setzt sich aus einem statischen und einem dynamischen Anteil zusammen

$$F_z = F_{z\text{stat}} + F_{z\text{dyn}}, \quad (11.35)$$

wobei in dem einfachen Fall des Einmassensystems mit der Radmasse gleich Null

$$F_{z\text{stat}} = mg \quad (11.36)$$

und nach Abb. 11.1b und (11.1)

$$F_{z\text{dyn}} = -F_{\text{FDyn}} - F_D = m\ddot{z} \quad (11.37)$$

ist. Mit dem Ansatz

$$F_{z\text{dyn}} = \hat{F}_z e^{j\omega t} \quad (11.38)$$

ist das Verhältnis der Radlastamplitude \hat{F}_z zur Unebenheitsamplitude \hat{h}

$$\frac{\hat{F}_z}{\hat{h}} = m \frac{\hat{\underline{z}}}{\hat{h}} = c\eta^2 \sqrt{\frac{1 + 4D^2\eta^2}{(1 - \eta^2)^2 + 4D^2\eta^2}}, \quad (11.39)$$

s. Abb. 11.9a. Die Proportionalität zwischen Radlast und Aufbaubeschleunigung gibt es nur beim Einmassensystem.

Die Vergrößerungsfunktion der Beschleunigung \hat{z}/\hat{h} hat bei $\omega \approx v$ ein Maximum (sog. Resonanzspitze), fällt mit wachsendem ω ab, steigt dann aber – im Gegensatz zur Vergrößerungsfunktion des Weges \hat{z}/\hat{h} – wieder an. (Nach (11.34) überwiegt der Anstieg von ω^2 den Abfall von \hat{z}/\hat{h} , vgl. Abb. 11.9a mit 11.7a.)

In Tab. 11.2, obere Zeile, stehen die eben abgeleiteten Vergrößerungsfunktionen mit hydraulischer Dämpfung neben denen mit Gummidämpfung. $4D^2\eta^2$ wird durch d^2 und $1+d^2$ durch 1 ersetzt. Weiterhin sind die Vergrößerungsfunktionen \hat{z}/\hat{h} und \hat{F}_z/\hat{h} zu sehen. Im Resonanzgebiet $\eta \approx 1$ ergibt die kleine Gummidämpfung eine hohe Spurze, im überkritischen Bereich $\eta > \sqrt{2}$ dagegen kleine Werte.

11.2.2.2 Erregerschwingungen durch Motoranregung

Die Masse m eines Antriebsaggregates (Motor und Kennungswandler) wird nach Tab. 11.2, 2. Zeile, durch die Massenbeschleunigungen der hin- und hergehenden Kolben in einem Verbrennungsmotor mit einer Kraft $F = a\omega^2 \sin \omega t$ zu Schwingungen angeregt (ausführliche Betrachtung in Kap. 18). Diese ergeben am Motorlager mit der Feder- und Dämpferkonstanten c und k eine Lagerkraft F_L , die zwischen Aggregat und Karosserie wirkt und letztlich die Karosserie für die Insassen fühlbaren und hörbaren Schwingungen anregt. Die Gleichungen für die Vergrößerungsfunktion \hat{F}_L/a nebst Diagramm stehen ebenfalls in Tab. 11.2.

Danach entspricht die Lagerkraft F_L bei Motoranregung der Massenbeschleunigung \hat{z} bei Unebenheitsanregung. Fahrzeugtechnisch hingegen gibt es einen großen Unterschied: Während bei der Unebenheitsanregung auch kleine Erregerfrequenzen ω auftreten können und damit auch der Resonanzfall $\omega = v$, wird bei der Motoranregung die kleinste Erregerfrequenz durch die Leerlaufdrehzahl des Verbrennungsmotors bestimmt, und bei richtiger Auslegung des Aggregates auf seinen Lagern ist $\omega > v$. Unter der Voraussetzung $\omega > \sqrt{2}v$ ist die Gummidämpfung gegenüber der hydraulischen Dämpfung besser, weil sie die kleineren Lagerkräfte ergibt.

11.2.2.3 Erregerschwingungen durch Rad-Reifenanregungen

Durch Unvollkommenheiten am rollenden Rad mit Reifen ergeben sich über die Radaufhängung Schwingungsanregungen für die Karosserie. Wieder an einfachen Einmassensystemen (Radmasse m_1 bewegt sich zwischen Aufbau- und Reifenfeder mit den Konstanten c_2 und c_1 . Die Karosserie bewegt sich nicht, s. Abb. 11.12a) soll das Wesentliche aufgezeigt werden.

a) Unwucht

Nach Tab. 11.2, 3. Zeile, bewirkt am Rad eine Unwuchtmasse m_U am Radius r_U eine Vertikalkraft $F_U = m_U r_U \omega^2 \sin \omega t$ mit der Erregerkreisfrequenz

$$\omega = \frac{v}{R} \quad \text{bzw.} \quad \frac{\omega}{2\pi} = \frac{v}{2\pi R} \quad (11.40)$$

(Fahrgeschwindigkeit v , dynamischer Reifenhalbmesser R , Umfang des Rades $2\pi R$).

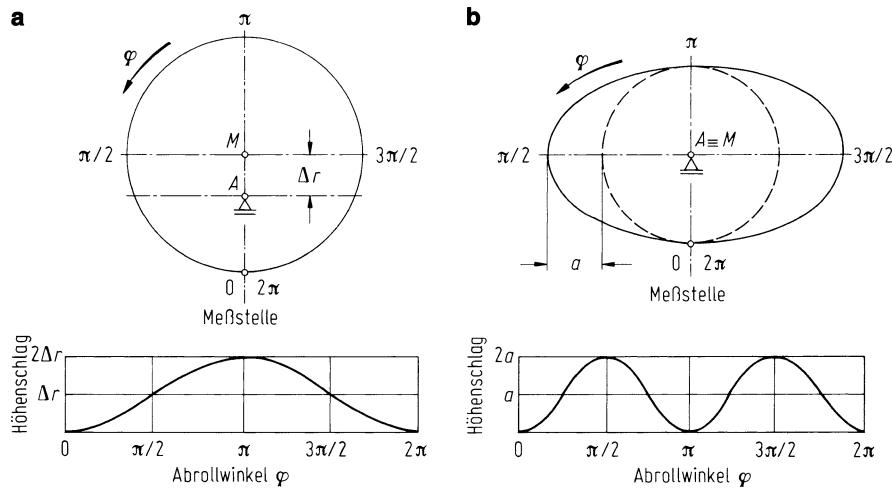


Abb. 11.10 Höhenschlag: **a** durch Exzentrizität, **b** durch Ovalität

Gleichungen und Diagramm zeigen die Auswertung für je ein Beispiel der beiden Dämpfungsarten. Da das Fahrzeug den Geschwindigkeitsbereich von Null bis v_{\max} durchfährt, durchfährt es auch das Resonanzgebiet. Hier ist die größere hydraulische Dämpfung eindeutig besser, im überkritischen Bereich dagegen die Gummidämpfung.

b) Höhenschlag

Rad und Reifen drehen sich nach Tab. 11.2, 4. Zeile, um die durch den Schwerpunkt SP gehende Achse, jedoch ist der geometrische Mittelpunkt des Rades, sein Kreismittelpunkt M , um den Höhenschlag Δr versetzt.

Im Gegensatz zur vorangegangenen Unwuchtbetrachtung, bei der die Schwingungsanregung mit ω^2 stieg und bei der hydraulischen Dämpfung die Vergrößerungsfunktion bei höheren Erregerfrequenzen mit ω wuchs, ist hier beim Höhenschlag die Anregung $\Delta r = \text{const.}$ Deshalb fällt im überkritischen Bereich auch bei der hydraulischen Dämpfung die Lagerkraftamplitude \hat{F}_L ab. Danach wird der Insasse eines Fahrzeugs den Höhenschlag vor allem in einem engen Geschwindigkeitsbereich spüren, bei dem Beispiel in Tab. 11.2 um $22 \text{ m/s} = 79 \text{ km/h}$. Sonst gilt die übliche Aussage: Im Resonanzbereich ist die hydraulische Dämpfung besser als die Gummidämpfung.

Beim Höhenschlag sind nicht nur Anregungen mit $1 \cdot \omega$, sondern auch mit $2 \cdot \omega$ möglich, s. Abb. 11.10.

c) Radialkraftschwankung

Fertigungstoleranzen bewirken Reifenungleichförmigkeiten, englisch: Tire Non Uniformity (TNU). Im Folgenden werden die Ungleichförmigkeiten in radialer Richtung, die sog. Radialkraftschwankungen behandelt. Diese kann man sich anhand eines einfachen „Federrades“ nach Abb. 11.11a vorstellen. Zwischen der Felge und dem Laufband des Reifens sitzen Elementarfedern, die die Federeigenschaften des Reifens charakteri-

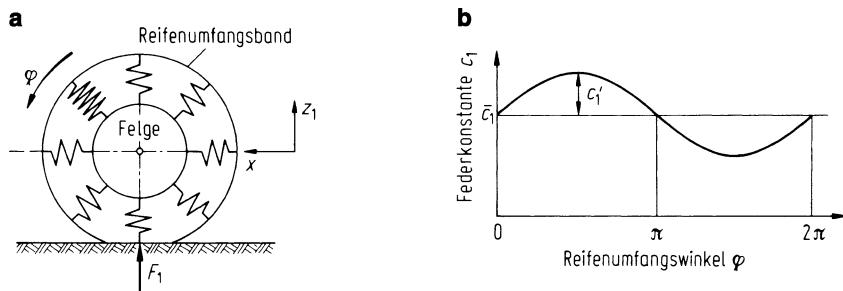


Abb. 11.11 a Idealisierte Darstellung der Reifen-Ungleichförmigkeit durch verschiedene steife Elementarfedern und dadurch entstehende Radlastschwankung F_1 ; b vereinfachte Darstellung der über dem Umfang veränderlichen Reifenfedersteifigkeit c_1

sieren sollen. Wird nun der Reifen um das Maß z_1 , an der Achse gemessen, eingedrückt, dann entsteht zwischen Rad und Fahrbahn eine Kraft

$$F_1 = c_1 z_1, \quad (11.41)$$

wobei c_1 die Federkonstante aller der Elementarfedern ist, die gerade im Latsch einfedern. Beim Abrollen des Rades um den Winkel φ bleibt die Kraft F_1 konstant, solange die Federn gleichmäßig steif sind. Sind diese Federn hingegen ungleich, dann wird bei festgehaltener Achse ($z_1 = \text{const}$) auch die Kraft im Rhythmus der Federhärten schwanken, es entsteht eine „Radialkraftschwankung“.

Wird die Änderung nach Abb. 11.11b vereinfachend als sinusförmig angenommen

$$c_1 = \bar{c}_1 + c'_1 \sin \varphi, \quad (11.42)$$

so ergibt sich die Kraft

$$F_1 = (\bar{c}_1 + c'_1 \sin \varphi) z_1. \quad (11.43)$$

Durch die veränderliche Kraft F_1 schwingt die Achse ($z_1 \neq \text{const}$) und damit auch der Fahrzeugaufbau. Wieder ein vereinfachtes Modell – ein Einmassenschwinger – vorausgesetzt, ergibt sich aus Abb. 11.12 die Bewegungsgleichung

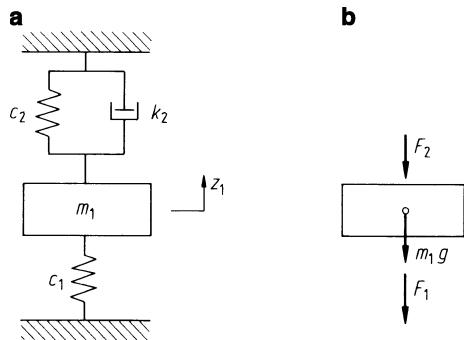
$$m_1 \ddot{z}_1 = -F_2 - F_1 - m_1 g, \quad (11.44)$$

$$F_2 = F_{20} + c_2 z_1 + k_2 \dot{z}_1 = F_{20} + F_{2\text{dyn}}. \quad (11.45)$$

F_2 ist die auf die Karosserie übertragene Kraft, F_{20} ist eine konstante Vorspannkraft aus dem anteiligen Aufbaugewicht, $F_{2\text{dyn}}$ die dynamisch veränderliche Kraft. Mit (11.43) und (11.41) ergibt sich aus (11.44) und (11.45) die Differenzialgleichung

$$m_1 \ddot{z}_1 + k_2 \dot{z}_1 + [c_2 + (\bar{c}_1 + c'_1 \sin \omega t)] z_1 = -F_{20} - m_1 g. \quad (11.46)$$

Abb. 11.12 a, b Einmassenschwinger mit Anregung durch Radialkraftschwankung. **a** Modell; **b** angreifende Kräfte



Bisher waren die Koeffizienten in den Differenzialgleichungen konstant, hier ist der Faktor von z_1 mit der Zeit t veränderlich, es liegt ein sog. rheolinearer Schwinger vor.

Abbildung 11.13 zeigt Rechenbeispiele. Der Reifen rollt nach Diagramm a mit $v = 11 \text{ m/s}$, was bei einem dynamischen Reifenhalbmesser $R = 0,31 \text{ m}$ einer Erregerfrequenz $\omega/2\pi = 5,65 \text{ Hz}$ bzw. einer Schwingungsdauer $2\pi/\omega = 0,18 \text{ s}$ entspricht. Nach Diagramm b wird das Schwingungssystem mit F_{20} der anteiligen Aufbaumasse belastet. Bei kleiner Reifenungleichförmigkeit, d. h. bei kleinen Werten von $c'_1/\bar{c}_1 = 0,1$ tritt nach dem Einschwingen eine (nahezu) sinusförmige Lagerkraft $F_{2\text{dyn}}$ auf, s. Diagramm c. Bei größeren $c'_1/\bar{c}_1 = 0,5$ treten auch Oberwellen auf, insgesamt entsteht also eine Schwingung in der Form $a_1 \sin 1\omega t + a_2 \sin 2\omega t$, s. Diagramm d. Die Oberwelle mit $2\omega/2\pi = 11,3 \text{ Hz}$ ist wegen der ungefähren Übereinstimmung mit der Radeigenfrequenz $v_1/2\pi = 11,0 \text{ Hz}$ besonders deutlich.

Das Diagramm rechts unten in Tab. 11.2 zeigt den Spitz-Spitze-Wert der Kraft $F_{2\text{dyn}}$ als Funktion der Fahrgeschwindigkeit v bzw. der ersten Erregerfrequenz $\omega/2\pi = v/2\pi R$. Gegenüber den bisherigen Resonanzkurven (außer bei denen mit ω^2 anwachsenden Erregerkräften wie Massenkraft am Motor und Unwucht am Rad) gibt es keine wesentlichen Unterschiede. Bei der Radeigenfrequenz $v_1/2\pi = 11 \text{ Hz}$ treten die größten Lagerkräfte auf, d. h., bei einer bestimmten Fahrgeschwindigkeit – hier bei etwa $22 \text{ m/s} \approx 79 \text{ km/h}$ – spüren die Insassen die Auswirkungen der Reifenungleichförmigkeiten besonders deutlich.

Auch bei Radialkraftschwankungen gibt es Anregungen mit höherer Ordnung. Aus (11.42) wird bei zwei Ordnungen

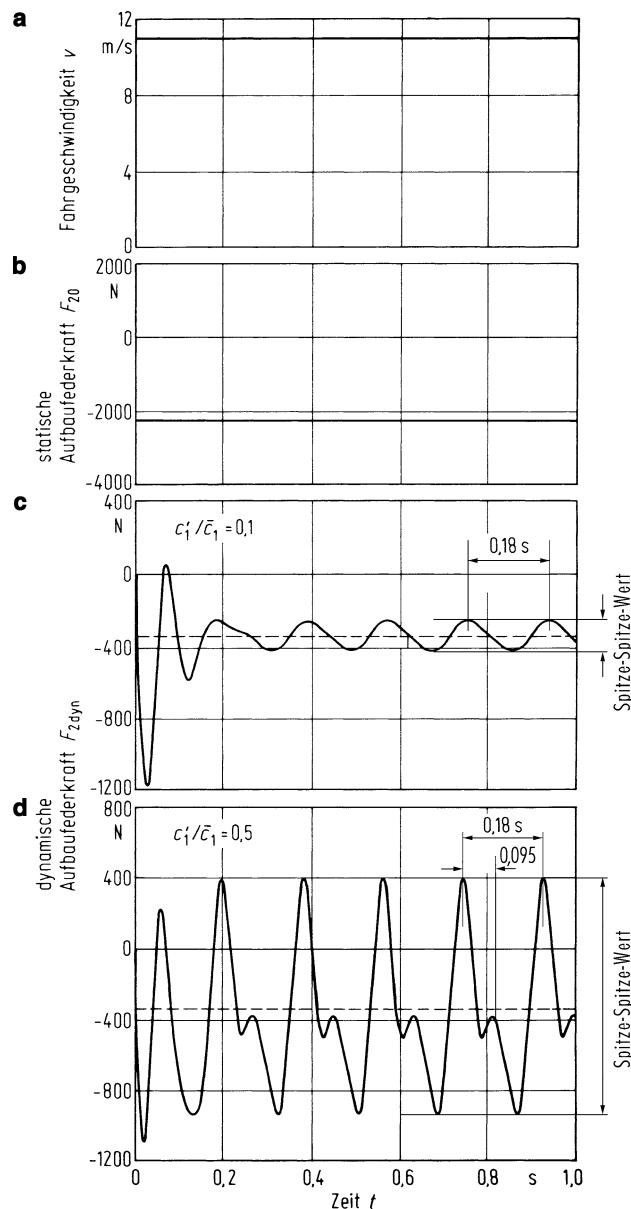
$$F_1 = (\bar{c}_1 + c'_{11} \sin 1\omega t + c'_{12} \sin 2\omega t)z_1.$$

Wird zudem bei Messungen die Radachse festgehalten, $z_1 = \text{const}$, so ergibt sich

$$F_1 = F_{\text{stat}} + a_1 \sin 1\omega t + a_2 \sin 2\omega t,$$

s. Abb. 11.14 [OTTL96].

Abb. 11.13 a-d Auswirkung der Radialkraftschwankung auf das System nach Abb. 11.12 (Fahrzeugdaten s. Fahrzeug 1 in Tab. 13.1 mit $F_{20} = -m_2 g = -2246 \text{ N}$, $\bar{c}_1 = c_1 = 128 \text{ kN/m}$, hydraulische Dämpfung). **a** Konstante Fahrgeschwindigkeit v (ergibt mit $R = 0,31 \text{ m}$ eine Erregerfrequenz $\omega/2\pi = 5,65 \text{ Hz}$ bzw. $2\pi/\omega = 0,18 \text{ s}$); **b** Belastung des Systems mit der statischen Vorlast F_{20} ; **c** und **d** dynamische Aufbaufederkraft $F_{2\text{dyn}}$ für verschiedene große Radialkraftschwankungen



11.2.3 „Ungefederter“ Kraftfahrzeuge

Mit dem unebenheitserregten Einmassensystem nach Abb. 11.1a lassen sich Ackerschlepper und Baumaschinen bei der Fahrt auf unebenen Straßen, Feldwegen und im Gelände behandeln. Bei diesen Fahrzeugen fehlen meistens Federung und Dämpfung zwischen den

Abb. 11.14 Streubereiche von Radialkraftschwankungen, 185 SR 14, statische Radlast 4 kN, 1,7 bar (nach Messungen des IfF)

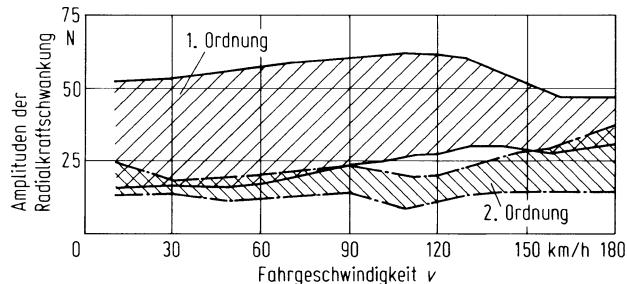
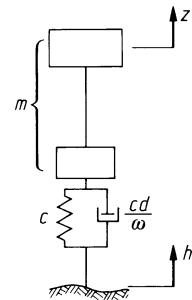


Abb. 11.15 Ersatzsystem für Fahrzeuge, die nur auf ihren Reifen schwingen

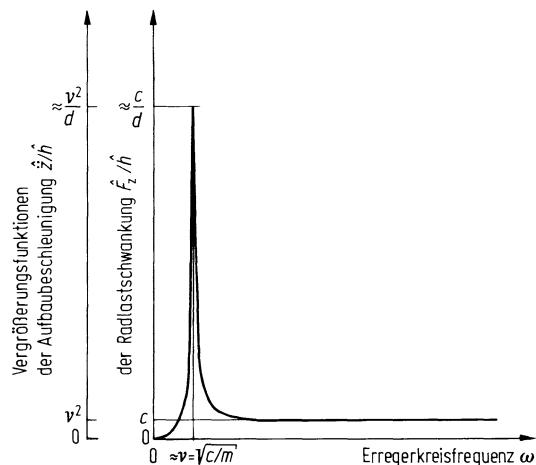


Rädern und dem Aufbau, sie sind miteinander fest verbunden (verschraubt), und deshalb schwingen sie nur auf ihren Reifen. Sie sind also nicht ungefedert, obwohl sie so genannt werden. Zu den ungefederten Fahrzeugen kann man auch blattgefederter Lkw und Kraftfahrzeughänger rechnen. Solange die Reibung in den Blattfedern keine Relativbewegungen zwischen Achsen und Aufbau zulässt – das tritt hauptsächlich bei leeren Fahrzeugen auf –, schwingen auch sie nur auf den Reifen. Für alle gilt das Schwingungseratzschabild 11.15.

Die Gleichungen für die Vergrößerungsfaktoren für die Aufbaubeschleunigung \hat{z}/\hat{h} (maßgebend für den Komfort) und für die Radlastschwankung \hat{F}_z/\hat{h} (maßgebend für die Fahrsicherheit) sind aus Tab. 11.2, 1. Zeile, 4. Spalte, bekannt. Im zugehörigen Abb. 11.16 sind die Höhen der Resonanzspitzen und der Asymptoten eingetragen.

Wegen der hohen Resonanzspitzen, verursacht durch die kleine Reifendämpfung, sind die o. g. Ackerschlepper und Baumaschinen für die Fahrer nicht nur unkomfortabel, sondern wegen der großen Radlastschwankungen für den Straßenverkehr auch fahrunsicher. Deshalb ist deren Höchstgeschwindigkeit auf kleine Werte begrenzt. Sie ließen sich nach Abb. 11.16 durch Verringerung des Verhältnisses c/d , Reifenfederkonstante zu Reifenverlustfaktor, verbessern. Dies ist aber kaum möglich. Eine Vergrößerung der Dämpfung scheidet praktisch aus, weil sie den Rollwiderstand und die Erwärmung des Reifens erhöht. Auch die Federkonstante c , die nach (2.24) umgekehrt proportional der Subtangente s ist, lässt sich nach Abb. 2.27 nur in relativ engen Grenzen verringern, prinzipiell nur dadurch,

Abb. 11.16 Verlauf der Vergrößerungsfunktionen mit der Federkonstante c , dem Verlustfaktor des Reifens d und der ungedämpften Eigenkreisfrequenz ν des „ungefederten“ Fahrzeuges



dass voluminöse, d. h. große und breite Reifen mit niedrigem Reifeninnendruck eingebaut werden.

Statt der ungedämpften Eigenkreisfrequenz ν – enthalten in η – wird die Reifensubtangente s eingeführt

$$\nu = \sqrt{\frac{c}{m}} = \sqrt{\frac{c}{F_{z\text{stat}}} \frac{gm}{m}} = \sqrt{\frac{g}{s}}, \quad (11.47a)$$

dann ist

$$\frac{\nu/2\pi}{\text{Hz}} \approx \sqrt{\frac{25}{s/cm}}. \quad (11.47b)$$

So wie die Subtangenten s der Reifen in einem engen Bereich liegen, so liegen deshalb auch die Eigenfrequenzen $\nu/2\pi$ aller nur auf Reifen schwingenden Fahrzeuge in einem engen Bereich. Mit dem aus Abb. 2.27 für Ackerschlepperreifen entnommenen Wert $s = (3,3 \dots 3,7)$ cm ist $\nu/2\pi \approx (2,8 \dots 2,6)$ Hz.

Auf den schlechten Komfort dieser Fahrzeuge wurde schon hingewiesen. (Fahrer von Baumaschinen haben als Berufskrankheit oft Wirbelsäulenschäden.) Dies liegt nicht nur an den großen Amplituden im Resonanzbereich, sondern auch daran, dass die Eigenfrequenz der Fahrzeuge mit den o. g. 2,7 Hz dicht an dem Frequenzbereich zwischen 4 und 10 Hz liegt, in dem der sitzende Mensch am empfindlichsten reagiert (s. Abschn. 12.3).

Zusatzinformation

Zum Abschluss sei noch vermerkt, dass die Ausrüstung dieser landwirtschaftlichen Fahrzeuge und Baufahrzeuge mit Luftreifen meistens nicht den Zweck hat, die Schwingungseigenschaften zu vervollkommen, sondern die Fahrbahn, z. B. den Ackerboden, durch geringere Flächenpressung zwischen Reifen und Fahrbahn gegenüber einem starren Rad zu schonen, durch größere Aufstandsfläche bessere Traktion zu erzielen und durch geringere Einsinktiefe den Rollwiderstand zu vermindern.

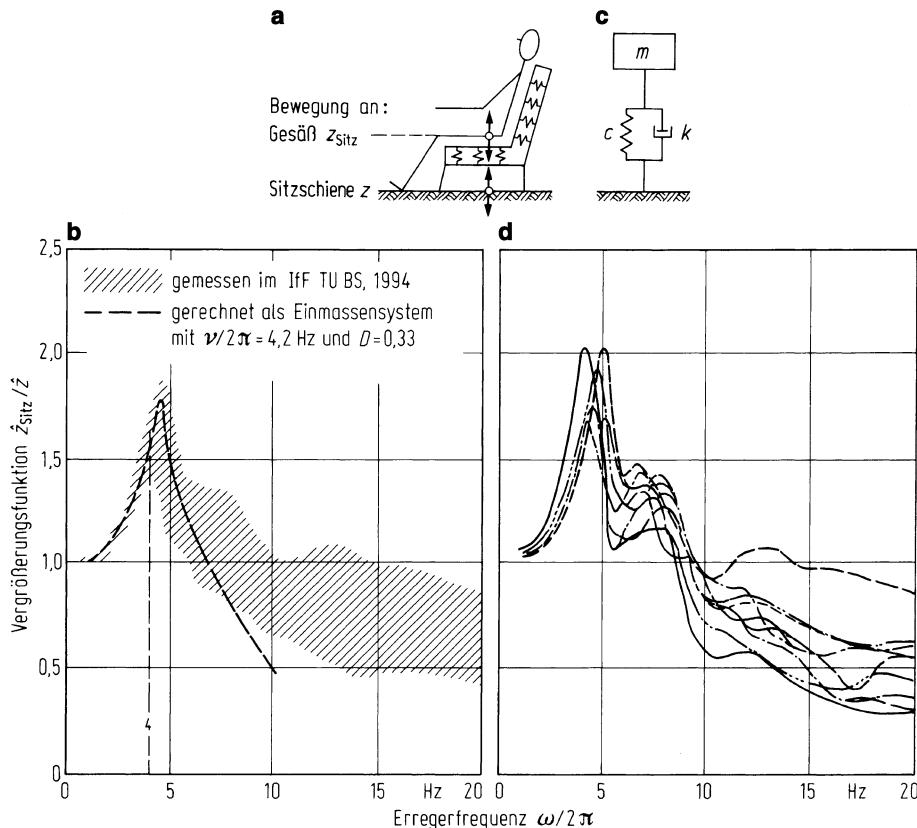


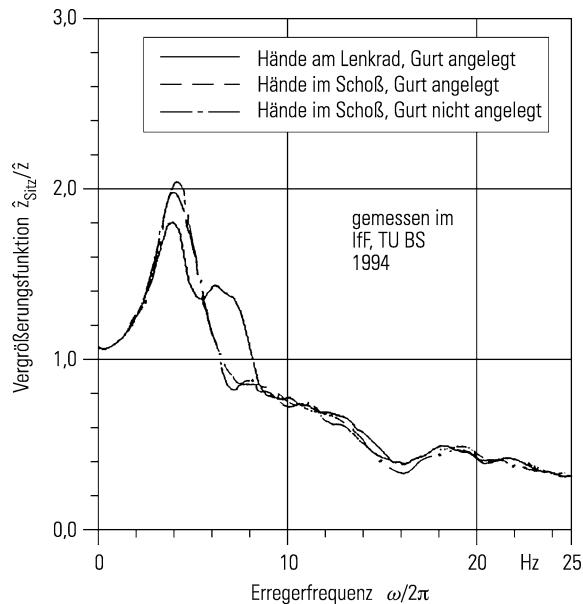
Abb. 11.17 **a** Mensch auf Sitz; **b** gemessene und gerechnete Vergrößerungsfunktion zwischen Gesäß- und Fahrzeuggbewegung an der Sitzschiene als Funktion der Erregerfrequenz $\omega/2\pi$ auf einem Sitz mit verschiedenen Personen; **c** Schwingungersatzsystem für a; **d** Vergrößerungsfunktionen verschiedener Sitze mit einer Person. (Bei b und d jeweils Hände am Lenkrad)

11.2.4 Schwingungseigenschaften von Sitzen

Der Mensch sitzt fast immer über den Sitz gefedert und gedämpft im Fahrzeug. Damit sind nach Abb. 11.17a die Bewegungen am Gesäß z_{Sitz} unterschiedlich von den Bewegungen z unterhalb des Sitzes am Fahrzeugsboden, an der sog. Sitzschiene. Um den Komfort für die oberhalb des Sitzes befindlichen Körperteile berechnen zu können, müssen Mensch und Sitz durch ein Schwingungssystem angenähert werden.

Abbildung 11.17b zeigt den Streubereich von Messungen auf *einem* Sitz mit *verschiedenen* Personen. Die Eigenfrequenz schwankt wenig, hier um 4 Hz, die zugehörigen Vergrößerungsfunktionen stärker. Die Messkurven können durch ein einfaches Einmassen-

Abb. 11.18 Einfluss der Körperhaltung auf Sitz-Mensch in z -Richtung (1 Sitz, 1 Versuchsperson)



system nach Abb. 11.17c angenähert werden, zumindest bis etwa 8 Hz.⁴ m ist die auf dem Sitz befindliche Masse des Menschen, c die Sitzfederung und k die (hydraulische) Dämpfung. [WINK67, GRIF94] Es gilt die Bewegungsgleichung (11.4). Bis $4 \cdot \sqrt{2} \approx 5,6$ Hz verstärkt der Sitz die Fahrzeuggbewegungen, darüber schwächt er sie ab.

In Abb. 11.17d sind gemessene Vergrößerungsfunktionen an verschiedenen Pkw-Sitzen mit einer Person dargestellt. Danach schwankt die ungedämpfte Eigenfrequenz im Bereich $v/2\pi = 4,0$ bis $5,0$ Hz und das Dämpfungsmaß $D = 0,27$ bis $0,42$. In den letzten Jahren wurden die Sitze härter, damit die Eigenfrequenz $v/2\pi$ größer.

Nach Abb. 11.18 – gemessen mit einer Person auf einem Sitz – verändert das Gurtanlegen die Schwingungseigenschaften kaum, während das Anfassen des Lenkrades die Spitze bei etwa 4 Hz verringert, dafür ein weiteres Maximum bei ungefähr 8 Hz bewirkt.

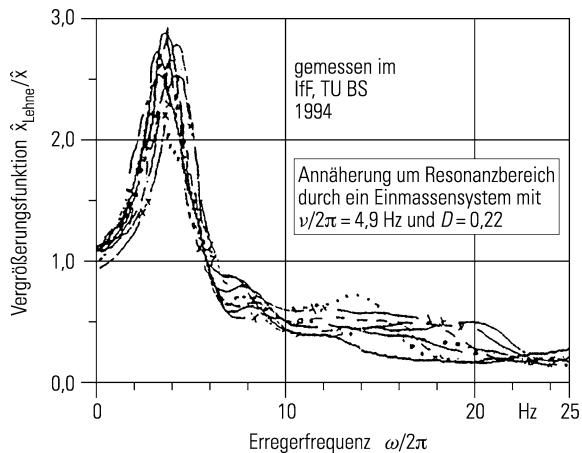
Zusatzinformation

Die Güte der Schwingungsisolation eines Sitzes ist nicht das alleinige, vielleicht nicht einmal das wesentliche [HONT74] Kriterium, denn physiologische Gesichtspunkte (Wärme, Feuchtestau), die geometrische Anpassung des Sitzes an den Menschen und die Abstützung seines Körpers spielen eine wichtige Rolle.

Bei Sitzschienenanregung in x -(Fahrt-)Richtung und der „Antwort“ der Lehne x_{Lehne} bzw. des menschlichen Rückens ist die Vergrößerungsfunktion \hat{x}_{Lehne}/\hat{x} nach Abb. 11.19 etwa gleich der in z -Richtung in Abb. 11.17d.

⁴ Der Fehler über 8 Hz wirkt sich – wie später in Abschn. 13.2.3 gezeigt wird – kaum aus.

Abb. 11.19 Dynamik Sitz-Mensch in x -Richtung (verschiedene Sitze, 1 Versuchsperson, Hände am Lenkrad)



11.3 Sinusförmige Anregung

Die im Abschn. 11.2 genannten Anregungsfunktionen sollen nun genauer betrachtet werden. Die Anregungen durch Unebenheiten, Motor, Unwucht usw. werden allgemein mit $f(t)$ und die Antworten wie Aufbaubeschleunigungen, Aggregatlagerkräfte usw. mit $q(t)$ bezeichnet.

11.3.1 Harmonische Anregungen

Bei rein sinusförmiger Anregung ist

$$f(t) = \hat{f} \sin \omega t = \underline{\hat{f}} e^{j\omega t} \quad (11.48)$$

und die Antwort darauf bei einem linearen System (beim rheolinearen System näherungsweise)

$$q(t) = \hat{q} \sin (\omega t + \alpha) = \underline{\hat{q}} e^{j\omega t}. \quad (11.49)$$

Bei der Erregerkreisfrequenz ω [rad/s] bzw. Erregerfrequenz $\omega/2\pi$ [Hz] sind fahrzeugerregte Schwingungen (sozusagen fahrzeuginterne Anregungen) und unebenheitserregte Schwingungen (äußere Anregungen) zu unterscheiden. An einigen Beispielen soll der Zusammenhang zwischen den verschiedenen Anregungen und fahrzeugtechnischen Wirkungen gezeigt werden, wenn auch an Hand der in Tab. 11.2 aufgeführten, vereinfachten Einmassensysteme.

a) Motoranregung

Bei der Motoranregung ist die Erregerfrequenz proportional der Motordrehzahl n_M , wobei Verbrennungsmotoren nur ab einer bestimmten Drehzahl $n_{M\min}$ (Leerlaufdrehzahl) arbeiten können

$$\frac{\omega}{2\pi} \sim n_M, \quad n_{M\min} \leq n_M \leq n_{M\max}. \quad (11.50)$$

Nach Abb. 11.20c liege der Drehzahlbereich eines Motors zwischen 900 und 6000 min^{-1} , (15 und 100 s^{-1}), was bei der sog. 2. Ordnung (tritt bei Vierzylinder-Reihenmotoren auf, s. Kap. 18) einen Erregerfrequenzbereich von 30 bis 200 Hz ergibt (Moderne Motoren beginnen bei 20 Hz). Die maßgebende Vergrößerungsfunktion \hat{F}_L/a bei Massenerregung durch die hin- und hergehenden Kolben und bei Gummidämpfung zeigt Diagramm b, entnommen aus Tab. 11.2, 2. Zeile. Wenn wie hier die Erregerfrequenzen über der Eigenfrequenz liegen, d. h. das Schwingsystem überkritisch angeregt wird, ändert sich die Amplitude der Lagerkraft \hat{F}_L wenig mit der Motordrehzahl. Die Anforderung lautet hier einfach: a (entspricht der Kolbenmasse) muss klein sein, damit die Lagerkraft F_L klein ist.

b) Rad-/Reifenanregung

Bei rad- und reifenerregten Schwingungen ist ω proportional der Raddrehzahl n_R bzw. der Fahrgeschwindigkeit v nach (11.40)

$$\frac{\omega}{2\pi} \sim v, \quad 0 \leq v \leq v_{\max}. \quad (11.51)$$

Anregungen verursacht durch Wellen, Gelenke, Zahnräder usw. sind proportional deren Drehzahlen und damit bei Berücksichtigung der Übersetzungsverhältnisse ebenfalls proportional zu n_R und v . Es gilt also auch hier (11.51).

Das Beispiel mit Sinusanregung für Rad und Reifen mit Höhenschlag Δr , vgl. Abschn. 11.2.2.3b, zeigt Abb. 11.20d-f. Entsprechend einem Geschwindigkeitsbereich 0 bis 200 km/h ist die Erregerfrequenz für die 1. Ordnung 0 bis 30 Hz , Diagramm f. Die Vergrößerungsfunktion $\hat{F}_L/\Delta r$ entsprechend Tab. 11.2, 4. Zeile, zeigt Diagramm e, und die Amplitude der Lagerkraft \hat{F}_L zeigt d. Hier wird im Gegensatz zur Motorerregung die gesamte Resonanzkurve durchfahren, da die Erregerfrequenz ab Null beginnt. Die größten Lagerkräfte treten bei der Radeigenfrequenz von 11 Hz bzw. 79 km/h auf. Auch hier gibt es die einfache Anforderung, dass der Höhenschlag Δr klein sein muss.

c) Unebenheitsanregung, Wellenfahrbahn

Bei der Unebenheitserregung ist der Zusammenhang nicht so leicht einsichtig wie in (11.50) und (11.51).

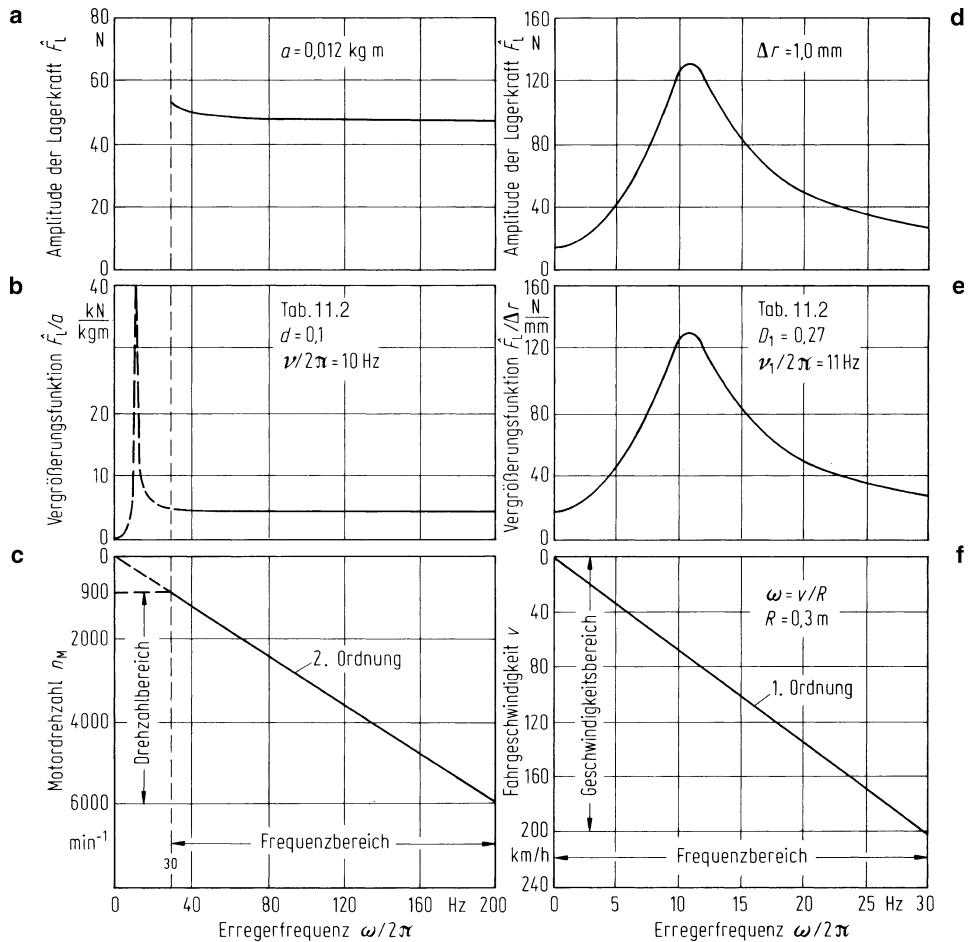


Abb. 11.20 Sinus-Anregung. **a–c** Auswirkung der hin- und hergehenden Massen im Verbrennungsmotor auf die Lagerkraftamplitude \hat{F}_L am einfachen Schwingungssystem nach Tab. 11.2, 2. Zeile. **a** Lagerkraft; **b** Vergrößerungsfunktion; **c** Zusammenhang Drehzahl-Frequenzbereich. **d–f** Auswirkung des Höhenschlages Δr auf die Lagerkraftamplitude \hat{F}_L am einfachen Schwingungssystem nach Tab. 11.2, 4. Zeile. **d** Lagerkraft; **e** Vergrößerungsfunktion; **f** Zusammenhang Geschwindigkeit-Frequenzbereich

Nach (11.21) und (11.22) wurde als Anregung eine harmonische Funktion (in reeller und in komplexer Schreibweise) eingeführt,

$$h = \hat{h} \sin \omega t = \underline{\hat{h}} e^{i\omega t}. \quad (11.52)$$

Man kann sie sich nach Abb. 11.21a als Sinusstraße, als sog. „Wellenfahrbahn“ vorstellen, über die ein Fahrzeug fährt und zu Schwingungen angeregt wird. Zunächst sind

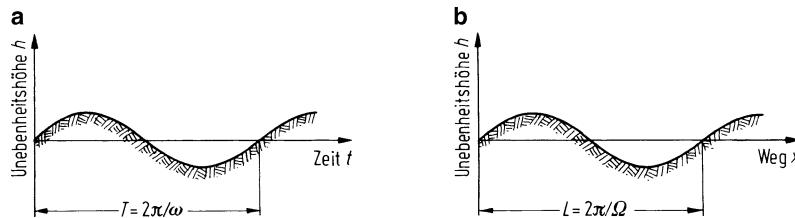


Abb. 11.21 Sinusförmige Unebenheitsfunktion. **a** zeitabhängig; **b** wegabhängig

aber die Unebenheiten h in der Fahrbahn nicht von der Zeit t , sondern von dem Weg x abhängig; der Zusammenhang ergibt sich erst über die Fahrgeschwindigkeit des Fahrzeuges. Nach Abb. 11.21b lautet die wegabhängige Unebenheitsfunktion

$$h = \hat{h} \sin \Omega x = \hat{h} e^{j\Omega x}. \quad (11.53)$$

mit der „Wegkreisfrequenz“

$$\Omega = 2\pi/L \quad (11.54)$$

und der Wellenlänge L .

Beim Befahren mit der konstanten Geschwindigkeit v errechnet sich der Zusammenhang zwischen dem Weg x und der Zeit t einfach zu

$$x = vt. \quad (11.55)$$

Die entsprechende Verbindung zwischen der „Wegkreisfrequenz“ Ω und der „Zeitkreisfrequenz“ ω ergibt sich durch Gleichsetzen von (11.52) und (11.53) und damit aus der Folgerung, dass $\Omega x = \omega t$ sein muss. Mit (11.55) ist $\Omega vt = \omega t$, also

$$\omega = v\Omega = 2\pi \frac{v}{L}. \quad (11.56)$$

Bei konstanter Wellenlänge L wächst demnach die Erregerkreisfrequenz ω mit wachsender Fahrgeschwindigkeit v an. Man kann für eine bestimmte Wellenlänge L z. B. die Vergrößerungsfunktion der Radlastschwankung nach Abb. 11.9a so umzeichnen, dass an der Abszisse statt der Erregerkreisfrequenz ω die Fahrgeschwindigkeit v steht (Abb. 11.22a). Dies kann man sich so vorstellen, dass ein als Einmassensystem zu vereinfachendes Fahrzeug über eine Sinusstraße bestimmter Wellenlänge L nacheinander mit verschiedenen Geschwindigkeiten fährt. Bei niedriger Geschwindigkeit v_1 ist die Amplitude \hat{F}_z sehr klein. Bei v_2 ist gerade der Resonanzfall erreicht, die Erregerkreisfrequenz ω ist ungefähr gleich der Eigenkreisfrequenz v , und die Amplitude der dynamischen Radlast ist groß gegenüber der anregenden Unebenheitsamplitude.

Man kann sich aber auch die Abhängigkeit des Vergrößerungsfaktors von der Erregerkreisfrequenz ω so vorstellen, dass das Fahrzeug mit gleicher Geschwindigkeit v über

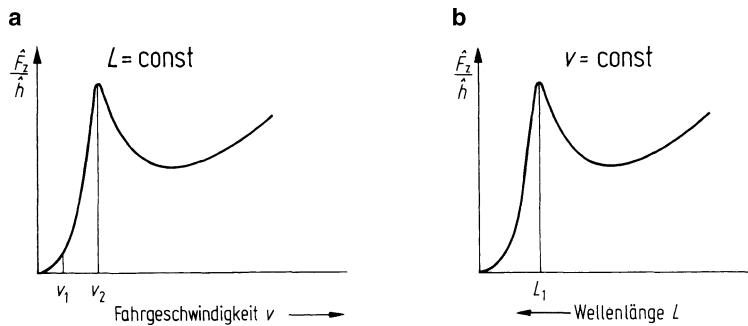


Abb. 11.22 Verlauf der Vergrößerungsfunktion der Radlastschwankung beim Einmassensystem. a auf einer Wellenfahrbahn mit konstanter Wellenlänge L bei verschiedenen Geschwindigkeiten; b auf Wellenfahrbahnen mit verschiedenen Wellenlängen L bei konstanter Fahrgeschwindigkeit v

Straßen verschiedener Wellenlängen L fährt. Nach Abb. 11.22b ergibt die Wellenlänge L_1 hohe Radlastschwankungen.

Aus dem bisher Gesagten geht hervor, dass nur die Erregerkreisfrequenz ω , also das Verhältnis von Fahrgeschwindigkeit v zu Wellenlänge L für die Schwingungserregung maßgebend ist.⁵ Natürlich ist auch noch die Größe der Erregeramplitude \hat{h} wichtig, denn wäre diese Null, d. h. wäre die Fahrbahn eben, brauchte man sich nicht mit unebenheitserregten Schwingungen zu beschäftigen.

Den Zusammenhang zwischen ω , v und L zeigt in doppelt logarithmischer Darstellung Abb. 11.23. Dort ist nicht nur die eine Eigenfrequenz des Einmassensystems eingezeichnet, sondern drei Eigenfrequenzen, die üblicherweise beim Kraftfahrzeug vorkommen (s. Kap. 13), es sind die Eigenfrequenzen des Aufbaues, des Sitzes und der Räder. Der Bereich dieser drei Eigenfrequenzen liegt bei Pkw zwischen 0,7 und 15 Hz. Wird als untere Frequenzgrenze 0,5 Hz und als obere 30 Hz festgelegt, sowie ein Geschwindigkeitsbereich von 36 bis 180 km/h (10 bis 50 m/s), so sind nach (11.56) Wellenlängen von $L = (10/30 \dots 50/0,5) = (0,3 \dots 100)$ m für die Schwingungsbetrachtung interessant.

Geringere Fahrgeschwindigkeiten und damit kleinere Wellenlängen zu betrachten ist wenig sinnvoll, weil bei diesen bei einem normalen Fahrzeug auf normaler Fahrbahn die Schwingungsgrößen sehr klein und unbedeutend sind. Höhere Fahrgeschwindigkeiten als 180 km/h kommen im Normalbetrieb selten vor.

11.3.2 Periodische Anregungen

Häufiger als die rein sinusförmigen Anregungen sind die periodischen, wobei die Periode T in Abb. 11.24a häufig bekannt ist. Zum Beispiel entspricht bei der Rad- und

⁵ Erst bei der Betrachtung des Zweiachsfahrzeugs ab Kap. 14 muss neben ω auch noch das Verhältnis Radstand l zu Wellenlänge L betrachtet werden.

Abb. 11.23 Aus Eigenfrequenzen und Fahrgeschwindigkeiten resultierende Bereiche für Erregerfrequenzen und Wellenlängen von Unebenheiten

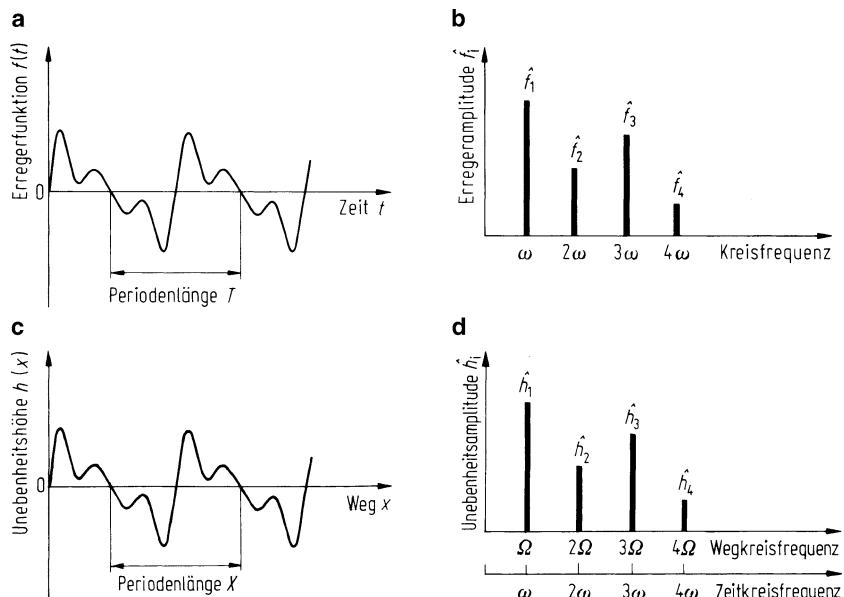
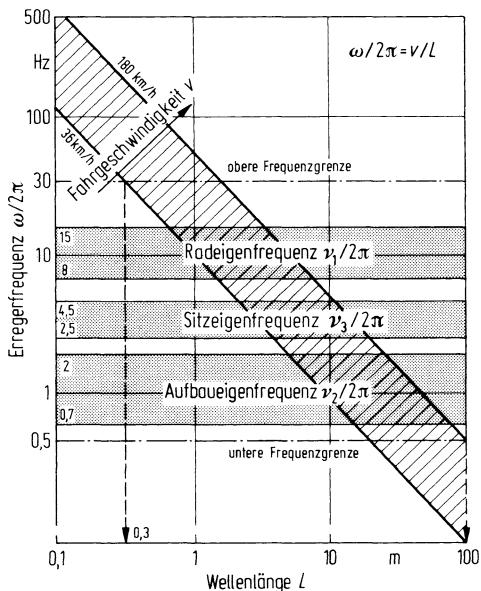


Abb. 11.24 a periodische Erregerfunktion; c periodische Unebenheitsfunktion; b und d zugehörige diskrete Amplitudenspektren

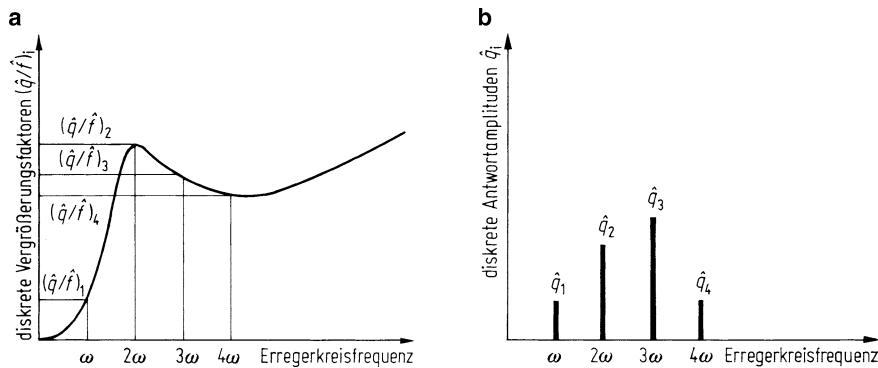


Abb. 11.25 Zur Ermittlung der Antwortamplituden, **a** Abgreifen der Vergrößerungsfaktoren $(\hat{q}/\hat{f})_i$ für diskrete Erregerkreisfrequenzen $i\omega$; **b** die nach der Multiplikation mit den zugehörigen Erregeramplituden \hat{f}_i , aus Abb. 11.24b sich ergebenden Antwort-Amplituden \hat{q}_i

Reifenerregung die Periode einer Radumdrehung, beim Verbrennungsmotor einer Kurbelwellenumdrehung bzw. beim Viertaktverfahren zwei Kurbelwellenumdrehungen.

Periodische Erregerfunktionen $f(t)$ lassen sich durch eine Summe von Sinusschwingungen (Fouriersche Reihe) beschreiben

$$\begin{aligned} f(t) = & f_0 + \hat{f}_1 \sin(\omega t + \varepsilon_1) + \hat{f}_2 \sin(2\omega t + \varepsilon_2) + \dots \\ & + \hat{f}_i \sin(i\omega t + \varepsilon_i) + \dots \end{aligned} \quad (11.57)$$

Jetzt gibt es nicht nur eine Amplitude, sondern mehrere Amplituden $\hat{f}_1, \hat{f}_2, \dots, \hat{f}_i$, allgemein \hat{f}_i , die zu den Zeitkreisfrequenzen $\omega_1 = \omega, \omega_2 = 2\omega, \dots, \omega_i = i\omega$ gehören, wobei

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad (11.58)$$

ist, wenn T die Periodenlänge bedeutet. Daraus kann man ein sog. diskretes Amplitudenspektrum nach Abb. 11.24b aufzeichnen, in dem die Amplituden über den einzelnen Erregerkreisfrequenzen ω aufgetragen werden. Dementsprechend ergibt sich die Antwort zu

$$\begin{aligned} q(t) = & \hat{q}_1 \sin(\omega t + \delta_1) + \hat{q}_2 \sin(2\omega t + \delta_2) + \dots \\ & + \hat{q}_i \sin(i\omega t + \delta_i) + \dots \end{aligned} \quad (11.59)$$

Die Amplituden \hat{q}_i erhält man, indem die zu verschiedenen Kreisfrequenzen $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_i$ gehörigen Amplitudenverhältnisse $(\hat{q}/\hat{f})_1, (\hat{q}/\hat{f})_2, \dots, (\hat{q}/\hat{f})_i$ mit den entsprechenden Anregungsamplituden $\hat{f}_1, \hat{f}_2, \dots, \hat{f}_i$ multipliziert werden (s. Abb. 11.25). Wenn noch die

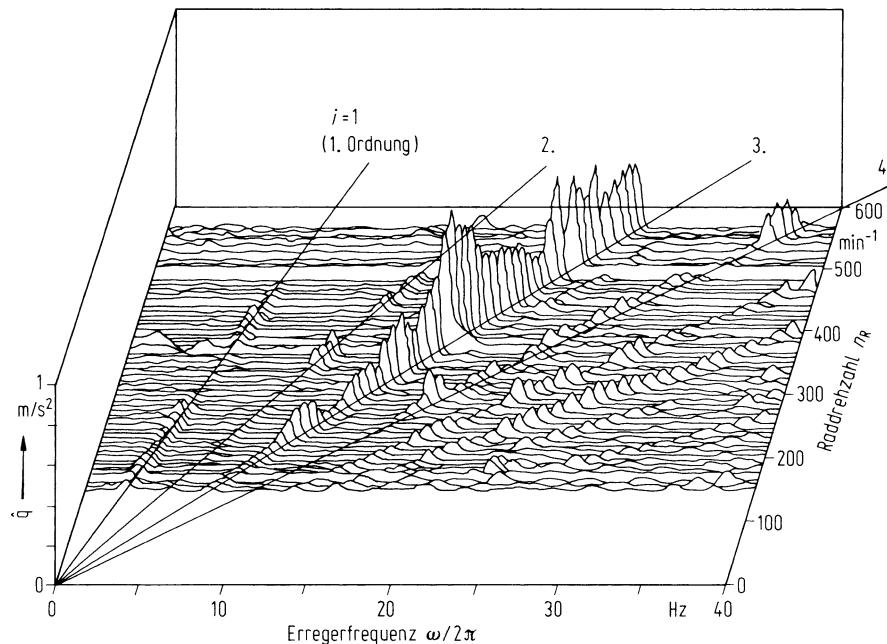


Abb. 11.26 Wasserfalldiagramm: Amplitude \hat{q} (hier eine Beschleunigungsamplitude in m/s^2) über der Erregerfrequenz und der Raddrehzahl

aus Abb. 11.9b bekannten Phasenwinkel α_i berücksichtigt werden, dann ergibt sich⁶ aus (11.59)

$$\begin{aligned} q(t) = & (\hat{q}/\hat{f})_1 \cdot \hat{f}_1 \sin(\omega t + \varepsilon_1 + \alpha_1) + \dots \\ & + (\hat{q}/\hat{f})_i \cdot \hat{f}_i \sin(i\omega t + \varepsilon_i + \alpha_i) + \dots \end{aligned} \quad (11.60)$$

Da ω wiederum nach (11.50) und (11.51) der Motor- bzw. der Rad-/Reifen-Drehzahl proportional ist, ergibt sich eine räumliche Darstellung nach Abb. 11.26, das sog. Wasserfalldiagramm. In diesem Beispiel liefert die 3. Ordnung ($i = 3$) die wesentlichen Amplituden.

Die zunächst wegabhängige Unebenheitsfunktion $h(x)$ wird bei der Periodenlänge X , s. Abb. 11.24c, beschrieben durch

$$\begin{aligned} h(x) = & h_0 + \hat{h}_1 \sin(\Omega x + \varepsilon_1) + \hat{h}_2 \sin(2\Omega x + \varepsilon_2) + \dots \\ & + \hat{h}_i \sin(i\Omega x + \varepsilon_i) + \dots \end{aligned} \quad (11.61)$$

⁶ Das Addieren der Einzelschwingungen (sog. Superpositionsgebot) ist nur bei linearen Systemen richtig.

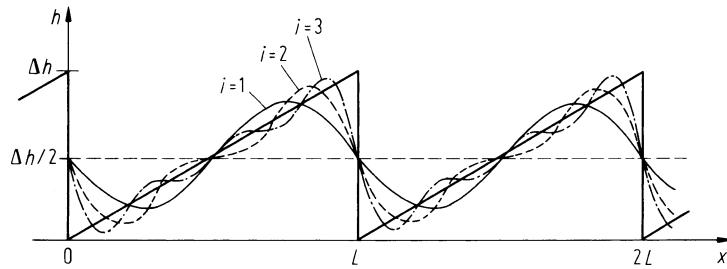


Abb. 11.27 Sägezahmfunktion als Näherung für periodische Unebenheitsfunktion von Betonstraßen

mit

$$\Omega = \frac{2\pi}{X}. \quad (11.62)$$

Setzt man in (11.61) die Gleichungen (11.55) und (11.56) ein, so erhält man aus der ortsabhängigen die zeitabhängige Unebenheitsfunktion

$$\begin{aligned} h(t) &= h_0 + \hat{h}_1 \sin(\omega t + \varepsilon_1) + \hat{h}_2 \sin(2\omega t + \varepsilon_2) + \dots \\ &\quad + \hat{h}_i \sin(i\omega t + \varepsilon_i) + \dots, \end{aligned} \quad (11.63)$$

d. h., auf das schwingungsfähige Fahrzeugsystem wirken gleichzeitig mehrere Erregerkreisfrequenzen $\omega_1 = \omega, \omega_2 = 2\omega, \dots, \omega_i = i\omega$ ein (Abb. 11.24d). Das weitere Vorgehen entspricht (11.56) und folgende.

Ein Beispiel für eine periodische Unebenheitsanregung sind Betonstraßen (u. a. auf Bundesautobahnen) mit einem Fugenabstand von 5 m. Unter der Annahme einer Sägezahmfunktion nach Abb. 11.27 ist

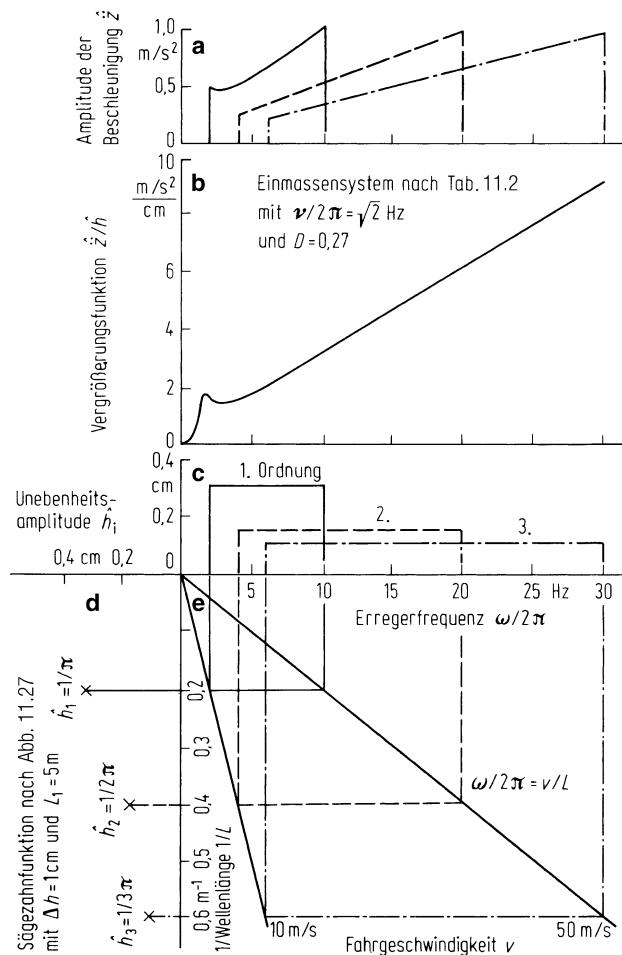
$$h(x) = \frac{\Delta h}{2} - \frac{\Delta h}{\pi} \left(\frac{\sin \Omega x}{1} + \frac{\sin 2\Omega x}{2} + \dots + \frac{\sin i\Omega x}{i} \right) \quad (11.64a)$$

bzw.

$$h(t) = \frac{\Delta h}{2} - \frac{\Delta h}{\pi} \left(\frac{\sin \omega t}{1} + \frac{\sin 2\omega t}{2} + \dots + \frac{\sin i\omega t}{i} \right). \quad (11.64b)$$

Anhand der Abb. 11.28 wird die gleichzeitige Anregung mit den ersten drei Ordnungen behandelt: die Grundwelle (1. Ordnung) mit $L_1 = 5$ m, die 2. und 3. Ordnung mit $L_2 = 2,5$ m und $L_3 = 1,67$ m, s. Diagramm e. Die Erregerfrequenz bei einer Fahrgeschwindigkeit von 10 (36) bis 50 m/s (180 km/h) ist aus d, die zugehörigen Anregungsamplituden aus c zu entnehmen, die Vergrößerungsfunktion \hat{z}/\hat{h} eines einfachen Einmassensystems aus b. Die Amplitude der Massenbeschleunigung \hat{z} zeigt a, danach wird in diesem Beispiel das System durch die drei Ordnungen der Sägezahmfunktion immer überkritisch angeregt.

Abb. 11.28 Auswirkung einer periodischen Unebenheitsanregung auf die Schwingempfindung. **a** Beschleunigungsamplitude; **b** Vergrößerungsfunktion; **c** Unebenheitsamplitude über Erregerfrequenz; **d** Unebenheitsamplitude über Wellenlänge; **e** Wellenlänge – Fahrgeschwindigkeit – Erregerfrequenz



Die Erregung nach (11.61) und (11.63) sowie die Lösungen nach (11.59) und (11.60) können auch in komplexer Schreibweise zu

$$h(x) = \sum_{i=1}^n \hat{h}_i e^{j\omega x}, \quad (11.65)$$

$$h(t) = \sum_{i=1}^n \hat{h}_i e^{j\omega t} \quad f(t) = \sum_{i=1}^n \hat{f}_i e^{j\omega t} \quad (11.66)$$

und

$$q(t) = \sum_{i=1}^n \hat{q}_i e^{j\omega t} = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\hat{q}}{\hat{f}} \right)_i \hat{f}_i e^{j\omega t} \quad (11.67)$$

geschrieben werden.

11.4 Stochastische Unebenheiten, statistische Kennzahlen, Spektrale Dichten

Während man bei den fahrzeugerregten (intern erregten) Schwingungen mit der periodischen Anregung erfolgreich weiterarbeiten kann, ist das bei den Fahrbahnunebenheiten nicht der Fall. In Wirklichkeit gibt es nämlich auch angenähert nur selten Wellenfahrbahnen und periodische Unebenheitsfunktionen, sondern im Allgemeinen unregelmäßige Unebenheiten auf der Straße. Das erfordert ein anderes Berechnungsverfahren.

11.4.1 Stochastische Unebenheiten

Dennoch sind die bisherigen Betrachtungen nicht unnütz, weil sich daraus eine mathematische Formulierung für beliebige Unebenheiten ableiten lässt. Der Übergang von der periodischen zur völlig unregelmäßigen Unebenheitsfunktion, der sog. stochastischen Unebenheitsfunktion, wird durch die Vorstellung einer sehr großen Periodenlänge X , z. B. einige 100 m oder einige km lang, möglich. Dies hat zur Folge, dass der Abstand der Frequenzen $\Omega_1, \Omega_2, \dots, \Omega_i$ nach (11.62) immer kleiner wird. Im Grenzfall, bei einer unendlich langen Periodenlänge X , kommt man vom diskreten Spektrum nach Abb. 11.24d zum kontinuierlichen Spektrum nach Abb. 11.29b.

Mathematisch gesehen bedeutet dieser Schritt den Übergang aus der Summenformel (11.65) zum Integral [SCHL60]

$$h(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{h}(\Omega) e^{j\Omega x} d\Omega. \quad (11.68)$$

Das Amplitudenspektrum lautet

$$\hat{h}(\Omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} h(x) e^{-j\Omega x} dx.$$

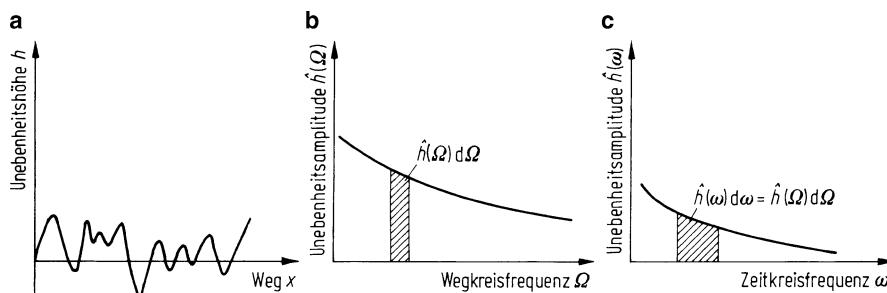


Abb. 11.29 a Regellose Unebenheitsfunktion; b kontinuierliches Amplitudenspektrum als Funktion der Wegkreisfrequenz; c kontinuierliches Amplitudenspektrum als Funktion der Zeitkreisfrequenz

Zusatzinformation

In der Literatur wird manchmal auch vor das Integral in (11.68) $1/2\pi$ geschrieben, dann steht beim Amplitudenspektrum der Faktor 1, oder man verwendet eine symmetrische Schreibart, bei der vor der Weg- und vor der Amplitudenfunktion jeweils der Faktor $1/\sqrt{2\pi}$ steht [SCHL60].

Die zeitabhängige Unebenheitsfunktion erhält man wieder durch Einsetzen von (11.55) und (11.56) in (11.68) zu

$$h(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{h}(\Omega) e^{j\omega t} \frac{d\omega}{V} = \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{h}(\omega) e^{j\omega t} d\omega \quad (11.69)$$

mit

$$\hat{h}(\omega) = \frac{1}{V} \hat{h}(\Omega) \quad (11.70)$$

oder

$$\hat{h}(\omega) d\omega = \hat{h}(\Omega) d\Omega. \quad (11.71)$$

Man muss also nach (11.70) zwischen dem wegfrequenzabhängigen Spektrum $\hat{h}(\Omega)$ (Abb. 11.29b) und dem zeitfrequenzabhängigen $\hat{h}(\omega)$ (Abb. 11.29c) unterscheiden.

Weiterhin ist zu beachten, dass die Amplituden \hat{h} verschiedene Dimensionen haben. In (11.61) und (11.63) bzw. (11.65) und (11.66) ist die Dimension von \hat{h}_i die einer Länge, da die Unebenheitshöhe h ebenfalls eine Länge ist. In (11.68) und (11.69) haben die Produkte $\hat{h}(\Omega) d\Omega$ und $\hat{h}(\omega) d\omega$ die Dimension einer Länge, d. h. da Ω die Dimension 1/Länge hat, hat $\hat{h}(\Omega)$ die Dimension Länge mal Länge bzw., da ω die Dimension 1/Zeit hat, hat $\hat{h}(\omega)$ die Dimension Länge mal Zeit.

Dementsprechend lautet die „Antwort“ des Fahrzeugs auf die Unebenheitsanregung

$$q(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{q}(\omega) e^{j\omega t} d\omega = \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\frac{\hat{q}}{\hat{h}} \right) \hat{h}(\omega) e^{j\omega t} d\omega. \quad (11.72)$$

11.4.2 Statistische Kennzahlen

Meistens wird nun nicht danach gefragt, wie das Schwingungssystem zu einem ganz bestimmten Zeitpunkt auf eine Anregung reagiert, sondern wie es sich über eine längere Zeitdauer gesehen im statistischen Mittel bewegt. Damit lassen sich die in Abb. 10.2 genannten Größen Komfort, Fahrsicherheit usw. beantworten.

Zusatzinformation

An statistischen Kennwerten werden hauptsächlich der lineare und quadratische Mittelwert sowie – daraus abgeleitet – die Standardabweichung verwendet. Sie lassen sich unter gewissen Voraussetzungen [KLOTT81, BEND80] berechnen. Darauf soll hier nicht näher eingegangen werden, es werden nur die für die weitere Behandlung wichtigen Ergebnisse gebracht.

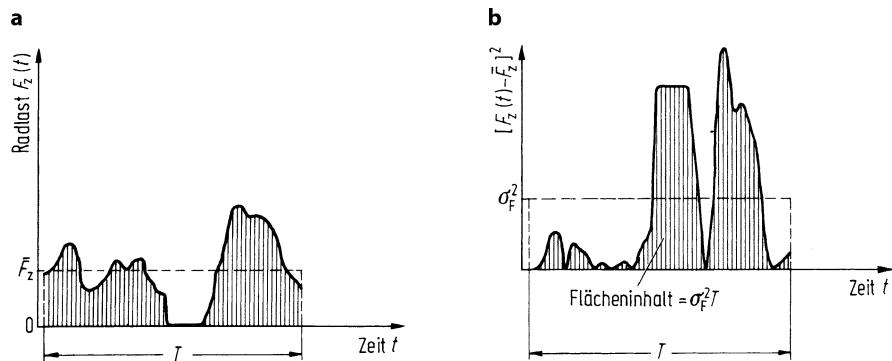


Abb. 11.30 Ermittlung aus dem Radlast-Zeit-Schrieb $F_z(t)$. **a** der zeitlich lineare Mittelwert \bar{F}_z ; **b** die Streuung σ_F^2 bzw. Standardabweichung σ_F

Der zeitliche lineare Mittelwert über eine genügend lange Beobachtungszeit T ist definiert zu

$$\bar{q} = \frac{1}{T} \int_0^T q(t) dt \quad (11.73)$$

und in Abb. 11.30a zeichnerisch dargestellt am Beispiel der Radlastschwankung F_z . Die Flächen ober- und unterhalb von \bar{F}_z sind gleich groß. Der lineare Mittelwert ist meistens von vornherein bekannt, so ist er z. B. für die Aufbaubeschleunigung gleich der Erdbeschleunigung, für den Federweg gleich der statischen Federeinsenkung oder für die Radlast gleich der statischen Radlast. Wichtiger ist deshalb der zeitliche quadratische Mittelwert (auch Effektivwert genannt)

$$\tilde{q} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T q^2(t) dt} = q_{\text{eff}} \quad (11.74)$$

und ganz besonders die Schwankung von $q(t)$ um den Mittelwert \tilde{q} , die durch die Standardabweichung

$$\sigma_q = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T [q(t) - \tilde{q}]^2 dt} \quad (11.75)$$

charakterisiert wird (s. Abb. 11.30b). Mit (11.73) und (11.74) ergibt sich

$$\sigma_q = \sqrt{(\tilde{q})^2 - (\bar{q})^2}. \quad (11.76)$$

σ_q berechnet sich somit aus dem quadratischen und dem linearen Mittelwert. σ_q^2 wird Streuung genannt.

Linearer Mittelwert und Standardabweichung lassen sich auch auf eine andere, vielleicht anschaulichere Art ermitteln. Der Radlast-Zeit-Schrieb in Abb. 11.31a (im Prinzip gleich Abb. 11.30a) wird im Bereich zwischen der größten und kleinsten Radlast in eine Anzahl von Klassen der Breite ΔF_z unterteilt. Diese Ordinatenhöhen werden mit F_{z1}, F_{z2}, \dots allgemein mit F_{zk} benannt. Anschließend zählt

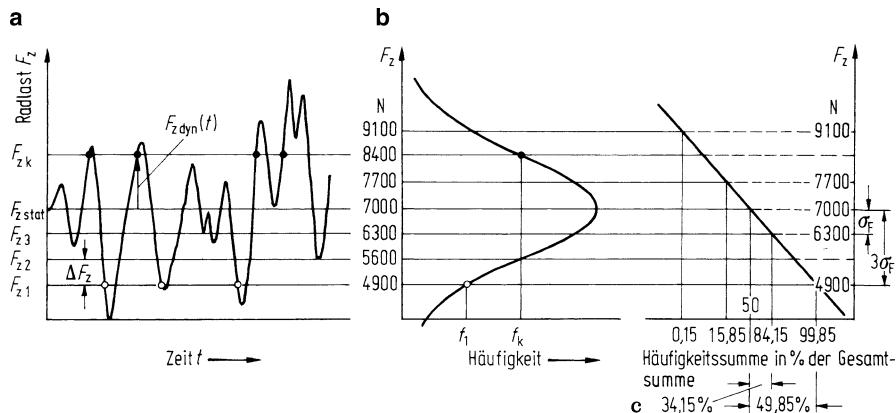


Abb. 11.31 a Radlast-Zeit-Schrieb $F_z(t)$, Einführen von Klassen der Breite ΔF_z ; b Radlast-Häufigkeits-Kurve, entsteht durch Zählen der positiv gerichteten Überschreitungen; c Auftragung der Radlast über prozentualen Häufigkeitssummen im „Wahrscheinlichkeitspapier“

man die Schnittpunkte der Kurve $F_z(t)$ mit den Linien konstanter Ordinatenhöhe F_{zk} . Diese Anzahl – f_k genannt – wird in dem Häufigkeitsdiagramm Abb. 11.31b eingetragen.⁷ Wird das auch für die Schnittpunkte mit den anderen Parallelen getan, so ergibt sich die Häufigkeitsverteilung.

Der lineare Mittelwert errechnet sich aus

$$\bar{F}_z = \frac{1}{N} [F_{z1}f_1 + F_{z2}f_2 + \dots + F_{zk}f_k + \dots], \quad (11.77)$$

also aus der Summe der Produkte von Überschreitungen der Ordinatenhöhe F_{zk} und ihrer Häufigkeit f_k , dividiert durch die Summe der Anzahl aller Überschreitungen

$$N = f_1 + f_2 + \dots + f_k + \dots = \sum_{k=1}^n f_k. \quad (11.78)$$

Kürzer geschrieben lässt sich der Mittelwert zu

$$\bar{F}_z = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^n F_{zk} f_k. \quad (11.79)$$

angeben.

Die Standardabweichung ist definiert zu

$$\sigma_F^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{k=1}^n (F_{zk} - \bar{F}_z)^2 f_k. \quad (11.80)$$

⁷ In diesem Beispiel werden nur die Schnittpunkte mit der nach oben gehenden F_z -Kurve gezählt (sog. Klassendurchgangsverfahren). Je nach Aufgabenstellung werden noch andere „Klassierverfahren“ verwendet, s. DIN 45667.

Tab. 11.3 Wahrscheinlichkeit S des Überschreitens von Vielfachen $\pm\lambda\sigma$ der Standardabweichung σ bei Gaußscher Verteilung

λ	1	2	2,58	3	3,29
S	37,7 %	4,6 %	1 %	0,3 %	0,1 %
$1 - S$	68,3 %	95,4 %	99 %	99,7 %	99,9 %

Da die meisten statistischen Erscheinungen durch eine Gaußsche Verteilung – auch Normalverteilung genannt – beschrieben werden können, wertet man gleich im sog. Wahrscheinlichkeitspfeier [ZURM65] aus. Darin trägt man die Überschreitung F_{z_k} über der prozentualen Häufigkeitssumme auf. Diese – in Abb. 11.31 als Abszisse dargestellt – ist so verzerrt, dass die Auswertepunkte bei einer Gaußschen Verteilung auf einer Geraden liegen. Ist dies wie hier bei der Radlast der Fall, so können der Mittelwert und die Standardabweichung direkt abgelesen werden.

Bei der Häufigkeitssumme 50 % liest man den linearen Mittelwert $\bar{F}_z = 7000 \text{ N}$ ab, bei 84,15 % den Wert 6300 N, woraus sich die Standardabweichung zu $\sigma_F = 7000 \text{ N} - 6300 \text{ N} = 700 \text{ N}$ ergibt.

Mit der Standardabweichung verbindet sich eine anschauliche Beurteilung der regellosen Schwingungsgröße, falls deren Verteilungsfunktion eine Gaußsche Normalverteilung ist. Die Wahrscheinlichkeit, dass die Schwingungsgröße $q(t)$ innerhalb $\bar{q} + \lambda\sigma_q$ und $\bar{q} - \lambda\sigma_q$ liegt, beträgt $1 - S$, und die Wahrscheinlichkeit, dass $q(t)$ den Wert $\bar{q} + \lambda\sigma_q$ über- bzw. den Wert $\bar{q} - \lambda\sigma_q$ unterschreitet, beträgt dann S . Den Zusammenhang zwischen λ und S zeigt Tab. 11.3.

Zur Verdeutlichung der Tabelle zurück zu Abb. 11.31: Der lineare Mittelwert war $\bar{F}_z = 7000 \text{ N}$, die Standardabweichung $\sigma_F = 700 \text{ N}$. Danach ist zu erwarten, dass in 68,3 % aller Fälle die Radlast zwischen $7000 + 1 \cdot 700 = 7700 \text{ N}$ und $7000 - 1 \cdot 700 = 6300 \text{ N}$ liegt oder dass in 31,7 % die Radlast von 7700 N über- und von 6300 N unterschritten wird. Bei z. B. $\lambda = 3$ wird in 0,3 % der Fälle $7000 + 3 \cdot 700 = 9100 \text{ N}$ über- bzw. $7000 - 3 \cdot 700 = 4900 \text{ N}$ unterschritten. Diese Werte kann man aus Abb. 11.31c entnehmen.

11.4.3 Spektrale Dichten

Nach Einsetzen von (11.72) in (11.74) ergibt sich der wichtige quadratische Mittelwert (auch Effektivwert genannt) aus (Ableitung s. [KLOTT81, SCHL60, BEND80])⁸

$$\tilde{q}^2 = \int_0^\infty \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{4\pi}{T} (\hat{q}(\omega))^2 d\omega \quad (11.81)$$

Der $\lim_{T \rightarrow \infty}$ besagt, dass dieser einfache Ausdruck nur dann herauskommt, wenn eine sehr große Zeitspanne T (mathematisch eine unendlich große) aus der Funktion $q(t)$ betrachtet wird. Den Ausdruck

$$\Phi_q(\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{4\pi}{T} (\hat{q}(\omega))^2 \quad (11.82)$$

nennst man „Spektrale Dichte“ (oder „Leistungsspektrum“, nach DIN 1311, Blatt 1 „Leistungsspektralfunktion“, im Englischen „power-spectrum“ oder „power-spectral-density“,

⁸ Früher wurde für $\tilde{q}^2 = (\bar{q})^2$ häufig \bar{q}^2 gesetzt.

abgekürzt PSD). Die Spektrale Dichte der Funktion q ist von der Kreisfrequenz ω abhängig, da ja die Größe der Amplitude \hat{q} von ω abhängt. Das Auftreten von \hat{q} bedeutet weiterhin, dass nur die reelle Amplitude $|\hat{q}| = \hat{q}$ und nicht die komplexe Amplitude und damit auch nicht der Phasenwinkel für die Berechnung des quadratischen Mittelwertes eine Rolle spielt. Durch Einsetzen von (11.82) in (11.81) kann abkürzend geschrieben werden⁹

$$\tilde{q}^2 = \int_0^\infty \Phi_q(\omega) d\omega. \quad (11.83)$$

Hiermit ist also ein Zusammenhang zwischen Amplitudenspektrum $\hat{q}(\omega)$ und quadratischem Mittelwert \tilde{q}^2 hergestellt.

Eine Anwendung auf das durch die Unebenheiten angeregte Fahrzeug-Schwingungssystem lässt sich einfach durch Erweiterung mit $[\hat{h}(\omega)]^2$ in (11.81) erreichen,

$$\tilde{q}^2 = \int_0^\infty \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{4\pi}{T} \left[\frac{\hat{q}(\omega)}{\hat{h}(\omega)} \right]^2 [\hat{h}(\omega)]^2 d\omega.$$

Durch Umschreiben ergibt sich

$$\tilde{q}^2 = \int_0^\infty \left[\frac{\hat{q}(\omega)}{\hat{h}(\omega)} \right]^2 \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{4\pi}{T} [\hat{h}(\omega)]^2 d\omega. \quad (11.84)$$

Der Ausdruck

$$\Phi_h(\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{4\pi}{T} [\hat{h}(\omega)]^2 \quad (11.85)$$

ist dann – vergleiche mit (11.82) – die Spektrale Dichte für Unebenheiten und Fahrgeschwindigkeit, die Erregerkreisfrequenz ω enthält ja beides.

Der Quotient $[\hat{q}(\omega)/\hat{h}(\omega)]^2$ ist von der Behandlung der Erregerschwingungen aus Abschn. 11.1 und folgende her bekannt. $[\hat{q}(\omega)/\hat{h}(\omega)]^2 = V^2(\omega)$ ist das Quadrat der reellen Vergrößerungsfunktion und entspricht z. B. der Radlastschwankung in Abb. 11.9a. Zwischen der Spektralen Dichte der Unebenheit und der Fahrgeschwindigkeit $\Phi_h(\omega)$ (Eingang ins System) und derjenigen der Fahrzeuggbewegung $\Phi_q(\omega)$ (Ausgang) besteht die Beziehung

$$\Phi_q(\omega) = \hat{V}^2(\omega) \Phi_h(\omega). \quad (11.86)$$

⁹ Dieses $\Phi_q(\omega)$, das in den Grenzen von 0 bis $+\infty$ integriert zu dem Effektivwert führt, nennt man „einseitige“ Spektrale Dichte. Diese wird im Folgenden immer verwendet. Manche Autoren verwenden das „zweiseitige“ Spektrum, bei dem von $-\infty$ bis $+\infty$ integriert wird. Da der Effektivwert der gleiche sein muss, ist zum Ausgleich das zweiseitige Spektrum halb so groß wie das einseitige

$$\tilde{q}^2 = \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_{q\text{zweiseitig}} d\omega = \int_0^{\infty} 2\Phi_{q\text{zweiseitig}} d\omega = \int_0^{\infty} \Phi_{q\text{einseitig}} d\omega$$

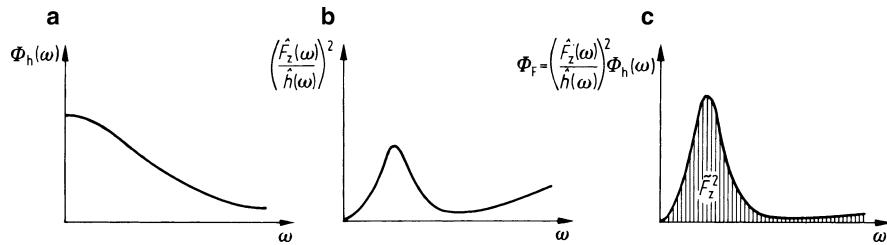


Abb. 11.32 Ermittlung des Effektivwertes der Radlastschwankung \tilde{F}_z aus der Spektralen Dichte der Fahrbahnunebenheit und der Fahrgeschwindigkeit $\Phi_h(\omega)$ nach **a**, der Vergrößerungsfunktion der Radlastschwankung \tilde{F}_z/h nach **b** und der Spektralen Dichte der Radlastschwankung Φ_F nach **c**, jeweils über der Erregerkreisfrequenz ω aufgetragen

Damit wird aus den letzten drei Gleichungen

$$\tilde{q}^2 = \int_0^\infty \left[\frac{\hat{q}(\omega)}{\hat{h}(\omega)} \right]^2 \Phi_h(\omega) d\omega = \int_0^\infty \hat{V}^2(\omega) \Phi_h(\omega) d\omega. \quad (11.87)$$

In Diagrammform ist (11.87) wieder am Beispiel der Radlastschwankung in Abb. 11.32 dargestellt.

11.5 Spektrale Dichte der Fahrbahnunebenheiten

Die Spektrale Dichte $\Phi_h(\omega)$ nach (11.85) enthält Aussagen über die Unebenheit der Fahrbahn und über die Fahrgeschwindigkeit des Fahrzeuges. Sinnvoller ist es, zunächst eine Spektrale Dichte $\Phi_h(\Omega)$ zu definieren, die nur die Unebenheiten enthält und dann ähnlich (11.70) einen Zusammenhang mit $\Phi_h(\omega)$ zu finden. Entsprechend der Definition nach (11.85)

$$\Phi_h(\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{4\pi}{T} [\hat{h}(\omega)]^2 \quad (11.88)$$

lautet die weggrenzfrequenzabhängige Spektrale Dichte

$$\Phi_h(\Omega) = \lim_{X \rightarrow \infty} \frac{4\pi}{X} [\hat{h}(\Omega)]^2. \quad (11.89)$$

Statt der Zeitdauer T ist das Fahrbahnstück der Länge X und statt $\hat{h}(\omega)$ ist $\hat{h}(\Omega)$ eingesetzt worden.

Setzt man in (11.89) für $\hat{h}(\Omega)$ (11.70) und für X mit Einführung der Fahrgeschwindigkeit

$$X = vT \quad (11.90)$$

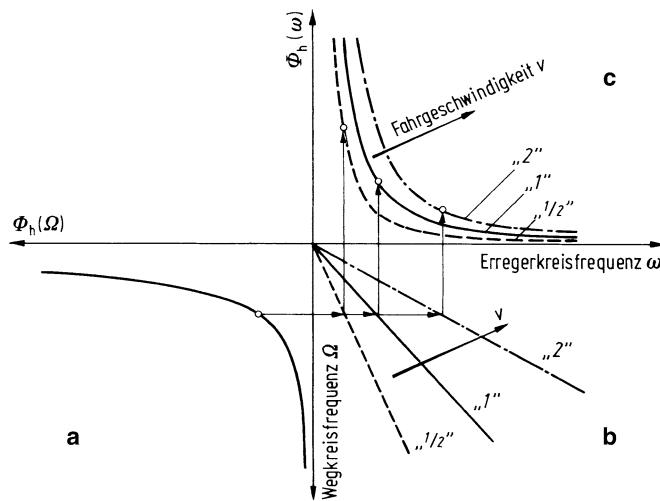


Abb. 11.33 Zusammenhang zwischen weg- und zeitkreisfrequenzabhängigen Spektralen Dichten. **a** Spektrale Dichte $\Phi_h(\Omega)$ der Unebenheiten in Abhängigkeit von der Wegkreisfrequenz Ω ; **b** Beziehung zwischen Weg- und Erregerkreisfrequenz bei verschiedenen Fahrgeschwindigkeiten v ; **c** Spektrale Dichte $\Phi_h(\omega)$ der Unebenheiten und der Fahrgeschwindigkeiten in Abhängigkeit von der Erregerkreisfrequenz ω

ein, so ergibt sich durch Vergleich von (11.88) mit (11.89)

$$\Phi_h(\omega) = \frac{1}{v} \Phi_h(\Omega). \quad (11.91)$$

Abbildung 11.33 zeigt den Zusammenhang zwischen zeit- und wegkreisfrequenzabhängigen Spektralen Dichten Φ_h . Aus der gegebenen Spektralen Dichte $\Phi_h(\Omega)$ ergibt sich über die gewählte Geschwindigkeit v aus Ω nach (11.56) ω und nach (11.91) $\Phi_h(\omega)$.

Kombiniert man die Abb. 11.33 und 11.32, so erhält man für das Beispiel der Radlastschwankung den Effektivwert \tilde{F}_z .

11.5.1 Messergebnisse von $\Phi_h(\Omega)$

Abbildung 11.34 zeigt einige Spektren von Straßen $\Phi_h(\Omega)$ in doppeltlogarithmischer Auftragung. Die Größe der Unebenheitsdichte nimmt im Großen und Ganzen mit wachsender Wegkreisfrequenz Ω oder kleiner werdender Wellenlänge L ab, d. h., lange Wellenlängen treten mit großer, kurze mit kleiner Spektraldichte auf. Im Bereich kürzerer Wellenlängen treten besonders bei Pflasterstraßen und plastisch verformbaren Fahrbahnbauarten Anhebungen im Spektrum auf, die auf periodische Anteile in der regellosen Unebenheitsfunktion deuten [BRAU69].

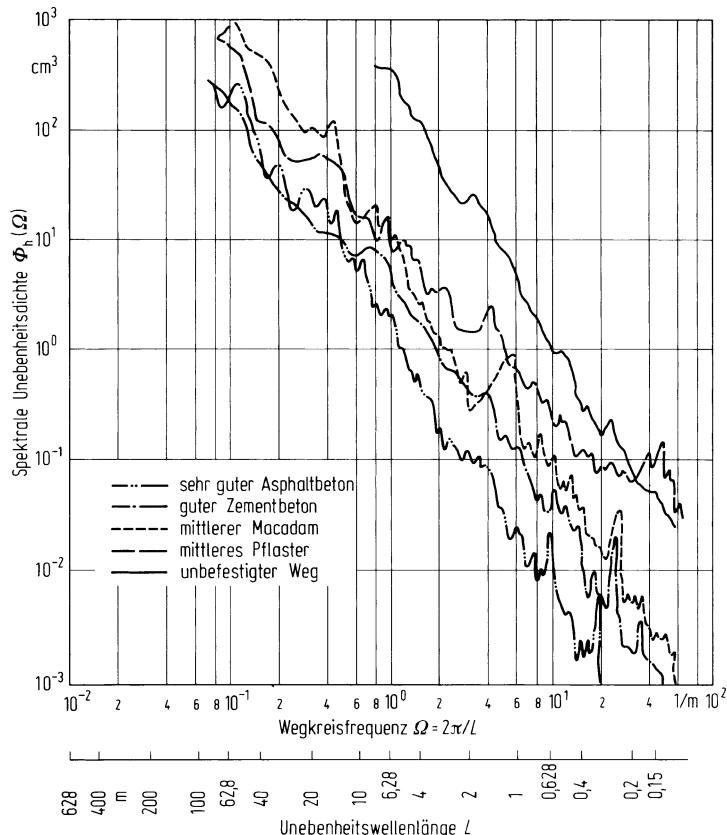


Abb. 11.34 Spektrale Dichte der Unebenheiten $\Phi_h(\Omega)$ in Abhängigkeit von Wegkreisfrequenz Ω und Unebenheitswellenlänge L [BRAU69]

Werden diese Anteile nicht berücksichtigt, dann lassen sich die Spektralen Dichten in der doppeltlogarithmischen Darstellung durch Geraden annähern und durch die Gleichung

$$\Phi_h(\Omega) = \Phi_h(\Omega_0) \left[\frac{\Omega}{\Omega_0} \right]^{-w} \quad (11.92)$$

ausdrücken. Dabei bedeutet Ω_0 eine Bezugswegkreisfrequenz, $\Phi_h(\Omega_0)$ gibt als „Unebenheitsmaß“ an, ob eine Straße gut oder schlecht ist, und w als „Welligkeit“ ist ein Maß dafür, ob eine Straße hauptsächlich lange oder auch kurze Wellen mit nennenswertem Dichtewert enthält.

Tabelle 11.4 enthält eine Zusammenstellung von Mittelwerten. Die Unebenheitsmaße $\Phi_h(\Omega_0)$ variieren stark, die Welligkeit w um den Wert 2. In Tab. 11.5 ist ein Vorschlag für die Klassifizierung von Straßenunebenheiten zusammengestellt. Bei ihm wurde von $w = 2$ ausgegangen.

Tab. 11.4 Kennwerte (s. (11.92)) für Straßenunebenheiten der Bundesrepublik Deutschland [BRAU80]

Kennwerte	Straßenklasse (Anz. der Messtrecken)	Wertebandbreite		
		min ...	Mittel ...	max ...
Unebenheitsmaß $\Phi_h(\Omega_0)$ in cm^3 bei $\Omega_0 = 2\pi/L_0 = 1 \text{ m}^{-1}$	Bundesautobahn (240)	0,3	1,0	7,8
	Bundesstraßen (70)	0,4	2,1	9,5
	Landesstraßen (35)	0,4	5,3	29,0
	Kreisstraßen (30)	0,7	12,2	62,0
Welligkeit w	Bundesautobahn (240)	1,5	2,0	2,6
	Bundesstraßen (70)	1,7	2,3	2,9
	Landesstraßen (35)	1,9	2,4	2,9
	Kreisstraßen (30)	1,8	2,3	2,9

Tab. 11.5 Vorschlag zur Klassifizierung von Fahrbahnunebenheiten mit einseitigen Spektralen Dichten (Mechanical Vibration – Road Surface Profiles – Reporting of Measured Data, ISO 8608: 1995(E))

Unebenheitsmaß $\Phi_h(\Omega_0)$ in cm^3 $\Omega_0 = 2\pi/L_0 = 1 \text{ m}^{-1}; w = 2$			Subjektivurteil für Ebenheit
	Untere Grenze	Mittelwert	Obere Grenze
A	0	1	2
B	2	4	8
C	8	16	32
D	32	64	128
E	128	256	512

Zusatinformation

Die Näherungsgleichung (11.92) hat den „Schönheitsfehler“, dass bei $\Omega \rightarrow 0$, d. h. bei unendlich großer Wellenlänge $L \rightarrow \infty$, die Spektrale Dichte nicht, wie es sein muss, endlich bleibt, sondern unendlich wird. Parchilowskij [PARC61] setzt deshalb

$$\Phi_h(\Omega) = \frac{\alpha}{\beta^2 + \Omega^2} \quad (11.93)$$

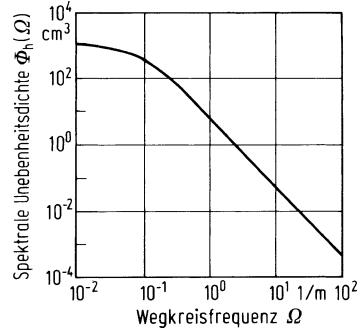
an (s. Abb. 11.35). Der Vergleich mit (11.92) zeigt, dass seine Gleichung nur für $w = 2$ gelten kann. Messungen zeigen, dass diese Begrenzungen erst weit oberhalb der fahrzeugtechnisch wichtigen Wellenlänge einsetzt, s. Lit. in Tab. 11.4.

11.5.2 Anschauliche Deutungen für $\Phi_h(\Omega)$

Zusatinformation

Die folgenden Umformungen [BRAU69] sollen dazu dienen, die Vorstellbarkeit der wenig anschaulichen Spektraldichte zu erleichtern.

Abb. 11.35 Unebenheitsspektrum nach Gl. (11.93)



Ihre Definition ging letztlich aus (11.68) hervor, nach der sich die Unebenheitsfunktion $h(x)$ aus einer Summe unendlich vieler Sinusschwingungen verschiedener Wegkreisfrequenzen Ω bzw. Wellenlängen L und verschiedenen Spektralamplituden $\hat{h}(\Omega)$ mit der Dimension (Länge)² zusammensetzt. Anschaulicher ist die Zusammensetzung der Unebenheitsfunktion aus einigen (nicht mehr unendlich vielen) Sinusschwingungen, indem Wellenlängenbereiche zusammengefasst werden und indem Amplituden mit der Dimension einer Länge entstehen.

Dazu wird statt der wegkreisfrequenzabhängigen Dichte die wellenlängenabhängige eingeführt. Da der Effektivwert der Unebenheit \tilde{h} gleich bleiben muss, gilt

$$\tilde{h}^2 = \int_0^\infty \Phi_h(\Omega) d\Omega = \int_{-\infty}^0 \Phi_h(L) dL. \quad (11.94)$$

Aus $L = 2\pi/\Omega$ nach (11.54) wird $dL = -2\pi/\Omega^2 \cdot d\Omega$ und damit aus (11.94), sowie mit der Näherungsgleichung (11.92)

$$\Phi_h(L) = \frac{\Omega^2}{2\pi} \Phi_h(\Omega) = \frac{\Omega^2}{2\pi} \left(\frac{\Omega_0}{\Omega} \right)^w \Phi_h(\Omega_0)$$

Wird für $w = 2$ gesetzt (nach Tab. 11.4 ist das ein mittlerer Wert), so ist

$$\Phi_h(L) = \frac{\Omega_0^2}{2\pi} \Phi_h(\Omega_0) = \text{const}, \quad (11.95)$$

d. h., die wellenlängenabhängige Spektraldichte ist von L unabhängig.

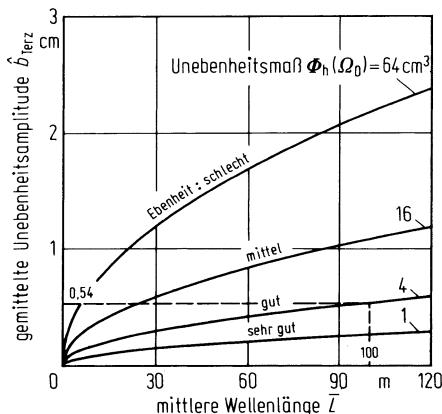
Nun kann man den sog. Teileffektivwert der Unebenheit $\widetilde{\Delta h}$ in einem Wellenlängenbereich ΔL bilden und ihn in eine einzelne harmonische Funktion mit der Amplitude \hat{b}_{abs} für die mittlere Wellenlänge \bar{L} umrechnen (wobei noch bei der Umrechnung zwischen Amplitude und Effektivwert der harmonischen Funktion der Faktor $\sqrt{2}$ berücksichtigt werden muss).

$$\widetilde{\Delta h} = \sqrt{\int_{\bar{L}-\Delta L/2}^{\bar{L}+\Delta L/2} \Phi_h(L) dL} = \sqrt{\Phi_h(\bar{L}) \Delta L} = \frac{\hat{b}_{\text{abs}}}{\sqrt{2}}.$$

Mit (11.95) wird

$$\hat{b}_{\text{abs}} = \sqrt{\frac{\Omega_0^2}{\pi} \Phi_h(\Omega_0) \Delta L} \quad (11.96)$$

Abb. 11.36 Über eine Terz gemittelte Unebenheitsamplitude \hat{b}_{Terz} als Funktion der mittleren Wellenlänge \bar{L} für verschiedene unebene Straßen (Werte aus Tab. 11.5)



Das heißt, bei konstantem Bereich der Wellenlänge ΔL (konstante absolute Bandbreite) ist auch die Amplitude \hat{b}_{abs} konstant. (Mit z. B. $\Delta L = \pi [m]$, $\Omega_0 = 1 [m^{-1}]$ und $\Phi_h(\Omega_0) = 4 [cm^3]$ (gute Straße) wird $\hat{b}_{\text{abs}} \approx 0,2 [cm]$. Das heißt, Unebenheitswellen im Bereich von z. B. $10 - \pi/2 = 8,43$ m bis $10 + \pi/2 = 11,57$ m haben eine Amplitude von 0,2 cm, aber auch Wellen von 98,4 bis 101,6 m haben die gleiche Amplitude von 0,2 cm.)

Anschaulicher dürfte es sein, den Bereich der Wellenlänge proportional der mittleren Wellenlänge zu verändern (konstante relative Bandbreite)

$$\hat{b}_{\text{rel}} = \sqrt{\frac{\Omega_0^2}{\pi} \Phi_h(\Omega_0) \frac{\Delta L}{\bar{L}}} \sqrt{\bar{L}}. \quad (11.97)$$

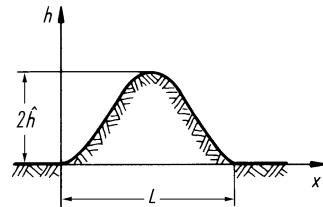
Unterscheiden sich die obere Grenze $\bar{L} + \Delta L/2$ und die untere $\bar{L} - \Delta L/2$ um den Faktor 2, so spricht man in der Akustik von einer Oktave, beim Verhältnis $\sqrt[3]{2}$ von einer Terz. Wird z. B. die Terz angewendet, so ist $\Delta L/\bar{L} = 0,23$, und die Amplituden \hat{b}_{Terz} berechnen sich wie folgt: Bei $\bar{L} = 10$ m wird $\Delta L = 2,3$ m, und im Bereich von $10 - 2,3/2 \sim 8,9$ bis $10 + 2,3/2 \sim 11,2$ m wird nach (11.97) und den oben genannten Werten $\hat{b}_{\text{Terz}} = 0,17$ cm. Bei $\bar{L} = 100$ m und damit $\Delta L = 23$ m wird $\hat{b}_{\text{Terz}} = 0,54$ cm. Abbildung 11.36 zeigt den Zusammenhang.

Die gleichen Überlegungen kann man nicht nur wie hier für Eingangsspektren, sondern auch für Ausgangsspektren anstellen.

11.5.3 Einzelhindernisse

Neben Sinusstraßen, den sog. Wellenfahrbahnen, den periodischen Unebenheiten und den stochastischen gibt es auch Einzelhindernisse wie Bahnübergänge, Kanaldeckel, Übergänge an Brücken oder Flickstellen. Diese fallen besonders dann auf, wenn die Fahrbahn sonst sehr eben ist. Diese Einzelhindernisse werden durch eine ganze oder halbe Sinuswelle oder durch eine Rampen- oder Sprungfunktion beschrieben. Am besten nimmt man eine

Abb. 11.37 Annäherung eines Einzelhindernisses durch eine $(1 - \cos)$ -Funktion



$(1 - \cos)$ -Funktion mit ihren waagerechten Tangenten am Anfang und Ende nach Abb. 11.37.

$$h(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } x \geq 0 \text{ und } x \leq L \\ \hat{h} \left(1 - \cos \frac{2\pi}{L} x\right) = \hat{h}(1 - \cos \Omega x) & \text{für } 0 \geq x \leq L \end{cases} \quad (11.98)$$

bzw.

$$h(t) = \begin{cases} 0 & 0 \geq t \leq L/v \\ \hat{h} \left(1 - \cos \frac{2\pi v}{L} t\right) = \hat{h}(1 - \cos \omega t) & \text{für } 0 \geq t \leq L/v \end{cases} \quad (11.99)$$

mit der Wegkreisfrequenz $\Omega = 2\pi/L$ und der Zeitkreisfrequenz $\omega = 2\pi v/L$.

Bei Verwendung des einfachen Reifenmodells nach Abschn. 2.2.2, bei dem der Reifen nur in einem Punkt die Fahrbahn berührt, sollte die Hindernislänge L mindestens das Vierfache der Latschlänge sein.

Literatur

- [BEND80] Bendat, J.S.; Piersol, A.G.: Engineering Applications of Correlation and Spectral Analysis. New York: J. Wiley & Sons 1980
- [BRAU69] Braun, H.: Untersuchung von Fahrbahnunebenheiten und Anwendung der Ergebnisse. Diss. TU Braunschweig 1969
- [GRIF94] Griffin, M.J.: Handbook of Human Vibration, London: Academic Press 1994 d
- [HARR76] Harris, C.H.; Crede, C.E.: Shock and Vibration Handbook. New York: McGraw-Hill 1976.
- [HEIS13] Heißing, B.; Ersoy, M.; Gies, S. (Hrsg.) Fahrwerkhandbuch, 4. Aufl., Springer-Vieweg, Wiesbaden, 2013
- [HONT74] Hontschik, H.; Kinkel, H.J.; Rasch, W.; Schmid, I.: Schwingungstechnische und arbeitsphysiologische Untersuchung von Fahrzeugsitzen verschiedener Bauart, ATZ 76 (1974) Heft 7, S. 216–222
- [KLOTT81] Klötter, K.: Technische Schwingungslehre, Bd. I, 3. Aufl., Teil A. Berlin, Heidelberg, New York: Springer Verlag 1981
- [MUEL05] Müller, P.; Gold, H.: Das neue „Air Damping System“ der BMW HP2 Enduro, ATZ 2005(107) S. 848–857.
- [NABE11] Naber, T. J.: Luftdämpfer-Systeme für Nutzfahrzeuge, Dissertation RWTH Aachen, 2011

- [OTTL96] Ottl, D.; Römmich, C.: Schwingungen von Autorädern infolge mechanisch unrunder Reifen, ATZ 98 (1996) Heft 6, S. 351–357.
- [PARC61] Parchilowskij, J.G.: Spektrale Verteilungsdichte der Unebenheiten des Mikroprofils der Straßen und die Schwingungen des Kraftfahrzeuges. Automobilnaja Promischlenost (russ.) XXVII. Jahrg., Nr. 10 (Okt. 1961)
- [SCHL60] Schlitt, H.: Systemtheorie für regellose Vorgänge. Berlin, Göttingen, Heidelberg: Springer Verlag 1960, S. 126, oder DIN 1311, Blatt 1
- [WINK67] Winkelholz, E.-A.: Über eine mechanische Ersatzanordnung für das System Fahrersitz-Mensch. Diss. TU Braunschweig 1967.
- [ZURM65] Zurmühl, R.: Praktische Mathematik, 5. Aufl. Berlin, Heidelberg, New York: Springer Verlag 1965.

Weiterführende Literatur

- [BRAU80] Braun, H.: Meßergebnisse von Straßenunebenheiten, VDI-Berichte Nr. 877 (1991), S. 47–80. Düsseldorf, VDI-Verlag

Nach Abb. 10.2 muss das Schwingungsverhalten anhand von Beurteilungsmaßstäben bewertet werden. Es werden als Kriterien die Radlastschwankungen und die auf den Fahrzeuginsassen einwirkenden Schwingungen behandelt, weiterhin die Gesamtfederwege am Rad und am Sitz. Die letzteren stellen zwar direkt keinen Beurteilungsmaßstab für den Insassen dar, indirekt geben aber genügend große Federwege erst die konstruktive Voraussetzung zur Erzielung hohen Komforts.

Beim Auftreten mehrerer Beurteilungsmaßstäbe gibt es die Schwierigkeit, diese zu einer einzigen Größe zusammenzufassen, um das Fahrzeug schwingungstechnisch durch eine einzige „Zahl“ charakterisieren zu können. Hierfür gibt es derzeit keine Lösung, es wird deshalb nur kurz auf die Problematik eingegangen [HELM74]. Werden z. B. der Effektivwert der Radlastschwankung \tilde{F}_z als Maßstab für die Fahrsicherheit und die noch in Abschn. 12.3.2 zu behandelnde Bewertete Schwingstärke K für den Komfort als Beurteilungsgrößen genommen, so könnte die Gesamtbeurteilung durch einen in der Regelungstechnik für die Optimierung von Systemen oft benutzten Gütewert der Form

$$Q = g_F \tilde{F}_z^2 + g_K K^2$$

charakterisiert werden. Dazu müssen allerdings die Gewichtungsfaktoren g_F und g_K bekannt sein. Für einen Rennwagen dürfte z. B. die Fahrsicherheit wichtig, der Komfort fast nebensächlich sein (g_F groß, g_K klein), beim Pkw hingegen wird man einen Kompromiss zwischen Fahrsicherheit und Komfort finden müssen. Wären die Größen der Gewichtungsfaktoren bekannt, so könnte z. B. die Federung und die Dämpfung eines für einen bestimmten Einsatzzweck vorgesehenen Fahrzeuges optimal [OBER82] ausgelegt werden. Da dies – wie gesagt – noch nicht der Fall ist, werden später die einzelnen Beurteilungsmaßstäbe nicht zusammengefasst, sondern bleiben nebeneinander bestehen.

12.1 Radlastschwankung, Fahrsicherheit, Straßenbeanspruchung

Als erster Beurteilungsmaßstab für Fahrzeugschwingungen wird die Radlast F_z betrachtet. Dies führt zu den Begriffen Fahrsicherheit und Straßenbeanspruchung. F_z setzt sich aus einem statischen und einem dynamischen Anteil

$$F_z(t) = F_{z\text{stat}} + F_{z\text{dyn}}(t) \quad (12.1)$$

zusammen (Abb. 12.1). Da die Radlastschwankung $F_{z\text{dyn}}$ nur bei Fahrt auf unebenen Straßen große Werte annimmt, soll nur diese Erregung betrachtet werden. Das Quadrat der Standardabweichung, die Streuung für die Radlast, ergibt sich nach (11.75), in die (12.1) eingesetzt wurde, zu

$$\sigma_F^2 = \frac{1}{T} \int_0^T [F_Z(t) - \bar{F}_Z]^2 dt = \frac{1}{T} \int_0^T [F_{z\text{stat}} + F_{z\text{dyn}}(t) - \bar{F}_Z]^2 dt.$$

Da der lineare Mittelwert der Radlast im Allgemeinen gleich der statischen Radlast ist

$$\bar{F}_z = F_{z\text{stat}}, \quad (12.2)$$

wird

$$\sigma_F^2 = \frac{1}{T} \int_0^T F_{z\text{dyn}}^2(t) dt,$$

und mit (11.74)

$$\sigma_F = \tilde{F}_{z\text{dyn}}. \quad (12.3)$$

Die Standardabweichung der Radlastschwankung ist gleich dem Effektivwert. Mit Einführung der reellen Amplitude der Radlastschwankung \hat{F}_z ergibt sich nach (11.82) die Spektraldichte der Radlastschwankung zu

$$\Phi_F(\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{4\pi}{T} [\hat{F}_z(\omega)]^2 \quad (12.4)$$

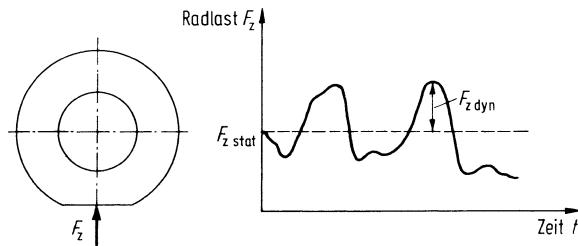
und deren Streuung nach (11.83) und (12.3) aus

$$\sigma_F^2 = \int_0^\infty \Phi_F(\omega) d\omega. \quad (12.5)$$

Wird noch, wie in (11.84) bis (11.87), die Spektraldichte der Unebenheit und Fahrgeschwindigkeit $\Phi_h(\omega)$ eingeführt, so ist

$$\sigma_F^2 = \int_0^\infty \left[\frac{\hat{F}_z}{\hat{h}} \right]^2 \Phi_h(\omega) d\omega. \quad (12.6)$$

Abb. 12.1 Zur Erläuterung der statischen und dynamischen Radlast $F_{z\text{stat}}$ und $F_{z\text{dyn}}$



Setzt man noch für $\Phi_h(\omega)$ die Spektrale Dichte der Unebenheit $\Phi_h(\Omega)$ ein

$$\Phi_h(\omega) = \frac{1}{v} \Phi_h(\Omega) \quad \text{s. (11.91)}$$

und berücksichtigt

$$\omega = v\Omega, \quad \text{s. (11.56)}$$

so erhält man – in Abb. 12.2 als Diagrammfolge dargestellt – den wichtigen Zusammenhang zwischen

Fahrzeug – Straße – Fahrgeschwindigkeit.

Wird für $\Phi_h(\Omega)$ die Näherung

$$\Phi_h(\Omega) = \Phi_h(\Omega_0) \left[\frac{\Omega}{\Omega_0} \right]^{-w} \quad \text{s. (11.92)}$$

eingesetzt, wird aus (12.6)

$$\sigma_F^2 = v^{w-1} \Omega_0^w \Phi_h(\Omega_0) \int_0^\infty \left[\frac{\hat{F}_z(\omega)}{\hat{h}(\omega)} \right]^2 \frac{1}{\omega^w} d\omega. \quad (12.7)$$

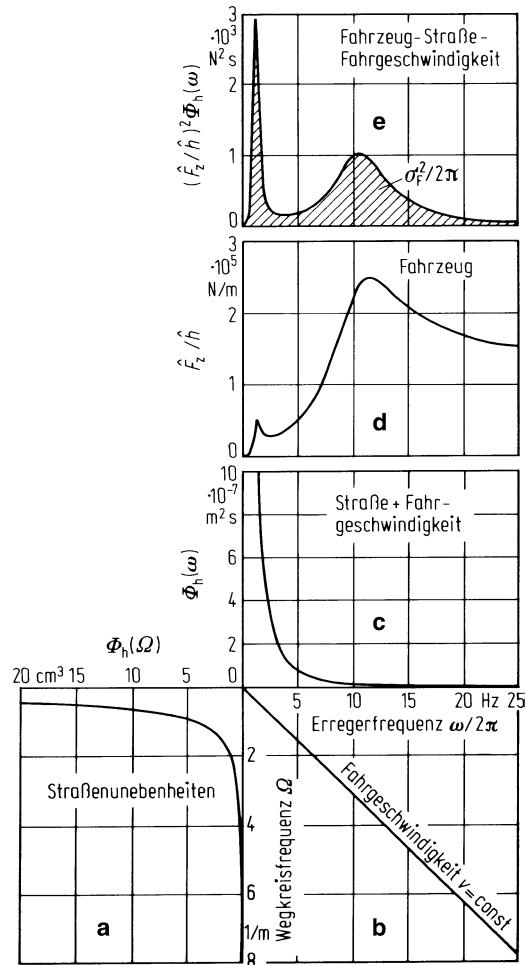
Die Gln. (12.6), (12.7) und Abb. 12.2 bilden die Grundlage für die späteren Berechnungen der Radlastschwankung.

Zunächst soll hier auf die fahrzeugtechnische Bedeutung von σ_F eingegangen werden.

12.1.1 Fahrsicherheit

Der dynamische Anteil der Radlast $F_{z\text{dyn}}$ kann nach Abb. 12.1 positiv und negativ sein. Für den Sonderfall $F_{z\text{dyn}} = -F_{z\text{stat}}$ ist die gesamte Radlast momentan $F_z = 0$, d. h., das Rad kann keine Horizontalkräfte, weder in Umfangs- noch in Seitenrichtung, übertragen. Würde dies bei einem Fahrzeug an allen Rädern gleichzeitig eintreten, so wären die Führungsmöglichkeiten aufgehoben.

Abb. 12.2 a–e Stochastische Unebenheitsanregung.
a–c Zusammenhang zwischen weg- und zeitfrequenzabhängigen Spektralen Dichten von Unebenheit und Fahrgeschwindigkeit (vgl. Abb. 11.33);
d Vergrößerungsfunktion der Radlastschwankung \hat{F}_z/\hat{h} über der Erregerfrequenz $\omega/2\pi$; **e** Spektrale Dichte der Radlastschwankung $\Phi_F = (\hat{F}_z/\hat{h})^2 \Phi_h(\omega)$. Flächeninhalt entspricht der Streuung (Quadrat der Standardabweichung) der Radlastschwankung



Genaugenommen ist also die Radlastschwankung direkt kein Maß für die Fahrsicherheit, sondern wichtig sind die noch aufnehmbaren Horizontalkräfte bzw. das sich daraus ergebende Fahrverhalten des Kraftfahrzeugs, oder noch genauer ausgedrückt, die Änderung des Fahrverhaltens auf ebener und unebener Fahrbahn [MITS83].

Bei den Horizontalkräften sind Umfangs- und Seitenkräfte zu unterscheiden. Radlastschwankungen ändern die vom Reifen übertragbaren Umfangskräfte wenig und verlängern deshalb den Bremsweg kaum [MITS85]. Das gilt allerdings nur bei nicht ABS-geregelten Bremsungen, wenn geringe Vertikalkräfte anschließend durch hohe Kräfte ausgeglichen werden. Bei Seitenkräften ist das prinzipiell anders. Infolge der degressiven Abhängigkeit von der Reifenseitenkraft über dem Schräglauftwinkel und infolge des Reifeneinlaufverhaltens wird bei gegebener Seitenkraft der Schräglauftwinkel größer [LAER85]. Damit verändert sich das Fahrverhalten des Fahrzeuges in Querrichtung, das Untersteuerverhalten

kann sich verringern, sogar zum Übersteuern umschlagen und damit Instabilität ergeben. Da die Querdynamik eines Kraftfahrzeuges im Wesentlichen im Frequenzbereich von 0 bis 2 Hz beschrieben werden kann, sind auch die Radlastschwankungen in diesem Bereich wesentlich, also – wie in Kap. 13 gezeigt wird – im sog. Aufbauresonanzbereich [MUEH92, ALBE91].

Um nicht in diesem Teil III auf das Fahrverhalten eingehen zu müssen, sollen vereinfachend unter hoher Fahrsicherheit kleine Radlastschwankungen verstanden werden. Diese wiederum werden durch eine kleine Standardabweichung σ_F charakterisiert.

Die absolute Größe von σ_F wirkt sich je nach der statischen Radlast $F_{z\text{stat}}$ verschieden stark aus; z. B. beeinträchtigt eine Standardabweichung von $\sigma_F = 1000 \text{ N}$ bei einem Lastwagen mit $F_{z\text{stat}} = 20.000 \text{ N}$ die Fahrsicherheit kaum, bei einem Pkw mit nur 3000 N Radlast jedoch sehr wesentlich. Um diesen Einfluss zu berücksichtigen, bezieht man zur Beurteilung der Fahrsicherheit die dynamische Radlast auf die statische (sog. Variationskoeffizient) und fordert,

$$\frac{\sigma_F}{F_{z\text{stat}}} \quad (12.8)$$

sei möglichst klein.

Bei einem Fahrzeug ändert sich die statische Radlast $F_{z\text{stat}}$ mit der Beladung. Darum muss, um annähernd gleiche Fahrsicherheit für alle Beladungszustände des Fahrzeugs zu erzielen, die Forderung aufgestellt werden, dass sich

$$\sigma_F \sim F_{z\text{stat}} \quad (12.9)$$

ändert, d. h., am leeren Fahrzeug sollen die Radlastschwankungen kleiner als beim beladenen sein.

Zusatinformation

Der o. g. Variationskoeffizient $\sigma_F/F_{z\text{stat}}$ ergibt in Verbindung mit der in Tab. 11.3 genannten Wahrscheinlichkeit die folgende anschauliche Deutung der Fahrsicherheit.

Bei $\sigma_F = 1000 \text{ N}$ und $F_{z\text{stat}} = 3000 \text{ N}$ wird $F_z = 0$, d. h. $\lambda\sigma_F/F_{z\text{stat}} = 1$ bei $\lambda = 3$. Nach Tab. 11.3 tritt das in $0,3\% / 2 = 0,15\%$ aller Fälle auf. Dies bedeutet, dass jede $1/0,0015 = 667$ Radlastspitze zum Radabheben führt, was bei einer für Pkw üblichen Radeigenfrequenz von 15 Hz durchschnittlich alle 44 Sekunden oder bei $72 \text{ km/h} = 20 \text{ m/s}$ Fahrgeschwindigkeit alle 889 Meter einmal geschieht. Erhöht sich z. B. die Standardabweichung auf $\sigma_F = 1500 \text{ N}$ und verringert sich damit λ nach Tab. 11.3 auf $\lambda = 2$, so hebt das Rad schon alle 58 Meter ab.

12.1.2 Straßenbeanspruchung

In der Straße entstehen nicht nur durch die dynamischen Radlasten Spannungen und (bleibende) Verformungen, sondern durch die gesamte Radlast F_z . Ausgehend von den Ergebnissen des AASHO-Road-Test¹ und einigen Annahmen kann die Straßenbeanspruchung

¹ AASHO: American Association of State Highway Officials.

durch die Einflusszahl

$$\vartheta = (\eta_I \eta_{II} F_z)^4 \quad (12.10)$$

charakterisiert werden [FOSV93]. Hinter diesem sog. „Vierten Potenz-Gesetz“ steckt, dass die Zahl der Überrollungen bis zu einer bestimmten Straßenschädigung umgekehrt proportional zur vierten Potenz der Radlast ist. Die Faktoren η_I und η_{II} berücksichtigen, dass die Radlast nicht punktförmig auf die Straße wirkt, sondern über ein oder zwei Flächen (Einzel- oder Zwillingsbereifung), und dass diese Latschflächen verschieden groß (Reifengröße, Innendruck) sein können. Setzt man in (12.10) die Gl. (12.1) ein, so ergibt sich

$$\vartheta = (\eta_I \eta_{II} F_{z\text{stat}})^4 \left(1 + \frac{F_{z\text{dyn}}}{F_{z\text{stat}}}\right)^4. \quad (12.11)$$

Der zweite Klammerausdruck kann nach der Häufigkeitsverteilung nach Abb. 11.31c größer oder kleiner Eins sein. Für die Straßenbeanspruchung ist nur der Wert größer Eins wichtig.

Die größte Beanspruchung der Straße tritt bei der größten dynamischen Radlast $F_{z\text{dyn max}}$ auf. Als größter Wert wird häufig $3\sigma_F$ angenommen. Wird allgemein, wie in Tab. 11.3 genannt, $\lambda\sigma_F$ eingesetzt, so ist [MITS79]

$$\vartheta_{\max} = (\eta_I \eta_{II} F_{z\text{stat}})^4 \left[1 + \lambda \left(\frac{\sigma_F}{F_{z\text{stat}}}\right)\right]^4. \quad (12.12)$$

Neben dieser größten, an einem bestimmten Ort auftretenden Beanspruchung kann auch eine mittlere definiert werden [EISE75],

$$\bar{\vartheta} = (\eta_I \eta_{II} F_{z\text{stat}})^4 \left[1 + 6 \left(\frac{\sigma_F}{F_{z\text{stat}}}\right)^2\right]. \quad (12.13)$$

Die wirkliche Straßenbeanspruchung, die über die Zahl der Achsen eines Kraftfahrzeuges und dann noch über die aller Kraftfahrzeuge zu summieren ist, wird zwischen dem oben genannten Maximal- und dem Mittelwert liegen. Nach Untersuchungen [KOE59] treten die größten Vertikallasten an den einzelnen Achsen eines Fahrzeuges oder verschiedener Fahrzeuge aufgrund ähnlicher Eigenfrequenzen fast an der gleichen Straßenstelle auf, sodass der Mittelwert zu klein und der Maximalwert, der nur dann gelten würde, wenn die größten Lasten genau an der gleichen Straßenstelle auftreten würden, zu groß ist.

Für die Straßenbeanspruchung ist die Größe der statischen Last von großer Bedeutung. Die dynamische Radlast wird wie bei der Fahrsicherheit durch den Variationskoeffizienten $\sigma_F/F_{z\text{stat}}$ charakterisiert.

12.1.3 Radlaststoßfaktor

Nicht nur für die Beanspruchung der Straße ist die Kenntnis der größten Radlast $F_{z\max}$ wichtig, sondern auch z. B. für die Berechnung der Betriebsfestigkeit und Lebensdauer von

Rädern und Radlagern. Man führt dann häufig den sog. Radlaststoßfaktor n , das Verhältnis der größten zur statischen Radlast ein,

$$n = \frac{F_{z\max}}{F_{z\text{stat}}} = 1 + \frac{F_{z\text{dyn max}}}{F_{z\text{stat}}}. \quad (12.14)$$

Auch im Fahrzeugbau wird häufig – wie in Abschn. 12.1.2 für die Straßenbeanspruchung genannt – für $F_{z\text{dyn max}} = 3\sigma_F$ eingesetzt,

$$n = 1 + \frac{3\sigma_F}{F_{z\text{stat}}}. \quad (12.15)$$

Das bedeutet nach Tab. 11.3, dass nur in $(1 - S)/2 = 0,15\%$ aller Fälle noch höhere Kräfte als nach (12.15) berechnet auftreten.

Werte für n sind in Abschn. 13.9, s. (13.26), zusammengestellt.

12.2 Federwege

Der Gesamtfederweg Δz setzt sich – der Radlast entsprechend definiert, s. (12.1), – aus einem statischen Anteil Δz_{stat} und einem dynamischen Δz_{dyn} zusammen,

$$\Delta z(t) = \Delta z_{\text{stat}} + \Delta z_{\text{dyn}}(t) \quad (12.16)$$

Er wird an zwei Beispielen, dem (für schnellfahrende Kraftfahrzeuge nicht sehr wichtigen) Sitzfederweg und dem Radfederweg, behandelt. Wie bei der Radlastschwankung ist auch hier bei den dynamischen Federwegen nur die Unebenheitsanregung wichtig.

12.2.1 Sitzfederweg

Am Beispiel des in Abb. 12.3 dargestellten Insassen auf einem Sitz bedeutet Δz_{stat} die Einfederung durch das Körpergewicht und Δz_{dyn} die Schwingbewegung durch die Unebenheitsanregung. Die statische Einsenkung ergibt sich bei linearer Feder mit der Federkonstanten c und der auf dem Sitz ruhenden Masse m zu

$$\Delta z_{\text{stat}} = \frac{mg}{c} \quad (12.17)$$

und nach Einführung der ungedämpften Eigenkreisfrequenz $\nu = \sqrt{c/m}$ nach (11.7)

$$\Delta z_{\text{stat}} = \frac{g}{\nu^2} = \frac{g/4\pi^2}{(\nu/2\pi)^2}. \quad (12.18a)$$

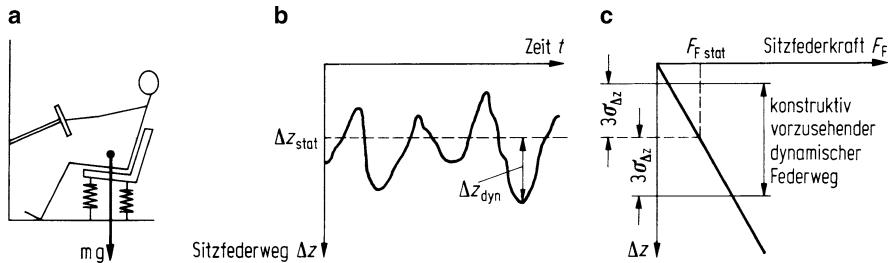


Abb. 12.3 a Belastung des Sitzes durch den Menschen; b statischer und dynamischer Sitzfederweg Δz_{stat} und Δz_{dyn} ; c konstruktiv vorzusehender dynamischer Federweg der Größe $6\sigma_{\Delta z}$ mit der Standardabweichung $\sigma_{\Delta z}$

Daraus folgt

$$\frac{\Delta z_{\text{stat}}}{\text{cm}} \approx \frac{25}{(\nu/2\pi/\text{Hz})^2}. \quad (12.18b)$$

Bei $\nu/2\pi = 1\text{Hz}$ beträgt die Einsenkung $\Delta z_{\text{stat}} = 25\text{ cm}$. Bei $\nu/2\pi = 0,5\text{ Hz}$ ist $\Delta z_{\text{stat}} = 100\text{ cm}$ (!), bei $4,5\text{ Hz}$ – was im Mittel (Abschn. 11.2.4) heutigen Sitzen entspricht – nur ungefähr $1,2\text{ cm}$.

Der maximale dynamische Relativweg ergibt sich, wenn wieder die dreifache Standardabweichung eingesetzt und nach Abb. 12.3c Ein- und Ausfedern berücksichtigt wird, zu

$$\Delta z_{\text{dyn max}} = 6\sigma_{\Delta z}. \quad (12.19)$$

Die Relativbewegungen zwischen dem auf dem Sitz befindlichen Oberkörper des Fahrers und den Händen am Lenkrad oder den Füßen auf den Pedalen dürfen nicht zu groß werden, sonst treten Bedienungsfehler auf [PLEZ73].

Die Standardabweichung $\sigma_{\Delta z}$ der Relativbewegung errechnet sich entsprechend (12.5) und (12.6) aus der Spektralen Dichte $\Phi_{\Delta z}$ oder der Vergrößerungsfunktion der Relativbewegung \hat{h} und der Spektralen Dichte $\Phi_h(\omega)$ der Unebenheiten und Fahrgeschwindigkeit

$$\sigma_{\Delta z}^2 = \int_0^\infty \Phi_{\Delta z} d\omega = \int_0^\infty \left(\frac{\Delta \hat{z}}{\hat{h}} \right)^2 \Phi_h(\omega) d\omega. \quad (12.20)$$

12.2.2 Radfederweg

Als zweites Beispiel wird in Abb. 12.4 der Federweg zwischen Rad und Karosserie gezeigt, für den im sog. Radhaus (im Kotflügel) Platz vorgesehen sein muss. Hier ist zu berücksichtigen, dass nur die statische Einfederungsdifferenz zwischen leerem und beladenem Fahrzeug wichtig ist, während die Einfederung durch das leere Fahrzeug mittels Vorspannung der Feder aufgefangen werden kann. Der Gesamtfederweg ergibt sich nach Abb. 12.4c zu

$$\Delta z_{\text{max}} = \Delta z_{\text{stat bel}} - \Delta z_{\text{stat leer}} + 3\sigma_{\Delta z \text{ leer}} + 3\sigma_{\Delta z \text{ bel}}. \quad (12.21)$$

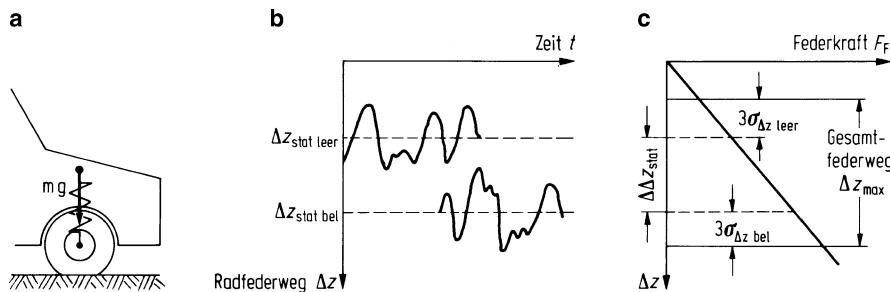


Abb. 12.4 a Statische Belastung der Feder zwischen Rad und Aufbau; b Federwege bei leerem und beladenem Fahrzeug um die jeweilige statische Ruhelage; c zur Ermittlung des Gesamtfederweges mit $\Delta\Delta z_{\text{stat}}$, der statischen Einfederungs differenz zwischen beladenem und leerem Fahrzeug und den Standardabweichungen $\sigma_{\Delta z}$

Die Differenz der statischen Einfederung

$$\Delta \Delta z_{\text{stat}} = \Delta z_{\text{stat bel}} - \Delta z_{\text{stat leer}}$$

errechnet sich mit der Federkonstanten c der Feder zwischen Rad und Aufbau, m_{leer} der Masse des leeren Fahrzeugs, $m_{\text{bel}} = m_{\text{leer}} + \Delta m$ der des beladenen, Δm der Masse der Zuladung und der ungedämpften Eigenkreisfrequenz des leeren Fahrzeugs v_{leer} zu

$$\Delta\Delta z_{\text{stat}} = \frac{m_{\text{bel}}g}{c} - \frac{m_{\text{leer}}g}{c} = \frac{\Delta m}{m_{\text{leer}}} \frac{g}{v_{\text{leer}}^2} \quad (12.22a)$$

$$\frac{\Delta\Delta z_{\text{stat}}}{\text{cm}} \approx \frac{\Delta m}{m_{\text{leer}}} \frac{25}{(v_{\text{leer}}/2\pi/\text{Hz})^2}. \quad (12.22b)$$

Zusatzinformation

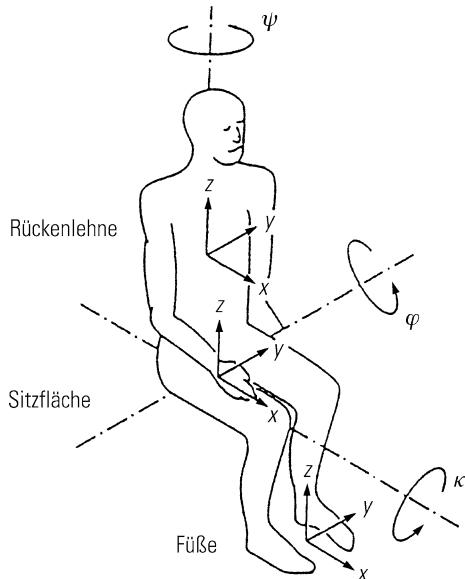
Mit z. B. $\Delta m/m_{\text{leer}} = 1$ und $v_{\text{leer}}/2\pi = 1,4 \text{ Hz}$ wird $\Delta\Delta z_{\text{stat}} \approx 12,3 \text{ cm}$, bei $1,0 \text{ Hz}$ ergeben sich 25 cm . Bei Fahrzeugen mit Niveauregelungen (z. B. bei Stadtomnibussen oder auch bei Pkw mit Luftfederung) fällt die statische Einfederungsdifferenz weg.

Die Standardabweichungen für die Relativbewegungen $\sigma_{\Delta z_{\text{bel}}}$ und $\sigma_{\Delta z_{\text{leer}}}$ ergeben sich wieder über (12.20).

12.3 Beurteilung der Schwingungseinwirkung auf Fahrzeuginsassen

Es wirken auf den Körper sitzender Menschen – sie stellen die Hauptzahl der in einem Kraftfahrzeug beförderten Personen dar – über verschiedene Stellen, in verschiedenen Richtungen und mit verschiedener Intensität Schwingungen ein. Nach Abb. 12.5 werden z. B. in z -Richtung über Gesäß und Oberschenkel in die oberhalb des Sitzes befindlichen Körperteile Bewegungen z_{Sitz} , über die Füße $z_{\text{Fuß}}$ und – im Bild nicht dargestellt – über das

Abb. 12.5 Koordinatensystem für verschiedene Schwingungsrichtungen bei Einwirkung auf den sitzenden Menschen (aus VDI-Richtlinie 2057, s. [VDI99])



Lenkrad oder über die Armlehne in Hände und Arme z_{Hand} eingeleitet. Zusätzlich können noch in x - und y -Richtung – z. B. über den Sitz und über die gepolsterte Rückenlehne – Schwingungen $x_{\text{Sitz}}, y_{\text{Sitz}}, x_{\text{Lehn}}, y_{\text{Lehn}}$ auftreten, sowie neben diesen translatorischen Anregungen noch rotatorische wie Nick-, Wank- und Gierschwingungen φ, κ und ψ .

Je größer die Schwingungen des Fahrzeugs und damit die Anregungen auf den Insassen sind, umso schlechter beurteilt er den Schwingungskomfort. Dabei sind noch die Schwingungen nach ihrer Art und Zeitdauer zu unterscheiden:

- Transient und kurzzeitig: s. abklingende Eigenschwingungen, Überfahren von Einzelhindernissen und Fahrzeugruckeln in den Abschn. 11.1.1, 13.4, 17.2
- Harmonisch bzw. periodisch über längere Zeit wirkend: s. Abschn. 11.3, im einzelnen Wellenfahrbahn, Motoranregung sowie Rad-Reifen-Anregung
- Stochastisch über längere Zeit wirkend: s. Abschn. 11.4.

Weiterhin wird zu berücksichtigen sein, da der Mensch selbst ein schwingungsfähiges Ge-
bilde ist, dass er die Einwirkung einer gegebenen Schwingung nicht allein nach deren Stär-
ke, also z. B. nicht allein nach der Größe der Beschleunigungsamplitude, beurteilt, sondern
Schwingungen gleicher Stärke, aber verschiedener Frequenz unterschiedlich wahrnimmt.
Das heißt, zwischen physikalischen Messwerten und der subjektiven Wahrnehmung be-
steht eine frequenzabhängige Bewertung [CUCU92].

Zur Ermittlung des Schwingungskomforts im Fahrzeug ist die Kenntnis der mensch-
lichen Wahrnehmung erforderlich. Zwischen dieser subjektiven Größe „Wahrnehmung“ und der objektiven Kennzeichnung der auf den Insassen wirkenden mechanischen Schwin-

gungen muss ein Zusammenhang hergestellt werden. Erst dann ist es möglich, ein Fahrzeug schwingungstechnisch bezüglich des Komforts richtig auszulegen.

Obgleich seit mehreren Jahrzehnten über Beurteilung, Belastung und Beanspruchung von Schwingungseinwirkungen auf den Menschen geforscht wird, gibt es mehr offene Fragen als abschließende Antworten, und dies ganz besonders für die Anwendung auf das Kraftfahrzeug. Deshalb kann im Folgenden nur ein Einblick gegeben werden. Begonnen wird mit dem einfachen, in der entsprechenden Richtlinie [VDI99] behandelten, Fall der Ganzkörperschwingungen.

12.3.1 Ganzkörperschwingungen

Mechanische Schwingungen, die nur über *eine* Einleitungsstelle auf den Menschen wirken und insgesamt beurteilt werden sollen, nennt man Ganzkörperschwingungen [GRIF94, BRST87, ISO99, VDI99]. Die Belastung der Schwingungseinwirkung während einer bestimmten Dauer T wird durch den Effektivwert \tilde{a}_{wT} der frequenzbewerteten Beschleunigung $a_w(t)$ gekennzeichnet²

$$\tilde{a}_{wT} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T a_w^2(t) dt}. \quad (12.23)$$

Die frequenzbewertete Beschleunigung $a_w(t)$ erhält man aus der unbewerteten $a(t)$ über Frequenzfilter, über verschiedene W -Funktionen (W = weighting = Gewichtung). Sie sind mit den zugehörigen Amplituden in Abhängigkeit von der Erregerkreisfrequenz ω definiert zu

$$W(\omega) = \frac{\hat{a}_w(\omega)}{\hat{a}(\omega)}. \quad (12.24)$$

Zusatzinformation

In Abb. 12.6 sind für einige Einleitungspunkte und Richtungen $W(\omega)$ für $\omega/2\pi = (0,1 \dots 20)$ Hz aufgetragen [VDI99], wobei für ein bestimmtes $\omega^*/2\pi$ – bei jeder Kurve verschieden – $W(\omega^*) \approx 1$ ist. Für die Anregung über den Sitz in z -Richtung – im Weiteren W_{zSitz} genannt – ist der Mensch zwischen 4 und 10 Hz am empfindlichsten, darunter und darüber ist er weniger empfindlich. Niedrfrequente Schwingungen unterhalb 0,5 Hz führen zu Kinetosen (Bewegungskrankheit, Gesundheitsstörung, Seekrankheit), dafür gilt die Bewertung $W_{Seekrank}$. Für die Anregung über den Sitz in x - und y -Richtung ist anzuwenden $W_{xSitz} = W_{ySitz}$ mit einem Bereich hoher Bewertung zwischen 0,8 und 1,5 Hz, für die Rückenlehne in x -Richtung W_{xLehn} mit hohen Werten zwischen 0,8 und 8,0 Hz. Für alle drei rotatorischen Schwingungen (Nicken, Wanken, Gieren) um die in der Sitzfläche liegenden Achsen ist $W_{\bar{x}} = W_{\bar{\phi}} = W_{\bar{\psi}} = W_{Rot}$ mit dem empfindlichsten Bereich zwischen 0,6 und 1,0 Hz.

² In den früheren VDI 2057-Richtlinien: „Beurteilung der Einwirkung mechanischer Schwingungen auf den Menschen“, bestehend aus: Blatt 1 „Grundlagen“, (1983); Blatt 2 „Schwingungseinwirkung auf den menschlichen Körper“, (1981); Blatt 3 „Schwingungsbeanspruchung des Menschen“ (1979) wurde zur Beurteilung ein K -Wert (K = Komfort) verwendet.

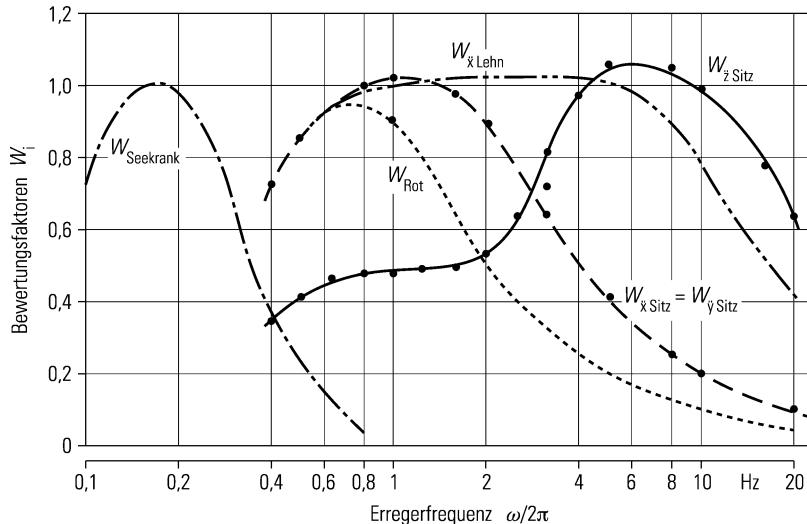


Abb. 12.6 Bewertungsfaktoren W_{zSitz} , W_{xSitz} , W_{ySitz} , W_{xLehn} , W_{Rot} und W_{Seekrank} als Funktion der Erregerfrequenz $\omega/2\pi$ für den sitzenden Menschen (aus: VDI-Richtlinie 2057, s. [VDI99])

Statt der Schreibweise teils im Zeitbereich nach (12.23), teils im Frequenzbereich nach (12.24) können die Zusammenhänge nur als Funktion von ω formuliert werden. Bei stochastischen Schwingungen ist entsprechend (11.83)

$$\tilde{a}_w^2 = \int_0^\infty \Phi_{aw}(\omega) d\omega = \int_0^\infty W^2(\omega) \Phi_a(\omega) d\omega \quad (12.25)$$

mit den Spektralen Dichten Φ_{aw} und Φ_a der frequenzbewerteten und unbewerteten Beschleunigungsanregung.

Zusatzinformation

Enthält die Beschleunigungs-Zeit-Funktion $a(t)$ einzelne größere Ausschläge (liegt also per definitionem keine stochastische Schwingung vor [KLOTT81, SCHL60, BEND80]) wird der „vibration dose value“ (VDV) mit dem 4. Potenz-Gesetz

$$\text{VDV} = \sqrt[4]{\int_0^T a_w^4(t) dt}, \quad (12.26)$$

vorgeschlagen [GRIF94, HENN95] (Dimension $\text{m/s}^{1.75}$ bei translatorischen Beschleunigungen).

12.3.2 Beurteilung der Schwingungen bei mehreren Einleitungsstellen

Am Beginn des Abschn. 12.3 wurde schon darauf hingewiesen, dass der Insasse im Kraftfahrzeug über *mehrere* Einleitungspunkte zu Schwingungen angeregt wird und dass die Be-

trachtungen der Ganzkörperschwingungen in Abschn. 12.3.1 bei *einem* Einleitungspunkt nur einen Einblick geben konnte, allerdings mit den wichtigen Ergebnissen: die menschliche Belastung ist abhängig von der Größe der Beschleunigung und von der Frequenzbeurteilung.

Im IfF wurde die Beurteilung der Schwingungseinwirkung auf Insassen bei mehreren Einleitungsstellen (Sitz, Lehne, Füße, Hände) und bei verschiedenen translatorischen und rotatorischen Bewegungen untersucht [CUCU92, KLING96, MITS98]. Dabei wurde von der früheren VDI-Richtlinie³ ausgegangen, in der eine „Bewertete Schwingstärke“ K eingeführt wurde. Gleiche K -Werte bedeuten gleiche Wahrnehmung, wachsende K -Werte werden mit „nicht, gerade, gut, stark und sehr stark“ spürbar beschrieben. Da K proportional dem Effektivwert der auf den Menschen wirkenden Beschleunigung ist, kann eine Bewertungsfunktion B eingeführt werden. Sie lautet für eine Anregung in z -Richtung über den Sitz

$$B_{z\text{Sitz}} = \frac{K_{\text{Sitz}}}{\hat{\ddot{z}}_{\text{Sitz}}}. \quad (12.27a)$$

Abbildung 12.7 zeigt verschiedene Bewertungsfunktionen B_i (i für verschiedene Richtungen und Einleitungspunkte) für periodische (harmonische!) Anregungen. Sie sind wie die W -Funktion in Abschn. 12.3.1 frequenzabhängig. In der Ordinate gibt es allerdings einen wesentlichen Unterschied: Während immer $W_{\max} \approx 1$ ist, sind die B_i -Werte unterschiedlich hoch. Das heißt z. B., die Bewegungen in z -Richtung über den Sitz werden stärker wahrgenommen als solche über die Füße.

(12.27a) kann auch als Verhältnis zweier Amplituden ausgedrückt werden

$$B_{z\text{Sitz}} = \frac{\hat{K}_{\text{Sitz}}}{\hat{\ddot{z}}_{\text{Sitz}}}. \quad (12.27b)$$

12.3.2.1 Sinusförmige/Periodische Anregung

Begonnen wird mit der Beurteilung einer einfachen Schwingung. Ist eine sinusförmige Anregung z. B. wieder über den Sitz in z -Richtung mit $\ddot{z}_{\text{Sitz}} = \hat{\ddot{z}}_{\text{Sitz}} \sin \omega t$ bekannt, so ist mit dem aus Abb. 12.7b abzulesenden $B_{z\text{Sitz}}$ -Wert die „Bewertete Schwingstärke“ $\hat{K}_{z\text{Sitz}}$ nach (12.27b) bekannt.

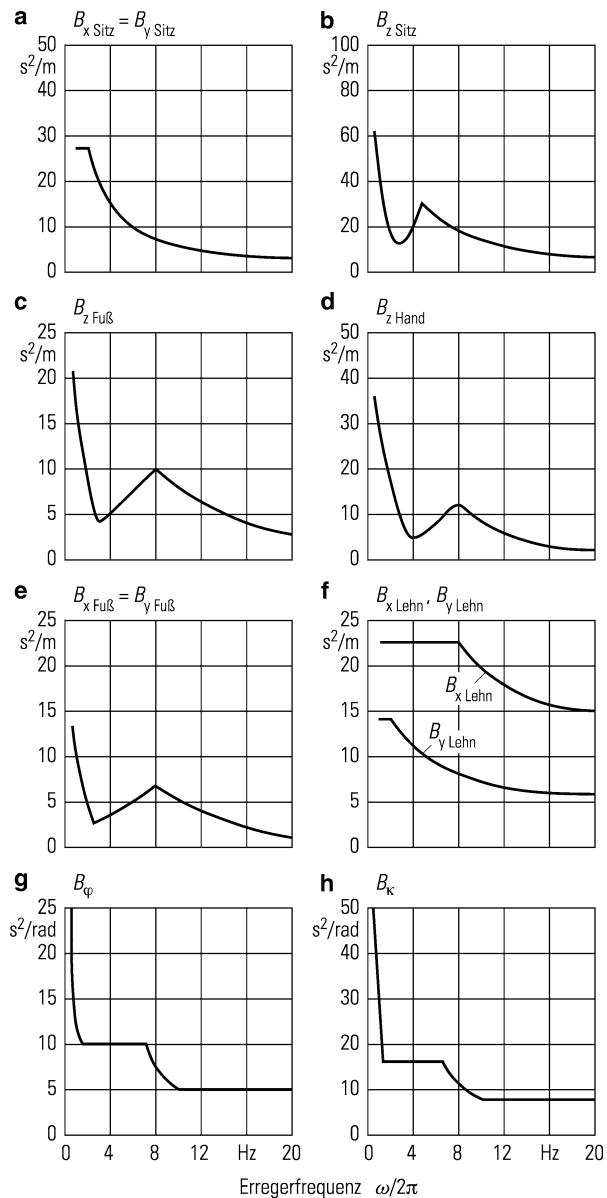
Bei einer periodischen Anregung, die nach Abschn. 11.3.2 aus mehreren Sinusschwingungen verschiedener Amplituden und Frequenzen besteht, wird für jede Teilschwingung der K -Wert bestimmt, und der Gesamtwert der Bewerteten Schwingstärke wird über die Formel [CUCU92, VDI79] errechnet

$$K_{\text{iges}}^2 = K_{i1}^2 + K_{i2}^2 + \dots + K_{ik}^2 + \dots = \sum_{k=1}^n K_{ik}^2. \quad (12.28)$$

Diese Aussage ist gleichbedeutend damit, dass für die Schwingempfindung nur die einzelnen Amplituden und Frequenzen wichtig sind, nicht hingegen die Phasenlagen der Schwingungen untereinander.

³ Siehe Fußnote 2.

Abb. 12.7 Bewertungsfunktionen für periodische Anregungen; **a** Sitz in Längs- und Querrichtung; **b** Sitz in vertikaler Richtung; **c** Fuß in vertikaler Richtung; **d** Hand in vertikaler Richtung; **e** Fuß in Längs- und Querrichtung; **f** Rückenlehne in Längs- und Querrichtung; **g** Nicken; **h** Wanken (aus: [KLING96, MITS98])



Zusatzinformation

Bei der Versuchsauswertung gibt es für eine harmonische Schwingung kein Linienspektrum nach Abb. 11.24b oder d, sondern eine schmalbandige Spalte mit der Frequenzbreite $\Delta\omega$ um die Kreisfrequenz ω_1 . Der K -Wert ergibt sich dann über

$$K_{\text{harm zSitz}}^2 = \int_{\omega_1 - \Delta\omega/2}^{\omega_1 + \Delta\omega/2} B_{z\text{Sitz}}^2(\omega) \Phi_{\text{harm zSitz}}(\omega) d\omega \quad (12.29)$$

mit der Spektralen Dichte der periodischen Sitzbeschleunigung $\Phi_{\text{harm zSitz}}(\omega) d\omega$.

Tab. 12.1 Gewichtungsfaktoren (aus: s. [KLING96, MITS98])

Einleitungsstelle	stochastischer Gewichtungsfaktor G_{stoch}	mehraxialer Gewichtungsfaktor G_{ma}
Sitz in z -Richtung	1,26	1,1
Fuß in z -Richtung	1,26	1,3
Hand in z -Richtung	1,26	0,75
Sitz in x - und y -Richtung	1,23	1,47
Fuß in x - und y -Richtung	1,28	1,28
Rückenlehne in x -Richtung	1,25	1,09
Rückenlehne in y -Richtung	1,23	1,085
Nicken φ	1,23	1,16
Wanken κ	1,23	0,98

Bei periodischen Schwingungen muss für jede Teilstelle – wie oben erläutert – der K -Wert und über die Summenformel nach (12.28) der Gesamtwert bestimmt werden.

12.3.2.2 Stochastische Anregung

Stochastische Schwingungen (mit breitbandigem Frequenzbereich) werden unangenehmer empfunden als harmonische bzw. periodische (mit schmalbandigem Frequenzbereich). Deshalb muss ein Korrekturfaktor G_{stoch} eingeführt werden, und damit lautet die stochastische Bewertungsfunktion

$$B_{\text{stoch } i} = G_{\text{stoch } i} B_i. \quad (12.30)$$

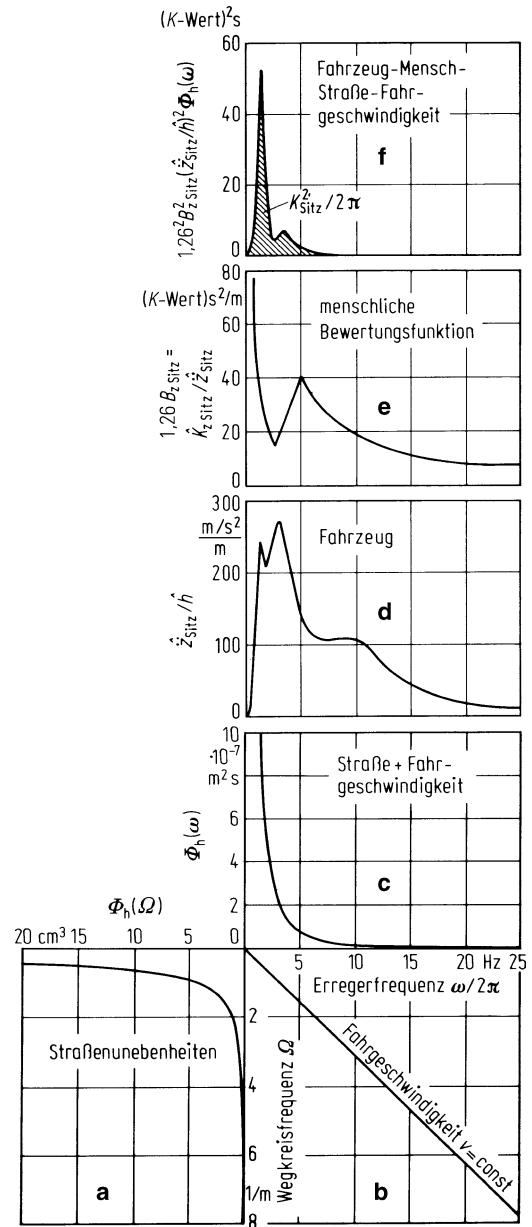
Nach den in Tab. 12.1 aufgelisteten $G_{\text{stoch } i}$ -Werten werden die stochastischen Schwingungen etwa 25 % stärker bewertet als harmonische/periodische. Wieder angewendet auf den Sitz wird entsprechend (12.29)

$$\begin{aligned} K_{\text{stoch } z\text{Sitz}}^2 &= \int_0^\infty B_{\text{stoch } z\text{Sitz}}^2(\omega) \Phi_{z\text{Sitz}}(\omega) d\omega \\ &= G_{\text{stoch } z\text{Sitz}}^2 \int_0^\infty B_{z\text{Sitz}}^2(\omega) \Phi_{z\text{Sitz}}(\omega) d\omega. \end{aligned} \quad (12.31)$$

Wird für $\Phi_{z\text{Sitz}}(\omega)$ nach (11.86) die Vergrößerungsfunktion $\left[\frac{\hat{z}_{\text{Sitz}}(\omega)}{\hat{h}(\omega)} \right]$ und die Spektrale Dichte der Unebenheiten und der Fahrgeschwindigkeit $\Phi_h(\omega)$ eingesetzt, so ist

$$K_{\text{stoch } z\text{Sitz}}^2 = G_{\text{stoch } z\text{Sitz}}^2 \int_0^\infty B_{z\text{Sitz}}^2(\omega) \left[\frac{\hat{z}_{\text{Sitz}}(\omega)}{\hat{h}(\omega)} \right]^2 \Phi_h(\omega) d\omega. \quad (12.32)$$

Abb. 12.8 Stochastische Unebenheitsanregung.
a–c Zusammenhang zwischen weg- und zeitfrequenzabhängigen Spektralen Dichten von Unebenheit und Fahrgeschwindigkeit (vgl. Abb. 11.33);
d Vergrößerungsfunktion der Sitzbeschleunigung $\hat{z}_{\text{Sitz}}/\hat{h}$;
e Bewertungsfunktion für die auf dem Sitz ruhenden, vertikal angeregten Körperteile;
f Spektrale Dichte der bewerteten Schwingstärke $\Phi_{\text{KSitz}} = 1,26^2 B_{z\text{Sitz}} (\hat{z}_{\text{Sitz}}/\hat{h})^2 \Phi_h(\omega)$, Flächeninhalt entspricht dem Quadrat der bewerteten Schwingstärke



Diese Gleichung – in den Diagrammen der Abb. 12.8 zusammengestellt – zeigt den für den Komfort wichtigen Zusammenhang zwischen

Fahrzeug – Mensch – Straße – Fahrgeschwindigkeit.

(Diese Abb. entspricht dem für die Radlastschwankung, für die Fahrsicherheit aufgestellten, s. Abb. 12.2.)

12.3.2.3 Mehrfache Anregungen

Wirken an demselben Einwirkungspunkt und in derselben Richtung (gleicher Index i) stochastische und harmonische Schwingungen gleichzeitig auf den Insassen ein, so ergibt sich der resultierende Wert entsprechend der Summenformel (12.28) aus

$$K_i^2 = K_{\text{stoch } i}^2 + K_{\text{harm } i}^2. \quad (12.33)$$

Wirken auf den Insassen Schwingungen an mehreren Punkten und in unterschiedlichen Richtungen (verschiedene Indices i) ein, liegt ein „mehraxialer“ Zustand vor, dann müssen die Schwingungen untereinander durch einen Faktor $G_{\text{ma } i}$ gewichtet werden. Dann ergibt sich der Gesamtwert aus

$$K_{\text{ges}}^2 = \sum_{i=1}^n G_{\text{ma } i}^2 K_i^2. \quad (12.34)$$

In Tab. 12.1 sind auch die Faktoren $G_{\text{ma } i}$ zusammengestellt.

Gleichung (12.34) wird für den Fall angewendet, dass auf den Insassen an den drei verschiedenen Einleitungsstellen Sitz, Hand und Fuß jeweils in z -Richtung stochastische Schwingungen einwirken. Dann ergibt sich mit (12.32) und den Werten aus Tab. 12.1 der Gesamtwert K_{ges} aus

$$K_{\text{ges}}^2 = 1,1^2 K_{z\text{Sitz}}^2 + 0,75^2 K_{z\text{Hand}}^2 + 1,3^2 K_{z\text{Fuß}}^2 \quad (12.35a)$$

$$= 1,1^2 1,26^2 \int_0^\infty B_{z\text{Sitz}}^2(\omega) \Phi_{z\text{Sitz}}(\omega) d\omega$$

$$+ 0,75^2 1,26^2 \int_0^\infty B_{z\text{Hand}}^2(\omega) \Phi_{z\text{Hand}}(\omega) d\omega \quad (12.35b)$$

$$+ 1,3^2 1,26^2 \int_0^\infty B_{z\text{Fuß}}^2(\omega) \Phi_{z\text{Fuß}}(\omega) d\omega$$

12.3.3 Beurteilung beim Überfahren von Einzelhindernissen

In Abschn. 13.4 werden beim Überfahren verschiedener Einzelhindernisse $\ddot{z}_{\text{Sitz}}(t)$ und $\ddot{z}_{\text{Fuß}}(t)$ berechnet. Für die Komfort-Beurteilung solcher Zeitfunktionen gibt es keine Bezeichnungsmethoden, nur einige Hinweise [ISO99, VDI99, CUCU92].

Literatur

- [ALBE91] Alberti, V: Beurteilung von Fahrzeugen mit adaptiver Fahrwerksdämpfung. VDI-Bericht 916 (1991), S. 469–489. Düsseldorf: VDI-Verlag
- [BEND80] Bendat, J.S.; Piersol, A.G.: Engineering Applications of Correlation and Spectral Analysis. New York: J. Wiley & Sons 1980
- [BRST87] British Standard 6841: Measurement and Evaluation of Human Exposure to Whole-body Mechanical Vibration and Repeated Shock, 1987
- [CUCU92] Cucuz, S.: Schwingempfindung von Pkw-Insassen, Auswirkungen von stochastischen Unebenheiten und Einzelhindernissen der realen Fahrbahn. Diss. TU Braunschweig 1992
- [EISE75] Eisenmann, J.: Dynamische Radlastschwankungen – Straßenbeanspruchung, Straße und Autobahn 26 (1975), S. 127–128
- [FOSV93] Forschungsgesellschaft für Straßen- und Verkehrswesen e. V. Köln, Bemerkungen zur Erhöhung der zulässigen Gesamtgewichte von Nutzfahrzeugen aus der Sicht der Straßenbeanspruchung. Heft 99, Bonn-Bad Godesberg, Kirschbaum-Verlag 1983
- [GRIF94] Griffin, M.J.: Handbook of Human Vibration. London: Academic Press, 2. Printing 1994
- [HELM74] Helms, H.: Grenzen der Verbesserungsfähigkeit von Schwingungskomfort und Fahrsicherheit von Kraftfahrzeugen. Diss. TU Braunschweig 1974
- [HENN95] Hennecke, D.: Zur Bewertung des Schwingungskomforts von Pkw bei instationären Anregungen, Diss. TU Braunschweig 1995, VDI-Fortschritt-Berichte, Reihe 12 Verkehrs-/Fahrzeugtechnik, Düsseldorf 1995
- [ISO99] ISO 2631-1: Mechanical Vibration and Shock – Evaluation of Human Exposure to Whole-body Vibration – Part 1: General Requirements, 1997
- [KLING96] Klingner, B.: Einfluss der Motorlagerung auf Schwingungskomfort und Geräuschanregung im Kraftfahrzeug, Diss. TU Braunschweig 1996
- [KLOTT81] Klotter, K.: Technische Schwingungslehre, Bd. I, 3. Aufl., Teil A. Berlin, Heidelberg, New York: Springer Verlag 1981
- [KOES59] Koeßler, P.; Mitschke, M.; Beermann, H.J.; v. Bruchhausen, H.: Messungen der dynamischen Radlasten und Entwicklung eines Prüfstandes zur Feststellung straßenschonender Fahrzeuggbauweise. Deutsche Kraftfahrtforschung und Straßenverkehrstechnik Heft 127 (1959), Düsseldorf: VDI-Verlag
- [LAER85] Laermann, F.-J.: Seitenführungsverhalten von Kraftfahrzeugen bei schnellen Radlastschwankungen. Diss. TU Braunschweig 1985, und Fortschritt-Berichte VDI, Reihe 12. Nr. 73 (1986) Düsseldorf: VDI-Verlag
- [MITS79] Mitschke, M.: Verminderung der vertikalen Straßenbeanspruchung durch schwere Nutzfahrzeuge, Automobil-Industrie 24 (1979) Heft 1, S. 19–26
- [MITS83] Mitschke, M.: Fahrverhalten von Pkw auf unebener Straße, ATZ 85 (1983) Heft 11, S. 695–698
- [MITS85] Mitschke, M.; Thesenvitz, M.: Bremskraftverluste auf unebenen Fahrbahnen. Fortschritt-Berichte VDI, Reihe 12, Nr. 58 (1985) Düsseldorf: VDI-Verlag
- [MITS98] Mitschke, M.; Klingner, B.: Schwingungskomfort im Kraftfahrzeug, ATZ 100 (1998) Heft 1, S. 18–24

-
- [MUEH92] Mühlmeier, M.: Bewertung von Radlastschwankungen im Hinblick auf das Fahrverhalten von Pkw. Diss. TU Braunschweig 1992
 - [OBER82] Oberdieck, W.; Richter, B.; Zimmermann, P.: Evolutionsstrategie – ein Hilfsmittel bei der Lösung fahrzeugtechnischer Aufgaben, ATZ 84 (1982) Heft 7/8, S. 331–337
 - [PLEZ73] Plezczynski, W.; Christ, E.; Dupuis, H.: Steuerfelder unter Schwingungseinfluß, ATZ 75 (1973) Heft 8, S. 281–283
 - [SCHL60] Schlitt, H.: Systemtheorie für regellose Vorgänge. Berlin, Göttingen, Heidelberg: Springer Verlag 1960, S. 126, oder DIN 1311, Blatt 1
 - [VDI79] VDI-Richtlinie 2057: „Beurteilung der Einwirkung mechanischer Schwingungen auf den Menschen“ besteht aus; Blatt 1 „Grundlagen“, (1983); Blatt 2 „Schwingungseinwirkung auf den menschlichen Körper“, (1981); Blatt 3 „Schwingungsbeanspruchung des Menschen“ (1979)
 - [VDI99] VDI 2057: Einwirkung mechanischer Schwingungen auf den Menschen, Ganzkörperschwingungen, Blatt 1, Entwurf 1999

Weiterführende Literatur

- [BREU13] Breuer, B., Bill, K.H. (Hrsg.): Bremsenhandbuch, 4. Auflage, Springer-Vieweg, Wiesbaden 2013
- [FRIE13] Friedrich, H.E.: Leichtbau in der Fahrzeugtechnik, Springer-Vieweg, Wiesbaden, 2013
- [HEIS13] Heißing, B., Ersoy, M., Gies, S. (Hrsg.): Fahrwerkhandbuch, 4. Auflage, Springer-Vieweg, Wiesbaden 2013
- [HOEP13] Hoepke, E., Breuer, S. (Hrsg.): Nutzfahrzeugtechnik, 7. Auflage, Springer-Vieweg, Wiesbaden 2013
- [SCHU13] Schütz, T. (Hrsg.): Hucho-Aerodynamik des Automobils, 6. Auflage, Springer-Vieweg, Wiesbaden, 2013

Von den einfachen Schwingungssystemen nach Kap. 11 wird nun zu komplizierteren Systemen, zu den bei höheren Fahrgeschwindigkeiten benutzten Kraftfahrzeugen übergegangen. Wie zu Beginn des Teils III erläutert, wird ein vierrädriges Kraftfahrzeug durch vier Unebenheitsfunktionen zu Schwingungen in den verschiedensten Richtungen ange regt.

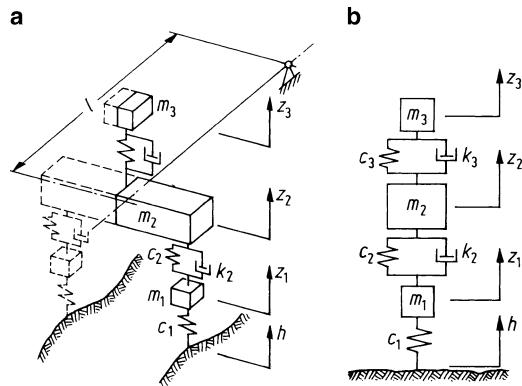
Weiterhin wurde in Abschn. 10.1.1 beschrieben, wie man durch geschickte Wahl der Koordinaten das umfangreiche Schwingungssystem „Kraftfahrzeug“ in Teilsysteme aufspalten kann.

In diesem Kapitel wird von dem Teilsystem nach Abb. 10.5 bzw. 10.6 ausgegangen. Die Voraussetzungen dieses Teilsystems lauten, nochmals zusammengefasst:

1. Die Unebenheiten in der linken und rechten Fahrspur sind gleich, und das Kraftfahrzeug ist um die Längsachse symmetrisch aufgebaut. Beides bedeutet, dass das Fahrzeug nur Hubbewegungen und keine Wankschwingungen (Winkelbewegungen um die x -Achse), keine Schiebebewegungen (Bewegung in y -Richtung) und keine Gierschwingungen (Winkelbewegungen um die z -Achse) ausführt, s. Abb. 10.1.
2. Die Koppelmasse m_K des Aufbaus sei Null, d. h., die Bewegungen der vorderen und hinteren Aufbau-Teilmassen m_{2V} und m_{2H} (Abb. 10.4b) sind voneinander unabhängig, oder anschaulicher: wird die Aufbaubewegung nur über der Vorderachse betrachtet, so kann man sich den Aufbau über der Hinterachse als gelenkig gelagert denken (s. Abb. 10.5).
3. Weiterhin soll gelten, dass die Insassen – noch nicht in den Abb. 10.5 und 10.6 dargestellt – mittig über der Vorder- oder Hinterachse sitzen. Das ist in etwa der Fall für den Fahrer bei Nutzfahrzeugen und für die im Pkw hinten sitzenden Insassen.

Mit diesen drei Annahmen wird aus dem komplizierten System Abb. 10.1 über Abb. 10.5 und 10.6 das relativ einfache Schwingungssystem für ein Kraftfahrzeug nach Abb. 13.1a. Da das Fahrzeug um die Längsachse symmetrisch ist, kann man noch die vordere Aufbaumasse sowie die Masse des Menschen halbieren und kommt so zu einem System, bei

Abb. 13.1 **a** Symmetrisches Kraftfahrzeug mit Koppelmasse gleich Null bei gleicher Unebenheitsanregung in der linken und rechten Spur; **b** bei unendlich großem Radstand bewegen sich die Massen nur vertikal und man erhält das Dreimassensystem, auch „Viertelfahrzeug“ genannt



dem alles auf ein Rad bezogen ist. Nur ein Rad wird durch Unebenheiten angeregt, die sog. Einpunktanregung.

Wird als letztes noch angenommen, dass

4. der Radstand l unendlich groß sei, gibt es keine Nickschwingungen (Winkelschwingungen um die y -Achse).

Dadurch erhält man das Dreimassensystem nach Abb. 13.1b, auch „Viertelfahrzeug“ genannt. Zusammenfassend ist also m_2 die auf ein Rad entfallende Aufbaumasse (z. B. Karosserie einschließlich Motor und Gepäck bei einem Pkw),¹ m_3 entsprechend die auf ein Rad entfallende Masse des Menschen, c_2 die Aufbaufeder-, k_2 die Aufbaudämpfungskonstante, m_1 die Radmasse (einschließlich der mitschwingenden Bremse, der Lenker usw.), c_3 und k_3 die halbe Sitzfeder- und Sitzdämpfungskonstante und c_1 die Federkonstante eines Reifens. Wie schon in Abschn. 2.2.2.2 vermerkt, kann beim Kraftfahrzeug mit intakten Schwingungsdämpfern die Dämpfung des Reifens gegenüber dem Schwingungsdämpfer des Aufbaues vernachlässigt werden.

In diesem Kapitel wird der Einfluss der Fahrzeugdaten m_1, c_1, k_2 usw. auf die Beurteilungsmaßstäbe Radlastschwankung, Federwege und Komfort behandelt.

13.1 Bewegungsgleichungen, bezogene Größen

Das Dreimassensystem nach Abb. 13.1b führt zu den drei Differenzialgleichungen

$$m_3 \ddot{z}_3 + k_3(\dot{z}_3 - \dot{z}_2) + c_3(z_3 - z_2) = 0, \quad (13.1)$$

$$m_2 \ddot{z}_2 - k_3(\dot{z}_3 - \dot{z}_2) - c_3(z_3 - z_2) + k_2(\dot{z}_2 - \dot{z}_1) + c_2(z_2 - z_1) = 0, \quad (13.2)$$

$$m_1 \ddot{z}_1 - k_2(\dot{z}_2 - \dot{z}_1) - c_2(z_2 - z_1) + c_1 z_1 = c_1 h. \quad (13.3)$$

¹ In Abb. 10.4 wurde diese Masse m_{2V} oder m_{2H} genannt. In diesem Kapitel kann die Unterscheidung durch die Indizes V und H entfallen.

Dividiert man durch die Massen, so reduziert sich die Zahl der acht Konstanten $m_1, m_2, m_3, c_1, c_2, c_3, k_2$ und k_3 auf sieben bezogene Größen. Es werden häufig genannt:

- Ungekoppelte, ungedämpfte Eigenkreisfrequenzen

$$\text{für das Rad} \quad v_1 = \sqrt{\frac{c_1 + c_2}{m_1}} \approx \sqrt{\frac{c_1}{m_1}} \quad (13.4)$$

$$\text{für den Aufbau} \quad v_2 = \sqrt{\frac{c_2}{m_2}} \quad (13.5)$$

$$\text{für Sitz-Mensch} \quad v_3 = \sqrt{\frac{c_3}{m_3}} \quad (13.6)$$

- Dämpfungsmaße

$$\text{für das Rad} \quad D_1 = \frac{k_2}{2m_1v_1} = \frac{k_2}{2\sqrt{(c_1 + c_2)m_1}} = \frac{m_2v_2}{m_1v_1} D_2 \quad (13.7)$$

$$\text{für den Aufbau} \quad D_2 = \frac{k_2}{2m_2v_2} = \frac{k_2}{2\sqrt{c_2m_2}} \quad (13.8)$$

$$\text{für Sitz-Mensch} \quad D_3 = \frac{k_3}{2m_3v_3} = \frac{k_3}{2\sqrt{c_3m_3}} \quad (13.9)$$

- Massenverhältnisse
Sitz/Aufbau m_3/m_2
Rad/Aufbau m_1/m_2
- Subtangente des Reifens (s. (2.25))

$$s_1 = \frac{F_{z\text{stat}}}{c_1} \quad (13.10)$$

Die für die Fahrsicherheit wichtige Radlastschwankung errechnet sich aus den Bewegungsgleichungen (13.1) bis (13.3) zu

$$F_{z\text{dyn}} = c_1(h - z_1) = m_1\ddot{z}_1 + m_2\ddot{z}_2 + m_3\ddot{z}_3. \quad (13.11)$$

13.2 Stochastische Schwingungen, Vergrößerungsfunktionen, Beurteilungsmaßstäbe

Nach Kap. 11 können mit dem breitbandigen Unebenheitsspektrum (stochastische Unebenheiten), mit der Fahrgeschwindigkeit und den Vergrößerungsfunktionen für verschiedene Schwinggrößen die für die Beurteilung maßgebenden Standardabweichungen berechnet werden. Nochmals genannt sind es (um nicht immer die Wurzeln schreiben zu müssen, wird jeweils die Streuung = (Standardabweichung)² formuliert):

- das Maß für die Fahrsicherheit, die bezogene Radlastschwankung (s. (12.5), (12.6), (12.7))

$$\left[\frac{\sigma_F}{F_{z\text{stat}}} \right]^2 = \frac{1}{F_{z\text{stat}}^2} \int_0^{50\pi} \Phi_F d\omega = \frac{1}{F_{z\text{stat}}^2} \int_0^{50\pi} \left[\frac{\hat{F}_z}{\hat{h}} \right]^2 \Phi_h(\omega) d\omega \quad (13.12)$$

- die Maße für den Komfort, nach (12.35a) und (12.35b)

$$K_{\text{ges}}^2 = 1,1^2 K_{\text{Sitz}}^2 + 0,75^2 K_{\text{Hand}}^2 + 1,3^2 K_{\text{Fuß}}^2 \quad (13.13)$$

mit den einzelnen bewerteten Schwingstärken

$$K_{\text{Sitz}}^2 = \int_0^{50\pi} \Phi_{\text{KSitz}} d\omega = \int_0^{50\pi} 1,26^2 B_{\text{Sitz}}^2 \left[\frac{\hat{z}_3}{\hat{h}} \right]^2 \Phi_h(\omega) d\omega \quad (13.14a)$$

$$K_{\text{Hand}}^2 = \int_0^{50\pi} \Phi_{\text{KHand}} d\omega = \int_0^{50\pi} 1,26^2 B_{\text{Hand}}^2 \left[\frac{\hat{z}_2}{\hat{h}} \right]^2 \Phi_h(\omega) d\omega \quad (13.14b)$$

$$K_{\text{Fuß}}^2 = \int_0^{50\pi} \Phi_{\text{KFuß}} d\omega = \int_0^{50\pi} 1,26^2 B_{\text{Fuß}}^2 \left[\frac{\hat{z}_2}{\hat{h}} \right]^2 \Phi_h(\omega) d\omega. \quad (13.14c)$$

Zusatzinformation

Nach dem Ersatzschaubild 13.1b treten nur Schwingungen in z -Richtung auf, sodass in (13.13) und (13.14) der zusätzliche Index z vereinfachend weggelassen wurde.

- die Maße für den Platzbedarf, u. a. die dynamischen Federwege (s. (12.20)) für den Sitz

$$\sigma_{\Delta z32}^2 = \int_0^{50\pi} \Phi_{\Delta z32} d\omega = \int_0^{50\pi} \left(\frac{\Delta \hat{z}_{32}}{\hat{h}} \right)^2 \Phi_h(\omega) d\omega, \quad (13.15)$$

für das Rad

$$\sigma_{\Delta z21}^2 = \int_0^{50\pi} \Phi_{\Delta z21} d\omega = \int_0^{50\pi} \left(\frac{\Delta \hat{z}_{21}}{\hat{h}} \right)^2 \Phi_h(\omega) d\omega. \quad (13.16)$$

In den obigen Gleichungen wurde statt der oberen Grenze ∞ die für das Ersatzmodell gültige Grenze $\omega/2\pi = 25 \text{ Hz}$, $\omega = 50\pi$ gesetzt. Oberhalb 25 Hz kann die Aufbaumasse m_2 nicht mehr als starre Masse angesehen werden.

Zusatzinformation

Für das Beispieldfahrzeug 1 (s. Tab. 13.1)² sind in Abb. 13.2 Frequenzkurven dargestellt, die im Folgenden besprochen werden. Dabei fährt das Kraftfahrzeug über eine Straße mit der Spektralen Dichte $\Phi_h(\Omega)$, nach (11.92) gekennzeichnet durch das Unebenheitsmaß $\Phi_h(\Omega_0) = 4 \text{ cm}^3$ und die Welligkeit $w = 2$ (gute Straße nach Tab. 11.5) mit der Fahrgeschwindigkeit $v = 20 \text{ m/s}$. Das ergibt die Spektrale Dichte $\Phi_h(\omega)$ für Unebenheiten und Geschwindigkeiten nach Abb. 13.2a.

² Die absoluten Werte entsprechen einem Mittelklasse-Pkw, die bezogenen jeder Fahrzeuggröße.

Tab. 13.1 Zusammenstellung schwingungstechnischer Daten der verwendeten Beispieldfahrzeuge. (Bei der Bestimmung der Massen wurde von einem leeren Fahrzeug mit 1000kg Masse ausgegangen. Bei Schwerpunktlage in Mitte Radstand ergibt das für das vordere bzw. hintere System eine Achslast entsprechend 500kg. Hinzu kommt ein Mensch mit 74kg, der über der Achse mittig sitzt. Davon wurden 56kg auf dem Sitz ruhend angenommen, die Beine mit 18kg gehören zur Aufbaumasse. Da alle Werte auf die Radlast zu beziehen sind, sind in der Tabelle die halben Werte angegeben, z.B. $m_3 = (74 - 18)/2 = 28\text{kg}$)

Fahr- zeug	Rad- last		Massen		Federkonstanten			Dämpfungs- konstanten			Bezogene Werte			Bemerkungen			
	$F_{z,\text{stat}}$		m_1	m_2	m_3	c_1	c_2	c_3	k_2	k_3	$v_1/2\pi$	$v_2/2\pi$	$v_3/2\pi$	D_2	D_3		
	kN	kg	kN/m	kN/m	kN/m	kN/m	kN/m	kN/m	kNs/m	kNs/m	Hz	Hz	Hz	1	1	cm	
1	2,82	31	229	28	128	20,2	9,9	1,14	0,26	11,0	1,5	3,0	0,27	0,25	0,12	0,14	2,2
2	2,82	31	229	28	128	5,1	9,9	1,14	0,26	10,4	0,8	3,0	0,53	0,25	0,12	0,14	2,2 Änderung
3	2,82	31	229	28	128	10,1	9,9	1,14	0,26	10,6	1,1	3,0	0,37	0,25	0,12	0,14	2,2 von c_2
4	2,82	31	229	28	128	40,4	9,9	1,14	0,26	11,7	2,1	3,0	0,19	0,25	0,12	0,14	2,2 bzw. v_2
5	2,82	31	229	28	128	20,2	9,9	0,68	0,26	11,0	1,5	3,0	0,16	0,25	0,12	0,14	2,2 Änderung
6	2,82	31	229	28	128	20,2	9,9	1,59	0,26	11,0	1,5	3,0	0,37	0,25	0,12	0,14	2,2 von D_2
7	2,82	31	229	28	128	20,2	9,9	2,05	0,26	11,0	1,5	3,0	0,48	0,25	0,12	0,14	2,2
8	2,82	31	229	28	128	20,2	9,9	0,23	0,26	11,0	1,5	3,0	0,05	0,25	0,12	0,14	2,2
9	2,82	31	229	28	128	5,1	9,9	0,57	0,26	10,4	0,8	3,0	0,27	0,25	0,12	0,14	2,2 Änderung
10	2,82	31	229	28	128	10,1	9,9	0,80	0,26	10,6	1,1	3,0	0,27	0,25	0,12	0,14	2,2 von c_2 bei
11	2,82	31	229	28	128	40,4	9,9	1,61	0,26	11,7	2,1	3,0	0,27	0,25	0,12	0,14	2,2 $D_2 = \text{const}$
12	2,82	31	229	28	128	20,2	6,9	1,14	0,26	11,7	1,5	2,5	0,27	0,3	0,12	0,14	2,2 Änderung
13	2,82	31	229	28	128	20,2	17,7	1,14	0,26	11,7	1,5	4,0	0,27	0,18	0,12	0,14	2,2 von v_3
14	2,82	31	229	28	128	20,2	2,5	1,14	0,26	11,7	1,5	1,5	0,27	0,5	0,12	0,14	2,2
15	2,82	31	229	28	128	20,2	9,9	1,14	0,11	11,7	1,5	3,0	0,27	0,1	0,12	0,14	2,2 Änderung
16	2,82	31	229	28	128	20,2	9,9	1,14	0,32	11,7	1,5	3,0	0,27	0,3	0,12	0,14	2,2 von D_3

Tab. 13.1 Fortsetzung

Fahr- zeug	Absolute Werte										Bezogene Werte				Bemerkungen						
	Rad- last	Massen			Federkonstanten			Dämpfungs- konstanten				$v_1/2\pi$	$v_2/2\pi$	$v_3/2\pi$	D_2	D_3	m_3/m_2	m_1/m_2	s_1		
		$F_{z\text{stat}}$	m_1	m_2	m_3	c_1	c_2	c_3	k_2	k_3	kNs/m	kNs/m	kNs/m	Hz	Hz	Hz	1	1	1	1	cm
17	2,82	31	229	28	128	20,2	6,9	1,14	0,22	11,7	1,5	2,5	0,27	0,25	0,12	0,14	2,2	Änderung			
18	2,82	31	229	28	128	20,2	17,7	1,14	0,35	11,7	1,5	4,0	0,27	0,25	0,12	0,14	2,2	von v_3 bei $D_3 = \text{const}$			
19	2,75	24	229	28	128	20,2	9,9	1,14	0,26	12,5	1,5	3,0	0,27	0,25	0,12	0,10	2,2	Änderung			
20	3,12	62	229	28	128	20,2	9,9	1,14	0,26	7,8	1,5	3,0	0,27	0,25	0,12	0,27	2,4	von m_1			
21	2,82	31	229	28	188	20,2	9,9	1,14	0,26	13,0	1,5	3,0	0,27	0,25	0,12	0,14	1,5	Änderung			
22	2,82	31	229	28	94	20,2	9,9	1,14	0,26	9,7	1,5	3,0	0,27	0,25	0,12	0,14	3,0	von s_1			
23	2,45	31	219	0	128	20,2	9,9	1,14	0,26	11,0	1,5	—	0,27	—	0	0,14	1,9	0 Pers.			
24	3,54	31	246	84	128	20,2	29,8	1,14	0,79	11,0	1,4	3,0	0,26	0,25	0,34	0,13	2,8	3 Pers.			
25	4,41	31	335	84	128	20,2	29,8	1,14	0,79	11,0	1,2	3,0	0,22	0,25	0,25	0,09	3,5	3 Pers. + Gepäck			
26	4,41	31	391	28	128	20,2	9,9	1,14	0,26	11,0	1,1	3,0	0,20	0,25	0,07	0,08	3,5	1 Pers. + Gepäck			
27	2,82	31	228	28	128	16,8	9,9	1,14	0,26	10,9	1,4	3,0	0,29	0,25	0,12	0,14	2,2	Anpassung			
28	4,41	31	335	84	128	27,5	29,8	1,14	0,79	11,3	1,4	3,0	0,19	0,25	0,25	0,09	3,8	an die			
29	2,82	31	228	28	128	16,8	9,9	0,81	0,26	10,9	1,4	3,0	0,21	0,25	0,12	0,14	2,2	Beladung			
30	2,82	31	228	28	80	16,8	9,9	0,81	0,26	8,6	1,4	3,0	0,21	0,25	0,12	0,14	3,5				

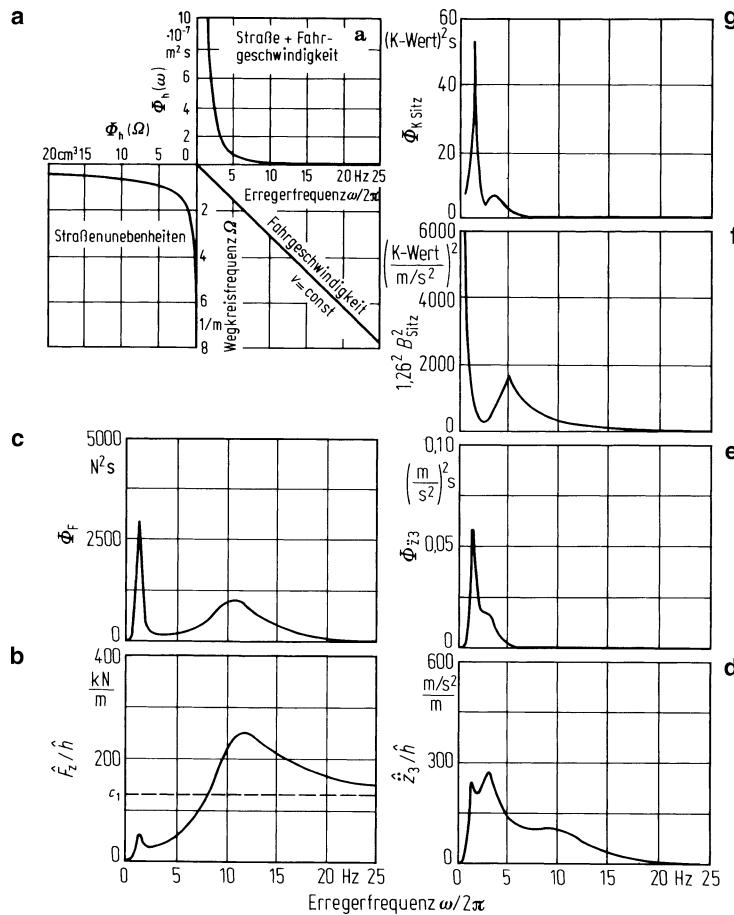


Abb. 13.2 Diagramme zur Berechnung von Beurteilungsmaßstäben. **a** Zusammenhang von Spektralen Dichten der Unebenheit und der Fahrgeschwindigkeit (s. Abb. 12.2a–c); **b**, **d**, **h**, **m** und **p** Vergrößerungsfunktionen; **c**, **e**, **i**, **n** und **q** Spektrale Dichten; **f** und **k** Funktionen der Bewerteten Schwingstärke; **g** und **l** Spektrale Dichten der Schwingstärken; **b** und **c** zur Berechnung der Radlastschwankung; **d** bis **g** zur Ermittlung der Bewerteten Schwingstärke auf dem Sitz; **h** bis **l** das entsprechende für die Füße; **m** und **n** zur Berechnung des Sitzfederweges; **p** und **q** für den Radfederweg. (Fahrzeug 1 nach Tab. 13.1, $\Phi_h(\Omega_0) = 4 \text{ cm}^3$, $\Omega_0 = 1 \text{ m}^{-1}$, $w = 2$, $v = 20 \text{ m/s}$)

13.2.1 Radlastschwankung, Fahrsicherheit

In Abb. 13.2b ist die Vergrößerungsfunktion der Radlastschwankung \hat{F}_z/\hat{h} als Funktion der Erregerfrequenz $\omega/2\pi$ dargestellt. Die Kurve hat zwei Maxima, die bei $\omega \approx v_2$ und $\omega \approx v_1$ liegen. Ein drittes Maximum, das man bei dem Dreimassensystem bei $\omega \approx v_3$ erwartet, ist nicht zu sehen. Danach wirken sich die Schwingungen des Menschen auf dem Sitz praktisch nicht auf die Radlastschwankung aus. Der Asymptotenwert der Vergrößerungsfunktion

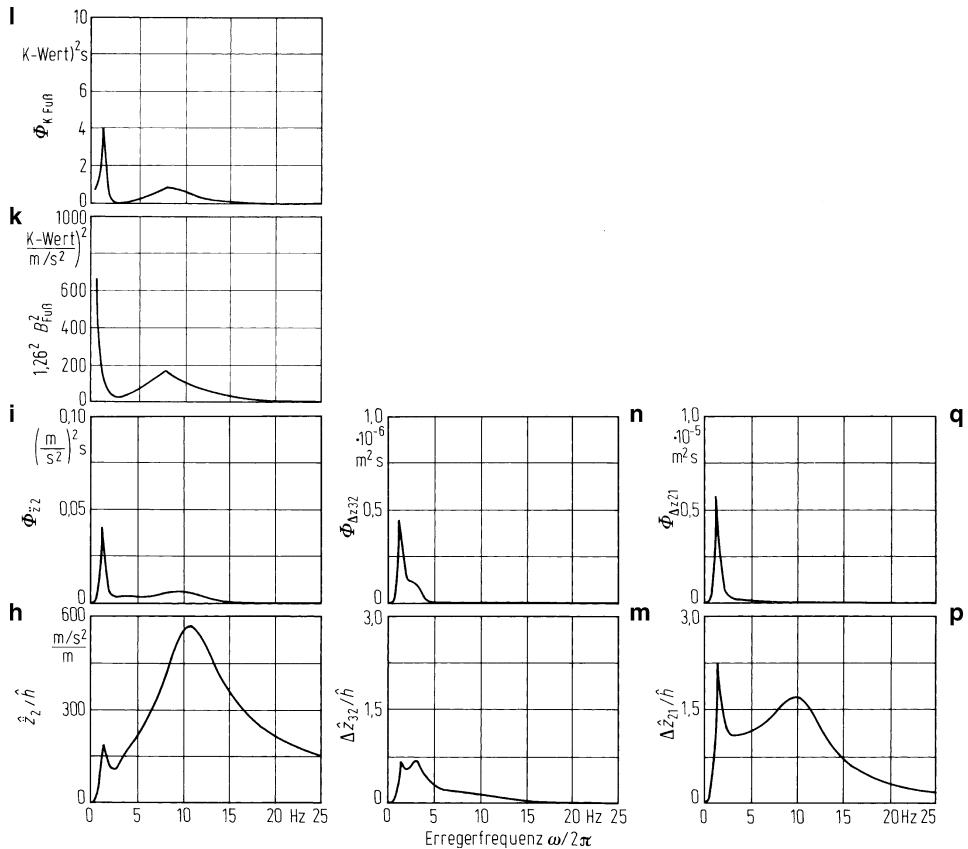


Abb. 13.2 Fortsetzung

ist c_1 , was mithilfe von (13.11) und den Kenntnissen über die Erregerschwingungen aus Abschn. 11.1.2 leicht abzuleiten ist: Die Radlastamplitude ist $\hat{F}_z = c_1(\hat{h} - \hat{z}_1)$. Bei großen Erregerkreisfrequenzen ω bewegt sich die Radmasse praktisch nicht, $\hat{z}_1 \approx 0$ sodass $\hat{F}_z(\omega \rightarrow \infty) = c_1 \hat{h}$ und damit $\hat{F}_z/\hat{h}(\omega \rightarrow \infty) = c_1$ ist.

Die Spektrale Dichte der Radlastschwankung $\Phi_F(\omega) = (\hat{F}_z/\hat{h})^2 \Phi_h(\omega)$ ist in Abb. 13.2c dargestellt. Sie entstand durch die Multiplikation von $\Phi_h(\omega)$ nach Diagramm Abb. 13.2a mit dem Quadrat \hat{F}_z/\hat{h} nach Diagramm Abb. 13.2b. Danach wird im Gebiet der linken Resonanzspitze, die – wie schon gesagt – ungefähr bei der Aufbaueigenfrequenz $v_2/2\pi$ liegt, die Spektrale Dichte der Radlast durch die große Unebenheitsdichte gegenüber der Vergrößerungsfunktion betont, das Gebiet der rechten Resonanzspitze, ungefähr bei der Radeigenfrequenz $v_1/2\pi$ liegend, durch die kleine Unebenheitsdichte hingegen verkleinert.

Die Streuung σ_F^2 der Radlastschwankung erhält man nach (13.12) durch Integration der Kurve in Abb. 13.2c. Für die Flächenbildung tragen die Gebiete um beide Resonanzspit-

zen in etwa gleich bei. Das Gebiet um die linke (Aufbaueigenfrequenz) ist höher, dafür schmäler, das um die rechte (Radeigenfrequenz) niedriger, dafür breiter.

Die Standardabweichung der Radlast ist für dieses Beispiel $\sigma_F = 257 \text{ N}$ und der nach (13.12) für die Fahrsicherheit maßgebende bezogene Wert $\sigma_F/F_{z\text{stat}} = 257/2820 \approx 0,09$ ($F_{z\text{stat}} = 2820 \text{ N}$). Nimmt man zur Beurteilung die dreifache Standardabweichung, so bedeutet dieses Beispiel nach Tab. 11.3, dass in 99,7 % aller Fälle die Radlasten zwischen $2820 - 3 \cdot 257 = 2049 \text{ N}$ und $2820 + 3 \cdot 257 = 3591 \text{ N}$ liegen. Es besteht also kaum die Gefahr des Radabhebens, was bei der Fahrt auf der guten Straße mit nur $v = 20 \text{ m/s} = 72 \text{ km/h}$ auch kaum verwundert.

13.2.2 Aufbaubeschleunigung, Bewertete Schwingstärke für Hände und Füße

Abbildung 13.2h zeigt die Vergrößerungsfunktion der Aufbaubeschleunigung \hat{z}/\hat{h} . Hier gibt es wieder zwei Maxima bei $\omega \approx v_2$ und $\omega \approx v_1$. Der dritte Freiheitsgrad für den Menschen deutet sich durch eine Ausbeulung der Kurve bei 4 Hz an, diese liegt in der Nähe von $\omega \approx v_3$. Das System Sitz-Mensch beeinflusst also, wenn auch nicht stark, die Aufbaubeschleunigung.

In Abb. 13.2i ist die Spektrale Dichte der Aufbaubeschleunigung Φ_{zz} zu sehen. Im Gegensatz zu der Radlastschwankung ragt hier nur die Spitze bei der Aufbaueigenkreisfrequenz v_2 heraus. Die Gebiete um die Eigenfrequenz Sitz-Mensch und um die Radeigenfrequenz sind wesentlich kleiner.

Dennoch sind diese Gebiete für die Schwingungseinwirkung auf den Menschen wichtig, weil Hände und Füße in diesem Frequenzgebiet empfindlich sind (s. Abb. 12.7c,d). In dem Diagramm Abb. 13.2k ist als Beispiel das Quadrat der Bewertungsfunktionen $B_{\text{Fuß}}$ und in Abb. 13.2l die Spektrale Dichte $\Phi_{K\text{Fuß}}$ aufgetragen (vgl. Gl. 13.14c). Aus dem Flächeninhalt ergibt sich die Bewertete Schwingstärke $K_{\text{Fuß}} = 5,9$.

Für die Berechnung der Schwingungseinwirkung über die Hände geht man entsprechend vor (vgl. (13.14b)).

Der Effektivwert (= Standardabweichung) der Aufbaubeschleunigung beträgt (aus Abb. 13.2i über den Flächeninhalt zu berechnen) $\tilde{z}_2 (= \sigma_{\tilde{z}2}) \approx 0,73 \text{ m/s}^2$.

13.2.3 Sitzbeschleunigung, Bewertete Schwingstärke auf dem Sitz

In der Erklärung der Sitzbeschleunigung und der Bewerteten Schwingstärke auf dem Sitz wird wieder von der Vergrößerungsfunktion ausgegangen, hier von der Sitzbeschleunigung \hat{z}_3/\hat{h} nach Abb. 13.2d. Bei ihr sind alle drei Einzelsysteme zu erkennen. Die Kurve hat zwei Maxima bei der Aufbau- und Sitzeigenkreisfrequenz v_2 und v_3 und eine Anhebung bei der Radeigenkreisfrequenz v_1 . Gegenüber der Vergrößerungsfunktion der Aufbaubeschleunigung ist bei v_2 die der Sitzbeschleunigung größer, bei v_3 sogar wesentlich größer und erst

deutlich sichtbar, das Gebiet um ν_1 ist hingegen entscheidend kleiner. Durch den Sitz werden also die Sitzbeschleunigungen \ddot{z}_3 gegenüber den Aufbaubeschleunigungen \ddot{z}_2 bei den niedrigen Frequenzen verstärkt, bei den höheren Frequenzen vermindert. Aus Abb. 13.2e erkennt man, dass die Spektrale Dichte der Sitzbeschleunigung $\Phi_{\ddot{z}3}$ praktisch nur Frequenzanteile bis etwa 5 Hz enthält.

In Abb. 13.2f ist das Quadrat für die über dem Sitz abgefederten Körperteile maßgebende Bewertungsfunktion B_{Sitz} aufgetragen. Mit ihr ergibt sich in Abb. 13.2g die Spektrale Dichte der Schwingstärke $\Phi_{K\text{Sitz}}$. Gegenüber $\Phi_{\ddot{z}3}$ wird das Gebiet um die Eigenkreisfrequenz Sitz-Mensch ν_3 stärker hervorgehoben als um ν_2 , weil der Mensch auf die Frequenzen um ν_3 empfindlicher reagiert als auf die Frequenzen um ν_2 .

Der K -Wert beträgt $K_{\text{Sitz}} = 18,5$. Der Insasse nimmt die Schwingungen als „sehr stark spürbar“ wahr,³ und dies, obgleich das Kraftfahrzeug schwingungstechnisch nicht schlecht ist, der Unebenheitszustand der Straße als „gut“ bezeichnet wurde und die Fahrgeschwindigkeit nur 72 km/h beträgt.

Zusatinformation

Hier muss spätestens festgestellt werden, dass diese Bezeichnungen allgemein gelten (beginnend vom in der Wohnung sitzenden Zeitungsleser) und nicht auf Kraftfahrzeuginsassen abgestimmt sind. Unter z. B. „sehr stark spürbar“ kann verstanden werden, dass man in einem fahrenden Kraftfahrzeug kaum schreiben kann. Schreiben und Lesen im Auto ist auch durchaus ein Kriterium zur Beurteilung des Komforts eines Autos.

Der Effektivwert der Sitzbeschleunigung ist $\hat{\ddot{z}}_3 = \hat{\ddot{z}}_{\text{Sitz}} \approx 0,7 \text{ m/s}^2$.

13.2.4 Dynamische Federwege

In den Diagrammen Abb. 13.2m und p sind die Vergrößerungsfunktionen für die Relativwege am Sitz $\Delta\hat{z}_{32}/\hat{h}$ und am Rad $\Delta\hat{z}_{21}/\hat{h}$ dargestellt, und in den Abb. 13.2h und q die dazugehörigen Spektralen Dichten. Beim Sitzfederweg dominiert das Frequenzgebiet um die Aufbau- und Sitzeigenkreisfrequenz, um ν_2 und ν_3 , das um die Radeigenkreisfrequenz ν_1 ist nur angedeutet. Beim Relativweg Aufbau-Rad ist hingegen wenig von einem Einfluss des Systems Sitz-Mensch zu sehen, hier sind die Gebiete um die Aufbau- und Radeigenkreisfrequenz ν_2 und ν_1 bestimmt.

Weiterhin ist bemerkenswert, dass die dynamischen Federwege am Sitz kleiner sind als am Rad, die Standardabweichungen sind $\sigma_{\Delta z_{32}} = 1,8 \text{ mm}$ und $\sigma_{\Delta z_{21}} = 5,6 \text{ mm}$. Das ergibt nach (12.19), bei der die sechsfache Standardabweichung zugrunde gelegt wurde, die dynamischen Gesamt federwege $\Delta z_{32} \approx 1 \text{ cm}$ und $\Delta z_{21} = 3,4 \text{ cm}$, die zur Verfügung stehen müssen.

³ Siehe Kap. 12, Fußnote 2.

13.3 Einfluss von Unebenheit und Fahrgeschwindigkeit

Die Standardabweichungen für die Beurteilungsmaßstäbe „Radlastschwankung“, „Bewertete Schwingstärken“ und „dynamische Federwege“ ergeben sich nach (13.12) bis (13.16) zu

$$\sigma_q^2 = \int_0^{50\pi} (\dots)^2 \Phi_h(\omega) d\omega. \quad (13.17)$$

Dabei ist q eine der zu berechnenden Beurteilungsgrößen, und in der Klammer steht die Vergrößerungsfunktion für die Radlastschwankung, für die Federwege oder bei den bewerteten Schwingstärken das Produkt aus Bewertungs- und Vergrößerungsfunktionen.

Setzt man für die Spektrale Dichte der Unebenheit und der Fahrgeschwindigkeit die Näherung nach (11.92) ein, sowie (11.91) und (11.56), dann wird aus (13.17)

$$\sigma_q^2 = \Phi_h(\Omega_0) v^{w-1} \Omega_0^w \approx \int_0^{50\pi} \frac{(\dots)^2}{\omega^w} d\omega. \quad (13.18)$$

Danach ist die Streuung von drei Größen abhängig:

1. Von der Fahrgeschwindigkeit. (Die Fahrzeugwerte sind nach den am Beginn dieses Kapitels genannten Voraussetzungen nicht von der Fahrgeschwindigkeit abhängig, wie es beim zweiachsigen Kraftfahrzeug, s. Kap. 14, der Fall ist.) Es gilt

$$\sigma_q \sim v^{\frac{w-1}{2}} \quad (13.19)$$

Abbildung 13.3a zeigt als Beispiel für die Radlastschwankung den Anstieg von σ_q mit wachsender Fahrgeschwindigkeit v bei verschiedenen Welligkeitswerten w (vgl. Tab. 11.4) an. Der Einfluss von w ist nicht sehr groß. Wird als Mittel $w = 2$ genommen, s. ISO-Vorschlag in Tab. 11.5, so ist die Standardabweichung nach (13.19)

$$\sigma_q \sim \sqrt{v} \quad (13.20)$$

d. h., die Radlastschwankung oder die dynamischen Federwege oder die K -Werte wachsen ungefähr mit der Quadratwurzel aus der Fahrgeschwindigkeit an.

2. Nach (13.18) ist die Standardabweichung immer von der Quadratwurzel des Unebenheitsmaßes $\Phi_h(\Omega_0)$ abhängig

$$\sigma_q \sim \sqrt{\Phi_h(\Omega_0)}. \quad (13.21)$$

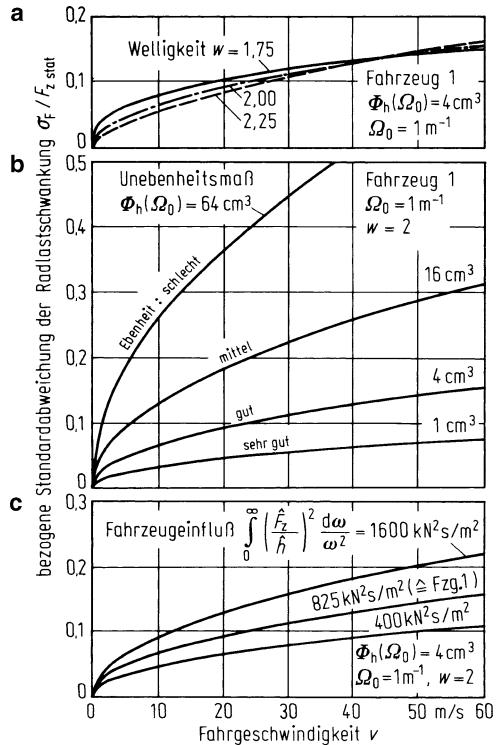
Abbildung 13.3b zeigt den Einfluss des Unebenheitsmaßes $\Phi_h(\Omega_0)$ mit den aus Tab. 11.5 entnommenen Werten.

3. Den Einfluss des Fahrzeuges erkennt man aus dem Ausdruck

$$\sigma_q \sim \sqrt{\int_{\approx 0}^{50\pi} \frac{(\dots)^2}{\omega^w} d\omega} \quad (13.22)$$

und für das Beispiel der Radlastschwankung bei $w = 2$ aus Abb. 13.3c.

Abb. 13.3 Einfluss der Fahrgeschwindigkeit v und:
a Welligkeit w des Unebenheitsspektrums, **b** des Unebenheitsmaßes $\Phi_h(\Omega_0)$ und **c** von Fahrzeugdaten auf die Größe der Standardabweichung der Radlastschwankung σ_F bezogen auf die statische Radlast $F_{z\text{stat}}$. Daten des Fahrzeugs 1, s. Tab. 13.1



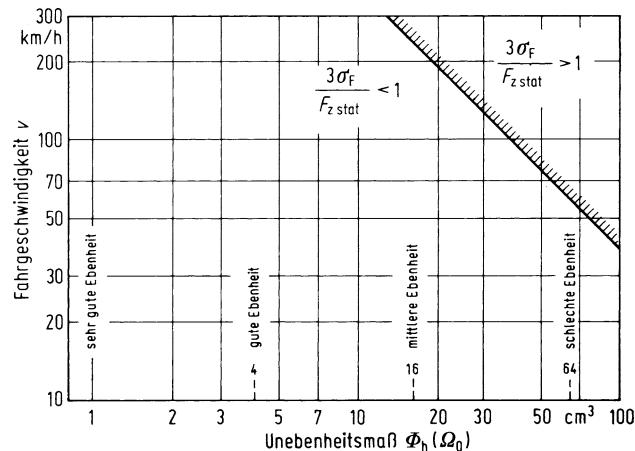
13.3.1 Betrachtung der maximalen Fahrgeschwindigkeit bezüglich Fahrsicherheit

Am Beispiel der Abb. 13.3b kann man abschätzen, wie schnell ein Fahrzeug auf verschiedenen unebenen Straßen fahren darf, ehe es wegen zu hoher Radlastschwankungen fahrunsicher wird. Nimmt man als Grenzwert die dreifache bezogene Standardabweichung $3\sigma_F/F_{z\text{stat}} = 1$ (s. Abschn. 12.1 und 13.2.1), so kann für diesen Grenzwert die zulässige Höchstgeschwindigkeit bei verschiedenen Unebenheitsmaßen der Straße abgelesen werden. Das Ergebnis ist in Abb. 13.4 aufgetragen. Danach kann das Fahrzeug 1 auf Straßen von sehr guter bis mittlerer Ebenheit praktisch beliebig schnell fahren, ohne dass das Rad von der Straße ab springt. Das bedeutet, dass die Höhe des Kraftschlusses (Verhältnis aus Horizontalkraft zu Radlast, s. Abschn. 2.3.4) kaum durch die Radlastschwankung bei üblichen Fahrgeschwindigkeiten beeinflusst wird, sondern hauptsächlich durch die Größe der Horizontalkraft. Auf schlechten Straßen ist das anders, dort besteht schon bei niedrigen Fahrgeschwindigkeiten die Gefahr des häufigeren Radabspringens und damit die des Kraftschlussverlustes bei kleineren Horizontalkräften.

Formelmäßig ergibt sich der Zusammenhang aus Fahrgeschwindigkeit v und Unebenheitsmaß $\Phi_h(\Omega_0)$ nach (13.18) für $w = 2$ zu

$$\Phi_h(\Omega_0)v = \text{const.} \quad (13.23)$$

Abb. 13.4 „Fahrssicherer“ ($3\sigma_F/F_{z\text{stat}} < 1$) und „fahrsicherer“ (> 1) Bereich für ein Kraftfahrzeug, dargestellt als Funktion von Fahrgeschwindigkeit und Unebenheitsmaß. (Fahrzeug 1 s. Tab. 13.1, $w = 2$, $\Omega_0 = 1 \text{ m}^{-1}$, Bezeichnung des Ebenheitszustandes der Straßen s. Tab. 11.5. $\sigma_F/F_{z\text{stat}}$ ist die auf die statische Radlast bezogene Standardabweichung der Radlastschwankung)



13.4 Überfahren von Einzelhindernissen

Es wurde schon in Abschn. 11.5.3 erwähnt, dass Fahrzeuginsassen die Auswirkungen beim Überfahren von Einzelhindernissen besonders dann wahrnehmen und in Erinnerung behalten, wenn sonst die Straße sehr eben ist (d. h. die Spektrale Dichte der Unebenheit $\Phi_h(\Omega_0)$ klein ist).

Im Folgenden werden die Größen und Zeitverläufe der Sitzbeschleunigung $\ddot{z}_3 = \ddot{z}_{\text{Sitz}}$, der Aufbaubeschleunigung bzw. der Beschleunigung an den Füßen $\ddot{z}_2 = \ddot{z}_{\text{Fuß}}$ und der Radlastschwankung $F_{z\text{dyn}}$ beim Überfahren eines Einzelhindernisses

$$h(t) = \hat{h}(1 - \cos \omega t) \quad \text{s. (11.99)}$$

mit

$$\omega = 2\pi v / L \quad \text{s. (11.56)}$$

diskutiert.

Die Höhe des Einzelhindernisses $2\hat{h}$ soll sich mit deren Länge L so ändern, wie es bei den stochastischen Unebenheiten nach (11.97) für eine Terz formuliert wurde.

$$\hat{h} \equiv \hat{b}_{\text{Terz}} = \sqrt{0,23 \frac{\Omega_0^2}{\pi} \Phi_h(\Omega_0) \cdot \sqrt{L}}, \quad (13.24)$$

d. h. längere Einzelhindernisse sind höher als kurze.

Tab. 13.2 Daten für die verschiedenen Einzelhindernisse

\hat{h} [m]	L [m]	v [m/s]	$\omega/2\pi$ [Hz]
0,062	20,0	30	$1,5 = v_2/2\pi$
0,043	10,0	30	$3,0 = v_3/2\pi$
0,018	2,72	30	$11,0 = v_1/2\pi$
0,013	1,20	30	25,0

Zusatzinformation

$\Omega_0 = 1 \text{ m}^{-1}$, $\Phi_h(\Omega_0) = 512 \text{ cm}^3$ (nach Tab. 11.5 ist das die „obere Grenze“ einer als „sehr schlecht empfundenen Straße“), $L = \frac{v}{\omega/2\pi}$, $v = 30 \text{ m/s}$ und $\omega/2\pi$ gleich den drei Eigenfrequenzen $v_2/2\pi = 1,5$; $v_3/2\pi = 3,0$; $v_1/2\pi = 11,0 \text{ Hz}$ (Fahrzeug 1 in Tab. 13.1.) und noch einer hohen Frequenz von 25 Hz. (Dabei wurde überprüft, dass der Insasse nicht vom Sitz abhebt, $\ddot{z}_3 \leq +1,0 \text{ g}$, und das Rad nicht von der Straße abspringt, $F_{z\text{dyn}} \geq -F_{z\text{stat}}$. Sonst gelten die Bewegungsgleichungen (13.1) bis (13.3) nicht mehr.)

Dies ergibt die in Tab. 13.2 genannten Werte.

In Abb. 13.5 sind die Ergebnisse dargestellt, zunächst in der ersten Zeile die verschiedenen Einzelhindernisse $h(t)$, beginnend in a mit der großen und langen Unebenheit ($\omega/2\pi = 1,5 \text{ Hz}$), nach rechts die kleineren und kürzeren.

Nach der mittleren Zeile steigt beim Auffahren auf die Hindernisse die Radlast F_z gegenüber der statischen $F_{z\text{stat}}$ an, $F_{z\text{dyn}}$ ist positiv, danach schwingt sie auf den Wert Null aus, bei den längeren Hindernissen (bei den kleineren Erregerfrequenzen $\omega/2\pi = 1,5$ und $3,0 \text{ Hz}$) etwa mit der Aufbaueigenfrequenz $v_2/2\pi$, bei den kürzeren ($\omega/2\pi = 11$ und 25 Hz) zunächst etwa mit der Radeigenfrequenz $v_1/2\pi$, später mit der Aufbaueigenfrequenz. Beim Ausschwingen ist die erste negative Halbwelle bei allen vier Erregerfrequenzen nicht so groß, dass die Radlast zu Null wird. Am größten ist $F_{z\text{dyn}}$ bei $\omega/2\pi = v_1/2\pi$, s. Diagramm h.

In der unteren Zeile der Abb. 13.5 sind die Zeitverläufe der auf den Oberkörper wirkenden Sitzbeschleunigungen $\ddot{z}_3 = \ddot{z}_{\text{Sitz}}$ und der Aufbaubeschleunigungen $\ddot{z}_2 = \ddot{z}_{\text{Fuß}}$ aufgetragen. (Sie können nach Abschn. 12.3.3 nicht beurteilt werden.) Bei den längeren Hindernissen bzw. kleineren Erregerfrequenzen sind die Sitzbeschleunigungen größer als die Beschleunigung des Aufbaues, bei den kürzeren Unebenheiten bzw. höheren Frequenzen ist es umgekehrt. In allen Fällen sind $\ddot{z}_{\text{Sitz max}}$ und $\ddot{z}_{\text{Fuß max}}$ kleiner g , d. h. der Insasse hebt nicht vom Sitz und seine Füße nicht vom Fahrzeugs Boden ab.

Bei negativen Einzelhindernissen, bei Vertiefungen oder bei Schlaglöchern, also bei $h(t) = -\hat{h}(1 - \cos \omega t)$, sind die Ergebnisse einfach um die Zeitachse zu spiegeln.

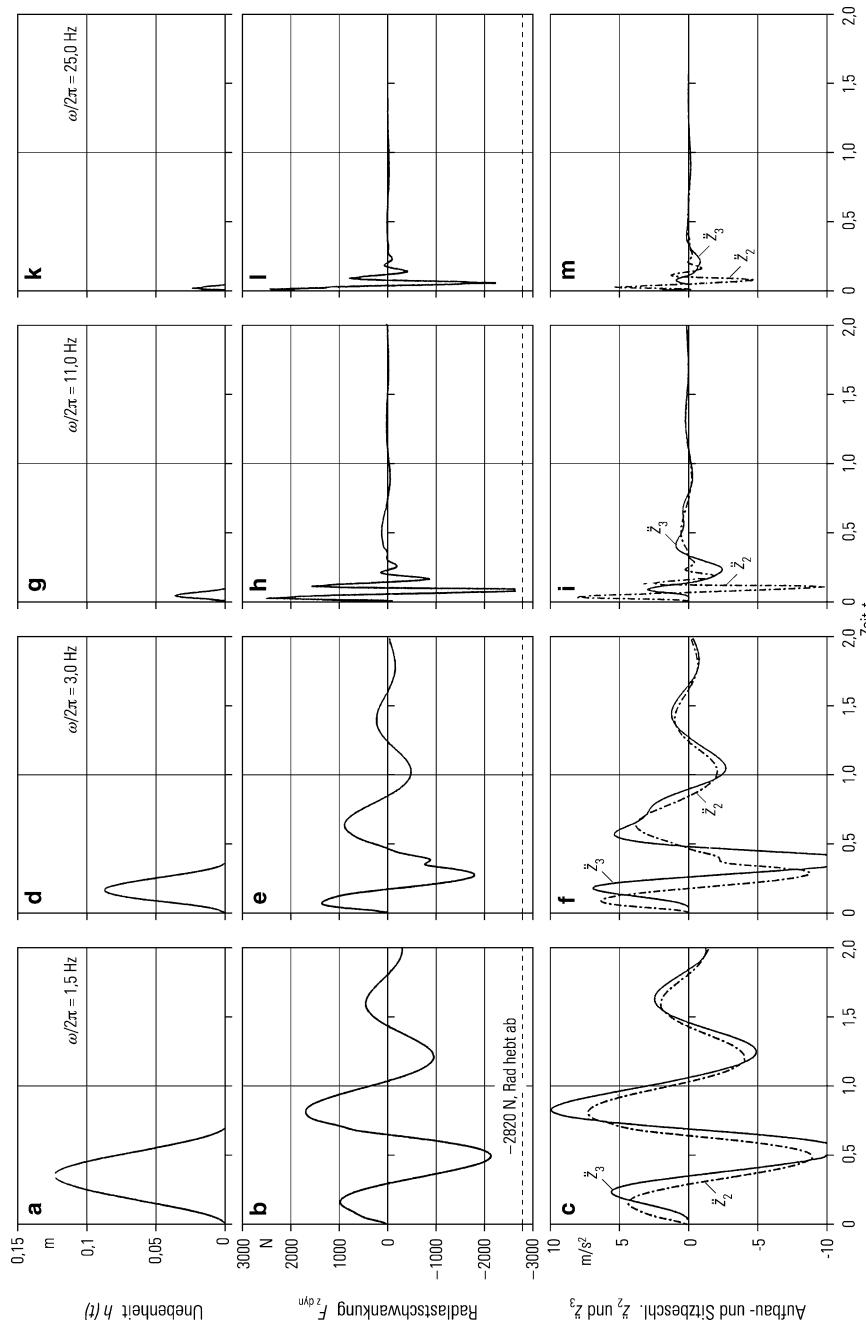


Abb. 13.5 Radlastschwankungen, Aufbau- und Sitzbeschleunigungen beim Überfahren verschieden großer und langer Einzelhindernisse (s. Tab. 13.2), mit $v = 30 \text{ m/s}$, Fahrzeug 1 (s. Tab. 13.1)

13.5 Einfluss der Aufbaueigenfrequenz

In den folgenden Abschn. 13.5 bis 13.9 werden die Daten an dem durch das Dreimassensystem repräsentierten Kraftfahrzeug variiert und die Wirkung an der Größe der Bewerteten Schwingstärken, der Radlastschwankungen und der Federwege diskutiert. Die den Rechnungen zugrunde liegenden „Beispielfahrzeuge“ sind in Tab. 13.1 zusammengestellt.

In diesem Abschnitt wird die Konstante der Feder (Schrauben-, Blattfeder) zwischen Aufbau und Rad, die sog. Aufbaufederkonstante c_2 , verändert, und zwar bei den Fahrzeugen 1, 2, 3 und 4 so, dass sich die Aufbaueigenfrequenz $v_2/2\pi$ nach (13.5) zwischen 2,1 und 0,8 Hz verändert. Die hohe Frequenz von 2,1 Hz kommt bei kleinen (und damit leichten) Pkw im leeren Zustand und bei Nutzfahrzeugen vor, mit 1 Hz schwingen große und beladene Pkw (s. Abb. 13.6). Die niedrige Eigenfrequenz von 0,8 Hz ist bei Einsatz niveauregelter Federungen (bei ihr wird die durch die Beladung des Fahrzeuges bedingte statische Einfederung wieder rückgängig gemacht, s. Abschn. 13.11) erreichbar.

Im Folgenden wird nicht nur der Einfluss von c_2 und v_2 auf die Größe der Beurteilungsmaßstäbe nach (13.12) bis (13.16) gezeigt, sondern es werden auch, um ein Verständnis für die Ergebnisse zu bekommen, die Verläufe von Frequenzkurven erklärt. Das sind nach Abb. 13.2 die Vergrößerungsfunktionen und die Spektralen Dichten.

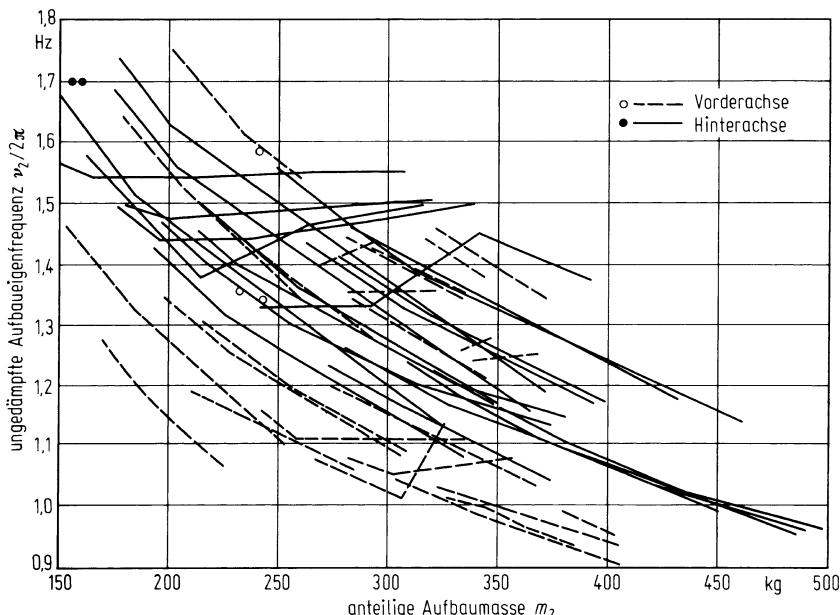


Abb. 13.6 Ungedämpfte Aufbaueigenfrequenz ($v_2 = \sqrt{c_2/m_2}$) als Funktion der anteiligen Aufbaumasse pro Rad für die Beladungszustände „leer“ (linkes Ende der einzelnen Striche) bis „beladen“ (rechtes Ende) von Personenwagen. ([MITS76], und neuere Daten)

Mit c_2 ändert sich hauptsächlich ν_2 , kaum ν_1 (s. (13.5) und (13.6)) und damit hauptsächlich das Gebiet um die Aufbauresonanzspitze bei $\omega \approx \nu_2$. Mit weicher Federung, kleinerem c_2 und damit niedrigerem ν_2 wandert die Spitze nach links, und vor allen Dingen die Resonanzüberhöhung wird kleiner, wie die Vergrößerungsfunktionen für Aufbau- und Sitzbeschleunigungen \hat{z}_2/\hat{h} und \hat{z}_3/\hat{h} sowie für die Radlastschwankung \hat{F}_z/\hat{h} in Abb. 13.7a bis c zeigen. Bei der niedrigen Aufbaueigenfrequenz $\nu_2/2\pi = 0,8$ Hz ist sie nur noch angedeutet zu finden. Bei der Sitzbeschleunigung wirkt sich c_2 auch auf die Spitze bei der Sitzeigenfrequenz aus. Je größer ν_2 ist, d. h. je näher ν_2 an ν_3 heranrückt, umso größer werden auch die Beschleunigungen bei $\omega \approx \nu_3$. Sonst beeinflusst c_2 die Vergrößerungsfunktionen bei höheren Erregerfrequenzen wenig, die Beschleunigungen des Aufbaues werden bei $\omega \approx \nu_1$ mit härterer Feder etwas größer, die Radlastschwankungen werden etwas kleiner, die Sitzbeschleunigungen bleiben praktisch gleich.

Die Abb. 13.7d bis f zeigen die Spektralen Dichten der Aufbaubeschleunigungen $\Phi_{\ddot{z}2} = (\hat{z}_2/\hat{h})^2 \Phi_h(\omega)$, der Sitzbeschleunigung $\Phi_{\ddot{z}3} = (\hat{z}_3/\hat{h})^2 \Phi_h(\omega)$ und der Radlastschwankung $\Phi_F = (\hat{F}_z/\hat{h})^2 \Phi_h(\omega)$. Durch die Multiplikation der quadrierten Vergrößerungsfunktionen mit der Spektralen Unebenheitsdichte werden – wie schon in Abschn. 13.2 beschrieben – die Werte bei den kleineren Frequenzen angehoben, und die Wirkung der Aufbaufederung und der Aufbaueigenfrequenz wird nun noch deutlicher sichtbar.

In der unteren Diagrammreihe sind die für den Komfort maßgebenden Spektralen Dichten der Bewerteten Schwingstärken dargestellt, in Abb. 13.7g für die Füße $\Phi_{K \text{ Fuß}} = 1,26^2 B_{\text{Fuß}}^2 \Phi_{\ddot{z}2}$ und in Abb. 13.7h auf dem Sitz $\Phi_{K \text{ Sitz}} = 1,26^2 B_{\text{Sitz}}^2 \Phi_{\ddot{z}3}$.

Integriert man diese Kurven, so erhält man nach (13.12) bis (13.14) die Standardabweichung der Radlastschwankung sowie die resultierenden Schwingstärken für den Oberkörper, für die Hände und die Füße. Das Ergebnis ist in Abb. 13.8a,b über der Aufbaueigenfrequenz $\nu_2/2\pi$ aufgetragen. (Es gelten die ausgezogenen Kurven mit der Aufbaudämpfungs-konstanten $k_2 = \text{const.}$)

Nach Abb. 13.8a wächst der K_{Sitz} -Wert mit der Aufbaueigenfrequenz stark an, der K_{Hand} - und der $K_{\text{Fuß}}$ -Wert weniger stark, und beide sind zudem kleiner als K_{Sitz} . Der nach (13.13) berechnete K_{ges} -Wert wird hauptsächlich vom K_{Sitz} -Wert bestimmt und steigt deshalb ebenfalls stark an.

In Abb. 13.8b ist der für die Fahrsicherheit maßgebende Wert Standardabweichung der Radlastschwankung zur statischen Radlast $\sigma_F/F_{z\text{stat}}$ aufgetragen. Der Einfluss der Aufbaueigenfrequenz ist nicht groß, bei $\nu_2/2\pi \approx 1,3$ Hz ergibt sich bei diesen Beispieldfahrzeugen ein flaches Minimum.

In Abb. 13.8c sind die Effektivwerte der Relativwege zwischen Achse und Aufbau (Radfederweg) $\sigma_{\Delta z21}$ und zwischen Sitz und Aufbau (Sitzfederweg) $\sigma_{\Delta z32}$ aufgetragen. Der erste ist fast unabhängig von ν_2 , während der zweite zu hohen Aufbaueigenfrequenzen merklich ansteigt. Allerdings ist der Absolutwert so klein, dass er keine Rolle spielt.

Zusammenfassend ist also aus diesem Abschnitt festzuhalten, dass eine weiche Aufbaufederung, d. h. eine niedrige Aufbaueigenfrequenz, hauptsächlich den Komfort der durch den Sitz abgefederten Körperteile verbessert. Der Einfluss auf die Radlastschwankung, d. h. auf die Fahrsicherheit, sowie auf die Rad- und Sitzfederwege ist gering.

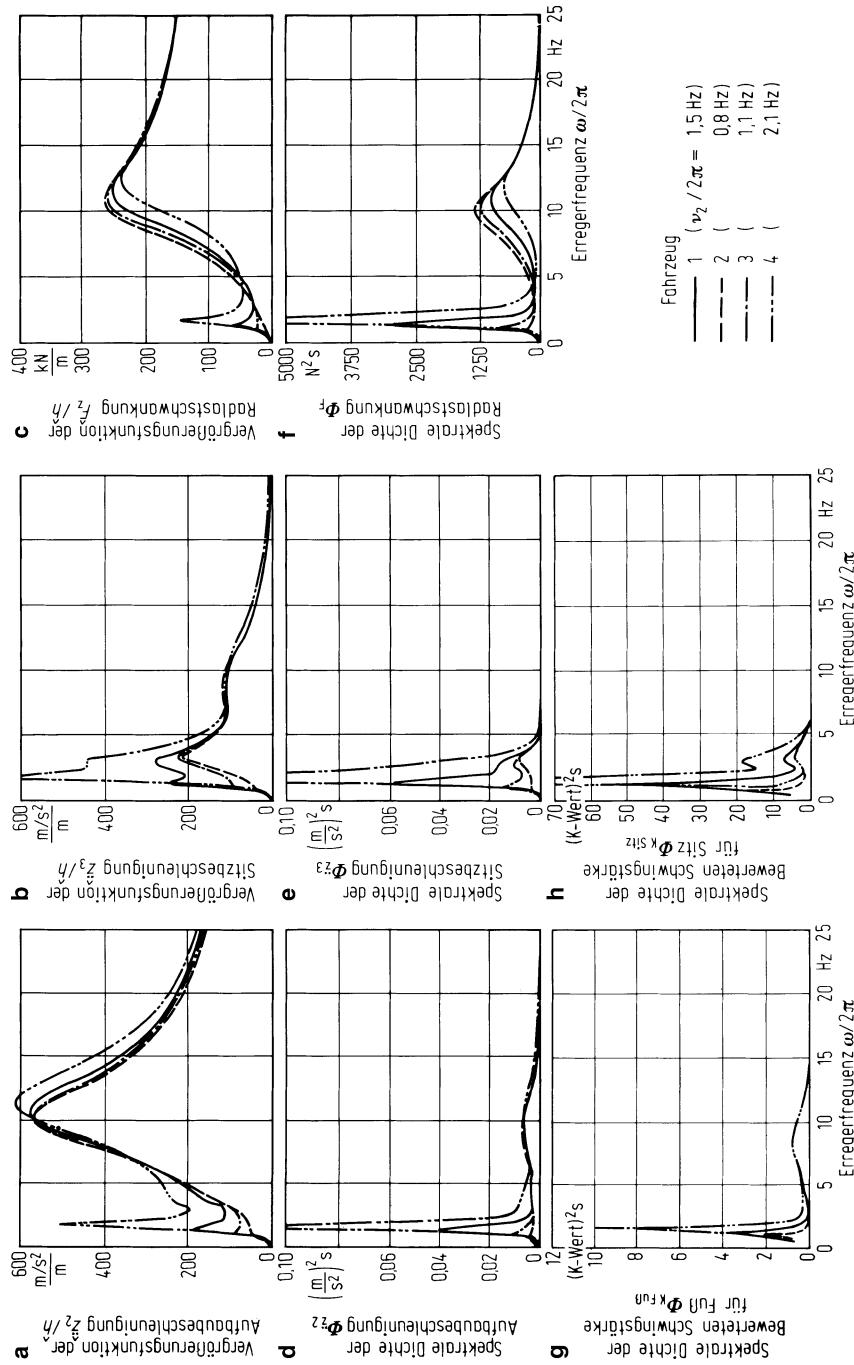
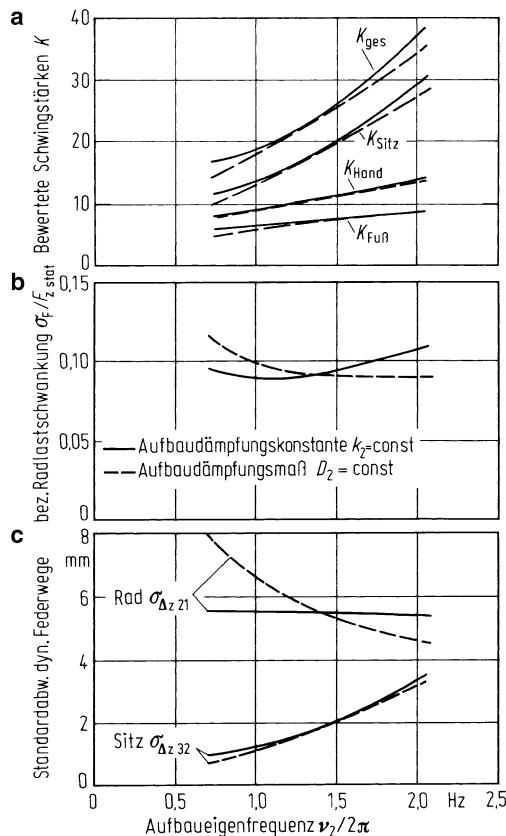


Abb. 13.7 a-h Vergroßierungsfunktionen und Spektrale Dichten bei verschiedenen Aufbaueigenfrequenzen $\nu_2/2\pi$. (Fahrzeuge 1 bis 4. s. Tab. 13.1, $\Phi_h(\Omega_0) = 4 \text{ cm}^3$, $\Omega_0 = 1 \text{ m}^{-1}$, $w = 2$, $v = 20 \text{ m/s}$)

Abb. 13.8 a–c Beurteilungsmaßstäbe als Funktion der Aufbaueigenfrequenz bei stochastischer Anregung (Fahrzeuge 1 bis 4 und 9 bis 11, s. Tab. 13.1, $\Phi_h(\Omega_0) = 4 \text{ cm}^3$, $\Omega_0 = 1 \text{ m}^{-1}$, $w = 2$, $v = 20 \text{ m/s}$)



13.6 Einfluss des Aufbaudämpfungsmaßes

In diesem Abschnitt wird die Konstante des Schwingungsdämpfers zwischen Aufbau und Rad (in der Kraftfahrzeugtechnik noch heute häufig Stoßdämpfer genannt), die sog. Aufbaudämpfungskonstante k_2 , variiert. Damit verändert sich nach (13.8) auch das Aufbaudämpfungsmaß

$$D_2 = k_2 / 2\sqrt{c_2 m_2} = k_2 / 2m_2 v_2.$$

Abbildung 13.9 veranschaulicht, in welchen Grenzen in der Praxis das Dämpfungsmaß gewählt wird.

Begonnen wird mit dem Vergleich der Fahrzeuge 1 und 5 bis 8, s. Tab. 13.1, bei denen bei unverändert gehaltenen anderen Fahrzeugdaten, also auch bei konstantem v_2 , nur die Dämpfungskonstante k_2 und damit das Dämpfungsmaß D_2 variiert wird. In Abb. 13.10 sind die Vergrößerungsfunktionen für Sitz-, Aufbaubeschleunigung und Radlastschwankung aufgetragen.

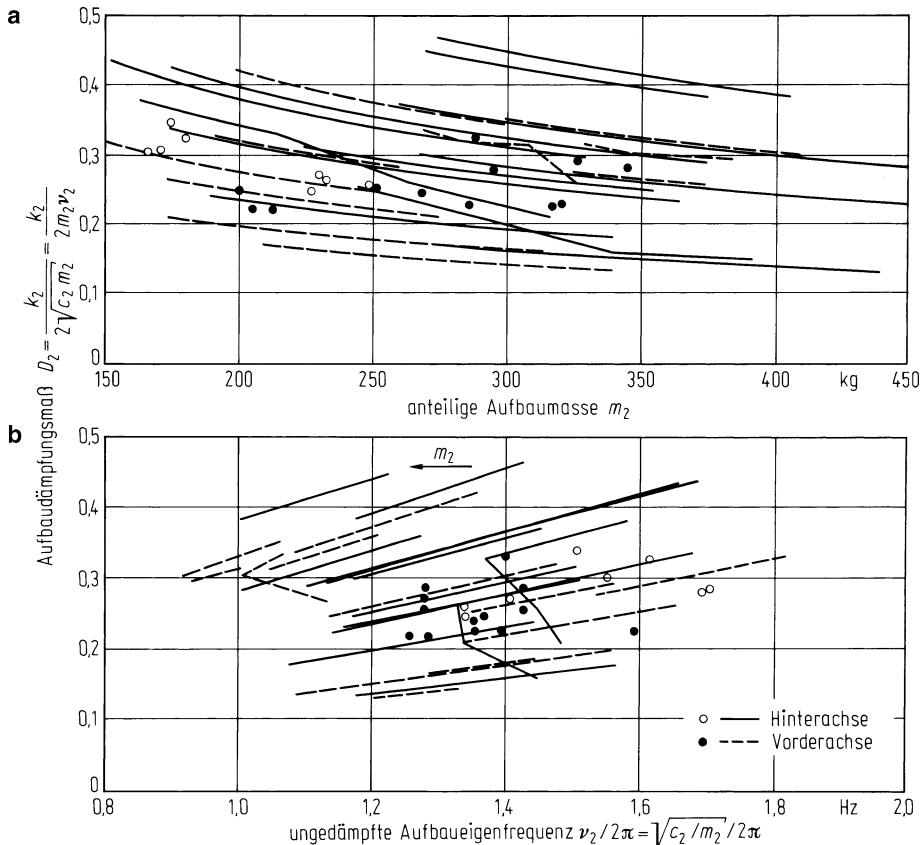
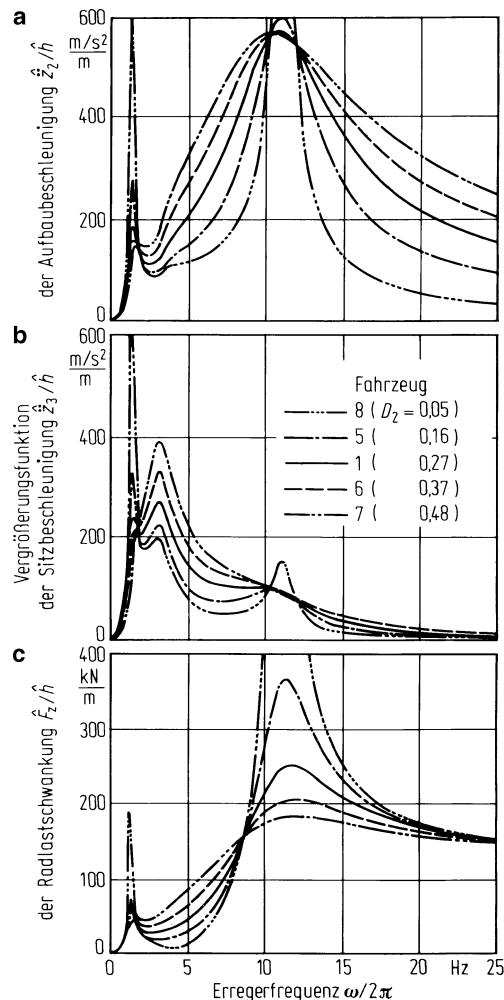


Abb. 13.9 Aufbaudämpfungsmaß D_2 als Funktion **a** der Aufbaumasse m_2 ; **b** der Aufbaueigenfrequenz $\nu_2/2\pi$ für verschiedene Pkw. Jede Linie gehört zu einem Pkw. Das „leere“ Fahrzeug gehört in **a** zum linken Ende der Linie, in **b** zum rechten Ende, das „voll beladene“ Fahrzeug genau umgekehrt. ([MITS76], und neuere Daten)

Die erste Resonanzspitze, die bei $\omega \approx \nu_2$ liegt, wird mit zunehmender Dämpfung kleiner. Für das hohe Dämpfungsmaß von $D_2 = 0,48$ ist kaum eine Spalte zu erkennen. Die zweite Resonanzspitze bei $\omega \approx \nu_3$, deutlich nur bei der Sitzbeschleunigung zu sehen, wird hingegen mit stärkerer Aufbaudämpfung größer. Die dritte Resonanzspitze bei $\omega \approx \nu_1$ wird für die Radlastschwankung mit wachsender Dämpfung kleiner, für die Aufbaubeschleunigung bleibt sie etwa gleich,⁴ ebenso für die Sitzbeschleunigung. Zwischen den Resonanzgebieten, also zwischen ν_2 bzw. ν_3 und ν_1 werden die Vergrößerungsfunktionen hingegen mit wachsenden D_2 fülliger, dies gilt auch bei der Aufbaubeschleunigung für $\omega > \nu_1$.

⁴ Für den Extremfall $k_2 = 0$, $D_2 = 0$ und für kleinere Werte gilt diese Bemerkung nicht, dann ist der Wert \hat{z}_2/\hat{h} für $\omega \approx \nu_1$ sehr groß. Die Resonanzspitze muss also bei relativ kleinem Dämpfungsmaß ein Minimum haben.

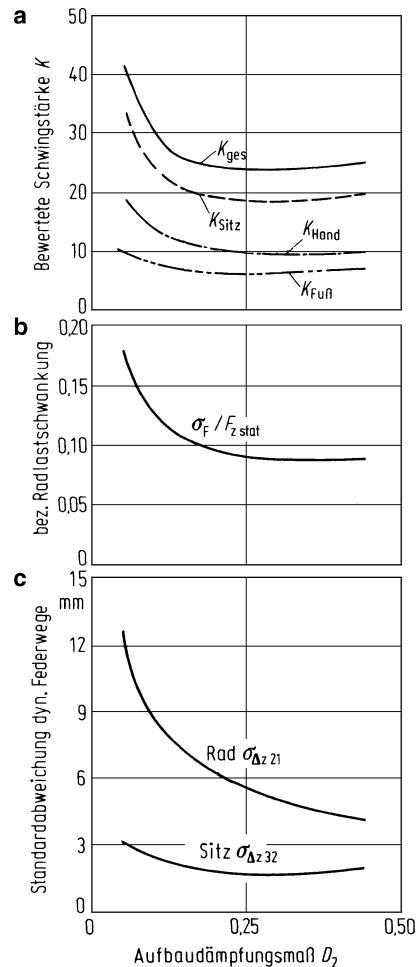
Abb. 13.10 a–c Vergrößerungsfunktion für Fahrzeuge mit gleicher Aufbaueigenfrequenz $\nu_2/2\pi$, aber verschiedener Aufbaudämpfungsmaße D_2 . (Fahrzeugdaten s. Tab. 13.1)



Wie sich insgesamt der Einfluss von D_2 auf die Beurteilungsmaßstäbe bei stochastischen Unebenheiten auswirkt, zeigt Abb. 13.11. Nach Bildteil a steigt der K_{Sitz} -Wert bei kleinem und großem Dämpfungsmaß an. Bei diesen Beispieldfahrzeugen liegt das Minimum bei etwa $D_2 \approx 0,3$, d. h. der Komfort ist für die auf dem Sitz befindlichen Körperteile bei diesem Wert am besten. Er gilt in etwa auch für die Bewertete Schwingstärke für die Hände und für die Füße, damit auch für K_{ges} . Ähnlich ist der Verlauf bei der Radlastschwankung nach Abb. 13.11b, nur dass das Minimum, also die beste Fahrsicherheit, bei $D_2 \approx 0,4$ liegt.

Der dynamische Relativweg zwischen Aufbau und Rad, der Radfederweg $\sigma_{\Delta z21}$, in Abb. 13.3c wird mit wachsender Dämpfung stark vermindert, der für Sitz-Aufbau $\sigma_{\Delta z32}$ ändert sich mit den üblichen Dämpfungsmaßen kaum.

Abb. 13.11 a–c Beurteilungsmaßstäbe als Funktion des Aufbaudämpfungsmaßes bei stochastischer Unebenheitsanregung. (Fahrzeuge 1, 5 bis 8 s. Tab. 13.1, $\Phi_h(\Omega_0) = 4 \text{ cm}^3$, $\Omega_0 = 1 \text{ m}^{-1}$, $w = 2$, $v = 20 \text{ m/s}$)



Es ist also ein Kompromiss zwischen Komfort einerseits (optimales $D_2 \approx 0,3$) und Radlastschwankung (optimales $D_2 \approx 0,4$) sowie Radfederweg andererseits zu finden.

13.6.1 Optimierung von Federung und Dämpfung, Konflikt-Schaubild

Nach Abb. 13.11 liegen bei stochastischer Unebenheitsanregung der beste Komfort und die höchste Fahrsicherheit bei jeweils verschiedenen Dämpfungen. Ebenfalls ein Kompromiss muss nach Abb. 13.8 bei der Federung eingegangen werden. Hier liegt demnach eine Optimierungsaufgabe vor.

Bei Veränderung von c_2 , also beim Einbau einer weicheren oder härteren Feder, sollte man prüfen, wie die Schwingungseigenschaften durch Anpassung der k_2 - an die c_2 -Werte

optimiert werden können. Es wird damit nochmals auf die Diagramme in Abb. 13.8 zurückgegriffen, in denen c_2 und damit $v_2/2\pi$ in den Grenzen 0,8 bis 2,1 Hz verändert wurden, die Dämpfungskonstante k_2 aber gleich blieb. Das entspricht nach Tab. 13.1 einer Variation des Dämpfungsmaßes D_2 von etwa 0,19 bis 0,53. Bei den Beispieldfahrzeugen 9 bis 11 wurde die Aufbaueigenfrequenz in dem gleichen Maß verändert, die Dämpfung aber zum Vergleich so abgewandelt, dass D_2 mit 0,27 konstant blieb. Das Ergebnis, gleich in Form der Standardabweichung in den Abb. 13.8 mit eingetragen, gibt an, dass die Auslegung mit dem konstanten Dämpfungsmaß D_2 den Einbau von weichen Federn in bezug auf den Fahrkomfort K_{ges} noch weiter verbessert, aber größere Radfederwege erfordert, weiterhin die Radlastschwankung erhöht und damit die Fahrsicherheit vermindert. Man erkennt, dass es mit weicherer Federung schwieriger wird einen Kompromisswert D_2 für Komfort und Radlastschwankung zu finden. Nach den Beispielen wird er für $v_2/2\pi = 0,8$ Hz zwischen $D_2 = 0,27$ und 0,53 liegen, für $v_2/2\pi = 2,1$ Hz nur zwischen 0,19 und 0,27.

Eine verallgemeinerte Aussage erhält man durch das sog. Konfliktschaubild nach Abb. 13.12, in dem die Bewertete Schwingstärke K_{ges} über der bezogenen Radlastschwankung $\sigma_F/F_{z\text{stat}}$ aufgetragen ist. In Diagramm a sind Linien konstanter c_2 bei veränderlichen k_2 und Linien konstanter k_2 bei veränderlichen c_2 eingetragen, in Diagramm b entsprechend Linien für die Aufbaueigenfrequenz $v_2/2\pi$ und das Aufbaudämpfungsmaß D_2 .

In Diagramm c ist eine Kurve aus b mit der Aufbaueigenfrequenz von $v_2/2\pi = 1,5$ Hz für die Diskussion herausgegriffen. Die minimale Radlastschwankung erhält man durch die senkrechte Tangente an die Kurve in Punkt A, die kleinste Schwingstärke durch die waagerechte Tangente in B, jeweils verbunden mit der Einbuße an Komfort bzw. Fahrsicherheit. Damit beschränkt sich die Optimierung auf die Kurve zwischen A und B. Bei den Kurvenästen oberhalb A und rechts von B werden beide Beurteilungskriterien schlechter und scheiden deshalb für eine Optimierung aus.

In Diagramm d sind aus b nur noch die jeweiligen Kurvenstücke zwischen A und B für konstante Aufbaueigenfrequenz $v_2/2\pi$ dargestellt. Danach fallen für 2,1 Hz die Punkte A und B zusammen, d. h. hier braucht für Komfort und Radlastschwankung/Fahrsicherheit kein Kompromiss eingegangen zu werden. Dies gilt auch in etwa noch für 1,8 und 1,5 Hz. Dabei wird allerdings durch die Verminderung der Aufbaueigenfrequenz von 2,1 auf 1,5 Hz sowohl der Komfort als auch die Sicherheit besser, die Verminderung ist also erstrebenswert. Bei 1,1 Hz und erst recht bei 0,8 und 0,3 Hz wird der K_{ges} -Wert kleiner, der Komfort besser, allerdings auf Kosten höherer Radlastschwankungen, also geringerer Sicherheit. Damit hat man – positiv gesehen – die Wahl zwischen Komfort und Sicherheit, oder – negativ gesehen – die Qual, den richtigen Kompromiss einzugehen.

Das Feld in Diagramm 13.12d wird durch eine Kurve begrenzt, die durch keine Kombination von c_2 und k_2 bzw. $v_2/2\pi$ und D_2 unterschritten werden kann. Diese Kurve stellt auch die Grenze für konventionelle Schwingungssysteme dar. (Weitere Verbesserungen sind nur durch sog. „geregelte“ oder „Elektronische Fahrwerke“ möglich, s. Abschn. 13.13.)

Für den Vergleich zur Theorie zeigt Abb. 13.13 Messpunkte K_{ges} und $\sigma_F/F_{z\text{stat}}$ von heutigen Pkw der Mittelklasse und Kleinwagen. Zum Vergleich wurden aus Abb. 13.12b die

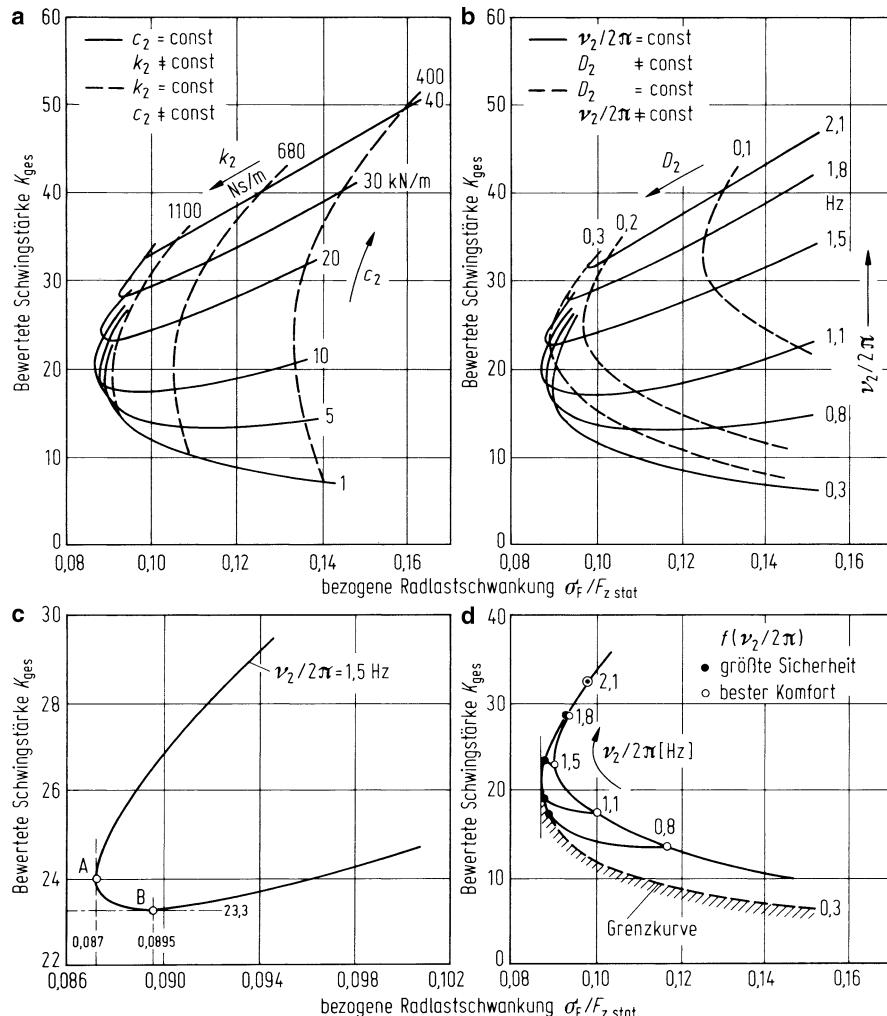
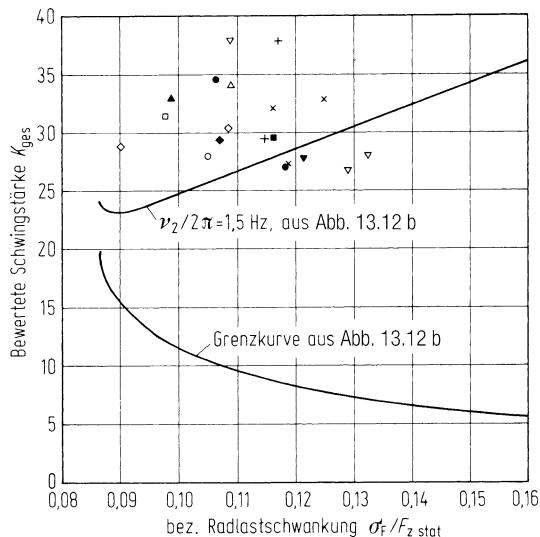


Abb. 13.12 Konfliktschaubild zwischen Komfort (Bewertete Schwingstärke) und Fahrsicherheit (bezogene Radlastschwankung) bei Variation der Aufbaufeder- und Aufbaudämpfungskonstanten c_2 und k_2 bzw. Aufbaueigenfrequenz $v_2/2\pi$ und Aufbaudämpfungsmaß D_2 . (Die Grenzkurve gibt für eine vorgegebene Schwingstärke bei richtiger Wahl von Federung und Dämpfung die kleinste Radlastschwankung an und umgekehrt). Sonstige Fahrzeugdaten s. Fzg. 1 in Tab. 13.1, $\Phi_h(\Omega_0) = 4 \text{ cm}^3$, $w = 2$, $v = 20 \text{ m/s}$

theoretischen Kurven mit der Aufbaueigenfrequenz $v_2/2\pi = 1,5$ und $0,3$ (Grenzkurve) Hz eingezeichnet. Die Messpunkte befinden sich in der Nähe der $1,5$ Hz-Kurve. Sie liegen entfernt von der Grenzkurve, die nach Abschn. 13.11.1 eine Federung mit Niveauregelung voraussetzt, die aber diese Pkw nicht haben.

Abb. 13.13 Konfliktschaubild: Vergleich zwischen Rechnung und Messung. Rechnung aus Abb. 13.12b. Messung im IfF 1994 an verschiedenen leeren, mit einem Fahrer besetzten Pkw (Pkw wurden an Vorder- und Hinterachse zu reinen Hubschwingungen angeregt, $\Phi_h(\Omega_0) = 4 \text{ cm}^3$, $\Omega_0 = 1 \text{ m}^{-1}$, $w = 2$, $v = 20 \text{ m/s}$, K_{ges} ermittelt am Fahrerplatz, $\sigma_F/F_{z \text{ stat}}$ ermittelt für die Vorderachse)



13.6.2 Zusammenfassung

Die Folgerung aus diesem Abschnitt ist: Bei der Dämpfung muss zwischen Komfort und Fahrsicherheit (Radlastschwankung) optimiert werden.

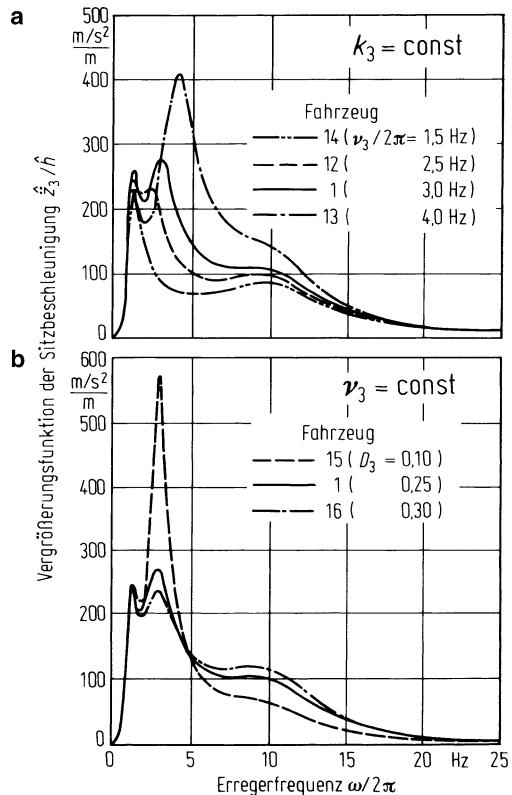
Die Optimierung hängt weiterhin von der maximalen Fahrzeuggeschwindigkeit und von dem Unebenheitszustand der Straßen ab. Aus der Beladung und dem zur Verfügung stehenden Federweg kommen noch weitere Einschränkungen hinzu, s. Abschn. 13.10 und 13.11.

13.7 Einfluss der Sitzeigenfrequenz und des Sitzdämpfungsmaßes

Da nach den Diskussionen in den Abschn. 13.2.3 und 13.2.4 das System Sitz-Mensch praktisch nur die Höhe der Sitzbeschleunigung und des Sitzfederweges beeinflusst, sollen auch nur diese beiden Größen diskutiert werden.

Zunächst wird bei der Sitz-Dämpfungskonstanten $k_3 = \text{const.}$ die Eigenfrequenz Sitz-Mensch $\nu_3/2\pi$ von 2,5 bis 4,0 Hz variiert (Fahrzeuge 12, 1, 13), zusätzlich wurde sie sehr niedrig – wie es in der Praxis nicht vorkommt – auf 1,5 Hz gelegt (Fahrzeug 14), sodass $\nu_3 \approx \nu_2$ ist. Die Höhe der ersten Resonanzspitze von \hat{z}_3/\hat{h} bei $\omega \approx \nu_2$ wird nach Abb. 13.14a durch die Variation von ν_3 wenig geändert. Die zweite Resonanzspitze bei $\omega \approx \nu_3$ wächst mit steigendem ν_3 , bei dem Spezialfall $\nu_3 \approx \nu_2$ ist die zweite Spalte nicht mehr vorhanden. Die dritte Resonanzspitze bei $\omega \approx \nu_1$ wächst ebenfalls mit ν_3 . Aus dem Verlauf der Vergrößerungsfunktionen erkennt man, dass härtere Sitze höhere Beschleunigungen ergeben und dass damit auch die Bewertete Schwingstärke K_{Sitz} nach Abb. 13.15a größer wird. Die

Abb. 13.14 Vergrößerungsfunktionen der Sitzbeschleunigungen für **a** verschiedene Sitzeigenfrequenzen $\nu_3/2\pi$ bei konstanter Sitzdämpfungskonstante k_3 ; **b** bei gleichem $\nu_3/2\pi$, aber verschiedenen D_3 . (Fahrzeugdaten s. Tab. 13.1)



K_{Hand} - und $K_{\text{Fuß}}$ -Werte ändern sich kaum, deshalb verläuft der K_{ges} -Wert parallel oberhalb von K_{Sitz} .

In Abb. 13.14b wurde bei konstanter Sitzeigenfrequenz $\nu_3/2\pi = 3,0 \text{ Hz}$ das Sitzdämpfungsmaß D_3 verändert. Mit wachsendem D_3 verkleinert sich nur die Resonanzspitze $\omega \approx \nu_3$ und damit auch K_{Sitz} nach Abb. 13.15b.

Die Sitzfederwege, in den Diagrammen c und d der Abb. 13.15 als Standardabweichungen aufgezeichnet, werden mit kleinerer Sitzeigenfrequenz $\nu_3/2\pi$ größer, mit höherer Dämpfung des Sitzes etwas kleiner.

Zusammenfassend ist festzustellen, dass ein höheres Sitzdämpfungsmaß den Komfort verbessert, hingegen eine höhere Sitzeigenfrequenz, also ein härterer Sitz,⁵ innerhalb heutiger, in Abschn. 11.2.4 genannter Grenzen, den Komfort erheblich verschlechtert.

Es soll deshalb erläutert werden, welche Auswirkungen eine größere Variation der Sitzeigenfrequenz haben würde: Die gerechnete Eigenfrequenz von $\nu_3/2\pi = 1,5 \text{ Hz}$ verbessert nach Abb. 13.15a gegenüber höheren Werten den Komfort, aber auf Kosten größerer Feder-

⁵ Unter einem „härteren“ Sitz wird häufig ein dem Fahrer bei Kurvenfahrt seitlichen Halt bietender Sitz verstanden. Dies ist hier nicht gemeint, hier geht es um eine Sitzeigenschaft in vertikaler Richtung.

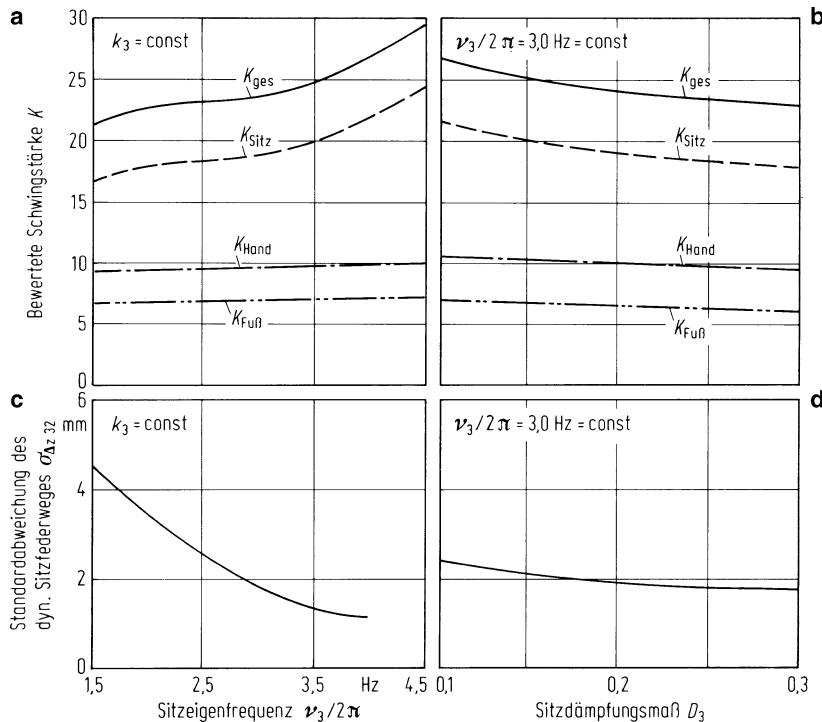
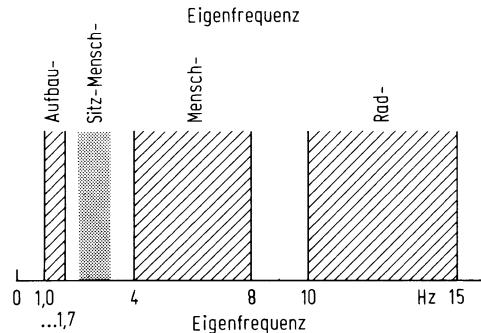


Abb. 13.15 Bewertete Schwingstärken K_{Sitz} (a und b) und Standardabweichung der Sitzfederwege in mm (c und d) als Funktion der Sitzeigenfrequenz $\nu_3/2\pi$ und der Sitzdämpfungskonstanten k_3 bzw. des Sitzdämpfungsmaßes D_3 (Fahrzeugdaten s. Tab. 13.1, $\Phi_h(\Omega_0) = 4 \text{ cm}^3$, $\Omega_0 = 1 \text{ m}^{-1}$, $w = 2$, $v = 20 \text{ m/s}$, vgl. auch Abb. 13.14)

wege. Die statische Einsenkung am Sitz beträgt nach (12.18) bei 1,5 (3,0) Hz 11,1 (2,8) cm und der dynamische Federweg nach (12.19) und Abb. 13.15c bei der dort angegebenen Anregung $6 \sigma_{\Delta z32} = 2,7$ (1,1) cm. Die Eigenkreisfrequenz Sitz-Mensch ν_3 noch unter die Aufbaueigenfrequenz ν_2 zu legen, also etwa auf $\nu_3/2\pi = 0,9$ Hz, wenn die niedrigste Aufbaufrequenz bei $\nu_2/2\pi = 1,5$ Hz liegt, wurde noch nicht versucht. Die Sitzfederung hätte dann einen statischen Federweg von rund 30 cm und müsste darum mit einer Sitzniveauregulierung⁶ versehen werden, um verschiedenen schweren Fahrer etwa in die gleiche Sitzposition zu den Bedienelementen zu bringen. Eine Eigenschwingungszahl höher als die höchste Aufbaueigenfrequenz ist hingegen üblich. Ein zu weiter Abstand von den Aufbaueigenfrequenzen ist – wie gezeigt wurde – nicht zu empfehlen; der K_{Sitz} -Wert wird größer. Außerdem wird dann die Hauptresonanz des menschlichen Körpers erreicht, die nach Abb. 12.7b bei etwas über 4 Hz, nach Abb. 12.6 bei 4 bis 8 Hz liegt.

⁶ Bei schweren Nutzfahrzeugen sind luftgefedeerte Fahrersitze mit Niveauregulierung fast Standard. Versuche in Pkw (bei BMW durchgeführt) haben die Fahrer nicht zufrieden stellen können, da dann die Relativwege zum Lenkrad groß werden.

Abb. 13.16 Zweckmäßige Lage der Eigenfrequenz des Systems Sitz-Mensch im Vergleich zu den übrigen wichtigen Resonanzstellen des Fahrzeugs und des Menschen unter Berücksichtigung des Sitzfederweges



Eine Erhöhung der Eigenfrequenz des Systems Sitz-Mensch über diese Körperresonanz hinaus oder gar über die Radeigenkreisfrequenz v_1 bringt keine Vorteile: in diesem Falle würden weder die Bewegungen mit Aufbau- noch die mit Radeigenfrequenz vermindert. Abbildung 13.16 zeigt, wie die einzelnen Eigenfrequenzen zueinander liegen sollten.

Zum Schluss sei nochmals daran erinnert,⁷ dass neben der Schwingungsisolierung nicht der Hauptzweck der Sitzfederung vergessen werden darf, nämlich die Verminderung der Flächenpressung und die Stützung der verschiedenen Körperteile.

13.8 Einfluss der Radmasse

Die Größe der Radmasse m_1 für Pkw ist aus Abb. 13.17 zu entnehmen. Der dort dargestellte Zusammenhang zwischen Radmasse m_1 , Aufbaumasse m_2 und Radeigenkreisfrequenz v_1 nach (13.4) ist

$$\begin{aligned} v_1^2 &= \frac{c_1 + c_2}{m_1} \approx \frac{c_1}{m_1} = \frac{(m_1 + m_2 + m_3)g}{m_1} \frac{c_1}{F_{zstat}}, \\ \frac{v_1/2\pi}{\text{Hz}} &\approx \sqrt{25 \left(1 + \frac{m_2 + m_3}{m_1}\right) \frac{\text{cm}}{s_1}} \end{aligned} \quad (13.25)$$

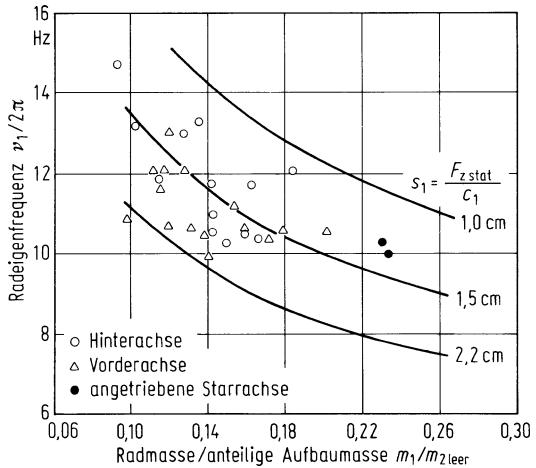
mit der Reifensubtangente s_1 nach (13.10).

Der Einfluss der Radmasse auf das Schwingungsverhalten wird an den Fahrzeugen 1, 19 und 20 gezeigt. Gegenüber Fahrzeug 1 wurde die Radmasse bei Beispelfahrzeug 19 von 31 auf 24 kg vermindert. Eine solch starke Änderung der Radmasse kann nicht allein durch Leichtbau erreicht werden, sondern hauptsächlich durch Wahl einer anderen Achsbauart (z. B. bei Antriebsachsen durch den Übergang von der Starrachse auf die Einzelradaufhängung oder bei der Einzelradaufhängung durch das Verlegen der Bremse vom Rad an das Achsgetriebe).⁸ Bei Fahrzeug 20 wurde die Radmasse auf 62 kg erhöht.

⁷ Siehe Abschn. 11.2.4.

⁸ Da bei modernen Achsen kleine Störkrafthebelarme vorhanden sind, ist die Lenkreaktion auf ungleiche Radbremskräfte wieder beherrschbar geworden.

Abb. 13.17 Radeigenfrequenz und zugehöriges Verhältnis Radmasse/anteilige Aufbaumasse (leer) bei Personenwagen mit der Reifen-subtangente s_1 als Parameter. ([MITS76])



Die kleinere Radmasse erhöht nach (13.25) die Radeigenfrequenz ν_1 , und deshalb liegt die zugehörige Resonanzspitze bei den Vergrößerungsfunktionen in Abb. 13.18 bei größeren Erregerfrequenzen. Die Höhe der Resonanzspitze nimmt mit kleinerem m_1 bei der Radlastschwankung ab, die der Aufbaubeschleunigung bleibt praktisch konstant. (Ein klei-

Abb. 13.18 a, b Vergrößerungsfunktionen von Aufbaubeschleunigung und Radlastschwankung für verschiedene Radmassen m_1 . (Fahrzeugdaten s. Tab. 13.1)

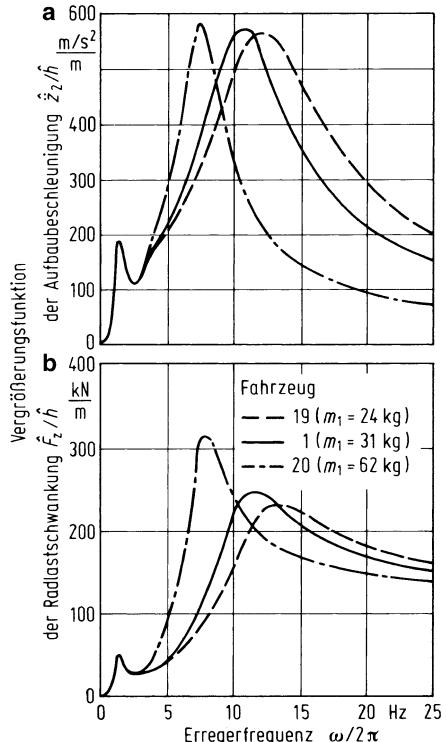
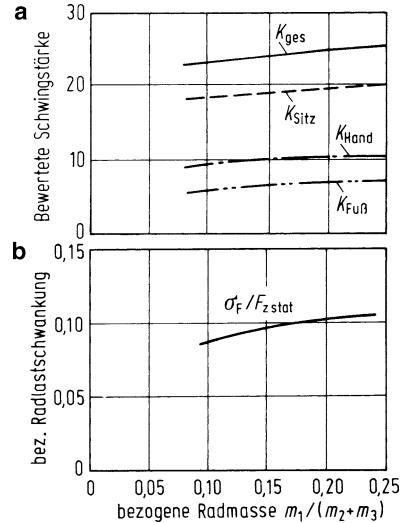


Abb. 13.19 a, b Bewertete Schwingstärken und bezogene Radlastschwankung in Abhängigkeit von der bezogenen Radmasse m_1 ($\Phi_h(\Omega_0) = 4 \text{ cm}^3$, $\Omega_0 = 1 \text{ m}^{-1}$, $w = 2$, $v = 20 \text{ m/s}$)



neres m_1 bedeutet auch, dass das Raddämpfungsmaß D_1 größer wird. Ähnlich wie in Abschn. 13.6 für D_2 festgestellt, gilt auch für D_1 : im Bereich $\omega \approx v_1$ wird \hat{z}_2/\hat{h} von D_1 wenig, \hat{F}_z/\hat{h} von D_1 stark beeinflusst.) Da zur Ermittlung der Standardabweichung der Flächeninhalt bestimmt werden muss, sind nicht allein die Spitzenwerte, sondern die Gesamtverläufe der Vergrößerungsfunktionen wichtig, und deshalb sei darauf hingewiesen, dass die Resonanzkurven in der Nähe der Radeigenfrequenzen bei kleinerem m_1 fülliger sind.

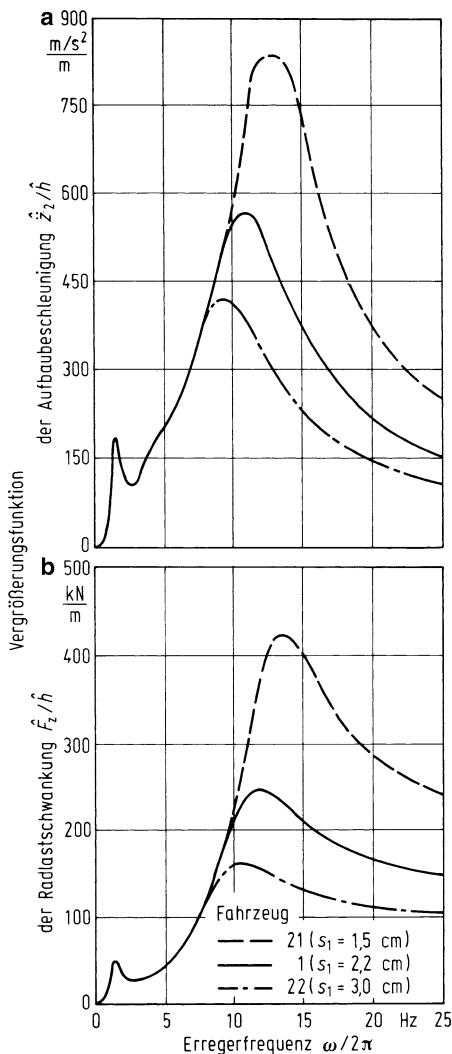
In Abb. 13.19 sind die Beurteilungsmaßstäbe über der bezogenen Radmasse $m_1/(m_2 + m_3)$ aufgetragen. Nach Diagramm a nehmen die bewerteten Schwingstärken mit größerer Radmasse m_1 leicht zu, d. h. der Komfort wird etwas schlechter. Die Radlastschwankung nimmt ebenfalls zu, allerdings prozentual stärker, die Fahrsicherheit nimmt mit wachsendem m_1 ab. Schnelle Fahrzeuge (Rennwagen) haben deshalb kleine – wie man sagt – ungefederte Massen.

13.9 Einfluss der Reifenfederung

Die Reifeneigenschaften werden nach dem Schwingungsmodell in Abschn. 2.2.2 durch die Federkonstante c_1 bzw. die Subtangente s_1 und durch den Verlustfaktor $d = k'\omega/c_1$ beschrieben. Da die Dämpfung des Reifens klein gegenüber der des Schwingungsdämpfers ist (im Ersatzschaubild des Kraftfahrzeugs in Abb. 13.1 wurde sie deshalb vernachlässigt), wird nur die Federwirkung des Reifens auf die Schwingbewegung gezeigt. Die Größe von s_1 bei heutigen Reifen ist aus Abb. 2.27 zu entnehmen.

Durch die Verwendung weicherer Reifen sinkt nach den Abb. 13.20a und b die Größe der Resonanzspitze bei $\omega \approx v_1$ bei Aufbaubeschleunigungen und Radlasten ungefähr proportional mit c_1 . Bei der Radlastschwankung verringert sich weiterhin der Asymptotenwert

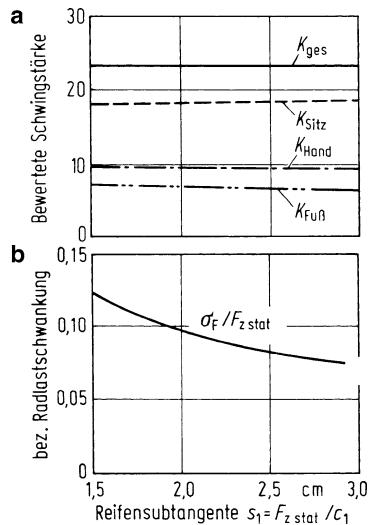
Abb. 13.20 Einfluss der Reifensubtangente $s_1 = F_{z\text{stat}}/c_1$ auf die Vergrößerungsfunktionen der
a Aufbaubeschleunigung und
b Radlastschwankung. (c_1 Reifenfederkonstante, $F_{z\text{stat}}$ statische Radlast, Fahrzeugdaten s. Tab. 13.1)



genau proportional mit c_1 (s. Abschn. 13.2.1). Sonst ist nur noch, da mit kleinerem c_1 die Radeigenfrequenz kleiner wird, die Verschiebung der Radresonanzspitze zu kleineren ω -Werten zu vermerken. In der Nähe der ersten Spalte, im Frequenzbereich $\omega \approx \nu_2$, ändert sich praktisch nichts, auch nicht bei $\omega \approx \nu_3$.

Ein weicher Reifen kann also die Amplituden im Gebiet der Radresonanzspitze, ähnlich wie eine weiche Aufbaufederung die in der Aufbauresonanzspitze, wesentlich vermindern. Die Größe des K_{Sitz} -Wertes bleibt, wie Abb. 13.21a zeigt, dennoch gleich, da der Sitz Schwingungen im Radeigenfrequenzbereich und darüber weitgehend unterdrückt (vgl. Abb. 11.17b). Die K_{Hand} - und $K_{\text{Fuß}}$ -Werte werden mit weicheren Reifen nur unwesentlich geringer.

Abb. 13.21 a, b Zusammenhang zwischen Beurteilungsmaßstäben und Reifensubtangente bei stochastischer Unebenheitsanregung. ($F_{z\text{stat}}$ statische Radlast, c_1 Reifenfederkonstante, Fahrzeugdaten 1, 21, 22 s. Tab. 13.1, $\Phi_h(\Omega_0) = 4 \text{ cm}^3$, $\Omega_0 = 1 \text{ m}^{-1}$, $w = 2$, $v = 20 \text{ m/s}$)



Wesentlich ist: Weichere Reifen erhöhen nach Abb. 13.21b die Fahrsicherheit und den Komfort. Zwischen ihnen ist kein Kompromiss zu schließen. Ein weicherer Reifen – gemeint in vertikaler Richtung – bedeutet konstruktiv die Verwendung eines voluminösen, d. h. größeren und/oder breiteren Reifens und nicht etwa bei einem vorhandenen Reifen eine Verminderung seines Luftdruckes, sonst würden dessen Seitenführungseigenschaften und damit das Fahrverhalten des Kraftfahrzeuges verschlechtert (s. Teil IV).

Zusatzinformation

In Abschn. 12.1.3, Gl. (12.14) wurde der Radlaststoßfaktor eingeführt. Nach Messungen [KOES59, SVEN59] folgt er in etwa der Beziehung

$$n = \frac{F_{z\text{max}}}{F_{z\text{stat}}} = 1 + \frac{F_{z\text{dyn max}}}{F_{z\text{stat}}} \approx 1 + a \frac{c_1}{F_{z\text{stat}}} = 1 + \frac{a}{s_1}. \quad (13.26)$$

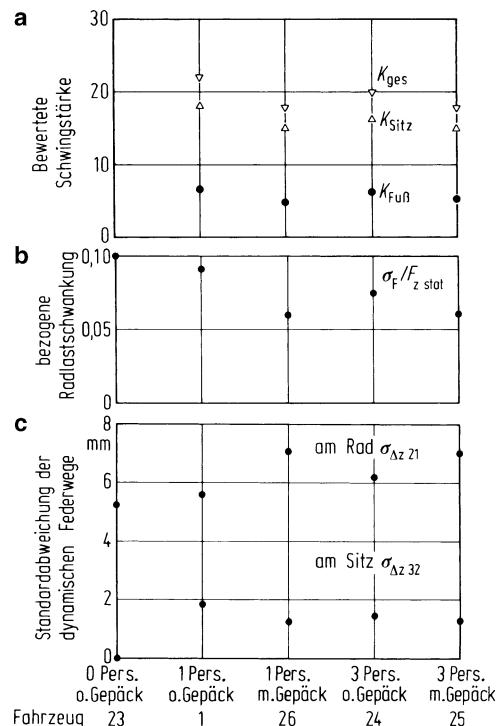
Dies entspricht dem Verlauf in Abb. 13.21b. Die Werte schwanken [SVEN59] zwischen $a = 2,6 \text{ cm} \pm 20\%$ auf sehr schlechter Schlaglochstrecke und $a = 0,3 \text{ cm} \pm 20\%$ auf sehr guter Straße.

13.10 Beladungsabhängigkeiten

13.10.1 Einfluss der Beladung

Durch die Beladung verändert sich die Aufbaumasse m_2 und durch die Insassen die Masse m_3 (manchmal auch die Aufbaufederkonstante c_2 , was aber erst später in Abschn. 13.10.2 behandelt wird).

Abb. 13.22 a–c Einfluss der Beladung auf Schwingstärken, Radlastschwankung und Federwege. (Fahrzeugdaten s. Tab. 13.1, $\Phi_h(\Omega_0) = 4 \text{ cm}^3$, $\Omega_0 = 1 \text{ m}^{-1}$, $w = 2$, $v = 20 \text{ m/s}$)



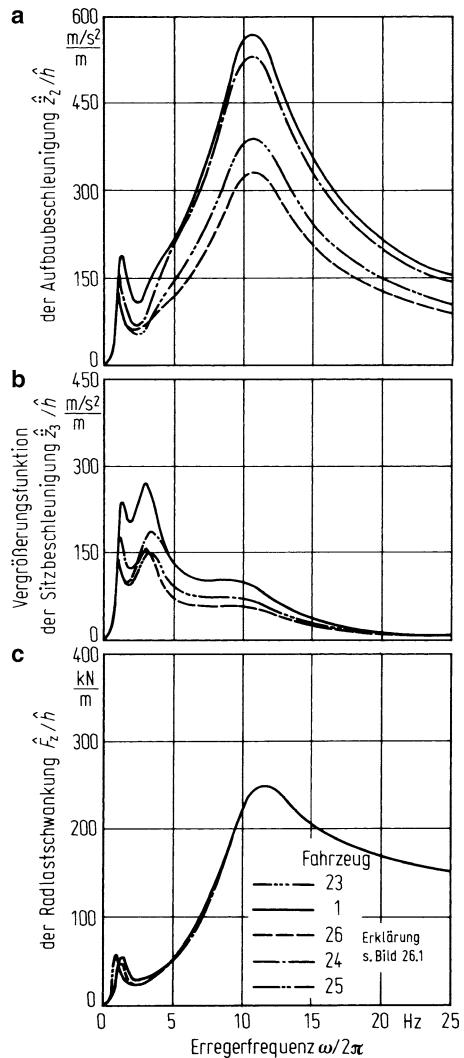
Für das Folgende muss man sich das Dreimassensystem als hinteres System eines zweiachsigem Pkw vorstellen, s. Abb. 13.1b.

Zusatzinformation

Es werden insgesamt fünf Beispiele berechnet, s. Abszisse in Abb. 13.22. Das leere Fahrzeug 23 – ohne Insassen und ohne Gepäck – hat eine Gesamtmasse von $m_1 + m_2 + m_3 = 31 + 219 + 0 = 250 \text{ kg}$. Das Fahrzeug 1 mit einem Insassen von 74 kg, davon 56 kg auf dem Sitz, 18 kg für die Beine auf dem Aufbau (vgl. Tabellenüberschrift 13.1) ergibt auf das Rad bezogen $m_1 + m_2 + m_3 = 31 + 228 + 28 = 287 \text{ kg}$. Fahrzeug 26 wird mit 163 kg Gepäck beladen, m_2 also um 163 kg erhöht, sodass $m_1 + m_2 + m_3 = 31 + 391 + 28 = 450 \text{ kg}$ beträgt. Gegenüber dem leeren Fahrzeug 23 beträgt die gesamte Beladung 200 kg. Die Fahrzeuge 24 und 25 sind mit drei Personen beladen, 25 mit zusätzlich 89 kg Gepäck, sodass dann die Gesamtmasse wieder 450 kg ist. Da die drei Personen nebeneinander sitzen, müssen auch die c_3 - und k_3 -Werte verdreifacht werden.

Als erstes werden diesmal nicht die Frequenzkurven, sondern die Beurteilungsmaßstäbe in Abb. 13.22 betrachtet. Nach Abb. 13.22a fallen die K_{Sitz} - und $K_{\text{Fuß}}$ -Werte mit der Beladung ab, d. h., der Komfort für die sich auf dem Sitz befindenden Körperteile und für die Füße wird besser. (Da die hinten Sitzenden keine Hände am Lenkrad haben, wurde K_{Hand} nicht zur Beurteilung genommen.) Die bezogene Radlastschwankung $\sigma_F/F_z \text{ stat}$ wird nach Abb. 13.22b mit der Beladung ebenfalls kleiner, die Fahrsicherheit steigt an. Der dynamische Relativweg am Rad $\sigma_{\Delta z 21}$ wird größer, der am Sitz $\sigma_{\Delta z 32}$ ändert sich kaum, er bleibt damit nach wie vor klein, s. Abb. 13.22c.

Abb. 13.23 a–c Einfluss der Beladung auf Vergrößerungsfunktionen. (Fahrzeugdaten s. Tab. 13.1)



Zur Erklärung der wichtigsten Veränderungen durch die Beladung werden die Vergrößerungsfunktionen \hat{z}_2/\hat{h} , \hat{z}_3/\hat{h} und \hat{F}_z/\hat{h} nach Abb. 13.23 herangezogen.

Bei Aufbau- und Sitzbeschleunigung, s. Abb. 13.23a und b, verändert sich die erste Resonanzspitze bei $\omega \approx \nu_2$. Zum einen verschiebt sie sich nach links, weil ν_2 durch die Zuladung nach (13.5) kleiner wird, und zum anderen wird das Amplitudenverhältnis kleiner. Die zweite Resonanzspitze bei der Sitzeigenfrequenz $\nu_3/2\pi$, nur deutlich in Abb. 13.23b zu sehen, ändert ihre Lage durch die Beladung kaum, aber die Amplitude wird geringer. Die Lage der dritten Resonanzspitze bei $\omega \approx \nu_1$ verändert sich nach (13.4) nicht durch die Beladung, aber die Amplitude der Aufbaubeschleunigung nimmt wieder mit der Beladung ab.

Die Vergrößerungsfunktion der Radlastschwankung ändert sich nach Abb. 13.23c mit der Beladung wenig. Dass der bezogene Effektivwert $\sigma_F/F_{z\text{stat}}$ mit der Beladung nach Abb. 13.22b geringer wird, röhrt folglich vor allem von der höheren Radlast $F_{z\text{stat}}$ her.

13.10.2 Anpassung der Fahrzeugdaten an die Beladung

Nach den obigen Ergebnissen hat das leere Fahrzeug gegenüber dem beladenen die ungünstigeren Schwingungseigenschaften: größere K -Werte, größere bezogene Radlastschwankungen. Im Folgenden wird untersucht, inwieweit das leere Fahrzeug gegenüber dem beladenen verbessert, nicht etwa, inwieweit das beladene verschlechtert werden kann. Die Amplituden für Aufbau- und Sitzbeschleunigung sowie Radlastschwankung werden nach Abschn. 13.5 im Frequenzbereich $\omega \approx \nu_2$ durch Verminderung der Aufbaufederkonstanten c_2 und nach Abschn. 13.9 im Bereich $\omega \approx \nu_1$ durch Verkleinern der Reifenfederkonstanten c_1 verbessert. Außerdem ist nach Abschn. 13.6 in beiden Frequenzbereichen die Größe der Aufbaudämpfungskonstante k_2 von großem Einfluss. Eine Anpassung an die kleinere Beladung könnte geschehen durch jeweils eine beladungsabhängige

- a) Aufbaufederung,
- b) Aufbaudämpfung und
- c) Reifenfederung.

Zu a)

Für die Aufbaufederung liegt es nahe zu fordern, ihre Federkonstante c_2 solle sich proportional mit der Beladung ändern

$$c_2 \sim (m_2 + m_3)g \quad (13.27a)$$

bzw. es soll nach Einführung einer zu (13.5) modifizierten Aufbaueigenfrequenz

$$\nu'_2 = \sqrt{\frac{c_2}{m_2 + m_3}} = \sqrt{\frac{m_2}{m_2 + m_3}} \nu_2 = \text{const} \quad (13.27b)$$

sein.

Das wird z. B. annähernd durch eine Luftfederung mit Niveauregelung erreicht. Allerdings liegt deren Hauptvorteil nicht in der konstanten Aufbaueigenfrequenz, sondern in der Niveauregelung. Durch sie fällt die statische Einfederung infolge Beladungsunterschieden weg, der gesamte vorhandene Federweg steht ausschließlich den Schwingungen zur Verfügung, und damit lassen sich komfortable Fahrzeuge ermöglichen, s. Abschn. 13.11, und zwar für leere und beladene Zustände.

Auch ohne Niveauregelung erlauben Federn mit exponentieller Kennlinie ein konstantes ν'_2 bei veränderlicher Beladung. Im Folgenden wird gezeigt, inwieweit sie die schlechteren Schwingungseigenschaften des leeren gegenüber dem beladenen Fahrzeug verbessern.

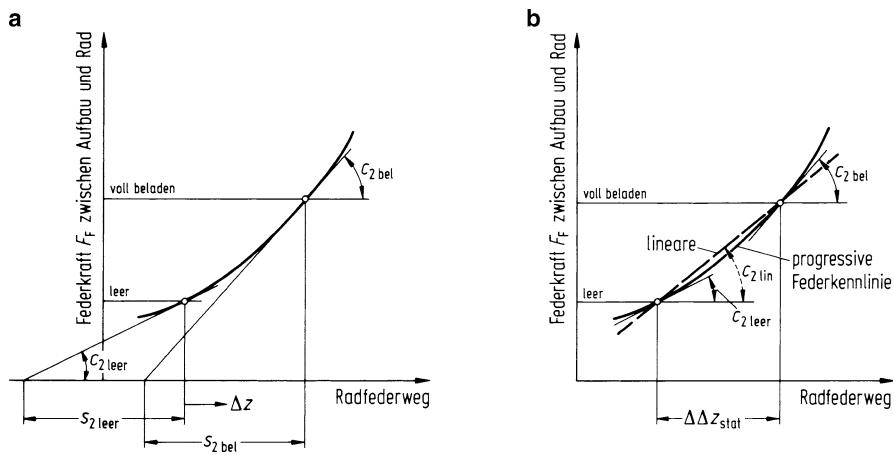


Abb. 13.24 Federkraft-Federweg-Diagramme. **a** Exponentielle Kennlinie, bei der die Aufbaueigenfrequenz $v'_2/2\pi = \text{const}$ ist. Dann müssen die Subtangentialen $s_{2\text{leer}} = s_{2\text{bel}}$ sein; **b** Vergleich linearer und exponentieller Kennlinie bei gegebenem statischen Differenzweg $\Delta\Delta z_{\text{stat}}$

Zusatzinformation

Die gewünschte Feder-Kennlinie ist leicht aus (13.27b) zu berechnen, wenn die Federkonstante c_2 als Tangente an die Federkraft-Relativweg-Kennlinie $F_F = f(\Delta z)$ aufgefasst wird (s. Abb. 13.24a)

$$c_2 = \frac{dF_F}{d\Delta z}. \quad (13.28)$$

Mit der Federkraft

$$F_F = (m_2 + m_3)g$$

wird

$$v'^2_2 = \frac{dF_F}{d\Delta z} \frac{g}{F_F},$$

und integriert mit der Konstanten $F_{F\text{ leer}} = F_F(\Delta z = 0)$ lautet die Federkennlinie konstanter Eigenfrequenz

$$F_F = F_{F\text{ leer}} \exp\left(\frac{v'^2_2}{g}\Delta z\right). \quad (13.29)$$

Abbildung 13.24a zeigt die progressive Kennlinie, an der für die zwei Belastungen „leer“ und „vollbeladen“ die Tangenten mit den Steigungen $c_{2\text{leer}}$ und $c_{2\text{bel}}$ eingezeichnet sind. Die Subtangentialen müssen gleich lang sein, da

$$s_2 = \frac{F_F}{c_2} = \frac{m_2 + m_3}{c_2}g = \frac{g}{v'^2_2} \quad (13.30)$$

ist, und wenn $v'_2 = \text{const}$ sein soll, muss auch $s_2 = \text{const}$ sein.

Tab. 13.3 Anpassung der Fahrzeugdaten (s. Tab. 13.1) an die Beladung $\Phi_h(\Omega_0) = 4\text{cm}^3$, $\Omega_0 = 1\text{m}^{-1}$, $w = 2$, $v = 20\text{ m/s}$

Fzg.	Bemerkung	K_{Sitz}	$K_{\text{Fuß}}$	$\sigma_F/F_{\text{zstat}}$	$\sigma_{\Delta z21}$ cm	$\sigma_{\Delta z32}$ cm
1	leeres Fzg. + 1 Insasse, lineare Feder	18,4	6,9	0,091	0,56	0,18
25	beladenes Fzg., lineare Feder	15,1	5,5	0,061	0,7	0,12
27	wie 1, progressive Feder	16,8	6,7	0,09	0,56	0,16
28	wie 25, progressive Feder	18,2	6,1	0,066	0,69	0,16
29	wie 27 mit D'_2 von 25	17,5	6,5	0,095	0,66	0,16
30	wie 29 mit s_1 von 25	17,9	6,1	0,07	0,66	0,16

Vor- und Nachteile einer progressiven Feder gegenüber einer linearen erkennt man aus Abb. 13.24b, in dem von einer gegebenen statischen Einfederung zwischen leerem und beladenem Zustand $\Delta\Delta z_{\text{stat}}$ ausgegangen wird. Die Federkonstante der progressiven Feder $c_{2\text{leer}}$ ist im leeren Zustand kleiner als die der linearen Feder $c_{2\text{lin}}$, im beladenen Zustand ist umgekehrt $c_{2\text{bel}} > c_{2\text{lin}}$, d. h. bei gegebenem Federweg ist die Aufbaueigenfrequenz des leeren Fahrzeuges bei progressiver Federung kleiner als mit linearer, während die des beladenen Fahrzeuges größer als mit linearer ist. Eine progressive Federung verbessert also den Komfort des leeren Fahrzeuges und verschlechtert ihn bei beladenem.

Die konstante Eigenfrequenz bei gegebenem statischen Differenz-Federweg $\Delta\Delta z_{\text{stat}}$ ergibt sich aus (13.29) über

$$F_{F \text{ bel}} = F_{F \text{ leer}} \exp \left(\frac{v'_2/2}{g} \Delta\Delta z_{\text{stat}} \right)$$

zu

$$\left(\frac{v'_2/2\pi}{\text{Hz}} \right)^2 = \frac{25 \ln(F_{F \text{ bel}}/F_{F \text{ leer}})}{\Delta\Delta z_{\text{stat}}/\text{cm}}. \quad (13.31)$$

Zusatzinformation

Mit den Werten aus Abb. 13.26 wird die konstante Aufbaueigenfrequenz $v'_2/2\pi = 1,29\text{ Hz}$, während sie bei der linearen Federung $(v'_2/2\pi)_{1\text{Insasse}} = 1,41\text{ Hz}$ (Fahrzeug 1) und $(v'_2/2\pi)_{\text{bel}} = 1,16\text{ Hz}$ (Fahrzeuge 25, 26) ist.

In Tab. 13.3 sind die Beurteilungsmaßstäbe für das „leere Fahrzeuge + 1 Insasse“ und das „beladene Fahrzeug“ sowohl für lineare als auch für progressive Federn gegenübergestellt. Das leere Fahrzeug 27 mit der progressiven Feder ist im Komfort, hauptsächlich im K_{Sitz} -Wert, besser als das leere Fahrzeug 1 mit linearer Feder. Dafür ist das beladene Fahrzeug 28 schlechter als 25. Das entspricht zwar dem Gesagten zu Abb. 13.24b, aber nicht der am Beginn des Abschnittes formulierten Forderung nach gleichem Komfort für alle Beladungen. Das gleiche gilt für die bezogene Radlastschwankung. Die Unterschiede in dem dynamischen Radfederweg sind klein.

Zu b)

Da nach Abschn. 13.6 eine kleinere Dämpfung den Komfort erhöht, wurde die Aufbaudämpfungskonstante k_2 für das leere Fahrzeug so verringert, dass das – entsprechend (13.27b) formulierte – modifizierte Dämpfungsmaß

$$D'_2 = \frac{k_2}{2\sqrt{c_2(m_2 + m_3)}} = \sqrt{\frac{m_2}{m_2 + m_3}} D_2 \quad (13.32)$$

(Fahrzeug 29) gleich dem des beladenen (Fahrzeug 25) ist [KLANN67].

Damit kommt der Komfort des leeren Fahrzeugs 29 in die Nähe des beladenen 28, die bezogene Radlastschwankung wird allerdings – wie schon in Abschn. 13.6 herausgestellt – größer, also die Fahrsicherheit verschlechtert.

Zu c)

Die Höhe der Resonanzspitze um $\omega \approx \nu_1$ wird nach Abschn. 13.9 maßgeblich durch die Reifenfederkonstante c_1 bestimmt, ebenso die Asymptote der Vergrößerungsfunktion der Radlastschwankung \hat{F}_z/\hat{h} . Um in diesen Frequenzgebieten eine Beladungsabhängigkeit zu erzielen, erscheint der Ansatz

$$c_1/F_{z\text{stat}} = 1/s_1 = \text{const} \quad (13.33)$$

sinnvoll. Beim leeren Fahrzeug 30 wurde c_1 so verringert, dass die Reifensubtangente gleich der des beladenen Fahrzeugs 25 mit $s_1 = 3,5 \text{ cm}$ ist. Diese Anpassung von c_1 gegenüber dem anderen leeren Fahrzeug 29 bringt so gut wie keine Verbesserung des K_{Sitz} -Wertes, also praktisch nichts für den Komfort des über den Sitz abgefederten Oberkörpers, hingegen eine Verbesserung für die Füße und vor allem eine wesentliche Verminderung der bezogenen Radlastschwankung $\sigma_F/F_{z\text{stat}}$. Die Forderung nach (13.33) ist demnach zu empfehlen.

Die Variation der Federkonstanten c_1 mit der Beladungsänderung wird häufig in den Betriebsanleitungen der Fahrzeuge mit der Aufforderung, den Luftdruck im Reifen der Beladung anzupassen, angegeben. Eine automatische Anpassung des Reifendrucks wäre denkbar. Eine selbständige Anpassung der Reifenfederkonstanten c_1 an die Beladung wäre ebenfalls durch eine progressive Reifen-Federkurve möglich, die die Bedingung nach (13.33), die Größe der Subtangente sei $s_1 = \text{const}$, erfüllt (Abb. 13.25).

Zusatzinformation

Eine der Aufbaufederung entsprechende Ableitung nach (13.28) für die Reifenfederkraft-Relativweg-Kennlinie $F_{\text{FI}} = f(\Delta z_1)$ führt über

$$c_1 = \frac{dF_{\text{FI}}}{d\Delta z_1}$$

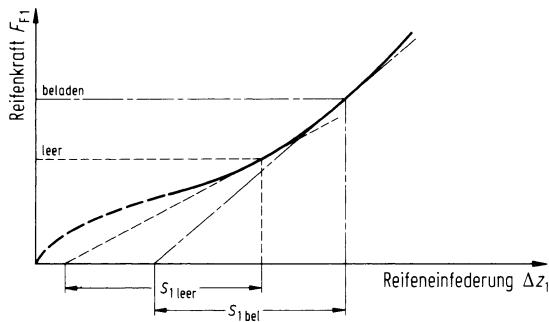
und

$$\frac{c_1}{F_{z\text{stat}}} = \frac{dF_{\text{FI}}}{d\Delta z_1} \frac{1}{F_{\text{FI}}} = \frac{1}{s_1}$$

zu

$$F_{\text{FI}} = F_{\text{FIleer}} \exp(\Delta z_1/s_1) \quad (13.34)$$

Abb. 13.25 Progressive Reifenkennlinie, bei der die Größe der Subtangente unabhängig von der Beladung ist, z. B.
 $s_{1\text{leer}} = s_{1\text{bel}}$



Zusammenfassend kann man also feststellen: die Anpassung der Fahrzeugdaten an die Beladung zur Verbesserung des leeren Fahrzeuges wird nicht durch eine Maßnahme allein, sondern einigermaßen vollkommen nur durch drei gleichzeitig durchgeführte Maßnahmen erreicht

- Aufbaueigenkreisfrequenz $v'_2 = \text{const}$,
- Aufbaudämpfungsmaß $D'_2 = \text{const}$,
- Reifensubtangente $s_1 = \text{const}$.

13.11 Hinweise zur schwingungstechnischen Auslegung

Nachdem in den vorangegangenen Abschn. 13.5 bis 13.10 die Einflüsse von v_2 , D_2 , v_3 , D_3 , m_1 , s_1 und der Beladung behandelt wurden, können – ehe in den folgenden Kapiteln weiter ins Detail gegangen wird – schon jetzt Hinweise zur Auslegung von Kraftfahrzeugen gegeben werden. In Tab. 13.4 sind die Haupteinflussgrößen zusammengestellt.

13.11.1 Hinweise für die Aufbaufederung

Nach Tab. 13.4 und Abb. 13.8a verbessert eine weiche Aufbaufederung, also eine kleine Aufbaueigenfrequenz $v_2/2\pi$, den Komfort und ist deshalb empfehlenswert.

Die konstruktive Voraussetzung hierfür ist, dass ein genügend großer Federweg zwischen Rad und Aufbau zur Verfügung steht,⁹ und zwar besonders an der Achse, die hohe Zuladung im Verhältnis zur Leerlast aufnehmen muss. Nach (12.21) und Abb. 12.4 beträgt

⁹ „Sportlich harte Federungen“ sind mit ihren kleinen Federwegen unkomfortabel! Sie ermöglichen aber eine Absenkung der Karosserie, was den Pkw ein sportliches Aussehen verleiht.

Tab. 13.4 Zusammenfassung der Ergebnisse von Abschn. 13.5 bis 13.10 (– bedeutet kein oder nur geringer Einfluss)

Verbes- serung von	d. h. Ver- kleinerung von	Hauptsächlich möglich durch					
		Aufbau- eigenfre- quenz	Aufbau- dämpfungs- maß	Sitz- eigenfre- quenz	Sitz- dämpfungs- maß	Rad- masse	Reifensub- tangente
		$v_2/2\pi$	D_2	$v_3/2\pi$	D_3	m_1	$s_1 = F_{z\text{stat}}/c_1$
Kom- fort	K_{Sitz}	klein	mittel	klein	groß	klein	–
	$K_{\text{Hand}},$ $K_{\text{Fuß}}$	klein	–	–	–	–	–
Fahr- sicher- heit	$\sigma_F/F_{z\text{stat}}$	mittel	mittel	–	–	klein	groß

der Gesamtfederweg

$$\begin{aligned}\Delta z_{21\max} &= \Delta z_{21\text{stat bel}} - \Delta z_{21\text{stat leer}} + 3\sigma_{\Delta z_{21\text{leer}}} + 3\sigma_{\Delta z_{21\text{bel}}} \\ &= \Delta\Delta z_{21\text{stat}} + 3\sigma_{\Delta z_{21\text{leer}}} + 3\sigma_{\Delta z_{21\text{bel}}}\end{aligned}\quad (13.35)$$

Zusatzinformation

Anhand des Feder-Diagramms in Abb. 13.26 und den in Abschn. 13.10 verwendeten Zahlenbeispielen soll das erklärt werden. Das leere Fahrzeug 23 belastet die Feder mit $m_2g = 219 \cdot 9,81 = 2,15 \text{ kN}$, das vollbeladene Fahrzeug 25 oder 26 mit $(m_2 + m_3)g = 419 \cdot 9,81 = 4,11 \text{ kN}$. Die Zuladung ergibt einen statischen Differenzfederweg $\Delta\Delta z_{21\text{stat}} = (4,11 - 2,15)/c_2 = 9,7 \text{ cm}$. Für das leere Fahrzeug 23 beträgt nach Abb. 13.22c der dynamische Federweg $3\sigma_{\Delta z_{21\text{leer}}} \approx 1,6 \text{ cm}$ und für das vollbeladene Fahrzeug 25 $3\sigma_{\Delta z_{21\text{bel}}} \approx 2,2 \text{ cm}$. Die beiden letzten Werte gelten für eine Fahrt auf guter Straße ($\Phi_h(\Omega_0) = 4 \text{ cm}^3$, $w = 2$) mit relativ kleiner Geschwindigkeit von 20 m/s. Wird 40 m/s angesetzt, so erhöhen sich die Werte um $\sqrt{2}$, s. (13.20), also auf rund 2,3 und 3,1 cm. Der Gesamtfederweg beträgt $\Delta z_{21\max} = 15,1 \text{ cm}$.

Steht dieser Federweg – z. B. nach Abb. 13.26 $\Delta z_{21\max} = 15,1 \text{ cm}$ – nicht zur Verfügung, so muss die Aufbaufeder härter werden. Dadurch steigt die Aufbaueigenfrequenz $v_2/2\pi$, der Komfort wird schlechter. Umgekehrt, zur Erzielung besseren Komforts muss der Federweg vergrößert werden. Dieser Zusammenhang ist in Abb. 13.27 für das Beispiel, in dem sich ein Insasse auf der hinteren Sitzbank befindet, dargestellt. Mit geringerer Aufbaueigenfrequenz $v_2/2\pi$ und damit kleinerem K_{ges} -Wert steigt der gesamte Federweg stark an, wobei der statische Federweg den Hauptteil ausmacht. Stehen z. B. nur insgesamt 12 cm Radfederweg zur Verfügung, dann kann bei diesem Fahrzeug auf der Hinterachse nur eine Aufbaueigenfrequenz von rund 1,6 Hz verwirklicht werden (1,6 Hz bei Beladung durch eine Person). Bei 0,7 Hz, also für eine sehr komfortable Federung, braucht man einen Federweg von fast 43 cm, wovon auf den statischen Federweg rund 38 cm entfallen.

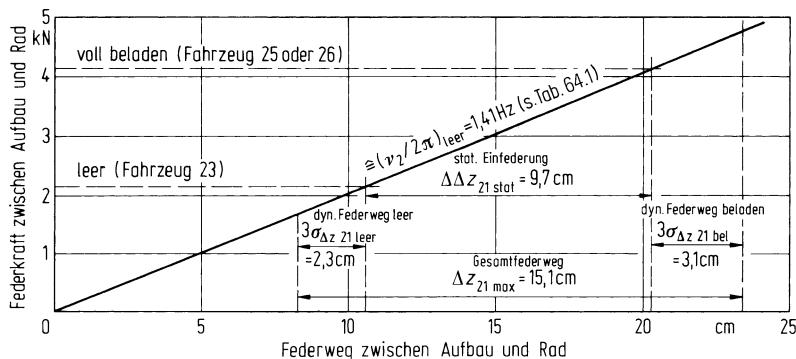
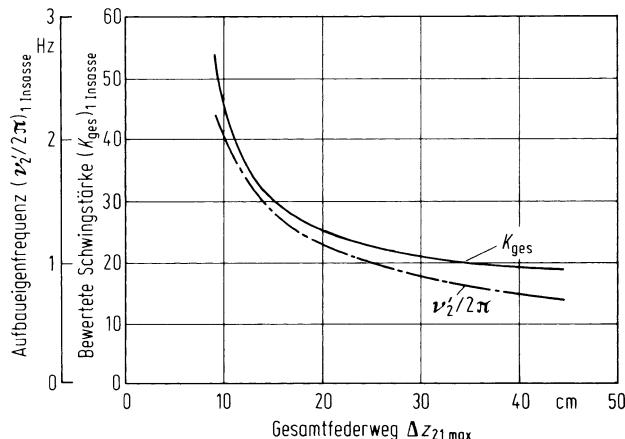


Abb. 13.26 Bestimmung des Gesamtfederweges zwischen Aufbau und Rad (s. Kleingedrucktes in Abschn. 13.11.1)

Abb. 13.27 Aufbaueigenfrequenz und Bewertete Schwingstärke (ohne K_{Hand}) auf dem hinteren Sitz in Abhängigkeit von dem Gesamtfederweg zwischen Aufbau und Rad (leeres Fahrzeug 23, beladenes Fahrzeug 25 oder 26, dynamische Werte s. Fahrzeuge 1 bis 4 in Tab. 13.1, $\Phi_h(\Omega_0) = 4 \text{ cm}^3$, $\Omega_0 = 1 \text{ m}^{-1}$, $w = 2$, $v = 40 \text{ m/s}$)



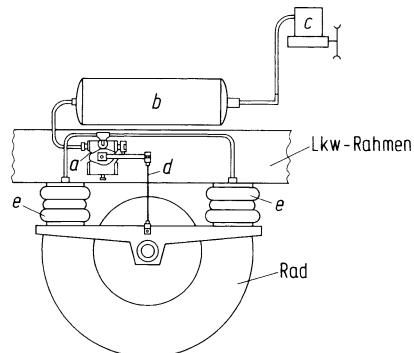
Steht der o. g. große statische Federweg nicht zur Verfügung (das ist bei Straßenfahrzeugen der Fall) und will man dennoch eine niedrige Aufbaueigenfrequenz verwirklichen, so muss man eine sog. „Niveauregelung“ einbauen.

Zusatzinformation

Abbildung 13.28 zeigt das Schema einer Luftfederung mit Niveauregelung. Bei Beladung des Fahrzeugs sinkt der Lkw-Rahmen nach unten. Über das nun geöffnete Niveauregelventil a strömt solange Druckluft aus dem Vorratsbehälter b in die Luftfedern e, bis wieder der alte Abstand zwischen Lkw-Rahmen und Rad erreicht ist. Bei Entladung geht der Rahmen nach oben, über das anders geöffnete Ventil a strömt die überflüssige Luft aus e ins Freie¹⁰ [ROEM98, BREU97].

¹⁰ Alle Stadt- und Reiseomnibusse haben Luftfederung mit Niveauregelung, Nutzfahrzeuge zum großen Teil auch, aber nicht nur zur Komfortverbesserung oder zur Ladegutschonung, sondern um z. B. durch beliebig einstellbare Niveaulage die Ladefläche an Laderampen anzupassen oder bei Sattelzugmaschinen zum schnellen Wechsel von Sattelanhängern. Bei Pkw gibt es eine Reihe von großen Fahrzeugen mit Luftfederungen (z. B. SUV's). Nötig wären die Luftfederungen vor allem bei kleinen Fahrzeugen, dort lassen sie sich (angeblich) aus Kostengründen nicht realisieren.

Abb. 13.28 Schematische Darstellung einer Luftfederung mit Niveauregelventil (a), Vorratsbehälter (b), Kompressor (c), Verbindungsstange (d) und Federbälgen (e). (Aus: [LUEG67])



Bei Pkw-Luftfederanlagen gibt es keine mechanischen Niveauventile mehr. Dort werden elektronisch arbeitende Höhenstandssensoren eingesetzt, die dann über ein elektronisches Steuergerät Magnetventile ansteuern. Das in Abb. 13.28 gezeigte „offene System“ (die Luft wird der Atmosphäre entnommen und dorthin zurückgegeben) wird zunehmend durch das „geschlossene System“ ersetzt. Dabei pumpt ein Kompressor vorverdichtete Luft aus einem Speicher in die Luftfederbälge und beim Absenken des Fahrzeugs strömt die Luft aus dem Federbalg in den Speicher zurück [BOSC03, GÜNN13].

Zusatzinformation

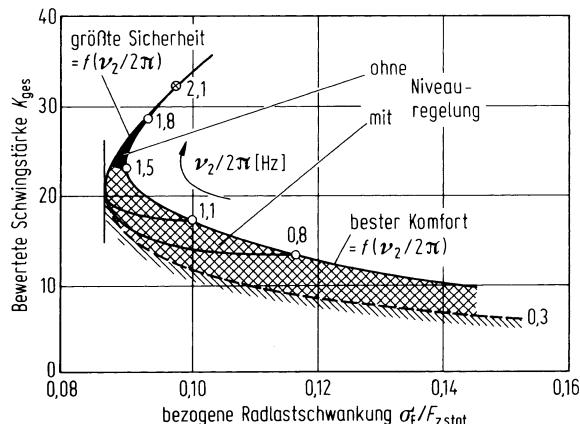
Bei der hydropneumatischen Federung mit Niveauregelung [HENN90] wird ebenfalls ein Gas als „Federelement“ benutzt, das Niveau wird allerdings über eine Ölsäule ausgeglichen. Dadurch bleibt nicht mehr, wie bei der Luftfederung, die Höhe der Aufbaueigenfrequenz fast unabhängig von der Beladung konstant. Bei der Hydropneumatik ist die Aufbaueigenfrequenz im leeren Zustand kleiner, im beladenen höher (ganz im Gegensatz zur Stahlfeder mit linearer Kennung).

Durch die Niveauregelung wird der statische Federweg $\Delta\Delta z_{21\text{stat}}$ durch die Beladungsänderung auf Null reduziert, und damit sind weichere und komfortablere Federungen möglich. In das aus Abschn. 13.6.1 bekannte Konflikt-Schaubild wurde in Abb. 13.29 eine Grenze für „ohne“ und „mit Niveauregelung“ eingezeichnet, und zwar unter der Annahme, dass der Gesamt federweg für eine Aufbaueigenfrequenz von $v_2/2\pi = 1,4 \text{ Hz}$ gerade zur Verfügung steht.

Zusatzinformation

Zum Abschluss der Diskussion über die Aufbaufederkonstante sei noch erwähnt, dass die Gesamt-federkonstante c_2 sich zusammensetzt aus der Federkonstanten der Stahlfeder (Schrauben-, Blatt-, Torsionsfeder) oder der Luftfeder bzw. hydropneumatischen Feder und den Federkonstanten der zahlreichen, nicht zu vergessenden Gummilager in der Radaufhängung. Diese Federwirkung wird als sog. „Nebenfederrate“ bezeichnet. Sie kann bis 25 % der Tragfederrate ausmachen. Die radbezogene Nebenfederrate sollte kleiner als 7 N/mm sein [BROO02].

Abb. 13.29 Konflikt-Schaubild, entspricht Abb. 13.12d. Unter der Annahme, dass der Federweg bei der Aufbaueigenfrequenz von 1,4 Hz konstruktiv gerade zur Verfügung steht, kann man das Kennfeld in „ohne“ und „mit Niveauregelung“ unterteilen



13.11.2 Hinweise für die Dämpfung, weitere Grenzen für Komfort und Fahrsicherheit

Nach Abb. 13.29 kann mittels Niveauregelung die Bewertete Schwingstärke abgesenkt, also der Komfort gesteigert werden, allerdings auf Kosten höherer Radlastschwankungen, also geringerer Sicherheit.

Inwieweit die Radlastschwankung steigen darf, hängt ab

- von der Grenze fahrsicher/fahrnsicher und
- von der Unebenheit sowie der Fahrgeschwindigkeit.

Zu a):

In Abschn. 13.3, Abb. 13.4, wurde angenommen, dass ein Fahrzeug mit dem Wert $\sigma_F/F_{z\text{stat}} = 1/3$ gerade noch fahrsicher sei. Er wurde in Abb. 13.30 eingetragen.

Zu b):

Die schräg schraffierte Grenzkurve in Abb. 13.29, die durch keine Kombination von Feder und Dämpfer eines konventionellen Schwingungssystems unterschritten werden kann, gilt für das Unebenheitsmaß $\Phi_h(\Omega_0) = 4 \text{ cm}^3$, Fahrgeschwindigkeit $v = 20 \text{ m/s}$ und Welligkeit $w = 2$, also nach (13.23) für das Produkt $\Phi_h(\Omega_0) \cdot v = 80 \text{ cm}^3 \cdot \text{m/s}$. Neben dieser Grenzkurve werden in Abb. 13.30 noch weitere für andere $\Phi_h(\Omega_0) \cdot v$ eingezeichnet. Deren Werte ergeben sich aus den maximalen Unebenheitsmaßen nach Tab. 11.4 und den in Tab. 13.5 angenommenen Fahrgeschwindigkeiten.

Soll nun unter Beachtung des Grenzwertes für die Radlastschwankung auf einer schlechten Kreisstraße mit 50 km/h gefahren werden, s. Punkt C, dann darf von der Grenzkurve nur der ausgezogene Kurventeil verwirklicht werden, nicht mehr der strichpunktierter. Das heißt, aus Gründen der Fahrsicherheit kann der Komfort nur bis zu einem bestimmten Grenzwert gesteigert werden. Vergleicht man den ausgezogenen Kurventeil in Abb. 13.30

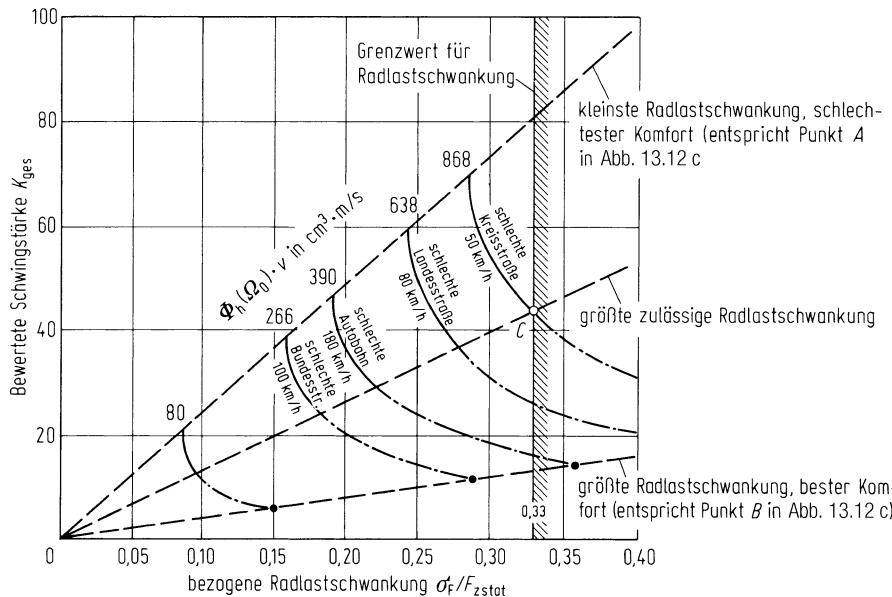


Abb. 13.30 Grenzkurven im Konfliktschaubild für verschiedene $\Phi_h(\Omega_0) \cdot v$

Tab. 13.5 Kombinationen von Unebenheiten und Fahrgeschwindigkeiten für verschiedene Straßen

	Maximale $\Phi_h(\Omega_0)[\text{cm}^3]$ nach Tab. 11.4	Angenommene max. Fahrgeschw. $v[\text{m/s}(\text{km/h})]$	$\Phi_h(\Omega_0) \cdot v[\text{cm}^3 \cdot \text{m/s}]$
Bundesautobahn	7,8	50 (180) Pkw	390
Bundesstraßen	9,5	28 (100)	266
Landesstraßen	29	22 (80)	638
Kreisstraßen	62	14 (50)	868

mit den Kurven in Abb. 13.12b, so muss die Auslegung des Schwingungsdämpfers ein relativ großes Aufbaudämpfungsmaß D_2 ergeben.

Behält man dieses große D_2 auch für die anderen Unebenheits-Geschwindigkeits-Kombinationen bei, so verschenkt man Komfort, weil die Fahrsicherheitsgrenze von $\sigma_F/F_{z\text{stat}} = 1/3$ gar nicht erreicht wird. Daraus ergibt sich die Forderung, dass die Dämpfung bei Erreichen einer bestimmten bezogenen Radlastschwankung vergrößert werden sollte.¹¹

Zusatzinformation

In Abb. 13.30 könnte man auch noch einen weiteren Grenzwert, nämlich den für einen minimalen Komfort, einzeichnen. Würde man z. B. $K_{\text{ges}} = 60$ wählen, dann würden die Grenzkurven im Konfliktschaubild noch weiter eingeschränkt.

¹¹ Hinweis auf eine – in diesem Sinne adaptive – Verstelldämpfung mittels eines speziellen Skyhook-Algorithmus: s. [ROEM98].

13.11.3 Hinweise für Radmasse, Reifen, Sitz und Beladung

Höhere Radlastschwankungen können auch durch andere Maßnahmen reduziert werden. Da wäre nach Tab. 13.4 und Abb. 13.19 eine kleine Radmasse m_1 vorteilhaft. Sie erreicht man nicht durch Leichtbau, weil der im Fahrzeugbau selbstverständlich ist, sondern durch Wahl eines anderen Werkstoffes, z. B. Aluminium oder auch durch Kohlefaser-Räder, die sich derzeit in der Entwicklung befinden [WOTH13], oder durch Wahl einer entsprechenden Radaufhängung, s. Abschn. 13.8.

Weiterhin werden die Radlastschwankungen durch Einbau eines in radialer Richtung weichen Reifens, eines voluminöseren und auch mehr Platz beanspruchenden Reifens vermindert, s. Tab. 13.4. In Abschn. 13.9 wurde schon darauf hingewiesen, dass nach Teil IV „Fahrverhalten“ ein Reifen in seitlicher Richtung steif sein muss. Die Forderungen seitlich steif und radial weich stellen einen Widerspruch dar, der aber z. B. durch die Wahl von Reifen mit kleinem Höhen-Breiten-Verhältnis gemildert werden kann. Ein weiterer Kompromiss ist in bezug auf Rollwiderstand und Erwärmung des Reifens bei höheren Geschwindigkeiten zu schließen, denn beides wird nach Abschn. 2.1.1.1 mit radial weicherem Reifen größer. Oder umgekehrt, ein Reifen mit geringem Rollwiderstand der zudem für hohe Fahrgeschwindigkeiten geeignet sein soll, ergibt wegen des höheren c_1 naturgemäß höhere Radlastschwankungen.

Für die Eigenfrequenz Sitz-Mensch und den Sitzfederweg gibt es prinzipiell den gleichen Zusammenhang wie bei Aufbaueigenfrequenz und Aufbaufederung, nur ist der Sitzfederweg bei dem heute üblichen Bereich $v_3/2\pi = (2,5 \dots 4,5)$ Hz praktisch uninteressant klein. Somit bleibt als Forderung für die schwingungstechnische Auslegung nur übrig, die Sitz-eigenfrequenz sei niedrig ($v_3/2\pi \approx 2,5$ Hz) und das Sitzdämpfungsmaß hoch ($D_3 \approx 0,25$).

Über die Anpassung der Schwingungsdaten an die Beladungsänderung wurde ausführlich in Abschn. 13.10.2 diskutiert. Gleiche Aufbaueigenfrequenz erhält man z. B. mit der Luftfederung und Niveauregelung, gleiches Aufbaudämpfungsmaß durch Veränderung der Dämpfungskonstanten z. B. durch die Dämpferbeeinflussung über den Druck in der Luftfederung (siehe [BREU97]) oder moderner, durch elektronische Dämpferbeeinflusungen mithilfe von Proportionalventilen.

13.12 Anmerkungen zu nichtlinearen Kennungen

Bis jetzt wurden nur lineare Feder- und Dämpferkennungen nach Abb. 11.2 behandelt, weil diese Art der Kennlinien (mehr oder weniger angenähert) im Fahrzeug vorkommt und die Lösung der Bewegungsgleichungen sehr einfach ist. Wegen der Gültigkeit des Superpositionsgegesetzes kann man in diesem Falle jede Erregung des Systems einzeln betrachten und zum Schluss alle Ergebnisse addieren. Für die Berechnung der Fahrzeugschwingungen ist dies vorteilhaft, da die Unebenheiten einer Straße, wie in Abschn. 11.4 anhand von (11.68) erörtert wurde, als Überlagerung unendlich vieler Sinusschwingungen aufzufassen sind.

Beim nichtlinearen System hingegen gilt das Superpositionsgebot nicht, d. h., man muss alle Erregerschwingungen gleichzeitig auf das System einwirken lassen. Die mathematische Formulierung für den nichtlinearen Schwinger ist deshalb unvergleichlich schwieriger als für den linearen. Im Folgenden soll deshalb auch nicht ein Einblick in die Theorie der nichtlinearen Schwingungen gegeben werden, sondern es sollen zum einen mithilfe einer Näherungsbetrachtung die Wirkung nichtlinearer Feder- und Dämpferkennungen in der Tendenz abgeschätzt und zum anderen einige Ergebnisse gebracht werden.

13.12.1 Linearisierung nichtlinearer Feder- und Dämpferkennungen

Zusatzinformation

Für einen Überblick wurden Rechnungen an einem Zweimassensystem ohne den Freiheitsgrad Sitz-Mensch entsprechend Abb. 13.1b mit nichtlinearer Federkennung zwischen Rad und Aufbau durchgeführt [MITS69, MUEH68]. Als Störgrößen wurden harmonische Schwingungen und ein regelloser Vorgang mit ähnlicher Verteilung der Spektralen Dichte wie auf mittelguten Straßen verwendet. Das Ergebnis der Berechnungen, z. B. die Größe der Aufbaubeschleunigung als Funktion der Zeit, wurde einer Frequanzanalyse unterzogen. Abbildung 13.31 zeigt das Resultat im Vergleich zu dem eines linearen Systems. Die lineare Federkennung in Abb. 13.31a ergibt bei sinusförmiger Anregung – wie bekannt – die „gerade“ Resonanzkurve in Abb. 13.31c. Bei der nichtlinearen, progressiven Federkennung in Abb. 13.31b, die sich aus einem linearen und einem kubischen Anteil zusammensetzt, wird zum einen die Resonanzkurve in Abb. 13.31d „schief“, sie ist nach höheren Frequenzen hin überhängend. Zum zweiten wird mit wachsender Unebenheitsamplitude \hat{h} auch die Vergrößerungsfunktion größer, während diese sich bei der linearen Federkennung nicht ändert. Zum dritten stellt man beim überhängenden Teil der Resonanzkurve ein Sprungphänomen fest. Bei langsamer Steigerung der Erregerfrequenz verkleinert sich die Amplitude der Aufbaubeschleunigung sprungartig von 1 nach 2 (s. Abb. 13.31e). Verringert man langsam die Erregerfrequenz, dann vergrößert sich die Amplitude sprungartig, aber von 3 nach 4. Der gestrichelte Bereich stellt sich also nicht ein [KLOTT80]. Diese drei Unterschiede gegenüber dem linearen System wirken sich nur in dem Frequenzbereich aus, in dem die Erregerfrequenz $\omega/2\pi$ in der Nähe der Aufbaueigenfrequenz liegt. Im zweiten Resonanzgebiet in der Nähe der Radeigenfrequenz verwischen sich die Unterschiede. Dies liegt daran, dass sich der Einfluss der Feder zwischen Rad und Aufbau nach Abschn. 13.5 hauptsächlich im Aufbauresonanzgebiet bemerkbar macht.

Bei stochastischer Anregung, also bei gleichzeitiger Erregung durch unendlich viele Sinusschwingungen, bleibt bei linearer Federkennung der Charakter der „geraden“ Vergrößerungsfunktion erhalten, er wird nur durch die Spektrale Dichte der Unebenheiten „verzerrt“. Ist die Fahrbahn unebener, z. B. zweimal so uneben, dann werden auch die Beschleunigungssamplituden zweimal so groß, s. Abb. 13.31f.

Das Ergebnis bei nichtlinearer Federkennung und stochastischer Anregung unterscheidet sich gegenüber dem bei einer einzigen harmonischen Erregung sehr bemerkenswert, s. Abb. 13.31g. Die „schiefe“ Resonanzkurve ist nicht mehr zu erkennen, sie ist „gerade“ geworden und gleicht der eines linearen Schwingers. Erst wenn die Fahrbahn unebener wird, erkennt man einen Unterschied im Aufbauresonanzgebiet. Die Amplituden der Beschleunigung werden nicht nur größer, sondern der Maximalwert verschiebt sich auch zu höheren Erregerfrequenzen. Vergleicht man diese Kurven mit Abb. 13.7d, in dem die Auswirkung verschieden harter linearer Federn gezeigt wird so können die Kurven in Abb. 13.31g so gedeutet werden, als ob mit zunehmender Unebenheit die Feder immer härter wird. Dies ist auch einleuchtend denn je unebener die Fahrbahn ist, umso größer wird auch der

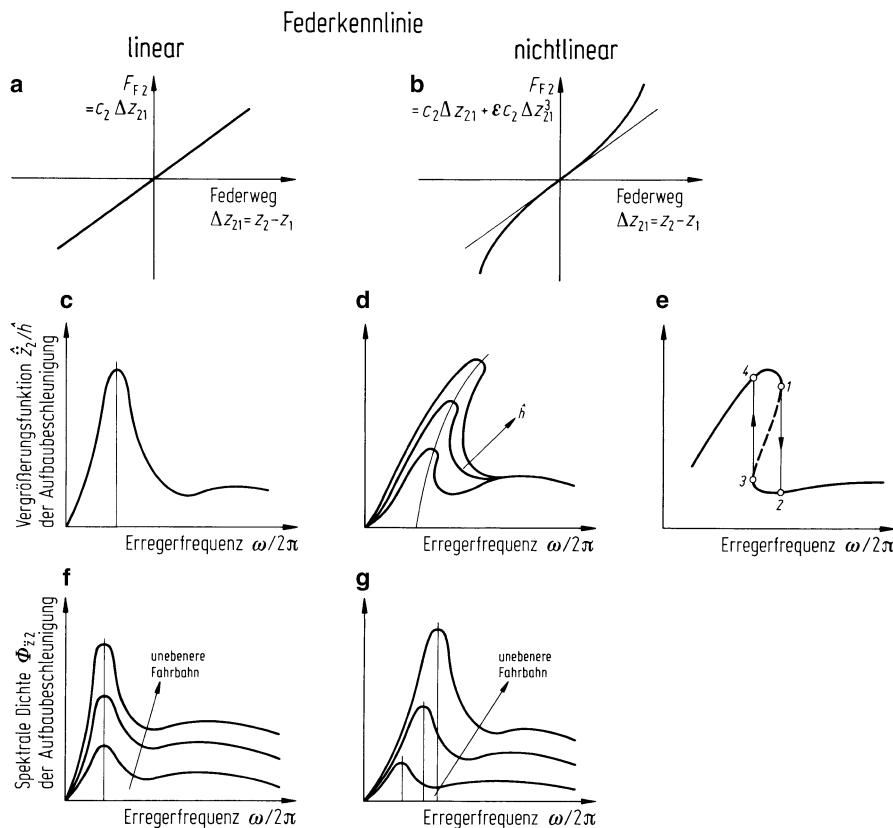


Abb. 13.31 Einfluss linearer und nichtlinearer Federkennungen auf den Verlauf der Beschleunigungsamplituden über der Erregerfrequenz [MITS69, MUEH68]. **a** u. **b** Federkennlinien; **c** bis **e** Vergrößerungsfunktionen der Aufbaubeschleunigung für eine einzelne sinusförmige Anregung mit der Amplitude h und der Erregerfrequenz $\omega/2\pi$; **f** u. **g** Spektrale Dichte der Aufbaubeschleunigung bei stochastischer Anregung in Abhängigkeit von der Erregerfrequenz

Relativweg $\Delta z_{21} = z_2 - z_1$ an der Feder und umso mehr kommt der progressive Teil der Federkennung zur Wirkung.

Aufgrund dieses Ergebnisses nach Abb. 13.31f ist eine Linearisierung von nichtlinearen Systemen möglich. Dazu wird die Summe der Feder- und Dämpferkräfte mit der Funktion

$$F_{F2} + F_{D2} = g(\Delta z_{21}, \Delta \dot{z}_{21}) \quad (13.36)$$

zusammengefasst. Die Bewegungsgleichungen lauten dann für das Zweimassensystem (vgl. (13.2) und (13.3) ohne das System für Sitz-Mensch)

$$m_2 \ddot{z}_2 + g(\Delta z_{21}, \Delta \dot{z}_{21}) = 0. \quad (13.37)$$

$$m_1 \ddot{z}_1 - g(\Delta z_{21}, \Delta \dot{z}_{21}) = c_1(h - z_1). \quad (13.38)$$

Werden diese beiden Gleichungen linearisiert, also in eine Form wie in (13.2) und (13.3) gebracht, so entsteht ein Fehler [CRAN63] der Größe $e(\Delta z_{21}, \Delta \dot{z}_{21})$. Wird dieser eingeführt und werden zur Unterscheidung die linearisierten Feder- und Dämpfungskonstanten $c_{2\text{lin}}$ und $k_{2\text{lin}}$ genannt, so ist

$$m_2 \ddot{z}_2 + k_{2\text{lin}} \Delta \dot{z}_{21} + c_{2\text{lin}} \Delta z_{21} + e(\Delta z_{21}, \Delta \dot{z}_{21}) = 0, \quad (13.39)$$

$$m_1 \ddot{z}_1 - k_{2\text{lin}} \Delta \dot{z}_{21} - c_{2\text{lin}} \Delta z_{21} - e(\Delta z_{21}, \Delta \dot{z}_{21}) = c_1(h - z_1). \quad (13.40)$$

Die Ersatzkonstanten $k_{2\text{lin}}$ und $c_{2\text{lin}}$ sind dann richtig gewählt, wenn der Gesamtfehler $e(\Delta z_{21}, \Delta \dot{z}_{21})$ – quadratisch gemittelt¹² über eine groß gewählte Zeitspanne T – ein Minimum ist.

Dies führt zu den Bestimmungsgleichungen für

$$k_{2\text{lin}} = \frac{\frac{1}{T} \int_{-T/2}^{+T/2} \Delta \dot{z}_{21} g(\Delta z_{21}, \Delta \dot{z}_{21}) dt}{\frac{1}{T} \int_{-T/2}^{+T/2} \Delta z_{21}^2 dt} \quad (13.41)$$

$$c_{2\text{lin}} = \frac{\frac{1}{T} \int_{-T/2}^{+T/2} \Delta z_{21} g(\Delta z_{21}, \Delta \dot{z}_{21}) dt}{\frac{1}{T} \int_{-T/2}^{+T/2} \Delta z_{21}^2 dt} \quad (13.42)$$

also zu Ausdrücken, die das nichtlineare Problem zu linearisieren gestatten.

Zwei Beispiele zeigen die Anwendung:

Ist die Federkennlinie linear $g(\Delta z_{21}, \Delta \dot{z}_{21}) = c_2 \Delta z_{21}$, dann ist

$$c_{2\text{lin}} = c_2 \frac{\int_{-T/2}^{+T/2} \Delta z_{21}^2 dt}{\int_{-T/2}^{+T/2} \Delta z_{21}^2 dt} = c_2.$$

Eine Federkennung nach Abb. 13.31b $g(\Delta z_{21}) = c_2 \Delta z_{21} + \varepsilon c_2 \Delta z_{21}^3$ ergibt

$$c_{2\text{lin}} = \frac{\int_{-T/2}^{+T/2} (c_2 \Delta z_{21} + \varepsilon c_2 \Delta z_{21}^3) \Delta z_{21} dt}{\int_{-T/2}^{+T/2} \Delta z_{21}^2 dt} = c_2 + \varepsilon c_2 \frac{\int_{-T/2}^{+T/2} \Delta z_{21}^4 dt}{\int_{-T/2}^{+T/2} \Delta z_{21}^2 dt}.$$

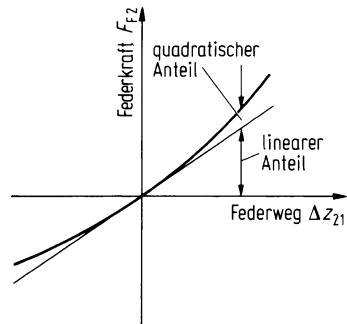
Nimmt man an, der zu einem Minimum gemachte Fehler $e(\Delta z_{21}, \Delta \dot{z}_{21})$ sei vernachlässigbar klein, so sehen die Ersatzgleichungen für (13.37) und (13.38) wie folgt aus:

$$m_2 \ddot{z}_2 + k_{2\text{lin}} (\dot{z}_2 - \dot{z}_1) + c_{2\text{lin}} (z_2 - z_1) = 0, \quad (13.43)$$

$$m_1 \ddot{z}_1 - k_{2\text{lin}} (\dot{z}_2 - \dot{z}_1) - c_{2\text{lin}} (z_2 - z_1) = c_1(h - z_1). \quad (13.44)$$

¹² Dies hat von der Sache her nichts mit den quadratischen Mittelwerten in Kap. 11 zu tun, mit denen man dort u. a. Fahrkomfort und Fahrsicherheit beurteilte. Hier wird nur deshalb quadratisch gemittelt, um immer positive Werte zu bekommen.

Abb. 13.32 Nichtlineare Federkennung mit linearem und quadratischem Anteil,
 $F_{F2} = c_2 \Delta z_{21} + \varepsilon c_2 \Delta z_{21}^2$



Damit ist es gelungen, das schwierige nichtlineare Problem auf das bei Vernachlässigung eines Fehlergliedes einfacher lineare zurückzuführen. Diese Umformungen gelten auch bei einer regellosen Unebenheitsanregung $h(t)$, denn über die Art der Anregung wurden bisher keine Annahmen getroffen.

Leider lassen sich (13.41) und (13.42) nur in einigen Spezialfällen ausrechnen. Dennoch ermöglichen sie einen Einblick in das nichtlineare Problem. Die Erkenntnisse werden nun an einigen wichtigen Beispielen angewendet.

13.12.2 Nichtlineare Federkennungen

Es wird mit der Kombination aus einer linearen und einer quadratischen Federkennung in der Form

$$F_{F2} = c_2 \Delta z_{21} + \varepsilon c_2 \Delta z_{21}^2 \quad (13.45)$$

begonnen, wobei – wie bisher – $\Delta z_{21} = 0$ die statische Nulllage angibt (s. Abb. 13.32). Diese Federkennung ist z. B. eine Näherung für die Federkennlinie mit konstanter Eigenkreisfrequenz ν_2 nach (13.29) und für die Luftfederung.

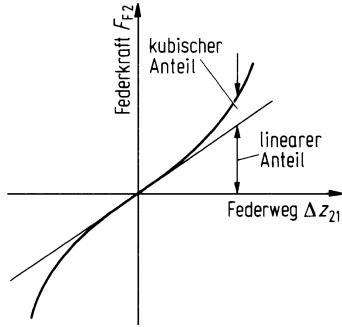
Die linearisierte Federkonstante $c_{2\text{lin}}$ für diese nichtlineare Kennung ist nach (13.42)

$$c_{2\text{lin}} = c_2 + \varepsilon c_2 \frac{\int_{-T/2}^{+T/2} \Delta z_{21}^3 dt}{\int_{-T/2}^{+T/2} \Delta z_{21}^2 dt}. \quad (13.46)$$

Setzt man voraus, dass der Relativweg Δz_{21} als Funktion der Zeit t in seiner Verteilung ungefähr symmetrisch zur t -Achse ist, dann ist $\int \Delta z_{21}^3 \approx 0$. Das heißt, die linearisierte Federkonstante $c_{2\text{lin}}$ ist ungefähr dem linearen Anteil gleich,

$$c_{2\text{lin}} \approx c_2, \quad (13.47)$$

Abb. 13.33 Nichtlineare Federkennung mit linearer und kubischem Anteil,
 $F_{F2} = c_2 \Delta z_{21} + \varepsilon c_2 \Delta z_{21}^3$



der quadratische Anteil spielt keine Rolle.

Als nächstes wird die Summe aus linearer und kubischer Federkennung

$$F_{F2} = c_2 \Delta z_{21} + \varepsilon c_2 \Delta z_{21}^3 \quad (13.48)$$

behandelt. Sie ist nach Abb. 13.33 antisymmetrisch. Solche progressiven ($\varepsilon > 0$) Kennlinien gibt es z. B. bei der Luftfederung mit besonders geformten Kolben oder in der Kombination einer linearen Stahlfeder mit zusätzlicher Gummifeder. Letztere soll gegenüber der linearen Federung eine Verkleinerung der Schwingamplituden bringen, sie stellt sozusagen eine weiche Federung mit eingebautem Anschlagpuffer dar. Für diese nichtlineare Federkennung lässt sich die linearisierte Federkonstante nach (13.42) ausrechnen [CRAM46]. Sie lautet

$$c_{2\text{lin}} = c_2 + 3\varepsilon c_2 (\tilde{\Delta}z_{21})^2. \quad (13.49)$$

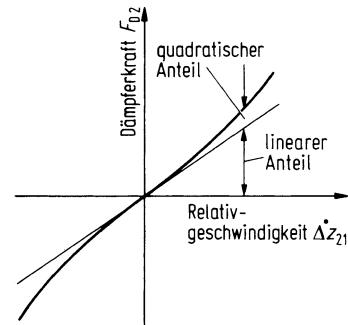
Je größer der quadratische Effektivwert des Relativweges $(\tilde{\Delta}z_{21})^2$ wird, umso härter wirkt die Feder. Die Größe des Federweges wiederum ändert sich mit der Straßengüte und mit der Fahrgeschwindigkeit. Mit dieser Umrechnung und den Ergebnissen für das lineare System aus Abschn. 13.5 kann die Wirkung der nichtlinearen progressiven Feder abgeschätzt werden. So ergibt sich nach Abb. 13.7a, dass diese Feder bei Fahrt auf guten Straßen oder mit kleiner Fahrgeschwindigkeit, also kleinem $(\tilde{\Delta}z_{21})^2$, wie eine weiche Feder arbeitet, die Vergrößerungsfunktion der Aufbaubeschleunigung ähnelt der des Beispelfahrzeuges 2 oder 3 nach Tab. 13.1. Auf schlechten Straßen oder bei hohen Fahrgeschwindigkeiten wird $(\tilde{\Delta}z_{21})^2$ größer, die Feder härter, die Resonanzkurven sind denen der Fahrzeuge 1 oder 4 vergleichbar. Das heißt, der Komfort verringert sich mehr als proportional mit wachsender Unebenheit und Fahrgeschwindigkeit, die dynamischen Radlastschwankungen werden im Gebiet der Aufbauresonanz größer, im Gebiet der Radresonanz kleiner.

13.12.3 Nichtlineare Dämpferkennung

Abbildung 13.34 zeigt ein Beispiel für eine nichtlineare (hydraulische) Stoßdämpferkennung nach dem Gesetz

$$F_{D2} = k_2 \Delta \dot{z}_{21} + \text{sgn}(\Delta \dot{z}_{21}) \varepsilon k_2 \Delta z_{21}^2 \quad (13.50)$$

Abb. 13.34 Nichtlineare Dämpferkennung mit linearem und quadratischem (antisymmetrischem) Anteil $F_{D2} = k_2 \Delta \dot{z}_{21} + \text{sgn}(\Delta \dot{z}_{21}) \varepsilon k_2 \Delta \dot{z}_{21}^2$



mit $\varepsilon > 0$. Auch hier lässt sich der linearisierte Wert

$$k_{2\text{lin}} = k_2 + \varepsilon k_2 \frac{\int_{-T/2}^{+T/2} (\text{sgn} \Delta \dot{z}_{21}) \Delta \dot{z}_{21}^3 dt}{\int_{-T/2}^{+T/2} \Delta \dot{z}_{21}^2 dt} \quad (13.51)$$

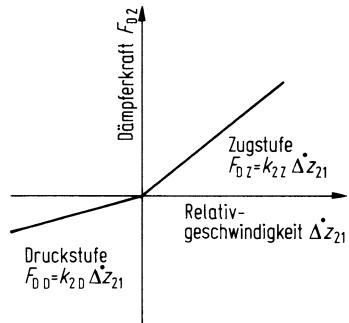
nicht formelmäßig ausrechnen. Doch kann man abschätzen, dass mit wachsender Relativgeschwindigkeit der Zähler wegen des Exponenten 3 schneller wächst als der Nenner, sodass insgesamt $k_{2\text{lin}}$ größer wird. Mithilfe der Diagramme aus Abb. 13.10a kann man nun qualitative Aussagen über die progressive Dämpferkennung machen [HOFF57]. Auf guten Straßen und bei kleiner Fahrgeschwindigkeit ist $\Delta \dot{z}_{21}$ und damit auch $k_{2\text{lin}}$ klein. Deshalb ist der Fahrkomfort gut; die Radlast-Vergrößerungsfunktion ist nach Abb. 13.10c zwar hoch, aber dies ist wegen der kleinen Anregungen kein Nachteil. Bei höheren Fahrgeschwindigkeiten und auf schlechten Straßen wird $\Delta \dot{z}_{21}$ und ebenfalls $k_{2\text{lin}}$ nach (13.51) größer, der Komfort wird mehr als proportional schlechter, die Größe der Radlastschwankungen dadurch weniger als proportional erhöht. Diese progressive Kennung sorgt also auf diese Weise durch eine Anpassung der Dämpfung an den Fahrbahnzustand dafür, dass die Radlastschwankungen auf Kosten des Komforts klein gehalten werden.

Bei degressiver Dämpferkurve, also negativem ε (bauartbedingt durch Überdruckventile) ist die Wirkung gegensätzlich.

13.12.4 Geknickt-lineare Dämpferkennung

Die Kennungen fast aller produzierten hydraulischen Schwingungsdämpfer folgen keinem linearen Gesetz, sondern, wie Abb. 13.35 zeigt, einem geknickt-linearen. Die Stoßdämpferkraft F_{D2} ist zwar auch der Relativgeschwindigkeit $\Delta \dot{z}_{21}$ proportional, nur ist die Proportionalitätskonstante k_{2Z} für die Zugstufe eine andere als die Konstante k_{2D} für die Druckstufe.

Abb. 13.35 Übliche Kennung hydraulischer Schwingungs-dämpfer, jeweils lineare Kennung in Zug- und Druckstufe (aus dem Koordinatenursprung heraus, bei größeren Relativgeschwindigkeiten werden die Kurven degressiv)



Für die Dämpferkräfte folgt damit:

$$\begin{aligned} F_{D2} &= k_{2Z} \Delta \dot{z}_{21} && \text{für } \Delta \dot{z}_{21} > 0, \\ F_{D2} &= k_{2D} \Delta \dot{z}_{21} && \text{für } \Delta \dot{z}_{21} < 0. \end{aligned} \quad (13.52)$$

Sind die beiden Dämpfungskonstanten nicht zu unterschiedlich, sodass die Verteilung der Relativgeschwindigkeit $\Delta \dot{z}_{21}$ um die Zeitachse t einigermaßen symmetrisch bleibt, so kann durch

$$k_{2\text{lin}} = \frac{k_{2Z} + k_{2D}}{2} \quad (13.53)$$

linearisiert werden.

Zusatzinformation

Üblicherweise besteht zwischen der sog. Zug- und der Druckstufe aber ein Verhältnis von 2 : 1 oder auch 3 : 1, d. h. die Druckstufe dämpft deutlich weniger als die Zugstufe. Das hat seine Ursache vor allem im Fahrkomfort, denn eine große Druckdämpfung würde den Wagenaufbau schnell nach oben beschleunigen.

Bei größeren Unterschieden von k_{2Z} und k_{2D} ist eine solche Linearisierung, wie Abb. 13.36 für stochastische Unebenheiten zeigt, nicht möglich. Die Standardabweichung σ_F der Radlastschwankung wird mit zunehmender Unsymmetrie größer, d. h. ein stark geknickt-linearer Dämpfer wirkt sich gegenüber einer linearen Kennung so aus, als ob die Straße unebener oder die Fahrgeschwindigkeit höher wäre [GOES63]. Beim Komfortwert K_{ges} ist die Linearisierung nach (13.53) in einem weiten Bereich möglich. Abbildung 13.36 zeigt aber auch, dass das günstigste Verhältnis der Dämpfungskonstanten von der Höhe des Dämpfungsmaßes $D'_{2\text{lin}}$ abhängig ist.

Für das Überfahren von positiven (erhabenen) Einzelhindernissen wird häufig für eine geringere Dämpfung in der Druckstufe mit dem Argument plädiert, dann treten während des Auffahrens geringere Dämpferkräfte und damit geringere Aufbaubeschleunigungen auf. Dies ist der Fall, wenn Hindernislänge und Fahrgeschwindigkeit – und damit nach Abschn. 13.4 – die Erregerfrequenz $\omega/2\pi$ etwa der Radeigenfrequenz $\nu_1/2\pi$ entspricht.

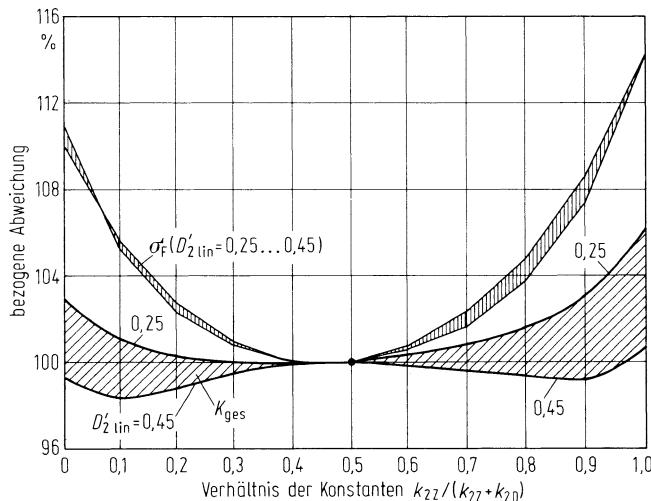


Abb. 13.36 Bezogene Abweichung des Komfortwertes K_{ges} und der Standardabweichung σ_F der Radlastschwankung über dem Verhältnis von Zug- und Druckstufe hydraulischer Schwingungsdämpfer nach Abb. 13.35 (k_{2Z} Konstante in der Zug-, k_{2D} in der Druckstufe, $D'_{2lin} = k_{2lin}/2\sqrt{c_2(m_2+m_3)}$) Fahrzeug 1, s. Tab. 13.1, $\Phi_h(\Omega_0) = 4 \text{ cm}^3$, $w = 2$, $v = 20 \text{ m/s}$

Abbildung 13.37, in dem die lineare Dämpfung mit der geknickt-linearen verglichen wird, bestätigt das o. g. Argument für die Sitz- und Aufbaubeschleunigung, allerdings nur für den ersten Extremwert, die weiteren sind bei der geknickt-linearen – absolut gesehen – sogar größer. Bei negativen Einzelhindernissen gilt das nicht einmal für den ersten Extremwert.

13.12.5 Reibungsdämpfung

Zwischen dem Aufbau und dem Rad wirkt neben Feder und hydraulischem Dämpfer immer eine Reibung, s. Abb. 13.38a. Deren Größe setzt sich aus vielen Anteilen zusammen, z. B. aus der Reibung von geschichteten Blattfedern, in Kugelgelenken, in Führungen der Radaufhängung (McPherson-Bein), an Stabilisatoren usw. Die Wirkung der Reibung muss deshalb bekannt sein.

Nach dem Coulombschen Gesetz gilt für diese spezielle Dämpfung

$$F_{D2} = \text{sgn}(\Delta\dot{z}_{21})F_r \quad (13.54)$$

und Abb. 13.39. Die Größe der Reibung ist im Gegensatz zur hydraulischen Dämpfung unabhängig von der Größe der Relativgeschwindigkeit $\Delta\dot{z}_{21}$ zwischen den beiden Massen, die Reibungskraft ändert nur ihre Richtung.

Abb. 13.37 Vergleich der linearen Dämpfung ($k_2 = 1140 \text{ Ns/m}$, Fahrzeug 1 nach Tab. 13.1) mit der geknickt-linearen ($k_{2D} = 456 \text{ Ns/m}$, $k_{2Z} = 1824 \text{ Ns/m}$ und damit nach (13.53) $k_{\text{lin}} = 1140 \text{ Ns/m}$) beim Überfahren eines positiven Einzelhindernisses ($\hat{h} = 0,010 \text{ m}$, $L = 2,72 \text{ m}$, $v = 30 \text{ m/s}$, $\omega/2\pi = 11 \text{ Hz}$, s. Tab. 13.2)

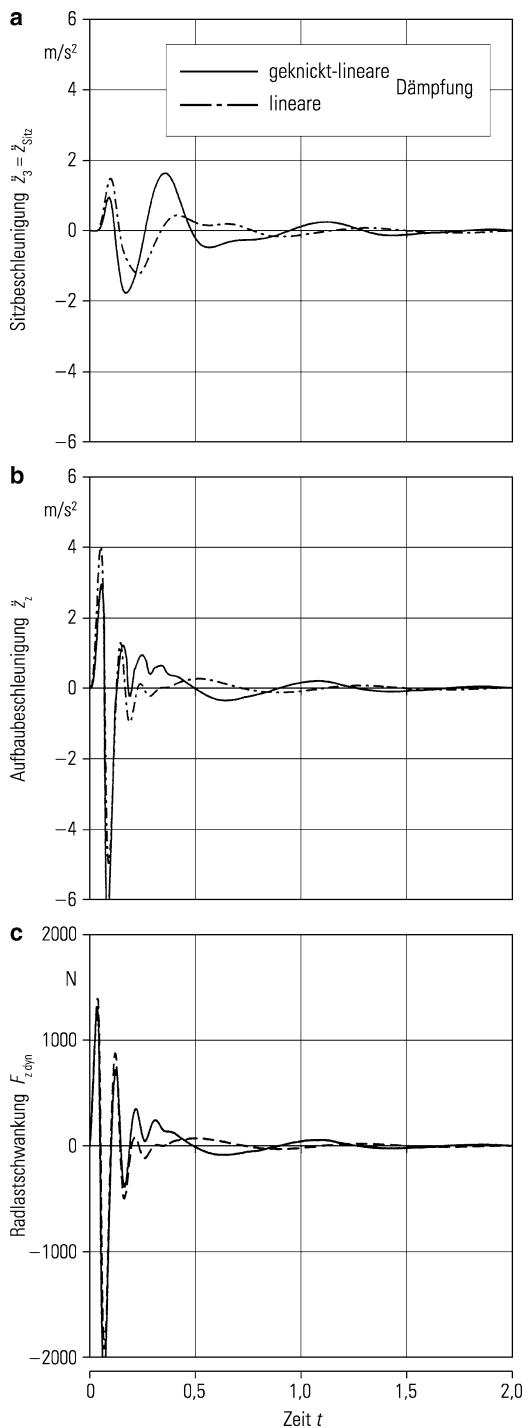


Abb. 13.38 a Zweimassensystem mit linearem Dämpfungsfaktor k_2 und Reibkraft F_r ; b Zusammenfassung der beiden Dämpfungen nach a zu einem gleichwertigen linearen Dämpfungsfaktor $k_{2\text{lin}}$; c Reibungsdämpfung blockiert die Relativbewegung zwischen Aufbau und Rad

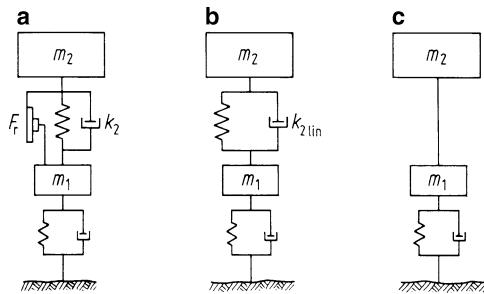
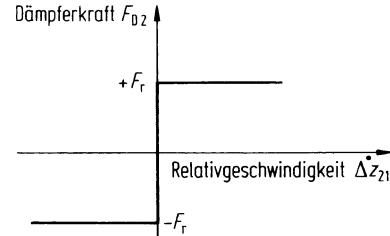


Abb. 13.39 Kennung einer Reibungsdämpfung
 $F_{D2} = \text{sgn}(\Delta\dot{z}_{21})F_r$



Ist neben der Reibung wie bei allen Pkw und vielen Nutzfahrzeugen noch ein Schwingungsdämpfer mit linearem Geschwindigkeitsgesetz vorhanden, so lautet die Gesamtdämpfung

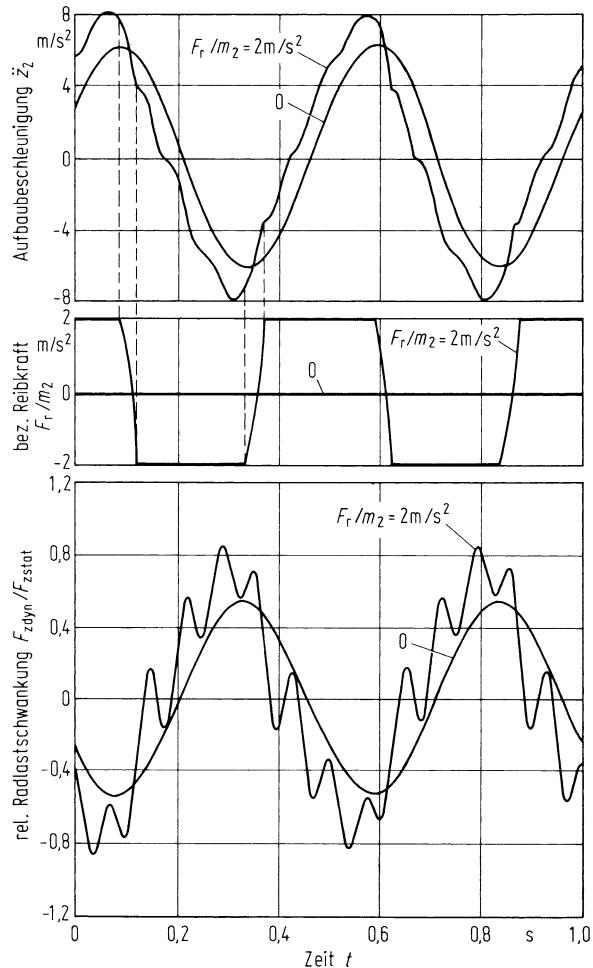
$$F_{D2} = k_2 \Delta\dot{z}_{21} + \text{sgn}(\Delta\dot{z}_{21})F_r. \quad (13.55)$$

Die mathematische Behandlung dieses Schwingungssystems ist nicht einfach. Ist nämlich die Gesamtkraft zwischen den beiden Massen nach Abb. 13.38a kleiner als F_r , dann gibt es keine Relativbewegung, und das Zweimassensystem geht über in das Einmassensystem mit der Masse $m_1 + m_2$ nach Abb. 13.38c, das nur auf dem Reifen schwingt (entspricht dem „ungefederten“ Kraftfahrzeug in Abschn. 11.2.3). Wird die Gesamtkraft größer als F_r , dann hört der Blockievorgang auf und die Zeitfunktionen werden durch den homogenen und den inhomogenen Anteil der Lösung bestimmt [NIEH77, MANG95]. Abbildung 13.40 veranschaulicht die Zeitfunktionen bei harmonischer Anregung.

Man darf also wegen des Hin- und Herspringens vom Ein- zum Zweimassensystem eigentlich nicht eine linearisierte Dämpfungskonstante $k_{2\text{lin}}$ bestimmen. Im Folgenden wird es entsprechend Abb. 13.38b doch getan, um tendenziell die Wirkung der Reibung abzuschätzen. Wird (13.55) in (13.41) eingesetzt, ergibt sich

$$k_{2\text{lin}} = k_2 + \frac{\int_{-T/2}^{+T/2} \text{sgn}(\Delta\dot{z}_{21})F_r \Delta\dot{z}_{21} dt}{\int_{-T/2}^{+T/2} \Delta\dot{z}_{21}^2 dt}. \quad (13.56)$$

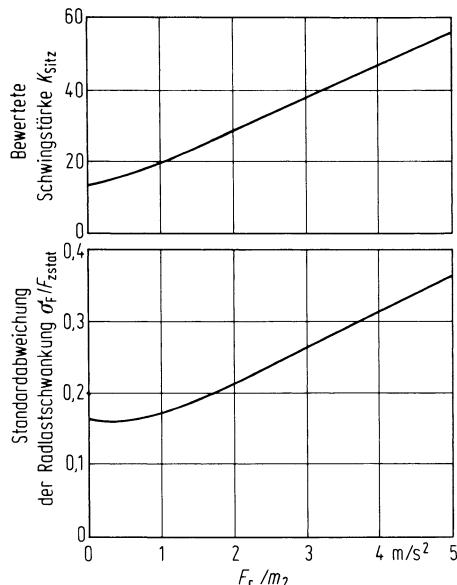
Abb. 13.40 Zeitfunktionen der Bewegungsgrößen mit und ohne Coulombscher Reibung F_r (aus: [NIEH77])



Für den Zähler des zweiten Summanden ist das Gesetz der Reibungsdämpfung mit der Relativgeschwindigkeit $\Delta\dot{z}_{21}$ zu multiplizieren, sodass das Produkt $F_r \Delta\dot{z}_{21}$ für jede Zeit t positiv ist. Vergrößert sich nun durch schnelleres Fahren oder durch Befahren schlechterer Straßen die Relativgeschwindigkeit auf den doppelten Wert, so wird die Größe des Zählers der Gl. (13.56), also der Flächeninhalt unter $F_r \Delta\dot{z}_{21}$, ebenfalls doppelt so groß. Der Nenner hingegen, in dem das Quadrat der Relativgeschwindigkeit steht, vervierfacht sich. Folglich wird die linearisierte Dämpfungskonstante mit größer werdender Relativgeschwindigkeit kleiner, oder umgekehrt, mit kleinerer Relativgeschwindigkeit wird der Einfluss der Reibung größer.

Das heißt, auf der schlechten Straße und bei hohen Fahrgeschwindigkeiten ist der Anteil der Reibung an der Gesamtdämpfung gering. Je ebener die Straße wird, oder je kleiner die Fahrgeschwindigkeit ist, umso stärker wird die Dämpfung, weil der Anteil der Reibungsdämpfung relativ größer wird. Dadurch werden nach den Abb. 13.10a und c die

Abb. 13.41 Bewertete Schwingstärke auf dem Sitz und bez. Radlastschwankung über dem Verhältnis F_r/m_2 . Die Fahrzeugdaten entsprechen einem Lkw mit Schwingsitz (niedrige $v_3/2\pi$): $m_1 = 360 \text{ kg}$, $m_2 = 1450 \text{ kg}$, $m_3 = 50 \text{ kg}$, $c_1 = 1.420.000 \text{ N/m}$, $c_2 = 150.000 \text{ N/m}$, $c_3 = 2475 \text{ N/m}$, $k_2 = 11.000 \text{ Ns/m}$, $k_3 = 700 \text{ Ns/m}$, $\Phi_h(\Omega_0) = 4 \text{ cm}^3$, $v = 20 \text{ m/s}$, $w = 2$

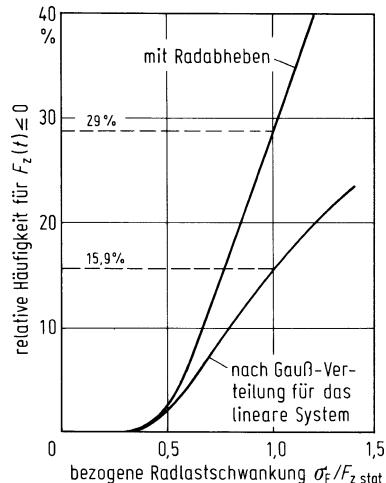


Aufbaubeschleunigungen und Radlasten im Aufbauresonanzgebiet kleiner, im Radresonanzgebiet und im Zwischenresonanzgebiet werden die Beschleunigungen dagegen größer. Die Radlastschwankungen werden im Zwischenresonanzgebiet ebenfalls größer, dafür im Radresonanzgebiet kleiner. Insgesamt bringt also die Reibung Nachteile für den Komfort, d. h. für die Beschleunigung im Aufbau, denn die „Stöße kommen stärker durch“. Für die Radlastschwankung ist die Reibung dagegen nicht schädlich. Die exakte Rechnung nach Abb. 13.41 bestätigt für nicht zu große, auf m_2 bezogene Reibkräfte F_r diese Abschätzung.

Um den Fahrkomfort auf guten Straßen oder bei kleinen Fahrgeschwindigkeiten (boulevard riding) zu verbessern, muss die Reibung klein, möglichst Null sein. Es mag zunächst unnötig erscheinen, für die Fahrt auf ebenen Straßen oder bei kleinen Geschwindigkeiten die Beschleunigungen zu vermindern, weil sie absolut gesehen ohnehin klein sind; aber es ist bekannt, dass die Insassen gerade auf guten Straßen oder bei langsamer Fahrt die Schwingungen eines Fahrzeugs verstärkt empfinden bzw., weil sie die Störungen nicht erwarten, diese erstaunt feststellen und als „Unkomfort“ bewerten.

Leider kann die Reibungsdämpfung niemals zu Null gemacht werden; deshalb muss die hydraulische Dämpfung im Stoßdämpfer der Reibungsdämpfung angepasst werden. Das heißt, für die Fahrt auf ebenen Straßen, also für die Fahrt mit kleinen Relativgeschwindigkeiten zwischen Rad und Aufbau, wird eine kleine hydraulische Dämpfungskraft, und auf unebenen Straßen, also bei großen Relativgeschwindigkeiten, eine große gebraucht, sodass die Summe von Reibungsdämpfung und hydraulischer Dämpfung ungefähr gleich groß bleibt und nicht von der Straßengüte bzw. der Relativgeschwindigkeit stark abhängt. Das bedeutet, dass die Kraft des hydraulischen Dämpfers bei kleinen Relativgeschwindigkeiten klein, bei großen groß sein muss, d. h. die Dämpferkennlinie sollte theoretisch zumindest

Abb. 13.42 Abhängigkeit der relativen Häufigkeit des Radabhebens als Funktion der Standardabweichung σ_F der Radlastschwankung, bezogen auf die statische Radlast $F_{z\text{stat}}$.
(aus: s. [NIEH77])



im Anlauf aus dem Koordinatenursprung progressiv sein [MUEH68]. (Diese Progressivität wird durch ein Bypassloch im Stoßdämpferkolben erreicht, der diesen progressiven Anlauf ermöglicht – „Lochdämpfung“. Bei hohen Relativgeschwindigkeiten wird die Kenntung dann degressiv, damit die Dämpferkräfte nicht zu groß werden. Sonst können bei schnellen Radeinfederungen Bauteile beschädigt werden.)

13.12.6 Radabheben

Eine weitere Voraussetzung bei den bisherigen Berechnungen war, dass das Rad nicht von der Straße abhebt. Abbildung 13.42 zeigt, inwieweit diese Annahme für stochastische Unebenheiten richtig ist. Danach springt das Rad ($F_z = 0, \sigma_F/F_{z\text{stat}} = 1$) bei einem linearen System und einer Gauß-Verteilung nach Tab. 11.3 in $S/2 = 31, 7\%/2 = 15,9\%$ der Zeit von der Fahrbahn ab, in Wirklichkeit aber in 29 % der Zeit. Der Unterschied zwischen dem linearen System, also ohne Berücksichtigung des Radabhebens, und dem nichtlinearen System, also mit Berücksichtigung, ist bis $\sigma_F/F_{z\text{stat}} \approx 0,5$ gering. Bis zu diesem Wert kann man also mit dem linearen System rechnen.

13.13 Geregelte Fahrwerke

Die heutigen Fahrwerke von Kraftfahrzeugen sind meistens gekennzeichnet durch die passiven Feder- und Dämpfungselemente. An dem in diesem Kapitel behandelten Dreimasensystem sind es die Feder- und Dämpfungskräfte zwischen Aufbau und Rad, deren Größen von Relativweg und Relativgeschwindigkeit abhängen und die bei Linearität durch die Feder- und Dämpfungskonstante c_2 und k_2 gekennzeichnet sind, s. Abb. 13.43a.

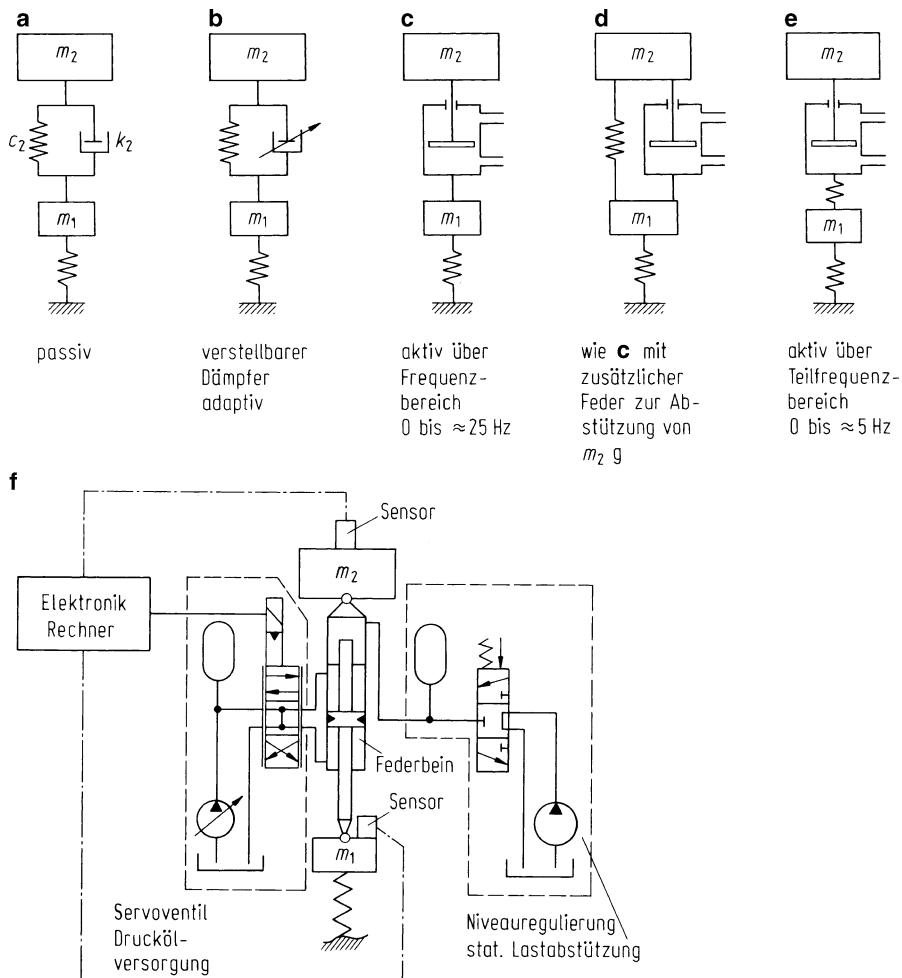


Abb. 13.43 Vergleich verschiedener geregelter Fahrwerke b bis e zum konventionellen, passiven System a. (Das System „Mensch auf Sitz“ wurde der Übersichtlichkeit halber weggelassen.) f Prinzip für Ausführung c

Bei der Auslegung mit diesen passiven Elementen konnte man nach Abschn. 13.6 und Abb. 13.12 innerhalb eines Feldes bestimmte Werte für Komfort und Fahrsicherheit erreichen. Dieses Feld wurde durch eine Kurve begrenzt, s. Abb. 13.12d, nach der bei einer vorgegebenen Radlastschwankung die Bewertete Schwingstärke nicht mehr verkleinert werden kann. Dies führte unter anderem zu dem Konflikt zwischen gutem Komfort und schlechter Fahrsicherheit bzw. umgekehrt und zur Einführung einer langsam arbeitenden Niveauregelung, die bei Beladungsänderung die statische Einfederung wieder zu Null macht, s. Abb. 13.28. Weiterhin wurden in Abschn. 13.11.2, Abb. 13.30, noch Fahrge-

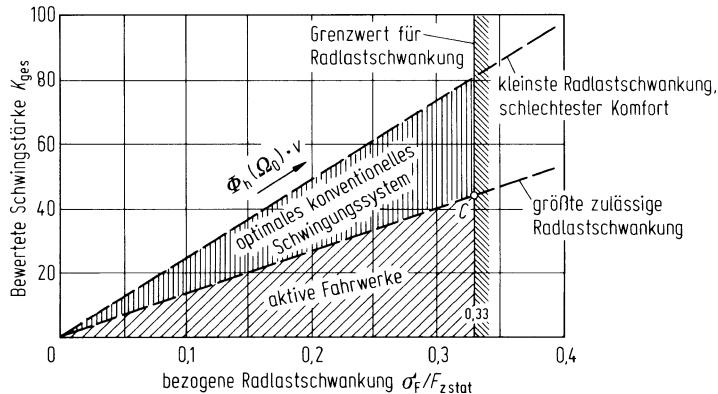


Abb. 13.44 Abgrenzung von optimal konventionellen Schwingungssystemen, s. Abb. 13.30, und geregelten Fahrwerken im Konfliktschaubild

schwindigkeit und Straßenunebenheiten berücksichtigt, sodass sich das Feld mit passiven Feder-Dämpfer-Systemen noch weiter einengte. Das Gesamtergebnis dieser Überlegungen ergab den senkrecht schraffierten Bereich in Abb. 13.44.

Durch „geregelte Fahrwerke“, d. h. durch vermehrten Aufwand von Sensorik, Eletronik, Hydraulik usw. kann man Verbesserungen gegenüber den konventionellen Fahrwerken erzielen und in das schräg schraffierte Feld der Abb. 13.44 eindringen. Aufbauend auf dem bisher Behandelten gibt es folgende Möglichkeiten:

1. Steuerung von Feder- und Dämpfungskennungen

Unter der Annahme, ein Dämpfer habe zwei Kennlinien, eine mit „starker“ Dämpfung (schlechter Komfort, dafür kleine Radlastschwankung und damit bessere Fahrsicherheit), die zweite mit „schwacher“ (gegenteilige Wirkung), so kann bei manueller Betätigung ein Fahrer zwischen den beiden wählen und – hoffentlich richtig – hin- und herschalten, s. Abb. 13.43b. Auch kann automatisch oberhalb einer bestimmten Fahrgeschwindigkeit auf „stark“ und unterhalb auf „schwach“ geschaltet werden. Natürlich sind auch weitere automatisierte Strategien denkbar. Darauf wird in Abschn. 13.13.4 zurückgekommen.

Weiterhin wurden bei den Hinweisen zur Auslegung konventioneller Schwingungssysteme einige Andeutungen in Richtung adaptiver Steuerungen gemacht: In Abschn. 13.11.2 wurde gefordert, dass ab Erreichen einer Fahrsicherheitsgrenze, einer bestimmten bezogenen Radlastschwankung, die Dämpfung nach bester Fahrsicherheit zu verstärken, darunter nach bestem Komfort zu verringern ist [ROEM98]. (Dies entspricht in Abb. 13.30 den strich-punktierten Kurven bis zum Grenzwert der bezogenen Radlastschwankung $\sigma_F/F_{z\text{stat}} = 0,33$. Damit kommt man in Abb. 13.44 vom senkrecht schraffierten Bereich in das schräg schraffierte Feld der aktiven Fahrwerke.) Dazu muss neben einem verstellbaren Dämpfer die Fahrsicherheitsgrenze bzw. die Radlastschwankung oder eine vergleichbare Größe bekannt sein bzw. gemessen werden. Und

in Abschn. 13.11.3 wurde erwähnt, dass die Dämpfung der Fahrzeugbeladung automatisch angepasst wird (z. B. über die mit der Beladungsänderung verknüpfte Einfederung oder bei Luftfederung mit Niveauregelung über den Innendruck [BREU97]).

Zusatzinformation

Die oben erwähnten beiden Kennlinien können bei Dämpfern mit geknickter Kennlinie durch Kraftänderung in der Zugstufe über ein externes Ventil realisiert werden. Bei Änderung auch in der Druckstufe gibt es dann vier verschiedene Möglichkeiten [KUTS98]. Schließlich gibt es noch stufenlos verstellbare Dämpfer.

Auch bei einer Federung mit z. B. zwei Kennlinien kann man sich ein Umschalten von „weich“ auf „hart“ vorstellen (z. B. bei einer Luftfederung durch Zu- oder Abschalten eines Zusatzvolumens). Natürlich ist auch die Kombination von Federungs- und Dämpfungs-Umschaltung denkbar.

Das Fahren in den einzelnen Kennlinien dauert relativ lange, wie es aus den beiden o. g. Fällen der manuellen Betätigung durch den Fahrer und der automatischen bei Über- und Unterschreiten eines Geschwindigkeitswertes ganz offensichtlich ist. „Relativ lange“ bedeutet in Frequenzen ausgedrückt, dass die Fahrtzeit in einer bestimmten Kenntnis wesentlich länger ist als die Schwingungsdauer der niedrigsten Eigenfrequenz. (Ist die Aufbaueigenfrequenz z. B. $\nu_2/2\pi = 1,5 \text{ Hz}$ und damit deren Schwingungsdauer gleich 0,67 s, dann ist die Fahrtzeit wesentlich größer als die 0,67 s.) Da mit einer solchen Strategie keine wirkliche Verbesserung zu erreichen ist, wie das Konfliktschaubild schon mehrfach verdeutlicht hat, braucht man eine schnelle Umschaltung, die sich an der aktuellen Fahrsituation orientiert.

Das Wesentliche an solchen sog. „ereignisorientierten Steuerungen“ (manchmal nennt man sie auch „adaptive Regelungen“) ist, dass die Schaltfrequenz kleiner als die charakteristische Schwingungsfrequenz ist. (Das Umschalten von einer Kennung zur anderen geht natürlich schneller.) Diese „ereignisorientierten Steuerungen“ dürfen beim Umschalten durch den Fahrer oder über die Fahrgeschwindigkeit nur in dem senkrecht schraffierten Feld in Abb. 13.44, also nur in dem Bereich für konventionelle Systeme arbeiten, um immer die Fahrsicherheit zu gewährleisten. Wird hingegen – wie oben erläutert – das Umschalten durch die Größe der Radlastschwankung, also durch eine von Unebenheitszustand *und* Fahrgeschwindigkeit abhängige Größe, bestimmt, dann kann auch im schräg schraffierten Feld gearbeitet werden.

2. Schnelle Niveauregelung zur Kompensation von Nick- und Wankbewegung¹³

Die oben zum Anfang von Abschn. 13.13 und in Abschn. 13.11 erwähnte Niveauregelung, die den Fahrzeugaufbau trotz Zu- oder Entladung im Niveau hält, ist bewusst eine langsame Regeleinrichtung. Sie soll, um Energie zu sparen, z. B. beim Omnibus nur auf das Ein- oder Aussteigen von Fahrgästen reagieren, jedoch nicht auf die dynamischen Federwege. Die damit erreichbare niedrige Aufbaueigenfrequenz hat bei Geraudeausfahrt mit konstanter Fahrgeschwindigkeit zwar den Vorteil guten Komforts (nied-

¹³ Hydractive, Direction de l'information et de relation, publique Citroën.

riger Bewerteter Schwingstärke), aber außer der erwähnten höheren Radlastschwankung noch die Nachteile großer Nickbewegung beim Beschleunigen und Bremsen sowie großer Wankbewegung beim Kurvenfahren. Anfahr- und Bremsnicken kann man zwar durch geschickte Wahl der Geometrien an Vorder- und Hinterradaufhängungen vermindern oder gar kompensieren (s. Abschn. 14.9), ebenso die Kurvenneigung durch die Lage von sog. Momentanzentren bzw. Einbau von Stabilisatoren (s. Abschn. 32.4 und 32.10 in Teil IV), man kann aber auch durch eine schnelle Niveauregelung die Nick- und Wankbewegung zu Null machen. „Schnell“ bedeutet hier, wenn auch die Einschwingvorgänge zu den stationären Nick- und Wankbewegungen des Aufbaus kompensiert werden sollen, etwa die Hälfte der Schwingungsdauer von deren Eigenfrequenzen. Solche Funktionalität wird z. B. vom Active Body Control (ABC) der Daimler AG geleistet [STRE08].

3. Schnelle Verstellung von Federung und Dämpfung [KLIN89]

Im o. g. Fall 1 ist die Schaltfrequenz kleiner als die charakteristische Schwingungsfrequenz, bei der schnellen Verstellung von Federung und Dämpfung ist sie größer. Nimmt man als die größte, besonders für die Radlastschwankung maßgebende Eigenfrequenz die des Rades mit z. B. $v_1/2\pi = 15 \text{ Hz}$ an, dann muss die Schaltfrequenz größer als etwa $2 \cdot 15 = 30 \text{ Hz}$ sein.

Zusatzinformation

Anschaulicher kann diese Anforderung in der Umschaltzeit erklärt werden. Innerhalb von 30 ms muss die neue Kennlinie wirken. Diese Zeiten lassen sich realisieren. Bei zu schnellen Umschaltungen, z. B. 7 ms, ist mit Schaltgeräuschen aus der Hydraulik zu rechnen.

Diese Art der Fahrwerksregelung nennt man „semiaktiv“, bei Schalten zwischen diskreten Kennlinien „semiaktiv diskret“, bei Schalten zwischen kontinuierlich veränderlichen Kennlinien „semiaktiv kontinuierlich“.

4. Aktive Fahrwerksregelung

Bei der fälschlicherweise auch *Aktivfederung* genannten aktiven Fahrwerksregelung, bei der auch Dämpfungseigenschaften geregelt werden – wird die Kraft zwischen Aufbau und Rad nicht mehr über die passiven Feder- und Dämpferelemente, sondern z. B. über einen Hydraulikzylinder, s. Abb. 13.43c, erzeugt. Diese Kraft ist nicht mehr, wie beim passiven System nur von Relativweg ($z_2 - z_1$) und Relativgeschwindigkeit ($\dot{z}_2 - \dot{z}_1$) abhängig, sondern auch von allen anderen Systemgrößen wie z_2, z_1 , deren Ableitungen, deren Verknüpfungen, Frequenzfunktionen usw. Dem Vorteil der größeren Auslegungsfreiheit von Komfort und Sicherheit steht der Nachteil höheren Aufwandes von Hydraulik, Sensorik und Rechner sowie ein nachteiliger höherer Energieverbrauch gegenüber. Gegenüber diesem „volltragenden“ System wird beim „teiltragenden“ nach Abb. 13.43d die statische Last durch eine Feder aufgenommen. Weiterhin ist noch zu unterscheiden zwischen Aktivsystemen, die im gesamten für die Unebenheitsanregung maßgebenden Frequenzbereich von 0 bis 25 Hz arbeiten (vollaktiv) [TILL89], Abb. 13.43c, und denen, die das Gebiet der Radeigenfrequenzen nicht abdecken und nur zwischen Null bis etwa 5 Hz arbeiten [AOYA92], Abb. 13.43e. Beide Systeme

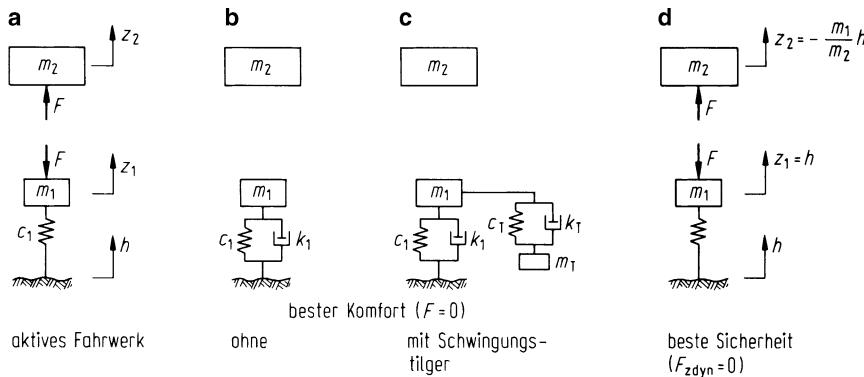


Abb. 13.45 a Aktives Fahrwerk, entspricht Abb. 13.43c; b bis d Spezialfälle (Extremfälle) von aktiven Fahrwerken

kompensieren die oben unter 2. genannten Nick- und Wankbewegungen. Eine ausführliche Beschreibung zur „Aktiven Federung“ liefert die Lotus-Patentanmeldung von 1986 [WILL86].

13.13.1 Anforderungen an ideal geregelte Fahrwerke bei Unebenheitsanregung

Im Folgenden wird darauf anhand einiger linearer Gleichungen eingegangen und das Problem im Frequenzbereich behandelt [HELM74]. Abbildung 13.45a zeigt das bekannte Zweimassensystem (ohne das System Sitz-Mensch) mit der noch unbekannten Kraft F . Die Bewegungsgleichungen lauten

$$m_2 \ddot{z}_2 = F, \quad (13.57)$$

$$m_2 \ddot{z}_1 = F_{\text{zdyn}} - F \quad (13.58)$$

mit

$$F_{\text{zdyn}} = c_1(h - z_1). \quad (13.59)$$

Mit den bekannten komplexen Ansätzen

$$h = \hat{h} e^{j\omega t}, z_1 = \hat{z}_1 e^{j\omega t}, F = \hat{F} e^{j\omega t}, F_{\text{zdyn}} = \hat{F}_z e^{j\omega t}$$

sowie den Abkürzungen

$$\eta_1 = \omega/v_1, \quad (13.60)$$

$$v_1 = \sqrt{c_1/m_1} \quad (13.61)$$

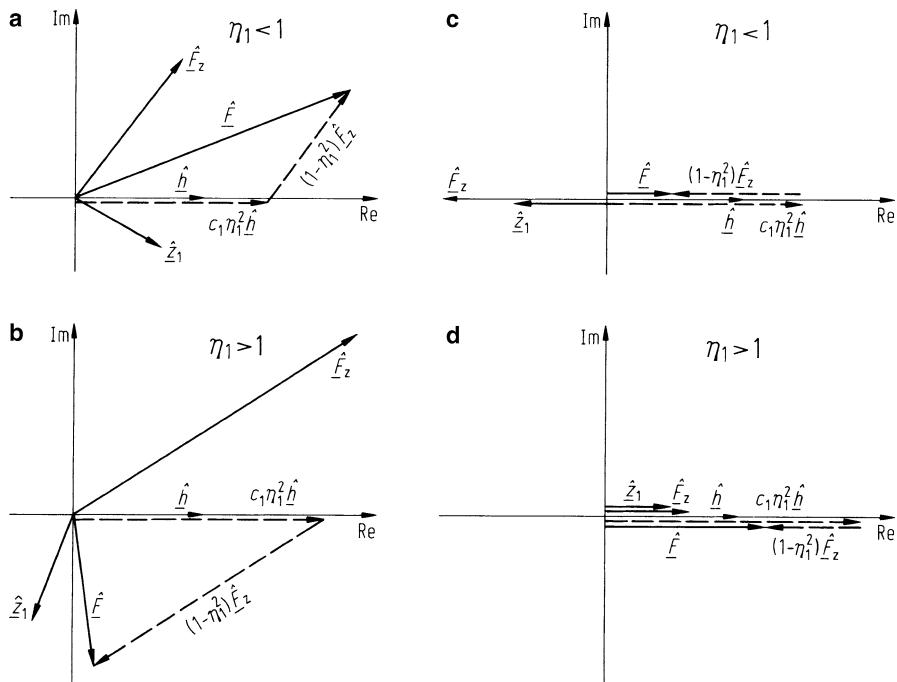


Abb. 13.46 Zeigerdiagramm für geregelte Fahrwerke, **a** und **b** allgemein, **c** und **d** für hohe Fahrsicherheit (\hat{F}_z) und gleichzeitig für guten Komfort (\hat{F})

wird aus (13.58)

$$\hat{F} = \hat{F}_z - m_1 \hat{z}_1 \quad (13.62)$$

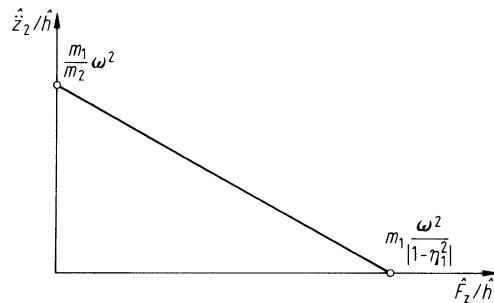
oder über (13.59)

$$\hat{F} = c_1 \eta_1^2 \hat{h} + (1 - \eta_1^2) \hat{F}_z. \quad (13.63)$$

Die Gl. (13.63) enthält die Unebenheitsanregung \hat{h} , die Radlastschwankung \hat{F}_z und die unbekannte Kraft \hat{F} zwischen Aufbau- und Radmasse. \hat{F}_z ist das Maß für die Fahrsicherheit, \hat{F} – nach (13.57) proportional der komplexen Amplitude der Aufbaubeschleunigung \hat{z}_2 – ein Maß für den hier – der Einfachheit halber – unbewerteten Komfort. Das Zusammenspiel dieser drei Größen verdeutlicht man sich am besten an Zeigerdiagrammen. Nach Abb. 13.46a liege \hat{h} in der reellen Achse, \hat{z}_1 dürfte nach Abb. 11.7 für $\eta_1 < 1$ größer als \hat{h} sein, der Phasenwinkel kleiner als 90° . Aus deren Differenz ergibt sich \hat{F}_z , wodurch sich nach (13.63), dargestellt durch das Dreieck, die komplexe Amplitude der Kraft \hat{F} ergibt. Für $\eta_1 > 1$, besonders für $\eta_1 > \sqrt{2}$ dürfte nach Abb. 11.7 \hat{z}_1 kleiner \hat{h} und der Phasenwinkel größer als 90° sein. Das Weitere ist aus Abb. 13.46b zu entnehmen.

Daraus kann man leicht die Anforderungen nach kleiner Radlastschwankung \hat{F}_z (hohe Fahrsicherheit) und gleichzeitig kleinem \hat{F} , kleiner Aufbaubeschleunigung \hat{z}_2 (guter Komfort) nach Abb. 13.46c und d ableiten. Beide werden klein,

Abb. 13.47 Abhängigkeit der reellen Vergrößerungsfaktoren Aufbaubeschleunigung \hat{z}_2/\hat{h} (Komfort) und Radlastschwankung \hat{F}_z/\hat{h} (Sicherheit)



- wenn \hat{F}_z und \hat{z}_2 in der reellen Achse liegen (die Spitzen der Dreiecke in a und b müssen auf der reellen Achse liegen),
- wenn \hat{F}_z in Gegenphase mit \hat{z}_2 schwingt für $\eta_1 < 1$, s. Abb. 13.46c, und in Phase für $\eta_1 > 1$, s. Abb. 13.46d und
- wenn $|(1 - \eta_1^2)\hat{F}_z| < |c_1\eta_1^2\hat{h}|$ und $|\hat{F}_z| < |c_1\eta_1^2\hat{h}|$ ist.

Damit ist die Kraft F bekannt.

$$\hat{F} = c_1\eta_1^2\hat{h} - |1 - \eta_1^2|\hat{F}_z. \quad (13.64)$$

Man muss demnach die Unebenheit h und die Radlastschwankung F_{dyn} (oder nach (13.62) die Radbeschleunigung \hat{z}_1 und F_{dyn}) messen und die in den obigen drei Spiegelstrichen aufgestellten Forderungen erfüllen.

13.13.2 Konflikt Fahrsicherheit – Fahrkomfort, Gewinn mit aktiven Fahrwerken

Aus den Zeigerdiagrammen in Abb. 13.46c und d erkennt man ebenso leicht, dass mit größerem \hat{F}_z die Kraft \hat{F} , also \hat{z}_2 , kleiner wird und umgekehrt. Also auch bei geregelten Fahrwerken besteht der Konflikt zwischen Sicherheit und Komfort.

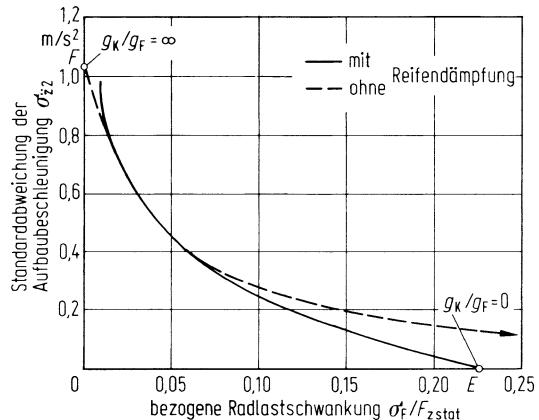
Mathematisch lässt sich das mit (13.64) und (13.57) formulieren:

$$\frac{\hat{z}_2}{\hat{h}} = \frac{1}{m_2} \left[c_1\eta_1^2 - |1 - \eta_1^2| \frac{\hat{F}_z}{\hat{h}} \right] \quad (13.65)$$

Das Ergebnis, also den Konflikt zwischen Komfort und Fahrsicherheit, veranschaulicht Abb. 13.47.

Entsprechend (13.65) sind auch bei stochastischer Unebenheitsanregung die Standardabweichungen von Aufbaubeschleunigung $\sigma_{\hat{z}_2}$ und von Radlastschwankung σ_F voneinander abhängig, s. Abb. 13.48. Deren Abhängigkeit untereinander kann durch ein Gütekriterium Q charakterisiert werden, bei dem die beiden Beurteilungsmaßstäbe $\sigma_{\hat{z}_2}$ und

Abb. 13.48 Optimale Abhängigkeit zwischen Fahrsicherheit und Komfort für ein aktives System ($m_2 = 219 \text{ kg}$, $m_1 = 31 \text{ kg}$, $c_1 = 127,98 \text{ kN/m}$, $\Phi_h(\Omega_0) = 4 \text{ cm}^3$, $w = 2$, $v = 20 \text{ m/s}$)



$\sigma_F/F_{z\text{stat}}$ durch Faktoren für den Komfort g_K und für die Fahrsicherheit g_F gewichtet werden:

$$\begin{aligned} Q &= g_K \sigma_{zz}^2 + g_F (\sigma_F/F_{z\text{stat}})^2 \\ &= g_F \left[\frac{g_K}{g_F} \sigma_{zz}^2 + (\sigma_F/F_{z\text{stat}})^2 \right]. \end{aligned} \quad (13.66)$$

Aus (11.87) bzw. (13.12) ergeben sich die Standardabweichungen mit der Spektralen Dichte $\Phi_h(\omega)$ für Unebenheit und Fahrgeschwindigkeit zu

$$\sigma_{zz}^2 = \int_0^\infty \left(\frac{\hat{z}_2}{\hat{h}} \right)^2 \Phi_h(\omega) d\omega \quad (13.67)$$

und

$$\sigma_F^2 = \int_0^\infty \left(\frac{\hat{F}_z}{\hat{h}} \right)^2 \Phi_h(\omega) d\omega. \quad (13.68)$$

Beide Gleichungen in (13.66) eingesetzt ergeben

$$Q = g_F \int_0^\infty \left[\frac{g_K}{g_F} \left(\frac{\hat{z}_2}{\hat{h}} \right)^2 + \frac{1}{F_{z\text{stat}}^2} \left(\frac{\hat{F}_z}{\hat{h}} \right)^2 \right] \Phi_h(\omega) d\omega. \quad (13.69)$$

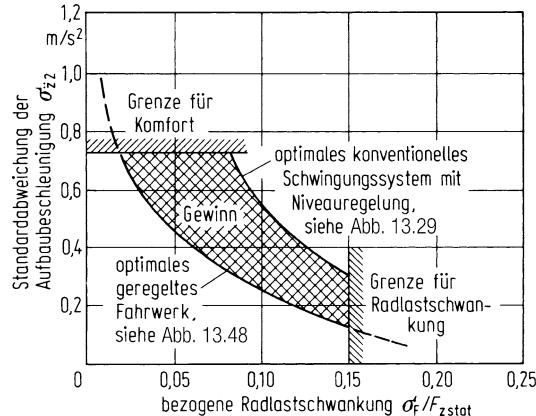
Wird in die eckige Klammer die Gl. (13.65) eingesetzt, so ist sie nur noch eine Funktion von \hat{z}_2/\hat{h}

$$[\dots] = f \left(\frac{\hat{z}_2}{\hat{h}} \right).$$

Wird dafür ein Minimum gesucht,

$$\frac{d[\dots]}{d(\hat{z}_2/\hat{h})} = f(g_K/g_F) = 0,$$

Abb. 13.49 Vergleich zwischen optimalen aktiven und konventionellen Systemen



so ist $\sigma_{\ddot{z}_2}$ und $\sigma_z/F_{z\text{stat}}$ nur abhängig von dem Verhältnis der Gewichtsfaktoren für Komfort g_K und Fahrsicherheit g_F .

Damit ist, s. Abb. 13.48, die optimale Abhängigkeit zwischen Komfort und Fahrsicherheit für ein aktives System gefunden. (Bei der Ableitung wurde der Einfachheit halber zunächst die Reifendämpfung nicht berücksichtigt. Bei größeren Radlastschwankungen (und damit kleineren Aufbaubeschleunigungen) führt dies zu Fehlern. Deren Größe ist aus Abb. 13.48 ebenfalls zu entnehmen.)

In Abb. 13.49 sind die jeweils optimalen Systeme für das konventionelle Schwingungssystem (entsprechend Abb. 13.29) und für das geregelte Fahrwerk (aus Abb. 13.48) gegenübergestellt. Dabei wurden Grenzen für die Radlastschwankung und für den Komfort angenommen. Das Feld zeigt den technischen „Gewinn“, der mit dem konstruktiv aufwendigeren aktiven System gegenüber dem konventionellen System mit „langsamer“ Niveauregelung zu erreichen ist.

13.13.3 Extremwerte, bester Komfort, keine Radlastschwankung

Zusatzinformation

Die Abschnittswerte an Ordinate und Abszisse in Abb. 13.48 lassen sich leicht veranschaulichen.

- a) Der beste Komfort ist vorhanden, wenn die Aufbaubeschleunigung $\ddot{z}_2 = 0$ ist. Nach (13.57) ist dann auch $F = 0$.

Die Radlastschwankung ermittelt sich nach Abb. 13.45b leicht aus dem unteren Einmassensystem mit der Radmasse m_1 , allerdings muss, damit überhaupt eine Dämpfung vorhanden ist, die Reifendämpfung eingeführt werden.

Die Vergrößerungsfunktion lautet, vgl. Tab. 11.2, 1. Zeile, 4. Spalte,

$$\frac{\hat{F}_z}{\hat{h}} = c_1 \frac{\omega^2/v_1^2}{\sqrt{[1 - (\omega^2/v_1^2)]^2 + d^2}} \quad (13.70)$$

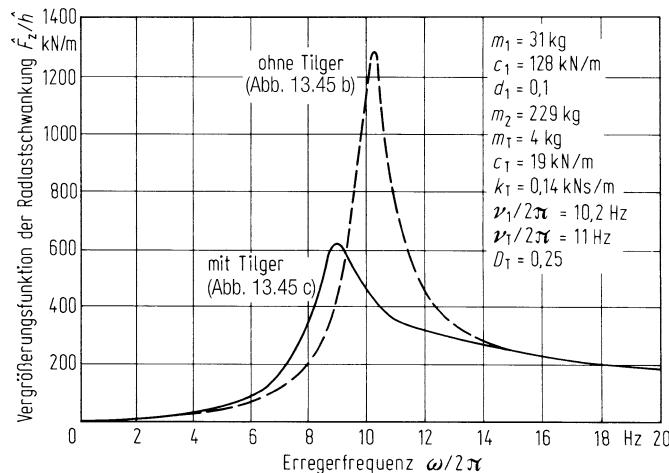


Abb. 13.50 Radlastschwankungen bei einem geregelten Fahrwerk mit bestem Komfort, d. h. bei Aufbaubeschleunigung gleich Null

Wegen der geringen Reifendämpfung bzw. des niedrigen Reifenverlustfaktors d treten nach Abb. 13.50 eine hohe Resonanzspitze bei der Radeigenkreisfrequenz und damit große Radlastschwankungen auf. $\ddot{z}_2 = 0$ (und damit auch $K_{\text{ges}} = 0$) und die große bezogene effektive Radlastschwankung $\sigma_F/F_{z\text{stat}} = 0,22$ (mit $F_{z\text{stat}} = (m_1 + m_2)g$) ist als Punkt E in das Konfliktschaubild 13.48 eingetragen.

Die Radlastschwankungen lassen sich – unter der weiterbestehenden Forderung, die Kraft F sei zwischen Aufbau und Rad Null – dadurch vermindern, dass z. B. ein Schwingungstilger nach Abb. 13.45c an der Radmasse m_1 angebracht wird. Den Erfolg erkennt man aus Abb. 13.50, die Vergrößerungsfunktion ist breiter, aber insgesamt kleiner, die bezogene Radlastschwankung $\sigma_F/F_{z\text{stat}}$ sinkt zwar von 0,22 (ohne Tilger) auf 0,14 (mit Tilger), ist aber absolut gesehen immer noch sehr groß.

- b) Der andere Extremwert ergibt sich aus der Forderung Radlastschwankung $F_{z\text{dyn}} = 0$. Aus (13.59) folgt $z_1 = h$ und aus (13.58) für die Kraft F zwischen Aufbau und Rad

$$m_1 \ddot{z}_1 = -F.$$

Mit (13.57) errechnet sich die Aufbaubeschleunigung zu

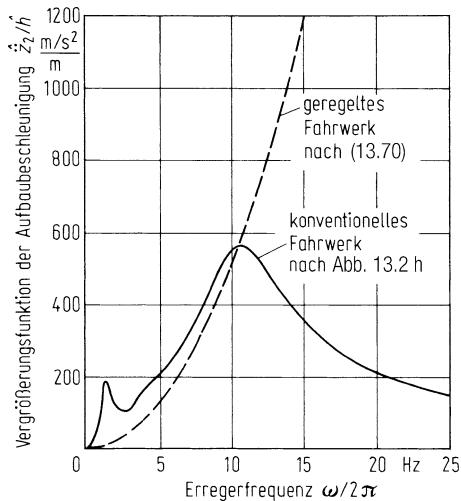
$$\ddot{z}_2 = -\frac{m_1}{m_2} \ddot{h}$$

bzw. die Vergrößerungsfunktion

$$\frac{\hat{z}_2}{\hat{h}} = \frac{m_1}{m_2} \omega^2. \quad (13.71)$$

Abbildung 13.51 zeigt sie im Vergleich zum Zweimassensystem mit passiver Federung und Dämpfung. Danach ist das geregelte Fahrwerk mit der oben genannten Forderung, die Radlastschwankung sei Null, bezüglich des Komforts bei niedrigen Frequenzen gut, bei hohen hingegen sehr schlecht, die kurzen Unebenheiten kommen zu den Füßen „durch“.

Abb. 13.51 Vergleich von konventionellem Fahrwerk mit Aufbaufeder und Aufbau-dämpfer zu einem geregelten Fahrwerk, bei dem keine Radlastschwankungen auftreten

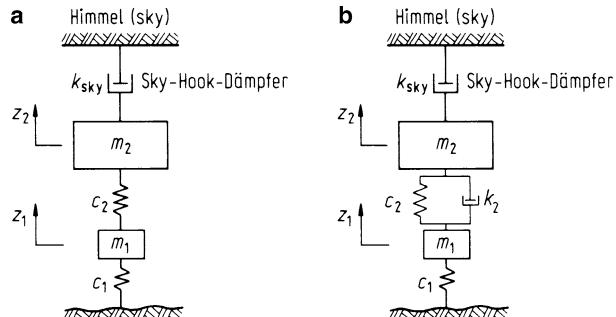


Auch dieser Extremwert $F_{z\text{dyn}} = 0$, $\sigma_F/F_{z\text{stat}} = 0$ mit hoher Aufbaubeschleunigung $\sigma_{\ddot{z}2} = 1 \text{ m/s}^2$ wurde in das Konfliktschaubild 13.48 als Punkt F eingetragen.

13.13.4 Sky-Hook-Dämpfer

Im Zusammenhang mit schneller Dämpferverstellung („semiaktiv“, s. Fall 3 zu Beginn des Abschn. 13.13) wird der – heute schon angewendete – sog. Sky-Hook-Dämpfer diskutiert [KATS92]. Ihm liegt folgender Gedanke zugrunde: Bei einem passiven Dämpfer muss nach Abschn. 13.6 ein Kompromiss zwischen Komfort und Sicherheit geschlossen werden, genauer gesagt ein Kompromiss im Bereich der Radeigenfrequenz. Mit stärkerer Dämpfung wird die Radlastschwankung kleiner, die Aufbaubeschleunigung größer. Das liegt daran, dass die Dämpferkraft sowohl auf die Aufbaumasse als auch als Reaktion auf die Radmasse wirkt. Befestigt man den Dämpfer nun nicht zwischen den beiden Massen, sondern zwischen einer Masse und dem „Himmel“ (engl. sky), dann entfällt die direkte, gegenseitige Beeinflussung, s. Abb. 13.52.

Abb. 13.52 a Zweimassensystem mit an der Aufbaumasse m_2 angreifendem Sky-Hook-Dämpfer;
b wie a, nur zwischen den Massen zusätzlich ein
üblicher Dämpfer



Beim Sky-Hook-Dämpfer ist die Dämpferkraft proportional der Aufbaugeschwindigkeit

$$F_{\text{Dsky}} = k_{\text{sky}} \dot{z}_2 \quad (13.72)$$

während sie sich beim passiven System zu

$$F_D = k_2 (\dot{z}_2 - \dot{z}_1) \quad (13.73)$$

ergibt. Da man aber am „Himmel“ nicht abstützen kann, sondern nur zwischen den beiden Massen, führt das Gleichsetzen von (13.72) und (13.73) zu einer veränderlichen Dämpfer-Konstanten“

$$k_2 = k_{\text{sky}} \frac{\dot{z}_2}{\dot{z}_2 - \dot{z}_1} \quad (13.74)$$

Dabei ist zu beachten, dass wenn über den Sky-Hook-Dämpfer keine Energie zugeführt, sondern nur mechanische Energie in Wärme umgewandelt werden soll, dessen Dämpferleistung P_{Dsky} immer positiv sein muss. Das heißt:

$$P_{\text{Dsky}} = F_{\text{Dsky}} (\dot{z}_2 - \dot{z}_1) = k_{\text{sky}} \dot{z}_2 (\dot{z}_2 - \dot{z}_1) \geq 0 \quad \text{für } \dot{z}_2 (\dot{z}_2 - \dot{z}_1) \geq 0 \quad (13.75a)$$

$$P_{\text{Dsky}} = 0 \quad \text{für } \dot{z}_2 (\dot{z}_2 - \dot{z}_1) \leq 0 \quad (13.75b)$$

Nach Abb. 13.40a ist die Radmasse direkt nicht gedämpft, und damit wären hohe Radlastschwankungen zu erwarten. Deshalb ist in Abb. 13.40b ein üblicher Dämpfer mit dem Gesetz $k_2(\dot{z}_2 - \dot{z}_1)$ hinzugefügt [KOCH92, RICH90]. Die gesamte Dämpferkraft beträgt dann mit den Bedingungen nach (13.75)

$$F_{\text{Dges}} = k_{\text{sky}} \dot{z}_2 + k_2 (\dot{z}_2 - \dot{z}_1) = \left(k_{\text{sky}} \frac{\dot{z}_2}{\dot{z}_2 - \dot{z}_1} + k_2 \right) (\dot{z}_2 - \dot{z}_1) \quad \text{für } \dot{z}_2 (\dot{z}_2 - \dot{z}_1) \geq 0 \quad (13.76a)$$

$$F_{\text{Dges}} = k_2 (\dot{z}_2 - \dot{z}_1) \quad \text{für } \dot{z}_2 (\dot{z}_2 - \dot{z}_1) \leq 0. \quad (13.76b)$$

Die Differenzialgleichungen nach Abb. 13.52b (ohne das System Sitz-Mensch) lauten:

$$m_2 \ddot{z}_2 + c_2 (z_2 - z_1) + F_{\text{Dges}} = 0 \quad (13.77)$$

$$m_1 \ddot{z}_1 - c_2 (z_2 - z_1) - F_{\text{Dges}} + c_1 z_1 = c_1 h. \quad (13.78)$$

Zur Verwirklichung eines Sky-Hook-Dämpfers braucht man also die Größen \dot{z}_2 und $(\dot{z}_2 - \dot{z}_1)$.

Möglich ist natürlich auch, den Sky-Hook-Dämpfer zwischen Himmel und Radmasse zu „hängen“, dann lautet (13.76)

$$F_{\text{Dges}} = k_{\text{sky}} \dot{z}_1 + k_2 (\dot{z}_2 - \dot{z}_1) = \left(k_{\text{sky}} \frac{\dot{z}_1}{\dot{z}_2 - \dot{z}_1} + k_2 \right) (\dot{z}_2 - \dot{z}_1) \\ \text{für } \dot{z}_1(\dot{z}_2 - \dot{z}_1) \geq 0 \quad (13.79\text{a})$$

$$F_{\text{Dges}} = k_2 (\dot{z}_2 - \dot{z}_1) \\ \text{für } \dot{z}_1(\dot{z}_2 - \dot{z}_1) \leq 0. \quad (13.79\text{b})$$

Literatur

- [AOYA92] Aoyana, Y.; Kawabatu, K.; Hasegawa, S.; Kobai, Y.; Sato, M.; Tsuruta, F.: Development of the Fullactive Suspension by Nissan. XXIV FISITA-Congress London 1992, Total Vehicle Dynamics, S. 1537
- [BOSC03] Bosch, Kraftfahrtechnisches Taschenbuch, 25. Auflage, 2003, S. 757
- [BREU97] Breuer, N.; Kock, J.: Die pneumatische Niveauregelanlage des Audi A6, ATZ 99 (1997), Sonderheft Audi A6, S. 38–43
- [BREU13] Breuer, B; Bill, K.H. (Hrsg.): Bremsenhandbuch, 4. Aufl., Springer-Vieweg, Wiesbaden, 2013
- [BROO02] Brook von, U.: Fahrwerkslager in Schwingungstechnik für Automobile, Vibracoustic GmbH & Co. KG, Weinheim 2002
- [CRAM46] Cramer, H.: Mathematical Methods of Statistics. Princeton, N.J. 1946
- [CRAN63] Crandall, St. H.: Random Vibration, Vol. 2. Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, Mass. 1963
- [GOES63] Goes, F.: Theoretische und experimentelle Untersuchungen zur Beurteilung der Wirkung von Schwingungsdämpfern im Fahrzeug. Diss. TH Braunschweig 1963
- [GÜNN13] Günnel, T.: Luftfedersystem für Elektrofahrzeuge; 4.9.2013, www.automobil-industrie-vogel.de/elektromobilitaet/articles/416785/, Aufruf: 18. Dez. 2013
- [HEIS13] Heißing, B.; Ersoy, M.; Gies, S. (Hrsg.): Fahrwerkhandbuch, 4. Aufl., Springer-Vieweg, Wiesbaden, 2013
- [HELM74] Helms, H.: Grenzen der Verbesserungsfähigkeit von Schwingungskomfort und Fahrsicherheit an Kraftfahrzeugen. Diss. TU Braunschweig 1974
- [HENN90] Henning, H.: Citroën XM V6, ATZ 92 (1990) Heft 1, S. 22–27
- [HOEP13] Hoepke, E.; Breuer, S. (Hrsg.): Nutzfahrzeugtechnik, 7. Aufl., Springer-Vieweg, Wiesbaden, 2013
- [HOFF57] Hoffmann, H.J.: Theoretische und praktische Untersuchung über die Wirksamkeit von Stoßdämpfern am Fahrzeug. Diss. TH Braunschweig 1957

- [KATS92] Katsuda, T.; Hirawa, N.; Boi, S.; Yasuda, E.: Improvement of Ride Comfort by Continuously Controlled Damper, SAE-Paper 920276
- [KLANN67] Klanner, R.: Kraftfahrzeuge mit belastungsunabhängigem Fahrverhalten, ATZ 69 (1967), Heft 3, S. 67–73
- [KLIN89] Klinkner, W.: Adaptives Dämpfungssystem ADS zur fahrbahn- und fahrzustandsabhängigen Steuerung von Dämpfer und Fahrzeugfeder. VDI-Berichte 778 (1989) 23. Düsseldorf: VDI-Verlag
- [KLOTT80] Klotter, K.: Technische Schwingungslehre, 1. Band, 3. Aufl., Teil B. Berlin, Heidelberg, New York: Springer Verlag 1980
- [KOCH92] Koch, C. de: Development of a New Continuously Variable Damper for Semi-active Suspensions. XXIV FISITA-Congress London 1992, S 141–151
- [KOES59] Koeßler, P.; Mischke, M.; Beermann, H.J.; v. Bruchhausen, H.: Messungen der dynamischen Radlasten und Entwicklung eines Prüfstandes zur Feststellung straßenschneller Fahrzeugbauweise. Deutsche Kraftfahrtforschung und Straßenverkehrstechnik Heft 127 (1959), Düsseldorf: VDI-Verlag
- [KUTS98] Kutsche, T.; Rauf, M.: Optimierte Fahrwerksdämpfung für Pkw und Nkw, 7. Aachener Kolloquium Fahrzeug- und Motorenmechanik 1998, S. 433–442
- [LUEG67] Lueger: Lexikon der Technik. Bd. 12, Stuttgart: Deutsche Verlags-Anstalt 1967, S. 439
- [MANG95] Manger, S.: Das Schwingungsverhalten von Kraftfahrzeugen bei kleinen Erregeramplituden unter besonderer Berücksichtigung der Coulombschen Reibung, ATZ 97 (1995) Heft 12, S. 864–872
- [MITS69] Mischke, M.: Nichtlineare Feder- und Dämpferkennungen im Kraftfahrzeug, ATZ 71 (1969) Heft 1, S. 14–21
- [MUEH68] Mühe, P.: Der Einfluss von Nichtlinearitäten in Feder- und Dämpferkennlinie auf die Schwingungseigenschaften von Kraftfahrzeugen. Diss. TH Braunschweig 1968
- [NIEH77] Niehues, H.: Schwingungsverhalten von Kraftfahrzeugen unter Berücksichtigung von Zusatzmassen, Reibung und Aufbauelastizität. Diss. TU Braunschweig 1977
- [PFEF13] Pfeffer, P.; Harrer, M. (Hrsg.): Lenkungshandbuch, 2. Aufl., Springer-Vieweg, Wiesbaden, 2013
- [RICH90] Richter, B.: Entwicklungstrend bei aktiven Fahrwerkssystemen. VDI-Bericht 816, Düsseldorf 1990
- [ROEM98] Römer, M.; Scheerer, H.: Von Luft getragen. Das Federungs- und Dämpfungssystem, ATZ 100 (1998), Sonderheft Mercedes-Benz S-Klasse, S. 154–159
- [STRE08] Streiter, R.: ABC PRE-SCAN: Das aktive Fahrwerk mit Vorausschau, 17. Aachener Kolloquium Fahrzeug- und Motorenmechanik, 2008
- [SVEN59] Svenson, O.: Untersuchung über die dynamischen Kräfte zwischen Rad und Fahrbahn und ihre Auswirkung auf die Beanspruchung der Straße. Deutsche Kraftfahrtforschung und Straßenverkehrstechnik Heft 130, Düsseldorf 1959
- [TILL89] Tillback, L.R.; Brodel, S.: Active Suspension, the Volvo Experience, SAE-Paper 890083
- [WILL86] Williams, D.A.; Wright, P.G.: Vehicle suspension arrangements, Europäische Patentanmeldung, EP 0190944 A2, 2. Febr. 1986
- [WOTH13] WO2013/083500A1, Patentanmeldung Thyssen Krupp Carbon Components GmbH, Rad mit Radstern und das geeignete Herstellungsverfahren, veröffentlicht 13.6.2013

Weiterführende Literatur

- [MITS76] Mitschke, M.; Helms, H.: Ergebnisse einer Umfrage zu Daten von Personenwagen-Schwingungssystemen, ATZ 78 (1976) Heft 5, S. 227–228
- [HEIS13] Heißing, B.; Ersoy, M.; Gies, S. (Hrsg.): Fahrwerkhandbuch, 4. Auflage, Springer-Vieweg, Wiesbaden 2013

Zum Anfang des Kap. 13 wurden vier Vereinfachungen eingeführt, um das Kraftfahrzeug einschließlich eines Insassen durch ein Dreimassensystem anzunähern. Es wurde nur über einen Punkt zu Hubschwingungen angeregt, der Radstand war unendlich groß, die Koppelmasse war Null, und der Mensch saß über einer Achse. Nun wird ein Zweiachsfahrzeug nach Abb. 10.4b betrachtet, das an Vorder- und Hinterachse gleichzeitig erregt wird und bei dem der Aufbau nicht nur Hub-, sondern auch Nickschwingungen ausführen kann. Der Radstand ist endlich, die Koppelmasse im Allgemeinen ungleich Null, und der Mensch muss nicht mehr über einer Achse sitzen.

Nach wie vor soll die erste Annahme zu Beginn von Kap. 13 gelten:

1. Die Unebenheiten sind in der linken und rechten Fahrspur gleich (sog. Hubanregung), und das Kraftfahrzeug sei um die Längsachse symmetrisch aufgebaut, sodass der Fahrzeugaufbau keine Wankschwingungen κ_2 (Winkelbewegungen um die Längsachse), keine Schiebebewegungen y_2 (Bewegungen in Querrichtung) und keine Gierschwingungen ψ_2 (Winkelbewegungen um die Hochachse) ausführt (s. Abb. 10.1).

Diese Annahme bedeutet keine Einschränkung für die Allgemeingültigkeit der Rechnung, denn, wie noch in Kap. 15 gezeigt wird, sind bei einem symmetrischen Fahrzeug die Bewegungen durch Hub- und Wankanregung nicht gekoppelt, d. h. Hub- und Wankanregung können getrennt berechnet werden. In diesem Kapitel wird nur die Wirkung bei Hubanregung diskutiert, in Kap. 15 hauptsächlich die bei Wankanregung.

2. Der Einfluss von Radaufhängungen wird noch nicht berücksichtigt. Dies folgt in Kap. 16.

Weiter wird angenommen:

3. Die Hinterräder fahren in der Spur der Vorderräder, sog. Einspuranregung (Fahrzeug fährt geradeaus, Spurweiten vorn und hinten sind gleich). Damit sind die Unebenheitsanregungen vorn und hinten gleich bis auf eine Phasenverschiebung, die sich aus dem Radstand ergibt.

4. Der Insasse macht die Nickschwingungen des Aufbaues vollständig mit. Der Sitz wird senkrecht zum Aufbau geführt, s. Abb. 14.6, und der Insasse ist so angeschnallt, dass er sich nicht senkrecht zur Rückenlehne bewegen kann. Der Insasse sitzt zwar nicht mehr wie in Kap. 13 über einer Achse, sondern in Längsrichtung an beliebiger Stelle, aber quer dazu immer noch mittig (s. 1. Annahme).

In diesem Kapitel werden hauptsächlich die Einflüsse der gegenüber Kap. 13 neu hinzugekommenen Größen wie Nickschwingung, Radstand, Lage der Sitze und Koppelmasse diskutiert.

14.1 Bewegungsgleichungen, komplexe Größen

Mit den vier genannten Annahmen ergibt sich das Schwingungssatzschema nach Abb. 14.1. Zwei Zweimassensysteme sind im Abstand des Radstandes l durch eine masselose Stange aneinandergefügten und über die Koppelmasse m_K (im Aufbauschwerpunkt SP₂ sitzend) gekoppelt. Zur Unterscheidung haben die Daten des vorderen Systems den Index V , die des hinteren den Index H . Das System Sitz-Mensch mit dem Index 3 ist um l_S vor Radstandmitte angeordnet.¹ Da das Fahrzeug symmetrisch ist, sind die angegebenen Größen immer die auf eine Fahrzeugseite entfallenden Werte, sog. „Halbes Fahrzeug“. (In Kap. 13 wurde das „Viertelfahrzeug“ behandelt.) So ist m_{2V} die auf ein Vorderrad entfallende Aufbaumasse, c_{2V} die Aufbaufederkonstante vorn, k_{2V} die Aufbaudämpfungskonstante vorn, m_{1V} die Radmasse vorn und c_{1V} die Federkonstante eines vorderen Reifens. Das Entsprechende gilt für hinten.² m_3 , k_3 , c_3 sind die auf eine Fahrzeugseite entfallenden Werte für einen oder mehrere Insassen mit Sitz(en).

Die Bewegungsgleichungen lauten bei Berücksichtigung von (10.4) für den Aufbau

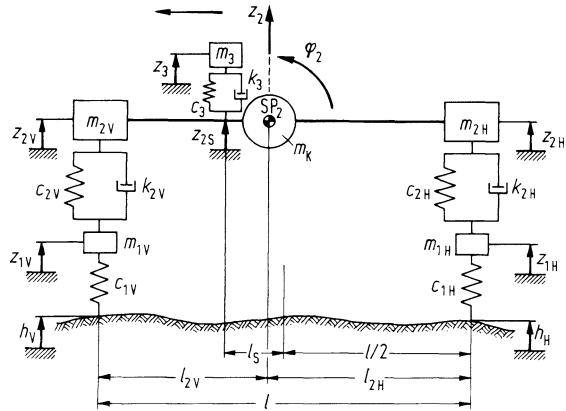
$$\left[m_{2V} + m_K \left(\frac{l_{2H}}{l} \right)^2 \right] \ddot{z}_{2V} + k_{2V} (\dot{z}_{2V} - \dot{z}_{1V}) + c_{2V} (z_{2V} - z_{1V}) \\ + m_K \left(\frac{l_{2V} l_{2H}}{l^2} \right) \ddot{z}_{2H} + m_3 \ddot{z}_3 \left(\frac{1}{2} + \frac{l_S}{l} \right) = 0, \quad (14.1)$$

$$\left[m_{2H} + m_K \left(\frac{l_{2V}}{l} \right)^2 \right] \ddot{z}_{2H} + k_{2H} (\dot{z}_{2H} - \dot{z}_{1H}) + c_{2H} (z_{2H} - z_{1H}) \\ + m_K \left(\frac{l_{2V} l_{2H}}{l^2} \right) \ddot{z}_{2V} + m_3 \ddot{z}_3 \left(\frac{1}{2} - \frac{l_S}{l} \right) = 0, \quad (14.2)$$

¹ Als Bezugspunkt wurde die Radstandmitte genommen, weil die vorderen Sitze im Pkw etwa dort liegen. Ist ein Sitz, beispielsweise in Bussen, über der Vorderachse, dann ist $l_S = +l/2$, über der Hinterachse $l_S = -l/2$.

² Die Aufbaufeder- und -dämpferkonstanten c_{2i} und k_{2i} sind die auf das Rad reduzierten Konstanten, s. (16.19).

Abb. 14.1 Zweiachsiges Kraftfahrzeug mit Einspuranregung, sog. „Halbes Fahrzeug“



für die Radsysteme

$$m_{1V}\ddot{z}_{1V} - k_{2V}(\dot{z}_{2V} - \dot{z}_{1V}) - c_{2V}(z_{2V} - z_{1V}) + c_{1V}z_{1V} = c_{1V}h_V, \quad (14.3)$$

$$m_{1H}\ddot{z}_{1H} - k_{2H}(\dot{z}_{2H} - \dot{z}_{1H}) - c_{2H}(z_{2H} - z_{1H}) + c_{1H}z_{1H} = c_{1H}h_H, \quad (14.4)$$

für das System Sitz-Mensch

$$m_3\ddot{z}_3 + k_3(\dot{z}_3 - \dot{z}_{2S}) + c_3(z_3 - z_{2S}) = 0 \quad (14.5)$$

mit der Aufbaubewegung unter dem Sitz (an der sog. Sitzschiene)

$$z_{2S} = \left(\frac{1}{2} + \frac{l_S}{l} \right) z_{2V} + \left(\frac{1}{2} - \frac{l_S}{l} \right) z_{2H}. \quad (14.6)$$

In Matrzenschreibweise sind die obigen Gleichungen in Tab. 15.1 zusammengestellt.

Gegenüber Kap. 13 gibt es hier beim Zweiachsfahrzeug zwei Anregungen, die Unebenheitsfunktion am Vorderrad

$$h_V(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{h}_V(\omega) e^{j\omega t} d\omega \quad (14.7)$$

und die am Hinterrad

$$h_H(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{h}_H(\omega) e^{j\omega t} d\omega, \quad (14.8)$$

vgl. (11.69). Fahren das vordere und das hintere Rad in der gleichen Spur, so besteht zwischen den beiden Unebenheitsfunktionen h_V und h_H nur eine Wegdifferenz um den Radstand l oder eine zeitliche Verschiebung Δt

$$h_V(x) = h_H(x + l) \quad \text{bzw.} \quad h_V(t) = h_H(t + \Delta t). \quad (14.9)$$

Δt ergibt sich aus dem Radstand l und der Fahrgeschwindigkeit v zu

$$\Delta t = l/v. \quad (14.10)$$

Die Phasenverschiebung beträgt mit (11.56)

$$\omega\Delta t = \omega l/v = 2\pi l/L, \quad (14.11)$$

wodurch zwischen den komplexen Amplituden die Beziehung

$$\underline{\hat{h}}_V(\omega) = \underline{\hat{h}}_H(\omega)e^{j\omega\Delta t} \quad (14.12)$$

besteht. Die reellen Amplituden sind gleich

$$\hat{h}_V = \hat{h}_H = \hat{h}. \quad (14.13)$$

Die Bewegungen der verschiedenen Massenpunkte (allgemeiner Index i) sind

$$z_i(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{z}_i e^{j\omega t} d\omega, \quad (14.14)$$

und die komplexen Amplituden \hat{z}_i errechnen sich aus dem Gleichungssystem (14.1) bis (14.6). Zum Beispiel hat die komplexe Amplitude der Aufbaubewegung über dem Vorderrad \hat{z}_{2V} die Form

$$\hat{z}_{2V} = \hat{V}_{z2V\ hV}\hat{h}_V + \hat{V}_{z2V\ hH}\hat{h}_H. \quad (14.15)$$

Dabei ist $\hat{V}_{z2V\ hV}$ die komplexe Vergrößerungsfunktion der Aufbaubewegung z_{2V} über dem Vorderrad bei alleiniger Anregung durch Unebenheiten vorn h_V , $\hat{V}_{z2V\ hH}$ entsprechend der Aufbaubewegung vorn z_{2V} bei alleiniger Anregung hinten h_H . Die Aufbaubewegung vorn wird von der hinteren Unebenheit nicht beeinflusst, wenn $\hat{V}_{z2V\ hH} = 0$ ist. Diese Entkopplung liegt vor, wenn die Koppelmasse $m_K = 0$ und gleichzeitig $(1/2 - l_s/l) = 0$ (Sitz über der Vorderachse) oder $(1/2 + l_s/l) = 0$ (Sitz über der Hinterachse) ist. Das ist der in Kap. 13 behandelte Sonderfall. Im Allgemeinen gibt es eine Kopplung. Wie sich diese auf die Vergrößerungsfunktion auswirkt, wird im Folgenden gezeigt.

Wird in (14.15) für \hat{h}_H (14.12) eingesetzt, so ist

$$\hat{z}_{2V} = (\hat{V}_{z2V\ hV} + \hat{V}_{z2V\ hH}e^{-j\omega\Delta t})\hat{h}_V. \quad (14.16)$$

Aus dem Aufbau der Gleichung erkennt man, dass die Einspuranregung der Einpunktanregung entspricht, denn es gibt nur eine Anregung \hat{h}_V . Allerdings ist die gesamte in der Klammer stehende Vergrößerungsfunktion komplizierter; neben den einzelnen \hat{V}_{\dots} Werten, in denen die schon diskutierten Fahrzeugdaten wie Massen, Feder- und Dämpferkonstanten stecken, enthält sie, was gegenüber Kap. 13 neu ist, über Δt den Radstand l und

auch die Fahrgeschwindigkeit v. Entsprechend (14.16) gilt für die komplexe Amplitude der Aufbaubewegung hinten

$$\hat{z}_{2H} = (\hat{V}_{z2H\ hV} + \hat{V}_{z2H\ hH} e^{-j\omega\Delta t}) \hat{h}_V. \quad (14.17)$$

Auch hier liegt eine Entkopplung vor (d. h. $\hat{V}_{z2H\ hV} = 0$), wenn die Koppelmasse Null ist und der Mensch über einer Achse sitzt. Allgemein gilt

$$\hat{z}_i = (\hat{V}_{zi\ hV} + \hat{V}_{zi\ hH} e^{-j\omega\Delta t}) \hat{h}_V. \quad (14.18)$$

Zusatinformation

In der Literatur werden manchmal für den Aufbau statt der hier verwendeten Koordinaten über den Rädern z_{2V} und z_{2H} die Schwerpunktskoordinaten, die Hubbewegung z_2 und die Nickbewegung φ_2 (s. Abb. 14.1) eingeführt. Dann lauten die Bewegungsgleichungen für den Aufbau

$$\begin{aligned} m_2 \ddot{z}_2 + (k_{2V} + k_{2H}) \dot{z}_2 + (c_{2V} + c_{2H}) z_2 \\ - (k_{2V} l_{2V} - k_{2H} l_{2H}) \dot{\varphi}_2 - (c_{2V} l_{2V} - c_{2H} l_{2H}) \varphi_2 \\ - k_{2V} \dot{z}_{1V} - k_{2H} \dot{z}_{1H} - c_{2V} z_{1V} - c_{2H} z_{1H} + m_3 \ddot{z}_3 = 0, \end{aligned} \quad (14.19)$$

$$\begin{aligned} J_{2y} \ddot{\varphi}_2 + (k_{2V} l_{2V}^2 + k_{2H} l_{2H}^2) \dot{\varphi}_2 + (c_{2V} l_{2V}^2 + c_{2H} l_{2H}^2) \varphi_2 \\ - (k_{2V} l_{2V} - k_{2H} l_{2H}) \dot{z}_2 - (c_{2V} l_{2V} - c_{2H} l_{2H}) z_2 \\ + k_{2V} l_{2V} \dot{z}_{1V} - k_{2H} l_{2H} \dot{z}_{1H} + c_{2V} l_{2V} z_{1V} - c_{2H} l_{2H} z_{1H} \\ - m_3 \ddot{z}_3 \left(\frac{l}{2} - l_{2V} + l_S \right) = 0. \end{aligned} \quad (14.20)$$

Hub- und Nickbewegung sind entkoppelt, wenn

$$k_{2V} l_{2V} - k_{2H} l_{2H} = 0, \quad c_{2V} l_{2V} - c_{2H} l_{2H} = 0 \quad (14.21)$$

und $l_S = 0$ sind.

Aus dem Vergleich der Gleichungspaire für den Aufbau, (14.1), (14.2) gegenüber (14.19), (14.20) erkennt man, dass die Entkopplung eines Systems nicht vom System selbst, sondern von der Koordinatenwahl abhängt.

In die Bewegungsgleichungen für die Räder und für das System Sitz-Mensch (14.3), (14.4) und (14.5) ist statt der Aufbaubewegung über den Rädern einzusetzen

$$z_{2V} = z_2 - l_{2V} \varphi_2; \quad z_{2H} = z_2 + l_{2H} \varphi_2. \quad (14.22)$$

14.2 Vergrößerungsfunktionen und Spektrale Dichten für Systeme ohne Koppelmasse

Anhand von (14.16) wurde erklärt, dass die Einspuranregung beim zweiachsigem Fahrzeug der Einpunktanregung aus Kap. 13 entspricht, nur dass die Vergrößerungsfunktionen formalmäßig komplizierter aussehen als die in Kap. 13. Damit dürften auch die Werte der seit

Kap. 12 benutzten Beurteilungsgrößen wie Radlastschwankung, Federwege und Bewerteten Schwingstärken anders sein. In welchem Maße, soll im Folgenden erläutert werden.

Zum leichteren Verständnis wird angenommen:

- Koppelmasse $m_K = 0$,
- die vorderen und hinteren Schwingungssysteme seien gleich.³

Die verwendeten Fahrzeugdaten sind in Tab. 14.1 zusammengestellt.

14.2.1 Radlastschwankung, Radfederweg

Ohne das System Sitz-Mensch können sich bei $m_K = 0$ die vorderen und hinteren Systeme gegenseitig nicht beeinflussen. Weiterhin wurde in Abschn. 13.2 festgestellt, dass das genau über der Teilmasse m_{2V} oder m_{2H} befindliche System Sitz-Mensch kaum einen Einfluss auf die Radlastschwankung und auf den Federweg zwischen Aufbau und Rad hat. Sitzt der Mensch zwischen den Achsen ($l/2 > l_s > -l/2$), dann ist nach (14.1) und (14.2) der Einfluss noch geringer, weil $m_3 \ddot{z}_3(1/2 \pm l_s/l) < m_3 \ddot{z}_3$ ist. Sitzt der Mensch vor der Vorder- oder hinter der Hinterachse, ist der Einfluss auf das vordere oder hintere System theoretisch größer, da $m_3 \ddot{z}_3(1/2 \pm l_s/l) > m_3 \ddot{z}_3$ ist, bleibt aber zahlenmäßig dennoch zu vernachlässigen.

Das heißt, der Mensch auf dem Sitz hat nach wie vor kaum einen Einfluss auf die in der Überschrift genannten Größen, deshalb gibt es kaum Unterschiede zwischen Einpunkt- und Einspuranregung bei den Radlastschwankungen und Radfederwegen. Die Ergebnisse aus Kap. 13 können übernommen werden.

Für die Aufbaubeschleunigungen und damit für den Komfort sieht das anders aus.

14.2.2 Aufbauhub- und -nickbeschleunigungen

Wird die Hubbeschleunigung eines Aufbaupunktes *über* den Rädern betrachtet, dann ergeben sich bei $m_K = 0$ ebenfalls dann keine Unterschiede zwischen Einspur- und Einpunktanregung, wenn kein System Sitz-Mensch existiert. Ist das doch der Fall, dann gibt es nach Abb. 14.2 kleinere Differenzen. Sitzt der Mensch über dem Vorder- oder Hinterrad, so sind die Vergrößerungsfunktionen⁴ $\hat{\ddot{z}}_{2V}/\hat{h}$ und $\hat{\ddot{z}}_{2H}/\hat{h}$ bei der zu Beginn getroffenen Annahme, das vordere und hintere Schwingungssystem seien gleich, identisch. Sitzt er

³ Schwingungstechnisch gleich bedeutet nicht, dass alle Daten gleich sind, also nicht $m_{2V} = m_{2H}$, $c_{2V} = c_{2H}, \dots$, sondern dass die Daten des einen Systems das Vielfache des anderen sind, also $m_{2V} = \alpha m_{2H}$, $c_{2V} = \alpha c_{2H}, \dots$, und damit $v_{2V} = v_{2H}$, $D_{2V} = D_{2H}, \dots$ bleibt.

⁴ Da nach (14.16) nur eine Anregungsfunktion vorhanden ist, wird $\hat{h}_V = \hat{h}$ gesetzt, d. h. der Index V weggelassen.

Tab. 14.1 Zusammenstellung schwingungstechnischer Daten der verwendeten Beispieldfahrzeuge ohne Koppelmasse $m_K = 0$. Ausgegangen wurde von Fahrzeug 23/23. Die Zahl 23 deutet auf das leere Fahrzeug in Tab. 13.1 hin. 23/23 heißt: vorderes Teilsystem ist Fahrzeug 23, hinteres Teilsystem ist Fahrzeug 23. Die Daten Sitz-Mensch entsprechen dem Fahrzeug 1. Die Lage des Sitzes wird in den einzelnen Diagrammen angegeben. Die Masse der Beine, die der Aufbaumasse zuzuschlagen wäre, wurde vernachlässigt

Fahrzeug Nr.	Fahrzeugdaten	Teilsystem hinten						Sitz-Mensch										
		Teilsystem vorn			m_{1V} kg	m_{2V} kg	c_{1V} kN/m	c_{2V} kN/m	k_{1H} kN/m	m_{1H} kg	c_{1H} kN/m	c_{2H} kN/m	k_{2H} kN/m	m_{2H} kg	m_{3V} kg	c_{3V} kN/m	k_{3V} kN/m	m_{3H} kg
23/23	31	219	128	20,2	1,14	31	219	128	20,2	1,14	28	9,9	0,26	0	0	0	0	0
23/4	31	219	128	20,2	1,14	31	219	128	40,4	1,14	28	9,9	0,26	0	0	0	0	0
4/23	31	219	128	40,4	1,14	31	219	128	20,2	1,14	28	9,9	0,26	0	0	0	0	0
23/7	31	219	128	20,2	1,14	31	219	128	20,2	2,05	28	9,9	0,26	0	0	0	0	versch. Dämpfungen
7/23	31	219	128	20,2	2,05	31	219	128	20,2	1,14	28	9,9	0,26	0	0	0	0	vorn, hinten
5/5	31	219	128	20,2	0,68	31	219	128	20,2	0,68	28	9,9	0,26	0	0	0	0	kleinere Dämpfung
B	31	219	128	20,2	1,14	31	219	128	20,2	1,14	28	9,9	0,26	28	9,9	0,26	beladene Fahrzeuge	
C	31	219	128	20,2	1,14	31	308	128	20,2	1,14	56	19,9	0,52	84	29,9	0,78		
D	31	219	128	20,2	1,14	31	394	128	20,2	1,14	28	9,9	0,26	0	0	0		

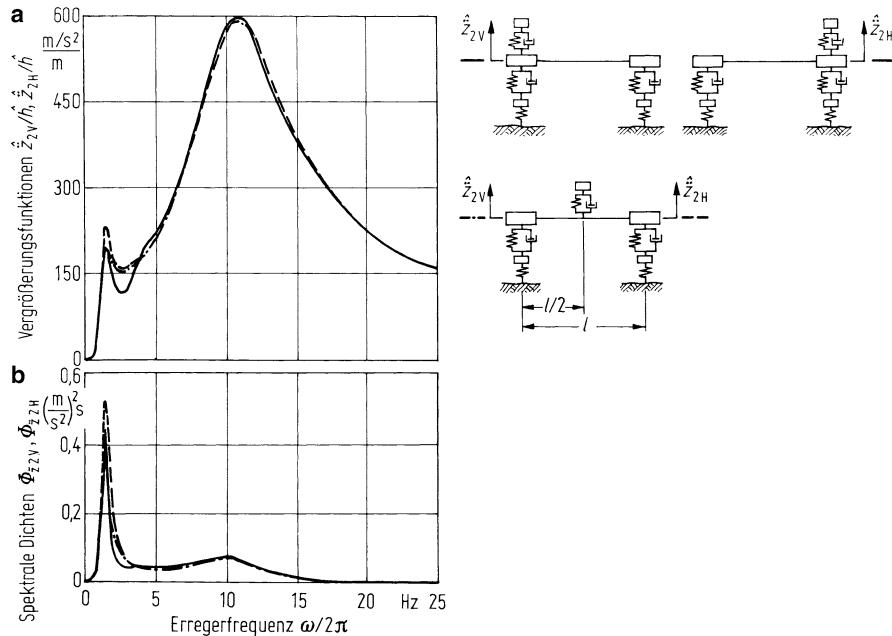


Abb. 14.2 Vergrößerungsfunktionen (a) und Spektrale Dichten (b) der Aufbaubeschleunigungen über Vorder- und Hinterrad bei verschiedener Lage des Systems Sitz-Mensch. (Daten s. Fahrzeug 23/23 in Tab. 14.1, $l = 2,8 \text{ m}$, $\Phi_h(\Omega_0) = 4 \text{ cm}^3$, $\Omega_0 = 1 \text{ m}^{-1}$, $w = 2$, $v = 20 \text{ m/s}$)

hingegen in Mitte Radstand, dann gibt es bei kleinen Erregerkreisfrequenzen ω Unterschiede (s. Abb. 14.2a). Bei der Spektralen Dichte machen sie sich etwas stärker bemerkbar (Abb. 14.2b), weil die Werte bei niedrigen Frequenzen stärker betont werden. Insgesamt gesehen sind die Unterschiede klein, fast zu vernachlässigen.

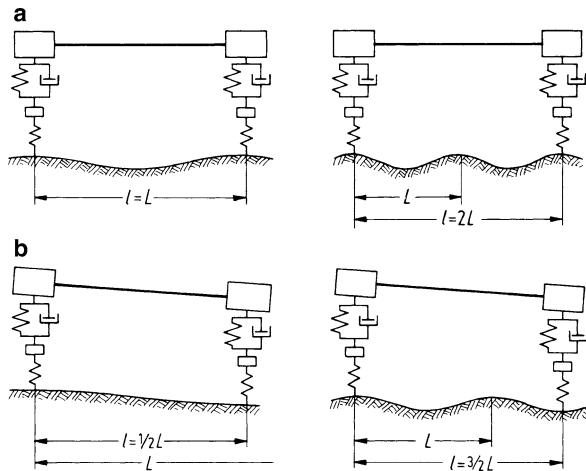
Ganz anders sieht das für die *nicht* über den Rädern befindlichen Aufbaupunkte aus. Für den Sonderfall der schwingungstechnisch gleichen vorderen und hinteren Systeme sowie bei Vernachlässigung des Systems Sitz-Mensch sind die Vergrößerungsfunktionen $\hat{z}_{2V}/\hat{h} = \hat{z}_{2H}/\hat{h}$. Sind zudem die Aufbaubeschleunigungen noch phasengleich, $\ddot{z}_{2V} = \ddot{z}_{2H}$, dann ist die Nickbeschleunigung

$$\ddot{\varphi}_2 = \frac{1}{l} (\ddot{z}_{2H} - \ddot{z}_{2V}) \quad (14.23)$$

gleich Null. Dies kann aber nur eintreten, wenn die Unebenheiten $h_V = h_H$ bzw. wenn der in (14.11) genannte Phasenwinkel $\omega\Delta t = 0, 2\pi, 4\pi, \dots$ oder $l/L = 0, 1, 2, \dots$ ist (s. Abb. 14.3a).

In Abb. 14.4a wurde $\omega\Delta t$ für einen bestimmten Radstand l und für eine gewisse Fahrgeschwindigkeit v über der Erregerfrequenz $\omega/2\pi$ aufgetragen. Die Schnittpunkte dieser Geraden mit den ganzzahlig Vielfachen von 2π ergeben keine Nickanregung, und damit ist bei diesen Frequenzen auch die Vergrößerungsfunktion für die Nickbeschleunigung $\hat{\varphi}_2/\hat{h}$ in Abb. 14.4c Null.

Abb. 14.3 Verhältnis von Radstand l und Wellenlänge L einer sinusförmigen Unebenheit, bei der nur Hub- oder nur Nickschwingungen auftreten. Die Fahrzeugteilsysteme vorn und hinten sind gleich.
a Keine Nickschwingung, nur Hubschwingung; **b** keine Hubschwingung in Radstandmitte, nur Nickschwingung



Die Aufbauhubbeschleunigung in Radstandsmitte ist nach (14.6)

$$\ddot{z}_{2S}(l_S = 0) = \ddot{z}_{2V} = \ddot{z}_{2H},$$

also gleich der Aufbauhubbeschleunigung über den Rädern. Deshalb berühren sich die beiden Vergrößerungsfunktionen bei den o. g. Phasenwinkeln, s. Abb. 14.4b, und den gestrichelten Geraden. (Bei Berücksichtigung des Systems Sitz-Mensch gilt das nicht genau, aber noch in guter Näherung.)

Schwingen die Aufbauteilsysteme gegenphasig, $\ddot{z}_{2V} = -\ddot{z}_{2H}$, dann sind unter den o. g. Annahmen $h_V = -h_H$ die Phasenwinkel $\omega\Delta t = \pi, 3\pi, 5\pi, \dots$ oder $l/L = 1/2, 3/2, 5/2, \dots$ (s. Abb. 14.3b). Die Aufbauhubbeschleunigungen in Radstandsmitte sind dann für diese Erregerfrequenzen Null (s. Abb. 14.4b), und die Nickbeschleunigungen nach (14.23) sind mit dem Wert $\hat{\phi}_2 = 2\ddot{z}_{2V}/l$ am größten, s. strichpunktisierte Linien. (Mit dem Sitz-Mensch-System gilt das wiederum in guter Näherung.)

Zusammenfassend kann man also feststellen: Für den betrachteten Sonderfall, die Koppelmasse m_K sei Null sowie die vorderen und hinteren Teilsysteme seien schwingungstechnisch gleich, ergibt sich näherungsweise, wenn n eine beliebige ganze positive Zahl ist,

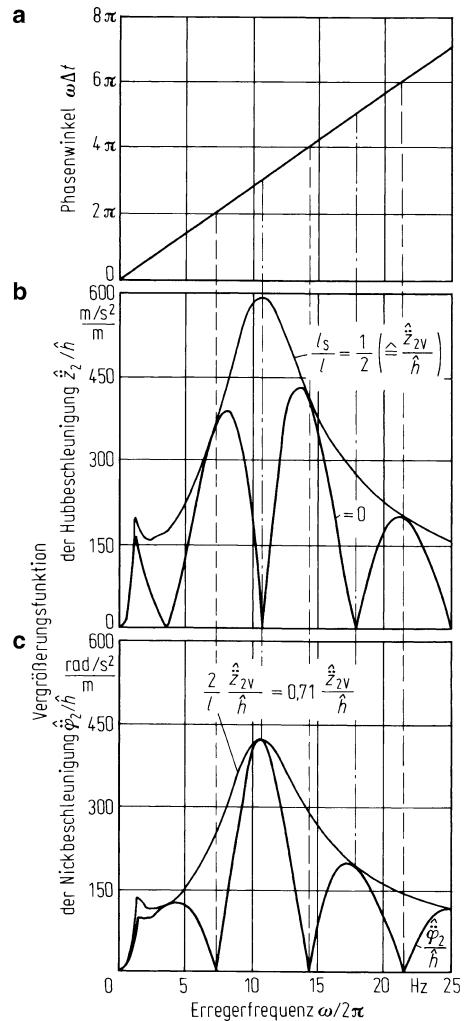
$$\frac{\hat{\phi}_2}{\hat{h}} [\omega\Delta t = n2\pi] \approx 0, \quad (14.24)$$

$$\frac{\hat{\phi}_2}{\hat{h}} [\omega\Delta t = (2n+1)\pi] \approx \frac{2}{l} \frac{\hat{z}_{2V}}{\hat{h}}, \quad (14.25)$$

$$\frac{\hat{z}_2}{\hat{h}} [\omega\Delta t = n2\pi; l_S = 0] \approx \frac{\hat{z}_{2V}}{\hat{h}}, \quad (14.26)$$

$$\frac{\hat{z}_2}{\hat{h}} [\omega\Delta t = (2n+1)\pi; l_S = 0] \approx 0. \quad (14.27)$$

Abb. 14.4 Zur Ableitung des Verlaufes der Vergrößerungsfunktionen über der Erregerfrequenz für Hub- und Nickbeschleunigung. **a** Phasenverschiebungen zwischen den Anregungen an Vorder- und Hinterachse über der Erregerfrequenz; **b** Vergrößerungsfunktionen für die Hubbeschleunigung an Aufbaupunkten über Vorderachse ($l_s/l = 1/2$) und Hinterachse ($l_s/l = -1/2$) sowie in Mitte Radstand ($l_s/l = 0$); **c** Vergrößerungsfunktion der Nickbeschleunigung. Zum Vergleich wurde die auf $l/2$ bezogene Hubbeschleunigung über der Vorderachse (gleich der über der Hinterachse) mit eingezeichnet. (Fahrzeug 23/23 s. Tab. 14.1, $l = 2,8 \text{ m}$, $v = 20 \text{ m/s}$)



Liegt der Phasenwinkel zwischen den eben diskutierten Werten, dann gibt es eine gemischte Hub- und Nickanregung, und demzufolge stellen sich für die Vergrößerungsfaktoren Zwischenwerte ein. Aus der im Wesentlichen „zweigipfligen“ Resonanzkurve für die Aufbaupunkte über den Achsen wird eine Art „Girlandenkurve“ für die Vergrößerungsfunktionen der Hub- und Nickbeschleunigungen.

Für Aufbaupunkte außerhalb Radstandsmitte sind deren Hubbeschleunigungen bei keiner Erregerfrequenz mehr Null, s. Abschn. 14.4.

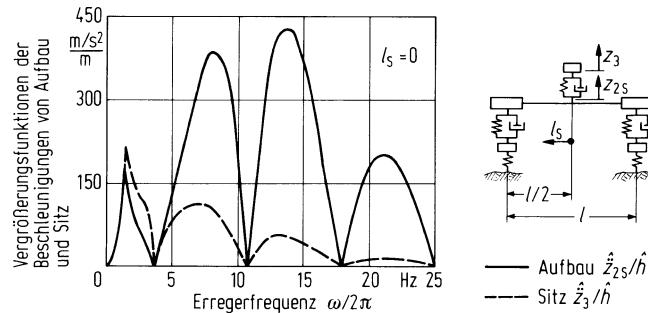


Abb. 14.5 Vergleich der Vergrößerungsfunktionen der Beschleunigungen am Sitz \hat{z}_3/\hat{h} und der Aufbaubeschleunigung unter dem Sitz \hat{z}_{2S}/\hat{h} . (Fahrzeug 23/23 s. Tab. 14.1, $l = 2,8 \text{ m}$, $v = 20 \text{ m/s}$, Sitz in Radstandmitte $l_S = 0$)

14.2.3 Hubbeschleunigung am Sitz

Die Vergrößerungsfunktion \hat{z}_3/\hat{h} für einen in Radstandsmitte angeordneten Sitz ist aus Abb. 14.5 zu entnehmen. Im Vergleich zu der Aufbaubeschleunigung unter dem Sitz filtert – wie schon bekannt – der Sitz die höheren Frequenzen ab etwa 5 Hz weg. (Die aus Kap. 13 bekannte Anhebung im Bereich der Sitzeigenfrequenz um 3 Hz gibt es hier zufällig nicht, weil bei den gewählten Größen Radstand $l = 2,8 \text{ m}$ und Fahrgeschwindigkeit $v = 20 \text{ m/s}$ die Aufbauhubbeschleunigung gerade bei 3,57 Hz Null ist und damit der Sitz nicht zu Schwingungen angeregt wird. Dies ist also nicht zu verallgemeinern. Darauf wird noch in Abschn. 14.3 eingegangen.)

14.2.4 Bewertete Schwingstärken

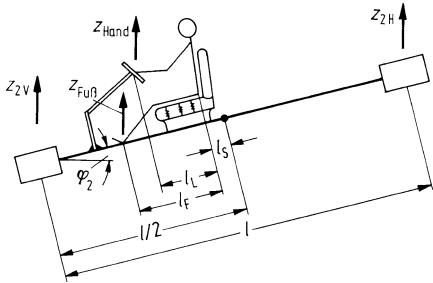
In Kap. 13, bei der Behandlung der *Einpunktanregung*, setzte sich die Beurteilungsgröße „Komfort“ aus verschiedenen bewerteten Schwingstärken zusammen, die alle nur für Hubschwingungen gelten, und zwar im einzelnen aus K_{Sitz} für über den Sitz abgefедerte Körperteile sowie aus K_{Hand} und $K_{\text{Fuß}}$ für die Wahrnehmung an Händen und Füßen.

Hier in diesem Kapitel, bei der Behandlung der *Einspuranregung*, kommt zu den Hubschwingungen eine Nickbewegung dazu, die durch den K_φ -Wert ausgedrückt wird, s. Abschn. 12.3.2.2, Abb. 12.7g, Tab. 12.1.

Die K_{Sitz} -, K_{Hand} - und $K_{\text{Fuß}}$ -Werte berechnen sich aus (13.14a) bis (13.14c) und K_φ entsprechend aus

$$K_\varphi^2 = \int_0^{50\pi} \Phi_{K_\varphi} d\omega = \int_0^{50\pi} 1,23^2 B_\varphi^2 \left(\frac{\hat{\phi}_2}{\hat{h}} \right)^2 \Phi_h(\omega) d\omega \quad (14.28)$$

Abb. 14.6 Zur Einleitung der Schwingungen über den Sitz in den Oberkörper, über das Lenkrad in die Hände und über den Fußboden in die Füße



Bei der Bestimmung von K_{Sitz} , K_{Hand} und $K_{\text{Fuß}}$ ist zu beachten, dass die Schwingungen in die verschiedenen Körperteile an verschiedenen Aufbaupunkten eingeleitet werden (s. Abb. 14.6). Die Bewegungseinleitung für den Sitz ist mit (14.6) bekannt. Die Beschleunigungen für Füße und Hände lauten:

$$\begin{aligned}\ddot{z}_{\text{Fuß}} &= \ddot{z}_{2V} + \left(\frac{l}{2} - l_S - l_F \right) \ddot{\varphi}_2 \\ &= \left(\frac{1}{2} + \frac{l_S + l_F}{l} \right) \ddot{z}_{2V} + \left(\frac{1}{2} - \frac{l_S + l_F}{l} \right) \ddot{z}_{2H},\end{aligned}\quad (14.29)$$

$$\begin{aligned}\ddot{z}_{\text{Hand}} &= \ddot{z}_{2V} + \left(\frac{l}{2} - l_S - l_L \right) \ddot{\varphi}_2 \\ &= \left(\frac{1}{2} + \frac{l_S + l_L}{l} \right) \ddot{z}_{2V} + \left(\frac{1}{2} - \frac{l_S + l_L}{l} \right) \ddot{z}_{2H}.\end{aligned}\quad (14.30)$$

In Abb. 14.7 sind die für die menschliche Wahrnehmung maßgebenden Spektralen Dichten der K -Werte zusammengestellt. Von den vier einzelnen Maßstäben Hubbeschleunigung über dem Sitz $\Phi_{K\text{Sitz}}$, Nickbeschleunigung $\Phi_{K\varphi}$, Beschleunigung an den Füßen⁵ $\Phi_{K\text{Fuß}}$ und den am Lenkrad befindlichen Händen $\Phi_{K\text{Hand}}$ sind die beiden letzteren, wie auch früher in Kap. 13 festgestellt, am kleinsten, s. Tabelle im Abb. 14.7. Die neu hinzugekommene Bewertete Schwingstärke K_φ aus der Nickbewegung ist etwa gleich der an den Extremitäten K_{Hand} und $K_{\text{Fuß}}$, die aus der Hubbewegung über dem Sitz K_{Sitz} ist am größten.

Vergleicht man nach dieser Tabelle Einpunkt- und Einspuranregung bei gleichen Fahrzeugen bzw. Fahrzeugteilsystemen, bekommt man die folgenden Ergebnisse:

- K_{Sitz} ist bei der Einpunktanregung, weil der Fahrer über der Achse sitzt, wesentlich größer als bei der Einspuranregung, wo der Fahrer in Radstandsmitte sitzt.
- Die $K_{\text{Fuß}}$ -Werte unterscheiden sich bei Einpunkt- und Einspuranregung nicht so stark wie die K_{Sitz} -Werte, weil beim Pkw die Füße der vorne Sitzenden sich fast über den Vorderrädern befinden. Ähnliches gilt für die Hände am Lenkrad.

Auf die Lage der Sitze wird noch in Abschn. 14.4 genauer eingegangen.

⁵ Bei diesen Rechnungen wird vorausgesetzt, dass Fußbodenblech und Lenkrad keine Relativbewegungen gegenüber der Karosse ausführen, alles stellt ein steifes System dar.

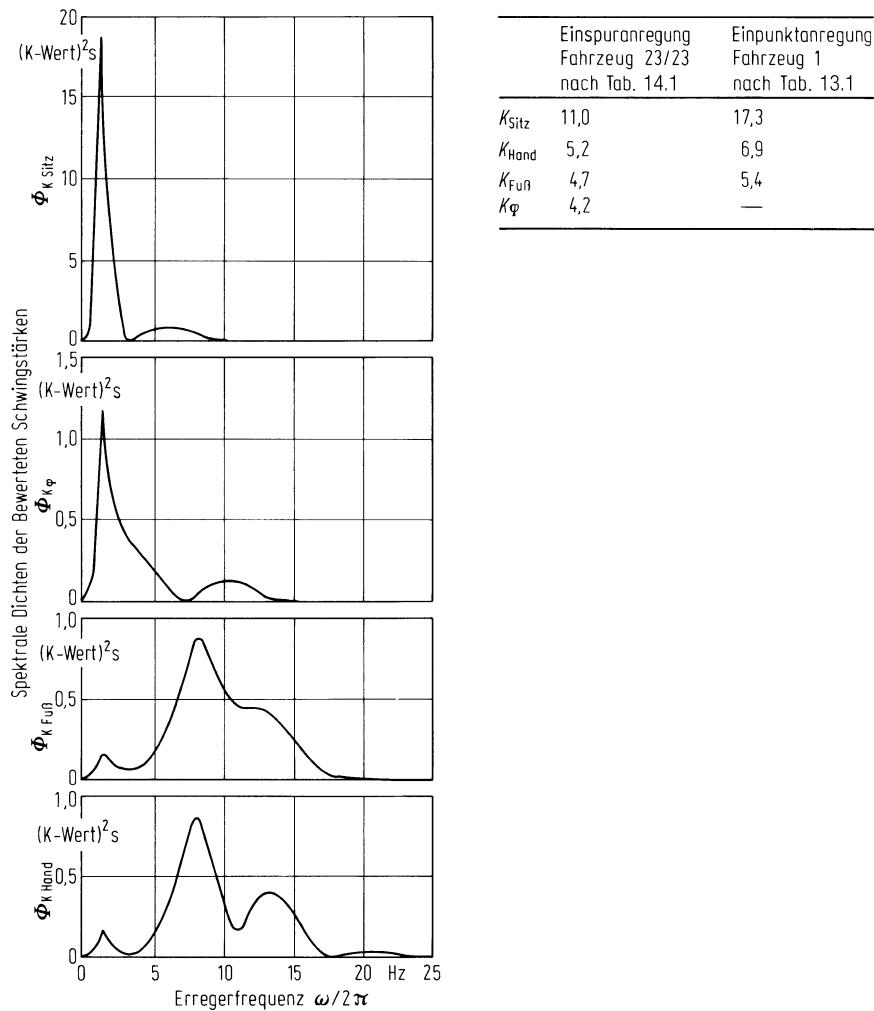
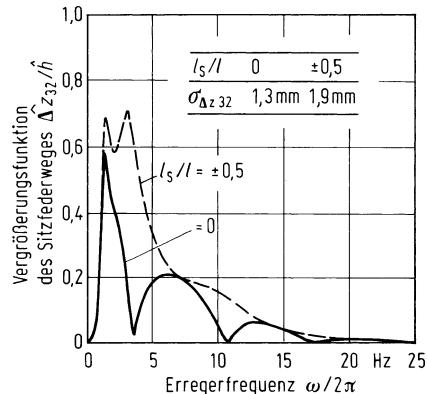


Abb. 14.7 Spektrale Dichten für die verschiedenen Bewerteten Schwingstärken. Fahrer sitzt in Radstandmitte $l_S = 0$, $l_L = 0,5 \text{ m}$, $l_F = 0,9 \text{ m}$ (Fahrzeug 23/23, $l = 2,8 \text{ m}$, $\Phi_h(\Omega_0) = 4 \text{ cm}^3$, $\Omega_0 = 1 \text{ m}^{-1}$, $w = 2$, $v = 20 \text{ m/s}$)

14.2.5 Sitzfederweg

So wie die Größe der Aufbaubewegung z_{2S} und der Bewegung z_3 der Masse m_3 vom Aufbaupunkt abhängt, muss auch die Differenz $z_{2S} - z_3$, die Größe des Sitzfederweges, von der Lage des Sitzes auf dem Aufbau abhängen. Nach Abb. 14.8 ist der Effektivwert des dynamischen Federweges in Radstandmitte etwa 70 % von dem über den Achsen.

Abb. 14.8 Vergrößerungsfunktion des Sitzfederweges für den Sitz über Vorder- oder Hinterachse ($l_s/l = 0,5; -0,5$) und in Mitte Radstand ($l_s/l = 0$). (Fahrzeug 23/23 s. Tab. 14.1, $l = 2,8 \text{ m}$, $v = 20 \text{ m/s}$) und Standardabweichung der dynamischen Sitzfederwege $\sigma_{\Delta z_{32}}(\Phi_h(\Omega_0) = 4 \text{ cm}^3, \Omega_0 = 1 \text{ m}^{-1}, w = 2)$



14.3 Einfluss von Fahrgeschwindigkeit und Fahrzeuggröße

Anhand von (14.16) wurde erläutert, dass die Bewegungen und Belastungen an einem zweiachsigen Fahrzeug nicht nur von Massen, Federn und Dämpfern abhängen, sondern auch von der Phasenverschiebung der Anregungen vorn und hinten, von einer Größe $\omega\Delta t$. Nach (14.11) ist diese proportional dem Verhältnis Radstand zu Fahrgeschwindigkeit.

Da nur das Verhältnis maßgebend ist, werden beide Größen in einem Abschnitt behandelt. Bei den Zahlenbeispielen werden weiterhin $m_K = 0$ und gleiche Teilsysteme vorn und hinten vorausgesetzt.

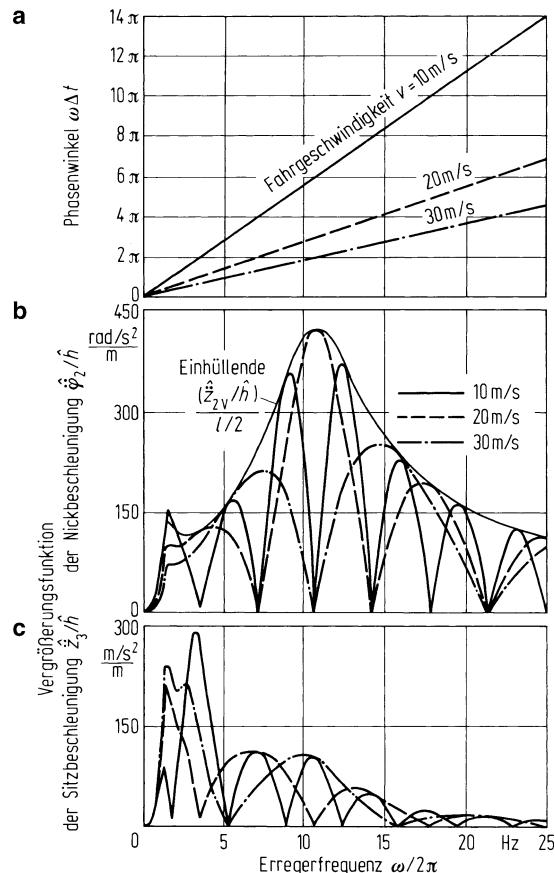
14.3.1 Einfluss der Fahrgeschwindigkeit

In Abschn. 13.3 wurde die Auswirkung der Fahrgeschwindigkeit auf die Größe der Standardabweichung von dynamischen Radlastschwankungen und von Beschleunigungen der über den Achsen liegenden Aufbaupunkte diskutiert. Bei dem dort behandelten System mit der Einpunktanregung geht die Fahrgeschwindigkeit *nur* in die Spektrale Dichte $\Phi_h(\omega)$ und *nicht* in die Vergrößerungsfunktion ein. Deshalb ergab sich für die Welligkeit $w = 2$ der einfache Zusammenhang, dass alle Standardabweichungen proportional der Wurzel aus der Fahrgeschwindigkeit sind s. (13.20) und Abb. 13.3. Dies gilt auch, wie in Abschn. 14.2.1 erläutert, näherungsweise für die Radlastschwankung und den Radfederweg beim Zweiachsfaahrzeug.

Es gilt nicht für die Hubbeschleunigung von Aufbaupunkten, die zwischen den Achsen liegen, und nicht für die Sitz- und Nickbeschleunigung, denn da verändern sich auch die Vergrößerungsfunktionen mit der Fahrgeschwindigkeit. Das soll anhand der Abb. 14.9 erläutert werden.

Bei $v = 10 \text{ m/s}$ gibt es nach Abb. 14.9a in dem untersuchten Frequenzbereich sieben Stellen, bei denen der Phasenwinkel $\omega\Delta t$ das geradzahlige Vielfache von 2π beträgt, bei denen

Abb. 14.9 Einfluss der Fahrgeschwindigkeit v auf den Verlauf **a** der Phasenverschiebung zwischen der Anregung an Vorder- und Hinterachse; **b** der Vergrößerungsfunktion der Nickbeschleunigung. Als Hüllkurve wurde die auf $l/2$ bezogene Hubbeschleunigung über der Vorderachse eingezeichnet; **c** der Vergrößerungsfunktion der Sitzbeschleunigung in Radstandmitte $l_s = 0$. (Fahrzeug 23/23, s. Tab. 14.1, $l = 2,8 \text{ m}$)

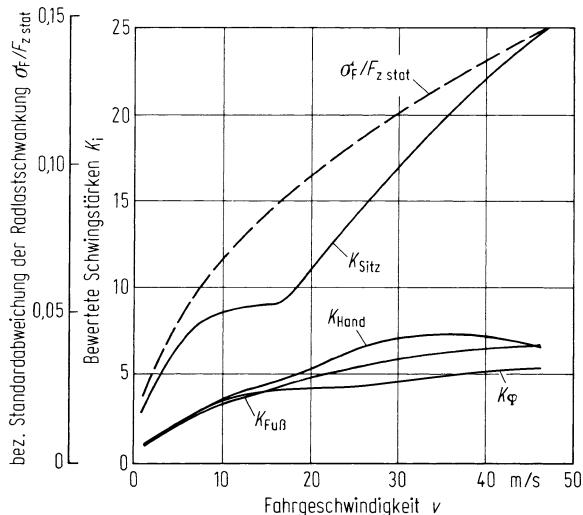


also reine Hubanregung auftritt und demzufolge nach Abb. 14.9b die Vergrößerungsfunktion $\hat{\phi}_2/\hat{h}$ Null ist, s. (14.24). Bei $v = 20 \text{ m/s}$ gibt es drei, bei $v = 30 \text{ m/s}$ zwei solcher Stellen. Mit wachsender Fahrgeschwindigkeit hat also die Vergrößerungsfunktion weniger Nullstellen und weniger Maxima, die Girlandenkurve wird weiter.

In Abb. 14.9c ist die Vergrößerungsfunktion der Hubbeschleunigung des Menschen auf einem in Radstandmitte befindlichen Sitz aufgetragen. Auch hier verändert sich die Girlandenkurve mit der Fahrgeschwindigkeit. Darüber hinaus ist aber noch zu erkennen, dass sich die Resonanzstelle bei der Sitzeigenfrequenz bei den verschiedenen Fahrgeschwindigkeiten verschieden stark ausbildet. Wie schon in Abschn. 14.2.3 begründet, ist bei $v = 20 \text{ m/s}$ diese Resonanzstelle durch die Nullstelle fast unterdrückt. Bei $v = 30 \text{ m/s}$ ist das „Gebirge“ aus den Resonanzstellen bei Aufbau- und Sitzeigenfrequenz deutlich wiederzuerkennen (vgl. Abb. 13.7b), während es bei $v = 10 \text{ m/s}$ durch eine Nullstelle unterteilt wird.

In Abb. 14.10 sind über der Fahrgeschwindigkeit die bezogene Standardabweichung der Radlastschwankung $\sigma_F/F_{z\text{stat}}$ und die Bewerteten Schwingstärken K_i aufgetragen. Während, wie oben schon gesagt, die Radlastschwankung mit der Quadratwurzel der Fahrge-

Abb. 14.10 Einfluss der Fahrgeschwindigkeit auf die Beurteilungsgrößen für Radlastschwankung und Bewertete Schwingstärken, Sitz in Mitte Radstand $l_S = 0$, Abstand Hände und Füße $l_L = 0,5 \text{ m}$, $l_F = 0,9 \text{ m}$, s. Abb. 14.7. (Fahrzeugdaten: Fahrzeug 23/23, s. Tab. 14.1, $l = 2,8 \text{ m}$, $\Phi_h(\Omega_0) = 4 \text{ cm}^3$, $\Omega_0 = 1 \text{ m}^{-1} w = 2$)



schwindigkeit ansteigt, gilt das für die K -Werte nicht. Der K_{Sitz} -Wert bleibt zwischen 10 und 15 m/s praktisch gleich, die Begründung hierfür wurde oben anhand der Abb. 14.9c gegeben, bei 10 m/s wird das System Sitz-Mensch in seiner Eigenfrequenz deutlich angeregt, bei 20 m/s hingegen nicht, bei 30 m/s wieder.

14.3.2 Einfluss der Fahrzeuggröße (Radstand)

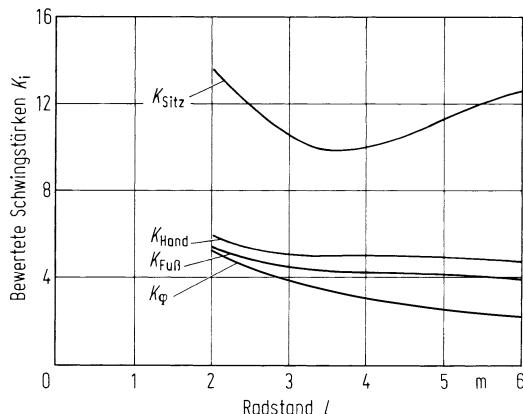
Unter der immer noch geltenden Voraussetzung $m_K = 0$ ist eine Betrachtung des Einflusses verschiedener Radstände gleichbedeutend mit der Betrachtung verschieden großer Fahrzeuge. (Wird nämlich bei einem bestimmten Fahrzeug der Radstand variiert, so wird die Koppelmasse verändert; dieser Fall wird erst im Abschn. 14.7 behandelt.)

Die Größe der Radlastschwankung und des Radfederweges ist nach Abschn. 14.2.1 bei der Voraussetzung $m_K = 0$ näherungsweise unabhängig von der Phasenverschiebung zwischen den Anregungen vorn und hinten und damit vom Radstand, die Größe der Beschleunigungen für den in Radstandmitte sitzenden Menschen nach Abschn. 14.2.2 und 14.2.3 hingegen nicht.

Die Bewertete Schwingstärke für die Nickbewegung K_φ wird nach Abb. 14.11 mit wachsendem Radstand l kleiner. Dies ist nach der Anschauung und nach (14.23) leicht erklärbar: Bei gleichen Aufbaubeschleunigungen über den Achsen wird die Nickbeschleunigung umgekehrt proportional dem Radstand kleiner. Dass K_φ nicht genau hyperbolisch mit l abfällt, liegt an der mit dem Radstand gleichzeitig sich ändernden Phasenverschiebung zwischen den Anregungen vorn und hinten.

Abb. 14.11 Bewertete

Schwingstärken als Funktion des Radstandes bei $v = 20 \text{ m/s}$, Sitz in Radstandmitte $l_S = 0$, Abstand zu Händen und Füßen $l_H = 0,5 \text{ m}$, $l_F = 0,9 \text{ m}$. (Fahrzeug 23/23, s. Tab. 14.1, $\Phi_h(\Omega_0) = 4 \text{ cm}^3$, $\Omega_0 = 1 \text{ m}^{-1}$, $w = 2$)



Die Bewertete Schwingstärke K_{Sitz} , die sich aus der Hubbeschleunigung auf dem Sitz ergibt, hat nach Abb. 14.11 bei $l \approx 3,5 \text{ m}$ ein Minimum. Das röhrt wiederum daher, dass bei diesem Radstand und $v = 20 \text{ m/s}$ das System Sitz-Mensch nicht in seiner Eigenfrequenz $v_3/2\pi$ erregt wird, d. h., bei $\omega = v_3$ muss der Phasenwinkel nach (14.27) $\omega\Delta t = \pi$ sein, wenn wie hier der Sitz in Radstandmitte ist. Das ist nach (14.11) der Fall für

$$\frac{l}{v} = \frac{\omega\Delta t}{\omega} = \frac{\pi}{\omega} = \frac{1}{2} \frac{1}{v_3/2\pi} \quad (14.31)$$

und mit $v = 20 \text{ m/s}$ und $v_3/2\pi = 3,0 \text{ Hz}$ ergibt das $l = 3,33 \text{ m}$ (s. auch Abb. 14.12a). Bei kleineren und größeren Radständen l wird der Sitz zu Bewegungen angeregt, und deshalb wird K_{Sitz} nach Abb. 14.11 größer.

14.3.3 Einfluss von Fahrzeuggröße und Fahrgeschwindigkeit

Da die Phasenverschiebung $\omega\Delta t$ nach (14.11) oder (14.31) vom Verhältnis Radstand l zu Fahrgeschwindigkeit v abhängt, kann man die o. g. beiden Größen auch gemeinsam behandeln. Wie oben erklärt, hat K_{Sitz} in etwa dann ein Minimum, wenn die Resonanzspitze des Systems Sitz-Mensch unterdrückt wird. Nach Abb. 14.12a war das für $v_3/2\pi = 3,0 \text{ Hz}$ bei $v = 20 \text{ m/s}$ der Radstand $l = 3,33 \text{ m}$, für $v = 15$ und 30 m/s ist es ungefähr $l = 2,5$ und 5 m .

In Abb. 14.12b sind die Ergebnisse aus den beiden Abschn. 14.3.1 und 14.3.2 zusammengefasst und K_{Sitz} über Fahrgeschwindigkeit v und Radstand l dreidimensional aufgetragen. Danach hat jede Fahrzeuggröße, ausgedrückt durch verschiedene große Radstände (s. Anfangsbemerkung von Abschn. 14.3), bei einer bestimmten Fahrgeschwindigkeit ihren relativ besten Komfort.

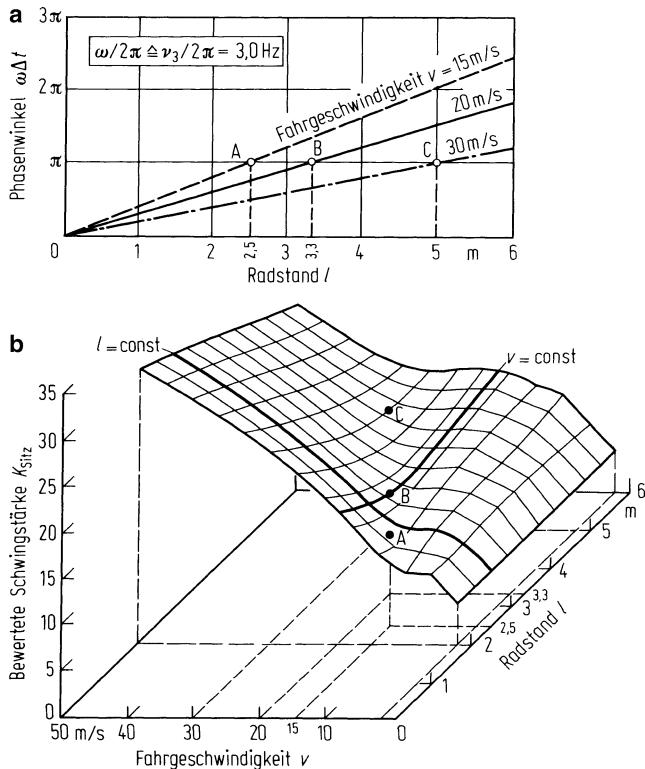


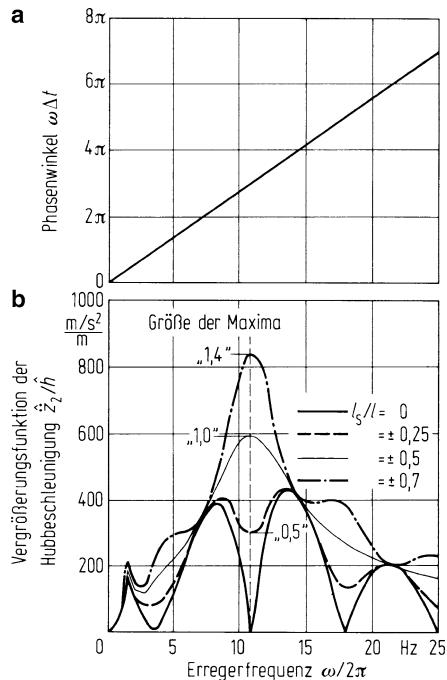
Abb. 14.12 a Phasenwinkel $\omega\Delta t$ zwischen Anregung an Vorder- und Hinterachse als Funktion von Fahrgeschwindigkeit und Radstand einer bestimmten Sitzeigenfrequenz; b räumliche Darstellung für Bewertete Schwingstärke K_{Sitz} in Radstandmitte (in den Punkten A, B und C hat K_{Sitz} ein Minimum) in Abhängigkeit von Fahrgeschwindigkeit und Radstand (Fahrzeug 23/23, s. Tab. 14.1, $\Phi_h(\Omega_0) = 4 \text{ cm}^3$, $\Omega_0 = 1 \text{ m}^{-1}$, $w = 2$)

14.4 Lage der Sitze

Bisher wurde hauptsächlich die Größe der Hubbeschleunigungen von Aufbaupunkten über den Achsen und in Mitte Radstand diskutiert, im Folgenden sollen auch andere Punkte betrachtet und damit die Frage beantwortet werden, wo der Fahrzeuginsasse die kleinste Anregung erfährt.

Dies geschieht wie in Abschn. 14.2.2 mithilfe des Phasenwinkels und der vereinfachten Annahme gleicher Schwingungssysteme vorn und hinten sowie zunächst unter der Vernachlässigung des Systems Sitz-Mensch. Beim Phasenwinkel $\omega\Delta t = 0, 2\pi, 4\pi \dots$ wird das Fahrzeug zu reinen Hubschwingungen angeregt, $\ddot{z}_{2V} = \ddot{z}_{2H}$, sodass die Beschleunigung jedes Aufbaupunktes gleich sein muss. Es gilt auch bei Berücksichtigung vom Sitz-Mensch-

Abb. 14.13 Einfluss der Sitzlage. **a** Phasenverschiebung zwischen den Anregungen an Vorder- und Hinterachse; **b** Vergrößerungsfunktion der Hubbeschleunigung in verschiedenen Aufbaupunkten in Abhängigkeit von der Erregerfrequenz. (Fahrzeug 23/23 s. Tab. 14.1, $l = 2,8 \text{ m}$, $v = 20 \text{ m/s}$)



System mit guter Näherung

$$\frac{\hat{z}_2}{\hat{h}} [\omega\Delta t = n2\pi] \approx \frac{\hat{z}_{2V}}{\hat{h}} \approx \frac{\hat{z}_{2H}}{\hat{h}} \quad (14.32)$$

Bei reiner Nickanregung, $\omega\Delta t = \pi, 3\pi, 5\pi, \dots$, ist $m \ddot{z}_{2V} = -\ddot{z}_{2H}$, und damit wird nach (14.6) die Hubbeschleunigung an jedem Aufbaupunkt verschieden

$$\frac{\hat{z}_2}{\hat{h}} [\omega\Delta t = (2n+1)\pi] \approx \left(2 \frac{l_s}{l}\right) \frac{\hat{z}_{2V}}{\hat{h}} \quad (14.33)$$

Die Girlandenkurven liegen nun, wie Abb. 14.13 zeigt, zwischen den beiden durch (14.32) und (14.33) gegebenen Extremwerten. Bei dem Aufbaupunkt in Mitte Radstand ($l_s/l = 0$) sind die Minimalwerte Null, bei Punkten zwischen Mitte Radstand und den Rädern, z. B. $l_s/l = 0,25$ bzw. $-0,25$, sind sie $0,5 \cdot \hat{z}_{2V}/\hat{h}$. Für Aufbaupunkte vor der Vorderachse oder hinter der Hinterachse liegen die Maximalwerte z. B. für $l_s/l = 0,7$ bzw. $-0,7$ bei $1,4 \cdot \hat{z}_{2V}/\hat{h}$. Für diese Fälle verläuft nach Abb. 14.13b die Girlandenkurve oberhalb der zweigipfligen Resonanzkurve.

In Abb. 14.14 sind die K -Werte über der Fahrzeulgänge aufgetragen. K_{Sitz} ist genau in Radstandsmitte am kleinsten, was nach dem bisher Gesagten verständlich ist. Auch die Extremitäten nehmen dann am wenigsten von den Schwingungen wahr, wenn die Füße

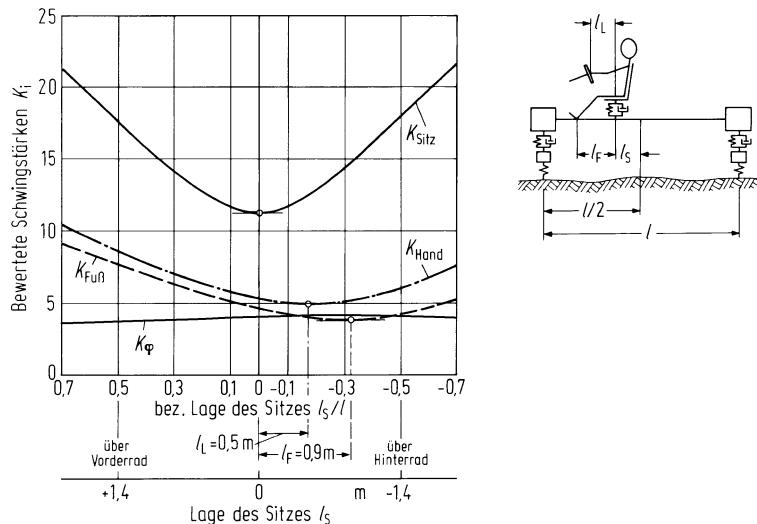


Abb. 14.14 Abhängigkeit der Bewerteten Schwingstärken von der Lage der Sitze (Fahrzeug 23/23, s. Tab. 14.1, $l = 2,8 \text{ m}$, $\Phi_h(\Omega_0) = 4 \text{ cm}^3$, $\Omega_0 = 1 \text{ m}^{-1}$, $w = 2$, $v = 20 \text{ m/s}$). Bei $l_L = 0,5 \text{ m}$ und $l_F = 0,9 \text{ m}$ sind Hände und Füße über Radstandmitte und deshalb K_{Hand} und $K_{Fu\ddot{u}}$ am kleinsten

den Fahrzeugaufbau in Radstandsmitte berühren und die Hände ein Lenkrad umgreifen, das ebenfalls in Radstandsmitte liegt. Die Minima für $K_{Fu\ddot{u}}$ und K_{Hand} sind in Abb. 14.14 um die Abstände Wirbelsäule-Füße $l_F = 0,9 \text{ m}$ und Wirbelsäule-Lenkrad $l_L = 0,5 \text{ m}$ nach hinten verschoben. Der Komfort insgesamt wäre demzufolge am besten, wenn der Sitz kurz hinter Radstandsmitte liegt.

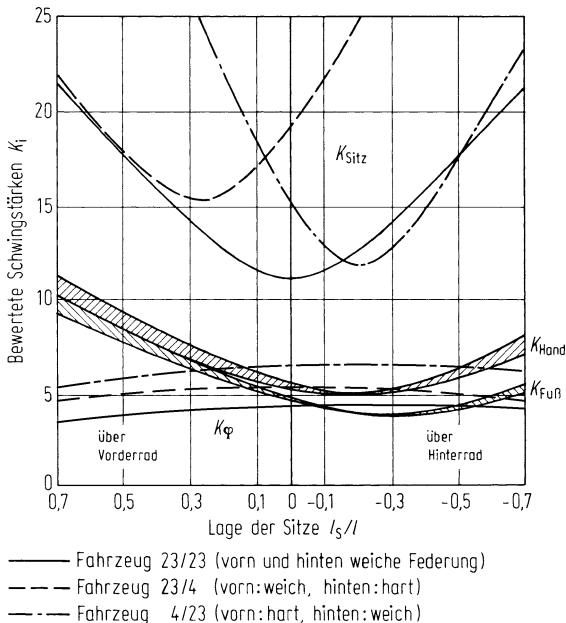
Der K_φ -Wert ist von der Lage des Sitzes fast unabhängig, die Verschiebung des Systems Sitz-Mensch beeinflusst kaum die Nickbeschleunigung des Aufbaues.

Kann man sich als Fahrgast in einem Omnibus einen Platz aussuchen, dann sollte man sich also zwischen die Achsen und nicht über sie oder gar vor die Vorder- oder hinter die Hinterachse setzen. Im Pkw werden Fahrer und Beifahrer weniger erschüttert als die kurz vor der Hinterachse im Fond sitzenden Insassen. Der Fahrer in Omnibussen und Lkw, der über oder sogar vor der Vorderachse sitzt, wird durch die Schwingungen stärker beansprucht als der in Mitte Radstand sitzende Pkw-Fahrer, wenn man unterstellt, dass die betrachteten Fahrzeuge schwingungstechnisch gleichwertig sind.

14.5 Abstimmung zwischen vorderem und hinterem System

Die Nickbeschleunigungen und die Hubbeschleunigungen an irgendeinem Aufbaupunkt bleiben klein, wenn die Aufbaubeschleunigungen über den Rädern gering sind. Daraus könnte man ablesen: Werden die bisher betrachteten Fahrzeuge mit gleichen Teilsystemen

Abb. 14.15 Bewertete Schwingstärken in Abhängigkeit von der Lage des Sitzes für Fahrzeuge mit verschiedenen Aufbaueigenfrequenzen vorn und hinten. (Fahrzeugdaten s. Tab. 14.1, $l = 2,8 \text{ m}$, $v = 20 \text{ m/s}$, $\Phi_h(\Omega_0) = 4 \text{ cm}^3$, $\Omega_0 = 1 \text{ m}^{-1}$, $w = 2$)



vorn und hinten derartig abgeändert, dass ein Teilsystem verschlechtert wird so muss sich auch der gesamte Fahrkomfort im gleichen Sinne ändern. Allerdings ist zu bedenken, dass bei reiner Hubanregung ($\omega\Delta t = n2\pi$) der Aufbau nun nicht mehr Hubbewegungen allein, sondern auch Nickbewegungen ($z_{2V} \neq z_{2H}$) ausführt, und dass sich dadurch vielleicht der Komfort verbessert. Dies wird in diesem Abschnitt unter der Voraussetzung Koppelmasse $m_K = 0$ behandelt.

14.5.1 Unterschiedliche Aufbaueigenfrequenzen

Der Frage nach unterschiedlichen Aufbaueigenfrequenzen soll zunächst am Beispiel der Fahrzeuge 23/4 und 4/23 nachgegangen werden (s. Tab. 14.1). Das Fahrzeug 23/4 besteht aus dem vorderen System des Fahrzeugs 23 nach Tab. 13.1 und aus dem hinteren des Fahrzeugs 4, d. h., vorn hat das Teilsystem eine Eigenfrequenz $v_{2V}/2\pi \approx 1,5 \text{ Hz}$ und hinten $v_{2H}/2\pi \approx 2,1 \text{ Hz}$. Beim Fahrzeug 4/23 sind die Teilsysteme vertauscht (oder 4/23 ist gleich 23/4 bei Rückwärtsfahrt).

In Abb. 14.15 sind die einzelnen K_i -Werte über der Sitzposition für eine bestimmte Fahrgeschwindigkeit $v = 20 \text{ m/s}$ aufgetragen. Die neuen Fahrzeuge 23/4 und 4/23 sowie das zum Vergleich hinzugenommene bekannte Fahrzeug 23/23 unterscheiden sich in $K_{Fuß}$ und K_{Hand} kaum. Die Bewertete Schwingstärke für die Nickbewegung K_φ ist bei 23/23 am kleinsten, bei 4/23 am größten, größer als bei 23/4.

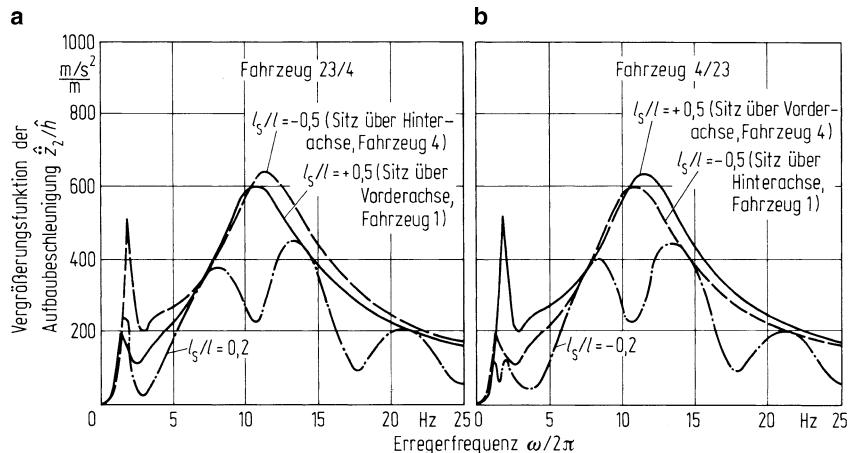


Abb. 14.16 Vergrößerungsfunktionen der Aufbaubeschleunigung für verschiedene Sitzlagen. **a** für Fahrzeug 23/4; **b** für Fahrzeug 4/23 (Daten s. Tab. 14.1, $l = 2,8 \text{ m}$, $v = 20 \text{ m/s}$)

Bemerkenswert ist der K_{Sitz} -Verlauf. Zunächst ist mit $m_K = 0$ leicht einzusehen: Ist der Sitz beim Fahrzeug 23/4 über der Vorderachse oder beim Fahrzeug 4/23 über der Hinterachse, dann gibt es gegenüber dem Fahrzeug 23/23 keine Unterschiede. Ebenfalls gleich sind die K_{Sitz} -Werte für den Sitz über der Hinterachse des Fahrzeugs 23/4 und für den Sitz über der Vorderachse des Fahrzeugs 4/23. Ebenso leicht einzusehen ist, dass das Minimum von K_{Sitz} bei Fahrzeug 23/4 nicht mehr in Radstandmitte ($l_s/l = 0$) wie bei Fahrzeug 23/23 liegt, sondern, da das vordere System weicher gefedert und damit komfortabler ist, in Richtung Vorderachse verschoben sein muss ($l_s/l \sim 0,2$). Beim Fahrzeug 4/23 liegt deshalb entsprechend die günstigste Stelle hinter der Radstandmitte ($l_s/l \sim -0,2$).

Überraschend ist aber, dass die Minima bei den Fahrzeugen verschieden groß sind. Zur Erklärung dessen werden die Vergrößerungsfunktionen der Aufbaubeschleunigungen in Abb. 14.16 gegenübergestellt. In den Diagrammen sind zunächst die Aufbaubeschleunigungen über Vorder- und Hinterachse eingezeichnet, sie unterscheiden sich – wie aus Abschn. 13.5 bekannt – im wesentlichen nur im Gebiet der Aufbauresonanz. Sie sind außerdem für die Fahrzeuge 23/4 und 4/23 bis auf die Vertauschung vorn zu hinten gleich. Vergleicht man hingegen die Beschleunigung an den Aufbaupunkten, an denen minimale K_{Sitz} -Werte auftreten, also Fahrzeug 23/4 bei $l_s/l = 0,2$ (s. Abb. 14.16a) und Fahrzeug 4/23 bei $l_s/l = -0,2$ (s. Abb. 14.16b), so sind diese bei $\omega/2\pi \approx 2 \text{ Hz}$ für 4/23 kleiner als bei 23/4.

Dies muss an den unterschiedlichen Phasenwinkeln zwischen vorn und hinten liegen. Das kann man sich am einfachsten mithilfe der in Abschn. 11.1.2 erwähnten Zeigerdiagramme verdeutlichen. Bei der niedrigen Erregerfrequenz von 2 Hz kann der Einfluss der Radmasse ohne Weiteres vernachlässigt werden, und zur Erklärung soll auch der Einfluss von Sitz-Mensch nicht berücksichtigt werden. Dann hat man nach Abb. 14.17a zwei Einmassensysteme zu betrachten, und kann daraus nach (14.6) die Aufbaubeschleunigung an der Sitzschiene ausrechnen. In Abb. 14.17b ist das Zeigerdiagramm für das Fahrzeug

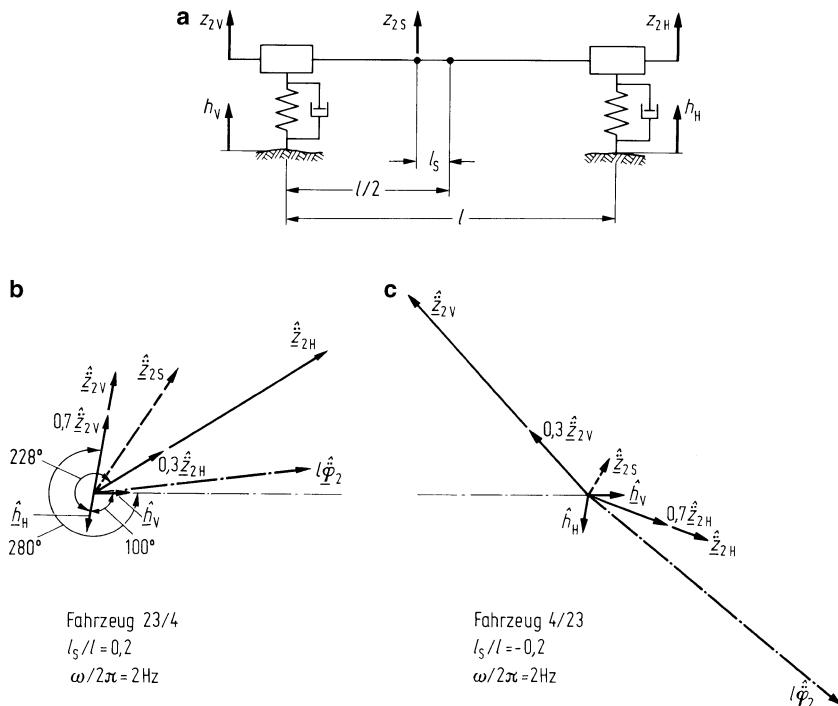
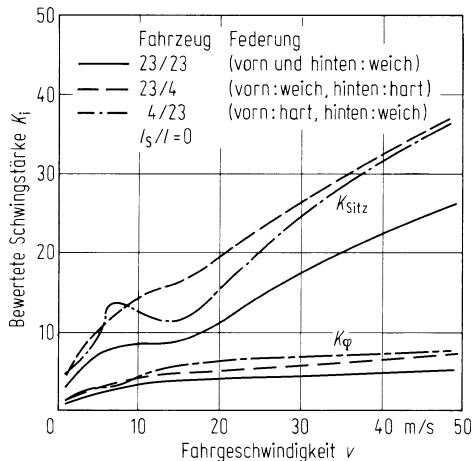


Abb. 14.17 Erklärung, warum Fahrzeugschwingungen bei Vorwärts- und Rückwärtssfahrt verschieden sind. **a** vereinfachtes Ersatzsystem; **b**, **c** Zeigerdiagramme. (Daten der Fahrzeuge s. Tab. 14.1, $l = 2,8 \text{ m}$, $v = 20 \text{ m/s}$)

23/4 dargestellt. Der Zeiger der vorderen Unebenheit \hat{h}_V liegt gerade auf der reellen Achse. Die Aufbaubeschleunigung über der Vorderachse errechnet sich nach Tab. 11.2, 1. Zeile, 3. Spalte mit $\omega/2\pi = 2 \text{ Hz}$ für das Fahrzeug 23 ($v_{2V}/2\pi = 1,5 \text{ Hz}$, $D_{2V} = 0,27$) zu $\hat{z}_{2V}/\hat{h}_V = 193 \text{ m/s}^2/\text{m}$, und der Phasenwinkel zu \hat{h}_V ist nach (11.29) $\alpha_V = -280^\circ$ (bei der Beschleunigung muss noch $-\pi$ addiert werden). Damit sind – wie Abb. 14.17b zeigt – die Zeiger \hat{h}_V zu \hat{z}_{2V} einander zugeordnet. Die Anregung der Hinterachse kommt $\omega\Delta t$ später, das ergibt nach (14.11) mit $\omega = 2\pi \cdot 2 \text{ Hz}$, $l = 2,8 \text{ m}$, $v = 20 \text{ m/s}$ einen Phasenwinkel von 100° und daraus die Lage von \hat{h}_V zu \hat{h}_H . Die Beschleunigung des Aufbaus über der Hinterachse ist für das Fahrzeug 4 ($v_{2H}/2\pi = 2,1 \text{ Hz}$, $D_{2H} = 0,19$) $\hat{z}_{2H}/\hat{h}_H = 422 \text{ m/s}^2/\text{m}$, und der Phasenwinkel $\alpha_H = -228^\circ$. Damit liegt auch \hat{z}_{2H} fest. Die Beschleunigung unter dem Sitz ist für $l_S/l = 0,2$ dann nach (14.6) $\hat{z}_{2S} = 0,7\hat{z}_{2V} + 0,3\hat{z}_{2H}$ und wurde ebenfalls in Abb. 14.17b eingezeichnet. In Abb. 14.17c ist das Entsprechende für Fahrzeug 4/23 dargestellt. Man erkennt gegenüber Abb. 14.17a, dass durch das Vertauschen des vorderen und hinteren Systems die Zeiger der Aufbaubeschleunigung vorn und hinten unterschiedlich zueinander liegen, die Phasenlage zwischen \hat{z}_{2V} und \hat{z}_{2H} hat sich geändert. Damit verändert sich auch die Größe der Beschleunigung unter dem Sitz (jetzt allerdings bei dem Minimum $l_S/l = -0,2$), und zwar wird sie kleiner.

Abb. 14.18 Bewertete Schwingstärken für die über den Sitz abgefederten Körperteile K_{Sitz} und für die Nickbewegungen K_{φ} für Fahrzeuge mit verschiedenen Aufbaueigenfrequenzen vorn und hinten. (Daten der Fahrzeuge s. Tab. 14.1)



Damit erklärt sich der zunächst überraschende Unterschied bei den Minima der Fahrzeuge 23/4 und 4/23 (oder Vorwärts- und Rückwärtsfahrt) aus der Phasenlage. Auch der Unterschied in der Größe der Nickbeschleunigung $\ddot{\varphi}_2$ ist daraus zu entnehmen.

Wie erläutert, ist der Unterschied zwischen Fahrzeug 23/4 und 4/23 oder zwischen Vorwärts- und Rückwärtsfahrt auf den Phasenwinkel der Aufbaubeschleunigung über den Rädern zurückzuführen. Da dieser auch von $\omega \Delta t$ abhängt, also bei gegebenem Radstand auch von der Fahrgeschwindigkeit, muss sich das Ergebnis mit der Fahrgeschwindigkeit ändern! Dies ist aus Abb. 14.18 zu entnehmen. Dort werden nochmals die Fahrzeuge 23/23, 23/4 und 4/23 gegenübergestellt. Dabei sitzt der Fahrer in allen Fahrzeugen an der gleichen Stelle, und zwar über Radstandmitte. Das vorn und hinten weich gefederte Fahrzeug 23/23 ist im gesamten Geschwindigkeitsbereich besser als die an einer Achse härter gefederten Fahrzeuge 23/4 oder 4/23, während diese in verschiedenen Geschwindigkeitsbereichen manchmal schlechter, manchmal besser sind. Es kommt also tatsächlich auf die Fahrgeschwindigkeit an.

14.5.2 Verschiedene Aufbaudämpfungen

In Abb. 14.19 werden die Komfortwerte der Fahrzeuge 23/7 und 7/23 miteinander verglichen. Das Fahrzeugteilsystem 7 hat gegenüber 23 nach Tab. 13.1 eine härtere Dämpfung, ein höheres Dämpfungsmaß. Nach den Berechnungen am Dreimassensystem in Abschn. 13.6 wäre demnach zu erwarten, dass die (teilweise) härter gedämpften Fahrzeuge 23/7 und 7/23 schlechter sind als das Fahrzeug 23/23. Dies ist richtig für K_{Sitz} und den Geschwindigkeitsbereich bis etwa 17 m/s, darüber ist 7/23 etwas besser als 23/23, während 23/7 immer schlechter ist. Hier spielt also wieder der Phasenwinkel zwischen den Anregungen vorn/hinten eine Rolle.

Als weiteres Beispiel für den Einfluss der Dämpfung wird das symmetrische Fahrzeug 5/5 betrachtet, bei dem gegenüber 23/23 vorn und hinten das Dämpfungsmaß verringert

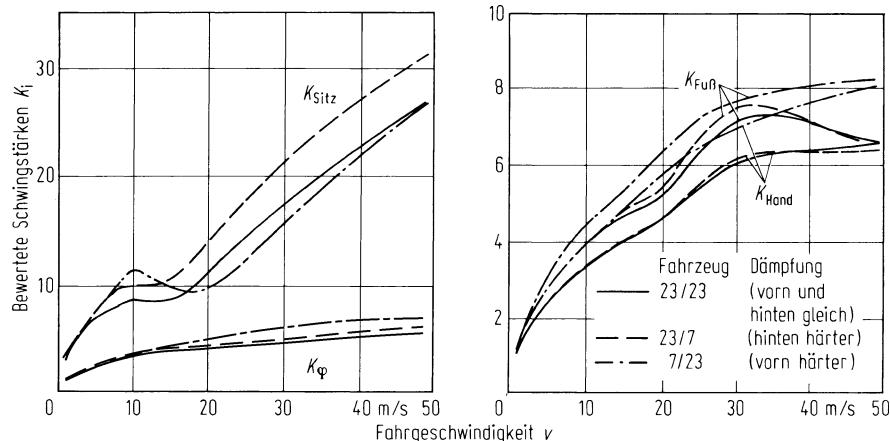


Abb. 14.19 Bewertete Schwingstärken für Fahrzeuge mit verschiedenen Aufbaudämpfungen vorn und hinten. (Daten der Fahrzeuge s. Tab. 14.1, $l = 2,8 \text{ m}$, $\Phi_h(\Omega_0) = 4 \text{ cm}^3$, $\Omega_0 = 1 \text{ m}^{-1}$, $w = 2$, $l_s = 0$, $l_F = 0,9 \text{ m}$, $l_L = 0,5 \text{ m}$)

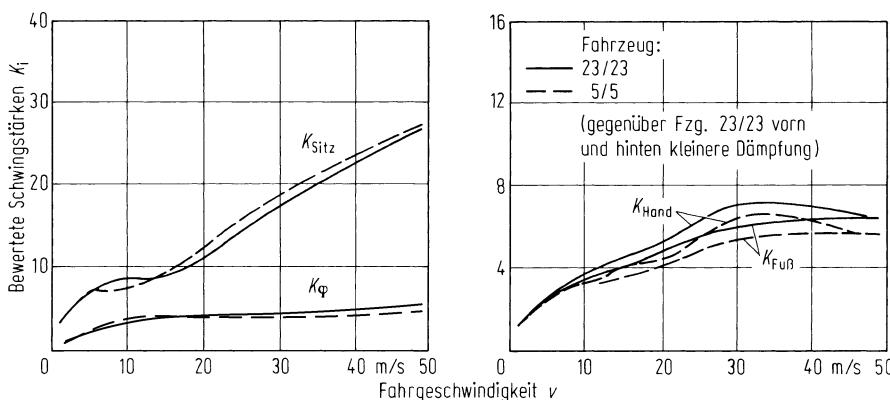


Abb. 14.20 Vergleich zweier Fahrzeuge mit unterschiedlicher, aber vorn und hinten jeweils gleicher Dämpfung. (Daten für Fahrzeuge s. Tab. 14.1, $l = 2,8 \text{ m}$, $\Phi_h(\Omega_0) = 4 \text{ cm}^3$, $\Omega_0 = 1 \text{ m}^{-1}$, $w = 2$, $l_s = 0$, $l_F = 0,9 \text{ m}$, $l_L = 0,5 \text{ m}$)

wurde. Nach Abb. 14.20 ist der K_{Sitz} -Wert des Fahrzeugs 5/5 bis zu Geschwindigkeiten nahe 15 m/s kleiner als der von 23/23, $K_{\text{Fuß}}$ und K_{Hand} sind es im gesamten Geschwindigkeitsbereich. Dies stimmt in der Tendenz mit Abb. 13.11 und der Begründung in Abschn. 13.6 überein. Ab 15 m/s ist für das stärker gedämpfte Fahrzeug K_{Sitz} kleiner, der Komfort besser. Da dies im Widerspruch zu Abschn. 13.6 steht, muss es an den Phasenwinkeln zwischen Anregung und Aufbaubewegung einerseits und denen zwischen vorderer und hinterer Unebenheit andererseits liegen. Dies gilt nur für die in Radstandmitte Sitzenden, für die über

oder nahe den Achsen Sitzenden (s. Abb. 13.11a) ergibt das weicher gedämpfte Fahrzeug hingegen im gesamten Geschwindigkeitsbereich den besseren Komfort.

14.5.3 Mittelwerte über einem Geschwindigkeitsbereich

Aus den Beispielen, nach denen Fahrzeuge in bestimmten Geschwindigkeitsbereichen besser sind als in anderen, bekommt man einen weiteren, wichtigen Hinweis: Bevor man ein Fahrzeug schwingungstechnisch auslegt, muss man den Geschwindigkeitsbereich festlegen, in dem das Fahrzeug einen guten Komfort haben soll.

Geschwindigkeiten unter $15 \text{ m/s} = 54 \text{ km/h}$ dürften nicht interessant sein, weil in diesem Bereich keine großen Schwingungen auftreten und weil außerdem diese hauptsächlich in der Stadt auftretenden Fahrten mit geringen Geschwindigkeiten nicht lange dauern. Die obere Grenze dürfte bei Omnibussen die Höchstgeschwindigkeit sein, ungefähr $100 \text{ km/h} \sim 28 \text{ m/s}$, bei Pkw für Autobahnfahrten nicht mehr als $40 \text{ m/s} = 144 \text{ km/h}$, auch wenn sie schneller fahren können.

Um nun nicht immer die K_i -Werte über der Geschwindigkeit auftragen und die Fahrzeuge daran vergleichen zu müssen, könnte man für das festgelegte Geschwindigkeitsintervall von v_1 bis v_2 mittlere Werte definieren:

$$\bar{K}_i = \frac{1}{v_2 - v_1} \int_{v_1}^{v_2} K_i(v) dv \quad (14.34)$$

Abbildung 14.21 zeigt die Auswertung für die in diesem Abschnitt genannten Beispieldfahrzeuge.

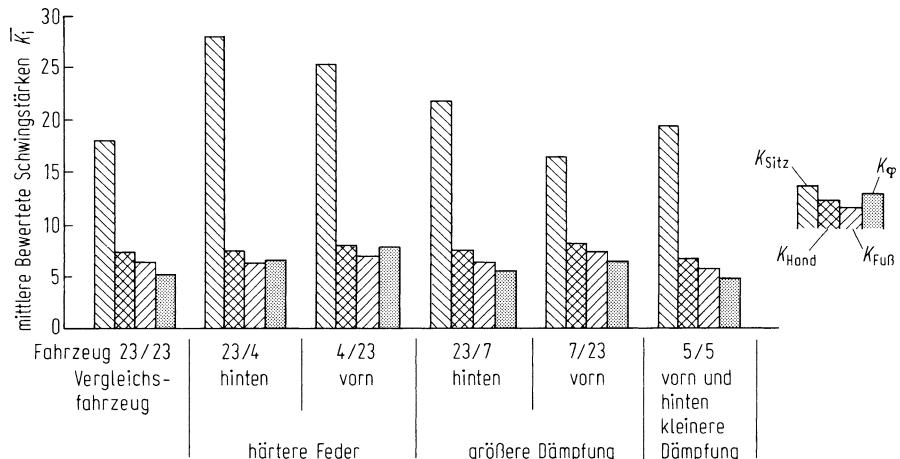


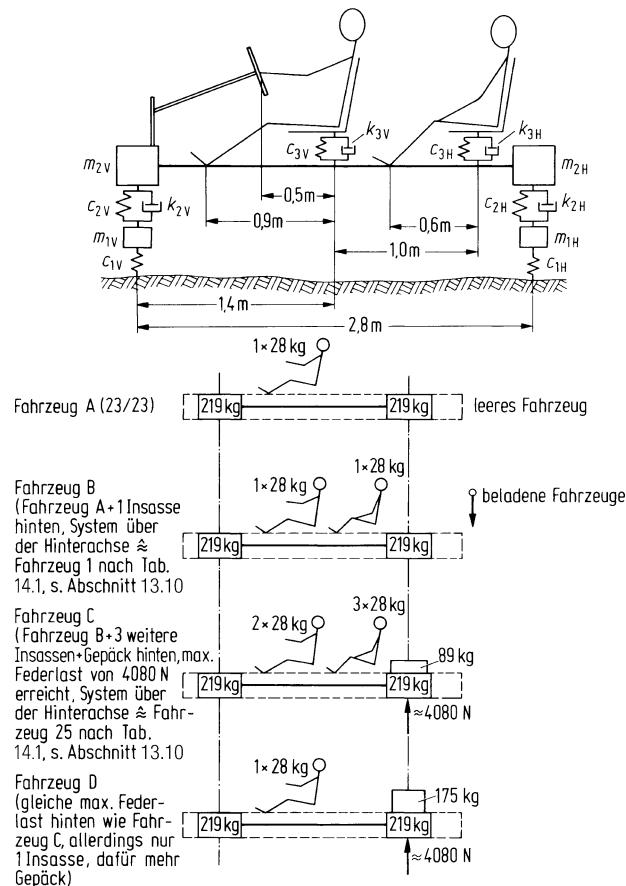
Abb. 14.21 Bewertete Schwingstärken linear gemittelt im Geschwindigkeitsbereich von 15 bis 40 m/s (54 bis 144 km/h) (Fahrzeugdaten s. Tab. 14.1, $l = 2,8 \text{ m}$, $\Phi_h(\Omega_0) = 4 \text{ cm}^3$, $\Omega_0 = 1 \text{ m}^{-1}$, $w = 2$, Sitz in Radstandmitte, $l_s = 0$, $l_F = 0,9 \text{ m}$, $l_L = 0,5 \text{ m}$)

14.6 Einfluss der Beladung

Nach Abb. 14.22 wird der leere, nur mit dem Fahrer besetzte Pkw A (entspricht Fahrzeug 23/23) mit vier verschiedenen beladenen Pkw verglichen. Bei Fahrzeug B sitzt ein weiterer Mensch auf dem Rücksitz. (Fahrzeug B entspricht ungefähr Fahrzeug 1 beim Dreimassen-System, s. Abschn. 13.10, nur dass bei diesem der Mensch genau über der (Hinter-)Achse saß.) Das Fahrzeug C ist insgesamt mit fünf Personen und 89 kg Gepäck beladen, was hinten eine statische Federlast von ungefähr 4080 N bzw. bei der Radmasse von 31 kg eine statische Radlast von 4390 N ergibt. Bei Fahrzeug D ist die Radlast gleich, allerdings ist es nur mit dem Fahrer und dafür mit mehr Gepäck von 175 kg Masse beladen. Das Gepäck, das die Aufbaumasse m_2 vergrößert, liegt immer genau über der Hinterachse, damit nach wie vor die Koppelmasse $m_K = 0$ bleibt.

In Abb. 14.23 sind die verschiedenen bewerteten Schwingstärken aufgetragen. Der K_{Hand} -Wert (nur für die am Lenkrad befindlichen Fahrerhände ausgerechnet) ist von der

Abb. 14.22 Beispiele für das leere Fahrzeug und verschiedene beladene Fahrzeuge (Daten von Fahrzeug 23/23 s. Tab. 14.1)



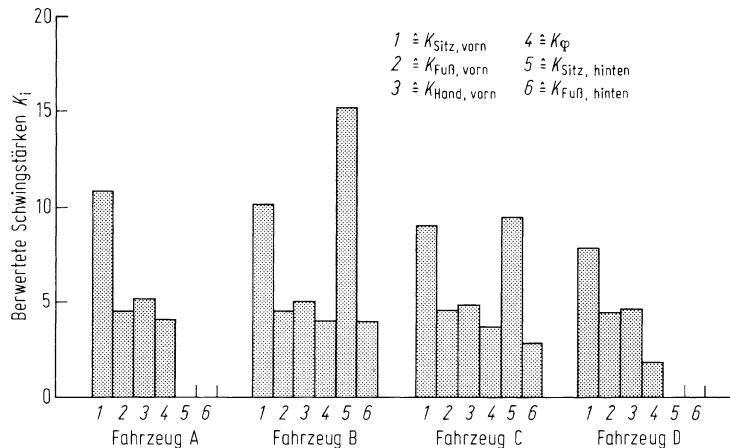


Abb. 14.23 Bewertete Schwingstärken für vorn und hinten Sitzende bei verschiedener Beladung. (Fahrzeugdaten s. Abb. 14.22, $\Phi_h(\Omega_0) = 4 \text{ cm}^3$, $\Omega_0 = 1 \text{ m}^{-1}$, $w = 2$, $v = 20 \text{ m/s}$)

Beladung praktisch unabhängig. Das letztere gilt auch für den K_ϕ - und $K_{\text{Fuß}, \text{vorn}}$ -Wert. Beim Komfort für die Fahrer- und Beifahrerfüße ist das verständlich, weil diese sich praktisch über der Vorderachse befinden und deren Beschleunigungen kaum von der Beladung über und in der Nähe der Hinterachse beeinflusst werden. Die Füße der hinten Sitzenden sind etwa in Radstandmitte, also in dem bestgefederten Fahrzeugteil, und deshalb ist $K_{\text{Fuß}, \text{hinten}} < K_{\text{Fuß}, \text{vorn}}$. Der Komfort auf dem Sitz für die vorn Sitzenden ist besser als der für die hinten Sitzenden ($K_{\text{Sitz}, \text{vorn}} < K_{\text{Sitz}, \text{hinten}}$), und weiterhin wird der Komfort für den Fahrer mit der Zuladung (gleichgültig, ob durch weitere Personen oder Gepäck) besser. Damit gilt:

- Fahrer und Beifahrer im Pkw werden weniger durch Schwingungen beansprucht als die hinten Sitzenden,
- mit zunehmender Beladung wird der Komfort besser (vorausgesetzt, dass sich mit der Beladung nicht die Federkonstante c_2 ändert, d. h. dass der Aufbau durch die Beladung nicht auf den wesentlich härteren Anschlagpuffern sitzt).

14.7 Einfluss von Koppelmasse und Radstand

In den Abschn. 14.2 bis 14.6 wurde die Koppelmasse $m_K = 0$ gesetzt. Jetzt soll der allgemeine Fall $m_K \neq 0$ gelten. Nach (10.4) ist die auf die gesamte Aufbaumasse m_2 bezogene Koppelmasse

$$\frac{m_K}{m_2} = 1 - \frac{i_y^2}{l_{2V} l_{2H}} = 1 - \frac{(i_y/l)^2}{l_{2V}/l \cdot l_{2H}/l}. \quad (14.35)$$

Danach ändert sie sich z. B. bei konstanter Schwerpunktlage (l_{2V}/l und $l_{2H}/l = \text{const}$), indem

- bei gleichem Radstand l der Trägheitsradius i_y oder
- bei gleichem Trägheitsradius i_y der Radstand l

variiert wird. Für diese beiden Fälle werden Beispiele behandelt.

14.7.1 Pkw mit unterschiedlichen Koppelmassen und gleichem Radstand

Bei einem Pkw liegt der Radstand aus Gründen der Gesamtfahrzeuglänge und des Platzbedarfes im Innenraum in engen Grenzen fest. Darum werden drei Pkw gleichen Radstandes $l = 2,8\text{ m}$ und gleicher Aufbaumasse $m_2 = 438\text{ kg}$, aber verschieden großer Koppelmassen verglichen. Das Verhältnis m_K/m_2 liegt bei den meisten Pkw (ohne Gepäck, das zur Aufbaumasse m_2 gehört) um Null⁶ und schwankt in seltenen Fällen maximal um $\pm 0,2$. Es wird von dem in Abb. 14.22 gezeigten Fahrzeug B mit $m_K/m_2 = 0$ ausgegangen, und es werden zum einen $+0,2$, zum andern $-0,2$ gewählt. Die Fahrzeuge sind mit einem Fahrer und einem hinten sitzenden Mitfahrer besetzt.

In Abb. 14.24 sind die wesentlichen Vergrößerungsfunktionen für mehrere Aufbaubeschleunigungen bei $v = 20\text{ m/s}$ zu sehen. Nach Abb. 14.24a und c sind die Funktionen für die Aufbauhubbeschleunigungen über den Rädern ähnlich, für $m_K = 0$ sieht man die bekannte zweigipflige Resonanzkurve, für $m_K \neq 0$ noch zusätzliche Girlanden. Die Beschleunigungsamplituden sind bei der negativen Koppelmasse am kleinsten, woraus man sofort schließen kann, dass die hinten, nahe der Hinterachse Sitzenden bei $m_K < 0$ auch am wenigsten beansprucht werden. Der Verlauf der Vergrößerungsfunktionen der Aufbaubeschleunigung in Radstandmitte, gleich der für den Fahrersitz, ist nach Abb. 14.24b dagegen unabhängig von der Koppelmasse. Dass dies so sein muss, entnimmt man aus (14.19). Bei dem hier vorliegenden symmetrischen Fahrzeug sind Hub- und Nickschwingungen entkoppelt. Weiterhin ist die Hubbeschleunigung im Aufbauschwerpunkt, hier gleich Mitte Radstand, dann von der Masse m_2 abhängig, also unabhängig von m_K . Die Nickbeschleunigung $\ddot{\phi}_2$ ist nach (14.20) hingegen von J_{2y} und damit von m_K abhängig. Je größer m_K , desto kleiner wird J_{2y} , und damit $\ddot{\phi}_2$ umso größer. Dies bestätigt Abb. 14.24d, bei positiver Koppelmasse ist die Vergrößerungsfunktion größer als bei negativer, der Teilkomfort aus der Nickbeschleunigung wird also schlechter. Sonst erkennt man die typische Girlandenkurve mit den aus $\omega\Delta t$ zu berechnenden Maximal- und Nullstellen.

In Abb. 14.25 sind die K_i -Werte über der Fahrgeschwindigkeit aufgetragen, um zu prüfen, ob die o. g., für $v = 20\text{ m/s}$ gefundenen Erklärungen verallgemeinert werden dürfen. Dies ist tatsächlich der Fall, die positive Koppelmasse bewirkt immer die größeren Werte. Bei $K_{\text{Sitz vorn}}$ und $K_{\text{Fuß hinten}}$ ist das nicht der Fall, weil sich der Oberkörper des Fahrers genau und die Füße des hinten Sitzenden in etwa über Radstandmitte befinden.

⁶ Bei leerem Pkw ist etwa $i_y/l \approx 0,5$ und $l_{2V}/l \approx l_{2H}/l \approx 0,5$, was nach (14.35) $m_K/m_2 \approx 0$ ergibt.

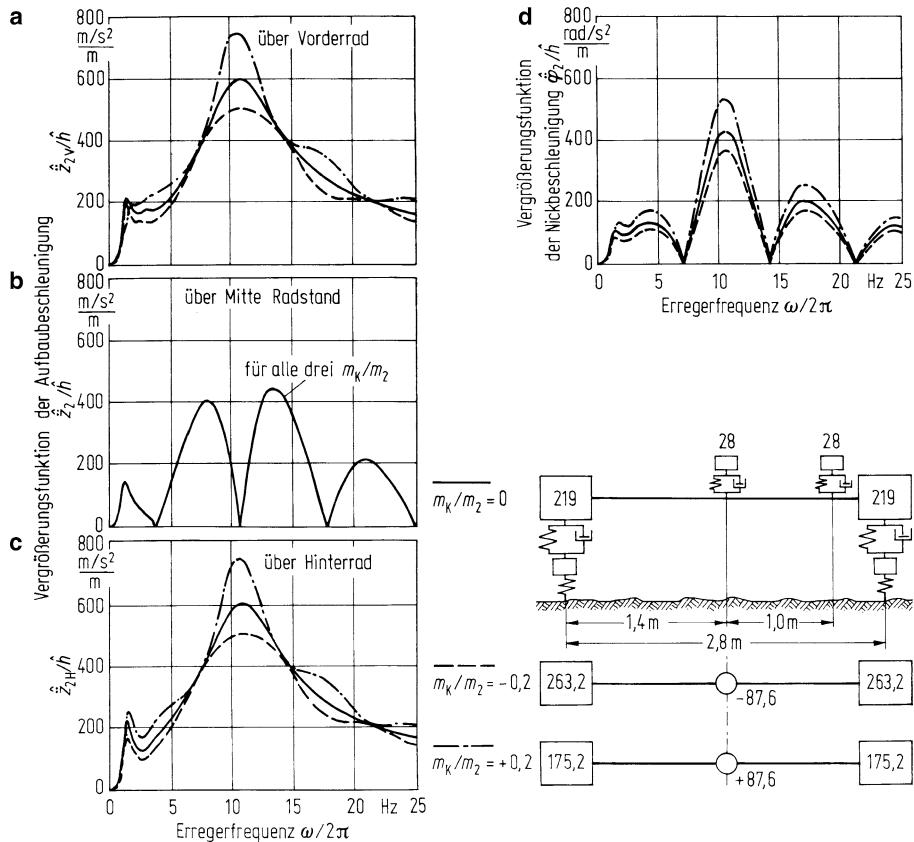


Abb. 14.24 Vergrößerungsfunktionen bei verschiedener Koppelmasse und gleichem Radstand. Aufbauhubbeschleunigungen **a** über Vorderrad; **b** über Mitte Radstand; **c** über Hinterrad; **d** für Nickbeschleunigung. (Übrige Daten s. Fahrzeug B in Tab. 14.1, $v = 20 \text{ m/s}$)

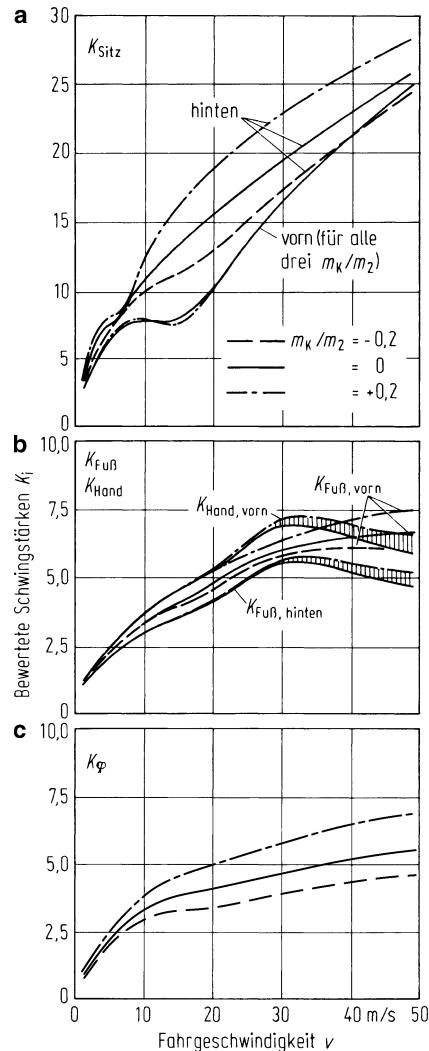
Aus Abb. 14.26 ist die Größe der Radfederwege zu entnehmen. Vorn sind sie mit negativer Koppelmasse größer als mit positiver, hinten ist es umgekehrt.

Die Radlastschwankungen sind von der Größe der Koppelmasse praktisch unabhängig, was insofern nicht verwundert, als die Größe der dynamischen Radlast wenig von der Aufbaubewegung abhängt, s. z. B. Abschn. 13.5.

14.7.2 Busse mit unterschiedlichen Radständen und gleichem Nickträgheitsmoment

Bei großen Bussen ist es leichter als bei Pkw möglich, bei gegebenem Aufbau, also auch bei konstantem Nickträgheitsmoment J_{2y} , den Radstand zu verändern. Nach Abb. 14.27 werden unter dem Fahrgastrraum bei gleicher Schwerpunktlage die Achsen so verschoben,

Abb. 14.25 Einfluss der Koppelmasse m_K auf die bewerteten Schwingstärken (Radstand konstant). (Fahrzeugdaten s. Unterschrift von Abb. 14.24, $\Phi_h(\Omega_0) = 4 \text{ cm}^3$, $\Omega_0 = 1 \text{ m}^{-1}$, $w = 2$)



dass die Abstände Schwerpunkt-Achsen prozentual verkleinert oder vergrößert werden. Dadurch wird die Koppelmasse negativ oder positiv.

Zur Beurteilung werden zunächst die K_i -Werte für den vor der Vorderachse sitzenden Fahrer und für einen auf der hintersten Bank Sitzenden, deren Positionen sich mit m_K nicht verändern, berechnet. Nach Abb. 14.28 sind die K_{Sitz} - und K_φ -Werte über den gesamten Geschwindigkeitsbereich bei negativer Koppelmasse (= kleinem Radstand) am kleinsten, bei positiver (= großem Radstand) am größten. Die Unterschiede betragen für diese ungünstigen Sitzpositionen bei $v = 25 \text{ m/s} = 90 \text{ km/h}$ etwa $\Delta K_{\text{Sitz}} \approx 5$.

Wie in Abschn. 14.7.1 schon festgestellt, ändern sich die Radlastschwankungen mit der Koppelmasse kaum. Auch die dynamischen Radfederwege hinten ändern sich kaum

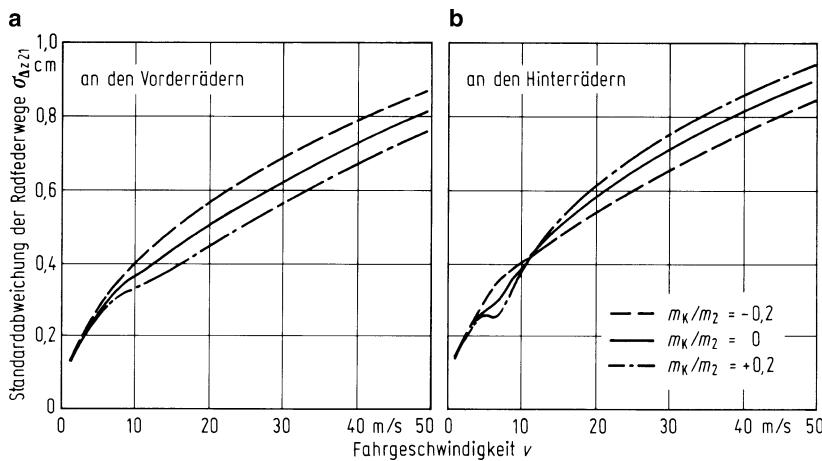


Abb. 14.26 Einfluss der Koppelmasse m_K auf die Radfederwege am Beispiel eines Pkw (Radstand konstant). **a** An den Vorderrädern; **b** an den Hinterrädern. (Daten s. Abb. 14.23 und 14.25)

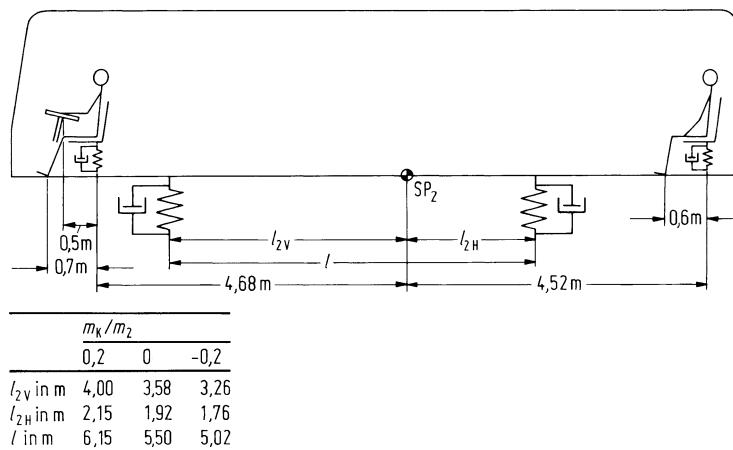


Abb. 14.27 Busse mit verschiedenem Radstand l und verschiedener Koppelmasse m_K , aber gleicher Aufbaumasse $m_2 = 3950 \text{ kg}$ und Nickträgheitsmoment $J_{2y} = 27.184 \text{ kg m}^2$ und Schwerpunktlage. (Sonstige bezogene Fahrzeugdaten wie Fahrzeug 23/23 in Tab. 14.1)

(s. Abb. 14.29b), die Federwege vorn hingegen sind bei positivem m_K am kleinsten (s. Abb. 14.29a).

Zusammenfassend kann man feststellen, dass die Veränderung des Radstandes und gleichzeitig der Koppelmasse nur geringen Einfluss auf die unebenheitserregten Fahrzeugschwingungen hat.

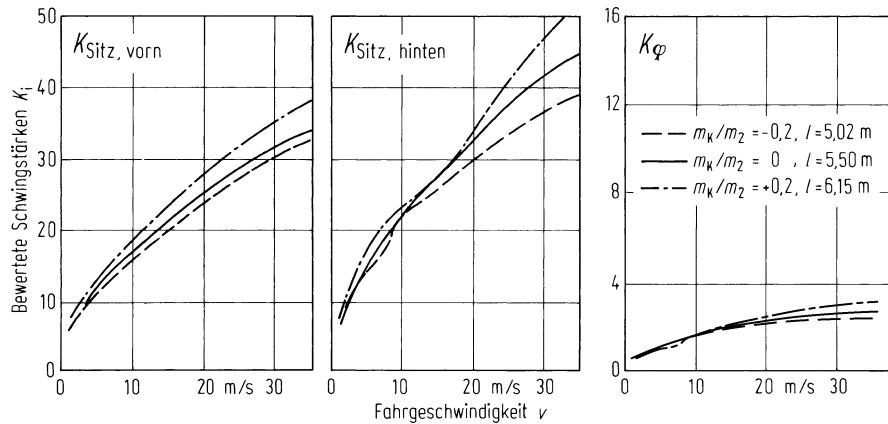
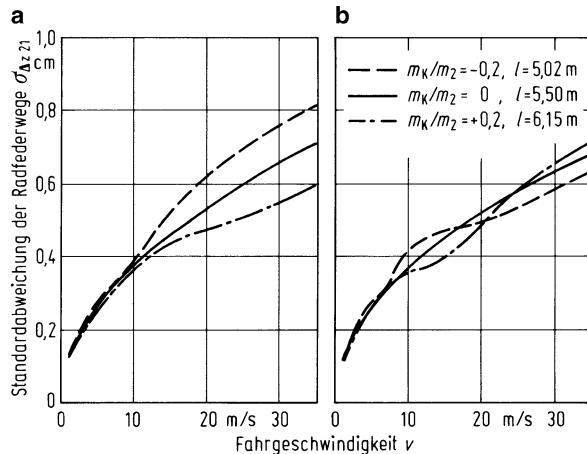


Abb. 14.28 Bewertete Schwingstärken in Bussen verschieden Radstandes l und damit verschiedener Koppelmasse m_K . (Daten s. Abb. 14.27, $\Phi_h(\Omega_0) = 4 \text{ cm}^3$, $\Omega_0 = 1 \text{ m}^{-1}$, $w = 2$)

Abb. 14.29 Radfederwege an Bussen verschiedenen Radstandes l und damit verschiedener Koppelmasse m_K .
a An den Vorderrädern; **b** an den Hinterrädern. (Daten s. Abb. 14.27 und 14.28)



14.8 Hub- und Nickeigenfrequenz, Federkopplung vorn-hinten

Bisher wurde bei der Erklärung der Aufbaubewegungen ausschließlich von den Koordinaten über den Rädern ausgegangen, und eine der wichtigen bezogenen Größen war die in (13.5) genannte ungedämpfte Aufbaueigenfrequenz ν_2 .

Wählt man hingegen – wie am Ende des Abschn. 14.1 erläutert – als Aufbaukoordinaten die Hubbewegung im Schwerpunkt und die Nickbewegung, so erhält man zwei andere Eigenkreisfrequenzen, über die man leicht den Vorteil einer „Federkopplung“ oder einer sog. „Verbundfederung“ erklären kann.

Zusatzinformation

Die beiden ungedämpften und nach (14.21) mit

$$c_{2V}l_{2V} - c_{2H}l_{2H} = 0 \quad (14.36)$$

entkoppelten Aufbaueigenfrequenzen lauten für die Hubeigenkreisfrequenz

$$\nu_{2Hub} = \sqrt{\frac{c_{2V} + c_{2H}}{m_2}} \quad (14.37)$$

und für die Nickeigenkreisfrequenz

$$\nu_{2Nick} = \sqrt{\frac{c_{2V}l_{2V}^2 + c_{2H}l_{2H}^2}{J_{2y}}} \quad (14.38)$$

Zur Abschätzung ihrer Größe wird⁷ für Pkw $l_{2V}/l \approx l_{2H}/l$ und $i_y/l \approx 0,5$ gesetzt, dann wird mit $J_{2y} = m_2 i_y^2 = m_2 (i_y/l)^2 l^2$

$$\nu_{2Nick} \approx \sqrt{\frac{c_{2V} + c_{2H}}{m_2}} \approx \nu_{2Hub}. \quad (14.39)$$

Hub- und Nickeigenkreisfrequenz sind etwa gleich groß. ν_{2Hub} wiederum ist etwa ν_2 .

Um einen Zusammenhang zu der nach (10.4) definierten Koppelmasse m_K herzustellen, werden bei Gültigkeit von (14.36) sowie der Annahme $l_{2V} = l_{2H}$ und damit $c_{2V} = c_{2H}$ aus den beiden Aufbaueigenkreisfrequenzen

$$\nu_{2Hub} = \sqrt{\frac{2c_{2V}}{m_2}}$$

und

$$\nu_{2Nick}^2 = \nu_{2Hub}^2 \frac{1}{1 - m_K/m_2} \quad (14.40)$$

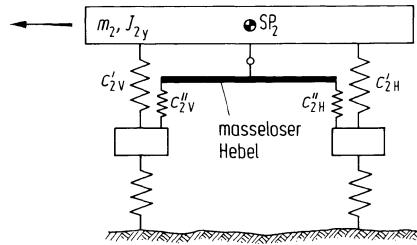
Eine negative Koppelmasse m_K , die nach Abschn. 14.7 eine kleine Nickbeschleunigung ergibt, ist gleichbedeutend mit $\nu_{2Nick} < \nu_{2Hub}$, die Nickeigenfrequenz liegt niedriger als die Hubeigenfrequenz. Das wird zusammen mit den Resultaten des Abschn. 13.5 verständlich; kleine Beschleunigungen, hier Nickbeschleunigungen, werden u. a. durch eine niedrige Aufbaueigenfrequenz, hier durch eine niedrige Nickeigenfrequenz, erzielt.

Es dürfte sehr schwierig sein, den Aufbau von kleinen Personenkraftwagen, die durch ihren kurzen Radstand nach Abb. 14.11 ohnehin schon stark nicken, so auszuführen, dass $m_K < 0$ ist. Die Massenverteilung liegt bei der gedrängten (weil billigen) Bauweise dieser Fahrzeuge in engen Grenzen fest, sodass eine negative Koppelmasse praktisch nur durch Verkleinerung des Radstandes zu verwirklichen wäre, was jedoch aus Raumgründen nicht möglich ist. (Die zur Radstandsmitte hin gerückten Räder und Radkästen vermindern die Beinfreiheit von Fahrer und Beifahrer und verkleinern die Breite der hinteren Sitzbank.) Heutige kleine Fahrzeuge realisieren meist den max. möglichen Radstand. Dabei haben sie dann die gerade erläuterten Nachteile.

Einen Ausweg zeigt A. Drechsel [MARQ57] mit seinem Prinzip der Verbundfederung. Der Grundgedanke kann mit der Bewegungsgleichung (14.20) erklärt werden, wonach die Nickbeschleunigung $\ddot{\varphi}_2$ bei gegebenem Trägheitsmoment J_{2y} klein wird wenn die angreifenden Momente

⁷ Bei leerem Pkw ist etwa $i_y/l \approx 0,5$ und $l_{2V}/l \approx l_{2H}/l \approx 0,5$, was nach (14.35) $m_K/m_2 \approx 0$ ergibt.

Abb. 14.30 Schwingungssatzschema zur Erläuterung der Verbundfederung im Seitenriss⁸ (Dämpfung nicht eingezzeichnet)



klein sind. Dies wird erreicht, indem die Gesamt federkonstanten nach der prinzipiellen Darstellung in Abb. 14.30 aufgespalten werden

$$\begin{aligned} c_{2V} &= c'_{2V} + c''_{2V}, \\ c_{2H} &= c'_{2H} + c''_{2H}. \end{aligned} \quad (14.41)$$

Nur ein Teil der Federn greift am Aufbau an und leitet damit Nickbewegungen ein, während die übrigen Federn miteinander (hier durch einen masselosen Hebel angenommen) verbunden sind und nur bei Hubbewegungen ansprechen. Die Größe der Hub eigenkreisfrequenz ist wie bisher $\nu_{2\text{Hub}}^2 = (c_{2V} + c_{2H})/m_2$, während die Nickeigenkreisfrequenz sich im günstigen Sinne auf

$$\nu_{2\text{Nick}}^2 = \frac{c'_{2V} l_{2V}^2 + c'_{2H} l_{2H}^2}{J_{2y}} \quad (14.42)$$

verringert. Betrachtet man wieder ein symmetrisches Fahrzeug, so erhält man entsprechend (14.40) die Beziehung

$$\nu_{2\text{Nick}}^2 = \left(\nu_{2\text{Hub}}^2 - \frac{2c''_{2V}}{m_2} \right) \frac{1}{1 - m_K/m_2} \quad (14.43)$$

14.9 Bremsnicken, Nickpol

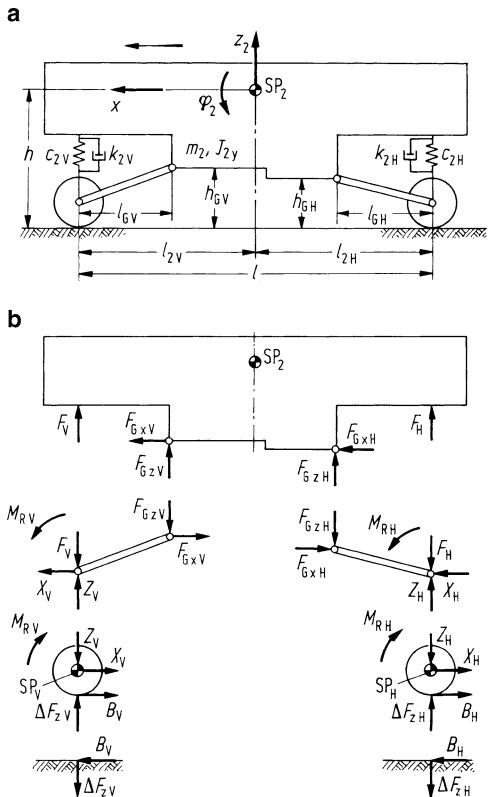
Nickschwingungen treten nicht nur bei Fahrt auf unebener Straße auf, sondern auch auf ebener Fahrbahn beim Bremsen. Die Größe dieser Nickbewegung, des sog. Bremsnickens, hängt nicht allein von den Schwingungseigenschaften und von der Verzögerung des Fahrzeugs, sondern auch von der Art der Radaufhängung ab. Dies führt zu dem Begriff des Nickpoles.

Zusatzinformation

Abbildung 14.31 zeigt ein Fahrzeug mit vorn geschobenem, hinten gezogenem Längslenker (z. B. Citroën 2CV). Die Bremsmomente werden an den Lenkern abgestützt, d. h. die Bremsen liegen außen an den Rädern.

⁸ Mechanisch verwirklicht bei den früheren Citroën 2CV, hydraulisch durch das sog. Hydrolastic Federungssystem der British Motor Corporation Ltd, Birmingham, England, bei den Serienmodellen Mini 1100 und 1800.

Abb. 14.31 Modell zur Berechnung der Aufbau- schwingungen beim Bremsen.
a Fahrzeugdaten; **b** Belastun- gen



Die Gleichungen lauten für den Aufbau

$$m_2 \ddot{x} = F_{GxV} + F_{GxH}, \quad (14.44)$$

$$m_2 \ddot{z}_2 = F_{GzV} + F_{GzH} + F_V + F_H, \quad (14.45)$$

$$\begin{aligned} J_{2y} \ddot{\varphi}_2 = & -F_{GzV} (l_{2V} - l_{GV}) + F_{GzH} (l_{2H} - l_{GH}) - F_V l_{2V} + F_H l_{2H} \\ & - F_{GxV} (h - h_{GV}) - F_{GxH} (h - h_{GH}), \end{aligned} \quad (14.46)$$

für die Lenker (masselos)

$$F_{GxV} = X_V, \quad F_{GxH} = X_H, \quad (14.47)$$

$$F_{GzV} = Z_V - F_V, \quad F_{GzH} = Z_H - F_H, \quad (14.48)$$

$$F_{GzV} l_{GV} + F_{GxV} (h_{GV} - r) - M_{RV} = 0, \quad (14.49)$$

$$F_{GzH} l_{GH} - F_{GxH} (h_{GH} - r) - M_{RH} = 0,$$

für die Räder (ebenfalls als masselos angenommen, Reifenfederungen vernachlässigt)

$$0 = -B_V - X_V, \quad 0 = -B_H - X_H, \quad (14.50)$$

$$0 = \Delta F_{zV} - Z_V, \quad 0 = \Delta F_{zH} - Z_H, \quad (14.51)$$

$$0 = -M_{RV} + B_V r, \quad 0 = -M_{RH} + B_H r. \quad (14.52)$$

ΔF_{zV} und ΔF_{zH} sind die Radlaständerungen gegenüber einem in der Ebene stehenden Fahrzeug. Feder- und Dämpferkräfte sind

$$F_V = -c_{2V}(z_2 - l_{2V}\varphi_2) - k_{2V}(\dot{z}_2 - l_{2V}\dot{\varphi}_2), \quad (14.53)$$

$$F_H = -c_{2H}(z_2 + l_{2H}\varphi_2) - k_{2H}(\dot{z}_2 + l_{2H}\dot{\varphi}_2).$$

Die Bewegungsgleichung lautet

$$m(-\ddot{x}) = B_V + B_H. \quad (14.54)$$

Dies entspricht in Teil II der Gl. (9.28), $(-\ddot{x})$ ist die Verzögerung, B_V und B_H sind die Bremskräfte an Vorder- und Hinterrädern.

Hinzu kommen die beiden Schwingungsgleichungen

$$\begin{aligned} m_2\ddot{z}_2 + (k_{2V} + k_{2H})\dot{z}_2 + (c_{2V} + c_{2H})z_2 - (k_{2V}l_{2V} - k_{2H}l_{2H})\dot{\varphi}_2 \\ - (c_{2V}l_{2V} - c_{2H}l_{2H})\varphi_2 = m(-\ddot{x}) \left[\frac{B_V}{B_V + B_H} \frac{h_{GV}}{l_{GV}} - \frac{B_H}{B_V + B_H} \frac{h_{GH}}{l_{GH}} \right]. \end{aligned} \quad (14.55)$$

$$\begin{aligned} J_{2y}\ddot{\varphi}_2 + (k_{2V}l_{2V}^2 + k_{2H}l_{2H}^2)\dot{\varphi}_2 + (c_{2V}l_{2V}^2 + c_{2H}l_{2H}^2)\varphi_2 \\ - (k_{2V}l_{2V} - k_{2H}l_{2H})\dot{z}_2 - (c_{2V}l_{2V} - c_{2H}l_{2H})z_2 \\ = m(-\ddot{x}) \left[h - \frac{B_V}{B_V + B_H} \frac{h_{GV}}{l_{GV}} l_{2V} - \frac{B_H}{B_V + B_H} \frac{h_{GH}}{l_{GH}} l_{2H} \right] \end{aligned} \quad (14.56)$$

Die linken Seiten der beiden Gleichungen sind aus (14.19) und (14.20) bekannt, auf den rechten Seiten stehen die Massenkraft $m(-\ddot{x})$ sowie die Bremskraftanteile $B_V/(B_V + B_H)$ und $B_H/(B_V + B_H)$ nach (9.85). Abbildung 14.32 zeigt für ein Beispiel die Zeitverläufe. Nach Diagramm a sind die Bremskräfte und damit die Verzögerung über der Zeit zunächst linear ansteigend und dann konstant bleibend angenommen.

Die Größen in Abb. 14.32 b bis d schwingen auf Asymptotenwerte ein. Die der Radlaständerungen sind aus (9.44) und (9.45), Teil II, bekannt und betragen

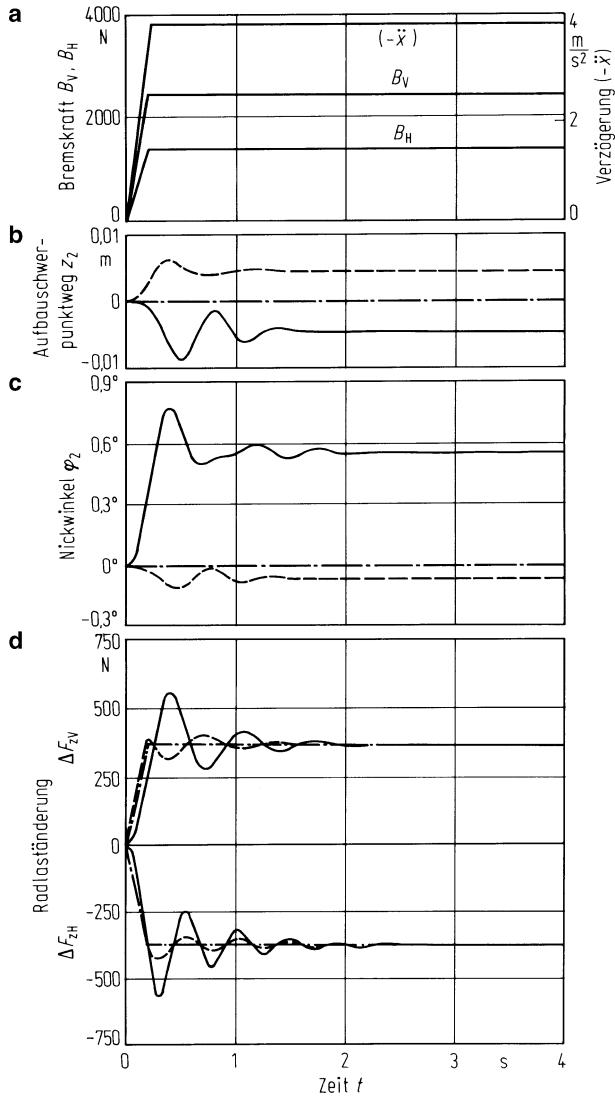
$$\lim_{t \rightarrow \infty} \Delta F_{zV} = -\lim_{t \rightarrow \infty} \Delta F_{zH} = m(-\ddot{x})h/l \quad (14.57)$$

Der Asymptotenwert der Aufbaunickbewegung lautet

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \varphi_2 = m(-\ddot{x}) \frac{1}{l} \left[\frac{h}{l} \left(\frac{1}{c_{2V}} + \frac{1}{c_{2H}} \right) - \frac{B_V}{B_V + B_H} \frac{h_{GV}}{l_{GV}} \frac{1}{c_{2V}} - \frac{B_H}{B_V + B_H} \frac{h_{GH}}{l_{GH}} \frac{1}{c_{2H}} \right] \quad (14.58)$$

Der auf die Erdbeschleunigung bezogene Wert liegt bei Pkw zwischen $1,0$ und $2,3^\circ/g$. Dieser Winkel, der die Insassen, besonders bei weichen Federungen, oft stört, kann durch geregelte Fahrwerke – s. 2. Punkt zu Beginn des Abschn. 13.13 – auf Null reduziert werden. Dies kann aber auch durch geschickte Wahl der Radaufhangungsgeometrie, d. h. ohne jeden Regelaufwand geschehen. Die Aufbaunickbewegung φ_2 und zusätzlich auch die Aufbauhubbewegung z_2 sind dann Null, wenn die eckigen Klammern auf der rechten Seite

Abb. 14.32 a Bremskräfte und Verzögerung als Funktion der Zeit; b und c Einfluss der Radaufhängung auf die Aufbaubewegung; d die Radlaständerung (Schwingungsdaten: Fahrzeug 23/4, s. Tab. 14.1, $l = 2,8 \text{ m}$, Bremsdaten: $B_H/(B_V + B_H) = 0,34$, $h/l = 0,2$, Schwelldauer $t_S = 0,2 \text{ s}$)



Bedeutung der Linien in den Diagrammen b bis d:

- senkrechte Radführung (Nickpol auf der Straße)
- - - Nickpol im Schwerpunkt
- · - vollständiger Nickausgleich nach Gl.(14.59)

von (14.55) und (14.56) Null sind. Dies führt zu den Bedingungen [BEHL64, KOES73, DEPP02]

$$\frac{h_{GV}}{l_{GV}} = \frac{h}{l} \frac{B_V + B_H}{B_V}; \quad \frac{h_{GH}}{l_{GH}} = \frac{h}{l} \frac{B_V + B_H}{B_H} \quad (14.59)$$

die in Abb. 14.33 zeichnerisch dargestellt sind.

Abb. 14.33 Erforderliche Lage des Nickpols, um die Aufbau-
bewegung zu unterdrücken.
 B_V, B_H Bremskräfte an Vorder-
und Hinterachse

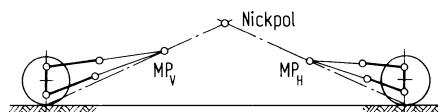
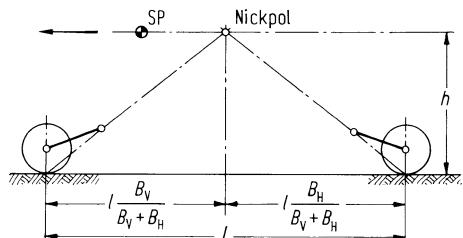


Abb. 14.34 Ermittlung des Nickpols über fiktive Momentanpole MP_V, MP_H an Vorder- und Hinterachse, dargestellt beispielhaft an zwei Doppellängslenkern

Liegt der Schnittpunkt (sog. Nickpol) der Verbindungsgeraden von Reifenlatsch und Lenkerlagerung in Schwerpunkthöhe und in dem angegebenen Abstand zu den Rädern, so tritt kein Heben oder Nicken auf, s. Abb. 14.33. Nicht nur die Asymptotenwerte in Abb. 14.32b und c sind Null, es gibt auch keine Schwingungen, wenn, wie in diesem Bild vorausgesetzt, die Bremskräfte B_V und B_H gleiche Schwelldauern haben. Fällt der Nickpol mit dem Schwerpunkt zusammen, so treten Aufbaubewegungen z_2 und φ_2 auf (s. Abb. 14.32b und c). Statt eines Längslenkers an einer Achse können zwei Lenker mit einem Momentanpol MP verwendet werden. Die Lage des Nickpols ergibt sich dann aus Abb. 14.34.

Das Ergebnis dieses Abschnitts lautet: Mit geeigneter Wahl von Radaufhängungen lassen sich die Aufbaubewegungen während des Bremsens unterdrücken. Die Größen der stationären Radlaständerungen bleiben davon unberührt, während das Einschwingen ebenfalls unterdrückt werden kann.

14.10 Einfluss des elastisch gelagerten Antriebsaggregates (Stuckern)

Bisher war das Antriebsaggregat (Motor + Kupplung + Schaltgetriebe + Achsgetriebe bei Frontantrieb) mit dem Aufbau starr verbunden. Aus akustischen Gründen muss es in der Karosserie auf Feder- und Dämpferelementen gelagert sein, damit die durch den Verbrennungsmotor erzeugten höherfrequenten Anregungen nicht ungefiltert in die Karosserie eingeleitet werden. Auf „Motorerregte Fahrzeugschwingungen“ wird in Kap. 18 eingegangen, im Folgenden wird die „Unebenheitserregung“ behandelt.

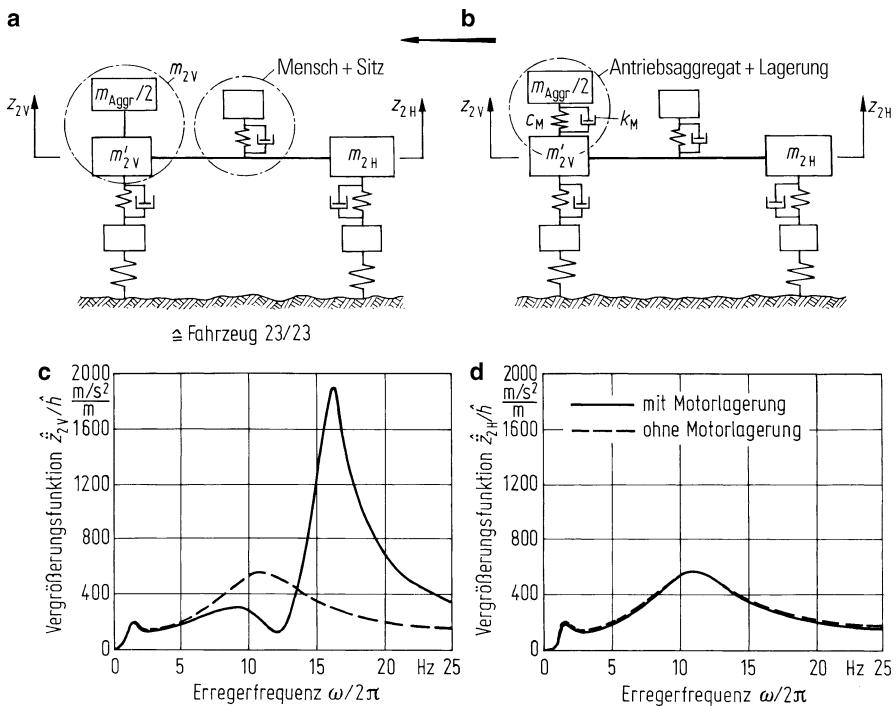


Abb. 14.35 Vergleich Aufbaubeschleunigungen über Vorder- und Hinterachse mit und ohne elastische Lagerung des Antriebsaggregates. (Ausgegangen wird von Fahrzeug 23/23 s. Tab. 14.1, $l = 2,8 \text{ m}$, $v = 20 \text{ m/s}$. Neue Daten: $m_{\text{Aggr}}/2 = 100 \text{ kg}$, $m_{2V}' = m_{2V} - m_{\text{Aggr}}/2$, $\nu_{\text{Aggr}}/2\pi = 12 \text{ Hz}$, Gummidämpfung $d_M = k_M \omega / c_M = 0,1$). **a** und **b** Vergleich der Schwingungssysteme; **c** Vergrößerungsfunktion der Aufbaubeschleunigung über der Vorderachse; **d** über der Hinterachse

Die Abb. 14.35a und b vergleichen das Schwingungssystem mit starrer und elastischer Aggregatlagerung,⁹ wobei im letzteren Fall das zusätzliche System vereinfachend als Einmassensystem mit nur einem Freiheitsgrad in z -Richtung schwingt und über ein (häufig verwendetes) Gummielelement abgestützt ist. Die Wirkung der beiden Lagerungen ist aus den Vergrößerungsfunktionen c und d ersichtlich. Die Vergrößerungsfunktionen der Aufbaubeschleunigung über der Hinterachse nach Abb. 14.35d unterscheiden sich kaum, d. h. die hinten Sitzenden spüren von den Aggregatschwingungen fast nichts. Die Vergrößerungsfunktionen der Aufbaubeschleunigung über der Vorderachse nach c hingegen unterscheiden sich im Bereich der Radeigenfrequenz und jetzt zusätzlich der Aggregateigenfrequenz wesentlich, nicht nur in bezug auf die Beschleunigungsamplituden, sondern auch hinsichtlich des Frequenzverlaufes.

⁹ Häufig auch Aggregat „aufhängung“ genannt, damit keine Verwechslung z. B. mit der Gleitlagerung der Kurbelwelle im Motor aufkommt. Manchmal wird auch von „Motor“aufhängung gesprochen, was falsch ist, weil nicht nur der Motor, sondern Motor + Kennungswandler aufgehängt sind.

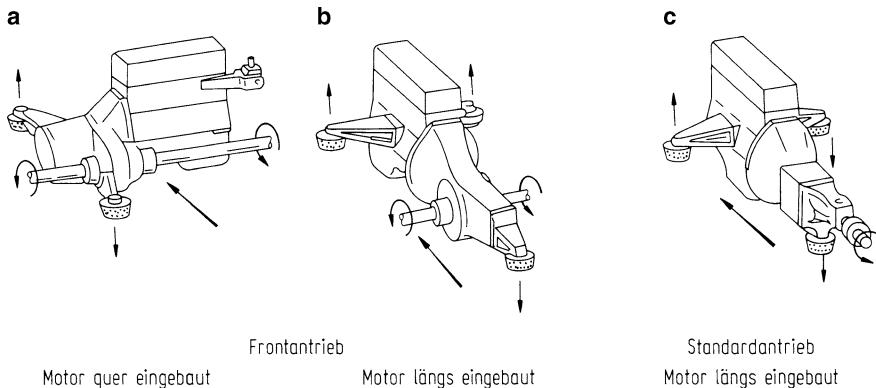


Abb. 14.36 Grundsätzliche Aufhängungskonzepte von Antriebsaggregaten

Die starre Lagerung ergibt (bis auf den Bereich um die Radeigenfrequenz, ≈ 11 Hz) die kleineren Aufbaubeschleunigungen! Bei der elastischen Lagerung gibt es statt der zwei Maxima nun drei. Auffällig groß ist die Spitze bei ≈ 17 Hz, die auf die bei Gummielementen typische geringe Dämpfung zurückzuführen ist. Fahrer und Beifahrer werden stärker beansprucht. Das kann sich aber nur auf die Körperteile auswirken, die in dem Frequenzbereich empfindlich sind. Das sind bei den o. g. Werten die Füße und die Hände, bei niedrigen Werten auch der Oberkörper.

Erfahrungsgemäß werden die Aggregatschwingungen nicht so sehr bei der Fahrt über stochastische Unebenheiten empfunden, sondern beim Fahren über periodische, z. B. auf Betonstraßen mit konstantem Fugenabstand nach Abb. 11.27. Spürbar werden sie besonders dann, wenn die sich aus Fugenabstand und Fahrgeschwindigkeit ergebende Erregerfrequenz mit der Frequenz beim Maximum übereinstimmt. Man spricht dann im Fachjargon von „Stuckern“, im Englischen von „motor-shake“.

Für eine genauere Diskussion des „Stuckerns“ muss das für die Einführung nach Abb. 14.35b benutzte Einmassen-Einfreiheitsgrad-System des Antriebsaggregats erweitert werden. Mindestens muss es nach Abb. 14.36 drei Lager geben, wovon jeweils zwei die Momente um die jeweiligen Achsen aufnehmen. Das größte davon ist das Antriebsmoment.

Das räumliche Schwingungssatzschaubild des Fahrzeuges ist in Abb. 14.37a dargestellt, das ebene Ersatzschaubild von der Seite gesehen in b. Das Antriebsaggregat (Längs- oder Quereinbau) hat eine Masse m_{Aggr} und ein Trägheitsmoment J_{Aggr} . Für das ebene Modell mit den zwei Freiheitsgraden z_{Aggr} und φ_{Aggr} genügen zwei Lager, sie sind charakterisiert durch c_{Mi} und k_{Mi} sowie die Längen l_i . Der Aggregatschwerpunkt SP_{Aggr} liegt über der Vorderachse. Das Schwingungssystem Sitz-Mensch wurde vernachlässigt. Die gesamte Aufbaumasse m_2 wird nach Abb. 10.4 in drei Punktmassen aufgeteilt, die Koppelmasse gleich Null gesetzt, wodurch die vordere Punktmasse – bisher m_{2V} genannt – um den im Abstand des Radstandes l liegenden Festpunkt schwingt. Das Aufbaunicken $\varphi_2 = z_{2V}/l$ ist

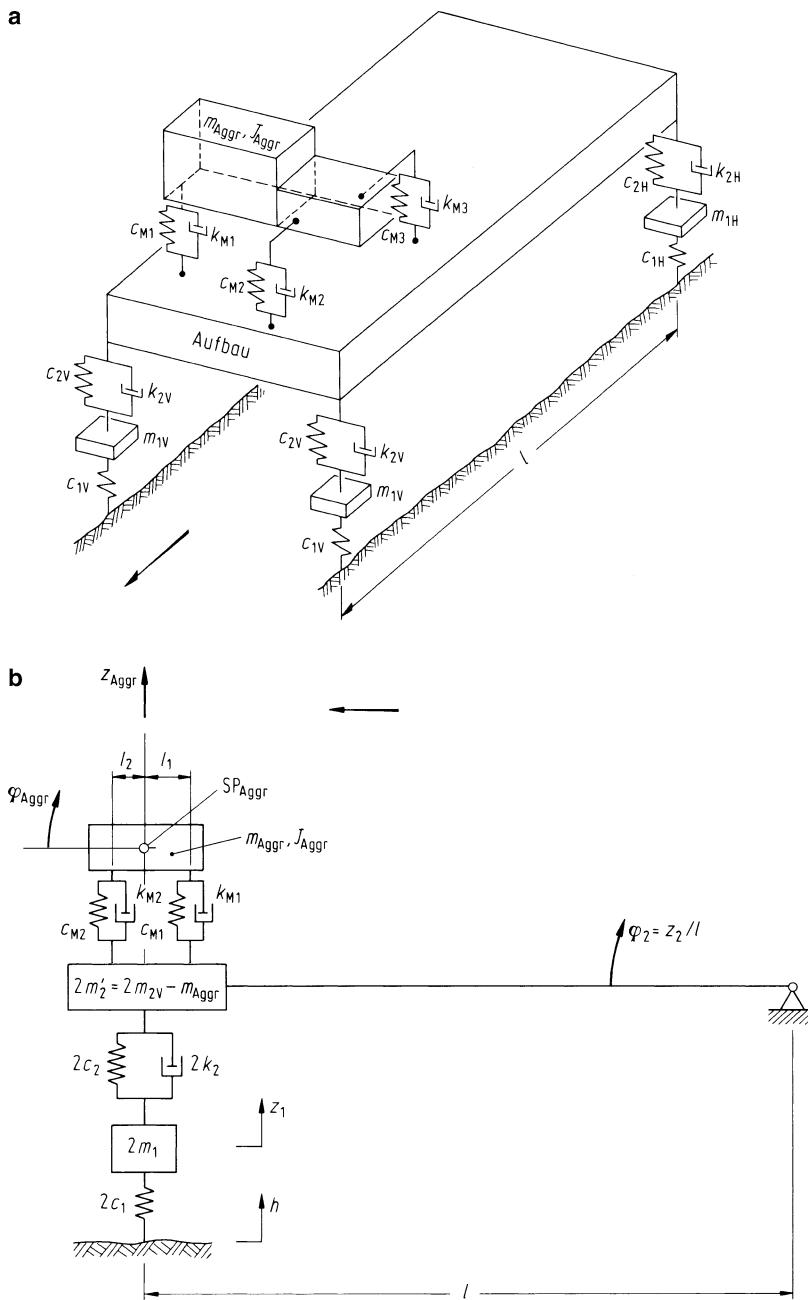


Abb. 14.37 a Räumliches Schwingungssystem mit Antriebsaggregat; b ebenes System von der Seite gesehen

für die Nickanregung des Aggregates nötig. Während sowohl in Kap. 13 als auch hier in diesem Kapitel die Aufbauteilmasse auf ein Rad bezogen wurde, wird sie jetzt auf die Achse, also auf zwei Räder bezogen, ist also doppelt so groß. Sie lautet abzüglich der getrennt schwingenden Aggregatmasse

$$2m'_2 = 2m_{2V} - m_{\text{Aggr}}, \quad (14.60)$$

entsprechend $2c_2, 2k_2$ usw., weiterer Index V weggelassen.

Die zugehörigen Differenzialgleichungen lauten in Matrizenschreibweise:

$$M\ddot{x} + K\dot{x} + Cx = B \quad (14.61)$$

mit den Vektoren und Matrizen

$$x = [z_{\text{Aggr}}, \varphi_{\text{Aggr}}, z_2, z_1], \quad (14.62)$$

$$B = [0, 0, 0, c_1 h] \quad (14.63)$$

$$M = \begin{bmatrix} m_{\text{Aggr}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & J_{\text{Aggr}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2m'_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2m_1 \end{bmatrix} \quad (14.64)$$

$$K = \begin{bmatrix} k_M & k_\Delta & -k_M & 0 \\ k_\Delta & K_M & -k_\Delta & 0 \\ -k_M & -k_\Delta & 2k_2 + k_M & -2k_2 \\ 0 & 0 & -2k_2 & 2k_2 \end{bmatrix} \quad (14.65)$$

$$C = \begin{bmatrix} c_M & c_\Delta & -c_M & 0 \\ c_\Delta & C_M & -c_\Delta & 0 \\ -c_M & -c_\Delta & 2c_2 + c_M & -2c_2 \\ 0 & 0 & -2c_2 & 2(c_1 + c_2) \end{bmatrix} \quad (14.66)$$

mit den Abkürzungen für das Antriebsaggregat:

Hubdämpfungs- bzw. -federkonstante

$$k_M = k_{M1} + k_{M2}; \quad c_M = c_{M1} + c_{M2} \quad (14.67)$$

Nickdämpfungs- bzw. -federkonstante

$$K_M = k_{M2}l_2^2 + k_{M1}l_1^2; \quad C_M = c_{M2}l_2^2 + c_{M1}l_1^2 \quad (14.68)$$

$$\text{Kopplungskonstanten} \quad k_\Delta = k_{M2}l_2 - k_{M1}l_1; \quad c_\Delta = c_{M2}l_2 - c_{M1}l_1 \quad (14.69)$$

(Die Abstände l_i wurden gegenüber dem Radstand l vernachlässigt.)

Die ungekoppelten, ungedämpften Eigenkreisfrequenzen des Aggregates sind für die

$$\text{Hubbewegung} \quad v_{\text{Aggr } z} = \sqrt{\frac{c_{M1} + c_{M2}}{m_{\text{Aggr}}}} = \sqrt{\frac{c_M}{m_{\text{Aggr}}}}, \quad (14.70)$$

$$\text{Nickbewegung} \quad v_{\text{Aggr } \varphi} = \sqrt{\frac{c_{M1} l_1^2 + c_{M2} l_2^2}{J_{\text{Aggr}}}} = \sqrt{\frac{C_M}{J_{\text{Aggr}}}}. \quad (14.71)$$

Die Aufbau- und Achseigenkreisfrequenzen werden definiert zu

$$v_2 = \sqrt{\frac{2c_2}{2m'_2 + m_{\text{Aggr}}}} \quad (14.72)$$

$$v_1 = \sqrt{\frac{(c_1 + c_2)}{m_1}} \approx \sqrt{\frac{c_1}{m_1}} \quad (14.73)$$

und das Aufbaudämpfungsmaß

$$D_2 = \frac{2k_2}{2\sqrt{2c_2(2m'_2 + m_{\text{Aggr}})}}. \quad (14.74)$$

Bei der Dämpfung in den Motorlagern sind zu unterscheiden (s. Abschn. 11.2.1)

- hydraulische Dämpfung mit

$$k_{Mi} = \text{const} \quad (14.75)$$

- Gummidämpfung mit den Verlustfaktoren

$$d_{Mi} = \frac{k_{Mi}^* \omega}{c_{Mi}} \quad (14.76)$$

mit $c_{Mi}^* \approx c_{Mi}$, s. Tab. 11.1.

In den folgenden Unterabschnitten werden verschiedene Einflussgrößen auf das Stuckern behandelt.

14.10.1 Einfluss der Aggregateigenfrequenz

Zunächst sind die Kopplungen zwischen Hub- und Nickschwingungen Null ($k_\Delta = c_\Delta = 0$, s. (14.69)), und es sind Gummilager mit der bekanntlich kleinen Dämpfung eingebaut.

Die beiden Kurven mit $v_{\text{Aggr } z}/2\pi = 12 \text{ Hz}$ und $v_{\text{Aggr } z}/2\pi \rightarrow \infty$ (starre Aufhängung) in Abb. 14.38 entsprechen denen in Abb. 14.35e. Die starre Aufhängung ist gemessen an der maximalen Aufbaubeschleunigungsamplitude \hat{z}_2 für das hier behandelte Stuckern gut, aber aus akustischen Gründen völlig unbrauchbar. Die Auslegung mit $v_{\text{Aggr } z}/2\pi = 12 \text{ Hz}$ hat eine Spitze bei der Erregerfrequenz von $\omega/2\pi = 14 \text{ Hz}$ und ist dann als Stuckern spürbar. Bei der Fahrt auf einer Autobahn mit einem Fugenabstand von $L = 5 \text{ m}$ ergäbe das nach (11.56) eine Fahrgeschwindigkeit von $v = L\omega/2\pi = 70 \text{ m/s} = 252 \text{ km/h}$. Diese ist so hoch, dass dieser Peak uninteressant ist und die Auslegung als gut bezeichnet werden kann.

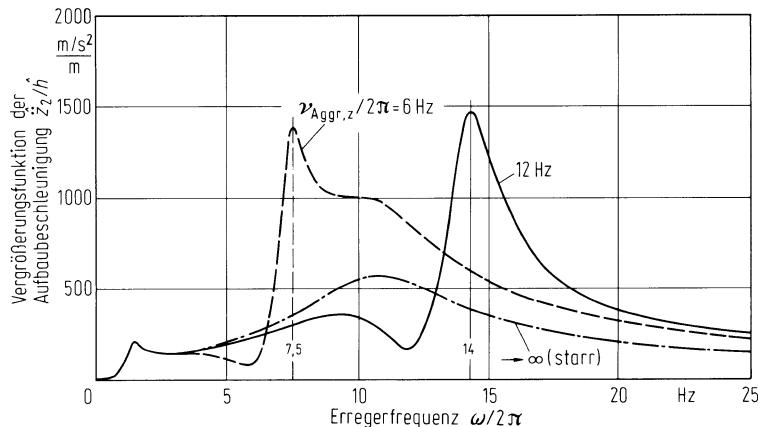


Abb. 14.38 Einfluss der ungekoppelten, ungedämpften Aggregathubbeigenfrequenz $\nu_{\text{Aggr},z}/2\pi$ auf das Stuckern (Fahrzeugdaten: $2m'_2 = 326 \text{ kg}$, $m_{\text{Aggr}} = 132 \text{ kg}$, $2m_1 = 62 \text{ kg}$, $v_2/2\pi = 1,45 \text{ Hz}$, $v_1/2\pi = 11 \text{ Hz}$, $2c_1 = 257.952 \text{ N/m}$, $2k_2 = 2280 \text{ Ns/m}$, $D_2 = 0,27$, $c_{M2} = c_{M1}$, $l_1 = l_2 = 0,3 \text{ m}$, $l = 2,5 \text{ m}$, $d_{M2} = d_{M1} = 0,1$)

Weil aber aus akustischen Gründen die ungekoppelte Aggregateigenfrequenz $\nu_{\text{Aggr},z}/2\pi$ bei manchen Motoren (z. B. Vierzylinder-Reihenmotor) nicht so hoch liegen darf, wurde sie von 12 auf 6 Hz gesenkt. Das Maximum verschiebt sich bei etwa gleichem Vergrößerungsfaktor auf $\omega/2\pi = 7,5 \text{ Hz}$, was bei der oben genannten Autobahnfahrt einer Geschwindigkeit von $v = 37,5 \text{ m/s} = 135 \text{ km/h}$ ergibt. Das heißt, diese akustisch günstige Auslegung ergibt Stuckern.

14.10.2 Einfluss der Aufhängungsdämpfung

Die großen Spitzen in Abb. 14.38 kommen durch die geringe Gummidämpfung zustande. Da diese kaum noch erhöht werden kann, wird als Abhilfe die hydraulische Dämpfung in den Aggregatlagern untersucht. In dem Beispiel in Abb. 14.39 unterdrückt sie die herausragende Spur völlig, ergibt also ein Fahrzeug ohne Stuckern. Das dritte Beispiel in Abb. 14.39 zeigt, dass eine kräftige hydraulische Dämpfung in nur einem Lager bereits die Spur unterdrückt.

Hydraulische Dämpfung ist für die Reduzierung von Stuckern empfehlenswert, aber nicht aus akustischen Gründen (und preislichen), da ist die Gummidämpfung besser, s. Abschn. 18.4.

14.10.3 Einfluss der Kopplung am Aggregat

In den Unterabschn. 14.10.1 und 14.10.2 waren die Aggregathub- und -nickbewegungen z_{Aggr} und φ_{Aggr} entkoppelt, d. h., bei der fast reinen Hubschwingung z_2 gab es keine Nick-

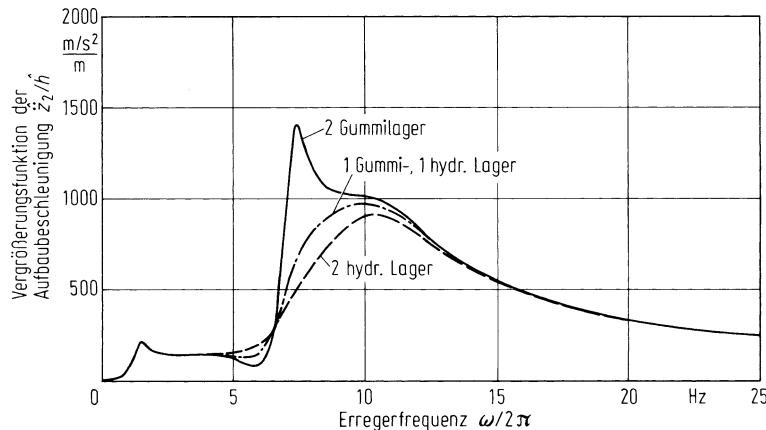


Abb. 14.39 Einfluss verschiedener Lagerdämpfungen auf das Stuckern (Fahrzeugdaten s. Abb. 14.38, außer $v_{\text{Aggr} z}/2\pi = 6 \text{ Hz}$, $d_{\text{Mi}} = 0,1$ und/oder $k_{\text{Mi}} = 995 \text{ Ns/m}$)

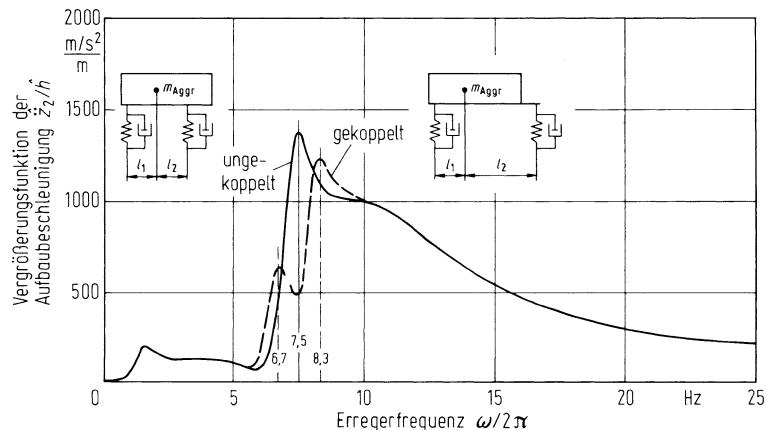


Abb. 14.40 Einfluss der Kopplung von Aggregathub- und -nickbewegung auf das Stuckern (Fahrzeugdaten für ungekoppelten Fall: $v_{\text{Aggr} z}/2\pi = 6 \text{ Hz}$, $c_{\text{M}1} = c_{\text{M}2} = 93.800 \text{ N/m}$, $l_1 = l_2 = 0,3 \text{ m}$, $d_{\text{M}1} = d_{\text{M}2} = 0,1$, für gekoppelten Fall: $v_{\text{Aggr} z}/2\pi = 6 \text{ Hz}$, $c_{\text{M}1} = c_{\text{M}2} = 93.800 \text{ N/m}$, $l_1 = 0,24 \text{ m}$, $l_2 = 0,36 \text{ m}$, $J_{\text{Aggr}} = 8 \text{ kg m}^2$, $v_{\text{Aggr} \varphi}/2\pi = 7,5 \text{ Hz}$, $d_{\text{M}1} = d_{\text{M}2} = 0,1$ oder $l_1 = 0,14 \text{ m}$, $l_2 = 0,36 \text{ m}$, $J_{\text{Aggr}} = 4 \text{ kg m}^2$ mit ebenfalls $v_{\text{Aggr} \varphi}/2\pi = 7,5 \text{ Hz}$, sonstige Daten s. Abb. 14.38)

bewegung φ_{Aggr} . Nun wird untersucht, inwieweit eine bewusst herbeigeführte Nickbewegung φ_{Aggr} das Stuckern vermindern kann. Um das zu erreichen, müssen mathematisch ausgedrückt die Kopplungsglieder nach (14.69) $k_\Delta = c_\Delta \neq 0$ sein.

Abbildung 14.40 zeigt eine empfehlenswerte Auslegung bei Gummidämpfung (denn nur dort ist nach den Ergebnissen von Abschn. 14.10.2 eine Verbesserung nötig). Statt der bisherigen einen Spitze im Stuckerbereich bei 7,5 Hz gibt es mit Kopplung nun zwei bei $\omega/2\pi = 6,7$ und 8,3 Hz. Der erste Peak bei 6,7 Hz ist zwar kleiner, dafür liegt er im Fahrbe-

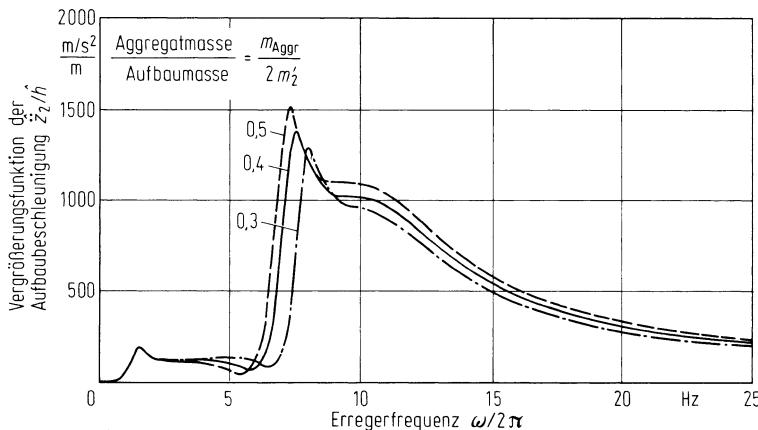


Abb. 14.41 Einfluss der Aggregatmasse auf das Stuckern (Fahrzeugdaten: $m_2 = 326 \text{ kg}$, $v_{Aggr \ z}/2\pi = 6 \text{ Hz}$, $d_{Mi} = 0,1$, Aggregathub- und -nickbewegung entkoppelt, sonstige Daten s. Abb. 14.38)

reich bei $v = 33,5 \text{ m/s} = 120 \text{ km/h}$ mit $L = 5 \text{ m}$. Der zweite Peak ist nicht so wichtig, denn er kommt zur Wirkung bei der höheren Geschwindigkeit von $v = 41,5 \text{ m/s} = 150 \text{ km/h}$. Die höhere Fahrgeschwindigkeit wird seltener gefahren, außerdem akzeptieren bei dieser die Insassen höhere Schwingungen.

Die Verbesserung wurde nicht allein nur durch die o. g. Kopplung erreicht, sondern auch durch eine relativ kleine Nickeigenkreisfrequenz $v_{Aggr \ \varphi}$ des Aggregates, die man nach (14.67) durch ein großes Trägheitsmoment J_{Aggr} (d. h. Nebenaggregate am Motor, z. B. Lichtmaschine, weit nach außen legen) oder kleine Lagerabstände l_i erreichen kann.

14.10.4 Einfluss der Aggregatmasse

Üblich ist, dass in einem bestimmten Fahrzeugtyp verschiedene Motoren unterschiedlicher Leistungen, Verfahren und Hubvolumina sowie mit diversen Nebenaggregaten und damit unterschiedlicher Massen m_{Aggr} eingebaut werden. Bei den folgenden Beispielen wird angenommen, dass mit den verschiedenen Aggregatmassen die Aufbaufeder und -dämpfer so angepasst werden, dass die Aufbaueigenfrequenz v_2 nach (14.68) und das zugehörige Dämpfungsmaß D_2 nach (14.70) konstant bleiben.

Nach Abb. 14.41 wird mit kleinerer Masse m_{Aggr} die Stuckerspitze kleiner und verschiebt sich zu höheren Frequenzen und damit zu höheren Fahrgeschwindigkeiten, ergibt also insgesamt eine Verbesserung. Auch wenn sie nicht sehr groß ist, ist ein leichteres Antriebsaggregat gegen das Stuckern günstig. (Kleinere Massen sind generell, z. B. wegen des Kraftstoffverbrauches, günstiger.)

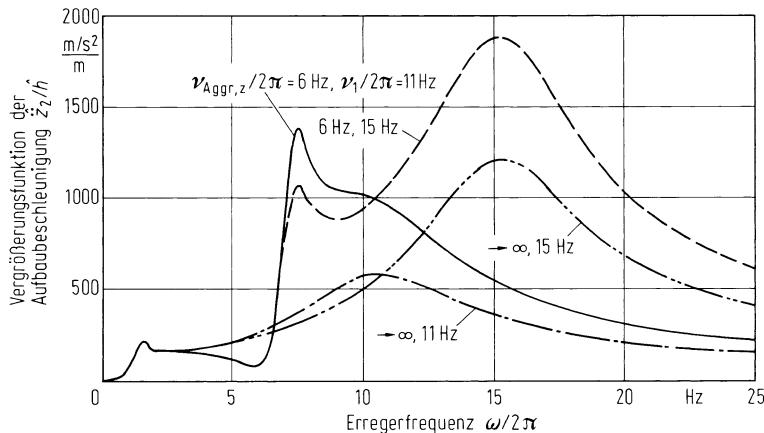


Abb. 14.42 Einfluss der Radeigenfrequenz auf das Stucken (zum einen $v_1/2\pi = 11$ Hz, d.h. bei $2m_1 = 62$ kg ist $2c_1 = 257.952$ N/m, zum anderen $v_1/2\pi = 15$ Hz, d.h. bei $2m_1 = 62$ kg ist $2c_1 = 510.297$ N/m, $v_{Aggr,z}/2\pi = 6$ Hz, $d_{Mi} = 0,1$, sonstige Daten s. Abb. 14.38)

14.10.5 Einfluss der Radeigenfrequenz

Bei den ersten Beispielen in Abb. 14.38 lag die Motorhubeigenfrequenz $v_{Aggr,z}$ einmal über, einmal unter der konstant gehaltenen Radeigenfrequenz v_1 . Nun wird bei konstantem $v_{Aggr,z}$ die Größe von v_1 variiert, indem bei gleicher Radmasse m_1 die Reifenfederung verhärtet wird.

Nach Abb. 14.42 wird die bei ungefähr 7,5 Hz liegende Stuckerspitze mit größerem v_1 kleiner, also günstiger. Dies liegt an dem größeren Frequenzabstand von $v_{Aggr,z}$ und v_1 . Zur Erläuterung wurden deshalb in Abb. 14.42 jeweils die Kurven für starre Aggregatlager, also $v_{Aggr,z} \rightarrow \infty$ eingezeichnet.

Bei nichtperiodischer, also stochastischer Anregung, bei der für den Komfort der gesamte Frequenzbereich von Null bis etwa 25 Hz maßgebend ist, gilt das nicht. Dies ist schon aus Abschn. 13.9 bekannt.

14.11 Zusammenfassung der Ergebnisse aus diesem Kapitel

In Tab. 13.4 wurden die Ergebnisse von Kap. 13 zusammengestellt, also wie Aufbaueigenfrequenz, Dämpfungsmaß usw. Komfort und Fahrsicherheit beeinflussen. In diesem Kapitel kamen durch Einführung des zweiachsigen Fahrzeuges weitere Größen wie Radstand, Koppelmasse, Lage der Sitze, vorderes und hinteres Teilsystem, elastisch gelagertes Antriebsaggregat und die Fahrgeschwindigkeit im Zusammenhang mit den Fahrzeugdaten dazu. Die Ergebnisse sind in Tab. 14.2 zusammengefasst.

Tab. 14.2 Wesentliche Ergebnisse aus diesem Kapitel

Größen	Hinweise
Fahrsicherheit (Radlastschwankung)	Kein Einfluss durch Zweiachsigkeit. Ergebnisse s. Tab. 13.4
Komfort	<ul style="list-style-type: none"> – Teilsysteme vorn und hinten für sich allein so gut wie möglich abstimmen, s. Ergebnisse in Tab. 13.4. – In zweiter Linie erst Abstimmen vorn zu hinten. Dabei beachten, in welchem Geschwindigkeitsbereich eine Verbesserung gewünscht wird. – Großer Radstand verkleinert Nickbeschleunigung und die zugehörige Bewertete Schwingstärke. – Bei der Wahrnehmung für den Oberkörper, für die Füße und Hände ist die Zuordnung von Radstand und Fahrgeschwindigkeit wichtig. – Negative Koppelmasse verbessert Komfort. – Bester Komfort ungefähr in Radstandmitte. – Richtige Wahl der Radaufhängung verhindert oder unterbindet Bremsnicken. – Im Aufbau elastisch gelagertes Antriebsaggregat verhindert für Fahrer und Beifahrer den Komfort bei Unebenheitsanregung, speziell bei periodischer Anregung, sog. Stuckern.

Literatur

- [BEHL64] Behles, F.: Die Beherrschung des Brems- und Anfahrnickens, ATZ 66 (1964) Heft 8, S. 225–228
- [DEPP02] Deppermann, K.H.: Elasto-Kinematik-Messungen in der Fahrwerkentwicklung, Vortrag, Haus der Technik, Essen, März 2002
- [KOES73] Koefßler, P.: Zum Bremsnickausgleich, ATZ 75 (1973) Heft 3, S. 91–95
- [MARQ57] Marquard E.: Zur Theorie der Verbundfeder, ATZ 59 (1957) Heft 11, S. 321–324

Weiterführende Literatur

- [BREU13] Breuer, B.; Bill, K.H. (Hrsg.): Bremsenhandbuch, 4. Auflage, Springer-Vieweg, Wiesbaden 2013
- [HEIS13] Heißing, B.; Ersoy, M.; Gies, S. (Hrsg.): Fahrwerkhandbuch, 4. Auflage, Springer-Vieweg, Wiesbaden 2013
- [HOEP13] Hoepke, E.; Breuer, S. (Hrsg.): Nutzfahrzeugtechnik, 7. Aufl., Springer-Vieweg, Wiesbaden, 2013
- [PFEF13] Pfeffer, P.; Harrer, M. (Hrsg.): Lenkungshandbuch, 2. Aufl., Springer-Vieweg, Wiesbaden, 2013
- [SCHU13] Schütz, T. (Hrsg.): Hucho-Aerodynamik des Automobils, 6. Aufl., Springer-Vieweg, Wiesbaden, 2013

In den vorangegangenen Kap. 13 und 14 wurde vorausgesetzt, dass die Unebenheiten in der linken und rechten Spur gleich sind, sodass ein um die Längsachse symmetrisches Fahrzeug keine Wankschwingungen (Winkelbewegungen um die Längsachse), sondern nur Hub- und Nickschwingungen ausführt. Diese Annahme gleicher Unebenheiten wird nun fallengelassen, die Unebenheiten in der linken und in der rechten Spur sind verschieden, das Fahrzeug kann nun auch wanken. Nach wie vor gilt aber die folgende Annahme (s. Abb. 15.1a):

1. Das Fahrzeug (ohne Insassen) ist symmetrisch um die Fahrzeulgängsachse aufgebaut, d. h. der Aufbauschwerpunkt SP_2 liegt von vorn gesehen in Fahrzeugmitte, die linken und rechten Aufbaufedern und -dämpfer, Radmassen und Reifenfedern sind gleich. Auch die Insassen sitzen symmetrisch um die Fahrzeulgängsachse. Ist der Fahrer allein im Fahrzeug, dann sitzt er wie beim Rennwagen in der Mitte des Fahrzeuges und nicht wie beim Pkw oder Nutzfahrzeug seitlich.¹
Aus dieser Annahme folgt, dass eine Wankbewegung κ_2 des Aufbaues nur dann eintritt, wenn die Unebenheiten in der linken und rechten Spur verschieden sind. Oder gegenständig ausgedrückt: Sind die Unebenheiten links und rechts gleich, dann treten keine Wankschwingungen, sondern nur Hub- und Nickschwingungen auf.
Weiterhin wird angenommen:
 2. Die Radmassen bewegen sich nur in vertikaler Richtung. Die Nebenbewegungen bestimmter Radaufhängungen, sog. Spurverschiebungen und Sturzänderungen, werden zunächst vernachlässigt. Diese wirken sich wenig auf die Größe der Hub-, Nick- und Wankschwingungen aus, sondern hauptsächlich auf die Seitenschwingungen. (Sie werden in Kap. 16 behandelt.)
 3. Der Aufbau wankt um eine durch den Schwerpunkt gehende Achse. (Bewegungen um die sog. Momentanachse werden ebenfalls erst in Kap. 16 behandelt.)

¹ Auch wenn der Insasse seitlich sitzt, beeinflusst er nach Abschn. 13.2.2 und Abb. 14.2 die Aufbaubewegung wenig.

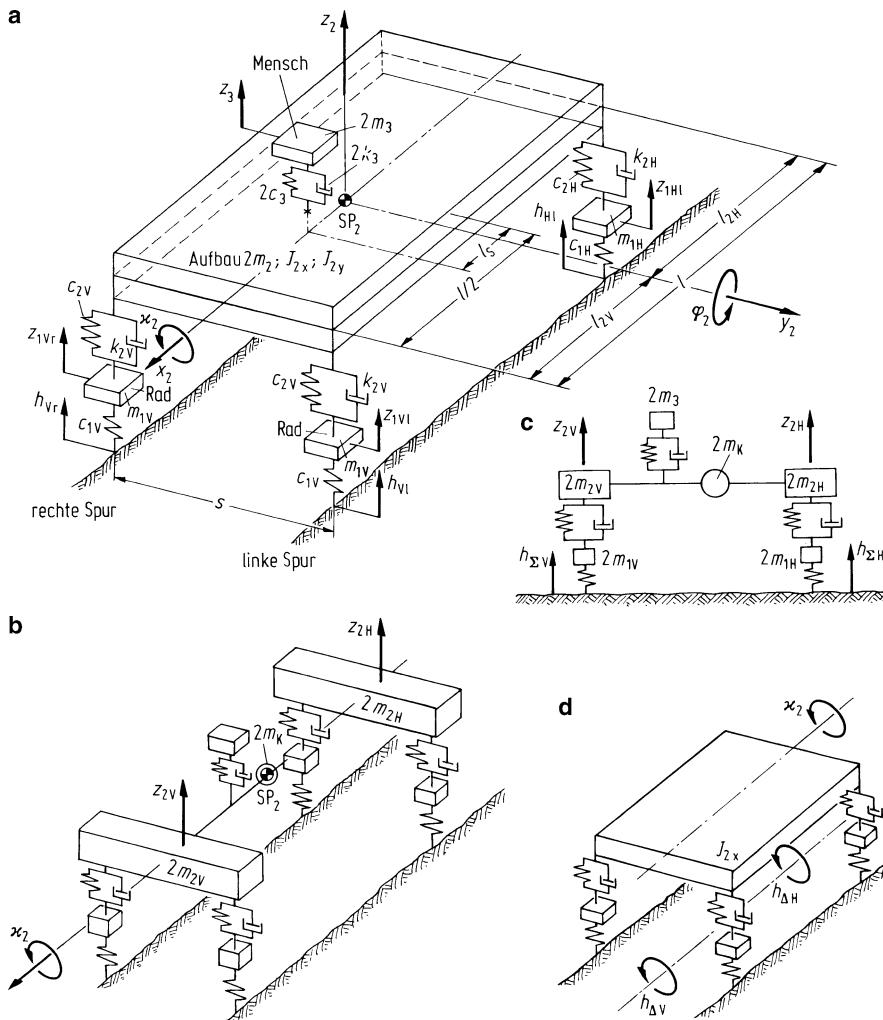


Abb. 15.1 a Zur Längsachse symmetrisches Fahrzeug, das Hub-, Nick- und Wankschwingungen ausführt; b die Aufbaubewegungen z_2 und φ_2 werden ersetzt durch z_{2V} und z_{2H} , m_2 und J_{2y} durch die Massen m_{2V} , m_{2H} und m_K ; c u. d da z_{2V} , z_{2H} und κ_2 entkoppelt sind, zerfällt das Schwingungssystem (b) in zwei unabhängige Einzelsysteme; c für Hub-/Nickschwingungen und d für Wankschwingungen

Die Berechnungen der Standardabweichungen für Radlastschwankungen und Federweg sowie der K_i -Werte, die alle nach Kap. 11 zur Beurteilung eines Fahrzeuges wichtig sind, werden nun durch die gleichzeitige Anregung an vier Radaufstandspunkten wesentlich komplizierter. Es muss aber das Ziel sein, das größere Schwingungssystem auf einfache und inzwischen bekannte Systeme zurückzuführen, um damit das schon gewonnene Verständnis weiter verwenden zu können und die Zahl neuer Erläuterungen möglichst klein zu halten.

15.1 Bewegungsgleichungen des (vereinfachten) Vierradfahrzeuges

Durch die vereinbarte Fahrzeugsymmetrie vereinfacht sich das Gesamtsystem erheblich. Hub-/Nickschwingungen und Wankschwingungen sind entkoppelt. In Abb. 15.1 ist das dargestellt. Aus Abb. 15.1a wird nach Einführung der Massen über den Achsen m_{2V} , m_{2H} und der Koppelmasse m_K im Schwerpunkt SP₂ das Abb. 15.1b². Durch die Entkopplung zerfällt das Gesamtsystem in zwei getrennte Systeme, nach Abb. 15.1c in das System für Hub-/Nickschwingungen, nach Abb. 15.1d in das für Wankschwingungen.

Die Bewegungsgleichungen in Matrizenbeschreibung lauten für die Hub-/Nickschwingungen

$$\mathbf{M}_Z \ddot{\mathbf{z}} + \mathbf{K}_Z \dot{\mathbf{z}} + \mathbf{C}_Z \mathbf{z} = \mathbf{R}_Z \mathbf{h} \quad (15.1)$$

mit dem Koordinatenvektor

$$\mathbf{z}^T = (z_3, z_{2V}, z_{2H}, z_{1V}, z_{1H}), \quad (15.2)$$

für die Wankschwingungen

$$\mathbf{M}_\kappa \ddot{\boldsymbol{\kappa}} + \mathbf{K}_\kappa \dot{\boldsymbol{\kappa}} + \mathbf{C}_\kappa \boldsymbol{\kappa} = \mathbf{R}_\kappa \mathbf{h} \quad (15.3)$$

mit dem Koordinatenvektor

$$\boldsymbol{\kappa}^T = (\kappa_2, \kappa_{1V}, \kappa_{1H}). \quad (15.4)$$

Die Elemente sind in Tab. 15.1 und 15.2 zusammengefasst.

Um die Symmetrieeigenschaften des Fahrzeuges auch gleichungsmäßig ausnutzen zu können, werden folgende neue Größen eingeführt:

die arithmetischen Mittel der linken und rechten Radbewegungen

$$z_{1V} = \frac{1}{2}(z_{1V1} + z_{1Vr}); \quad z_{1H} = \frac{1}{2}(z_{1H1} + z_{1Hr}) \quad (15.5)$$

die fiktiven Wankbewegungen der Achsen aus den Differenzen der Radbewegungen dividiert durch die Spurweite s

$$\kappa_{1V} = \frac{1}{s}(z_{1V1} - z_{1Vr}); \quad \kappa_{1H} = \frac{1}{s}(z_{1H1} - z_{1Hr}) \quad (15.6)$$

die Hubanregung aus den Summen der Unebenheiten links-rechts

$$h_{\Sigma V} = \frac{1}{2}(h_{V1} + h_{Vr}); \quad h_{\Sigma H} = \frac{1}{2}(h_{H1} + h_{Hr}) \quad (15.7)$$

² Da bisher bei Einpunkt- und Einspuranregung die Aufbaumassen immer auf die Fahrzeughälfte bezogen wurde, muss jetzt der Faktor 2 eingefügt werden. Das gleiche gilt für das System Sitz-Mensch mit m_3 , c_3 und k_3 .

Tab. 15.1 Elemente von (15.1) und (15.2) für ein Fahrzeugmodell, das Hub- und Nickschwingungen ausführen kann. Radaufhängungen wurden nicht berücksichtigt. Definition von z_{li} und $h_{\Sigma i}$ s. (15.5) und (15.7)

$$M_z = \left[\begin{array}{c|c|c|c|c} \dot{z}_3 & \dot{z}_{2V} & \dot{z}_{2H} & \dot{z}_{1V} & \dot{z}_{1H} \\ \hline 2m_3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 2m_{2V} + 2m_K \left(\frac{l_{2H}}{l} \right)^2 & 2m_K \frac{l_{2V} l_{2H}}{l^2} & 0 & 0 \\ \hline 0 & 2m_K \frac{l_{2V} l_{2H}}{l^2} & 2m_{2H} + 2m_K \left(\frac{l_{2V}}{l} \right)^2 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 2m_{1V} & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 2m_{1H} \end{array} \right]$$

$$K_z = \left[\begin{array}{c|c|c|c|c} \dot{z}_3 & \dot{z}_{2V} & \dot{z}_{2H} & \dot{z}_{1V} & \dot{z}_{1H} \\ \hline 2k_3 & -2k_3 \left(\frac{1}{2} + \frac{l_S}{l} \right) & -2k_3 \left(\frac{1}{2} - \frac{l_S}{l} \right) & 0 & 0 \\ \hline -2k_3 \left(\frac{1}{2} + \frac{l_S}{l} \right) & 2k_{2V} + 2k_3 \left(\frac{1}{2} + \frac{l_S}{l} \right)^2 & 2k_3 \left(\frac{1}{4} - \frac{l_S^2}{l^2} \right) & -2k_{2V} & 0 \\ \hline -2k_3 \left(\frac{1}{2} - \frac{l_S}{l} \right) & 2k_3 \left(\frac{1}{4} - \frac{l_S^2}{l^2} \right) & 2k_{2H} + 2k_3 \left(\frac{1}{2} - \frac{l_S}{l} \right)^2 & 0 & -2k_{2H} \\ \hline 0 & -2k_{2V} & 0 & 2k_{2V} & 0 \\ \hline 0 & 0 & -2k_{2H} & 0 & 2k_{2H} \end{array} \right]$$

$$C_z = \left[\begin{array}{c|c|c|c|c} z_3 & z_{2V} & z_{2H} & z_{1V} & z_{1H} \\ \hline 2c_3 & -2c_3 \left(\frac{1}{2} + \frac{l_S}{l} \right) & -2c_3 \left(\frac{1}{2} - \frac{l_S}{l} \right) & 0 & 0 \\ \hline -2c_3 \left(\frac{1}{2} + \frac{l_S}{l} \right) & 2c_{2V} + 2c_3 \left(\frac{1}{2} + \frac{l_S}{l} \right)^2 & 2c_3 \left(\frac{1}{4} - \frac{l_S^2}{l^2} \right) & -2c_{2V} & 0 \\ \hline -2c_3 \left(\frac{1}{2} - \frac{l_S}{l} \right) & 2c_3 \left(\frac{1}{4} - \frac{l_S^2}{l^2} \right) & 2c_{2H} + 2c_3 \left(\frac{1}{2} - \frac{l_S}{l} \right)^2 & 0 & -2c_{2H} \\ \hline 0 & -2c_{2V} & 0 & 2(c_{2V} + c_{1V}) & 0 \\ \hline 0 & 0 & -2c_{2H} & 0 & 2(c_{2H} + c_{1H}) \end{array} \right]$$

$$R_Z h_{\Sigma} = \left[\begin{array}{c|c} 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 \\ \hline 2c_{1V} & 0 \\ \hline 2c_{1V} \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} h_{\Sigma V} \\ h_{\Sigma H} \end{array} \right]$$

und die Wankanregungen aus den Differenzen

$$h_{\Delta V} = \frac{1}{2} (h_{V1} - h_{Vr}); \quad h_{\Delta H} = \frac{1}{2} (h_{H1} - h_{Hr}). \quad (15.8)$$

Eine anschauliche Deutung der neuen Unebenheitsfunktionen zeigt Abb. 15.2.

Tab. 15.2 Elemente von (15.3) und (15.4) für ein Fahrzeugmodell, das Wankschwingungen ausführen kann. Radaufhängungen wurde nicht berücksichtigt. Definition von κ_{li} und $h_{\Delta i}$ in (15.6) und (15.8)

$$M_x = \begin{bmatrix} \ddot{x}_2 & \ddot{x}_{1V} & \ddot{x}_{1H} \\ \hline J_{2x} & 0 & 0 \\ \hline 0 & 2m_{1V} \left(\frac{s}{2}\right)^2 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 2m_{1H} \left(\frac{s}{2}\right)^2 \end{bmatrix}$$

$$K_x = \begin{bmatrix} \dot{x}_2 & \dot{x}_{1V} & \dot{x}_{1H} \\ \hline 2 \left(\frac{s}{2}\right)^2 (k_{2V} + k_{2H}) & -2k_{2V} \left(\frac{s}{2}\right)^2 & -2k_{2H} \left(\frac{s}{2}\right)^2 \\ \hline -2k_{2V} \left(\frac{s}{2}\right)^2 & 2k_{2V} \left(\frac{s}{2}\right)^2 & 0 \\ \hline -2k_{2H} \left(\frac{s}{2}\right)^2 & 0 & 2k_{2H} \left(\frac{s}{2}\right)^2 \end{bmatrix}$$

$$C_x = \begin{bmatrix} x_2 & x_{1V} & x_{1H} \\ \hline 2 \left(\frac{s}{2}\right)^2 (c_{2V} + c_{2H}) & -2c_{2V} \left(\frac{s}{2}\right)^2 & -2c_{2H} \left(\frac{s}{2}\right)^2 \\ \hline -2c_{2V} \left(\frac{s}{2}\right)^2 & 2(c_{1V} + c_{2V}) \left(\frac{s}{2}\right)^2 & 0 \\ \hline -2c_{2H} \left(\frac{s}{2}\right)^2 & 0 & 2(c_{1H} + c_{2H}) \left(\frac{s}{2}\right)^2 \end{bmatrix}$$

$$R_x h_{\Delta} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 \\ \hline 2c_{1V} \left(\frac{s}{2}\right)^2 & 0 \\ \hline 0 & 2c_{1H} \left(\frac{s}{2}\right)^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \overline{h_{\Delta V}} \\ \overline{h_{\Delta H}} \end{bmatrix}$$

Bezeichnung	Abkürzung	Sonderfälle zur Verdeutlichung	bewirkt bei symmetrischem Fahrzeug
gleichphasige Anregung ≡ Hubanregung	$h_{\Sigma} = \frac{h_l + h_r}{2}$		nur Hub- und Nickbewegungen
gegenphasige Anregung ≡ Wankanregung	$h_{\Delta} = \frac{h_l - h_r}{s}$		nur Wankbewegungen

Abb. 15.2 Anregung durch Unebenheiten (s = Spurweite)

Zusatzinformation

Die Tabellen werden kurz erläutert. In Tab. 15.1 bedeuten die

1. Zeilen: Hubbewegung Sitz-Mensch $2m_3\ddot{z}_3 + \dots = 0$
2. Zeilen: Aufbauhubbewegung vorn $2(m_{2V} + \dots)\ddot{z}_{2V} + \dots = 0$.
3. Zeilen: Aufbauhubbewegung hinten $2(m_{2H} + \dots)\ddot{z}_{2H} + \dots = 0$.
4. Zeilen: Achshubbewegung vorn $2m_{1V}\ddot{z}_{1V} + \dots = \dots h_{\Sigma V}$
5. Zeilen: Achshubbewegung hinten $2m_{1H}\ddot{z}_{1H} + \dots = \dots h_{\Sigma H}$.

Dieses Gleichungssystem ist aus (14.1) bis (14.6) bekannt, nur dass jetzt nicht mehr die Unebenheitsanregungen h_V und h_H wirken, sondern nun bei der Zweispuranregung $h_{\Sigma V}$ und $h_{\Sigma H}$.

In Tab. 15.2 bedeuten die

1. Zeilen: Aufbauwankbewegung $J_{2x}\ddot{\kappa}_2 + \dots = 0$.
2. Zeilen: Achswankbewegung vorn $2m_{1V}\left(\frac{s}{2}\right)^2\ddot{\kappa}_{1V} + \dots = \dots h_{\Delta V}$
3. Zeilen: Achswankbewegung hinten $2m_{1H}\left(\frac{s}{2}\right)^2\ddot{\kappa}_{1H} + \dots = \dots h_{\Delta H}$

Der Fahrer bewegt sich in vertikaler Richtung relativ zum Aufbau, die Nick- und Wankschwingungen hingegen soll er wie mit dem Aufbau fest verbunden durchführen.

15.2 Auto-, Kreuzdichten und Kohärenz der Unebenheiten

Bevor auf die Lösung der Gln. (15.1) bis (15.4) eingegangen wird, muss zuerst einmal die in den Abschn. 11.3.1a, 11.4 und 11.5 dargestellte Theorie zur Schwingungsanregung durch Fahrbahnunebenheiten beim Einspurmodell auf Zweispurigkeit erweitert werden. Dies führt zu neuen Begriffen wie Autospektren, Kreuzspektren und Kohärenz.

Bisher wurde bei einer Anregung der Zusammenhang

$$\underline{\hat{q}} = \underline{\hat{V}} \hat{h} \quad (15.9)$$

benutzt, wobei \hat{h} die komplexe Amplitude der Unebenheitsfunktion, $\underline{\hat{q}}$ die einer beliebigen Schwingungsgröße und $\underline{\hat{V}}$ die der Vergrößerungsfunktion ist. Die Streuung (wenn der Mittelwert Null ist) ergibt sich aus

$$\sigma_q^2 = \int_0^\infty \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{4\pi}{T} \underline{\hat{q}} \cdot \underline{\hat{q}}^* d\omega, \quad (15.10)$$

dabei ist $\underline{\hat{q}}^*$ die konjugiert komplexe Amplitude zu $\underline{\hat{q}}$.

Gegenüber (11.81) ist das die allgemeinere Schreibweise, dort stand unter dem Integral $(\underline{\hat{q}})^2$, hier in (15.10) steht $\underline{\hat{q}} \cdot \underline{\hat{q}}^*$. Bei nur einer Anregung sind die beiden Ausdrücke gleich.

Zusatzinformation

Folgende Ableitung zeigt das:

$$\hat{q} = \hat{V} \hat{h}; \quad \hat{q}^* = \hat{V}^* \hat{h}^*$$

mit der Einführung der reellen Amplituden und der Phasenwinkel

$$\underline{\hat{q}} = \hat{V} e^{j\alpha} \cdot \hat{h} e^{j\beta}; \quad \underline{\hat{q}}^* = \hat{V} e^{-j\alpha} \cdot \hat{h} e^{-j\beta}$$

wird

$$\underline{\hat{q}} \cdot \underline{\hat{q}}^* = \hat{V}^2 \cdot \hat{h}^2 = (\hat{q})^2.$$

Bei mehreren Anregungen wird (15.10) wesentlich komplizierter. Mit den vier Anregungen des in Abschn. 15.1 behandelten, um die Längsachse symmetrischen Fahrzeuges wird die komplexe Amplitude einer beliebigen Schwingungsgröße

$$\underline{\hat{q}} = \hat{V}_{\Sigma V} \hat{h}_{\Sigma V} + \hat{V}_{\Sigma H} \hat{h}_{\Sigma H} + \hat{V}_{\Delta V} \hat{h}_{\Delta V} + \hat{V}_{\Delta H} \hat{h}_{\Delta H} \quad (15.11)$$

Da die Unebenheiten vorn und hinten bis auf die zeitliche Verschiebung $\Delta t = l/v$ gleich sind, ist entsprechend (14.12)

$$\begin{aligned} \hat{h}_{\Sigma V} &= \hat{h}_{\Sigma H} e^{j\omega \Delta t}, \\ \hat{h}_{\Delta V} &= \hat{h}_{\Delta H} e^{j\omega \Delta t}. \end{aligned} \quad (15.12)$$

Nach Einsetzen in (15.11) wird

$$\underline{\hat{q}} = (\hat{V}_{\Sigma V} + \hat{V}_{\Sigma H} e^{-j\omega \Delta t}) \hat{h}_{\Sigma V} + (\hat{V}_{\Delta V} + \hat{V}_{\Delta H} e^{-j\omega \Delta t}) \hat{h}_{\Delta V}. \quad (15.13)$$

Werden die Klammern abgekürzt und bei den Unebenheiten der jetzt überflüssige Index V (für vorn) weggelassen, so ist

$$\underline{\hat{q}} = \hat{V}_\Sigma \hat{h}_\Sigma + \hat{V}_\Delta \hat{h}_\Delta \quad (15.14)$$

Das für die Berechnung der Streuung nach (15.10) wichtige Produkt $\underline{\hat{q}} \cdot \underline{\hat{q}}^*$ ergibt sich zu

$$\begin{aligned} \underline{\hat{q}} \cdot \underline{\hat{q}}^* &= (\hat{V}_\Sigma \hat{h}_\Sigma + \hat{V}_\Delta \hat{h}_\Delta)(\hat{V}_\Sigma^* \hat{h}_\Sigma^* + \hat{V}_\Delta^* \hat{h}_\Delta^*) \\ &= \hat{V}_\Sigma \hat{V}_\Sigma^* \hat{h}_\Sigma \hat{h}_\Sigma^* + \hat{V}_\Delta \hat{V}_\Delta^* \hat{h}_\Delta \hat{h}_\Delta^* + \hat{V}_\Sigma \hat{V}_\Delta^* \hat{h}_\Sigma \hat{h}_\Delta^* + \hat{V}_\Delta \hat{V}_\Sigma^* \hat{h}_\Delta \hat{h}_\Sigma^* \\ &= \hat{V}_\Sigma^2 \hat{h}_\Sigma^2 + \hat{V}_\Delta^2 \hat{h}_\Delta^2 + \hat{V}_\Sigma \hat{V}_\Delta^* \hat{h}_\Sigma \hat{h}_\Delta^* + \hat{V}_\Delta \hat{V}_\Sigma^* \hat{h}_\Delta \hat{h}_\Sigma^*. \end{aligned}$$

Nach Einführung der schon bekannten Spektralen Dichten der Unebenheiten, die ab jetzt zur Unterscheidung anderer Spektren Autospektren genannt werden,

$$\begin{aligned} \Phi_{h\Sigma\Sigma}(\omega) &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{4\pi}{T} [\hat{h}_\Sigma(\omega)]^2, \\ \Phi_{h\Delta\Delta}(\omega) &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{4\pi}{T} [\hat{h}_\Delta(\omega)]^2 \end{aligned} \quad (15.15)$$

und der noch nicht bekannten Kreuzspektren

$$\begin{aligned}\Phi_{h\Sigma\Delta}(\omega) &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{4\pi}{T} [\hat{h}_\Sigma(\omega) \hat{h}_\Delta^*(\omega)], \\ \Phi_{h\Delta\Sigma}(\omega) &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{4\pi}{T} [\hat{h}_\Delta(\omega) \hat{h}_\Sigma^*(\omega)]\end{aligned}\quad (15.16)$$

lautet die Streuung

$$\begin{aligned}\sigma_q^2 &= \int_0^\infty \hat{V}_\Sigma^2 \Phi_{h\Sigma\Sigma}(\omega) d\omega + \int_0^\infty \hat{V}_\Delta^2 \Phi_{h\Delta\Delta}(\omega) d\omega \\ &\quad + \int_0^\infty \hat{V}_\Sigma \hat{V}_\Delta^* \Phi_{h\Sigma\Delta}(\omega) d\omega + \int_0^\infty \hat{V}_\Delta \hat{V}_\Sigma^* \Phi_{h\Delta\Sigma}(\omega) d\omega.\end{aligned}\quad (15.17)$$

Aus dem Vergleich der Gln. (15.10) und (15.9) mit (15.17) ergibt sich: Bei einer Anregungs spur benötigt man zur Berechnung der Streuung ein Spektrum, bei zwei Anregungsspuren nicht zwei, sondern vier Spektren! Sie bestehen aus zwei Autospektren für die Hub- und Wankanregung sowie zwei Kreuzspektren, die eine Beziehung zwischen der Hub- und Wankanregung angeben. Ehe auf deren Größe eingegangen wird, soll zunächst eine wesentliche, durch Messergebnisse bestätigte Vereinfachung für die Kreuzspektren genannt werden.

15.2.1 Vereinfachung nach Parkhilowskij

Die Vereinfachung nach Parkhilowskij [PARK68, ROBS78, RILL83] lautet

$$\Phi_{h\Sigma\Delta} = \Phi_{h\Delta\Sigma} = 0, \quad (15.18)$$

d. h., es gibt keine Korrelation zwischen der Hub- und Wankanregung, die beiden Unebenheitsanregungen sind voneinander unabhängig!

Damit vereinfacht sich (15.17) ganz wesentlich:

$$\sigma_q^2 = \int_0^\infty \hat{V}_\Sigma^2 \Phi_{h\Sigma\Sigma}(\omega) d\omega + \int_0^\infty \hat{V}_\Delta^2 \Phi_{h\Delta\Delta}(\omega) d\omega. \quad (15.19)$$

15.2.2 Autospektren der Hub- und Wankanregung, Kohärenz

Zur Berechnung von (15.19) werden die Autospektren $\Phi_{h\Sigma\Sigma}$ und $\Phi_{h\Delta\Delta}$ benötigt, und dazu müssen nach (15.15) die Größen $\hat{h}_\Sigma^2 = \underline{\hat{h}}_\Sigma \hat{h}_\Sigma^*$ und $\hat{h}_\Delta^2 = \underline{\hat{h}}_\Delta \hat{h}_\Delta^*$ berechnet werden. Mit (15.7)

wird (für die Ableitung das Funktionszeichen (ω) weggelassen)

$$\hat{h}_\Sigma \hat{h}_\Sigma^* = \frac{1}{4} (\hat{h}_l + \hat{h}_r) (\hat{h}_l^* + \hat{h}_r^*) = \frac{1}{4} (\hat{h}_l^2 + \hat{h}_r^2 + \hat{h}_l \hat{h}_r^* + \hat{h}_r \hat{h}_l^*)$$

und mit (15.8)

$$\hat{h}_\Delta \hat{h}_\Delta^* = \frac{1}{s^2} (\hat{h}_l - \hat{h}_r) (\hat{h}_l^* - \hat{h}_r^*) = \frac{1}{s^2} (\hat{h}_l^2 + \hat{h}_r^2 - \hat{h}_l \hat{h}_r^* - \hat{h}_r \hat{h}_l^*).$$

Eingesetzt in (15.15) wird

$$\Phi_{h\Sigma\Sigma} = \frac{1}{4} (\Phi_{hll} + \Phi_{hrr} + \Phi_{hlr} + \Phi_{hrl}), \quad (15.20)$$

$$\Phi_{h\Delta\Delta} = \frac{1}{s^2} (\Phi_{hll} + \Phi_{hrr} - \Phi_{hlr} - \Phi_{hrl}), \quad (15.21)$$

Die ersten beiden Summanden sind die Autospektren der linken und rechten Unebenheitsspur

$$\Phi_{hll}(\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{4\pi}{T} [\hat{h}_l(\omega)]^2 \quad (15.22)$$

$$\Phi_{hrr}(\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{4\pi}{T} [\hat{h}_r(\omega)]^2. \quad (15.23)$$

Dies sind reelle Funktionen. Die Kreuzspektren zwischen der linken und rechten Spur

$$\Phi_{hlr}(\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{4\pi}{T} [\hat{h}_l(\omega) \hat{h}_r^*(\omega)] \quad (15.24)$$

$$\Phi_{hrl}(\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{4\pi}{T} [\hat{h}_r(\omega) \hat{h}_l^*(\omega)] \quad (15.25)$$

sind im Allgemeinen komplexe Funktionen, und zwar konjugiert komplexe

$$\Phi_{hlr}(\omega) = |\Phi_{hlr}(\omega)| e^{j\beta(\omega)}; \quad \Phi_{hrl}(\omega) = |\Phi_{hrl}(\omega)| e^{-j\beta(\omega)} \quad (15.26)$$

mit der reellen Amplitude $|\Phi_{hlr}|$ und dem Phasenwinkel β .

Dies lässt sich leicht berechnen, wenn zunächst die komplexen Amplituden in Real- und Imaginärteile aufgespalten werden.

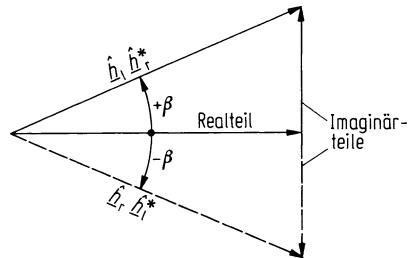
$$\begin{aligned} \hat{h}_l &= h_{lRe} + j h_{lIm}; & \hat{h}_l^* &= h_{lRe} - j h_{lIm}, \\ \hat{h}_r &= h_{rRe} + j h_{rIm}; & \hat{h}_r^* &= h_{rRe} - j h_{rIm}, \end{aligned}$$

Die für die Kreuzspektren wichtigen Produkte lauten

$$\begin{aligned} \hat{h}_l \hat{h}_r^* &= (h_{lRe} + j h_{lIm})(h_{rRe} - j h_{rIm}) \\ &= (h_{lRe} h_{rRe} + h_{lIm} h_{rIm}) + j(h_{lIm} h_{rRe} - h_{lRe} h_{rIm}), \\ \hat{h}_r \hat{h}_l^* &= (h_{rRe} + j h_{rIm})(h_{lRe} - j h_{lIm}) \\ &= (h_{lRe} h_{rRe} + h_{rIm} h_{lIm}) - j(h_{rRe} h_{lIm} - h_{rIm} h_{lRe}). \end{aligned}$$

Abb. 15.3 Zur Erläuterung:

Kreuzspektren sind konjugiert komplexe Funktionen. Bezieht man den Absolutwert der Kreuzleistungsdichte auf das Produkt der Autoleistungsdichten, so erhält man die sog. Kohärenz



Die Realteile und die Absolutwerte der Imaginärteile sind gleich, nur die Vorzeichen der Imaginärteile sind verschieden (s. Abb. 15.3), d. h. die Amplituden sind gleich, nur die Phasenwinkel β haben verschiedene Vorzeichen

$$\hat{h}_l \hat{h}_r^* = \hat{h}_l \hat{h}_r e^{j\beta}; \quad \hat{h}_r \hat{h}_l^* = \hat{h}_l \hat{h}_r e^{-j\beta},$$

und damit ergibt sich (15.26).

Bezieht man den Absolutwert der Kreuzleistungsdichte auf das Produkt der Autoleistungsdichten, so erhält man die sog. Kohärenz

$$\gamma_h(\omega) = \frac{|\Phi_{hlr}(\omega)|}{\sqrt{\Phi_{hll}(\omega)\Phi_{hrr}(\omega)}}, \quad (15.27)$$

die eine reelle Funktion zwischen den Werten Eins und Null ist.

Damit kann man in (15.20) und (15.21) statt der beiden konjugiert komplexen Kreuzleistungsdichten $\Phi_{hlr}(\omega)$ und $\Phi_{hrl}(\omega)$ den Absolutwert $|\Phi_{hlr}(\omega)|$ und den Phasenwinkel $\beta(\omega)$ oder die Kohärenz $\gamma_h(\omega)$ und den Phasenwinkel $\beta(\omega)$ einsetzen. Wird die Kohärenzfunktion nach (15.27) eingeführt, so ergibt sich nach Umformung

$$\Phi_{h\Sigma\Sigma}(\omega) = \frac{1}{4} [\Phi_{hll}(\omega) + \Phi_{hrr}(\omega) + 2\sqrt{\Phi_{hll}(\omega)\Phi_{hrr}(\omega)}\gamma_h(\omega)\cos\beta(\omega)], \quad (15.28)$$

$$\Phi_{h\Delta\Delta}(\omega) = \frac{1}{s^2} [\Phi_{hll}(\omega) + \Phi_{hrr}(\omega) - 2\sqrt{\Phi_{hll}(\omega)\Phi_{hrr}(\omega)}\gamma_h(\omega)\cos\beta(\omega)]. \quad (15.29)$$

Fasst man den Inhalt von (15.19), (15.28) und (15.29) zusammen, so berechnen sich die Streuungen aus den Vergrößerungsfunktionen für Hub- und Wankanregung und vier Anregungsgrößen, den zwei Autospektren für die linke und rechte Spur, der Kohärenzfunktion und dem dazugehörigen Phasenwinkel.

15.2.3 Wegabhängige Spektren

Die Funktionen $\Phi_{hi}(\omega)$ enthalten Aussagen über die Unebenheiten und über die Fahrgegeschwindigkeit des Fahrzeuges. Sinnvoller ist es, wie schon früher in Abschn. 11.5 getan,

Spektren zu definieren, die nur Aussagen über die Unebenheiten treffen, also allein von der Wegkreisfrequenz Ω abhängig sind. Nach (11.91) gilt mit der Fahrgeschwindigkeit v

$$\Phi_{\text{hll}}(\omega) = \frac{1}{v} \Phi_{\text{hll}}(\Omega); \quad \Phi_{\text{hrr}}(\omega) = \frac{1}{v} \Phi_{\text{hrr}}(\Omega), \quad (15.30)$$

eine entsprechende Ableitung führt zu

$$\Phi_{\text{hlrl}}(\omega) = \frac{1}{v} \Phi_{\text{hlrl}}(\Omega); \quad \Phi_{\text{hrl}}(\omega) = \frac{1}{v} \Phi_{\text{hrl}}(\Omega), \quad (15.31)$$

Diese Gleichungen gelten auch für die Absolutwerte, während die Phasenwinkel, wie man aus Abb. 15.3 erkennt,

$$\beta(\omega) = \beta(\Omega) \quad (15.32)$$

sind. Setzt man (15.30) und (15.31) in (15.27) ein, so wird

$$\gamma_h(\omega) = \gamma_h(\Omega). \quad (15.33)$$

Nach wie vor gilt (11.56)

$$\omega = v\Omega. \quad (15.34)$$

15.2.4 Messergebnisse, Näherungsformel für Kohärenz

Aus Messergebnissen [BORM76, AMMO91] – es gibt allerdings nur wenige – ist zweierlei bekannt: Die Autospektren sind in den einzelnen Spuren fast gleich [BRAU80],

$$\Phi_{\text{hll}}(\Omega) \approx \Phi_{\text{hrr}}(\Omega) = \Phi_h(\Omega), \quad (15.35)$$

und der Phasenwinkel ist

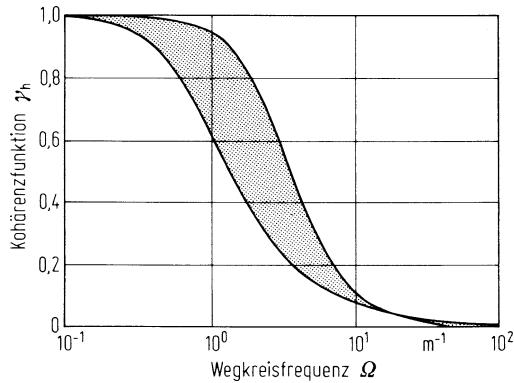
$$\beta(\Omega) \approx 0. \quad (15.36)$$

Setzt man (15.35) in (15.27) ein, so vereinfacht sich die Kohärenzfunktion zu

$$\gamma_h \approx \frac{|\Phi_{\text{hlrl}}(\Omega)|}{\Phi_h(\Omega)}. \quad (15.37)$$

Abbildung 15.4 zeigt den Bereich von gemessenen Kohärenzfunktionen. Danach liegt die reelle Kohärenz γ_h zwischen 1 und 0. $\gamma_h = 1$ bedeutet, die Unebenheitsfunktionen der beiden Fahrspuren sind voll linear korreliert, für $\gamma_h = 0$ hingegen besteht überhaupt kein linearer Zusammenhang, γ_h fällt mit wachsendem Ω oder mit abnehmender Wellenlänge L ab, d. h., sehr lange Wellen sind korreliert, kurze nicht.

Abb. 15.4 Bereich von Kohärenzfunktionen für die Spurweite $s = 1 \text{ m}$ nach Ammon [AMMO91]



Nach Ammon [AMMO91] gibt es eine Näherungsformel für die Kohärenzfunktion, sie ist abhängig von der Wegkreisfrequenz Ω und von der Spurweite s

$$\gamma_h(\Omega, s) = \left[1 + \left(\frac{\Omega}{\Omega_p} \left(\frac{s}{m} \right)^a \right)^w \right]^{-p}. \quad (15.38)$$

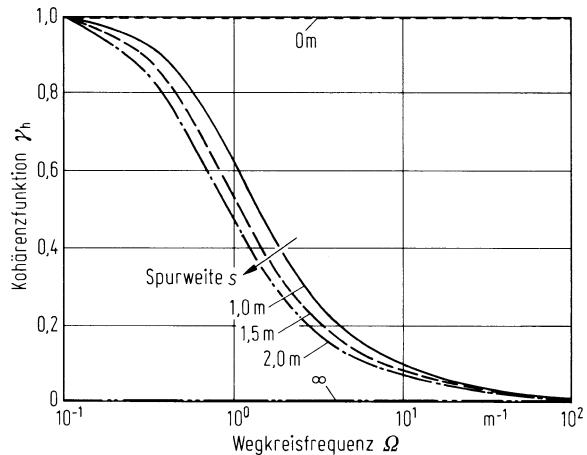
Ω_p ist eine Bezugs-Wegkreisfrequenz, p und a sind weitere Konstanten, und w ist die schon bekannte Welligkeit aus Abschn. 11.5.1. In Tab. 15.3 sind einige Werte zusammengestragen.

Nach (15.38) und Abb. 15.5 wird, wie es auch die Anschauung sagt, γ_h mit wachsender Spurweite s , also mit wachsender Entfernung zwischen linker und rechter Spur, kleiner (Grenzwerte: $s = 0$ und $\gamma_h = 1$, $s \rightarrow \infty$ und $\gamma_h = 0$).

Tab. 15.3 Konstanten für (15.38) nach Ammon [AMMO91]

Klassifizierung	Feldweg	Landstraßen	Bundesstraßen	
Belag	Zementbeton-verbundpflaster	Asphaltteppich	Asphaltbeton über Pflaster	Zementbeton
$\Phi(\Omega_0) [\text{cm}^3]$ $\Omega_0 = 1 \text{ m}^{-1}$	10	5	2,6	2,6
Welligkeit w	2,0	2,2	2,3	2,1
p	0,50	0,88	0,45	0,45
$\Omega_p [\text{m}^{-1}]$	0,99	3,30	1,53	0,73
a	0,94	0,97	0,56	0,60

Abb. 15.5 Kohärenzfunktion nach (15.38) für verschiedene Spurweiten.
Nach Tab. 15.3: Bundesstraße, Asphaltbeton, $p = 0,45$,
 $\Omega_p = 0,73 \text{ m}^{-1}$, $a = 0,60$, $w = 2$



15.3 Streuung bei Zweispuranregung

Nach den Betrachtungen und Ergebnissen in den Abschn. 15.1 und 15.2 kann nun die Streuung σ_q^2 einer Schwinggröße q wie folgt formuliert werden.

Aus (15.36) und (15.26) ergibt sich, dass wegen $\beta \approx 0$ nun auch die Kreuzdichten reelle Funktionen sind. Da weiterhin die Autospektren nach (15.35) praktisch gleich sind, wird die Zweispuranregung nicht mehr durch vier Spektren, sondern praktisch nur durch zwei – durch $\Phi_h(\Omega)$ und $|\Phi_{hlr}(\Omega)|$ oder $\Phi_h(\Omega)$ und γ_h – beschrieben.

Nach Einführung der Näherungen (15.35) und (15.36) in (15.28) und (15.29) wird

$$\Phi_{h\Sigma\Sigma}(\omega) = \frac{1}{2}(1 + \gamma_h)\Phi_h(\omega), \quad (15.39)$$

$$\Phi_{h\Delta\Delta}(\omega) = \frac{2}{s^2}(1 - \gamma_h)\Phi_h(\omega), \quad (15.40)$$

und (15.19) vereinfacht sich zu

$$\sigma_q^2 \approx \int_0^\infty \hat{V}_\Sigma^2 \frac{1}{2}(1 + \gamma_h)\Phi_h(\omega)d\omega + \int_0^\infty \hat{V}_\Delta^2 \frac{2}{s^2}(1 - \gamma_h)\Phi_h(\omega)d\omega. \quad (15.41)$$

Im ersten Summanden steht das Anregungsspektrum für

$$\text{Hub- und Nickschwingung: } \frac{1}{2}(1 + \gamma_h)\Phi_h(\omega), \quad (15.42)$$

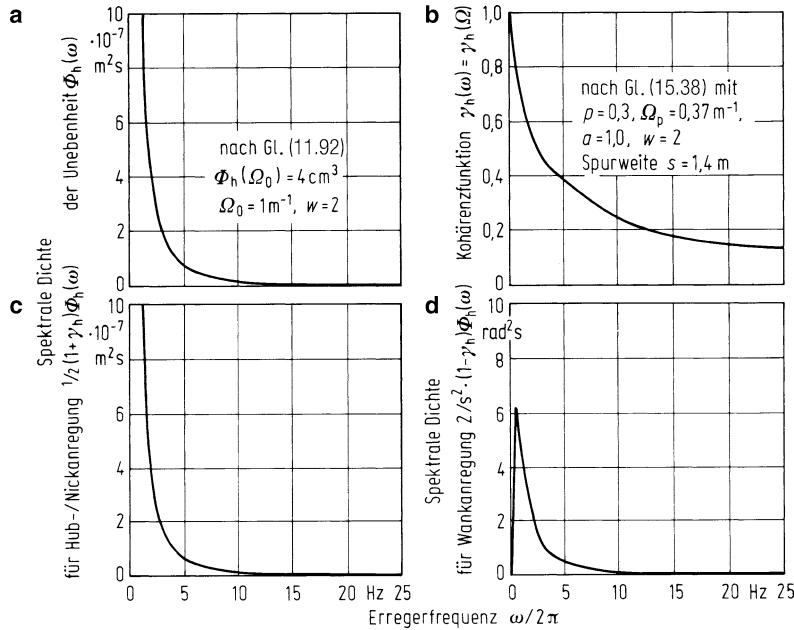


Abb. 15.6 Unebenheitsdichten. **a** Autospektrum einer Spur; **b** Kohärenzfunktion zwischen zwei Spuren; **c** Spektrale Unebenheitsdichte für Hub- und Nickanregung; **d** für Wankanregung als Funktion der Erregerfrequenz $\omega/2\pi$ bei $v = 20 \text{ m/s}$

im zweiten Summanden das für

$$\text{Wankschwingung: } \frac{2}{s^2}(1 - \gamma_h)\Phi_h(\omega). \quad (15.43)$$

Abbildung 15.6 zeigt die beiden neuen Funktionen, entstanden aus der bekannten Unebenheitsdichte $\Phi_h(\omega)$ und der Kohärenzfunktion $\gamma_h(\omega)$. Die Spektrale Dichte für Hub-/Nickanregung nach Abb. 15.6c fällt mit ω monoton ab, so wie $\Phi_h(\omega)$, nur wegen des γ_h -Verlaufes etwas stärker. Die Spektrale Dichte für die Wankanregung zeigt hingegen einen ungewöhnlichen Verlauf, sie hat nach Abb. 15.6d (bei der gewählten Fahrgeschwindigkeit von 20 m/s bei etwa 1 Hz) ein Maximum.

Damit können über σ_q^2 nach (15.41) zwei allgemeine Aussagen getroffen werden:

Der erste Summand ist für $\gamma_h = 1$ aus Kap. 13 und 14 bekannt. In Kap. 14 wurde an Beispielen zweiachsiger Kraftfahrzeuge hauptsächlich über Hub- und Nickschwingungen, über deren Einfluss auf die verschiedenen Komfortwerte, über die Abhängigkeiten von Radstand und Fahrgeschwindigkeit usw. geschrieben. An den dort gewonnenen Ergebnissen ändert sich beim Übergang auf das vierrädrige Fahrzeug wenig, die Vergrößerungsfunktion \hat{V}_Σ und die Spektrale Dichte der Unebenheit Φ_h sind bereits bekannt, nur die Kohärenzfunktion γ_h ist neu. Da sie bei kleinen Erregerkreisfrequenzen ω gleich Eins ist

und bei höheren gegen Null geht, werden die niedrigen Frequenzen so wie früher und die höheren schwächer beurteilt. Insgesamt gesehen werden die Komfortwerte aus Hub- und Nickbewegung kleiner sein, gleiches gilt auch für die Radlastschwankungen, Federwege und sonstigen Größen.

Dafür kommt nun der zweite Summand hinzu. Wegen des Faktors $1 - \gamma_h$ (Betonung auf: minus) werden als Folge der Wankanregung die niedrigen Frequenzen schwächer als die höheren beurteilt. Neu ist auch die Vergrößerungsfunktion \hat{V}_Δ .

15.4 Einfluss der zusätzlichen Wankschwingungen

Nach dem eben Gesagten ist die Wankschwingung neu. Da die Wankanregung $2/s^2 \cdot (1 - \gamma_h)\Phi_h$ nach (15.43) schon bekannt ist, müssen diskutiert werden:

- die Vergrößerungsfunktion \hat{V}_Δ und
- der Einfluss der Wankanregung auf das Gesamtergebnis bzw. der Vergleich der Schwingungen mit und ohne Wankanregung.

Die Vergrößerungsfunktion \hat{V}_Δ ist das Verhältnis der Amplitude einer Schwingungsgröße \hat{q} (z. B. Wankbeschleunigung, Radlastschwankung, ...) zur Amplitude der Wankanregung \hat{h}_Δ

$$\hat{V}_\Delta = \frac{\hat{q}}{\hat{h}_\Delta} \equiv \hat{V}_{qh\Delta}. \quad (15.44)$$

Um Eingang und Ausgang beim Schwingungssystem zu kennzeichnen, heißt die Vergrößerungsfunktion genauer geschrieben $\hat{V}_{qh\Delta}$.

15.4.1 Vergrößerungsfunktion der Aufbauwankbeschleunigung

Es wird mit der für den Komfort wichtigen Vergrößerungsfunktion der Aufbauwankbeschleunigung begonnen. Die komplexe Amplitude $\underline{\hat{k}}_2$ der Aufbauwankbewegung ergibt sich aus den Bewegungsgleichungen (15.3) und (15.4) mit Tab. 15.2

$$\underline{\hat{k}}_2 = \underline{\hat{V}}_{\kappa 2 h \Delta V} \underline{\hat{h}}_{\Delta V} + \underline{\hat{V}}_{\kappa 2 h \Delta H} \underline{\hat{h}}_{\Delta H} = \left(\frac{\underline{\hat{k}}_2}{\underline{\hat{h}}_{\Delta V}} \right) \underline{\hat{h}}_{\Delta V} + \left(\frac{\underline{\hat{k}}_2}{\underline{\hat{h}}_{\Delta H}} \right) \underline{\hat{h}}_{\Delta H}. \quad (15.45)$$

Diese Gleichung entspricht (14.15) in Kap. 14, in dem Hub- und Nickschwingungen behandelt wurden. Hier ist $\underline{\hat{V}}_{\kappa 2 h \Delta V}$ die komplexe Vergrößerungsfunktion der Aufbauwankbewegung $\underline{\hat{k}}_2$ bei alleiniger Wankanregung $\underline{\hat{h}}_{\Delta V}$ der Unebenheiten an der Vorderachse und $\underline{\hat{V}}_{\kappa 2 h \Delta H}$ bei alleiniger Anregung $\underline{\hat{h}}_{\Delta H}$ durch die Hinterachse. Wird berücksichtigt, dass nach (15.12) zwischen den Anregungen vorn und hinten nur eine Phasenverschiebung besteht,

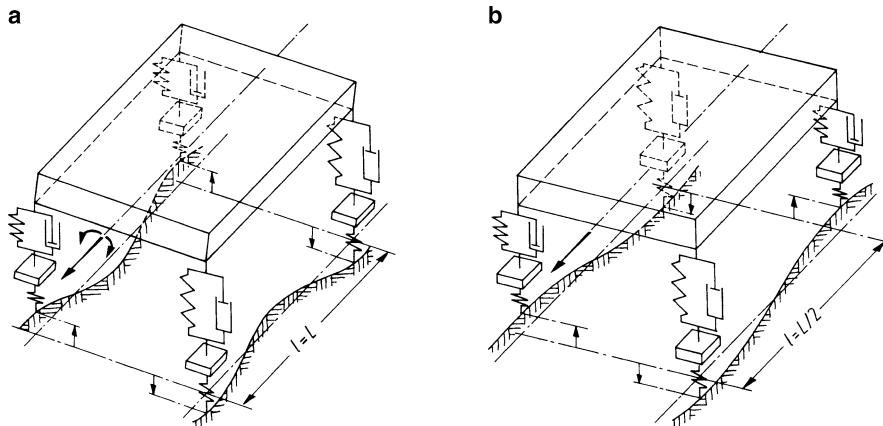


Abb. 15.7 **a** Reine Wankanregung bei einem um Längs- und Querachse symmetrischen Fahrzeug, Unebenheitsanregung in der rechten Spur vorn und hinten nach oben, in der linken nach unten; **b** keine Wankanregung, Unebenheitsanregung in der rechten Spur vorn nach oben, hinten nach unten, in der linken Spur umgekehrt (l Radstand, L Unebenheitswellenlänge)

wird aus (15.10)

$$\hat{\kappa}_2 = (\hat{V}_{\kappa 2 h \Delta V} + \hat{V}_{\kappa 2 h \Delta H} e^{-j\omega \Delta t}) \hat{h}_{\Delta V} = \left[\left(\frac{\hat{k}_2}{\hat{h}_{\Delta V}} \right) + \left(\frac{\hat{k}_2}{\hat{h}_{\Delta H}} \right) e^{-j\omega \Delta t} \right] \hat{h}_{\Delta V}. \quad (15.46)$$

Der Vergleich dieser Gleichung mit (14.16) zeigt, dass prinzipiell zwischen Wankschwingungen und Hub-/Nickschwingungen kein Unterschied besteht. Man kann also genauso vorgehen wie in Abschn. 14.1 und folgenden.

Zur anschaulichen Diskussion der Vergrößerungsfunktion für die Aufbauwankbewegung wird zunächst angenommen, das vordere und hintere System seien gleich

$$\begin{aligned} c_{2V} &= c_{2H} = c_2, & k_{2V} &= k_{2H} = k_2, \\ c_{1V} &= c_{1H} = c_1, & m_{1V} &= m_{1H} = m_1. \end{aligned} \quad (15.47)$$

Damit wird

$$\hat{V}_{\kappa 2 h \Delta V} = \hat{V}_{\kappa 2 h \Delta H} = \hat{V}_{\kappa 2 h \Delta}; \quad \frac{\hat{k}_2}{\hat{h}_{\Delta V}} = \frac{\hat{k}_2}{\hat{h}_{\Delta H}} = \frac{\hat{k}_2}{\hat{h}_\Delta}. \quad (15.48)$$

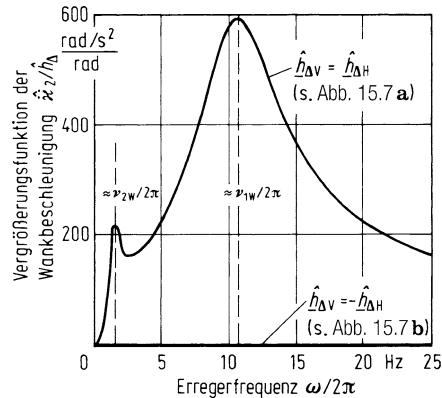
a) Wird weiterhin angenommen, die Anregung vorn und hinten seien gleichphasig, $h_{\Delta V} = h_{\Delta H}$, d. h. z. B. nach Abb. 15.7a, beide Unebenheiten an den rechten Rädern gehen nach oben und an den linken nach unten, so wird aus den beiden Differenzialgleichungen für die Achsen (2. und 3. Zeile in Tab. 15.2)

$$\kappa_{1V} = \kappa_{1H} = \kappa_1$$

eine einzige

$$m_1 \ddot{\kappa}_1 + k_2 \dot{\kappa}_1 + (c_2 + c_1) \kappa_1 - k_2 \dot{\kappa}_2 - c_2 \kappa_2 = c_1 h_\Delta. \quad (15.49)$$

Abb. 15.8 Vergrößerungsfunktion der Wankbeschleunigung für zwei Spezialfälle



Aus der Aufbaugleichung (1. Zeile in Tab. 15.2) wird nach Division mit $4(s/2)^2$

$$\frac{J_{2x}}{4(s/2)^2} \ddot{\kappa}_2 + k_2 \dot{\kappa}_2 + c_2 \kappa_2 - k_2 \dot{\kappa}_1 - c_2 \kappa_1 = 0. \quad (15.50)$$

Diese beiden Differenzialgleichungen entsprechen (13.2) (bis auf den Einfluss Sitz-Mensch, der beim Wanken verabredungsgemäß nicht berücksichtigt wurde, weil der Mensch die Winkelbewegungen des Aufbaues voll mitmacht) und (13.3). Es gilt also $z_2 \hat{=} \kappa_2$ und $z_1 \hat{=} \kappa_1$. Damit ist das neue System der Wankschwingungen durch Wankanregung auf das bekannte Zweimassensystem zurückgeführt und die Vergrößerungsfunktion auf die aus Abb. 13.2b bekannte zweigipflige Resonanzkurve mit den Maxima etwa bei den Eigenfrequenzen für Aufbau und Rad (s. Abb. 15.8).

Hier lauten die entkoppelten, ungedämpften Eigenkreisfrequenzen für die Aufbauwankbewegung

$$\nu_{2\text{Wank}} = \sqrt{\frac{2(c_{2V} + c_{2H})(s/2)^2}{J_{2x}}} \quad (15.51)$$

und für die Radbewegungen

$$\nu_1 = \sqrt{\frac{c_1 + c_2}{m_1}} \quad (15.52)$$

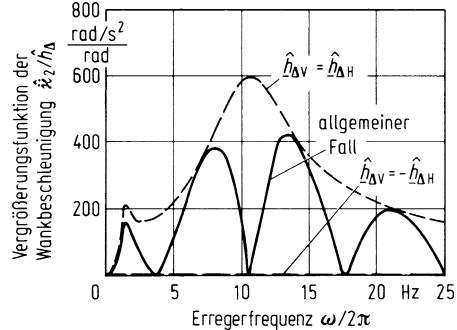
(vorn mit zusätzlichem Index V und hinten mit H). (15.52) ist identisch mit Gleichung 13.4.

Zusatzinformation

Auch (15.51) lässt sich auf eine bekannte Größe zurückführen, wenn für das Trägheitsmoment um die Längsachse J_{2x} das Produkt aus gesamter Masse $m_{2\text{ges}}$ und Trägheitsradius i_x eingeführt wird

$$J_{2x} = m_{2\text{ges}} i_x^2 = m_{2\text{ges}} \left(\frac{i_x}{s/2} \right)^2 \left(\frac{s}{2} \right)^2 = m_{2\text{ges}} \left(\frac{s}{2} \right)^2, \quad (15.53)$$

Abb. 15.9 Vergrößerungsfunktion der Wankbeschleunigung für einen allgemeinen Fall. (Fahrzeug 24/24 s. Tab. 15.5, $l = 2,8 \text{ m}$, $v = 20 \text{ m/s}$)



wobei für Pkw näherungsweise $i_x \approx s/2$ gesetzt werden kann. Gleichung 15.53 in (15.51) eingeführt ergibt

$$\nu_{2\text{Wank}} \approx \sqrt{\frac{2(c_{2V} + c_{2H})}{m_{2\text{ges}}}}. \quad (15.51\text{a})$$

Diese Gleichung entspricht (13.5), wonach Aufbauwank- und -hubeigenfrequenz und nach (14.38) auch die Aufbaunickeigenfrequenz etwa gleich groß sind. Das wichtige Dämpfungsmaß für die Aufbauwankbewegung ist

$$D_{2\text{Wank}} = \frac{2(k_{2V} + k_{2H})(s/2)^2}{2\sqrt{2(c_{2V} + c_{2H})(s/2)^2 J_{2x}}} \quad (15.54)$$

bzw. näherungsweise mit (15.53)

$$D_{2\text{Wank}} \approx \frac{2(k_{2V} + k_{2H})}{2\sqrt{2(c_{2V} + c_{2H})m_{2\text{ges}}}}. \quad (15.54\text{a})$$

Auch das Hub- und das Wankdämpfungsmaß sind etwa gleich, s. (13.8).

b) Nun wird statt $h_{\Delta V} = h_{\Delta H}$ jetzt $h_{\Delta V} = -h_{\Delta H}$ angenommen, d. h. die Anregungen vorn und hinten sind gleich groß, aber gegenphasig, s. Abb. 15.7b. Mit der immer noch geltenden Annahme nach (15.48), das vordere und hintere System seien gleich, bedeutet das, der Aufbau wankt überhaupt nicht, und damit ist die Vergrößerungsfunktion für die Wankbeschleunigung für alle Erregerfrequenzen Null (s. Abb. 15.8).

c) Der allgemeine Fall der Anregung stellt sich in Abb. 15.9 als Girlandenkurve dar, sie schwankt zwischen den in Abb. 15.8 gezeigten Grenzen. Ähnliche Girlandenkurven wurden schon in Kap. 14 bei der Einspuranregung für die Hub- und Nickschwingungen diskutiert. Also auch hier kann auf etwas Bekanntes zurückgegriffen werden. Die ungefähre Lage der Maxima und Nullstellen ist in Tab. 15.4 zusammengestellt.

Tab. 15.4 Die Lage der Maxima und der Nullstellen für die Vergrößerungsfunktionen für Nick-, Hub- und Wankbeschleunigungen ist abhängig von der Phasenlage zwischen vorderen und hinteren Unebenheitsanregungen. Das folgende gilt für Fahrzeuge, die vorn und hinten schwingungstechnisch ähnlich sind, vgl. (14.24) bis (14.27) und (15.48) (n ist eine ganze, positive Zahl)

Phasenwinkel	Vergrößerungsfunktionen		
$\omega\Delta t = \omega l/v = 2\pi l/L$	$\hat{\phi}_2/\hat{h}_\Sigma$	$\hat{z}_3/\hat{h}_\Sigma(l_S = 0)$	\hat{k}_2/\hat{h}_Δ
$= n2\pi$ (gleichphasig)	0	≈ Maximum	≈ Maximum
$(2n + 1)\pi$ (gegenphasig)	≈ Maximum	0	0

15.4.2 Bewertete Schwingstärken mit Berücksichtigung der Wankschwingungen

Zu den K_{Sitz} -, $K_{\text{Fuß}}$ - und K_{Hand} -Werten nach (13.14a) bis (13.14c), sowie dem K_φ -Wert nach (14.28) tritt nun ein K_κ -Wert – s. Abschn. 12.3.2, Abb. 12.7h, Tab. 12.1 – hinzu.

Im Einzelnen gilt, vgl. (15.41)

$$K_{\text{Sitz}}^2 = \int_0^{50\pi} \Phi_{\text{KSitz}} d\omega = \int_0^{50\pi} 1,26^2 B_{\text{Sitz}}^2 \left(\frac{\hat{z}_3}{\hat{h}_\Sigma} \right)^2 \frac{1}{2} (1 + \gamma_h) \Phi_h(\omega) d\omega, \quad (15.55)$$

$$K_{\text{Hand}}^2 = \int_0^{50\pi} \Phi_{\text{KHand}} d\omega = \int_0^{50\pi} 1,26^2 B_{\text{Hand}}^2 \left(\frac{\hat{z}_{\text{Hand}}}{\hat{h}_\Sigma} \right)^2 \frac{1}{2} (1 + \gamma_h) \Phi_h(\omega) d\omega, \quad (15.56)$$

$$K_{\text{Fuß}}^2 = \int_0^{50\pi} \Phi_{\text{KFuß}} d\omega = \int_0^{50\pi} 1,26^2 B_{\text{Fuß}}^2 \left(\frac{\hat{z}_{\text{Fuß}}}{\hat{h}_\Sigma} \right)^2 \frac{1}{2} (1 + \gamma_h) \Phi_h(\omega) d\omega, \quad (15.57)$$

$$K_\varphi^2 = \int_0^{50\pi} \Phi_{\text{K}\varphi} d\omega = \int_0^{50\pi} 1,23^2 B_\varphi^2 \left(\frac{\hat{\phi}_2}{\hat{h}_\Sigma} \right)^2 \frac{1}{2} (1 + \gamma_h) \Phi_h(\omega) d\omega, \quad (15.58)$$

$$K_\kappa^2 = \int_0^{50\pi} \Phi_{\text{K}\kappa} d\omega = \int_0^{50\pi} 1,23^2 B_\kappa^2 \left(\frac{\hat{k}_2}{\hat{h}_\Delta} \right)^2 \frac{2}{s^2} (1 - \gamma_h) \Phi_h(\omega) d\omega. \quad (15.59)$$

Die maßgebenden Unebenheitsdichten $(1/2) \cdot (1 + \gamma_h) \Phi_h(\omega)$ und $(2/s^2) \cdot (1 - \gamma_h) \Phi_h(\omega)$ sind aus Abb. 15.6 bekannt. In Abb. 15.10a bis c sind die für den Komfort wesentlichen Vergrößerungsfunktionen $\hat{z}_3(l_S = 0)/\hat{h}_\Sigma$, $\hat{\phi}_2/\hat{h}_\Sigma$, \hat{k}_2/\hat{h}_Δ , berechnet mit den Daten nach Tab. 15.5, aufgetragen. Vergleicht man den Verlauf der drei übereinander gezeichneten Größen, so wird die Aussage von Tab. 15.4 bestätigt, dass die Nullstellen für die Hub- und Wankschwingung bei den gleichen ω -Werten liegen, ebenso die Maxima, während bei der Nickschwingung die Maxima bei den Nullstellen der Hubschwingung und umgekehrt liegen.

Tab. 15.5 Fahrzeugdaten in diesem Kapitel

Fahrzeug	J_{2x} kg m ²	s m	$C_{st\ V}$ Nm/rad	$C_{st\ H}$ Nm/rad	Übrige Daten in Tab. 14.1
24/24	429	1,4	0	0	s. Fahrzeug 23/23
25/25 (Fzg. 24/24 mit Stabilisatoren)	429	1,4	9904	9904	s. Fahrzeug 23/23

Die Größe der Spektralen Dichten für Sitz- und Aufbaubeschleunigungen sind aus Abb. 15.10d-f, die der Bewerteten Schwingstärken aus g und h zu entnehmen.

Das Ergebnis steht in der Tabelle in Abb. 15.10. Es wird mit den Werten der Einspuranregung aus Abb. 14.7 verglichen. Mit Wanken werden, ähnlich wie in Abschn. 15.3 festgestellt, die K_{Sitz} -, K_{Hand} -, $K_{Fuß}$ - und K_φ -Werte kleiner, dafür kommt der K_κ -Wert hinzu.

Zusatzinformation

Die Verminderung der ersten K_i -Werte durch das Wanken gegenüber denen ohne Wanken kann abgeschätzt werden

$$\frac{K_{Sitz}(\text{mit Wanken})}{K_{Sitz}(\text{ohne Wanken})} = \frac{\sqrt{(1/2)(1 + \gamma_h)}}{1}.$$

Die für die Flächenbildung wesentliche Spitze liegt bei $\omega/2\pi \approx 1,5$ Hz, und γ_h beträgt dort nach Abb. 15.6b ungefähr 0,6. Damit wird K_{Sitz} (mit Wanken) $\approx \sqrt{0,8} \times K_{Sitz}$ (ohne Wanken) = 9,8. Dieser Schätzwert ist fast gleich dem Rechenwert in der Tabelle der Abb. 15.10. Für $K_{Fuß}$ ist die maßgebende Frequenz ungefähr 12 Hz, $\gamma_h = 0,2$ und damit $K_{Fuß}$ (mit Wanken) $\approx \sqrt{0,6} \times K_{Fuß}$ (mit Wanken) = 3,8.

15.4.3 Radlastschwankungen und Radfederwege

Diese beiden Größen werden nach (15.41) berechnet. Das Ergebnis zeigt Abb. 15.11: In den Diagrammen a und d ist der Anteil aus der symmetrischen Anregung in beiden Spuren, also aus der reinen Hubanregung, abgebildet, in den Diagrammen b und e der Anteil aus der asymmetrischen Anregung, der sog. Wankanregung, sowie in c die Summe für die Radlastschwankung, in f die Summe für den Radfederweg. In der Tabelle in Abb. 15.11 sind die Streuungen mit und ohne Wankanregung verglichen. Die Unterschiede sind vernachlässigbar gering.³

15.4.4 Geschwindigkeitseinfluss

In Abb. 15.12 sind die bezogene Standardabweichung der Radlastschwankung und die Bewerteten Schwingstärken über der Fahrgeschwindigkeit aufgetragen. Vergleicht man diese

³ Achtung: Bei Fahrzeugen mit Starrachse(n) gibt es Unterschiede, s. Abschn. 16.4.

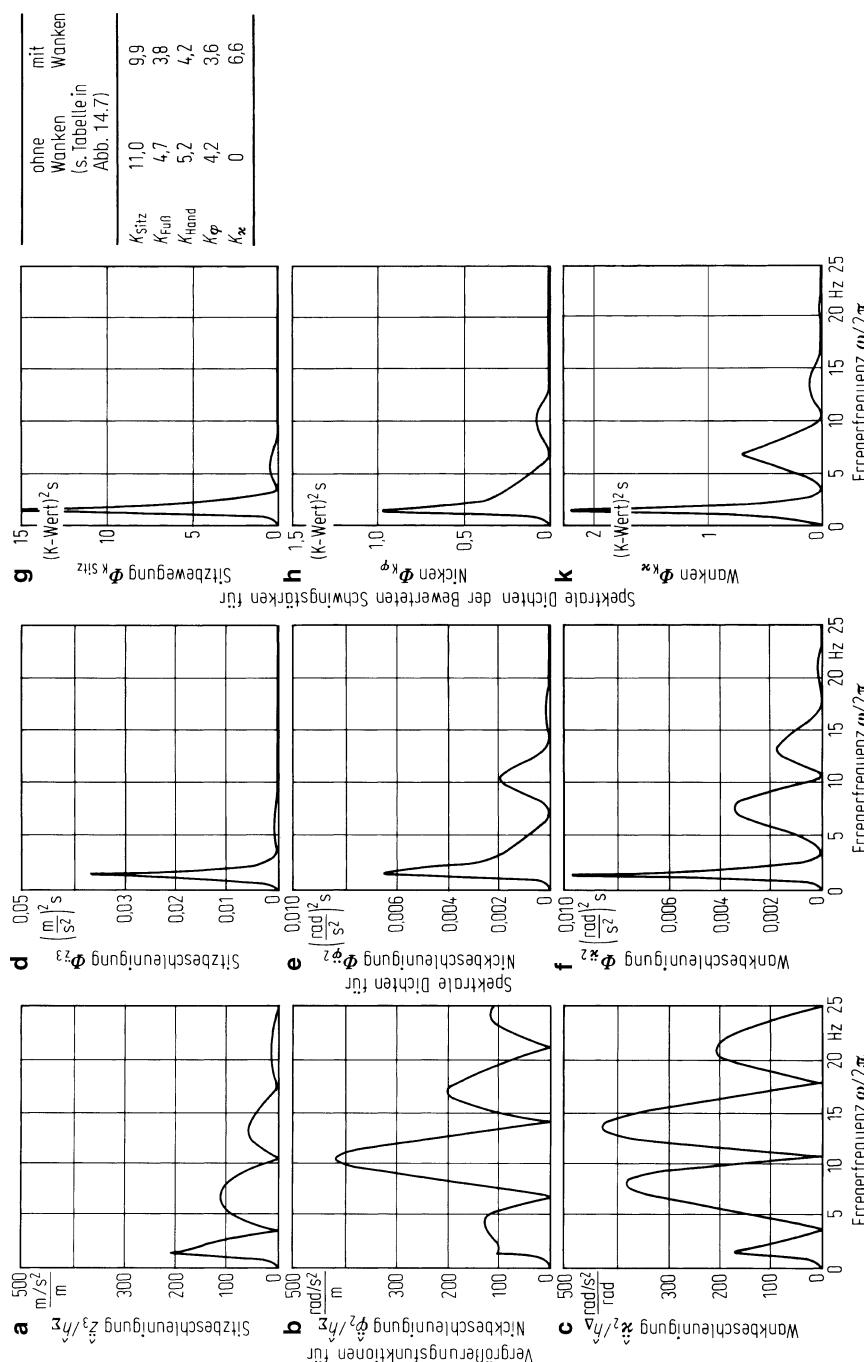


Abb. 15.10 Zur Bestimmung der Bewerteten Schwingstärken (Fahrzeug 24/24 s. Tab. 15.5, Unebenheiten s. Abb. 15.6, $v = 20 \text{ m/s}$, $l = 2,8 \text{ m}$, $h = 0$, $I_F = 0,9 \text{ m}$, $l_L = 0,5 \text{ m}$)

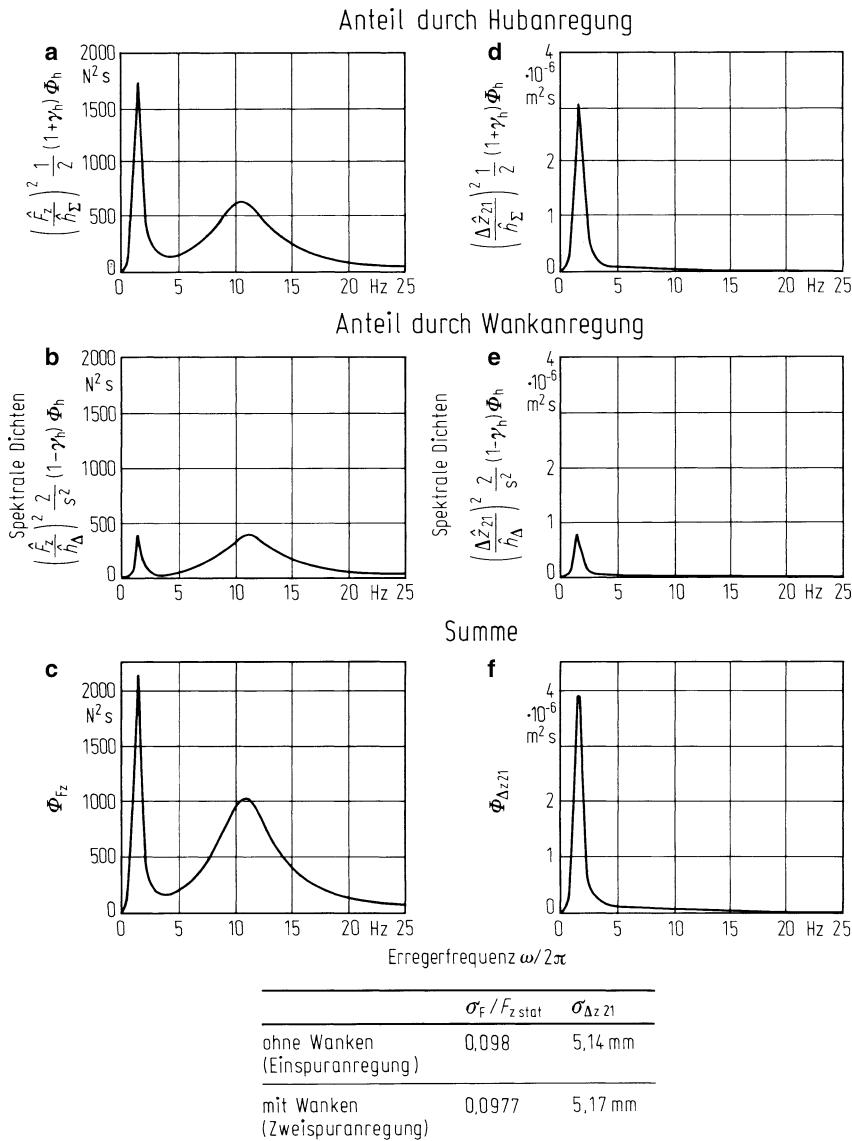
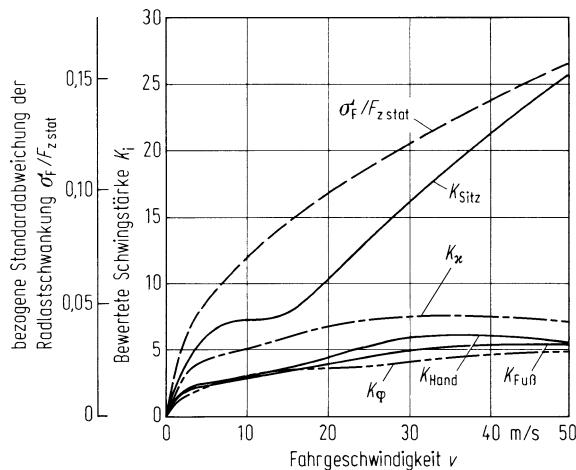


Abb. 15.11 Zur Bestimmung der Standardabweichungen für Radlastschwankung σ_F (a bis c) und für den Radfederweg $\sigma_{\Delta z 21}$ (d bis f) an einem Vorderrad. Die Kurvenverläufe ohne und mit Wanken in c und f sind bei den gewählten Maßstäben nicht zu unterscheiden. (Daten s. Abb. 15.10)

Ergebnisse bei Zweispuranregung mit denen in Abb. 14.10 bei Einspuranregung, so gibt es keinen Unterschied für $\sigma_F/F_{z\text{stat}}$.

Abb. 15.12 Einfluss der Fahrgeschwindigkeit bei Zweispuranregung (Daten s. Abb. 15.10)



$K_{\text{Sitz}}, K_\phi, K_{\text{Fuß}}$ und K_{Hand} sind bei Zweispuranregung etwas geringer. Dies wurde schon in den Abschn. 15.4.2 und 15.4.3 für eine Fahrgeschwindigkeit erwähnt und erläutert, es gilt auch für den gesamten Geschwindigkeitsbereich.

Der K_κ -Wert steigt bei diesem Beispieldfahrzeug bis $v = 5 \text{ m/s}$ schnell an, danach geringer.

15.4.5 Verallgemeinerung

Bisher wurde zur leichteren Erklärung der Vergrößerungsfunktionen bei Wankanregung angenommen, dass $c_{2V} = c_{2H}, c_{1V} = c_{1H}$ usw. sei. Bei ungleichen Fahrzeugdaten vorn und hinten verändert sich die Aufbauwankeigenkreisfrequenz nach (15.51), ebenso das Dämpfungsmaß nach (15.54), und es treten jetzt zwei verschiedene Achseigenkreisfrequenzen nach (15.52) auf. Wie sich das auf die verschiedenen Vergrößerungsfunktionen auswirkt, kann – besonders wegen der Ähnlichkeit zu dem in Kap. 13 behandelten Zweimassensystem – leicht abgeschätzt werden.

Für die Bewertete Schwingstärke K_κ und damit für den Wankkomfort ist das Frequenzgebiet von 0 bis höchstens 7 Hz wichtig. Dieses Gebiet wird fast nur von der Aufbauwankeigenkreisfrequenz v_{2W} und dem Aufbauwankdämpfungsmaß D_{2W} beeinflusst. Nach Tab. 13.4 muss v_{2W} klein sein, um einen guten Komfort auf dem Sitz, um einen kleinen K_{Sitz} -Wert zu erzielen. Kleines v_{2W} bedeutet nach (15.51), dass die Summe der Aufbaufederkonstanten $c_{2V} + c_{2H}$ klein sein muss, die Aufteilung auf vorn oder hinten spielt hier keine Rolle, v_{2W} darf allerdings wegen des erforderlichen Radfederweges, Abschn. 13.11, und wegen der zu großen Wankneigung bei Kurvenfahrt⁴ nicht zu niedrig sein. Es gilt also, einen Kompromiss zwischen Komfort und Federweg/Wankneigung zu finden.

⁴ Als nicht zu überschreitenden Wert sieht man häufig bei leeren Pkw 5° Kurvenneigung für 1 g Seitenbeschleunigung = Erdbeschleunigung, beim beladenen $8^\circ/\text{g}$. Bei Sportwagen sind die Werte niedriger, ungefähr $3^\circ/\text{g}$.

Das Dämpfungsmaß D_{2W} soll nach Tab. 13.4 für K_{Sitz} , K_{Hand} und $K_{\text{Fuß}}$ zur Erreichung eines hohen Komforts ebenfalls klein sein. Nach (15.54) sollte deshalb die Summe der Aufbaudämpfungskonstanten $k_{2V} + k_{2H}$ klein sein, die Aufteilung auf vorn oder hinten spielt auch hier keine Rolle. Wegen der Radlastschwankung darf D_{2W} allerdings nicht zu klein sein, wegen der Fahrsicherheit muss ein Kompromiss eingegangen werden, und zwar dürfen die Werte k_{2V} und k_{2H} jeder für sich nicht zu klein sein.

Sonst müssen wegen geringer Radlastschwankungen an jeder Achse die Radmassen klein und die Reifenfederung in radialer Richtung weich sein.

15.5 Wirkung von Stabilisatoren

Es soll noch der Einfluss des Stabilisators (einer speziellen Feder, meistens in Form eines Torsionsstabes) behandelt werden. Er verbindet das linke und rechte Rad miteinander und wirkt nur dann, wenn deren Federwege unterschiedlich sind. Das vom Stabilisator aufgenommene Moment ist nach Abb. 15.13a bei der Drehfederkonstanten C'_{St}

$$M'_{\text{St}} = C'_{\text{St}} \frac{\Delta z_l - \Delta z_r}{a_{\text{St}}} = F_{\text{St}} a_{\text{St}} \quad (15.60)$$

mit der Kraft F_{St} an den Rädern. Am Aufbau wird nach Abb. 15.13b das Moment

$$M_{\text{St}} = F_{\text{St}} \frac{s}{b_{\text{St}}} b_{\text{St}} = F_{\text{St}} s \quad (15.61)$$

abgestützt. Gleichung (15.60) eingesetzt, ergibt

$$M_{\text{St}} = \frac{C'_{\text{St}}}{a_{\text{St}}^2} s (\Delta z_l - \Delta z_r). \quad (15.62)$$

Nach Abb. 15.1 und (15.6) ist

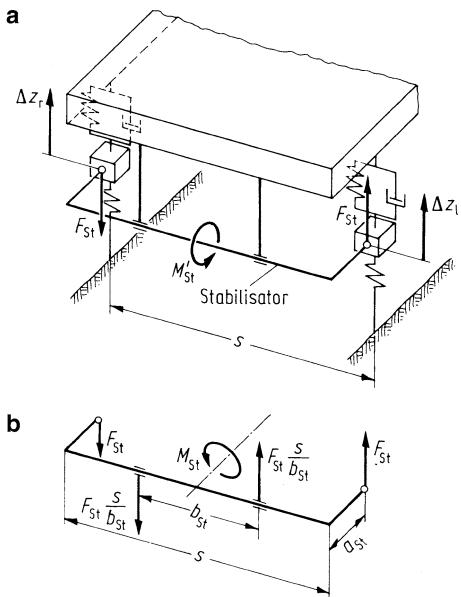
$$M_{\text{St}} = \frac{C'_{\text{St}}}{a_{\text{St}}^2} s [s \kappa_2 - (z_{l1} - z_{r1})] = C_{\text{St}} (\kappa_2 - \kappa_1) \quad (15.63)$$

mit

$$C_{\text{St}} = \left(\frac{s}{a_{\text{St}}} \right)^2 C'_{\text{St}}. \quad (15.64)$$

Die obige Aussage, dass der Stabilisator nur auf unterschiedliche Federwege links/rechts wirkt, erkennt man leicht aus (15.63) für den Spezialfall der gleichen absoluten Wege an den Rädern, $z_{l1} = z_{r1}$ (gleichbedeutend dem fiktiven Wankwinkel der Räder $\kappa_1 = 0$). Das

Abb. 15.13 Einbau eines Stabilisators. M'_{St} Moment am Stabilisator; F_{St} Kraft an den Enden; $F_{St}s/b_{St}$ Krafteinleitung im Fahrzeugaufbau; M_{St} Moment am Aufbau



Moment wirkt nicht bei reiner Hub- und Nickbewegung z_2 und φ_2 , sondern nur bei der Wankbewegung des Aufbaues κ_2 .

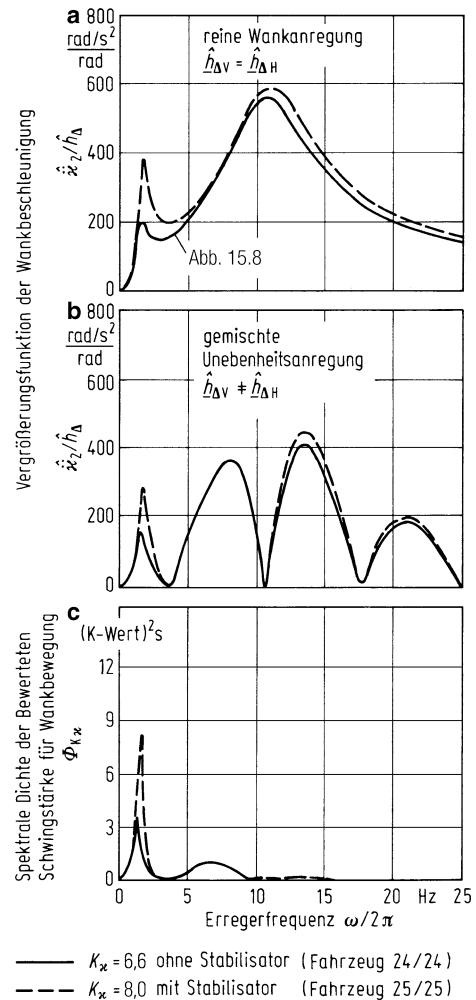
Der Stabilisator wird hauptsächlich zur Beeinflussung des Fahrverhaltens in der Kurve, zur Beeinflussung des sog. Über- und Untersteuerns und zur Verminderung der Wankeigung eingesetzt (s. Teil IV „Fahrverhalten“), hat aber auch seine Rückwirkung auf das Schwingungsverhalten des Fahrzeuges. Die Momente M_{StV} und M_{StH} , für den allgemeinen Fall je ein Stabilisator an Vorder- und Hinterachse, müssen in die Bewegungsgleichungen bzw. an die entsprechende Stelle in der Federmatrix in Tab. 15.2 eingeführt werden, und zwar steht statt $2c_{2V}(s/2)^2$ nun beim Einbau von Stabilisatoren $[2c_{2V}(s/2)^2 + C_{StV}]$ und das Entsprechende mit dem Index H. Damit erhöht sich die Aufbauwankeigenkreisfrequenz nach (15.51) auf den Wert

$$\nu_{2\text{Wank}} = \sqrt{\frac{2(c_{2V} + c_{2H})(s/2)^2 + C_{StV} + C_{StH}}{J_{2x}}}. \quad (15.65)$$

Ebenso erhöht sich nach den Ausführungen in Abschn. 13.5 hauptsächlich der Vergrößerungsfaktor der Aufbaubeschleunigung bei dieser Eigenfrequenz und damit auch die Bewertete Schwingstärke K_k . Stabilisatoren vermindern also den Komfort!

In Abb. 15.14 ist dieser Zusammenhang an einem Beispiel dargestellt. In Bildteil a ist die Vergrößerungsfunktion der Aufbauwankebeschleunigung bei reiner Wankanregung dargestellt, in Bildteil b bei gemischter Anregung, in Bildteil c die Spektrale Dichte für die Wankwahrnehmung, also unter Berücksichtigung der Unebenheiten und der menschlichen Empfindung. Das Ergebnis lautet: Durch die Stabilisatoren vorn und hinten, die die

Abb. 15.14 Einfluss eines Stabilisators auf die Wankschwingung und -empfindung.
(Fahrzeugdaten s. Tab. 15.5,
Fahrbahndaten s. Abb. 15.6,
 $v = 20 \text{ m/s}$, $l = 2,8 \text{ m}$)



Wankeigenfrequenz des Aufbaues von 1,5 auf 1,8 Hz erhöhen, vergrößert sich der K-Wert von 6,6 auf 8,0. (Dies ist allerdings nicht viel, dagegen verringert sich die in Teil IV behandelte Aufbauneigung bei Kurvenfahrt auf $(1,5/1,8)^2 = 70\%$).

15.6 Zusammenfassung der Ergebnisse aus diesem Kapitel

Bei einem symmetrischen Fahrzeug sind Hub-/Nickschwingungen und Wankschwingungen entkoppelt, sie lassen sich getrennt untersuchen. Hub-/Nickschwingungen wurden in Kap. 14 behandelt, deren Ergebnisse sind also (bis auf ein etwas anderes Unebenheitsspektrum) bekannt, s. Abschn. 14.11.

Neu sind die Wankschwingungen, das zugehörige Fahrzeugsatzmodell und die Wankanregung durch die Unebenheiten.

Die Spektrale Dichte der Wankunebenheiten setzt sich aus der bekannten – in Abschn. 11.5 behandelten – Dichte bei Einspuranregung und einer neuen – in den Abschn. 15.2 und 15.3 genannten – Kohärenzfunktion zusammen.

Die Vergrößerungsfunktionen der Aufbauwankbeschleunigung, die mit maßgebend für den Komfort sind, sind Girlandenkurven, ähnlich denen aus Kap. 14. Die Einhüllenden der Girlandenkurven entsprechen denen eines Zweimassensystems (s. Abb. 13.2h). Damit sind auch die Wankschwingungen auf etwas Bekanntes zurückgeführt, und es gelten die in Tab. 13.4 zusammengefassten Ergebnisse:

Guten Komfort in Bezug auf Wankschwingungen erhält man durch eine niedrige Aufbauwankeigenfrequenz (Nachteil große Neigung bei Kurvenfahrt) und ein relativ kleines Aufbauwankdämpfungsmaß. Für hohe Fahrsicherheit ist die Aufbauwankeigenfrequenz von geringer Bedeutung, das Dämpfungsmaß sollte an jeder Achse von mittlerer Größe sein (s. Abschn. 13.5 und 13.6).

Literatur

- [AMMO91] Ammon, D.; Bormann, V: Zur Kohärenz zwischen den Unebenheitsanregungen an linker und rechter Fahrspur. VDI-Bericht Nr. 877 (1991). Düsseldorf: VDI-Verlag
- [BORM76] Bormann, V: Fahrbahnunebenheiten paralleler Fahrspuren und Anwendung der Ergebnisse, I. IfF-Tagung, Braunschweig 1976
- [BRAU80] Braun, H.: Meßergebnisse von Straßenunebenheiten, VDI-Berichte Nr. 877 (1991), S. 47–80. Düsseldorf, VDI-Verlag
- [PARK68] Parkhilowskij, J.F.: Investigations of the Probability Characteristics of the Surfaces of Distributed Types of Roads. Autom. Prom. 8 (1968), S. 1–22
- [RILL83] Rill, G.: Instationäre Fahrzeugschwingungen bei stochastischer Erregung. Diss. TU Stuttgart 1983
- [ROBS78] Robson, J.D.: The Role of the Parkhilowskij Model in Road Description. Vehicle System Dynamics 7 (1978), S. 153–162

Weiterführende Literatur

- [BREU13] Breuer, B., Bill, K.H. (Hrsg.): Bremsenhandbuch, 4. Auflage, Springer-Vieweg, Wiesbaden 2013
- [HEIS13] Heißing, B., Ersoy, M., Gies, S. (Hrsg.): Fahrwerkhandbuch, 4. Auflage, Springer-Vieweg, Wiesbaden 2013
- [HOEP13] Hoepke, E., Breuer, S. (Hrsg.): Nutzfahrzeugtechnik, 7. Auflage, Springer-Vieweg, Wiesbaden 2013
- [PFEF13] Pfeffer, P.; Harrer, M. (Hrsg.): Lenkungshandbuch, 2. Auflage, Springer-Vieweg, Wiesbaden 2013

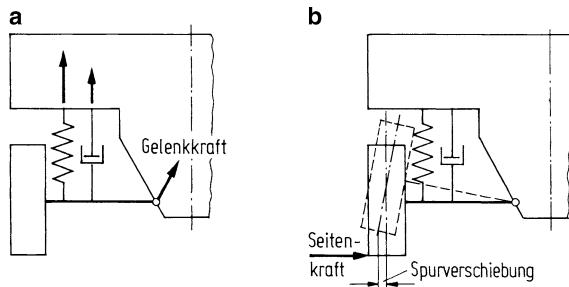
Bei der bisherigen Behandlung der Schwingungssysteme waren Räder und Aufbau nur über Federn und Dämpfer miteinander verbunden. Die Führungen der Räder relativ zum Aufbau, die sog. Radaufhängungen, die besonders wichtig zur Aufnahme von Umfangskräften bei Antrieb und Bremsung, von Seitenkräften bei Kurvenfahrt und der zugehörigen Momenten sind, wurden bisher vernachlässigt. Inwieweit sie das Schwingungsverhalten beeinflussen, wird im nachstehenden gezeigt.

Grundsätzlich gibt es folgende Einflüsse:

1. Durch die Lenker der Radaufhängungen wirken Kräfte nicht nur über die Federn und Dämpfer, sondern auch über die Gelenke (s. Abb. 16.1a). Dadurch können auch zwischen Aufbau und Rädern Beschleunigungskopplungen entstehen.
2. Bei den meisten Radaufhängungen kommt es beim Ein- und Ausfedern gleichzeitig zu Spurverschiebungen (s. Abb. 16.1b). Die seitliche Verschiebung der Räder induziert Seitenkräfte, die das Schwingungsverhalten des Fahrzeugs beeinflussen. (Gleichzeitig zu den Spurverschiebungen treten auch noch Sturzänderungen auf, die ebenfalls zu Seitenkräften, sog. Sturzseitenkräften, führen. Sie beeinflussen das Schwingungsverhalten kaum [MITS62, MITS79, HELM80] und werden deshalb vernachlässigt.)
3. Zu beachten ist, dass nicht wie bisher in den theoretischen Betrachtungen Feder und Dämpfer oberhalb des Rades bzw. der Radmasse m_1 angeordnet sind, sondern in praxi oft daneben am Lenker angreifen. Es muss ein Hebelarmverhältnis berücksichtigt werden.

Die folgenden Beispiele sind bewusst einfach gehalten, um das Wesentliche erkennen zu können.

Abb. 16.1 Durch Einführung von Radaufhängungen entstehen zusätzlich eine Gelenkkraft (a), eine Spurverschiebung und eine Seitenkraft (b)



16.1 Beschleunigungskopplung, Feder-Dämpferanordnung

Als Beispiel einer Radaufhängung wird ein gezogener Längslenkers nach Abb. 16.2 behandelt, der häufig als Pkw-Hinterachse (modifiziert als Verbundlenker-, Schräglengeranordnung) verwendet wird. Zunächst wird vorausgesetzt:

- Der Lenker in der Karosserie ist direkt (metallisch) gelagert und nicht wie üblich elastisch (in Gummilagern);
- die Eigenschwingungen des Reifens, die etwas oberhalb 40 Hz liegen, werden nicht berücksichtigt;
- in diesem Abschnitt werden nur die vertikalen Schwingungen betrachtet, erst später in Abschn. 17.1 auch die in Längsrichtung.

16.1.1 Gleichungen für ein Fahrzeug mit Längslenker

Abbildung 16.3a zeigt von der Seite das bekannte Schwingungssystem nach Abb. 13.1a. Dabei ist wie in den vorangegangenen Kapiteln häufig die Koppelmasse des Aufbaues zu Null gesetzt, d. h. der Aufbau über der Vorderachse bewegt sich nicht, und wie immer wird eine Radaufhängung, hier an der Hinterachse, nicht berücksichtigt. Weiterhin wird das System Sitz-Mensch vernachlässigt.

Abb. 16.2 Gezogener Längslenker mit Rad/Reifen

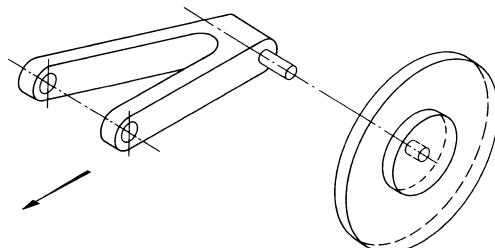


Abb. 16.3 Schwingungssysteme **a** ohne, **b** mit Radaufhängung; **c** Kräfte an Längslenker und Rad-Reifen

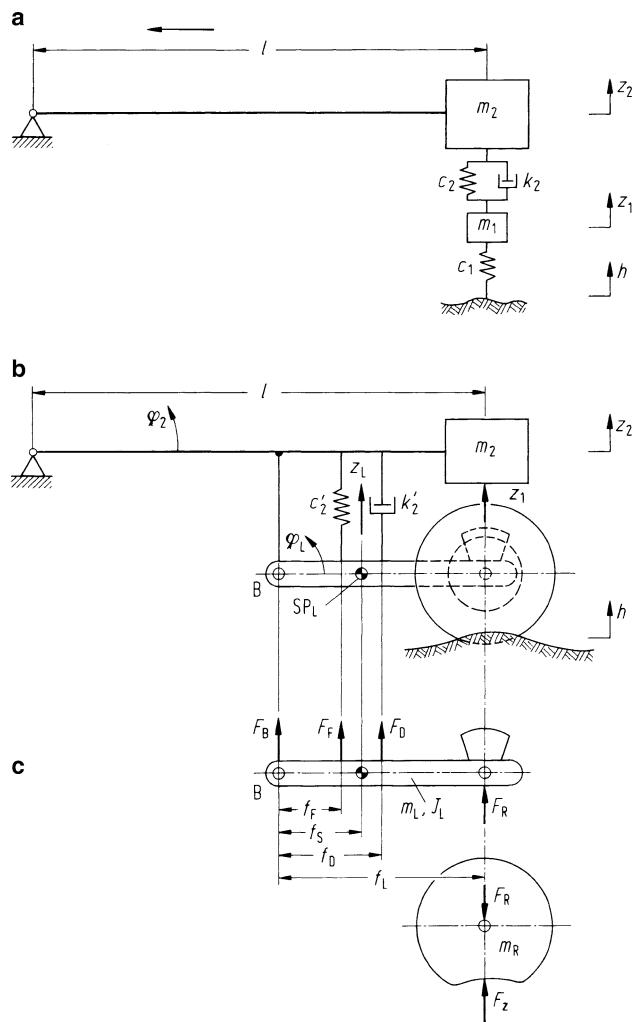


Abbildung 16.3b zeigt das erweiterte System mit dem gezogenen Längslenker. Die drehenden Teile Rad, Reifen und Bremse mit ihrer Masse m_R bewegen sich vertikal um z_1 und belasten den Lenker mit der Kraft F_R . Der Lenker und alle mit ihm fest verbundenen Teile, wie z. B. der Bremssattel bei einer Scheibenbremse, haben die Masse m_L , das Trägheitsmoment J_L um den Schwerpunkt SP_L und bewegen sich mit z_L und φ_L . Die weiteren Größen sind aus den Abb. 16.3b und c zu entnehmen.

Die Bewegungsgleichungen lauten:

$$m_2 l^2 \ddot{\varphi}_2 = -F_F(l - f_L + f_F) - F_D(l - f_L + f_D) - F_B(l - f_L), \quad (16.1)$$

$$m_L \ddot{z}_L = F_B + F_F + F_D + F_R, \quad (16.2)$$

$$J_L \ddot{\varphi}_L = F_R(f_L - f_S) + F_D(f_D - f_S) - F_F(f_S - f_F) - F_B f_S, \quad (16.3)$$

$$m_R \ddot{z}_1 = F_z - F_R. \quad (16.4)$$

Für den besseren Vergleich der Differenzialgleichungen der Systeme nach Abb. 16.3a und b werden die Koordinate z_2 für den über der Hinterachse liegenden Teil der Aufbaumasse m_2 und die Koordinate z_1 des Radmittelpunktes eingeführt.

$$z_2 = l \varphi_2, \quad (16.5)$$

$$z_L = \frac{f_S}{f_L} z_1 + \left(1 - \frac{f_S}{f_L}\right) \frac{l - f_L}{l} z_2, \quad (16.6)$$

$$\varphi_L = \frac{1}{f_L} \left(z_1 - \frac{l - f_L}{l} z_2 \right). \quad (16.7)$$

Die Kräfte betragen

$$F_F = c'_2 \frac{f_F}{f_L} (z_2 - z_1), \quad (16.8)$$

$$F_D = k'_2 \frac{f_D}{f_L} (\dot{z}_2 - \dot{z}_1), \quad (16.9)$$

$$F_z = c_1 (h - z_1) \quad (16.10)$$

Damit lauten für die zwei Freiheitsgrade des Systems die beiden Differenzialgleichungen

$$\begin{aligned} & \left[m_2 + m_1 \left(\frac{l - f_L}{l} \right)^2 \left(1 - \frac{f_{S\text{ges}}}{f_L} \frac{1}{\chi} \right) \right] \ddot{z}_2 \\ & + k'_2 \left(\frac{f_D}{f_L} \right)^2 \left[\frac{1}{\chi} + \frac{f_L}{l} \left(1 - \frac{1}{\chi} \right) \right] (\dot{z}_2 - \dot{z}_1) \\ & + c'_2 \left(\frac{f_F}{f_L} \right)^2 \left[\frac{1}{\chi} + \frac{f_L}{l} \left(1 - \frac{1}{\chi} \right) \right] (z_2 - z_1) \\ & = c_1 \left[\frac{l - f_L}{l} \left(1 - \frac{1}{\chi} \right) \right] (h - z_1), \end{aligned} \quad (16.11)$$

$$\begin{aligned} & m_1 \left(\frac{i_B}{f_L} \right)^2 \ddot{z}_1 - m_1 \left(\frac{i_B}{f_L} \right)^2 \left[\frac{l - f_L}{l} \left(1 - \frac{1}{\chi} \right) \right] \ddot{z}_2 - k'_2 \left(\frac{f_D}{f_L} \right)^2 (\dot{z}_2 - \dot{z}_1) \\ & - c'_2 \left(\frac{f_F}{f_L} \right)^2 (z_2 - z_1) = c_1 (h - z_1) \end{aligned} \quad (16.12)$$

mit dem Trägheitsmoment J_B von Lenker, Rad Reifen und Bremse um den Anlenkpunkt B

$$J_B = m_1 i_B^2 = J_L + m_R f_L^2 + m_L f_S^2, \quad (16.13)$$

der zugehörigen Masse

$$m_1 = m_L + m_R, \quad (16.14)$$

der Lage des Gesamtschwerpunktes von Lenker, Rad usw.

$$f_{S\text{ges}} = \frac{m_L f_S + m_R f_L}{m_L + m_R} \quad (16.15)$$

und dem Koppelfaktor

$$\chi = \frac{m_1 f_{S\text{ges}} f_L}{J_B} = \frac{f_{S\text{ges}} f_L}{i_B^2}. \quad (16.16)$$

16.1.2 Einfluss der Radaufhängung

Die Differenzialgleichungen für das Fahrzeug „ohne“ Radaufhängung, siehe Abb. 16.3a, lauten nach (13.2) und (13.3)

$$m_2 \ddot{z}_2 + k_2(\dot{z}_2 - \dot{z}_1) + c_2(z_2 - z_1) = 0, \quad (16.17)$$

$$m_1 \ddot{z}_1 - k_2(\dot{z}_2 - \dot{z}_1) - c_2(z_2 - z_1) = c_1(h - z_1). \quad (16.18)$$

Der Vergleich der beiden Gleichungssysteme (16.11) und (16.12) mit (16.17) und (16.18) ergibt folgende Unterschiede:

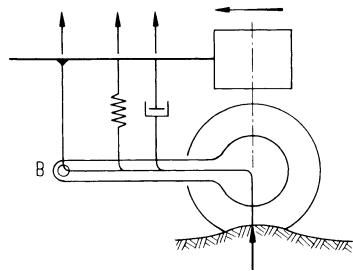
- a) Greifen Feder und Dämpfer nicht über dem Radmittelpunkt an, muss das Hebelarmverhältnis zum Quadrat berücksichtigt werden:

$$k_2 = k'_2 \left(\frac{f_D}{f_L} \right)^2; \quad c_2 = c'_2 \left(\frac{f_F}{f_L} \right)^2. \quad (16.19)$$

- b) Auf der rechten Seite der Aufbaugleichung ohne Radaufhängung (16.17) steht „= 0“, auf der mit Radaufhängung in (16.11) steht „≠ 0“. In der Radgleichung (16.12) gibt es im Gegensatz zu (16.18) eine Kopplung mit \ddot{z}_2 . Und außerdem gibt es weitere Unterschiede, die meistens in den eckigen Klammern von (16.11) und (16.12) stehen.

Diese Unterschiede bedeuten nach Abb. 16.4, dass die Unebenheiten den Aufbau nicht nur über Feder und Dämpfer, sondern auch über den Gelenkpunkt B zu Schwingungen anregen. Die Übertragung über B entfällt, wenn der Lenker im sog. „Schwingungs-“ oder „Stoßmittelpunkt“ angelenkt ist. Dies kann man sich am einfachsten an einem mathematischen Pendel klarmachen. Hat der Lenker keine Masse $m_L = 0$, demzufolge

Abb. 16.4 Übertragung der Unebenheitsanregung nicht nur über Feder und Dämpfer in den Aufbau, sondern auch über den Anlenkpunkt B der Radaufhängung



auch kein Trägheitsmoment $J_L = 0$, dann ist $f_{S\text{ges}} = f_L$, $J_B = m_R f_L^2$ und damit der Kopfaktor $\chi = 1$. Dann verschwindet in der Aufbaugleichung (16.11) die rechte Seite, die eckigen Klammern bei Federung und Dämpfung werden gleich 1, bei der Radgleichung (16.12) wird der Faktor für \ddot{z}_2 gleich Null.¹

- c) Statt m_2 in (16.17) steht in (16.11) [$m_2 + m_1 \dots$], der Unterschied ist gering. In der Radgleichung (16.18) „ohne“ Radaufhängung steht m_1 , in der „mit“ Radaufhängung (16.12) $m_1(i_B/f_L)^2$. Da $i_B < f_L$ ist, wird sozusagen die Radmasse kleiner und damit die Radeigenfrequenz größer.

16.1.3 Einfluss der Kopplung

Es werden zwei Fahrzeuge „ohne“ und „mit“ Radaufhängung verglichen.

- a) Zunächst sei für beide Fälle $\chi = 1$, es gibt also keine Beschleunigungskopplung. Die für den Komfort und die Fahrsicherheit wichtigen Vergrößerungsfunktionen \hat{z}_2/\hat{h} und \hat{F}_z/\hat{h} sind fast identisch (s. Abb. 16.5), nur sind die Kurven „mit“ Radaufhängung wegen der höheren Radeigenfrequenz – wie in Abschn. 16.1.2 unter c) genannt – nach rechts verschoben.
- b) Bei $\chi \neq 1$ – es gibt eine Beschleunigungskopplung – ändert sich hauptsächlich die Asymptote der Aufbaubeschleunigung

$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} \frac{\hat{z}_2}{\hat{h}} \approx \frac{c_1}{m_2 + m_1 \left(1 - \frac{f_L}{l}\right)^2 \left(1 - \frac{f_{S\text{ges}}^2}{i_B^2}\right)} \left(1 - \frac{f_L}{l}\right) \left|1 - \frac{1}{\chi}\right|, \quad (16.20)$$

bei der Radlastschwankung nicht

$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} \frac{\hat{F}_z}{\hat{h}} \approx c_1. \quad (16.21)$$

¹ Auch für den Fall $f_L = l$ sind die beiden Gleichungssysteme (16.11), (16.12) und (16.17), (16.18) identisch. Er ist trivial, denn der Gelenkpunkt B wandert in den Festpunkt des Aufbaues und kann damit dessen Bewegung nicht beeinflussen.

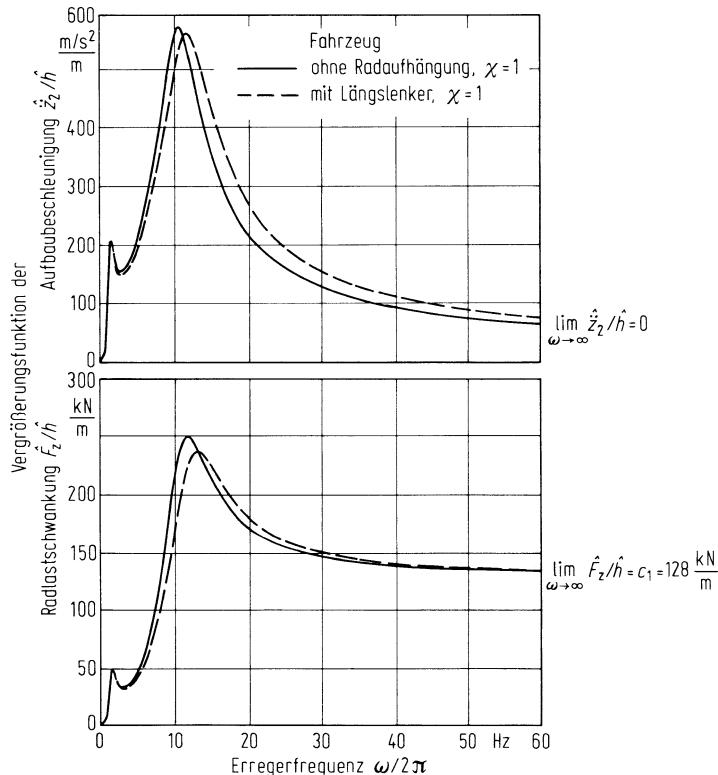


Abb. 16.5 Vergleich eines Fahrzeugs „ohne“ Radaufhängung, entsprechend Abb. 16.3a (Fahrzeugdaten, s. Fahrzeug 1 in Tab. 13.1), und eines Fahrzeugs „mit“ Radaufhängung, entsprechend Abb. 16.3b (weitere Fahrzeugdaten $m_L = 14,9 \text{ kg}$, $m_R = 16,1 \text{ kg}$, $J_L = 0,5588 \text{ kg m}^2$, $l = 2,5 \text{ m}$, $f_{S\text{ges}} = 0,329 \text{ m}$, $f_L = 0,4 \text{ m}$, $\chi = 1$)

In Abb. 16.6 sind für verschiedene χ -Werte die Aufbaubeschleunigungen bei höheren Frequenzen dargestellt. Danach werden sie für $\chi \neq 1$ größer als für $\chi = 1$. Das heißt, beim Überfahren von relativ zur Fahrgeschwindigkeit kurzen Unebenheiten, z. B. Pflasterstraßen, wird durch die Kopplung der Komfort schlechter. Die Insassen spüren also das Überfahren der Unebenheiten über die Füße in den Beinen und auch im Oberkörper, wenn die Schwingungen nicht weitgehend von den Sitzpolstern „geschluckt“ werden. Dazu werden die Fahrgäste akustisch belästigt, weil die über die Radaufhängung in den Aufbau eingeleiteten Schwingungen die Karosserie zum Dröhnen anregen. $\chi \gtrless 1$ bedeutet nach (16.15) und (16.16) mit $J_L = m_L i_L^2$

$$f_S(f_L - f_S) \gtrless i_L^2. \quad (16.22)$$

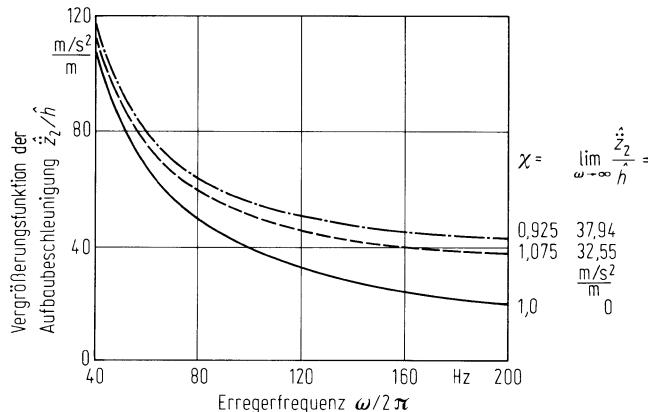


Abb. 16.6 Einfluss der Kopplung auf die Asymptoten der Aufbaubeschleunigung (Fahrzeugdaten s. Abb. 16.5 bis auf: für $\chi = 1,0$ ist $f_{S\text{ges}} = 0,3291 \text{ m}$, $J_L = 0,559 \text{ kg m}^2$; für $\chi = 0,925$ ist $f_{S\text{ges}} = 0,3044 \text{ m}$, $J_L = 0,903 \text{ kg m}^2$; für $\chi = 1,075$ ist $f_{S\text{ges}} = 0,3537 \text{ m}$, $J_L = 0,13 \text{ kg m}^2$

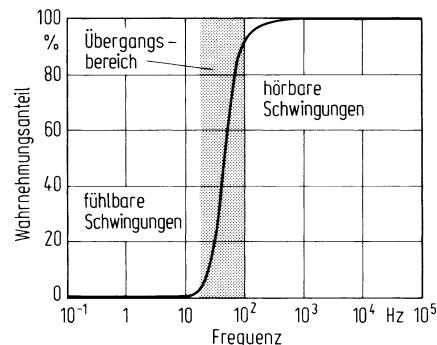
16.2 Modellierung und Beurteilung im höheren Frequenzbereich (Hinweise)

Das Beispiel im vorangegangenen Abschn. 16.1 zeigte, dass die Radaufhängung im Frequenzbereich oberhalb der Radeigenfrequenz die Vergrößerungsfunktion der Aufbaubeschleunigungen (kaum die Radlastschwankung) verändert und damit den Komfort (kaum die Fahrsicherheit) beeinflusst. Daraus ergeben sich zwei Feststellungen:

1. Bei Betrachtung der unebenheitserregten Schwingungen am Pkw können im Frequenzbereich von 0 Hz bis etwa zweimal Radeigenfrequenz die Radaufhängungen unberücksichtigt bleiben. Damit sind die Ergebnisse ab Kap. 13 nach wie vor gültig.
2. Oberhalb des o. g. Frequenzbereiches muss nicht nur die Radaufhängung berücksichtigt werden, sondern es sind alle die Teile genauer schwingungstechnisch zu modellieren, die bei den höheren Frequenzen ihre Eigenschaften ändern bzw. Eigenschwingungen durchführen.

So darf nicht mehr der Aufbau, die Karosserie als starr angesehen werden, denn bei Pkw liegt die niedrigste Eigenfrequenz bei 25 Hz. Die höherfrequenten Karosserie-(Kontinuums-)schwingungen belasten die Insassen nicht nur durch zusätzliche Vibrationen, sondern auch durch Geräusche. Dadurch wird auch die Beurteilung der Schwingungen schwieriger. Jetzt müssen neben den fühlbaren auch die hörbaren Schwingungen erfasst werden, und es ist anzugeben, aus welchen Anteilen sich das Gesamturteil der Fahrzeuginsassen zusammensetzt, s. Abb. 16.7.

Abb. 16.7 Wahrnehmungsanteile Vibrationen und Geräusche (nach [HIER90])



Zusatzinformation

Hier hilft die sog. Regressionsanalyse weiter. Will man Aussagen, z. B. über den Abrollkomfort (engl. *harshness*) erhalten, also für einen Frequenzbereich zwischen 20 und 100 Hz, der nach Abb. 16.7 im Übergangsbereich zwischen spür- und hörbaren Schwingungen liegt, so lässt man Fahrer oder Insassen in verschiedenen Fahrzeugen über Straßen verschiedener Rauigkeit fahren. Sie haben die auftretenden Vibrationen und Geräusche zu beurteilen. Man gibt eine Skala vor, üblicherweise von 1 („sehr, sehr schlecht“) bis 10, („sehr gut“). Gleichzeitig misst man die Beschleunigungen am Fuß, am Lenkrad, am Sitz usw. sowie das Geräusch in Ohrnähe. Danach versucht man eine mathematische Regression zwischen den subjektiven Beurteilungen SU und den objektivphysikalisch gemessenen Größen aufzustellen und erhält z. B. eine Gleichung [HAZE93, HAZE92]

$$SU = a_0 - a_1 \ddot{x}_F - a_2 LA. \quad (16.23)$$

a_0 ist die Bestnote, in diesem Fall 10. Das Urteil wird schlechter mit wachsender Fußbeschleunigung in Fahrzeuglängsrichtung \ddot{x}_F und größerem Schalldruckpegel LA . Aus (16.23) erkennt man zum einen, dass in diesem Fall die Fußbeschleunigung und nicht die am Lenkrad, Sitz usw. wichtig ist, und zum zweiten aus dem Verhältnis der Konstanten a_1 und a_2 , wie sich das Gesamturteil aus den fühlbaren und hörbaren Schwingungen zusammensetzt.

Die Reifenfederung darf bei höheren Frequenzen nicht mehr – wie in Abschn. 2.2.2.1 – durch eine einzelne Feder beschrieben werden, denn höhere Frequenzen bedeuten kleinere Unebenheitslängen, und wenn die kleiner als die Latschlänge sind, muss der Reifen anders moduliert werden (z. B. durch mehrere Federn). Dies ergibt dann nicht nur Kräfte in z -, sondern auch in x -Richtung (s. Abschn. 17.1.2). Außerdem beginnen die Eigenfrequenzen der Reifen [HAZE93] mit 40 Hz.

Hinzu kommen bisher noch nicht behandelte Detailsysteme wie z. B. das Lenkungssystem von den Vorderrädern bis zum Lenkrad, Motorschwingungen (s. Kap. 18) oder Auspuffschwingungen. Einen Überblick, besonders über die höherfrequenten Schwingungen, gibt Tab. 16.1.

Das Gelenk der Radaufhängung (z. B. der Längslenker in Abschn. 16.1) wird nicht metallisch im Aufbau gelagert, sondern in Gummi, also in einer elastischen Verbindung, deren Dämpfungseigenschaften bei höheren Frequenzen günstig sind s. Abschn. 11.2.1. Das hat den Vorteil, dass die hohen Frequenzen wegen der dann fehlenden Beschleunigungskopp-

Tab. 16.1 Überblick der Schwingungsphänomene, ihrer Ursachen und Parametereinflüsse (aus: [LAER89])

	Anregung	Parameter-Einflüsse												
		Frequenz- bereich (Hz)	Fahr- bahn- uneben- heiten	Ungleich- förmig- keiten	Gas- und Massen- kräfte	Innen- raum	Vorder- achse	Hinter- achse	Fede- rung/ Dämp- fung	Len- kung	An- triebs- strang	An- triebs- agge- gat	Motor- lage- rung	Aus- puff
Schwingungs- Geräusch- phänomene														
Aufbau- schwingungen	1–2	•				○	○	○	●	○				
Längsruckeln	4–10		●			○		○	●	●	●	●	○	○
Lastwechsel- schlag	8–20		●		○			●	●	○	●	●	○	○
Motorstuckern	10–13	●	○			●	○	●	●	○	●	●	○	○
Achsschwin- gungen	10–15	●	○			●	●	●	○	○	○	○	○	○
Lenkungs- unruhe	10–20		●			●	○	●	●	○	●	○	○	
Bremsschlägen	15–25	●				●	●	●	●	○	○	○	○	
Leerauf- schütteln/ -dröhnen	20–30			●		●	●	●	○	●	●	●	●	○
Lenkrad- schütteln	20–35	○	●		○	○	●	●	○	○	●	○	○	○

Tab. 16.1 Fortsetzung

		Parameter-Einflüsse											
		Anregung			Parameter-Einflüsse								
• großer Einfluss ◦ kleiner Einfluss		Frequenz- bereich (Hz)	Fahr- bahn- uneben- heiten	Ungleich- förmig- keiten	Karos- serie	Innen- raum	Vorder- achse	Hinter- achse	Fede- rung/ Dämp- fung	Len- kung	An- triebs- aggre- gat	Motor- lage- rung	Aus- puff
Karosserie- schütteln	20–35	◦	•	•			◦	◦	◦	◦	◦	◦	◦
Karosserie- dröhnen	25–75	•	◦	•	•	◦	•	◦	◦	◦	◦	◦	◦
Achsrauhigkeit	30–80	•			◦		•	•	◦				
Antriebs- rauhigkeit	50–100				•	◦	◦	◦	•	•	•	◦	◦
Auspuff- schwingungen	50–200				◦	◦	◦	◦	◦	◦	◦	◦	•
Fahrbahn- geräusche	50–250	•			◦	◦	•	•	◦	◦	◦	◦	◦
Triebwerk- resonanzen	100–250		•		◦	◦	•	•	◦	◦	◦	◦	•

lung nicht (kaum) übertragen werden, die Asymptoten in Abb. 16.6 gehen auch bei $\chi \neq 1$ auf (nahezu) Null zurück. Es hat jedoch den Nachteil, dass ein zusätzlicher Freiheitsgrad, eine weitere Eigenfrequenz auftritt, die oberhalb der Radeigenfrequenz $v_1/2\pi$ bei etwa 70 Hz liegt.

Zusatzinformation

(Die o. g. Zahlenbeispiele gelten hauptsächlich für Pkw oder allgemein gesagt für Fahrzeuge mit hohen Karosserieeigenfrequenzen. Bei Lkw liegt die niedrigste Rahmeneigenfrequenz aber bei ca. 6 Hz, also unterhalb der Achseigenfrequenzen, sodass also die 1. Aussage zu Beginn dieses Abschnittes modifiziert werden muss.)

16.3 Spurverschiebung (Spuränderung)

In diesem Abschnitt wird der zweite zu Beginn dieses Kapitels genannte Einfluss der Radaufhängung, nämlich die Spurverschiebung, s. Abb. 16.1b, behandelt.

16.3.1 Seitenkraft am Reifen durch Spurverschiebung

Die dabei auftretende Seitenkraft ist abhängig von der Größe der Latschverschiebung y_0 , die sich nach Abb. 16.8 aus der Felgenquerbewegung y_1 und dem Sturzwinkel γ_1 zusammensetzt,

$$y_0 = y_1 + r\gamma_1. \quad (16.24)$$

Für die Seitenkraft F_y wird die Differenzialgleichung (2.42) verwendet. Sie lautet mit der neu definierten Latschverschiebung y_0 und bei Geradeausfahrt (Schräglaufwinkel $\alpha = 0$ und auch deren Änderung $\dot{\alpha} = 0$)

$$\dot{F}_y + \frac{c_y v}{c_\alpha} F_y = c_y \dot{y}_0. \quad (16.25)$$

Bei sinusförmiger Latschverschiebung y_0 als Funktion des Weges x

$$y_0 = \hat{y}_0 \sin \Omega x$$

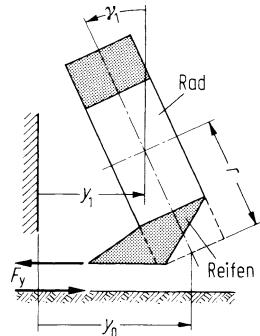
ergibt sich die Seitenkraft

$$F_y = \hat{F}_y \sin(\Omega x + \eta).$$

Mit (16.25) erhält man die Vergrößerungsfunktion

$$\frac{\hat{F}_y}{\hat{y}_0} = \frac{c_\alpha \Omega}{\sqrt{1 + \left(\frac{c_\alpha}{c_y} \Omega\right)^2}} \quad (16.26)$$

Abb. 16.8 Zusammenhang zwischen Seitenkraft F_y und Latschverschiebung y_0 , die sich aus Felgenquerbewegung y_1 und Sturzwinkel γ_1 zusammensetzt



und den Phasenwinkel

$$\eta = \frac{\pi}{2} - \arctan\left(\frac{c_\alpha}{c_y} \Omega\right). \quad (16.27)$$

In Abb. 16.9a und b sind (16.26) und (16.27) über der Wegkreisfrequenz Ω aufgetragen und in den Abb. 16.9c und d über der Erregerfrequenz $\omega/2\pi$. (Nach (11.56) ist $\omega = v\Omega$.) Aus den beiden Teilbildern c und d geht hervor, dass der Reifen bei den maßgebenden Eigenfrequenzen für Aufbau und Rad (bei ca. 1,5 Hz und ca. 15 Hz) sowie dem wichtigen Geschwindigkeitsbereich (10...30 m/s) noch nicht eingelaufen ist, die Asymptotenwerte c_y für die Vergrößerungsfunktion und 0° für den Phasenwinkel werden nicht erreicht. (Genauere Betrachtung bei höheren Frequenzen und gleichzeitigen Radlastschwankungen siehe Laermann [LAER85]).

16.3.2 Gleichungen für ein Fahrzeug mit Pendelachse

Der Einfluss der Spurverschiebung und damit der Seitenkraft auf das Schwingungsverhalten wird am Beispiel einer Pendelachse, die wegen ihrer großen Spurverschiebung (und auch großen Sturzänderung) nur noch selten verwendet wird, gezeigt. Es gelten zwei Annahmen: Zum einen sind die Anregungen am linken und rechten Reifen gleich, sodass bei einem symmetrischen Fahrzeug der Aufbau nur Hubbewegungen durchführt, zum anderen sei die Pendelachse ein mathematisches Pendel, sodass die in Abschn. 16.1 genannte Beschleunigungskopplung zwischen Achse und Aufbau nicht auftritt.

Zusatzinformation

Die Bewegungsgleichungen lauten nach Abb. 16.10 (da bisher bei Einpunkt- und Einspuranregung die Aufbaumassen immer auf die Fahrzeughälfte bezogen wurden, muss jetzt der Faktor 2 eingefügt werden)

$$2m_2\ddot{z}_2 = -2F_F - 2F_D + 2B_Z, \quad (16.28)$$

$$m_1\ddot{z}_1 = F_F + F_D - B_Z + F_Z, \quad (16.29)$$

$$J_{SP1}\ddot{k}_1 = 0 = F_y r + F_F(f_L - f_F) + F_D(f_L - f_D) - B_Z f_L. \quad (16.30)$$

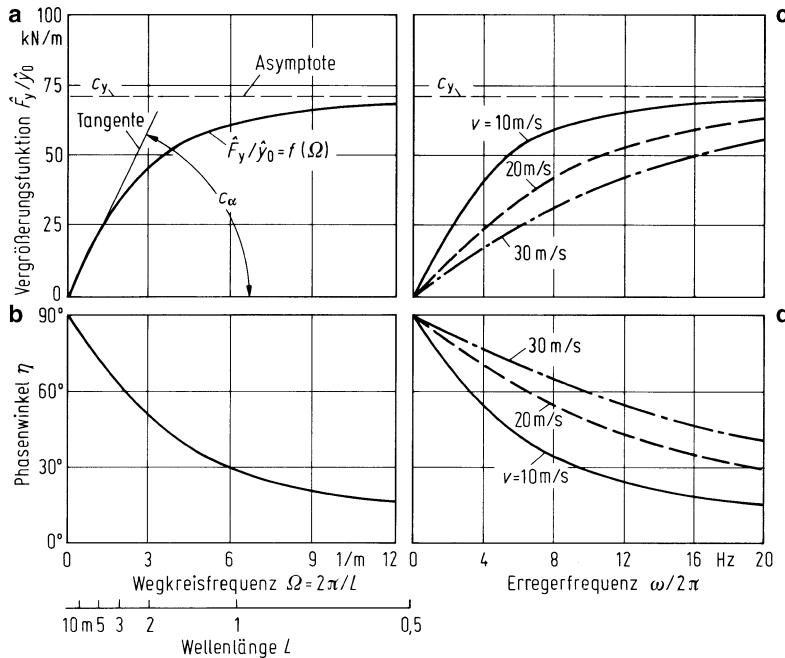


Abb. 16.9 Frequenzgänge für das Einlaufverhalten von Reifen ($c_y = 70 \text{ kN/m}$, $c_\alpha = 20 \text{ kN/rad}$)

Mit der Annahme des mathematischen Pendels ist $J_{SP1} = 0$. Mit den Kräften F_F , F_D und F_z nach (16.8) bis (16.10) ergeben sich die beiden Differenzialgleichungen zu

$$m_2 \ddot{z}_2 + k'_2 \left(\frac{f_D}{f_L} \right)^2 (\dot{z}_2 - \dot{z}_1) + c'_2 \left(\frac{f_F}{f_L} \right)^2 (z_2 - z_1) = F_y \frac{r}{f_L}, \quad (16.31)$$

$$m_1 \ddot{z}_1 - k'_2 \left(\frac{f_D}{f_L} \right)^2 (\dot{z}_2 - \dot{z}_1) - c'_2 \left(\frac{f_F}{f_L} \right)^2 (z_2 - z_1) = c_1 (h - z_1) - F_y \frac{r}{f_L}. \quad (16.32)$$

Hinzu kommt als dritte Differenzialgleichung die für die Seitenkraft F_y nach (16.25) mit

$$\dot{y}_0 = \frac{r}{f_L} (\dot{z}_2 - \dot{z}_1) \quad (16.33)$$

nach Abb. 16.10b.

16.3.3 Einfluss der Spurverschiebung

Vergleicht man wieder die Differenzialgleichungen (16.31) und (16.32) mit denen des üblichen Zweimassensystems (16.17) und (16.18) unter Berücksichtigung von (16.19), so tritt jetzt neu die Seitenkraft F_y hinzu.

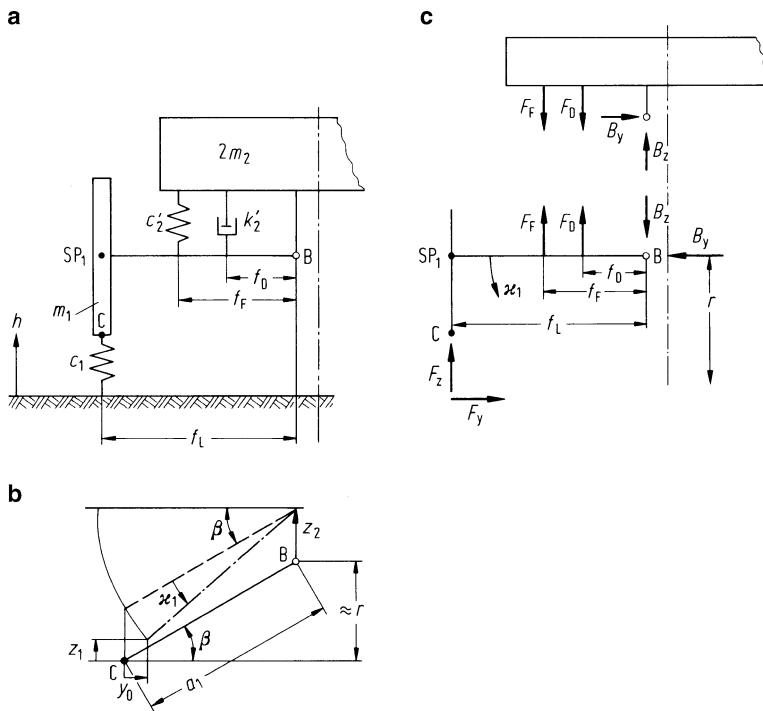


Abb. 16.10 Fahrzeug mit Pendelachse (in Fahrtrichtung gesehen): **a** Gesamtaufbau, **b** geometrische Beziehung an der Achse, **c** Kräfte an Aufbau und Achse

Sie beeinflusst nach Abb. 16.11a und b die für den Komfort maßgebende Vergrößerungsfunktion der Aufbaubeschleunigung \hat{z}_2/\hat{h} und die für die Sicherheit \hat{F}_z/\hat{h} nur wenig, wie der Vergleich der niedrigen Fahrgeschwindigkeit $v = 10 \text{ m/s}$ mit $v \rightarrow \infty$ zeigt. In Diagramm c ist noch die Vergrößerungsfunktion für die Seitenkraft \hat{F}_y/\hat{h} eingetragen. Hier ist eine deutliche Abhängigkeit von der Fahrgeschwindigkeit zu sehen, die Größe der Seitenkraft ist relativ klein.

Auch wenn die Seitenkräfte durch Spurverschiebungen nicht sehr groß sind, so verbrauchen sie doch einen Teil des Kraftschlusspotenzials, das sonst nur Antriebs-, Brems- und Seitenkräften bei Kurvenfahrt zur Verfügung steht, und verringern damit die Beschleunigungen und Verzögerungen in Längsrichtung sowie die Beschleunigungen in seitlicher Richtung. Weiterhin erhöht die Spurverschiebung den Reifenverschleiß.

Daraus ergibt sich die fahrzeugechnische Forderung: Die Spurverschiebungen und damit die Seitenkräfte bei gleichen Anregungen am linken und rechten Rad müssen Null sein. Das lässt sich bei einer Pendelachse nicht verwirklichen, weil dann der Gelenkpunkt B die Fahrbahn berühren müsste. Hingegen kann das mit anderen Einzelradaufhängungen erreicht werden, was am Beispiel einer Doppelquerlenkeraufhängung nach Abb. 16.12 erklärt werden soll. Bei festgehaltenem Aufbau bewegt sich das Rad um einen fiktiven Punkt, um den sog. Momentanpol MP, der um a über der Fahrbahn und um f_{MP} vom Rad entfernt

Abb. 16.11 Einfluss der Spurverschiebung (bei Fahrgeschwindigkeit $v = 10 \text{ m/s}$ ist er vorhanden, bei $v \rightarrow \infty$ nicht) auf **a** Komfort; **b** Fahrersicherheit; **c** Seitenkraft. (Fahrzeugdaten s. Fahrzeug 1 in Tab. 13.1, $c_y = 70 \text{ kN/m}$, $c_\alpha = 20 \text{ kN/rad}$, $r = 0,3 \text{ m}$, $f_L = 0,7 \text{ m}$)

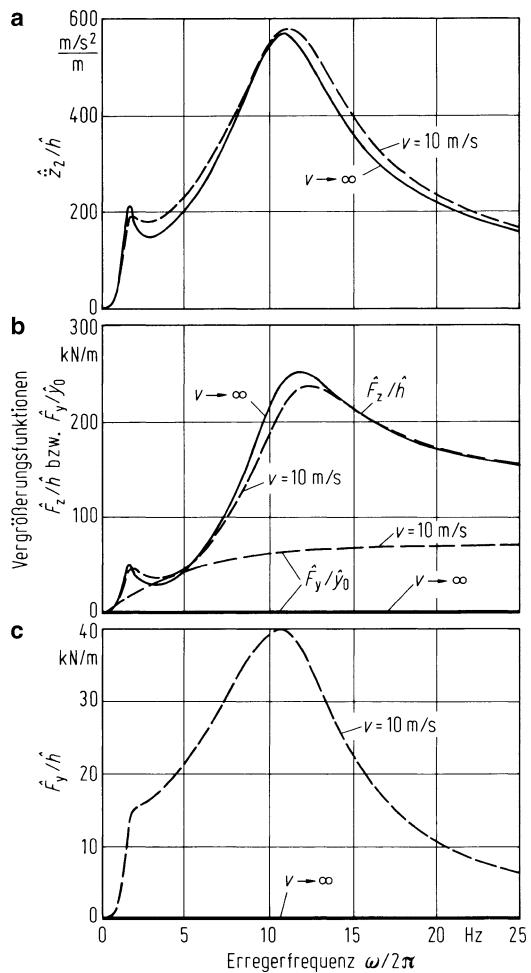
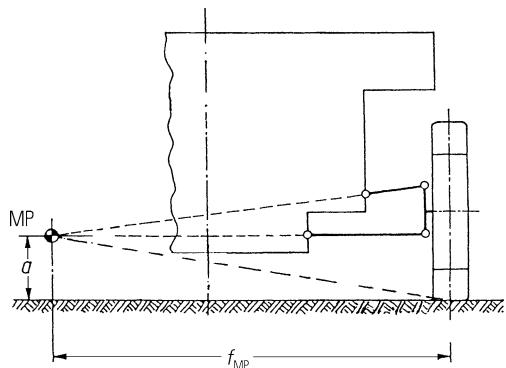


Abb. 16.12 Lage des Momentalpoles MP einer Einzelradaufhängung mit Doppelquerlenkern



liegt. Befindet sich MP auf der Fahrbahn oder – allgemein ausgedrückt – ist $a/f_{MP} = 0$, dann bewegt sich der Reifenlatsch senkrecht zur Fahrbahn und – wie gewünscht – ist die Seitenverschiebung Null. (Bei bewegtem Aufbau ändert sich im Allgemeinen die Lage von MP, wodurch wieder Seitenverschiebungen auftreten. Das wäre nur dann nicht der Fall, wenn dabei MP auf der Fahrbahn „liegen“ bliebe. Immerhin ist $a/f_{MP} = 0$ eine passable Näherung.)

16.4 Wank- und Seitenschwingungen an einem Fahrzeug mit Starrachsen

Neben den Einzelradaufhängungen gibt es auch Starrachsen, die hauptsächlich bei Nutzfahrzeugen und geländegängigen Fahrzeugen angewendet werden. Bei reiner Hubanregung liegt ein bekanntes Schwingungssystem aus Kap. 13 vor. Bei reiner Wankanregung hingegen gibt es die Besonderheit, dass große Radlastschwankungen auftreten können, was erklärt werden muss.

Weiterhin wird an einem Fahrzeug mit Starrachsen bzw. an einem Fahrzeugteilsystem mit Starrachse als Vorder- oder Hinterachse diskutiert, wie Seitenschwingungen entstehen. Im letzten Abschnitt wurde bei der Pendelachse – als Beispiel für eine Einzelradaufhängung mit Spurverschiebung – angenommen, dass die Unebenheiten am linken und rechten Rad gleich sind. Dadurch treten zwar an jedem Rad Spurverschiebungen und Seitenkräfte auf, aber da sie gleich groß und entgegengesetzt gerichtet sind, führt der Aufbau keine Seiten-, sondern nur Hubschwingungen durch.

Sind hingegen die Unebenheiten rechts und links verschieden, dann sind das auch die Seitenkräfte, und das Fahrzeug wird zu Seitenschwingungen angeregt. Beim Fahrzeug mit Starrachse liegt insofern ein einfacher Fall vor, weil es bei reiner Hubanregung mangels Spuränderungen keine Seitenkräfte an den Rädern gibt, während dies bei alleiniger Wan kanregung der Fall ist.

16.4.1 Bewegungsgleichungen

Das Fahrzeugteilsystem mit einer Starrachse, aber vernachlässigtem Schwingungssystem Mensch-Sitz besteht nach Abb. 16.13 aus der Aufbaumasse $2m_2$, der Achsmasse $2m_1$ (Faktor 2, weil auf beide Räder bezogen) und den häufig verwendeten Feder und Dämpferkonstanten c_2, c_1 und k_2 . Bei reiner Hubanregung (Unebenheiten am linken und rechten Rad gleich, $h_l = h_r$) führt das zu den Bewegungsgleichungen (16.17) und (16.18). Die Ergebnisse hinsichtlich Fahrkomfort, Fahrsicherheit und Federwegen wurden ausführlich in Kap. 13, besonders in Abschn. 13.11, diskutiert und sind deshalb bekannt.

Bei reiner Wankanregung ($h_l = -h_r$) bewegt sich der Aufbau um den Winkel κ_2 , die Achse um κ_1 . Die sich daraus ergebenden Schwingungen wurden in diesem Kapitel behandelt, allerdings ohne darauf einzugehen, um welchen Punkt sich der Aufbau bewegt und

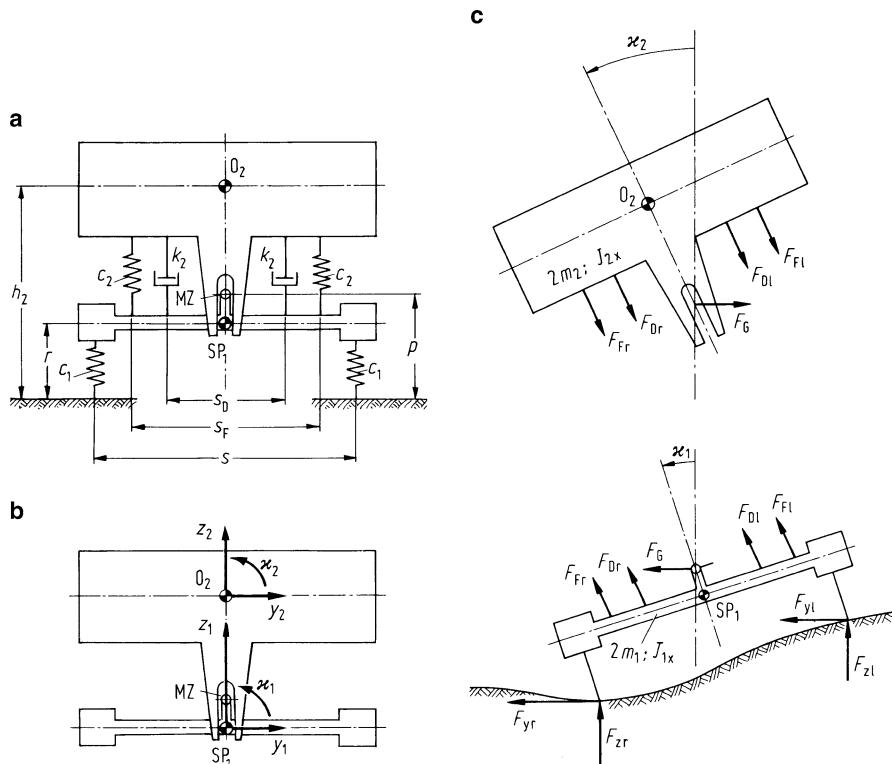


Abb. 16.13 a Ebenes Modell mit Starrachse; b Koordinatensysteme (Fahrzeug fährt aus der Zeichen-ebene heraus); c Kräfte am Aufbau und an der Achse

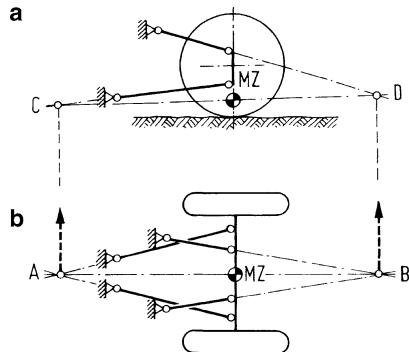
welche kinematischen Eigenschaften die Radaufhängung hat. Dies wird jetzt am Beispiel der Starrachse nachgeholt. Sie wird gegenüber dem Fahrzeugaufbau bei Nutzfahrzeugen häufig über Blattfedern, bei Pkw über Lenkeranordnungen geführt. Das in Abb. 16.13 ermittelte fiktive Momentanzentrum MZ, um das Aufbau und Achse gegeneinander Winkelbewegungen ausführen können, ist in Abb. 16.13a als Drehpunkt in einer Geradführung symbolisiert. Die Höhe des Momentanzentrums MZ über der Fahrbahn in Ruhestellung sei p . Bei blattgefederter Starrachsen liegt der Momentanpol etwa in der Höhe der Schaken, mit denen die Blattfeder an der Karosserie angebunden wird.

Die Ermittlung des Momentanzentrums bei lenkergeführten Starrachsen ist in Abb. 16.14 gezeigt. Aus den Momentanpolen der Lenker kann durch Verknüpfung der Seitenansicht der Achse (a) mit der Draufsicht (b) das Momentanzentrum in der Achsmittellebene gefunden werden.

Zusatzinformation

Das gewählte Ersatzsystem für die Wank- und Seitenbewegung nach Abb. 16.13b besteht aus zwei Einzelmassen, deren Bewegungen in der Ebene durch jeweils drei Koordinaten beschrieben werden. Aus dem Ersatzsystem erkennt man, dass die Querbewegung des Aufbaus y_2 und der Achse

Abb. 16.14 Lage des Momentanzentrums MZ einer mit vier Längslenkern geführten Starrachse. Der Schnittpunkt der Lenker im Grundriss **b** ergibt A und B, in den Seitenriss **a** gebracht und mit der Verlängerung der Lenker geschnitten C und D. \overline{CD} bestimmt die Höhe des Momentanzentrums



y_1 miteinander gekoppelt sind. Das Ersatzsystem lässt sich also – wenn die Hubbewegungen nicht betrachtet werden – durch drei unabhängige Koordinaten beschreiben, durch die Seiten- und Wankbewegung des Aufbaues y_2 und κ_2 sowie die Wankbewegung κ_1 der Starrachse, die man meistens als „Trampeln“ bezeichnet.

Die zu eliminierende Seitenbewegung y_1 des Achsschwerpunktes SP₁ ist

$$y_1 = y_2 + (h_2 - p)\kappa_2 + (p - r)\kappa_1 \quad (16.34)$$

und die für die Seitenkräfte F_{y_l} am linken (l) und rechten (r) Reifen nach (16.25) maßgebenden seitlichen Latschverschiebungen sind

$$y_{0_l} = y_2 + (h_2 - p)\kappa_2 + p\kappa_1. \quad (16.35)$$

Die Bewegungsgleichungen lauten

$$\begin{aligned} 2m_2 \ddot{y}_2 &= F_G, \\ J_{2x} \ddot{\kappa}_2 &= -(F_{Fl} - F_{Fr}) \frac{s_F}{2} - (F_{Dl} - F_{Dr}) \frac{s_D}{2} + F_G(h_2 - p), \\ 2m_1 \ddot{y}_1 &= -F_G - (F_{yr} + F_{yl}), \\ J_{1x} \ddot{\kappa}_1 &= (F_{Fl} - F_{Fr}) \frac{s_F}{2} + (F_{Dl} - F_{Dr}) \frac{s_D}{2} + (F_{zl} - F_{zr}) \frac{s}{2} \\ &\quad + F_G(p - r) - (F_{yl} + F_{yr})r. \end{aligned}$$

Die Feder- und Dämpferkräfte betragen

$$F_{Fl} = \pm c_2 \frac{s_F}{2} (\kappa_2 - \kappa_1), \quad F_{Dl} = \pm k_2 \frac{s_D}{2} (\dot{\kappa}_2 - \dot{\kappa}_1),$$

die Radlasten und Seitenkräfte

$$F_{Zl} = \pm c_1 \left(h_{\frac{l}{r}} - z_1 \mp \frac{s}{2} \kappa_1 \right), \quad \dot{F}_{yl} + \frac{c_y V}{c_\alpha} F_{yl} = c_y \dot{y}_{0l}.$$

An der Starrachse kommt nur die Summe der Seitenkräfte vor

$$F_{yl} + F_{yr} = F_{y\Sigma},$$

und mit (16.25) und (16.35) ergibt sich

$$\dot{F}_{y\Sigma} + \frac{c_y V}{c_\alpha} F_{y\Sigma} = 2c_y [\dot{y}_2 + (h_2 - p)\dot{\kappa}_2 + p\dot{\kappa}_1].$$

Tab. 16.2 Elemente der Gl. (16.36) für ein Fahrzeugteilsystem mit Starrachse, das Wank- und Seitenschwingungen ausführen kann

$$\boldsymbol{M}_\kappa = \begin{bmatrix} \ddot{\kappa}_2 & \ddot{\kappa}_1 & \ddot{y}_2 & \ddot{F}_{y\Sigma} \\ J_{2x} & 0 & 2m_1(h_2 - p) & 0 \\ 0 & J_{1x} & 2m_1(p - r) & 0 \\ 2m_1(h_2 - p) & 2m_1(p - r) & 2m_2 + 2m_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{K}_\kappa = \begin{bmatrix} \dot{\kappa}_2 & \dot{\kappa}_1 & \dot{y}_2 & \dot{F}_{y\Sigma} \\ 2k_2(s_D/2)^2 & -2k_2(s_D/2)^2 & 0 & 0 \\ -2k_2(s_D/2)^2 & 2k_2(s_D/2)^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -2c_y(h_2 - p) & -2c_y p & -2c_y & 1 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{C}_\kappa = \begin{bmatrix} \kappa_2 & \kappa_1 & y_2 & F_{y\Sigma} \\ 2c_2(s_F/2)^2 & -2c_2(s_F/2)^2 & 0 & h^2 - p \\ -2c_2(s_F/2)^2 & 2c_2(s_F/2)^2 + 2c_1(s/2)^2 & 0 & p \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & c_y v / c_\alpha \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{R}_\kappa = \begin{bmatrix} 0 \\ 2c_1(s/2)^2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Für das symmetrische Fahrzeug mit den gewählten Koordinaten führt das zum Differenzialgleichungssystem für *Wank-/Seitenschwingungen*

$$\boldsymbol{M}_\kappa \ddot{\boldsymbol{\kappa}} + \boldsymbol{K}_\kappa \dot{\boldsymbol{\kappa}} + \boldsymbol{C}_\kappa \boldsymbol{\kappa} = \boldsymbol{R}_\kappa \boldsymbol{h}_\Delta \quad (16.36)$$

mit dem Koordinatenvektor

$$\boldsymbol{\kappa}^T = (\kappa_2, \kappa_1, y_2, F_{y\Sigma}). \quad (16.37)$$

\boldsymbol{h}_Δ ist nach Abb. 15.2 definiert. Die Elemente sind in Tab. 16.2 zusammengestellt.

16.4.2 Wankschwingungen, Radlastschwankungen

Nach (16.36) sind Wank- und Seitenschwingungen miteinander gekoppelt. Zur einfacheren Diskussion des Wankens wird die Kopplung durch die Annahme

$$h_2 = 0, \quad p = 0, \quad r = 0$$

aufgehoben, d. h. die Fahrzeuge haben keine Höhenerstreckung, sie sind „flach wie eine Flunder“. Dann ergibt sich aus (16.36) das Differenzialgleichungssystem zu

$$\frac{J_{2x}}{(s/2)^2} \ddot{\kappa}_2 + 2k_2 \left(\frac{s_D}{s} \right)^2 (\dot{\kappa}_2 - \dot{\kappa}_1) + 2c_2 \left(\frac{s_F}{s} \right)^2 (\kappa_2 - \kappa_1) = 0, \quad (16.38)$$

$$\frac{J_{1x}}{(s/2)^2} \ddot{\kappa}_1 - 2k_2 \left(\frac{s_D}{s} \right)^2 (\dot{\kappa}_2 - \dot{\kappa}_1) - 2c_2 \left(\frac{s_F}{s} \right)^2 (\kappa_2 - \kappa_1) = 2c_1(h_\Delta - \kappa_1). \quad (16.39)$$

Vergleicht man diese Gleichungen mit denen für die alleinige Hubbewegung (16.17) und (16.18), dann entsprechen sich folgende Ausdrücke

$$\begin{aligned} z_2 &\stackrel{\wedge}{=} \kappa_2, & z_1 &\stackrel{\wedge}{=} \kappa_1, \\ m_2 &\stackrel{\wedge}{=} \frac{J_{2x}}{(s/2)^2}, & m_1 &\stackrel{\wedge}{=} \frac{J_{1x}}{(s/2)^2}, \\ k_2 &\stackrel{\wedge}{=} 2k_2 \left(\frac{s_D}{s} \right)^2, & c_2 &\stackrel{\wedge}{=} 2c_2 \left(\frac{s_F}{s} \right)^2. \end{aligned}$$

Dementsprechend kann man auch zunächst die wichtigen Werte wie Eigenfrequenzen und Dämpfungsmaße für Hub- und Wankbewegung miteinander vergleichen, siehe Tab. 16.3.

Danach ergeben sich für Fahrzeuge mit Starrachsen wichtige Unterschiede. Bei den Hubschwingungen spielt es keine Rolle, wo die Federn und Dämpfer auf der Starrachse sitzen, für die Wankschwingungen ist es wesentlich:

- Die Wankeigenfrequenz des Aufbaues ist kleiner als dessen Hubeigenfrequenz ((2b) in Tab. 16.3), wenn – wie bei Kraftfahrzeugen üblich – die Spurweite der Federn kleiner als die der Räder ist. Soll das nicht sein, weil sich damit auch die Wankneigung bei Kurvenfahrt vergrößert, muss zusätzlich ein Stabilisator eingebaut werden, siehe Abschn. 15.5, oder die Federn werden wie bei Omnibussen durchaus üblich, vor und hinter den Rädern angeordnet (Luftfedern).
- Das Aufbaudämpfungsmaß für die Wankschwingung ist kleiner als das für die Hubbewegung ((6b) in Tab. 16.3), weil die Spurweiten von Federn und Dämpfern kleiner als die der Räder sind.
- Das Achsdämpfungsmaß der Trampelbewegung ist erheblich kleiner als das der Hubbewegung, weil das Spurweitenverhältnis im Quadrat eingeht, siehe (8b) in Tab. 16.3.

Dies wirkt sich natürlich auf die für Komfort und Sicherheit maßgebenden Vergrößerungsfunktionen aus.

In Abb. 16.15 werden Fahrzeuge mit zwei verschiedenen Starrachsen verglichen, bei Fahrzeug I sind die Feder- und Dämpferspurweiten gleich den Radspurweiten, und bei Fahrzeug II sind sie kleiner. In den Abb. a und c sind die Vergrößerungsfunktionen für reine Hubanregung aufgetragen. \hat{h}_Σ ist nach Abb. 15.2 definiert und

$$F_{z\Sigma} = F_{zl} + F_{zr}. \quad (16.40)$$

Es gibt – wie schon festgestellt – keine Unterschiede durch verschiedene Feder- und Dämpferspurweiten.

Tab. 16.3 Vergleich von Eigenfrequenzen und Dämpfungsmaßen von Hub- und Wankschwingungen für ein Fahrzeugeiteilsystem mit Starrachse

	Hubschwingung	Wankschwingung
Aufbaueigenkreisfrequenz	$v_{2\text{Hub}} = \sqrt{\frac{c_2}{m_2}}$ (1)	$v_{2\text{Wank}} = \sqrt{\frac{2c_2(s_F/s)^2}{J_{2x}/(s/2)^2}}$ (2a) mit $J_{2x} = 2m_2 i_{2x}^2$ und der Näherung $i_{2x} \approx s/2$ $v_{2\text{Wank}} \approx \frac{s_F}{s} v_{2\text{Hub}}$ (2b)
Achseigenkreisfrequenz	$v_{1\text{Hub}} = \sqrt{\frac{c_1 + c_2}{m_1}}$ (3)	$v_{1\text{Wank}} = \sqrt{\frac{2c_2(s_F/s)^2 + c_1}{J_{1x}/(s/2)^2}}$ (4a) bei einer Starrachse liegen die Hauptmassen außen an den Rädern und bilden mit dem Abstandsquadrat fast vollständig das Achsträgheitsmoment (gilt auch für Antriebsachsen mit dem Achsgetriebe in Achsmitte), sodass gilt $J_{1x} \approx 2m_1(s/2)^2$ mit der weiteren Näherung $c_2(s_F/s)^2 + c_1 \approx c_1$ $v_{1\text{Wank}} \approx v_{1\text{Hub}}$ (4b)
Aufbau-Dämpfungsmaß	$D_{2\text{Hub}} = \frac{k_2}{2\sqrt{c_2 m_2}}$ (5)	$D_{2\text{Wank}} = \frac{2k_2(s_D/s)^2}{2\sqrt{2c_2(s_F/s)^2 \cdot J_{2x}/(s/2)^2}}$ (6a) mit der o. g. Näherung $D_{2\text{Wank}} \approx \frac{s_D^2}{s_F s} D_{2\text{Hub}}$ (6b)
Achs-Dämpfungsmaß	$D_{1\text{Hub}} = \frac{k_2}{2\sqrt{(c_1 + c_2)m_1}}$ (7)	$D_{1\text{Wank}} = \frac{2k_2(s_D/s)^2}{2\sqrt{2[c_2(s_F/s)^2 + c_1] \cdot J_{1x}/(s/2)^2}}$ (8a) mit den o. g. Näherungen $D_{1\text{Wank}} \approx \left(\frac{s_D}{s}\right)^2 D_{1\text{Hub}}$ (8b)

In Diagramm 16.15b ist die Vergrößerungsfunktion der Wankbeschleunigung aufgetragen. Die linke Resonanzspitze rutscht bei Fahrzeug II gegenüber I nach links, weil die Aufbauwankeigenfrequenz kleiner wird und ihre Höhe nimmt ab, wie es aus Abb. 13.7a bekannt ist. Im Gebiet der Achseigenfrequenz liegt die rechte Resonanzspitze bei der gleichen Erregerfrequenz, da sich die Trampeleigenfrequenz nach (4b) in Tab. 16.3 nahezu nicht geändert hat. Die Höhe der Resonanzspitze ändert sich kaum, nur wird sie mit der kleineren Wank- bzw. Trampeldämpfung schlanker. Das ist auch vom Zweimassensystem her bekannt, vgl. Abb. 13.2.

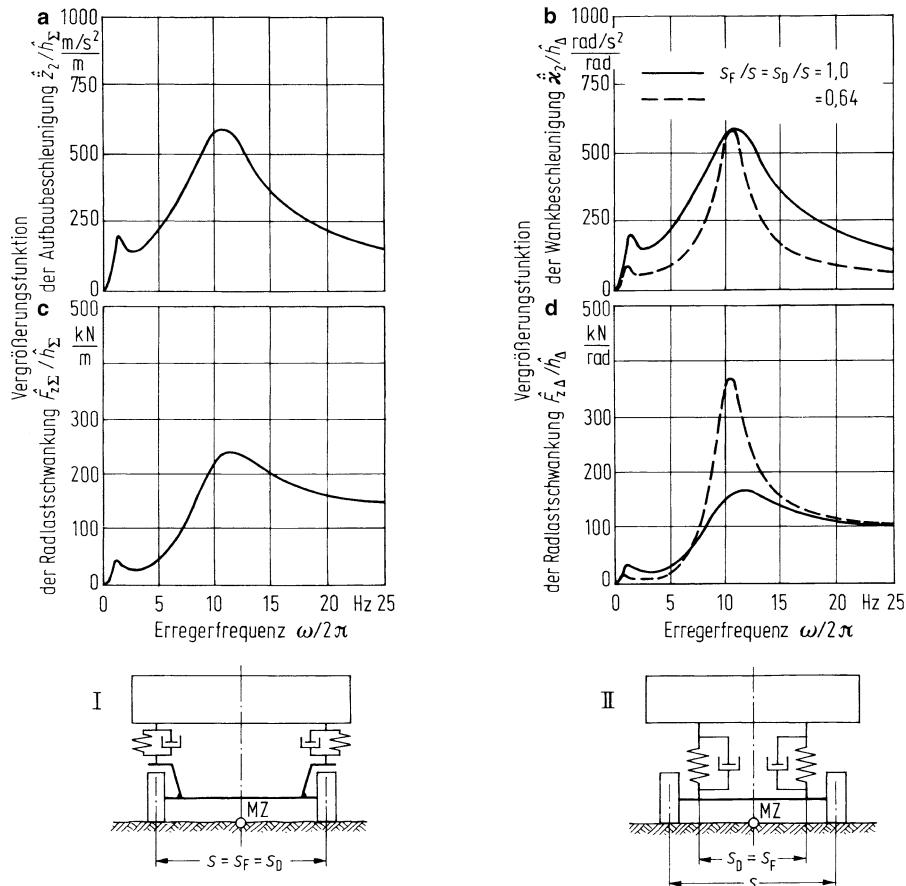


Abb. 16.15 Einfluss der Feder- und Dämpferspurweite s_F und s_D im Verhältnis zur Radspurweite s bei Fahrzeugen mit Starrachsen auf Komfort und Fahrsicherheit (Fahrzeugdaten s. Fahrzeug 26, Tab. 13.1, Momentanzentrumshöhe $p = 0$, Schwerpunktshöhe $h_2 = 0$)

Nachteilig hingegen wirkt sich die kleinere Dämpferspurweite des Fahrzeugs II auf die Radlastdifferenz

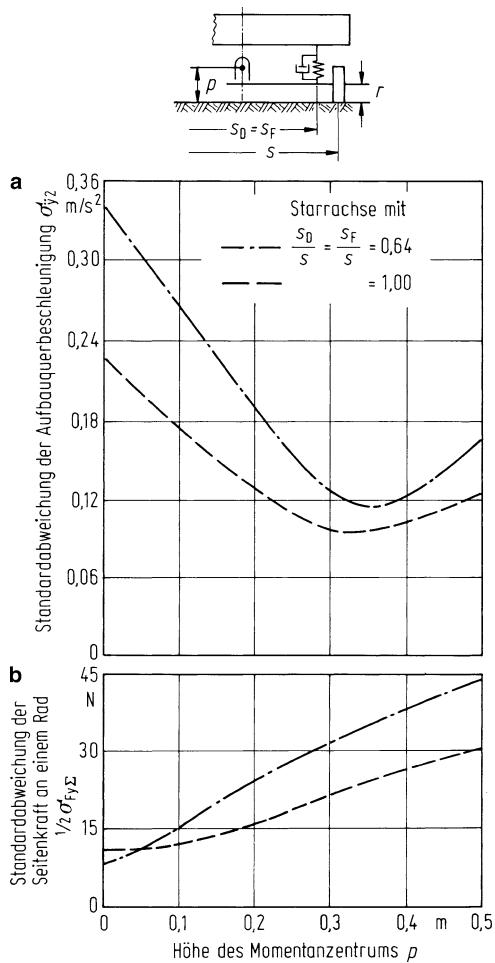
$$F_{z\Delta} = F_{z1} - F_{zr} \quad (16.41)$$

bei Wankanregung aus (s. Abb. 16.15d). Die Resonanzspitze bei der Achseigenfrequenz wird sehr groß, das ist auch seit Abb. 13.10c bekannt, und die Fahrsicherheit wird damit kleiner als bei Fahrzeug I.

Fasst man nun reine Hub- und reine Wankanregung zusammen, dann wird der Gesamtkomfort bei Fahrzeugen mit Starrachsen und innen liegenden Federn und Dämpfern besser, die Fahrsicherheit aber schlechter!

Bei Einzelradaufhängungen gibt es im Gegensatz zur Starrachse keine direkte Verbindung zwischen dem linken und rechten Rad. Die beiden Aussagen gelten nicht, weil bei

Abb. 16.16 Einfluss der Momentenzentrumshöhe bei Starrachsen auf **a** Aufbauquerbeschleunigung und **b** Seitenkräfte (Fahrzeugdaten s. Fahrzeug 26, Tab. 13.1, $c_y = 70 \text{ kN/m}$, $c_\alpha = 20 \text{ kN/rad}$, $r = 0,3 \text{ m}$, $h_2 = 0,5 \text{ m}$. Fahrbahndaten s. Abb. 15.6, $v = 20 \text{ m/s}$)



ihnen

$$\nu_{2\text{Hub}} \approx \nu_{2\text{Wank}}, \quad (16.42)$$

$$\nu_{1\text{Hub}} \approx \nu_{1\text{Wank}}, \quad (16.43)$$

$$D_{2\text{Hub}} \approx D_{2\text{Wank}}, \quad (16.44)$$

$$D_{1\text{Hub}} \approx D_{1\text{Wank}}, \quad (16.45)$$

ist, vgl. (2b), (4b), (6b) und (8b) in Tab. 16.3.

16.4.3 Seitenschwingungen, Seitenkräfte

Ist das Fahrzeug keine „Flunder“, wie in Abschn. 16.4.2 angenommen, hat das Fahrzeug also eine Höhenerstreckung, $h_2 > 0, r > 0$, dann sind nach (16.36) Wank- und Seitenbewegungen gekoppelt. Dabei wirken sich die Seitenbewegungen wenig auf die Wankbewegungen aus.

Das Wanken hingegen induziert Seitenbewegungen, sodass die seitlichen Beschleunigungen und Kräfte betrachtet werden müssen. Nach Abb. 16.16a ist die Querbeschleunigung klein, wenn die Momentanzentrumshöhe p etwa mit der Schwerpunktshöhe der Achse übereinstimmt. Die Seitenkräfte hingegen sind am geringsten, wenn $p = 0$ ist. Dies gilt auch für Einzelradaufhängungen.

16.5 Zusammenfassung der Ergebnisse aus diesem Kapitel

Gegenüber den vorangegangenen Kapiteln wurde hier zusätzlich der Einfluss von Radaufhängungen auf das Schwingungsverhalten von Kraftfahrzeugen bei Unebenheitserregung behandelt. An den Lenkern entstehen Gelenkkräfte, die zu Massenkopplungen zwischen Aufbau und Achsen führen, und an den Reifen Spurverschiebungen, die Seitenkräfte induzieren. Dadurch treten neben Hub-, Nick- und Wankschwingungen auch Seitenschwingungen am Aufbau auf. Sie werden häufig auch als Schüttelschwingungen bezeichnet.

Als Ergebnisse sind festzuhalten:

- Ist ein Lenker aufbauseitig metallisch und außerdem nicht im Stoßmittelpunkt gelagert, treten zwischen Aufbau und Lenker Beschleunigungskopplungen auf. Sie verursachen bei höheren Frequenzen Vibrationen und Geräusche in der Karosserie.
- Die Spurverschiebung am Reifen beeinflusst bei reiner Hubanregung das Schwingungsverhalten des Fahrzeugs kaum. Allerdings wird ein Teil des Kraftschlusspotenzials, das sonst nur für Antriebs-, Brems- und Seitenführungskräfte zur Verfügung steht, verbraucht und der Reifenverschleiß erhöht. Der Momentanpol der Radaufhängung sollte in Straßenhöhe liegen.
- Bei Fahrt auf verschiedenen Unebenheiten in linker und rechter Spur treten nicht nur Aufbauwank-, sondern auch -seitenschwingungen auf. Die Seitenbeschleunigungen am Aufbau sind klein, wenn die Höhe des Momentanzentrums etwa mit der Radmitthöhe übereinstimmt.
- Bei einem Fahrzeug mit Starrachse(n), bei dem üblicherweise die Feder- und Dämpferspurweiten kleiner als die Radspurweite sind, werden gegenüber dem Fahrzeug mit Einzelradaufhängung(en) die Aufbauwankbeschleunigungen kleiner, der Komfort besser, die Radlastschwankungen allerdings größer und die Fahrsicherheit damit schlechter!

Literatur

- [HAZE92] Hazelaar, M.; Laermann, F.-J.: Abrollkomfort – Schwingempfindung und Geräusch, VDI-Bericht Nr. 974, 1992, Düsseldorf: VDI Verlag, S. 337–354
- [HAZE93] Hazelaar, M.: Achsrauhigkeit – Fahrwerksschwingungen und Komfortbeurteilung bei kurzwelliger Anregung (Achsrauhigkeit). Diss. TU Braunschweig 1993 und VDI-Fortschrittberichte, Reihe 12, Nr. 120, Düsseldorf: VDI-Verlag 1994
- [HELM80] Helms, H.: Schwingungen vierrädriger Kraftfahrzeuge. III. IfF-Tagung 1980
- [MITS62] Mitschke, M.: Schwingungstechnische Betrachtung verschiedener Radaufhängungen, ATZ 64 (1962) Heft 3, S. 90–98
- [MITS79] Mitschke, M.: Einfluss der Radaufhängung auf Radlasten und Seitenkräfte, ATZ 81 (1979) Heft 7/8, S. 341–346
- [LAER85] Laermann, F.-J.: Seitenführungsverhalten von Kraftfahrzeugreifen bei schnellen Radlaständerungen. Diss. TU Braunschweig 1985 und VDI Fortschritts-Berichte Reihe 12, Nr. 73. Düsseldorf: VDI-Verlag 1986

Weiterführende Literatur

- [BREU13] Breuer, B., Bill, K.H. (Hrsg.): Bremsenhandbuch, 4. Auflage, Springer-Vieweg, Wiesbaden 2013
- [HEIS13] Heißing, B., Ersoy, M., Gies, S. (Hrsg.): Fahrwerkhandbuch, 4. Auflage, Springer-Vieweg, Wiesbaden 2013
- [HIER90] Hieronimus, K.: Anforderungen an Schwingungs- und Akustikberechnungen aus Sicht der Fahrzeugentwicklung, VDI-Bericht Nr. 816, Düsseldorf 1990, S. 705–734
- [HOEP13] Hoepke, E., Breuer, S. (Hrsg.): Nutzfahrzeugtechnik, 7. Auflage, Springer-Vieweg, Wiesbaden 2013
- [LAER89] Laermann, F.J.: Schwingungsuntersuchungen mit Pkw-Konzeptmodellen, VII. IfF-Tagung Braunschweig 1989
- [PFEF13] Pfeffer, P.; Harrer, M. (Hrsg.): Lenkungshandbuch, 2. Auflage, Springer-Vieweg, Wiesbaden 2013
- [SCHU13] Schütz, T. (Hrsg.): Hucho-Aerodynamik des Automobils, 6. Auflage, Springer-Vieweg, Wiesbaden 2013

Bisher wurden Hub-, Nick-, Wank- und Seitenschwingungen behandelt. Es fehlen noch die Längsschwingungen. Diese werden untersucht anhand der Beispiele:

- Anregung durch Fahrbahnunebenheiten,
- Anregung durch Momentenänderung am Antriebsmotor.

17.1 Längsschwingungen durch Unebenheitsanregung

Beim Überfahren von Unebenheiten entstehen nicht nur Kräfte und Beschleunigungen in Vertikal-, sondern auch in Längsrichtung. Im Folgenden wird das Entstehen der Kraft am Reifen in Längsrichtung, also einer Umfangskraft F_x , abgeleitet und anschließend am Beispiel eines einfachen Fahrzeugsystems ein Einblick in seine Längsschwingungen gegeben.

17.1.1 Umfangskraft beim Überfahren von Unebenheiten

F_x lässt sich nach Abb. 17.1 wie folgt berechnen: [HAZE93] Die Flächenpressung, etwa gleich dem Reifeninnendruck p_i , sei über der Latschlänge $2l_L$ konstant. Eine beliebige Stelle im Latsch wird durch die Variable ξ relativ zur Latschmitte x angegeben. An der Stelle ξ greift die dem Reifendruck gleichgewichthaltende Kraft

$$dF = p_i \cdot dA$$

an, die sich bei konstanter Latschbreite b_L zu

$$dF = p_i b_L d\xi$$

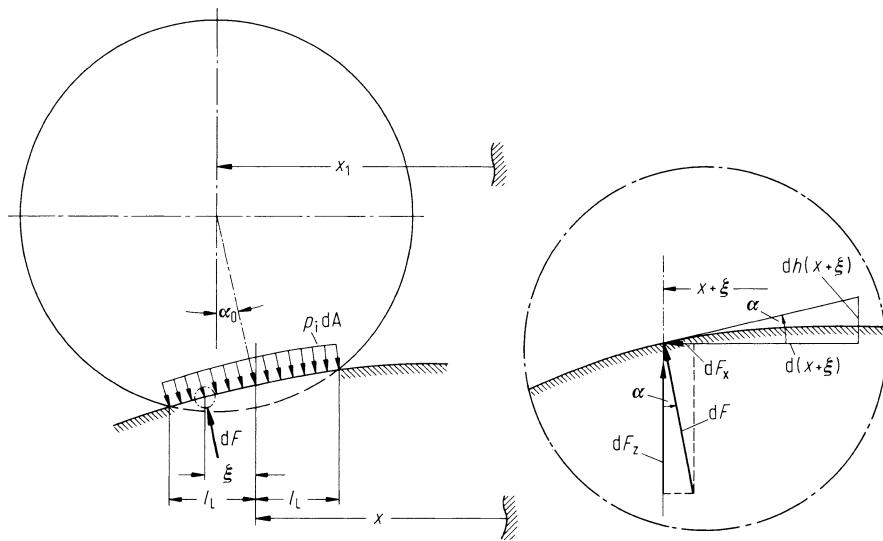


Abb. 17.1 Zur Berechnung der Anregungskraft in Längsrichtung

ergibt. Ihre Wirkrichtung bildet mit der vertikalen Achse den Winkel α , sodass die Längskomponente

$$dF_x = -dF \sin \alpha \approx -dF \tan \alpha$$

ist. Der Tangens des Winkels α entspricht der Steigung der Unebenheit an dieser Stelle

$$\tan \alpha = \frac{dh(x + \xi)}{d(x + \xi)}$$

Die Steigung der Unebenheit – wie auch die Unebenheit selbst – ist über der Latschläge veränderlich. Aus den obigen Gleichungen ergibt sich die Umfangskraft F_x zu

$$F_x = -p_i b_L \int_{-l_L}^{+l_L} \frac{dh(x + \xi)}{d(x + \xi)} d\xi. \quad (17.1)$$

Die das Fahrzeug anregende Längskraft F_x ist also abhängig von der Steigung der Unebenheit. (Deshalb wird das Phänomen der Längsschwingungen auf Pflasterstrecken, die relativ „harte“ Übergänge von Stein zu Stein, d. h. große Steigungen, aufweisen, stärker beobachtet als auf normalen Asphaltstrecken, die im kurzweligen Bereich deutlich kleinere Steigungen besitzen.)

Mit dem bekannten Ansatz nach (11.53)

$$h(x) = \hat{h} \sin \Omega x$$

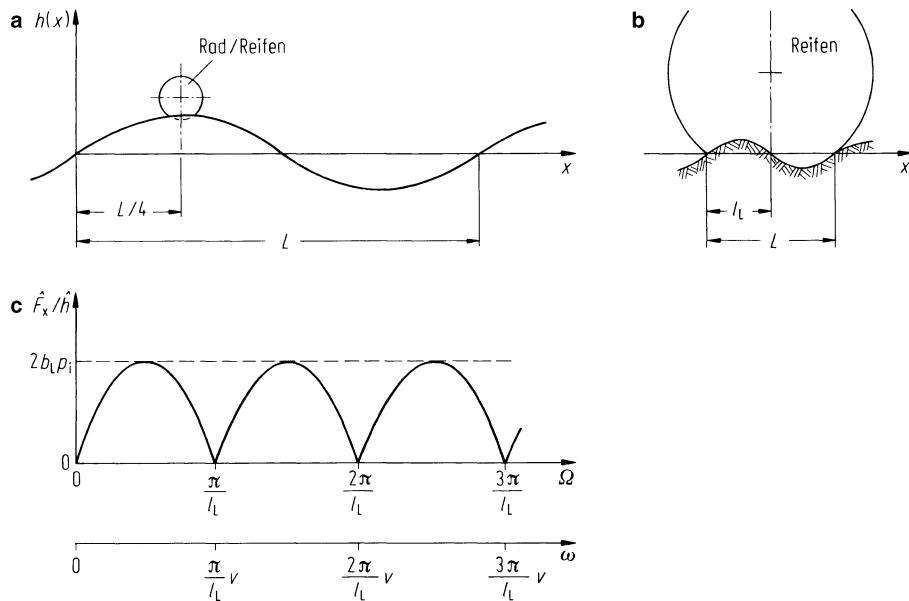


Abb. 17.2 Zur Reifen-Umfangskraft beim Überrollen von Unebenheiten. **a** Spezialfall $x = L/4$ ergibt $F_x = 0$; **b** Spezialfall $l_L = L/2$ ergibt $F_x = 0$; **c** reelle Vergrößerungsfunktion der Umfangskraftamplitude \hat{F}_x zur Unebenheitsamplitude \hat{h} über Weg- bzw. Zeitkreisfrequenz Ω bzw. ω

bzw.

$$h(x + \xi) = \hat{h} \sin \Omega(x + \xi); \quad \frac{dh(x + \xi)}{d(x + \xi)} = \hat{h} \Omega \cos \Omega(x + \xi)$$

wird aus (17.1)

$$F_x(x) = -p_i b_L \int_{-l_L}^{+l_L} \hat{h} \Omega \cos \Omega(x + \xi) d\xi.$$

Da sowohl Ω als auch x über der Integrationsvariablen ξ konstant sind, wird daraus schließlich

$$F_x(x) = -p_i b_L 2 \sin \Omega l_L \cdot \hat{h} \cos \Omega x. \quad (17.2)$$

$F_x = 0$ ist für

- a) $\cos \Omega x = \cos 2\pi x/L = 0$ und mit $\Omega = 2\pi/L$, nach (11.54). Das ist der Fall für $x = L/4, 3L/4, \dots$. Dann steht der Reifen mit Latschmitte genau auf dem Maximum, siehe Abb. 17.2a, oder im Minimum, und dann heben sich die dF_x links und rechts von der Latschmitte auf.

b) $\sin \Omega l_L = \sin \pi 2l_L/L = 0$, also für $2l_L/L = 1, 2, \dots$. Den Wert 1 veranschaulicht Abb. 17.2b.

Dies kann nur gelten, wenn sich der Reifen den kurzen Unebenheiten anpasst. Da das bei Gürtelreifen nur bei kleinen Unebenheitsamplituden der Fall ist, wird somit die Grenze des Reifenmodells bestimmt.

F_x ist am größten für

c) $\cos \Omega x = \cos 2\pi x/L = 1$, also für $x = 0, L/2, L, \dots$, dann steht der Reifen auf der größten Steigung.

d) $\sin \Omega l_L = \sin \pi 2l_L/L = 1$.

Aus (17.2) ergibt sich die reelle Vergrößerungsfunktion mit (11.56) zu

$$\frac{\hat{F}_x(\omega)}{\hat{h}(\omega)} = 2p_i b_L \sin \Omega l_L = 2p_i b_L \sin \frac{l_L}{v} \omega. \quad (17.3)$$

Ihren Verlauf über der Erregerkreisfrequenz ω zeigt Abb. 17.2c, die Latschbreite und der Reifendruck bestimmen also die Amplitude der Längskraft, hingegen die Latschlänge und die Fahrgeschwindigkeit den spektralen Verlauf.

17.1.2 Fahrzeug-Längsschwingungen mit steifer Lenkerlagerung

Das Fahrzeugsatzsystem nach Abb. 17.3a entspricht dem in Abb. 16.3b, nur ist jetzt der Aufbau im Punkt A nicht mehr fest, sondern, um Längsschwingungen x_2 zu ermöglichen, längsverschieblich gelagert. Weiterhin sind hier nur die wichtigen Kräfte in Längsrichtung eingezeichnet. Ist der Abstand $f_B = 0$, dann sind Vertikal- und Längsbewegungen entkoppelt, wodurch sich die Betrachtungen erheblich vereinfachen. Die Aufbaugleichung lautet

$$m_2 \ddot{x}_2 = -F_{Bx} \quad (17.4)$$

mit der Längskraft F_{Bx} im Gelenkpunkt B. Die Gleichung für Lenker, Rad, Bremse heißt mit $m_1 = m_L + m_R$ nach (16.14)

$$m_1 \ddot{x}_1 = F_{Bx} - F_{Rx}. \quad (17.5)$$

Mit steifer Lenkerlagerung ist

$$x_2 = x_1, \quad (17.6)$$

bei Vernachlässigung der Massenkräfte am Reifen, also ohne Reifenschwingungen wird

$$F_{Rx} = F_x. \quad (17.7)$$

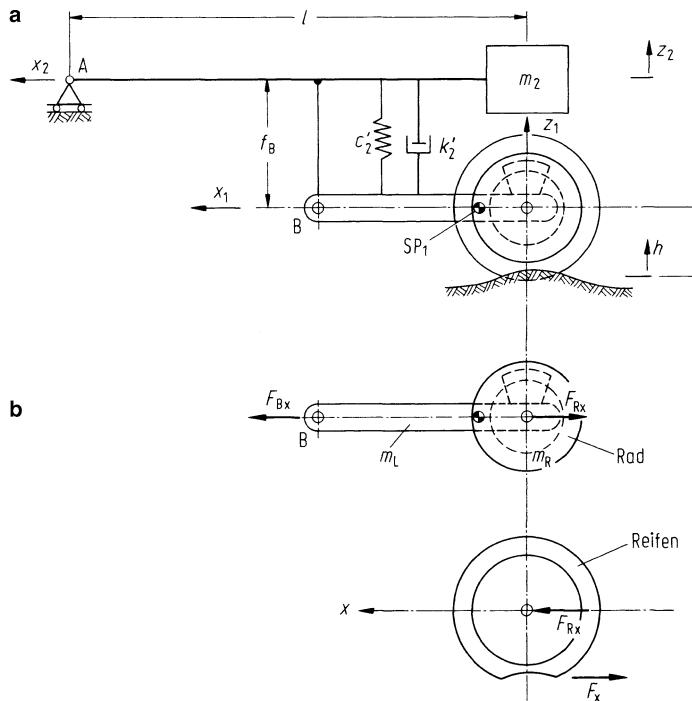


Abb. 17.3 Fahrzeugsatzsystem mit Längslenker für unebenheitserregte Schwingungen in Fahrtrichtung

Mit diesen Gleichungen ergibt sich aus (16.37) und (16.38)

$$(m_1 + m_2)\ddot{x}_2 = -F_x \quad (17.8)$$

und mit (16.36) die reelle Vergrößerungsfunktion zu

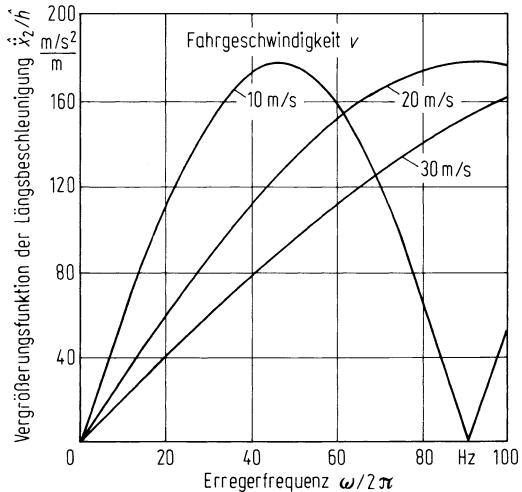
$$\frac{\hat{\dot{x}}_2}{\hat{h}} = \frac{2p_i b_L}{m_1 + m_2} \sin \frac{l_L}{v} \omega, \quad (17.9)$$

siehe Abb. 17.4.

In der Vergrößerungsfunktion tritt die Fahrgeschwindigkeit v auf. Dies war bisher nur bei Mehrpunkt-(Ein- und Zweispur-)Anregung der Fall. Die Standardabweichung $\sigma_{\ddot{x}2}$ der Längsbeschleunigung ergibt sich entsprechend (11.83) aus

$$\sigma_{\ddot{x}2}^2 \int_0^\infty \Phi_{\ddot{x}2} d\omega = \int_0^\infty \left[\frac{\hat{\dot{x}}_2}{\hat{h}}(\omega) \right]^2 \Phi_h(\omega) d\omega. \quad (17.10)$$

Abb. 17.4 Vergrößerungsfunktion der Längsbeschleunigung beim Überrollen von Unebenheiten ($m_1 + m_2 = 260 \text{ kg}$, $p_i = 2,3 \text{ bar}$, $b_L = 10 \text{ cm}$, $2l_L = 11 \text{ cm}$)



Werden (17.9) und (11.92) sowie (11.56) in (17.10) eingesetzt, so ist

$$\sigma_{\ddot{x}2}^2 = \left(\frac{2p_i b_L}{m_1 + m_2} \right)^2 \Phi_h(\Omega_0) \cdot \Omega_0^w \cdot v^{w-1} \int_0^\infty \frac{1}{\omega^w} \left(\sin \frac{l_L}{v} \omega \right)^2 d\omega. \quad (17.11)$$

Danach ist die Größe der Standardabweichung $\sigma_{\ddot{x}2}$ abhängig

- wie immer bei unebenheitserregten Schwingungen vom Unebenheitsmaß $\Phi_h(\Omega_0)$ und der Welligkeit w ,
- von den Fahrzeugdaten, wie Latschpressung (Reifeninnendruck) p_i , Latschbreite b_L , -länge $2l_L$ und der Masse $m_1 + m_2$ sowie
- von der Fahrgeschwindigkeit v . Sie geht doppelt ein, zum einen über das Unebenheitsspektrum $\Phi_h(\omega)$ und zum anderen über den Teil der Vergrößerungsfunktion $\sin(\frac{l_L}{v}\omega)$ nach (17.11).

Abbildung 17.5a zeigt die Spektrale Dichte $\Phi_{\ddot{x}2}$ der Aufbaulängsbeschleunigung über der Erregerfrequenz und b die Standardabweichung $\sigma_{\ddot{x}2}$ über der Fahrgeschwindigkeit v . Während in den vorangegangenen Kapiteln die Standardabweichung für Aufbauvertikalschleunigungen, Radlastschwankungen usw. mit der Fahrgeschwindigkeit anstiegen, ist das bei den Aufbaulängsbeschleunigungen nicht der Fall. Der Einfluss von v ist gering mit einem flachen Maximum zwischen etwa 5 (20) und 15 (55) m/s (km/h). Experimentelle Untersuchungen [HAZE93, HAZE92] bestätigen diesen Geschwindigkeitsbereich.

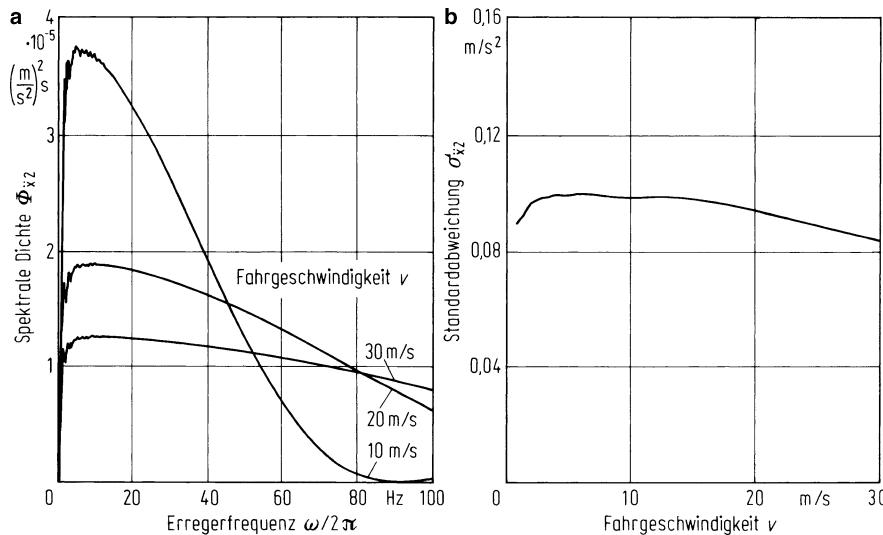


Abb. 17.5 a Spektrale Dichte und b Standardabweichung (Frequenzbereich von 0 bis 100 Hz) der Aufbaulängsbeschleunigung bei steif er Lenkerlagerung und steifem Reifen (Daten s. Abb. 17.4 und $\Phi_h(\Omega_0) = 4 \text{ cm}^3$, $\Omega_0 = 1 \text{ m}^{-1}$, $w = 2$)

17.1.3 Anmerkungen

In Abb. 17.5a wurden die Längsschwingungen bis 100 Hz ausgewertet, weil Fahrzeuginsassen die als Abrollkomfort oder Achsrauhigkeit (engl. suspension harshness) bezeichneten Schwingungen zwischen 30 bis 60 Hz oder zwischen 5 bis 100 Hz bewerten [HAZE93, HAZE92].

Natürlich kann man in dem Frequenzbereich die Karosserie nicht mehr als starr annehmen, weiterhin sind das Gummilager im Gelenkpunkt und das Reifenschwingsystem zu berücksichtigen. Darauf wurde schon im Abschn. 16.2 hingewiesen.

17.2 Längsschwingungen durch Motoranregung (Fahrzeugruckeln)

Beim Beschleunigen und Verzögern durch Gasgeben oder Gaswegnehmen (engl. tip in/back out) treten bei den heutigen Pkw nicht selten überlagert Fahrzeuglängsschwingungen auf. Sie werden von den Insassen als störend empfunden und mit Ruckeln, Motorruckeln (engl. motorshuffle), Lastwechselschlag, Fahrzeugruckeln oder als Bonanzaeffekt bezeichnet.

Im Folgenden werden anhand eines Ersatzmodells einige Gleichungen aufgestellt und Beispiele gerechnet, an denen man die Haupteinflüsse erkennen kann [MITS94, FAN94].

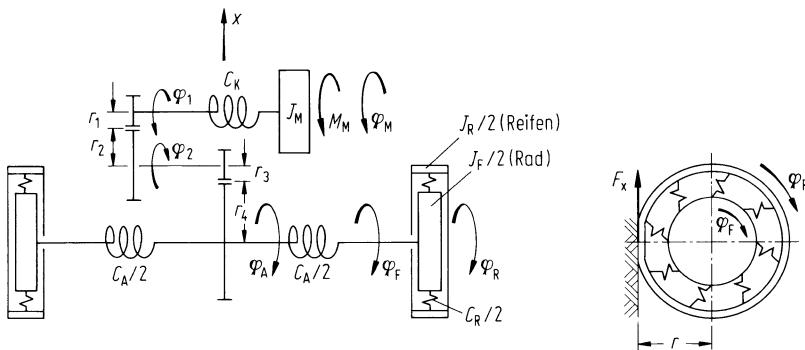


Abb. 17.6 Schwingungseratzmodell für Ruckeln

In der Praxis hat sich dieses Problem mit der Einführung elektronisch angesteuerter Drosselklappen allerdings stark verringert. Zur Vermittlung des grundlegenden Verständnisses mögen die folgenden Anführungen dienen.

17.2.1 Bewegungsgleichungen

Abbildung 17.6 zeigt ein Schwingungsmodell für ein frontangetriebenes Fahrzeug mit querliegendem Motor. Sein Moment M_M beschleunigt das Trägheitsmoment des Motors J_M , wirkt über die Kupplungsdrehfedersteifigkeit C_K auf die Getriebeeingangswelle mit J_1 , über die Schaltgetriebeübersetzung $i_G = r_2/r_1$ auf die Ausgangswelle, von dort über das Achsgetriebe mit der Übersetzung $i_A = r_4/r_3$ auf die beiden elastischen Antriebswellen mit der Drehsteifigkeit C_A . Die beiden Räder (Radschüssel, Felge, Bremsscheibe) mit J_F verdrehen sich gegenüber dem Achsgetriebeausgang und gegenüber den Reifen. Zwischen ihnen und der Fahrbahn wirkt die Antriebskraft F_x , die die Fahrzeuggmasse m um \ddot{x} beschleunigt. Dämpfungen und Reibungen wurden in das System bewusst nicht eingeführt, um später zu zeigen, dass sich allein durch den Reifenschlupf abklingende Schwingungen ergeben.

Die Bewegungsgleichungen lauten:

$$J_M \ddot{\varphi}_M = -C_K(\varphi_M - i_G i_A \varphi_A) + M_M, \quad (17.12)$$

$$J_A \ddot{\varphi}_A = i_G i_A C_K(\varphi_M - i_G i_A \varphi_A) + C_A(\varphi_F - \varphi_A), \quad (17.13)$$

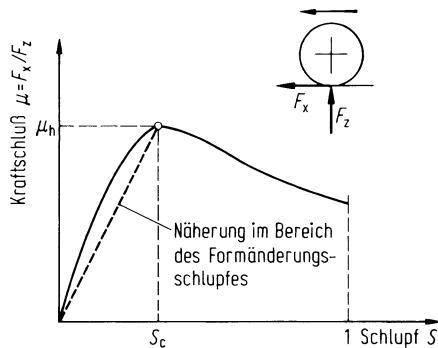
$$J_F \ddot{\varphi}_F = -C_A(\varphi_F - \varphi_A) + C_R(\varphi_R - \varphi_F), \quad (17.14)$$

$$J_R \ddot{\varphi}_R = -C_R(\varphi_R - \varphi_F) - F_x r. \quad (17.15)$$

Dabei werden die einzelnen Trägheitsmomente im Kennungswandler mit dem der Achswelle J_4 , der Schaltgetriebeausgangswelle J_2 und der Eingangswelle J_1 zu einem Ersatzträgheitsmoment zusammengefasst

$$J_A = J_4 + i_A^2 J_2 + i_G^2 i_A^2 J_1. \quad (17.16)$$

Abb. 17.7 Annäherung der μ -S-Kurve durch eine Gerade



Die Fahrzeuggleichung ergibt sich bei Vernachlässigung der Fahrwiderstände zu

$$m\ddot{x} = F_x \quad (17.17)$$

und der Zusammenhang von translatorischer Geschwindigkeit \dot{x} und Reifenwinkelgeschwindigkeit $\dot{\phi}_R$ über Schlupf S und dynamischen Reifenhalbmesser R_0 aus

$$\dot{x} = (1 - S)R_0\dot{\phi}_R, \quad (17.18)$$

siehe (2.18b). Die Umfangskraft F_x ist eine Funktion des Schlupfes S . Näherungsweise wird im Bereich des Formänderungsschlupfes nach Abb. 17.7 der lineare Zusammenhang

$$F_x = F_z \cdot \frac{\mu_h}{S_c} S \quad (17.19)$$

angesetzt.

17.2.2 Zeitverlauf, Vergleich Theorie-Versuch

Durch den rampenförmigen Anstieg des Motormomentes M_M nach Abb. 17.8a (rückwirkungsfrei vom Antriebsstrang und auch unabhängig von der Motordrehzahl angenommen) wird das Fahrzeug nach b auf den Asymptotenwert $\ddot{x} = i_G i_A M_M / mr \approx 2,2 \text{ m/s}^2$ beschleunigt, überlagert ist eine abklingende Schwingung mit einer Frequenz von etwa 4,0 Hz. Die ungedämpfte Ruckeleigenkreisfrequenz ν_{Ruckel} errechnet sich aus den obigen Gleichungen zu

$$\nu_{\text{Ruckel}} = \sqrt{\frac{C_A C_R}{C_A + C_R} \frac{J_M i_G^2 i_A^2 + mr R_0}{J_M i_G^2 i_A^2 mr R_0}}. \quad (17.20)$$

Diagramm b zeigt weiterhin, dass zwischen Rechnung und Experiment eine gute Übereinstimmung besteht, in der Frequenz sogar eine sehr gute, allerdings sind die beiden ersten Amplituden in der Theorie etwas zu groß.

Abb. 17.8 Fahrzeulgängsbeschleunigungsverlauf bei rampenförmigem Motormomentenanstieg. Messergebnis aus [FAN94]

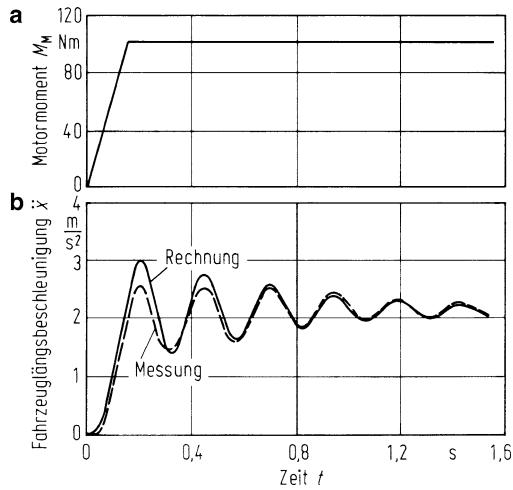
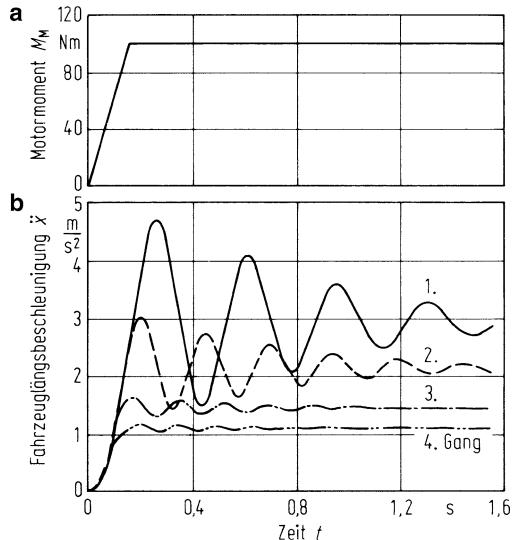
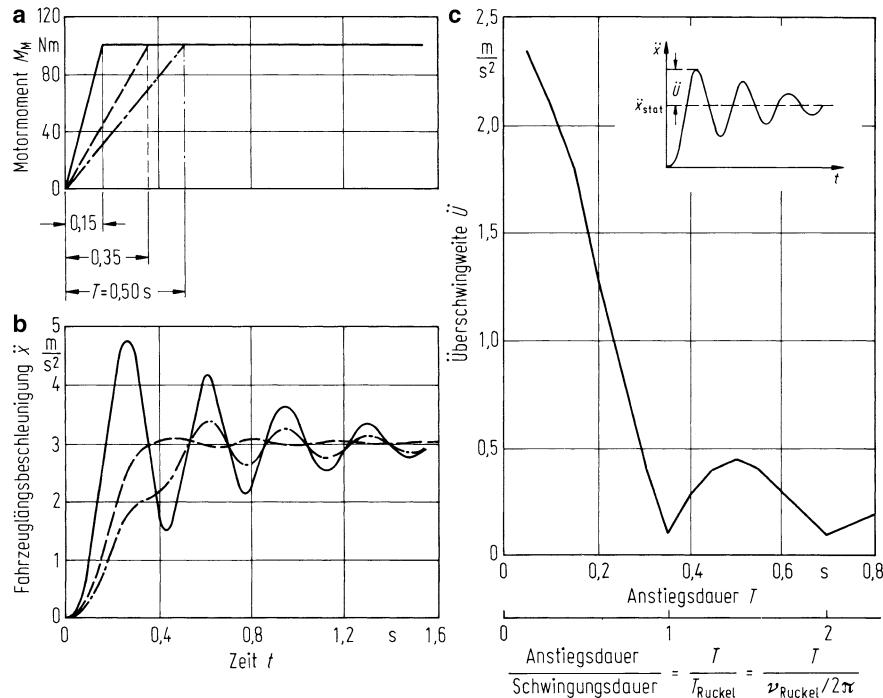


Abb. 17.9 Ruckeln in verschiedenen Gängen (Fahrzeugdaten: $J_M = 0,1322$; $J_1 = 2,71 \times 10^{-4}$; $J_2 = 3,85 \times 10^{-4}$; $J_4 = 0,0784$; $J_F = 0,3426$; $J_R = 1,0457 \text{ kg m}^2$; $m = 1284 \text{ kg}$; $R_0 = 0,265 \text{ m}$; $C_K = 1000$; $C_A = 7300$; $C_R = 31.600 \text{ N m/rad}$; $i_A = 4,1$; $i_{G1} = 3,2$; $i_{G2} = 2,0$; $i_{G3} = 1,3$; $i_{G4} = 1,0$; $\mu_h/S_c = 20$; $F_{zstat} = 7000 \text{ N}$)



17.2.3 Einfluss der Übersetzung und der Momente

Bei gleichem Motormoment M_M nach Abb. 17.9a ist die Fahrzeulgängsbeschleunigung \ddot{x} nach b in den verschiedenen Gängen des Schaltgetriebes natürlich verschieden groß, nicht nur im Asymptotenwert, sondern auch im Schwingungsverlauf. Im 1. Gang ist das Überschwingen am größten und damit für den Fahrer am störendsten; die Frequenz ist am kleinsten, das Abklingen dauert am längsten. Die Schwingempfindung für die Fahrzeuginsassen kann anhand der Abb. 12.6 und 12.7 abgeschätzt werden, obwohl sie nur für stationäre Schwingungen und nicht für abklingende gilt. Die beschleunigte Fahrt im



1. Gang ist sowohl wegen der großen Amplitude als auch wegen der kleineren Frequenz unkomfortabler als die in den höheren Gängen.

Bei flacherem Drehmomentanstieg, d. h. mit längerer Anstiegsdauer T wird das Über schwingen kleiner, siehe Abb. 17.10b. Das Besondere ist, dass mit wachsendem T eine Gir landenkurve entsteht, die bei ganzzahlig Vielfachen von T/T_{Ruckel} mit der Schwingungs dauer $T_{\text{Ruckel}} = 1/(v_{\text{Ruckel}}/2\pi)$ minimale Überschwingweiten hat, siehe Abb. 17.10c. Zur Veränderung des Ruckelns ist also eine bestimmte (automatisch einstellbare) Motormo mentenanstiegsdauer T günstig. Sie müsste allerdings mit der Ruckelfrequenz verändert werden, was nach dem oben Gesagten besonders für die beiden unteren Gänge wichtig ist. Die elektronische Drosselklappensteuerung hat hier neue Möglichkeiten eröffnet.

17.2.4 Einfluss der Kraftschluss-Schlupf-Beziehung

In Abschn. 17.2.1 wurde erwähnt, dass sich die abklingende Schwingung hauptsächlich aus dem Reifenschlupf S ergibt. Zum Beweis ist in Abb. 17.11 eine Berechnung mit und ohne Schlupf verglichen, bei letzterer klingt die Schwingung nicht ab.

Abb. 17.11 Berechnung der Längsbeschleunigung mit und ohne Schlupf (Fahrzeugdaten s. Abb. 17.10)

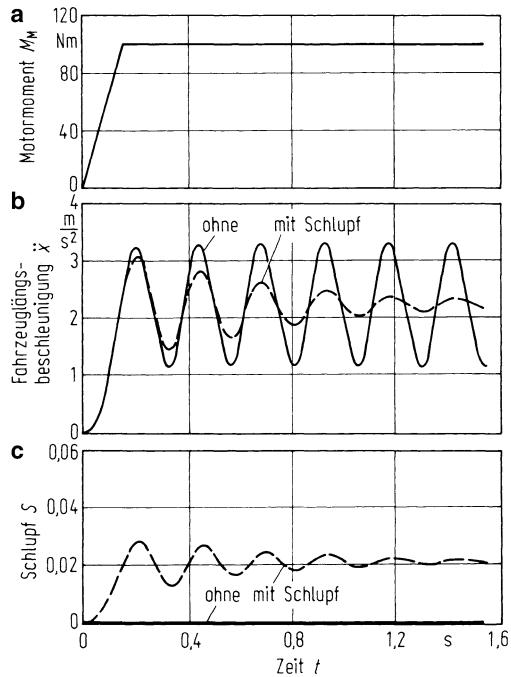
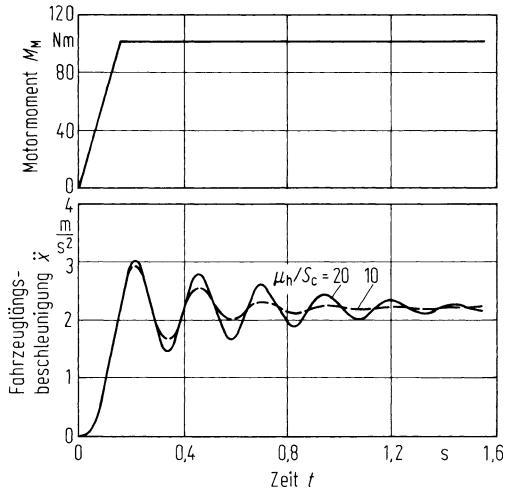


Abb. 17.12 Einfluss des Anstiegs der Kraftschluss-Schlupf-Kurve (ausgedrückt durch μ_h/S_c nach Näherung in Abb. 17.7) auf das Ruckeln (Fahrzeugdaten s. Abb. 17.10)



In der letzten Abb. 17.12 ist die Steigung der angenäherten μ - S -Kurve (s. Abb. 17.7), also das Verhältnis μ_h/S_c variiert worden. Bei kleineren Werten (entspricht den früheren Diagonalreifen oder bei heutigen Reifen z. B. der Fahrt auf nassen Straßen) ist das Über- schwingen kleiner und das Abklingen schneller.

Literatur

- [FAN94] Fan, J.: Theoretische und experimentelle Untersuchungen zu Längsschwingungen von Pkw (Ruckeln). Diss. TU Braunschweig 1994
- [HAZE92] Hazelaar, M.; Laermann, F.-J.: Abrollkomfort – Schwingempfindung und Geräusch, VDI-Bericht Nr. 974, 1992, Düsseldorf: VDI Verlag, S. 337–354
- [HAZE93] Hazelaar, M.: Achsrauhigkeit – Fahrwerksschwingungen und Komfortbeurteilung bei kurzwelliger Anregung (Achsrauhigkeit). Diss. TU Braunschweig 1993 und VDI-Fortschrittberichte, Reihe 12, Nr. 120, Düsseldorf: VDI-Verlag 1994
- [MITS94] Mitschke, M.: Fahrzeug – Ruckeln, ATZ 96 (1994) Heft 1, S. 59–60

Zu Beginn des Teiles III wurden an Beispielen von Einmassenschwingern u. a. Anregungen durch Unebenheiten (Abschn. 11.2.2.1) und durch den Motor (Abschn. 11.2.2.2) behandelt. In den Kap. 13 bis 16 und z. T. in 17 wurden nur die Auswirkungen von Unebenheitserregungen diskutiert, nun aber nicht mehr an Einmassenschwingern, sondern an das Kraftfahrzeug beschreibenden Mehrmassenschwingern. Dabei wurde in Abschn. 14.10 speziell untersucht, wie sich die Schwingungen des relativ schweren Antriebsaggregates auf den Komfort der Fahrzeuginsassen auswirken (sog. Stücken).

In diesem Kapitel fährt das Fahrzeug auf ebenen Straßen, und es wirkt nur der Motor durch seine Anregung. Im Verbrennungsmotor, genauer gesagt im Hubkolbenmotor, entstehen durch die hin- und hergehenden Kolben und durch die Verbrennungsvorgänge Kräfte und Momente, die über die Aggregataufhängung (meistens Gummielemente) die Karosserie zu Schwingungen anregen und die Insassen durch Vibrationen und Geräusche stören.

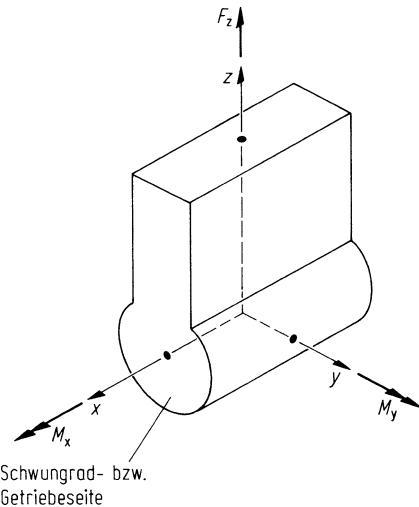
Im Folgenden wird zunächst die Anregung formuliert, also die Ursache. Die Motoranregung wird in Massen- und Verbrennungsanregung unterteilt und zunächst an einem Einzylinder-Motor, danach an Mehrzylinder-Motoren erläutert.

Später werden die Wirkungen behandelt, und zwar die Kräfte in den Aggregataufhängungen, die die Schnittstelle zwischen Motor und Karosserie bilden.

Nach Abb. 18.1 treten am Motor hauptsächlich die Kraft F_z und das Moment M_x um die Kurbelwellenachse auf, manchmal auch das Moment M_y senkrecht dazu. Die Kräfte F_x und F_y sowie das Moment M_z treten gar nicht oder nur selten auf.

Die x -Achse ist identisch der Kurbelwellenachse. Sie kann mit der Fahrzeuglängsachse – bisher mit x -Achse bezeichnet – übereinstimmen, z. B. bei Motorlängseinbau. Sie liegt aber quer dazu bei den vielen frontangetriebenen Pkw. Die z -Achse beim Motor ist identisch der Zylinderachse bei Reihenmotoren oder der Winkelhalbierenden zwischen den Zylindern bei V-Motoren. Die z -Achse des Motors stimmt bei Schrägeinbau nicht mit der z -Achse des Fahrzeugs überein.

Abb. 18.1 Koordinaten und Belastungen an einem Mehrzylindermotor



18.1 Anregungen durch einen Einzylindermotor

18.1.1 Kinematik des Kurbeltriebs

Zusatzinformation

Aus der Kinematik des Kurbeltriebs [URLA95] ergibt sich mit der Pleuelstangenlänge l und mit dem Kurbelradius r (Hub $s = 2r$) nach Abb. 18.2a die Beziehung zwischen Kurbelwinkel α und Kolbenweg s_K zu

$$s_K + l \cos \beta + r \cos \alpha = l + r.$$

Die Verknüpfung der Winkel α und β errechnet sich über die Strecke $\overline{BD} = l \sin \beta = r \sin \alpha$, woraus $\sin \beta = \sqrt{1 - \cos^2 \beta} = \lambda_P \sin \alpha$ und $\cos \beta = \sqrt{1 - \lambda_P^2 \sin^2 \alpha}$ mit dem Pleuelstangenverhältnis

$$\lambda_P = r/l \quad (18.1)$$

folgt und

$$s_K = r(1 - \cos \alpha) + l[1 - \sqrt{1 - \lambda_P^2 \sin^2 \alpha}]$$

ist.

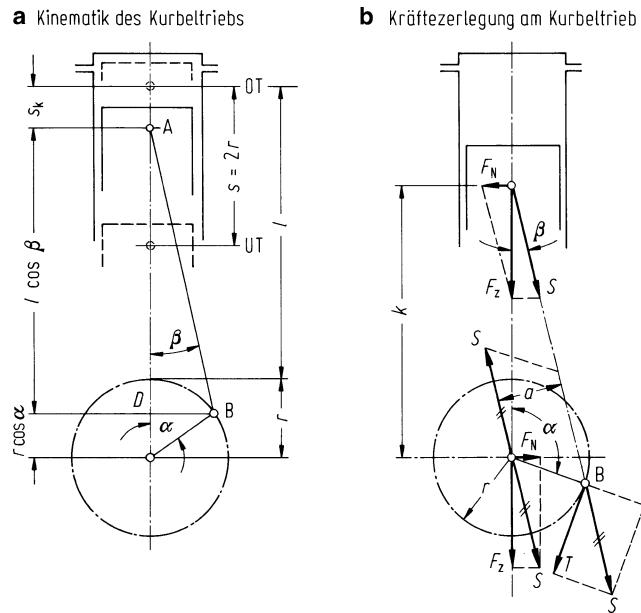
Ersetzt man den Wurzelausdruck durch eine binomische Reihe

$$\sqrt{1 - \lambda_P^2 \sin^2 \alpha} \approx 1 - 1/2(\lambda_P \sin \alpha)^2 - 1/8(\lambda_P \sin \alpha)^4 - 1/16(\lambda_P \sin \alpha)^6 - \dots$$

und vernachlässigt die Glieder ab der 4. Ordnung, dann ergibt sich der Kolbenweg zu

$$s_K = r \left(1 - \cos \alpha + \frac{\lambda_P}{2} \sin^2 \alpha \right) = r \left(1 + \frac{\lambda_P}{4} - \cos \alpha - \frac{\lambda_P}{4} \cos 2\alpha \right). \quad (18.2)$$

Abb. 18.2 a, b Zur Ableitung der Bewegungen, Kräfte und Momente am Verbrennungsmotor



Bei Annahme konstanter Winkelgeschwindigkeit ω der Kurbelwelle ist der Kurbelwinkel der Zeit t proportional.

$$\alpha = \omega t. \quad (18.3a)$$

Der Zusammenhang zur Drehzahl n_M des Motors ist

$$\frac{\omega / 2\pi}{\text{Hz}} = \frac{1}{60} \frac{n_M}{\text{min}^{-1}} \quad \text{bzw.} \quad \frac{\omega}{\text{rad/s}} \approx \frac{1}{10} \frac{n_M}{\text{min}^{-1}}. \quad (18.3b)$$

Nach Differenziation von (18.2) folgt die Kolbengeschwindigkeit

$$\dot{s}_K = r\omega \left(\sin \omega t + \frac{\lambda_p}{2} \sin 2\omega t \right)$$

und die Kolbenbeschleunigung

$$\ddot{s}_K = r\omega^2 (\cos \omega t + \lambda_p \cos 2\omega t). \quad (18.4)$$

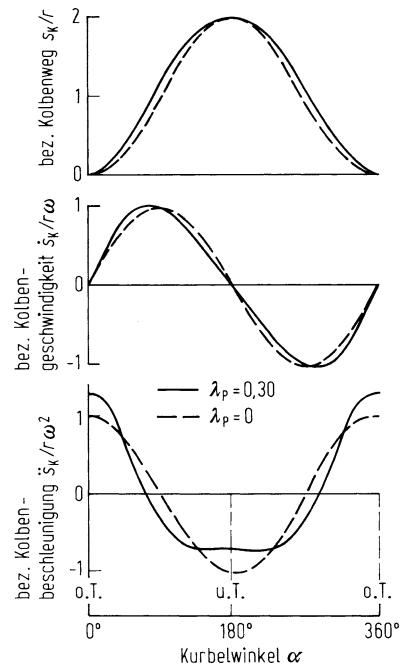
In Abb. 18.3 sind Kolbenweg, -geschwindigkeit und -beschleunigung bei unendlich ($\lambda_p = 0$) und endlich langem ($\lambda_p = 0,3$) Pleuel dargestellt.

18.1.2 Massenkraft

Die Massenkraft (d'Alembertsche Trägheitskraft) F_z ergibt sich aus der Masse m_s multipliziert mit der in (18.4) genannten Beschleunigung \ddot{s}_K zu

$$F_z = -m_s \ddot{s}_K = -m_s r\omega^2 (\cos \omega t + \lambda_p \cos 2\omega t) \quad (18.5)$$

Abb. 18.3 Bezogene Kolbenbewegungen als Funktion des Kurbelwinkels
(aus: [URLA95])



und belastet die Aggregatlager. m_s enthält die Masse des Kolbens samt Ringen, Kolbenbolzen und etwa 1/4 bis 1/3 der ganzen Pleuelstangenmasse [URLA95].

Die Massenkraft F_z ist proportional dem Quadrat der Winkelgeschwindigkeit ω bzw. dem der Motordrehzahl n_M . Sie schwankt periodisch mit zwei Erregerkreisfrequenzen, mit $1 \cdot \omega$ (sog. 1. Ordnung) und $2 \cdot \omega$ (2. Ordnung).

18.1.3 Massenmoment

Neben der Massenkraft F_z gibt es noch ein Massenmoment M_{xm} .

Zusatzinformation

Zu dessen Ableitung wird F_z nach Abb. 18.2b in die Pleuelstangenkraft S und in die gegen die Zylinderwand wirkende Normalkraft F_N zerlegt:

$$S = F_z / \cos \beta = F_z / \sqrt{1 - \lambda_p^2 \sin^2 \alpha},$$

$$F_N = F_z \tan \beta = F_z \lambda_p \sin \alpha / \sqrt{1 - \lambda_p^2 \sin^2 \alpha}.$$

Die Stangenkraft S denkt man sich am Kurbelpunkt B in eine radiale Kraft und in die tangentiale Drehkraft T zerlegt. Letztere – als gedachte Kraft, die dem Moment $M_x = T \cdot r$ proportional ist (s. Abb. 18.2b) – ergibt sich zu

$$T = S \sin(\alpha + \beta) = F_z \sin(\alpha + \beta) / \cos \beta$$

oder angenähert mit $\tan \beta \approx \sin \beta = \lambda_p \sin \alpha$ zu

$$T = F_z \left(\sin \alpha + \frac{\lambda_p}{2} \sin 2\alpha \right) = \frac{M_x}{r}. \quad (18.6)$$

Dieses Moment, auch ausgedrückt durch das Kräftepaar $F_N \cdot k$, sucht den Motor entgegen seiner Drehrichtung zu kippen.

Wird die Massenkraft F_z aus (18.5) in (18.6) eingesetzt, ergibt sich das Massenmoment (zusätzlicher Index m = Masse)

$$\begin{aligned} M_{xm} &= Tr = F_z r \left(\sin \alpha + \frac{\lambda_p}{2} \sin 2\alpha \right) \\ &= -m_s r^2 \omega^2 \left(\sin \omega t + \frac{\lambda_p}{2} \sin 2\omega t \right) (\cos \omega t + \lambda_p \cos 2\omega t) \\ &= -m_s r^2 \omega^2 \left[2\lambda_p \sin \omega t + \frac{1}{2} \sin 2\omega t - 3\lambda_p \sin^3 \omega t + \left(\frac{\lambda_p}{2} \right)^2 \sin 4\omega t \right] \end{aligned}$$

Mit $4 \sin^3 \omega t = 3 \sin \omega t - \sin 3\omega t$ wird

$$\begin{aligned} M_{xm} &= -m_s r^2 \omega^2 \left[2\lambda_p \sin \omega t + \frac{1}{2} \sin 2\omega t - \frac{3\lambda_p}{4} (3 \sin \omega t - \sin 3\omega t) + \left(\frac{\lambda_p}{2} \right)^2 \sin 4\omega t \right] \\ M_{xm} &= m_s r^2 \omega^2 \left[\frac{\lambda_p}{4} \sin \omega t - \frac{1}{2} \sin 2\omega t - \frac{3\lambda_p}{4} \sin 3\omega t - \left(\frac{\lambda_p}{2} \right)^2 \sin 4\omega t \right]. \end{aligned} \quad (18.7)$$

Die Größe von M_{xm} wird demnach wie auch F_z bestimmt von der hin- und hergehenden Masse m_s , dem Kurbelradius r , dem Pleuelstangenverhältnis $\lambda_p = r/l$ und dem Quadrat der Winkelgeschwindigkeit ω bzw. dem der Motordrehzahl n_M . Gegenüber F_z tritt noch die 3. und 4. Ordnung auf.

Beispiel

Mit $\lambda_p = 1/4$ wird

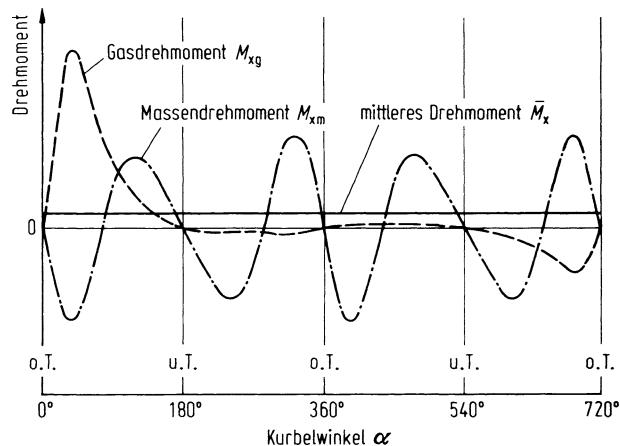
$$\begin{aligned} F_z &= -m_s r \omega^2 \left(\cos \omega t + \frac{1}{4} \cos 2\omega t \right), \\ M_{xm} &= m_s r^2 \omega^2 \left[\frac{1}{16} \sin \omega t - \frac{1}{2} \sin 2\omega t - \frac{3}{16} \sin 3\omega t - \frac{1}{64} \sin 4\omega t \right]. \end{aligned}$$

In Tab. 18.1, 2. Spalte „1-Zylinder“, sind die Amplituden der verschiedenen Ordnungen nach diesem Beispiel gezeichnet.

Tab. 18.1 Vergleich der Massenanregungen an einigen Motoranordnungen

	Kurbelfolge	Massenmoment	Massenkraft	6-Zylinder Reihe
1-Zylinder			$F_z = -m_s r \omega^2 (\cos \omega t + \lambda_p \cos 2\omega t)$	
4-Zylinder Reihe			$F_z = -4 m_s r \omega^2 \lambda_p \cos 2\omega t$	
6-Zylinder Reihe			$M_{xm} = -4 m_s r^2 \omega^2 [1/2 \sin 2\omega t + (\lambda_p/2)^2 \sin 4\omega t]$	

Abb. 18.4 Massen- und Gasdrehmomentenverlauf über dem Kurbelwinkel für Einzylinder-4-Takt-Motor (aus: [URLA95])



18.1.4 Gasmoment

Durch den Verbrennungsvorgang entsteht auf dem Kolben eine Kraft aus Verbrennungsdruck p_{zyl} mal Kolbenfläche A_K . Sie wirkt nicht nach außen, weil sie sich direkt am Zylinderdeckel abstützt, es ist deshalb

$$F_{\text{zg}} = 0 \quad (18.8)$$

(zusätzlicher Index g = Gas).

Nur das Moment aus den Verbrennungsdrücken – Gasmoment genannt – wirkt auf das Motorgehäuse und muss über die Aggregatlager abgestützt werden. Es beträgt entsprechend (18.6)

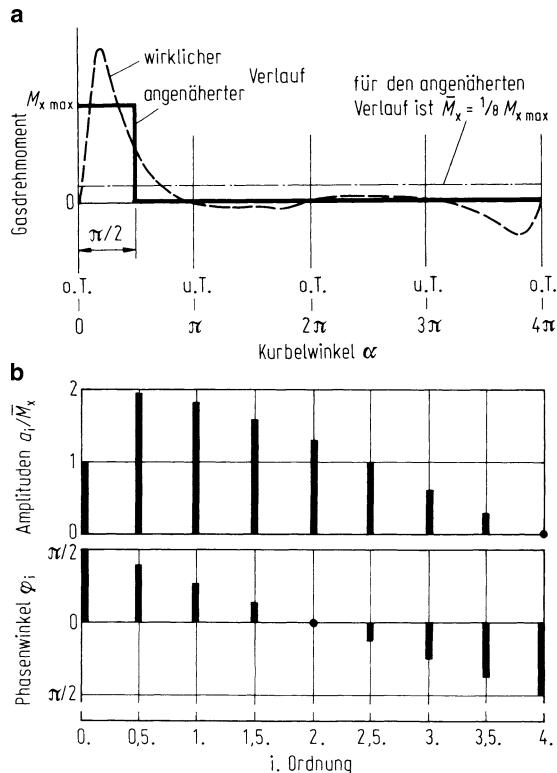
$$M_{\text{xg}} = p_{\text{zyl}} A_K r \left(\sin \alpha + \frac{\lambda_p}{2} \sin 2\alpha \right). \quad (18.9)$$

Während bei der Massenkraft und dem Massenmoment die Periodenlänge immer 360° Kurbelwinkel beträgt, muss bei der Verbrennung zwischen 2-Taktverfahren mit 360° Periodenlänge und 4-Takt-Verfahren mit 720° unterschieden werden. Setzt man auch beim 4-Takt-Verfahren die Periodenlänge auf eine Umdrehung, also auf 360° , an, so entstehen sog. halbe Ordnungen mit $0,5\omega$, anderthalbe mit $1,5\omega$ usw. Beim 2-Takt-Verfahren entfallen sie. Als Fouriersche Reihe geschrieben, lautet das Gasmoment

$$\begin{aligned} M_{\text{xg}} = & \overline{M}_x + a_{0,5} \sin(0,5\omega t + \varphi_{0,5}) + a_1 \sin(\omega t + \varphi_1) \\ & + a_{1,5} \sin(1,5\omega t + \varphi_{1,5}) + a_2 \sin(2\omega t + \varphi_2) + \dots \end{aligned} \quad (18.10)$$

mit \overline{M}_x als dem abgegebenen Nutzmoment, a_i und φ_i als den Amplituden und Phasenwinkeln der überlagerten einzelnen Sinus-Anregungen mit $i = 0,5; 1,0; 1,5 \dots$ Abbildung 18.4 zeigt den Verlauf des Gasmomentes M_{xg} im Vergleich zum Massenmoment M_{xm} .

Abb. 18.5 a Annäherung des wirklichen Gasdrehmoment-Kurbelwinkelverlaufes eines 4-Takt-Motors durch eine Rechteckfunktion; b Amplituden und Phasenwinkel der Rechteckfunktion, siehe Gl. (18.11)



Zusatzinformation

Zur Erläuterung der Harmonischen wird die komplizierte Gasmomenten-Kurbelwinkel-Funktion durch eine relativ einfache Rechteckfunktion ersetzt, siehe Abb. 18.5a für einen 4-Takt-Motor.

$$\frac{M_{xg}}{\bar{M}_x} = 1 + \sum_{i=0,5} \left\{ \frac{8}{\pi i} \sin i \frac{\pi}{4} \cdot \sin \left[i\alpha + \frac{\pi}{2} \left(1 - \frac{i}{2} \right) \right] \right\}. \quad (18.11)$$

In Abb. 18.5b sind die Amplituden und Phasenwinkel ausgewertet.

18.1.5 Gesamte Anregung beim Einzylinder-Motor

Nach Abb. 18.1 gibt es zwei Größen, die Kraft F_z und das Moment M_x . F_z röhrt nur von der Massenbelastung her, nicht aus der Verbrennung, deshalb gilt nach (18.5)

$$F_z = -m_s r \omega^2 (\cos \omega t + \lambda_p \cos 2\omega t).$$

Das Moment – $M_{x\Sigma}$ genannt – hingegen setzt sich aus dem Massenmoment M_{xm} nach (18.7) und dem Gasmoment M_{xg} nach (18.10), näherungsweise nach (18.11) zusammen.

Für einen Viertaktmotor gilt dann

$$\begin{aligned}
 M_{x\Sigma} &= M_{xm} + M_{xg} \\
 &= \bar{M}_x + a_{0,5} \sin(0,5\omega t + \varphi_{1,5}) \\
 &\quad + a_1 \sin(\omega t + \varphi_1) + m_s r^2 \omega^2 \frac{\lambda_p}{4} \sin \omega t \\
 &\quad + a_{1,5} \sin(1,5\omega t + \varphi_{0,5}) \\
 &\quad + a_2 \sin(2\omega t + \varphi_2) - m_s r^2 \omega^2 \frac{1}{2} \sin 2\omega t \\
 &\quad + \dots
 \end{aligned} \tag{18.12}$$

Die halbten Ordnungen stammen nur aus der Verbrennung, bei den ganzen Ordnungen überlagern sich Massen- und Gasmoment. Deren Amplituden und Phasenwinkel setzen sich aus zwei prinzipiell verschiedenen Anteilen zusammen. Der eine von der Verbrennung verursachte Anteil ist nur abhängig von dem im Mittel abgegebenen Drehmoment \bar{M}_x und von dem Verbrennungsverlauf, der die Größen $a_1, a_2, \dots, \varphi_1, \varphi_2, \dots$ bestimmt, aber nicht von der Drehzahl. Der andere, vom Massenmoment herrührende Anteil ist nur von der Drehzahl $n_M (\sim \omega)$ bzw. deren Quadrat ($\sim \omega^2$) und nicht von \bar{M}_x und der Verbrennung abhängig.

18.2 Anregungen durch einen 4-Takt-4-Zylinder-Reihenmotor

Nach dem Einzylinder-Motor, der als Aggregat in Kraftfahrzeugen unbedeutend, aber für die Einführung in motorerregte Schwingungen und auch für die weiteren Berechnungen nützlich ist, werden Mehrzylinder-Motoren behandelt, in diesem Abschnitt der in Pkw am häufigsten verwendete 4-Takt-4-Zylinder-Reihenmotor.

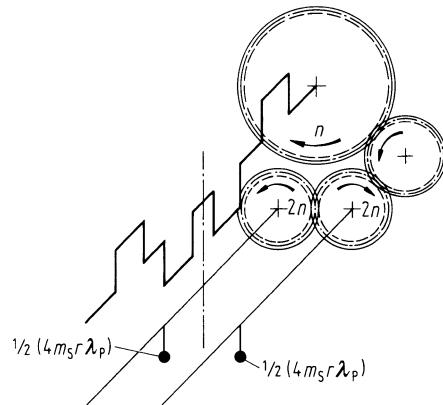
Im Folgenden wird angenommen, dass für jeden Zylinder die Kolbenmasse m_s , der Kurbelradius r und das Pleuelstangenverhältnis λ_p gleich sind, was in der Praxis fast 100 %ig erreicht wird.

Aus der Kurbelfolge muss man unter Berücksichtigung des Winkels zwischen den einzelnen Zylindern die Kräfte und Momente vektoriell addieren. Beim 4-Zylinder-Reihenmotor sind nach Tab. 18.1, 3. Spalte, 2. Zeile die Kurbelkröpfungen für den 2. und 3. Zylinder um $180^\circ = \pi$ gegenüber denen für den 1. und 4. Zylinder verdreht.

18.2.1 Massenkraft

Angewendet auf die Kraft F_z in z -Richtung, die nur von den Massenkräften und nicht von der Verbrennung herröhrt, ergibt sich nach der o. g. Kurbelkröpfung die Resultierende wie

Abb. 18.6 Massenausgleichsgetriebe zum Ausgleich der Massenkräfte 2. Ordnung an einem 4-Zylinder-Reihenmotor (aus: [MAAS81])



folgt: Die Massenkräfte für den 1. und 4. Zylinder nach (18.5) lauten wie bisher

$$F_{z1.} = F_{z4.} = -m_s r \omega^2 (\cos \omega t + \lambda_p \cos 2\omega t), \quad (18.13)$$

aber für den 2. und 3. Zylinder

$$F_{z2.} = F_{z3.} = -m_s r \omega^2 [\cos(\omega t + \pi) + \lambda_p \cos 2(\omega t + \pi)], \quad (18.14)$$

und die Summe beträgt

$$F_z = -4m_s r \omega^2 \lambda_p \cos 2\omega t. \quad (18.15)$$

Das heißt, beim 4-Zylinder-Reihenmotor fallen die Massenkräfte der 1. Ordnung weg, die der 2. Ordnung addieren sich. Einfacher kann man das aus der vektoriellen Zeigeraddition nach Tab. 18.1, 3. Spalte, 3. Zeile erkennen.

Diese Massenkraft 2. Ordnung stellt bei Fahrzeugen mit 4-Zylinder-Reihenmotoren die Hauptanregung für die auf die Insassen wirkenden Vibrationen und Geräusche dar. Die Auswirkung muss – wie später gezeigt wird – durch ein Schwingungssystem, bestehend aus Motor auf Gummilagern, gemildert werden.

Beim 4-Zylinder-Reihenmotor kann man die Massenkräfte 2. Ordnung durch mit der doppelten Kurbelwellendrehzahl umlaufende Gegengewichte auf den Wert Null reduzieren, siehe Abb. 18.6. (Diese Möglichkeit wird zunehmend häufiger angewandt.) Das Ergebnis zeigt Abb. 18.7. In a ist bei einem Motor ohne Ausgleichswellen die Auswirkung der Massenkraft 2. Ordnung bei ungefähr 27 Hz deutlich zu sehen, in b wird sie durch die Ausgleichswellen deutlich vermindert. (Sie verschwindet nicht völlig, weil nicht nur die Massenkraft der 2. Ordnung den Messort anregt, sondern auch das Massen- und das Gasmoment. Weiterhin sind noch andere – hier nicht interessierende – Ordnungen zu sehen.)

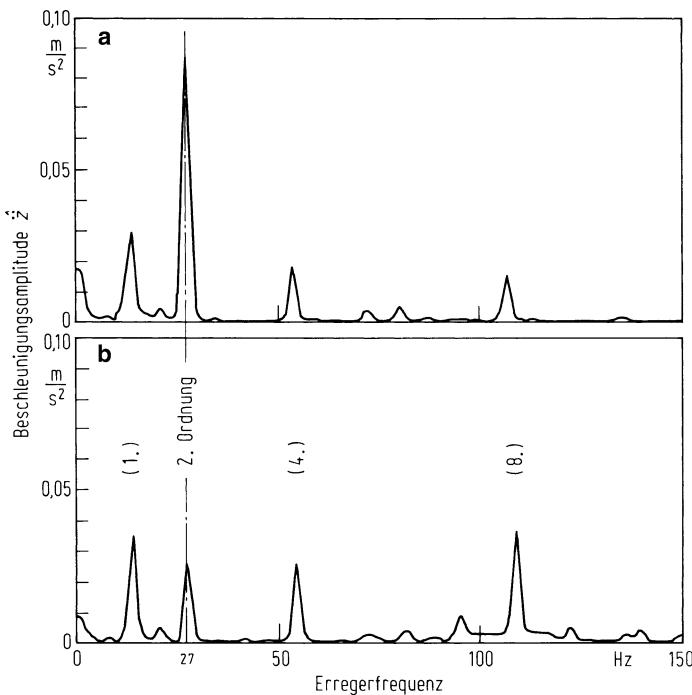


Abb. 18.7 Vergleich der vertikalen Beschleunigungsamplituden \hat{z} gemessen auf einem Motorträger, verursacht durch einen 4-Zylinder-4-Takt-Reihenmotor im Leerlauf bei 800 min^{-1} ($\hat{\wedge} 27 \text{ Hz}$ für die 2. Ordnung). **a** ohne Ausgleichswellen; **b** mit Ausgleichswellen

18.2.2 Massen- und Gasmomente

Die der Massenkraft entsprechende vektorielle Addition führt beim Massenmoment M_{xm} des 4-Zylinder-Reihenmotors nach Tab. 18.1, 3. Spalte, letzte Zeile zu

$$M_{xm} = -4m_s r^2 \omega^2 \left[\frac{1}{2} \sin 2\omega t + \left(\frac{\lambda_p}{2} \right)^2 \sin 4\omega t \right]. \quad (18.16)$$

Hier treten die 2. und 4. Ordnung auf, allgemein die geradzahligen Vielfachen, während sich die ungeraden Ordnungen auslöschen. Auch das Massenmoment 2. Ordnung lässt sich wie die Massenkraft durch ein Ausgleichsgetriebe nach Abb. 18.6 kompensieren, nur müssen die Ausgleichswellen in Zylinderachse zueinander versetzt angeordnet werden.

Auch beim Gasmoment bleiben, wie Abb. 18.8b veranschaulicht, nur die geradzahligen Ordnungen übrig. Die halbten und ungeraden Ordnungen verschwinden. Aus (18.10) wird

$$M_{xg} = 4[\bar{M}_x + a_2 \sin(2\omega t + \varphi_2) + a_4 \sin(4\omega t + \varphi_4) + \dots]. \quad (18.17)$$

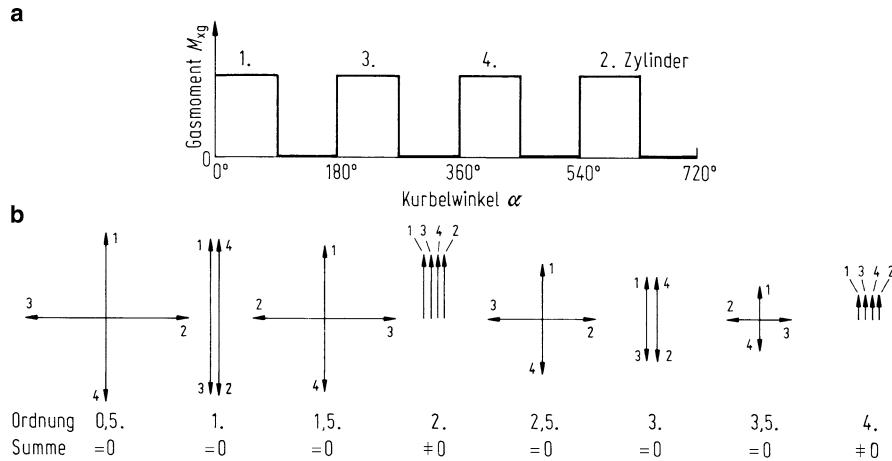


Abb. 18.8 Gasmomente beim 4-Zylinder-4-Takt-Reihenmotor. **a** Annäherung des Gasmomenten-Kurbelwinkel-Verlaufs durch Rechteckfunktionen; **b** Zeigerdiagramm für die Amplituden der verschiedenen Ordnungen

Das mittlere Moment \bar{M}_x und die Amplituden a_i gelten für den Einzylinder-Motor, beim 4-Zylinder-Motor sind sie viermal so groß.

Das Gesamtmoment beträgt nach der Addition von (18.16) und (18.17)

$$\begin{aligned}
 M_{x\Sigma} &= M_{xm} + M_{xg} \\
 &= 4 \left[\bar{M}_x + a_2 \sin(2\omega t + \varphi_2) - m_s r^2 \omega^2 \frac{1}{2} \sin 2\omega t \right. \\
 &\quad + a_4 \sin(4\omega t + \varphi_4) - m_s r^2 \omega^2 \left(\frac{\lambda_p}{2} \right)^2 \sin 4\omega t \\
 &\quad \left. + \dots \right]. \tag{18.18}
 \end{aligned}$$

In Abb. 18.9 ist die resultierende Amplitude am Beispiel der 2. Ordnung dargestellt. Im Zeigerdiagramm a wurde bei konstanter Amplitude a_2 und konstantem Phasenwinkel φ_2 des Gasmomentes M_{xg} die Amplitude $1/2m_s r^2 \omega^2$ des Massenmomentes M_{xm} mit der Motor-drehzahl $n_M \sim \omega$ verändert. Danach überwiegt das Gasmoment bei kleinen Drehzahlen, bei höheren das Massenmoment. Nach Diagramm b hat die 2. Ordnung des Gesamtmoments $M_{x\Sigma}$ ein Minimum bei einer bestimmten Drehzahl. Deren Wert hängt von der Höhe des Gasmomentes ab, wie man sich leicht am Zeigerdiagramm klarmachen kann.

In c und d sind für verschiedene Drehzahlen die Verläufe über dem Kurbelwinkel und die Amplituden der einzelnen Ordnungen aufgetragen. Im Zeigerdiagramm e wurde bei konstantem Massenmoment das Gasmoment verändert.

Beim Mehrzylinder-Motor muss auch das Moment um die y -Achse, siehe Abb. 18.1, betrachtet werden, und zwar nur das Moment aus den Massenkräften.

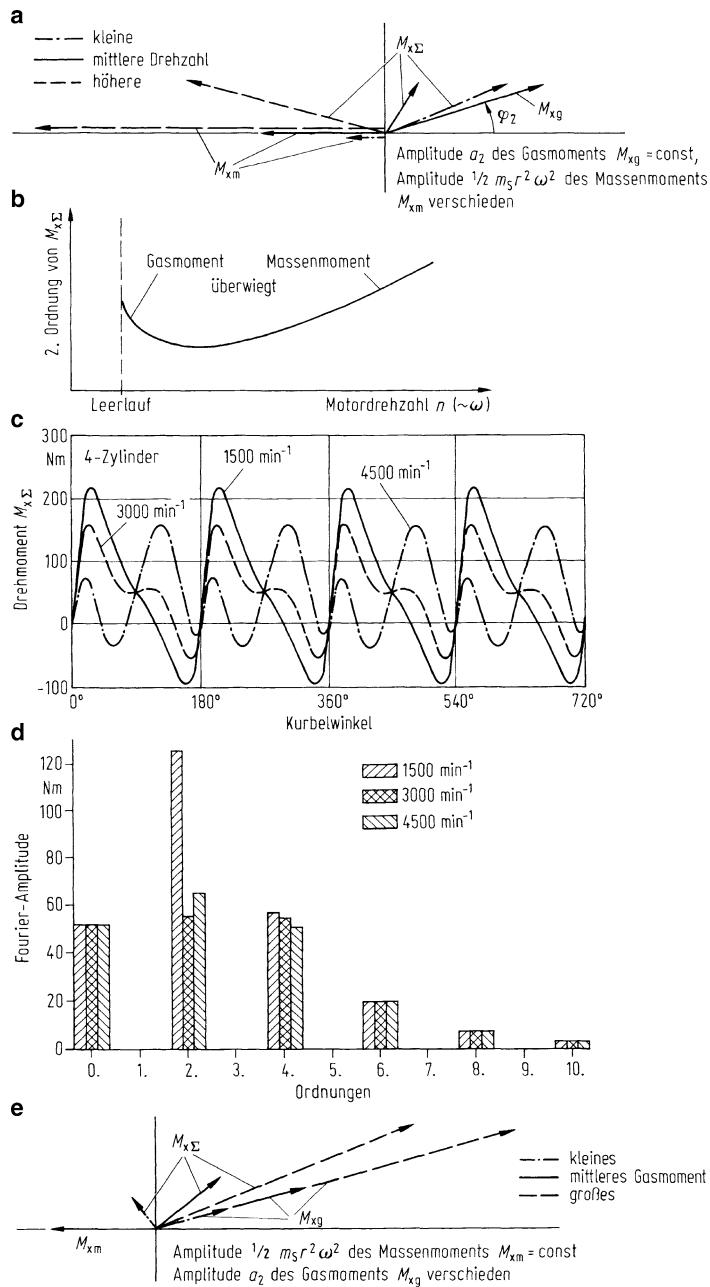
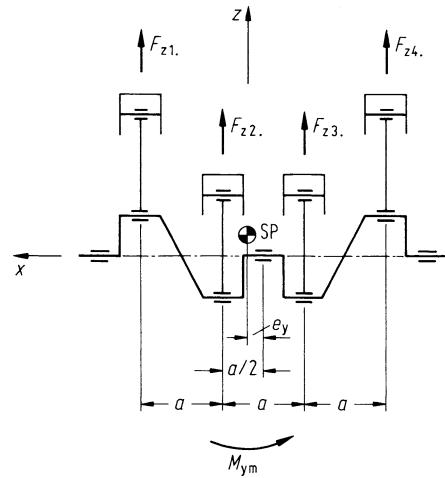


Abb. 18.9 Resultierende Momente aus Massen- und Gasmomenten. **a** Zeigerdiagramm für die 2. Ordnung bei konstantem Gasmoment a_2 und veränderlichem Massenmoment $1/2 m_s r^2 \omega^2$; **b** Amplitude des Gesamtmomentes $M_{x\Sigma}$ über der Drehzahl; **c** Verläufe über dem Kurbelwinkel; **d** Ordnungsanalyse; **e** Zeigerdiagramm für die 2. Ordnung bei konstantem Massen- und veränderlichem Gasmoment

Abb. 18.10 Massenmoment

M_{ym} um die y -Achse beim
4-Zylinder-Reihenmotor



Das Moment aus den Gaskräften ist Null, weil die Gaskräfte jeweils am Zylinderdeckel und Kolben wirken und sich nach außen aufheben. Liegt der Schwerpunkt SP des Antriebsaggregates und damit die y -Achse nicht mittig zwischen 2. und 3. Zylinder bei dem in diesem Abschnitt behandelten 4-Zylinder-Reihenmotor, so beträgt das Moment nach Abb. 18.10

$$\begin{aligned} M_y = M_{ym} &= -F_{z1} \left(\frac{a}{2} - e_y + a \right) - F_{z2} \left(\frac{a}{2} - e_y \right) \\ &\quad + F_{z3} \left(e_y + \frac{a}{2} \right) + F_{z4} \left(e_y + \frac{a}{2} + a \right). \end{aligned}$$

Mit (18.13) und (18.14), zunächst jeweils 1. und 4. sowie 2. und 3. Zylinder zusammengefasst, wird

$$\begin{aligned} M_{ym} &= -m_s r \omega^2 (\cos \omega t + \lambda_p \cos 2\omega t) \left(-\frac{a}{2} + e_y - a + e_y + \frac{a}{2} + a \right) \\ &\quad - m_s r \omega^2 [\cos(\omega t + \pi) + \lambda_p \cos 2(\omega t + \pi)] \left(-\frac{a}{2} + e_y + e_y + \frac{a}{2} \right) \\ &= -m_s r \omega^2 (\cos \omega t + \lambda_p \cos 2\omega t) 2e_y \\ &\quad - m_s r \omega^2 (-\cos \omega t + \lambda_p \cos 2\omega t) 2e_y \\ &= -4m_s r \omega^2 \lambda_p \cos 2\omega t \cdot e_y \end{aligned}$$

und mit (18.15)

$$M_{ym} = F_z e_y. \quad (18.19)$$

Das Moment um die y -Achse ist beim 4-Zylinder-Reihenmotor dann Null, wenn der Schwerpunkt mittig zwischen 2. und 3. Zylinder liegt, also $e_y = 0$ ist.

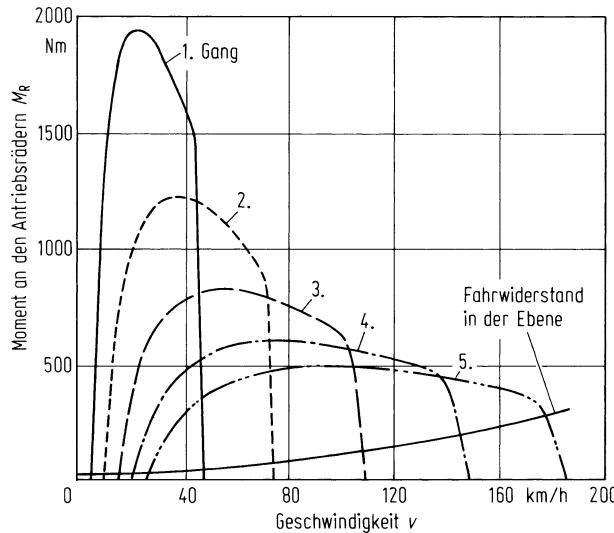


Abb. 18.11 Antriebsmoment-Geschwindigkeits-Schaubild mit Daten entsprechend Tab. 18.2

18.2.3 Betriebsverhalten

Während bei der Massenkraft F_z sowie den Massenmomenten M_{xm} und M_{ym} die Anregungsamplituden einfach dem Quadrat der Erregerkreisfrequenz ω^2 (dem Quadrat der Motordrehzahl) proportional sind, hängt beim Gasmoment M_{xg} der Zusammenhang zwischen Amplitude und Erregerfrequenz vom Fahrzustand des Kraftfahrzeuges ab. Hier muss also das Kraftfahrzeug zum ersten Mal mit betrachtet werden.

Begonnen wird mit den stationären Momenten. In Abb. 18.11 ist für ein Beispiel das bekannte „Zugkraft-Geschwindigkeits-Schaubild“ dargestellt. Zum einen sind die maximalen Momente M_R an den Antriebsrädern in den einzelnen Getriebegängen 1 bis 5 über der Fahrgeschwindigkeit eingezeichnet, zum anderen die für unbeschleunigte Fahrt in der Ebene. Hiernach hängt das Antriebsmoment von der Fahrgeschwindigkeit und je nach gewähltem Gang von der Motordrehzahl ab. Dieses Antriebsmoment M_R muss beim Frontantriebskonzept, bei dem Motor, Schalt- und Achsgetriebe zu einem Aggregateblock vereinigt sind, voll an den Aggregataufhängungen abgestützt werden. Das Moment am Aggregat M_{Aggr} ist bei Vernachlässigung der Verluste im Kennungswandler gleich M_R und beim 4-Takt-4-Zylinder-Reihenmotor gleich dem Mittelwert in (18.17). Es gilt also für den

$$\text{Frontantrieb} \quad \overline{M}_{Aggr} = M_R = 4\overline{M}_x i_K = 4\overline{M}_x i_G i_A \quad (18.20a)$$

mit $i_K = i_G i_A$ der Gesamtübersetzung des Kennungswandlers (i_G = Schalt-, i_A = Achsgetriebeübersetzung). Das gleiche gilt für das Heckmotorkonzept. Beim Standardantrieb (Motor und Schaltgetriebe vorn, Achsgetriebe und damit Antrieb hinten) stützt sich das

Tab. 18.2 Beispieldaten für Antriebsmoment-Geschwindigkeits-Schaubild (zu Abb. 18.11)

Fahrzeugdaten:		Motorkennfeld:	
Masse	910 kg	minimale Drehzahl	900 min ⁻¹
Schwerpunkt l_V/l	0,5	maximale Drehzahl	6540 min ⁻¹
Radradius	0,3 m	maximale Leistung	64 kW
Anströmfläche	1,9 m ²	bei einer Drehzahl	6000 min ⁻¹
Rollwiderstandsbeiwert	0,01		
c_W -Wert	0,3		

Getriebekennfeld:		
	Übersetzung	Wirkungsgrad
$i_G = 1.$ Gang	4	0,95
2. Gang	2,5	0,95
3. Gang	1,7	0,95
4. Gang	1,25	0,95
5. Gang	1	0,95
Achse $i_A =$	4	0,95

Moment aus der Achsgetriebeübersetzung, nicht an der Aggregataufhängung ab. Deshalb gilt für den

$$\text{Standardantrieb} \quad \overline{M}_{\text{Aggr}} = \frac{M_R}{i_A} = 4 \overline{M}_x i_G. \quad (18.20b)$$

Anders ist es bei den dynamischen Gasmomenten. Zur Erklärung wurden in Abb. 18.12 Motor und Kennungswandler getrennt gezeichnet und getrennt auf Lagern abgestützt. Nimmt man wie bisher nach (18.3a) an, dass $n_M \sim \omega = \text{const}$ ist (vorstellbar durch ein unendlich großes Schwungrad), dann ist das Ausgangsmoment an der Kurbelwelle und damit das Moment am Kennungswandereingang ebenfalls $M_x = \text{const}$. Neben diesem stationären Moment wirkt auf den Motorblock ein dynamisches, z. B. beim 4-Takt-4-Zylinder-Reihenmotor das der 2. Ordnung $a_2 \sin(2\omega t + \varphi_2)$ nach (18.18). Das stationäre und das dynamische Moment müssen von der Motoraufhängung aufgenommen werden, aber nur das dynamische regt die Karosserie zu Schwingungen an. Der Kennungswandler hingegen wird nach der obigen Annahme konstanten Eingangsmomentes nicht dynamisch angeregt, und deshalb brauchen dessen Lager auch keine dynamischen Momente, sondern nur stationäre aufzunehmen.

Fasst man nun – wie fast immer bei Kraftfahrzeugen – das Motor- und Getriebegehäuse baulich zu einem Aggregat zusammen, dann muss die gemeinsame Aggregataufhängung das stationäre Moment $\overline{M}_{\text{Aggr}}$ nach (18.20a) und (18.20b) und das dynamische Moment aus Gaskräften und Massenbeschleunigungen

$$a_2 \sin(2\omega t + \varphi_2) - m_s r^2 \omega^2 \frac{1}{2} \sin 2\omega t + a_4 \dots + \dots$$

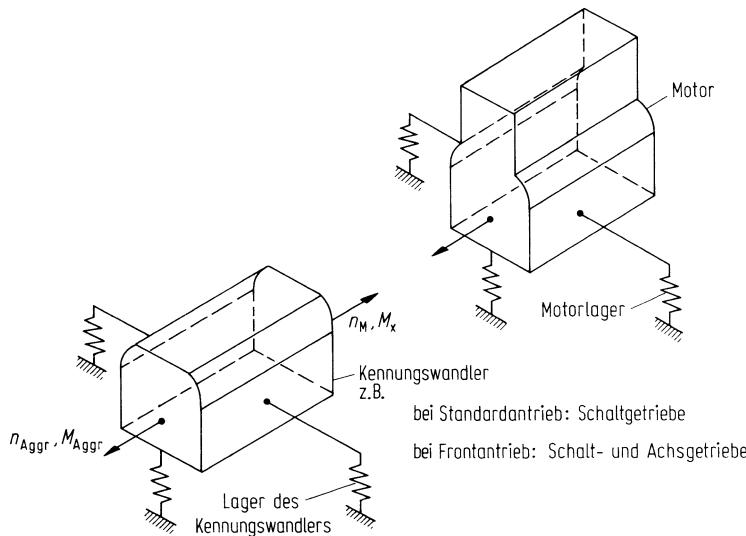


Abb. 18.12 Zur Veranschaulichung der auf die Karosserie übertragenen Kräfte und Momente wurden Motor- und Kennungswandlergehäuse getrennt und auf jeweils drei eigenen Lagern gezeichnet

aufnehmen. Bei den dynamischen Anregungen geht also die Übersetzung i_K des Kennungswandlers nicht ein!

Zusatzinformation

In Wirklichkeit ist wegen des endlich großen Schwungrades die Motordrehzahl $n_M \sim \omega \neq \text{const}$. Damit ist auch das Motorausgangsmoment (gleich Kennungswandlereingangsmoment) nicht mehr konstant, und als Folge ebenfalls das Kennungswandlerausgangsmoment. Dementsprechend wird das Lager des Kennungswandlers dynamisch belastet, und die Schwankung des Lagermomentes hängt von der Dynamik des gesamten Antriebsstranges ab, wie in Abschn. 17.2 gezeigt wurde.

Auch die bisher für $\omega = \text{const}$ definierte Massenkraft F_z und das Massenmoment M_{xm} ändern sich bei $\omega \neq \text{const}$. Die Unterschiede sind allerdings gering. Deshalb wird in den weiteren Betrachtungen von $n_M \sim \omega = \text{const}$ (unendlich großes Schwungrad) ausgegangen.

Die Momentenanregungen für das Aggregat lauten dann z. B. für den Frontantrieb nach (18.18) und (18.20a)

$$M_{x\Sigma\text{Aggr}} = 4 \left[i_K \bar{M}_x + a_2 \sin(2\omega t + \varphi_2) - m_s r^2 \omega^2 \frac{1}{2} \sin 2\omega t \cdot \right. \\ \left. + a_4 \sin(4\omega t + \varphi_4) - m_s r^2 \omega^2 \left(\frac{\lambda_p}{2} \right)^2 \sin 4\omega t + \dots \right]. \quad (18.21)$$

Beim Standardantrieb ist für i_K wieder i_G zu setzen.

Bei der dynamischen Massenkraft gehen die Übersetzungen des Kennungswandlers nicht ein. Es gilt nach wie vor (18.15).

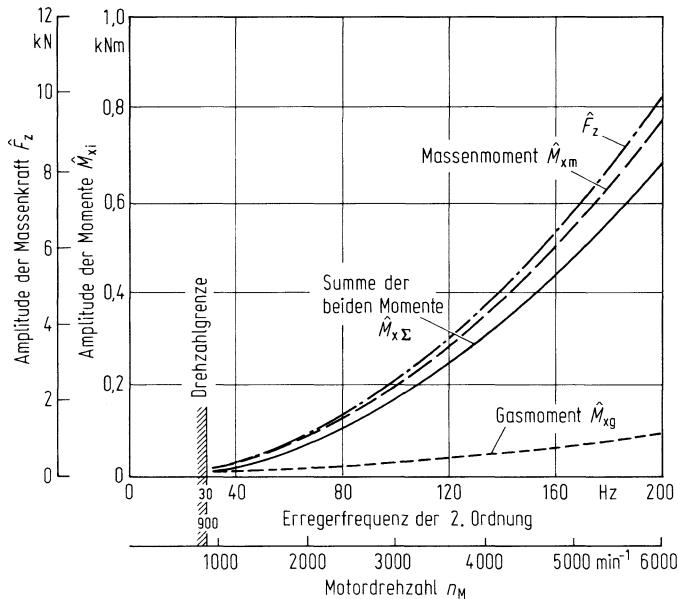
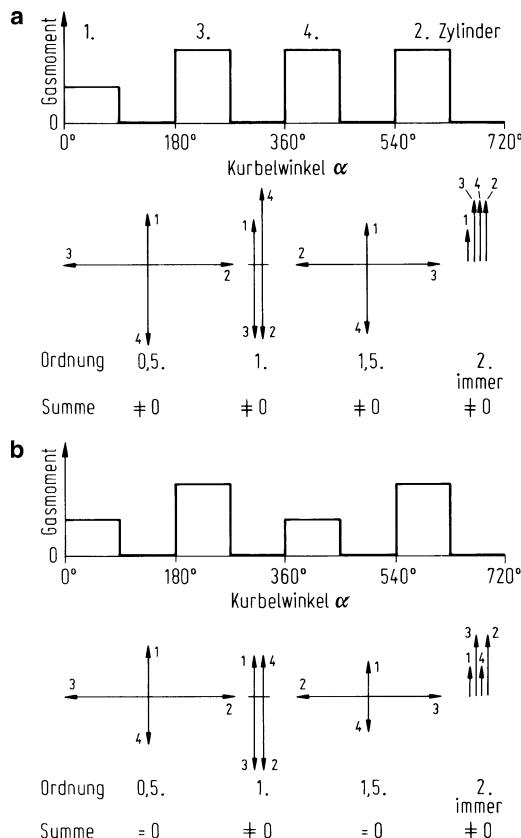


Abb. 18.13 Anregungen der 2. Ordnung auf ein Frontantriebsaggregat mit einem 4-Takt-4-Zylinder-Reihenmotor (Daten aus Abb. 18.11 für den 5. Gang, Fahrt in der Ebene, Frontantrieb. Weitere Daten: $m_s = 0,65 \text{ kg}$, $\lambda_p = 0,25$, $r = 0,039 \text{ m}$ und aus Abb. 18.5b entnommen $a_2/\bar{M}_x = 1,27$, $\varphi_2 = 0$)

In Abb. 18.13 sind die Anregungen für die 2. Ordnung über der zugehörigen Anregungsfrequenz aufgetragen. Es steigen nicht nur – wie schon mehrfach betont – die Anregungen aus Massenkraft und Massenmoment quadratisch mit der Frequenz bzw. Motordrehzahl an, sondern auch (in etwa) das Gasmoment. Dies hat nur indirekt mit der Drehzahl zu tun, direkt kommt es von dem quadratisch über der Fahrgeschwindigkeit ansteigenden Luftwiderstand.

Neben der o. g. Schwingungsanregung während der Fahrt gibt es noch die beim stehenden Fahrzeug mit im Leerlauf betriebenen Motor (z. B. vor einer roten Ampel). Bei der niedrigen Motordrehzahl n_M sind die von $\omega_2 \sim n_M^2$ abhängigen Massenwirkungen gering. Ebenfalls gering ist das Gasmoment, dessen Größe durch Nebenaggregatlasten bestimmt wird, z. B. durch ein Klimaaggregat oder beim Automatik-Getriebe mit Föttinger-Wandler durch Abbremsen des „Kriechens“. Dennoch kann diese relativ kleine Gasmomentanregung dann zu spürbaren Schwingungen, zum sog. „Leerlaufschütteln“ (s. Abschn. 18.4.4.1) führen, wenn die Brennverläufe in den einzelnen Zylindern ungleich sind. Bei diesem Sonderfall treten niedrige Motoranordnungen und verbunden mit kleinen Drehzahlen auch kleine Erregerfrequenzen auf, wie im Folgenden erläutert wird. Eine andere Einflussgröße für Karosserieschwingungen kann sich bei reibungsbehafteten Antriebsgelenken an der Vorderachse ergeben. Das Motor-Getriebeaggregat wird dann nicht über die Gummilager abgestützt, sondern über die Seitenwellen. Man spricht in diesem Zusammenhang auch von „frozen torque“.

Abb. 18.14 Auswirkung ungleicher Brennverläufe in den vier Zylindern, wieder angehert nach Abb. 18.8a durch Rechteckfunktionen dargestellt. **a** Nur in einem Zylinder (hier im 1.); **b** in zwei Zylindern (hier im 1. und 4.).

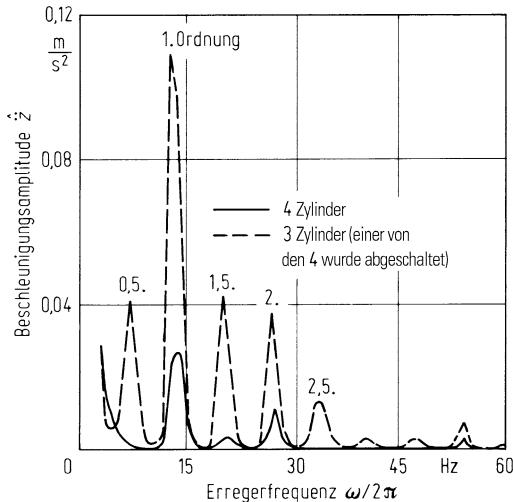


18.2.4 Auswirkung ungleicher Verbrennung

Bei gleicher Verbrennung in den vier Zylindern fallen nach Abb. 18.8 die 0,5., die 1. und auch die 1,5. Ordnung bei der Anregung durch Gasmomente gegenüber dem Einzylinder-Motor weg. Bei ungleicher Verbrennung treten diese Ordnungen, um nur die unteren zu nennen, wieder auf. Abbildung 18.14 veranschaulicht dies anhand der einfach zu bersehenden Rechteckverlufe und den Zeigerdiagrammen. In a liefert ein Zylinder ein verringertes Moment, wodurch die Anregungen 0,5., 1. und 1,5. Ordnung auftreten. In b liefern zwei Zylinder mit einem Zndabstand von $360^\circ = 2\pi$ geringere Momente, wodurch nur die 1. Ordnung auftritt, nicht die 0,5. und 1,5. Die 2. Ordnung bleibt in beiden Fllen bestehen, wenn auch in etwas anderer Größe als bei gleicher Verbrennung.

Abbildung 18.15 zeigt ein Messergebnis bei ungleichem Brennverlauf in den Zylindern. Beim Betrieb aller vier Zylinder sieht man die 2. und 1. Ordnung. (Dadurch, dass die 1. Ordnung auftritt, kann die Verbrennung in den einzelnen Zylindern nicht gleichmig

Abb. 18.15 Beschleunigungsamplitude \ddot{z} an der Sitzschiene bei einem Fahrzeug mit 4-Zylinder-4-Takt-Reihenmotor (Motordrehzahl 800 min^{-1} , entspricht $26,7 \text{ Hz}$ der zweiten Ordnung), Messungen vom IfF



gewesen sein.). Nach Abschalten eines Zylinders werden nicht nur die 1. und 2. Ordnung größer, sondern es treten deutlich die halbten hinzu.

18.3 Weitere Mehrzylinder-Motoren

In Tab. 18.3 sind auch für andere Mehrzylindermotoren die Amplituden der Massenkräfte F_z und der beiden Massenmomente M_{xm} und M_{ym} für die jeweils unteren Ordnungen aufgeführt. Das Gasmoment M_{xg} ist mithilfe der angegebenen Zündabstände bei gleichen Brennverläufen in den Zylindern entsprechend Abb. 18.8, bei ungleichen entsprechend Abb. 18.14 zu ermitteln.

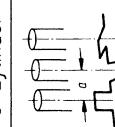
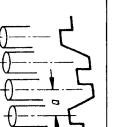
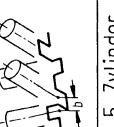
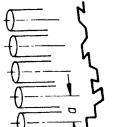
18.4 Schwingungsanregungen für den Fahrzeugaufbau

Nachdem aus den vorangegangenen Abschnitten die vom Hubkolbenmotor induzierten Belastungen wie Massenkraft, Massenmoment und Gasmoment bekannt sind, werden im Folgenden die Auswirkungen auf den Fahrzeugaufbau behandelt.

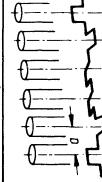
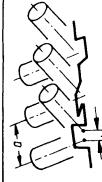
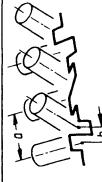
Der Schwerpunkt liegt dabei auf der Auslegung der Aggregataufhängung (meistens Gummilager) zwischen Antriebsaggregat (Motor und Kennungswandler) und Karosserie.

In Abschn. 14.10 wurde die Aggregataufhängung schon einmal behandelt, dort im Hinblick zur Erzielung guten Komforts, d. h. geringer Aufbaubeschleunigung bei alleiniger Unebenheitsanregung. Im Folgenden wirkt über das Antriebsaggregat auf den Aufbau nur die Motoranregung. Der Unterschied zwischen den beiden Anregungen liegt in erster Linie in dem unterschiedlichen Frequenzbereich.

Tab. 18.3 Amplituden der Massenkräfte und -momente der 2. und 3. Ordnung (1. Ordnung ist immer Null) und Zündabstände bei den gebräuchlichen Mehrzylindermotoren, x -Achse ist die Kurbelachse, y -Achse ist quer dazu, mittig von der Zylinderreihe, z -Achse ist bei Reihenmotoren die Zylinderlängsachse, bei V-Motoren die Winkelhalbierende

Zylinderanordnung		Massenkraft $F_z/m_s \cdot r^2 \omega^2$		Massenmoment $M_{ym}/m_s \cdot r^2 \omega^2$	Massenmoment $M_{ym}/m_s \cdot r^2 \omega^2$	Zündabstände 4-Takt
	2..0rd.	3..0rd.	2..0rd.	3..0rd.	2..0rd.	
3-Zylinder						
	Reihe, 3 Kröpfungen	0	0	0	$-\frac{9}{4} \lambda_p$	$1,5 \lambda_p$
						$240^\circ/240^\circ$
4-Zylinder						
	Reihe, 4 Kröpfungen	0	0	-2	0	0°
						$180^\circ/10^\circ$
	Boxer, 4 Kröpfungen	0	0	0	0	0°
						$180^\circ/180^\circ$
	V60°, 4 Kröpfungen	$2\sqrt{3} \lambda_p$	0	$-\sqrt{3}$	0	0°
						$180^\circ/180^\circ$
5-Zylinder						
	Reihe, 5 Kröpfungen	0	0	0	$4,74 \lambda_p$	0°
						$144^\circ/144^\circ$

Tab. 18.3 Fortsetzung

6-Zylinder		8-Zylinder		12-Zylinder	
	Reihe, 6 Kippfungen	0	0	$-\frac{9}{2} \lambda_p$	0
	V90°, 3 Kippfungen	0	0	$-\frac{9}{4} \sqrt{2} \lambda_p$	0
	Boxer, 6 Kippfungen	0	0	0	0
	V60°, 6 Kippfungen	0	0	$-\frac{9}{4} \sqrt{3} \lambda_p$	0
8-Zylinder		8-Zylinder		12-Zylinder	
	V90°, 4 Kippfungen	0	0	0	0
	V60°, 6 Kippfungen	0	0	0	0
	V60°, 4 Kippfungen	0	0	0	0
Zylinderanordnung		Massenkraft $F_z/m_s r^2 \omega^2$		Massenmoment $M_{km}/m_s r^2 \omega^2$	
		2. Ord.	3. Ord.	2. Ord.	3. Ord.
				$M_{ym}/m_s r^2 \omega^2$	2. Ord.
					3. Ord.
					Zündabstände 4-Takt

- Bei der Unebenheitsanregung wurde hauptsächlich ein Frequenzbereich von

$$0 \dots 25 \text{ Hz}$$

betrachtet. Die Insassen werden durch Vibrationen, durch fühlbare Schwingungen belastet.

- Bei den Motorerregungen durch Massenkräfte, Massenmomente und Gasmomente liegen bei gleichmäßiger Verbrennung in den einzelnen Zylindern die Frequenzen am Beispiel der 2. Ordnung – niedrigste Ordnung eines 4-Takt-4-Zylinder-Reihenmotors – mit dem Drehzahlbereich $900 \dots 6000 \text{ min}^{-1}$ im Bereich von

$$30 \dots 200 \text{ Hz.}$$

Hier werden die Insassen durch Geräusche, also durch hörbare Schwingungen belastet. Bei höheren Ordnungen (z. B. der 6. beim Sechszylinder-Reihenmotor) liegt der Bereich entsprechend höher.

- Bei der Anregung durch Gasmomente bei *ungleichmäßiger* Verbrennung in den einzelnen Zylindern ist die niedrigste Ordnung – wieder am Beispiel eines 4-Takt-4-Zylinder-Reihenmotors – die 0,5. Und bei dem o. g. Drehzahlbereich liegen die Frequenzen zwischen $7,5 \dots 50 \text{ Hz}$.

Hier überschneiden sich nach Abb. 16.7 der fühlbare und hörbare Bereich.

18.4.1 Schwingungseratzsystem

Als Schwingungseratzsystem, s. Abb. 18.16, wird das aus Abb. 14.37b bekannte, dort für „Stuckern“ benutzte Ersatzsystem verwendet, nur dass jetzt die Unebenheitserregung $h = 0$ ist und dafür die Anregungen durch den Motor auftreten. Damit möglichst viele Anregungen untersucht werden können, ist der Motor wie bei vielen frontangetriebenen Pkw quer zur Fahrtrichtung eingebaut. Es wirkt die Massenkraft F_z senkrecht zum Aufbau mit dem Abstand e_x zum Schwerpunkt SP_{Aggr} des Antriebsaggregates sowie das Massenmoment M_{xm} und der dynamische Anteil des Gasmomentes M_{xg} .

Deren Erregeramplituden in den einzelnen Ordnungen sind aus den vorangegangenen Abschnitten zu entnehmen. Ebenfalls zu übernehmen sind aus Abschn. 14.10 die Bewegungsgleichungen (14.61), die Matrizen (14.64) bis (14.66) mit den Abkürzungen (14.67) bis (14.69) und der Bewegungsvektor x nach (14.62). Nur der Anregungsvektor \underline{B} lautet statt (14.63) jetzt

$$\underline{B} = [F_z, -F_z e_x + M_x, 0, 0]. \quad (18.22)$$

Vereinfachend wird der Aufbau als starr angenommen, um nicht den Einblick in die Abstimmung der Eigenfrequenzen des Antriebsaggregates durch die Elastizität der Karosserie zu erschweren. Deshalb werden auch nicht die Bewegungen des Aufbaues berechnet, sondern die auf ihn wirkenden Kräfte und Momente [MITS87]. Die resultierende Lagerkraft

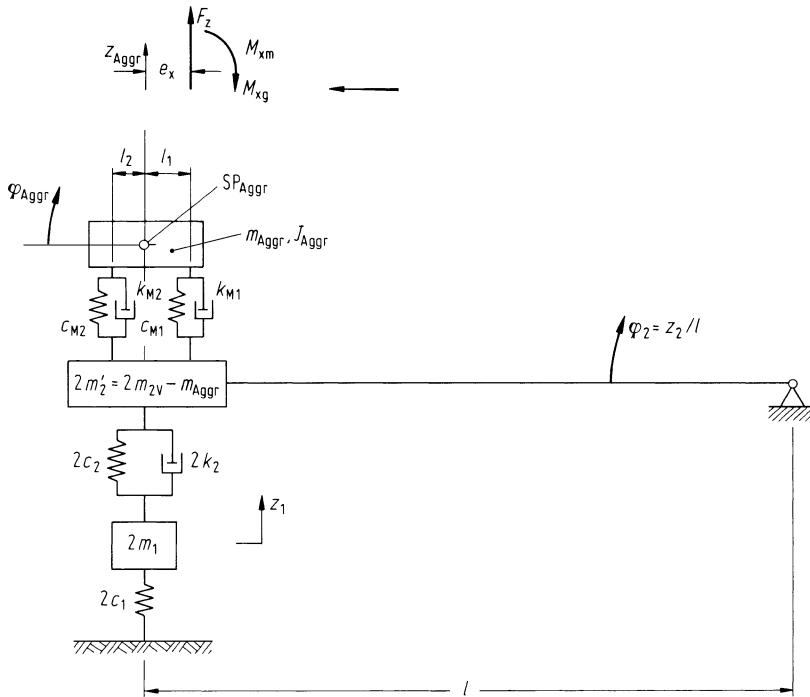


Abb. 18.16 Ebenes Schwingungssatzsystem mit Motoranregungen durch Massenkraft F_z sowie Massen- und Gasmoment am Aggregat (Motor + Kennungswandler) M_{xm} und M_{xg} , vgl. Abb. 14.37b

F_L aus den beiden Feder- und Dämpferkräften zwischen m_{Agggr} und $2m'_2$ beträgt

$$F_L = c_M(z_{Agggr} - z_2) + k_M(\dot{z}_{Agggr} - \dot{z}_2) + c_\Delta\varphi_{Agggr} + k_\Delta\dot{\varphi}_{Agggr} \quad (18.23)$$

und das resultierende Lagermoment um die SP_{Agggr} -Achse

$$M_L = c_\Delta(z_{Agggr} - z_2) + k_\Delta(\dot{z}_{Agggr} - \dot{z}_2) + C_M\varphi_{Agggr} + K_\Delta\dot{\varphi}_{Agggr}. \quad (18.24)$$

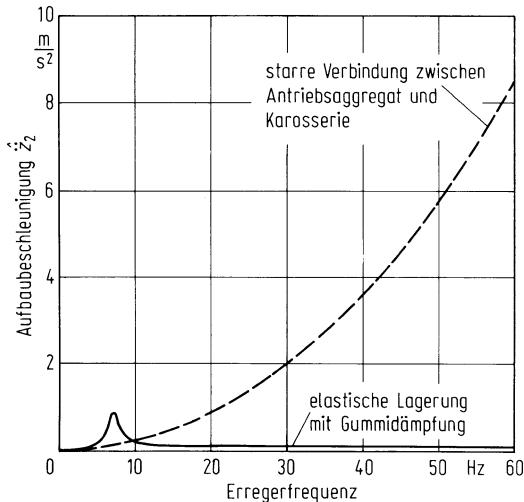
Zusatinformation

Die Berechnung der Amplituden ergibt sich wie folgt: Die Anregungen durch den Motor sind – wie ausführlich in den Abschn. 18.2 und 18.3 beschrieben – periodische Funktionen, die sich aus einzelnen Sinusfunktionen verschiedener Frequenzen zusammensetzen. Bei linearen Systemen lässt sich jede Teilschwingung einzeln behandeln. Wird als Beispiel die Massenkraft i. Ordnung genommen, so ist

$$F_{zi} = \hat{F}_{zi} \sin i\omega t = \hat{F}_{zi} e^{j\omega t} = \hat{F}_{zi} e^{ji\frac{n_M}{10}t} \quad (18.25)$$

mit der Motordrehzahl n_M in min^{-1} nach (18.3b). (Beim 4-Zylinder-Reihenmotor kommt bei F_z nur die 2. Ordnung vor, also $i = 2$ und die Amplitude ist nach (18.15) oder Tab. 18.3 $\hat{F}_{z2} = 4m_s r \lambda_p \omega^2 = 4m_s r \lambda_p (n_M/10)^2$).

Abb. 18.17 Vergleich zwischen starrer und elastischer Aggregataufhängung



Die Bewegungen des Antriebsaggregates lauten

$$\begin{aligned} \underline{\underline{z}}_{\text{Aggr } i} &= \underline{\dot{z}}_{\text{Aggr } i} e^{j\omega t}; & \varphi_{\text{Aggr } i} &= \underline{\dot{\varphi}}_{\text{Aggr } i} e^{j\omega t}, \\ \dot{\underline{z}}_{\text{Aggr } i} &= j(i\omega) \underline{\dot{z}}_{\text{Aggr } i} e^{j\omega t}; & \dot{\varphi}_{\text{Aggr } i} &= j(i\omega) \underline{\dot{\varphi}}_{\text{Aggr } i} e^{j\omega t}, \\ \ddot{\underline{z}}_{\text{Aggr } i} &= -(i\omega)^2 \underline{\dot{z}}_{\text{Aggr } i} e^{j\omega t}; & \ddot{\varphi}_{\text{Aggr } i} &= -(i\omega)^2 \underline{\dot{\varphi}}_{\text{Aggr } i} e^{j\omega t}, \end{aligned} \quad (18.26)$$

und die auf die Karosserie wirkenden Belastungen

$$F_{\text{Li}} = \hat{F}_{\text{Li}} e^{j\omega t}; \quad M_{\text{Li}} = \hat{M}_{\text{Li}} e^{j\omega t}. \quad (18.27)$$

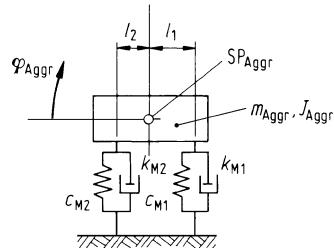
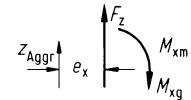
18.4.2 Vorteil einer elastischen Aggregataufhängung

In Abschn. 14.10.1 wurde festgestellt, dass die starre Lagerung zwischen Aggregat und Aufbau ($c_{Mi} \rightarrow \infty$) bei Unebenheitserregung für das sog. Stuckern gut ist, aber angedeutet, dass dieser Fall für die Motoranregungen schlecht ist. Den Beweis hierfür erbringt Abb. 18.17, in dem starre und elastische Aufhängung bei Massenkraftanregung verglichen werden. Bei höheren Frequenzen wird bei metallischer Verbindung der Aufbau mit hohen Beschleunigungen angeregt, was zu großen Geräuschen in der Karosserie führt. Dies ist – neben Festigkeitsgesichtspunkten – der Grund für den Einbau elastischer Lager.

18.4.3 Karosserie-Anregungen durch 2. und höhere Ordnungen

Ehe der allgemeine Fall nach den Gleichungen des Abschn. 18.4.1 diskutiert wird, werden im Folgenden vereinfachte Betrachtungen vorausgeschickt, die einen schnellen Einblick in das Wesentliche ermöglichen.

Abb. 18.18 Vereinfachtes Schwingungssystem gegenüber Abb. 18.16



„Vereinfacht“ soll heißen:

- Das Antriebsaggregat wird durch den Verbrennungsmotor überkritisch angeregt, d. h. die Erregerkreisfrequenzen ω sind höher als die in (14.70) und (14.71) definierten Aggregateigenkreisfrequenzen $v_{\text{Aggr} z}$ und $v_{\text{Aggr} \varphi}$. Das ist der Fall für die 2. Ordnung beim 4-Zylinder-4-Takt-Reihenmotor mit den zu Beginn des Abschn. 18.4 genannten 30 Hz. Dies gilt erst recht für höhere Ordnungen, aber nicht für niedrigere, wie noch in Abschn. 18.4.4 gezeigt wird.
- Die hohen Erregerkreisfrequenzen liegen erheblich oberhalb der Eigenkreisfrequenz v_2 der als steif angenommenen Aufbauteilmasse, sodass

$$\dot{z}_2 = 0 \quad \text{und} \quad z_2 = 0 \quad (18.28)$$

gesetzt werden kann. Damit werden auch die Radbewegungen, deren Eigenfrequenz in der Nähe der Aggregateigenfrequenzen liegt, vernachlässigt. Aus dem Gesamtsystem nach Abb. 18.16 wird ein Einmassensystem mit zwei Freiheitsgraden, s. Abb. 18.18.

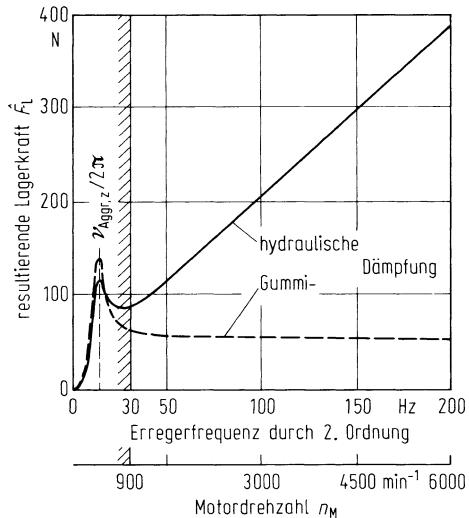
- Wird noch eine Entkopplung der Hub- und Nickbewegungen des Antriebsaggregates angenommen,

$$k_\Delta = c_\Delta = 0, \quad (18.29)$$

dann erhält man zwei Einmassensysteme mit je einem Freiheitsgrad. Das eine führt nur Hubschwingungen aus, das andere nur Nickschwingungen.

Alle drei Vereinfachungen führen zu dem schon in Abschn. 11.2.2.2 diskutierten Fall. Angewendet auf die resultierende Lagerkraft F_L zeigt Abb. 18.19 die Vergrößerungsfunktion. Danach erhält man eine kleine Amplitude der Lagerkraft \hat{F}_L und damit eine gute „akustische Isolation“, wenn die Erregerkreisfrequenz ω oberhalb der Eigenkreisfrequenz v liegt, genauer wenn $\omega > \sqrt{2}v$. Damit wird für die kleinste Motordrehzahl und für die kleinsten Ordnungen der Wert von v bestimmt. Da es bei dem vorliegenden ebenen Modell für das Antriebsaggregat zwei Eigenkreisfrequenzen gibt, und zwar nach (14.70) die ungekoppelte,

Abb. 18.19 Amplitude der resultierenden Lagerkraft bei Massenkraftanregung der 2. Ordnung



ungedämpfte Hub-eigenkreisfrequenz $\nu_{\text{Aggr},z}$ und nach (14.71) die für die Winkelbewegung $\nu_{\text{Aggr},\varphi}$, muss gelten $\omega > \sqrt{2}\nu_{\text{Aggr},z}$ und $\omega > \sqrt{2}\nu_{\text{Aggr},\varphi}$.

Aus diesen Überlegungen lassen sich die ersten Auslegungskriterien für eine Aggregataufhängung formulieren. Wird ω proportional der Motordrehzahl n_M gesetzt (s. (18.3b))

$$\frac{\omega}{\text{rad/s}} = \frac{1}{10} \frac{n_M}{\text{min}^{-1}} \quad \text{bzw.} \quad \frac{\omega/2\pi}{\text{Hz}} = \frac{1}{60} \frac{n_M}{\text{min}^{-1}}$$

und beachtet, dass mehrere Frequenzen $2\omega, 4\omega, \dots$, allgemein $i\omega$ gleichzeitig auftreten, so ergeben sich die Bedingungen für die Aggregateigenfrequenzen zu

$$\frac{\nu_{\text{Aggr},z}/2\pi}{\text{Hz}} \leq \frac{1}{\sqrt{2}} i_{\min} \frac{\omega_{\min}/2\pi}{\text{Hz}} = \frac{1}{\sqrt{2}} i_{\min} \frac{1}{60} \frac{n_M \text{ min}^{-1}}{\text{min}}, \quad (18.30)$$

$$\frac{\nu_{\text{Aggr},\varphi}/2\pi}{\text{Hz}} \leq \frac{1}{\sqrt{2}} i_{\min} \frac{\omega_{\min}/2\pi}{\text{Hz}} = \frac{1}{\sqrt{2}} i_{\min} \frac{1}{60} \frac{n_M \text{ min}^{-1}}{\text{min}} \quad (18.31)$$

mit der kleinsten Ordnung i_{\min} und der kleinsten Motordrehzahl $n_M \text{ min}^{-1}$.

Zusatzinformation

Wird als Beispiel $n_M \text{ min}^{-1} = 900 \text{ min}^{-1}$ und laut Voraussetzung in diesem Abschnitt $i_{\min} = 2$ gesetzt, so ist

$$\frac{\nu_{\text{Aggr},z}/2\pi}{\text{Hz}} \quad \text{bzw.} \quad \frac{\nu_{\text{Aggr},\varphi}/2\pi}{\text{Hz}} \leq \frac{1}{\sqrt{2}} 2 \frac{1}{60} \frac{900}{\text{min}^{-1}} \approx 21. \quad (18.32)$$

Weiterhin ist aus Abb. 18.19 abzulesen, dass im überkritischen Bereich zum einen die Gummidämpfung besser als die hydraulische Dämpfung ist, und zum anderen, dass $\hat{F}_L = f(\omega \text{ bzw. } n_M)$ durch Asymptoten angenähert werden kann.

18.4.3.1 Asymptoten

Die Größe der Asymptoten lässt sich formelmäßig beschreiben, und daraus lassen sich sehr leicht weitere Auslegungskriterien für die Aggregatlagerung ableiten.

Zusatzinformation

Aus den Gln. (14.61), (14.62), (14.64) bis (14.71), (18.22) bis (18.24) sowie den Annahmen (18.28) und (18.29) ergibt sich die komplexe Amplitude der resultierenden Lagerkraft für große Erregerkreisfrequenzen zu

$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} \hat{F}_{Li} = \left[v_{Aggr\ z}^2 + j \frac{k_M}{m_{Aggr}}(i\omega) \right] \left(\frac{-\hat{F}_{zi}}{(i\omega)^2} \right) \quad (18.33)$$

und die für das resultierende Lagermoment zu

$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} \hat{M}_{Li} = \left[v_{Aggr\ \varphi}^2 + j \frac{K_M}{J_{Aggr}}(i\omega) \right] \frac{\hat{F}_{zi} e_x - \hat{M}_{xi}}{(i\omega)^2}. \quad (18.34)$$

In Tab. 18.4 sind die limes-Werte – also die Asymptoten – für die reellen Amplituden der Aufhängungsbelastungen zusammengestellt, unterteilt nach den drei grundsätzlichen Motoranregungen Massenkraft, Massenmoment und Gasmoment sowie unterschieden nach hydraulischer Dämpfung und Gummidämpfung. In Abb. 18.20 sind die prinzipiellen Verläufe der Asymptoten gezeichnet.

Die Ergebnisse lauten:

- Bei hydraulischer Dämpfung steigen die Lagerbelastungen bei Massenanregungen mit der Motordrehzahl n_M an, bei Gummidämpfung bleiben sie konstant, was für die Schwingungsanregung der Karosserie und damit für deren Innenraumakustik günstiger ist.
- Nach (18.30) und (18.31) müssen die Aggregateigenfrequenzen in einem bestimmten Abstand unterhalb der kleinsten Erregerfrequenz liegen. Nach der Asymptotenbetrachtung sollen $v_{Aggr\ z}$ und $v_{Aggr\ \varphi}$ möglichst klein sein. Die Höhe der Asymptoten hängt von deren Quadraten (!) ab, s. Abb. 18.20b.
- Das resultierende Lagermoment bei Gasmomentenanregung fällt bei hydraulischer Dämpfung mit n_M , bei Gummidämpfung mit n_M^2 ab. Berücksichtigt man, wie in Abschn. 18.2.3 „Betriebsverhalten“ ausgeführt, dass bei Fahrt in der Ebene das Motormoment entsprechend dem Luftwiderstand mit dem Quadrat der Fahrgeschwindigkeit v und damit die dynamische Gasmomentenanregung mit n_M^2 ansteigt, so wächst das Lagermoment bei hydraulischer Dämpfung proportional mit $1/n_M \cdot n_M^2 = n_M$, bei der Gummidämpfung mit $1/n_M^2 \cdot n_M^2 = 1$, also gar nicht an. Auch in diesem Fall ist also die Dämpfung mit Gummi die bessere. Auch hier wird das Lagermoment und damit die Schwingungsanregung für die Karosserie um so kleiner, je kleiner das Quadrat der Aggregateigenfrequenz $v_{Aggr\ \varphi}$ ist.

Tab. 18.4 Asymptoten für die Amplituden der resultierenden Lagerkraft \hat{F}_{Li} und des resultierenden Lagermomentes \hat{M}_{Li} , $i = \text{Ordnung (z. B. } i = 2)$, Erregerkreisfrequenz $\omega \approx n_{\text{M}}/10$ bzw. Erregerfrequenz $\omega/2\pi = n_{\text{M}}/60$ mit n_{M} Motordrehzahl in min^{-1}

	Massenkraftanregung $\hat{F}_{\text{zi}} = f_{\text{zi}} \omega^2$	Massenmomentanregung $\hat{M}_{\text{xgi}} = a_{\text{mi}} \omega^2$	Gasmomentanregung $\hat{M}_{\text{xgi}} = a_{\text{gi}} = \text{const}$
Hydraulische Dämpfung	Amplitude der resultierenden Lagerkraft $\hat{F}_{\text{Li}} = \frac{1}{i^2} f_{\text{zi}} v_{\text{Aggr}}^2 z \sqrt{1 + (2D_{\text{Aggr}} z / v_{\text{Aggr}} z)^2 (i\omega)^2}$	$\frac{1}{i^2} a_{\text{mi}} v_{\text{Aggr}}^2 \varphi \sqrt{1 + (2D_{\text{Aggr}} \varphi / v_{\text{Aggr}} \varphi)^2 (i\omega)^2}$ $\approx \frac{1}{i} a_{\text{mi}} 2D_{\text{Aggr}} \varphi v_{\text{Aggr}} \varphi \omega$	$\frac{1}{i} a_{\text{gi}} 2D_{\text{Aggr}} \varphi v_{\text{Aggr}} \varphi \frac{1}{\omega}$
Gummidämpfung	Amplitude des resultierenden Lagermomentes $\hat{M}_{\text{Li}} = \frac{1}{i^2} f_{\text{zi}} v_{\text{Aggr}}^2 z \sqrt{1 + i^2 d_{\text{M}}^2} \approx \frac{1}{i^2} f_{\text{zi}} v_{\text{Aggr}}^2 z$	$\frac{1}{i^2} a_{\text{mi}} v_{\text{Aggr}}^2 \varphi \sqrt{1 + i^2 d_{\text{M}}^2} \approx \frac{1}{i^2} a_{\text{mi}} v_{\text{Aggr}}^2 \varphi$	$\frac{1}{i} a_{\text{gi}} d_{\text{M}} v_{\text{Aggr}}^2 \frac{1}{\omega^2}$
s. Abb. 18.16 Abschn. 14.10 und 18.4	Abkürzungen $v_{\text{Aggr}}^2 z = \frac{c_{\text{M1}} + c_{\text{M2}}}{m_{\text{Aggr}}} = \frac{c_{\text{M}}}{m_{\text{Aggr}}}; D_{\text{Aggr}} z = \frac{k_{\text{M1}} + k_{\text{M2}}}{2\sqrt{(c_{\text{M1}} + c_{\text{M2}}) m_{\text{Aggr}}}} = \frac{k_{\text{M}}}{2\sqrt{c_{\text{M}} m_{\text{Aggr}}}}$ $v_{\text{Aggr}}^2 \varphi = \frac{c_{\text{M1}} l_1^2 + c_{\text{M2}} l_2^2}{J_{\text{Aggr}}} = \frac{c_{\text{M}}}{J_{\text{Aggr}}}; D_{\text{Aggr}} \varphi = \frac{k_{\text{M1}} l_1^2 + k_{\text{M2}} l_2^2}{2\sqrt{(c_{\text{M1}} l_1^2 + c_{\text{M2}} l_2^2) J_{\text{Aggr}}}} = \frac{K_{\text{M}}}{2\sqrt{C_{\text{M}} J_{\text{Aggr}}}}$	$d_{\text{M}} = \frac{k_{\text{M}}^* \omega}{c_{\text{M}}}; d_{\text{M1}} = d_{\text{M2}} = d_{\text{M}}$	Annahmen $c_{\text{M2}} l_2 - c_{\text{M1}} l_1 = c_{\Delta} = 0; k_{\text{M2}} l_2 - k_{\text{M1}} l_1 = k_{\Delta} = 0; e_x = 0$

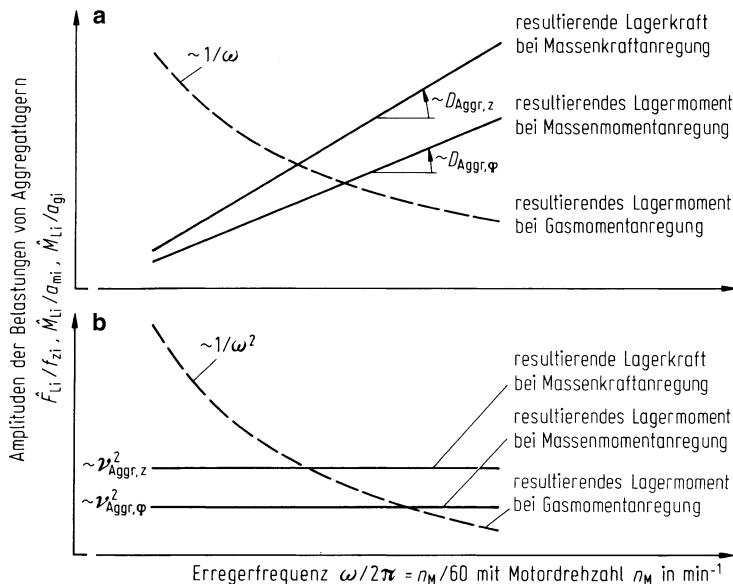


Abb. 18.20 Verlauf der Asymptoten für die Belastungen der Aggregataufhängung. **a** Bei hydraulischer Dämpfung in den Lagern; **b** bei Gummidämpfung. Bezeichnungen siehe Tab. 18.4

18.4.3.2 Anwendungsbeispiele

Zusatzinformation

Als Beispiel werden für einen 4-Takt-4-Zylinder-Reihenmotor die Asymptoten der Aufhängungsbelastungen nach Tab. 18.4 mit den dort getroffenen Annahmen berechnet.

Die resultierende Lagerkraft F_L wird durch die Massenkraft F_z angeregt. Sie beträgt nach (18.15) $F_z = -4m_s r \lambda_P \omega^2 \cos 2\omega t$, sie tritt in der 2. Ordnung auf. Deren Amplitude ist $\hat{F}_z = -4m_s r \lambda_P \omega^2$ und der in Tab. 18.4 genannte Wert $f_{z2} = 4m_s r \lambda_P$. Für die günstige Gummidämpfung ergibt sich die Asymptote zu

$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} \hat{F}_{L2} \approx \frac{1}{2} \cdot 4m_s r \lambda_P \cdot v_{Aggr,z}^2. \quad (18.35)$$

Das resultierende Lagermoment soll zunächst nur durch das Massenmoment

$$M_{xm} = -4m_s r^2 \omega^2 \left[\frac{1}{2} \sin 2\omega t + \left(\frac{\lambda_P}{2} \right)^2 \sin 4\omega t \right]$$

angeregt werden, siehe (18.16). Hier treten zwei Ordnungen, die 2. und die 4., auf. Daraus errechnet sich bei Gummidämpfung die Asymptote für die 2. Ordnung

$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} \hat{M}_{L2} \approx \frac{1}{2^2} \cdot 4m_s r^2 \frac{1}{2} v_{Aggr,\varphi}^2, \quad (18.36a)$$

und für die 4. Ordnung

$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} \hat{M}_{L4} \approx \frac{1}{4^2} \cdot 4m_s r^2 \left(\frac{\lambda_P}{2} \right)^2 v_{Aggr,\varphi}^2. \quad (18.36b)$$

(Die Amplitude der 4. Ordnung ist mehr als 100 mal kleiner als die der 2.)

Wirkt nur allein das Gasmoment bei gleichem Verbrennungsablauf in den einzelnen Zylindern $M_{xg} = 4[i_K \bar{M}_x + a_2 \sin(2\omega t + \varphi_2)]$, s. (18.17), so lautet die Asymptote zu der 2. Ordnung:

$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} \hat{M}_{L2} = \frac{1}{2} \cdot 4a_2 d_M v_{Aggr \varphi}^2 \cdot \frac{1}{\omega^2} = \frac{1}{2} \cdot 4a_2 d_M v_{Aggr \varphi}^2 \cdot \left(\frac{10}{n_M}\right)^2. \quad (18.37)$$

18.4.4 Anregung durch niedrige Motorordnungen

Mit den zu Beginn des Abschn. 18.4.3 erwähnten Vereinfachungen konnte das komplizierte Schwingungssystem mit den Massen für Antriebsaggregat, Aufbau und Rädern nach Abb. 18.16 auf ein System mit der alleinigen Masse des Antriebsaggregates nach Abb. 18.18 reduziert werden. Diese Vereinfachungen ergeben allerdings nur dann anwendbare Ergebnisse, wenn die Erregerfrequenzen hoch liegen, wie am Beispiel der 2. Ordnung eines 4-Takt-4-Zylinder-Reihenmotors gezeigt wurde.

Bei ungleicher Verbrennung in den einzelnen Zylindern können auch niedrigere Ordnungen auftreten. Z. B. ergibt die 0,5. Ordnung des Gasmomentes – s. 3. Spiegelpunkt im Abschn. 18.4 – bei kleiner Motordrehzahl (Leerlaufdrehzahl) eine Erregerfrequenz von 7,5 Hz. Bei einer überkritischen Anregung wäre die Aggregat-Nickeigenfrequenz – und nur um die geht es bei der Momentenanregung – nach (18.31) $v_{Aggr \varphi}/2\pi = 5,3$ Hz. Solch eine niedrige Aggregat-Eigenfrequenz beeinflusst natürlich die Bewegungen des Aufbaus (mit einer Eigenfrequenz $v_2/2\pi \approx 1,5$ Hz) und die der Räder ($v_1/2\pi = 11$ Hz). Mit anderen Worten: Es muss das Gesamtsystem nach Abb. 18.16 betrachtet werden.

Abbildung 18.21 zeigt ein Beispiel, zunächst für Anregungen mit der 2. Motorordnung, um den Anschluss zu Abschn. 18.4.3 zu gewinnen. Aufgetragen sind wie bisher als Bewertungsgrößen die Amplituden der resultierenden Lagerkraft \hat{F}_L und des resultierenden Lagermomentes \hat{M}_L über der Erregerfrequenz bzw. Motordrehzahl bei Anregung durch Massenkraft F_z , Massenmoment M_{xm} und Gasmoment M_{xg} (gleiche Verbrennungsabläufe in den einzelnen Zylindern). Parameter sind verschiedene, ungekoppelte Aggregateigenfrequenzen 6 und 12 Hz sowie hydraulische Dämpfung und Gummidämpfung.

Eine Kontrolle zeigt, dass die Größen der Asymptoten des kompletten Systems gleich denen des vereinfachten Systems nach Tab. 18.4 sind. Damit können als generelle Aussagen aus Abschn. 18.4.3.1 übernommen werden: Eine Gummidämpfung ist besser als eine hydraulische Dämpfung, und die Aggregateigenfrequenzen sollten möglichst niedrig liegen.

Bei der Amplitude des Lagermomentes \hat{M}_L , resultierend aus dem Gasmoment nach Abb. 18.11, ist der Einfluss der beiden Dämpfungen ebenfalls vorhanden, wie die Ausschnittsvergrößerung in Abb. 18.21c zeigt, absolut gesehen ist er aber gering.

Einen Unterschied zwischen dem kompletten und vereinfachten Schwingungssystem gibt es aber bezüglich der Lage der Resonanzspitze. Beim vereinfachten Schwingungssystem liegt sie bei einer ungefähren, ungekoppelten, ungedämpften Aggregateigenfrequenz $v_{Aggr \varphi}/2\pi \approx 6$ bzw. 12 Hz, beim kompletten System mit der Kopplung von Aggregat, Auf-

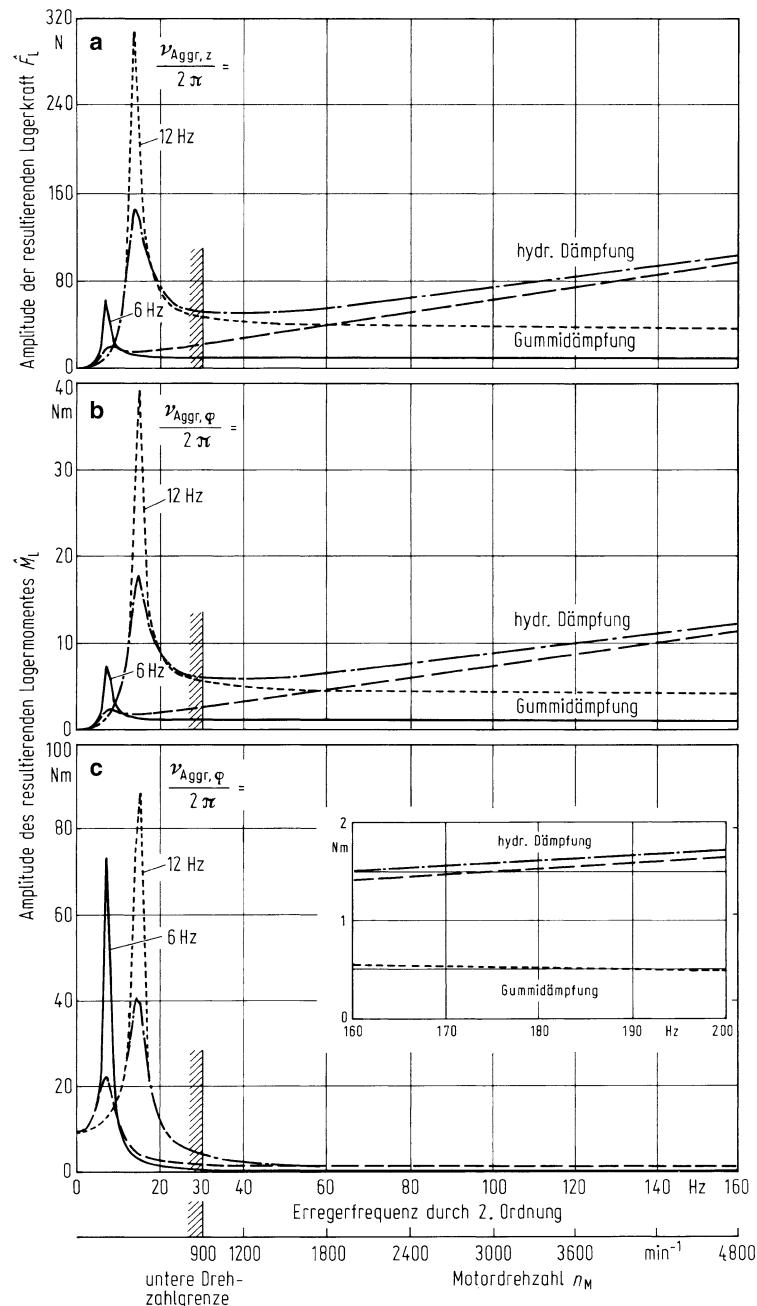


Abb. 18.21 a–c Amplitude der Lagerbelastungen über der Motordrehzahl für einen Pkw mit querliegendem 4-Takt-4-Zylinder-Reihenmotor und dem Schwingungssatzsystem nach Abb. 18.16. **a** Bei Massenkraft-, **b** bei Massenmoment-, **c** bei Gasmomentanregung bei gleichem Verbrennungsablauf in den einzelnen Zylindern (Motor- und Fahrzeugdaten s. Abb. 18.21, 18.22, 14.38, 14.39)

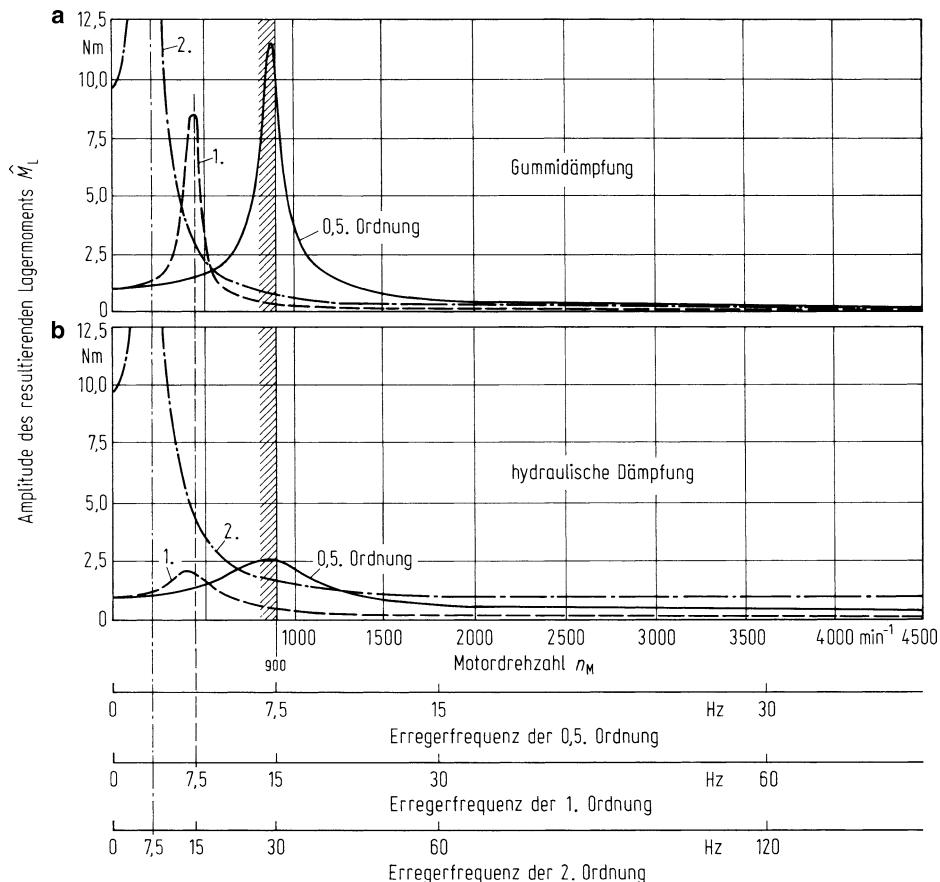


Abb. 18.22 Lagermoment bei einem Motor mit ungleichem Verbrennungsablauf in den Zylindern (s. Text) und dadurch zusätzliches Auftreten der 0,5. und 1. Ordnung neben der immer vorhandenen 2. Ordnung beim 4-Takt-4-Zylinder-Reihenmotor. Motor- und Fahrzeugdaten s. Abb. 18.21

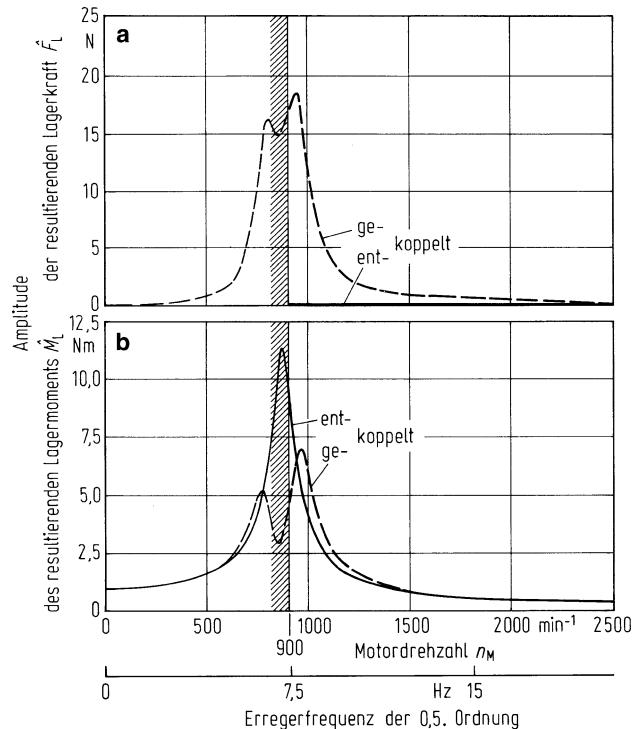
bau und Rädern liegt die Resonanzspitze höher, bei etwa 7,5 bzw. 16 Hz. (Dies wurde schon in Abschn. 14.10 bei den unebenheitserregten Aggregatschwingungen, Stuckern genannt, festgestellt.)

18.4.4.1 Gasmomentenanregung mit niedriger Ordnung, Leerlaufschütteln

Diese Verschiebung der Resonanzspitze in Richtung höherer Frequenzen ist für die Schwingungsbetrachtung bei Gasmomenten mit kleineren Ordnungen (ungleiche Verbrennungsabläufe) zu beachten.

Als Beispiel wird angenommen, dass das Gasmoment des 1. Zylinders nur 75 % von jedem der anderen drei Zylinder beträgt, wodurch nach Abb. 18.14a zusätzlich die 0,5., 1., 1,5. Ordnung – um nur die ersten drei zu nennen – auftreten. In Abb. 18.22 sind die Am-

Abb. 18.23 a, b Vergleich von ent- und gekoppeltem Aggregat-Schwingungssystem durch Gasmomentenanregung der 0,5. Ordnung. Motor- und Fahrzeugdaten siehe Abb. 18.21, für den gekoppelten Fall siehe Abb. 14.40



plituden des resultierenden Lagermomentes für diese drei dargestellt. Die Resonanzspitze von 7,5 Hz fällt ziemlich genau mit der 0,5. Ordnung bei einer minimalen Motordrehzahl $n_M = 900 \text{ min}^{-1}$, entsprechend einer Erregerfrequenz $\omega/2\pi = 0,5(n_M/60) = 7,5 \text{ Hz}$, zusammen. Dadurch ergeben sich große Anregungen für die Karosserie und für die Insassen, was man wegen der niedrigen Drehzahl oft mit „Leerlaufschütteln“ bezeichnet. Die 1. und 2. Ordnung erzeugen kleine Lagermomente, weil die Resonanzspitzen unterhalb des Drehzahlbereiches liegen.

Daraus ergeben sich neben der Vermeidung ungleicher Brennverläufe in den Zylindern die Forderungen: die Winkeleigenfrequenz $\nu_{\text{Aggr } \varphi}/2\pi$ muss noch niedriger als in dem diskutierten Beispiel gelegt werden und/oder die Dämpfung in dem niedrigen Frequenzbereich muss eine hydraulische sein, vgl. Diagramm a und b in Abb. 18.22.

18.4.4.2 Einfluss der Kopplung am Antriebsaggregat

Bei den bisherigen Beispielen waren die Hub- und Winkelbewegungen des Antriebsaggregates entkoppelt. Nun wird auch diese Annahme aus Abschn. 18.4.3, Gl. (18.23), aufgehoben.

Bei der Massenkraft- und Massenmomentanregung sind für die Karosserie die Asymptoten der resultierenden Kräfte und Momente wichtig. Deren Größe ist fast unabhängig von der Kopplung, wodurch man sich damit nicht mehr beschäftigen muss.

Anders ist es bei der Anregung durch das Gasmoment bei ungleicher Verbrennung in den einzelnen Zylindern. Hier fällt nach Abb. 18.22 die 0,5. Ordnung im Leerlaufbereich mit dem Resonanzbereich zusammen, und damit kann die Kopplung – wie beim „Stukkern“ nach Abschn. 14.10 – Auswirkungen haben.

In Abb. 18.23 sind der ent- und gekoppelte Fall miteinander verglichen. Nach Diagramm a tritt durch die Kopplung eine resultierende Lagerkraft F_L auf, während sie bei der Entkopplung Null, also günstiger ist. Beim resultierenden Lagermoment M_L hingegen bringt die Kopplung kleinere Werte. Was nun insgesamt günstiger ist, hängt vom Gesamt-Schwingungssystem ab.

18.5 Auslegung der Aggregataufhängung bei Motoranregungen

Dieser Abschnitt ist gleichzeitig eine Zusammenfassung dieses Kapitels.

18.5.1 Auslegung für Massenanregungen

Um störende Schwingungen zu reduzieren, muss erstens die Ursache der Anregungen, hier die Massenkräfte und -momente, reduziert werden. Von Einfluss sind nach den Abschn. 18.1 bis 18.3 eine Fülle von Größen, wie hin- und hergehende Massen, Kurbeltrieb, Massenausgleich, Zahl und Anordnung der Zylinder usw.

Wenn das getan ist, muss zweitens die Aufhängung des Aggregates so ausgelegt werden, dass die Wirkung der Anregungen minimiert wird. Die Massenkräfte und -momente regen die Karosserie zu Schwingungen an, die ihrerseits Geräusche verursachen und die Fahrzeuginsassen belästigen.

Im Falle der Massenanregungen ist die Minimierung relativ einfach. Die niedrigste Ordnung i_{\min} (z. B. $i_{\min} = 2$ beim 4-Zylinder-Reihenmotor oder $i_{\min} = 3$ beim 6-Zylinder-Reihenmotor) verknüpft mit der kleinsten Motordrehzahl n_{\min} führt zu Erregerfrequenzen, die eine überkritische Auslegung ermöglichen. (Die Erregerfrequenzen bei $n_{\min} = 900 \text{ min}^{-1}$ sind beim 4-Zylinder-Reihenmotor 30 Hz, beim 6-Zylinder-Reihenmotor 45 Hz.)

Überkritische Auslegung liegt vor, wenn

- 1) bei Massenkraftanregung die Hubbeigenfrequenz des Aggregates nach (18.30)

$$\frac{v_{\text{Aggr z}}/2\pi}{\text{Hz}} \leq \frac{1}{\sqrt{2}} i_{\min} \frac{1}{60} \frac{n_{\min}}{\text{min}^{-1}} \quad (18.38)$$

ist.

Zusatzinformation

Für das o. g. Beispiel beim 4-Zylinder-Reihenmotor ergibt das $v_{\text{Aggr } z}/2\pi < 21 \text{ Hz}$, s. (18.32). Beim 6-Zylinder-Reihenmotor gibt es keine Massenkraftanregung, sodass $v_{\text{Aggr } z}$ frei gewählt werden kann.

- 2) Für Massenmomentanregung gilt entsprechend für die Nick- (oder auch Wank-) Eigenfrequenz nach (18.31)

$$\frac{v_{\text{Aggr } \varphi}/2\pi}{\text{Hz}} \leq \frac{1}{\sqrt{2}} i_{\min} \frac{1}{60 \text{ min}^{-1}} \frac{n_{\text{M min}}}{n_{\text{M min}}}. \quad (18.39)$$

Zusatzinformation

Für den 4-Zylinder-Reihenmotor ergibt das wieder $v_{\text{Aggr } \varphi}/2\pi < 21 \text{ Hz}$, s. (18.32) und beim 6-Zylinder-Reihenmotor $v_{\text{Aggr } \varphi}/2\pi \leq 32 \text{ Hz}$.

- 3) Weiterhin wurde in Abschn. 18.4.3 bei der Betrachtung der Asymptoten festgestellt, dass die Amplitude der resultierenden Lagerkraft \hat{F}_L proportional $v_{\text{Aggr } z}^2$ und die des Lagermomentes \hat{M}_L proportional $v_{\text{Aggr } \varphi}^2$ ist. Das heißt, eine Verminderung der Eigenfrequenzen um 10 (20) % verringert die Lagerbelastungen um 19 (36) % und damit entsprechend die Anregungen zu Karosserieschwingungen.
 4) Nach Abschn. 18.4.3 ist für den überkritischen Bereich die Gummidämpfung gegenüber der hydraulischen besser, die Belastung steigt nicht mit der Frequenz an und ist absolut gesehen gering.

18.5.2 Auslegung bei Gasmomentenanregung

Bei gleichen Verbrennungsabläufen in den einzelnen Zylindern können die Ergebnisse nach Gl. (18.39) auch für die Auslegung bei Gasmomentenanregung übernommen werden, denn z. B. beim 4-Takt-4-Zylinder-Reihenmotor ist die niedrigste Ordnung die 2. Ordnung.

Bei ungleichen Verbrennungsabläufen ergibt sich für diesen Motor ungünstigenfalls nach Abschn. 18.2.4 als niedrigste Ordnung die 0,5. Damit wird nach (18.39) eine Nick- (oder auch Wank-) Eigenfrequenz von $v_{\text{Aggr } \varphi}/2\pi < 5,3 \text{ Hz}$ erforderlich. Durch die Kopplung mit Aufbau- und Radmasse muss der Wert noch kleiner sein. Daraus ergibt sich als weitere Auslegungsanforderung

- 5) $v_{\text{Aggr } \varphi}$ muss sehr niedrig liegen.

Wenn solch ein niedriger Wert wegen zu großer Aggregatbewegungen bei Momentenänderungen am Motor nicht verwirklicht werden kann, dann tritt bei ungleicher Verbrennung der Resonanzfall auf. In diesem Fall können die Lagermomente und damit die Anregungen für Karosserieschwingungen nur durch eine kräftige Dämpfung, also eine hydraulische Dämpfung, klein gehalten werden. Die Gummidämpfung ist für den Resonanzfall ungeeignet, für den überkritischen Fall nach Abschn. 18.5.1 geeignet. Die Lösung für die damit benannte Schwierigkeit lautet:

- 6) hydraulische Dämpfung im Resonanzfall, Gummi-Dämpfung im überkritischen Bereich, also insgesamt eine frequenzabhängige Dämpfung.

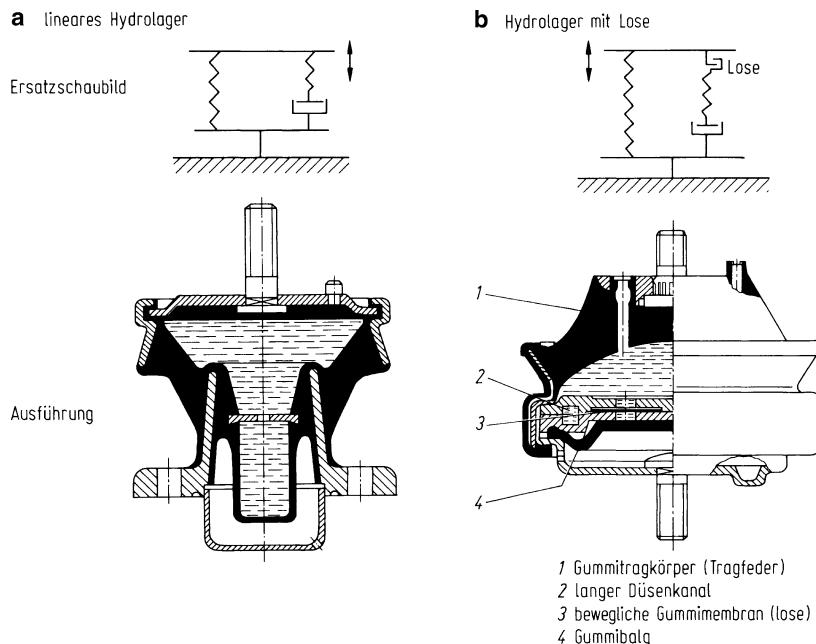


Abb. 18.24 a, b Hydrolager (aus: [HAMA85])

18.5.3 Gemeinsame Betrachtung von unebenheits- und motorerregten Schwingungen

Nach Abschn. 14.10.1 werden die Auswirkungen der Aggregatschwingungen bei unebenheitserregten Schwingungen auf den Komfort, auf das „Stucken“ besser, wenn die Aggregateigenfrequenzen hoch liegen. Bei motorerregten Schwingungen ist für den Komfort bezüglich Karosserieschwingungen und damit Innenraumakustik genau das Gegenteil der Fall, hier müssen die Eigenfrequenzen niedrig liegen. Bezuglich der Dämpfung ist beim Stucken die hydraulische besser, bei motorerregten Schwingungen – bis auf den Fall ungleicher Verbrennung bei kleinen Motordrehzahlen – die mit Gummi [DOED87]. Dass beim Stucken und bei ungleicher Verbrennung die hydraulische Dämpfung die bessere ist, liegt daran, dass in beiden Fällen Resonanzen auftreten.

Da die unebenheitserregten Schwingungen nur auf bestimmten Straßen auftreten (in Abschn. 14.10 wurden die Fugenabstände von 5 m auf Beton-Autobahnen genannt), während die motorerregten Schwingungen immer auftreten, wird man sich für die akustische Auslegung mit niedrigen Eigenfrequenzen und Gummidämpfung entscheiden.

Der Ausweg zur Erzielung guter Werte bei beiden Anregungen ist nach Abschn. 14.10.2 und 18.5.2 die frequenzabhängige Dämpfung, also eine hohe (hydraulische) bei den Eigenfrequenzen und eine niedrige (Gummi) bei höheren Erregerfrequenzen. Diese Frequenzabhängigkeit lässt sich nach Abb. 18.24a durch ein „lineares Hydrolager“ erzielen. Sein

Ersatzsystem entspricht dem Gehmann-Modell in Tab. 11.1, das dort für die Modellierung der Feder- und Dämpfereigenschaften von Gummi benutzt wurde, nur dass beim Hydrolager die Dämpfung höher als beim Gummi gewählt werden kann. Die Abhängigkeit der Dämpferkraft von der Frequenz entspricht Diagramm f in Tab. 11.1.

Beim „Hydrolager mit Lose“ nach Abb. 18.24b ist die hydraulische Dämpfung Null, wenn der Anregungsweg kleiner als die Lose ist und dadurch nur die Gummidämpfung übrig bleibt. Da meistens die Anregungen im Resonanzbereich, also beim Stuckern und bei ungleichen Verbrennungsabläufen, größer sind als bei den höherfrequenten Massenanregungen, wirkt sich die Wegabhängigkeit des Lagerelements wie eine frequenzabhängige Dämpfung aus. Ist das z. B. bei Überlagerung der Schwingungen nicht der Fall, dann gibt es keine Frequenzabhängigkeit. Weitere Verbesserungen sind durch zustandsabhängige Steuerung der Größe der Lose [BASS90] oder durch aktive Motorlager möglich [HALD93]. Diese setzen sich aber in der Praxis kaum durch.

Die einzelnen Lager der Aggregataufhängung müssen neben den Kräften aus Unebenheits- und Motorerregung noch statische und quasistatische Kräfte aufnehmen. Hierzu gehören das Eigengewicht des Antriebsaggregates, die Längskräfte beim Beschleunigen und Bremsen, die Querkräfte bei Kurvenfahrt sowie die Abstützung des aus den Fahrwiderständen entstehenden Antriebsmomentes. Ferner sind die niederfrequenten Belastungen zu berücksichtigen, die beim in Abschn. 17.2 diskutierten Ruckeln entstehen.

Dadurch wird die Abstimmung der Aggregataufhängung noch weiter erschwert. Wünschenswert wäre es, wenn die Lagerelemente jeweils nur bestimmte, definierte Anteile der Beanspruchungen aufnehmen müssten. Ein Beispiel dafür ist die „Torque-Roll-Axis“-Lagerung [KLIN96], mit der sich die Auswirkungen des Leerlaufschüttelns beim weitverbreiteten 4-Zylinder-4-Takt-Reihenmotor verbessern lassen, s. Abschn. 18.4.4.1.

Literatur

- [BASS90] Basshuysen, R.V.; Kuipers, G.; Hollerweger, H.: Audi 100 mit TDI-Motor, ATZ 92 (1990) Heft 1, S. 14–21
- [BREU13] Breuer, B; Bill, K.H. (Hrsg.): Bremsenhandbuch, 4. Aufl., Springer-Vieweg, Wiesbaden, 2013
- [DOED87] Dödlbacher, G.: Einfluss der elastischen Motorlagerung auf den Schwingungskomfort im Pkw, Automobil Industrie 32 (1987), S. 449–455
- [HALD93] Haldenwanger, H.-G.; Klose, P.: Schwingungsisolation und -kompensation durch piezokeramisch aktivierte Motorlagerungen, ATZ 95 (1993) Heft 4, S. 174–179
- [KLIN96] Klingner, B.: Einfluss der Motorlagerung auf Schwingungskomfort und Geräuschanregung im Kraftfahrzeug, Diss. TU Braunschweig 1996
- [MITS87] Mitschke, M.; Szöke, D.: Motorschwingungen-Karosserieschwingungen-Akustik, VDI-Tagung: „Tendenzen im modernen Karosseriebau“, VDI-Berichte Nr. 665 (1987). Düsseldorf: VDI-Verlag
- [URLA95] Urlaub, A.: Verbrennungsmotoren. 2. Auflage, Berlin, Heidelberg, New York: Springer Verlag 1995

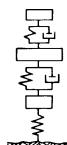
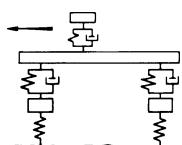
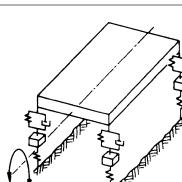
Weiterführende Literatur

- [HAMA85] Hamaekers, A.: Entkoppelte Hydrolager als Lösung des Zielkonflikts bei der Auslegung von Motorlagern, Automobil Industrie 30 (1985) Heft 5, S. 541–547
- [HEIS13] Heißing, B.; Ersoy, M.; Gies, S. (Hrsg.): Fahrwerkhandbuch, 4. Auflage, Springer-Vieweg, Wiesbaden 2013
- [MAAS81] Maass, H.; Klier, H.: Kräfte, Momente und deren Ausgleich in der Verbrennungskraftmaschine. Wien, New York: Springer Verlag 1981
- [PFEF13] Pfeffer, P.; Harrer, M. (Hrsg.): Lenkungshandbuch, 2. Aufl., Springer-Vieweg, Wiesbaden, 2013

Zusammenfassung von Teil III

In acht Kapiteln wird der Einfluss externer Anregung (Unebenheit) und interner Anregungen (Rad-Reifen, Motor) auf die Schwingungen von Kraftfahrzeugen behandelt. Zum Schluss dieses Teiles wird anhand der folgenden Tabelle eine Übersicht über seinen Inhalt gegeben.

In der zweiten Spalte wird das „Ziel“ der einzelnen Kapitel genannt. Dann folgen die drei Blöcke „Fahrzeug“, „Anregung“ und „Fahrgeschwindigkeit“, die die Größe der Schwingungen bestimmen. In der dritten Spalte sind die Schwingungssysteme skizziert, in der nächsten wird angegeben, in welchem Abschnitt die Bewegungsgleichungen zu finden sind. In der fünften Spalte steht das Wichtigste, denn hier wird gesagt, wo die folgenden Fragen beantwortet werden: Wie müssen die Fahrzeuge schwingungstechnisch ausgelegt werden? Welche Kompromisse müssen eingegangen werden? In den angegebenen Abschnitten sind die Ergebnisse der jeweiligen Kapitel zusammengefasst. Von dort aus kann man zurückblätternd detailliertere Auskunft bekommen. Weitere Hinweise sind über das Sachverzeichnis zu finden.

Kap.	Ziel	Fahrzeug			Anregung		Fahrge- schwindig- keit
		Schwingungssystem	Bewegungs- gleichung	Ergebnisse	Art	Beschrei- bung/ Ereignis	
1	2	3	4	5	6	7	8
11	Einführung, fz.techn. Anwen- dungen		–	–	Motor Rad- Reifen Uneben- heit	Abschn. 11.2.2.2 11.3.1 11.2.2.3 11.3.1 11.2.2.1 11.3-11.5	–
	„Ungef.“ Kfz	–	–	Abschn. 11.2.3	–	–	–
	Sitz	–	–	Abschn. 11.2.4	–	–	–
12	Zusammen- stellung von Beurteilungsmaß- stäben	–	–	Abschn. 12.1-12.3	–	–	–
13	Kraftfahrzeug, reine Hub- schwingungen		Abschn. 13.1	Abschn. 13.11	Unebenheit Einpunkt- Unebenheit	Abschn. 13.3, 13.11	Abschn. 13.3, 13.11
	geregelte Fahrwerke	–	–	Abschn. 13.13	–	–	–
14	Kraftfahrzeug, Hub- und Nick- schwingungen		Abschn. 14.1	Abschn. 14.11	Einspur- Uneben- heit	Gln. (14.7)- (14.13)	Abschn. 14.3, 14.5.3
	Bremsnicken „Stuckern“	Abb. 14.31 Abb. 14.37	Abschn. 14.9 Abschn. 14.10	Abschn. 14.9 Abschn. 14.10, 18.5.3	Bremsen Uneben- heit	–	Abschn. 14.10
15	Kraftfahrzeug, hauptsächlich Wank- schwingungen		Abschn. 15.1	Abschn. 16.5	Zweispur- Uneben- heit	Abschn. 15.4	Abschn. 15.4.4

Kap.	Ziel	Fahrzeug			Anregung			Fahrge- schwindig- keit
		Schwingungssystem	Bewegungs- gleichung	Ergebnisse	Art	Beschrei- bung/ Ereignis		
1	2	3	4	5	6	7	8	
16	Radaufhängung	Einfluss von Lenker- massen, Gummilager, Spurverschiebung	Abschn. 16.1–16.4	Abschn. 16.5	Unebenheit	–	–	
17	Kraftfahrzeug	Abb. 17.3	Abschn. 17.1.2	Abschn. 17.1.2	Unebenheit	Abschn. 17.1.1	Abschn. 17.1.1	
	Längs- schwingungen	„Ruckeln“ Abb. 17.6	Abschn. 17.2.1	Abschn. 17.2.2– 17.2.4	Motor	–	–	
18	Motorerregte Schwingungen	Abb. 18.16	Abschn. 18.4.1	Abschn. 18.5	Motor	Abschn. 18.1–18.3	Abb. 18.11	

Teil IV

Fahrverhalten

Nach Abschn. 1.2 wurde die Gesamtheit der Fahreigenschaften von Kraftfahrzeugen zweckmäßigerweise in Einzelprobleme aufgeteilt und nach Hauptkoordinatenrichtungen ausgerichtet. Nach „Teil II: Antrieb und Bremsung“, hauptsächlich x -Richtung (= Fahrtrichtung oder auch Längsdynamik genannt), und nach „Teil III: Schwingungen“, hauptsächlich in z -Richtung (deshalb häufig Vertikaldynamik genannt), wird nun in „Teil IV: Fahrverhalten“ die Bewegung in y -Richtung (Querdynamik) behandelt. Sie ist stark gekoppelt mit der Winkelgeschwindigkeit um die Hochachse, der sog. Giergeschwindigkeit ψ , und etwas schwächer mit der Winkelbewegung um die Längsachse, der Wankbewegung κ . Diese werden angeregt durch die Lenkradbewegung δ_L oder durch externe Störungen (z. B. Seitenwind).

Das *Fahrverhalten eines Kraftfahrzeugs* ist die Reaktion des Fahrzeugs auf das Lenken des Fahrers, auf das Beschleunigen und Verzögern über Fahr- und Bremspedal während der Kurvenfahrt und auf äußere Störungen.

Die Auslegung und Bewertung des Fahrverhaltens von Fahrzeugen erfolgt zum großen Teil durch Vergleich von simulierten bzw. realen Verkehrssituationen und durch subjektive Urteile der Versuchingenieure. Dabei werden Bewertungskriterien verwendet, die sich etwa folgendermaßen beschreiben lassen:

Das Fahrzeug

- muss leicht kontrollierbar sein (darf den Fahrer nicht überfordern),
- darf den Fahrer auch bei Störungen nicht überraschen,
- muss die Fahrgrenzen deutlich erkennen lassen und
- Änderungen des Fahrverhaltens z. B. durch Beladung, Bereifung oder auf verschiedenen Fahrbahnen sollen möglichst klein sein.

Diese Forderungen werden häufig in dem Begriff „handling“ zusammengefasst, und man subsummiert darunter alle wichtigen querdynamischen Eigenschaften eines Kraftfahrzeugs. Es hat ein gutes „handling“, wenn es für den Fahrer sowohl bei normaler Fahrt

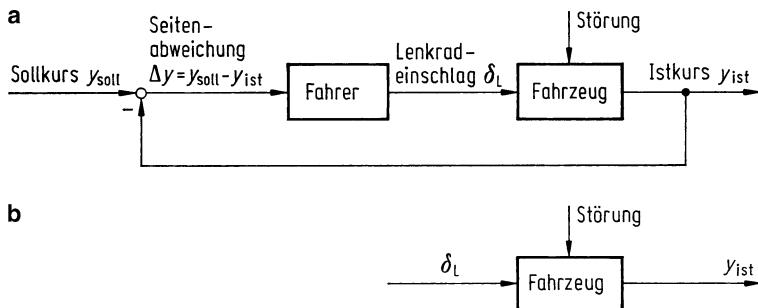


Abb. 19.1 a Vereinfachter Regelkreis Fahrer-Kraftfahrzeug; b Teilsystem für das Kraftfahrzeug

als auch besonders in kritischen Situationen beherrschbar bleibt. Die normale, also unfallfreie Fahrt kann man – um die Begriffe aus Teil III „Schwingungen“ zu übernehmen – dem „Komfort“ zurechnen, die kritische, also unfallträchtige Situation der „Sicherheit“, genauer gesagt der „aktiven Sicherheit“ mit dem Ziel der Verringerung der Unfallzahlen.

Aus den o. g. Kriterien – der Fahrer soll nicht überfordert und überrascht werden, er soll Fahrgrenzen erkennen und kritische Situationen beherrschen – ergibt sich, dass das Kraftfahrzeug dem Fahrer angepasst werden muss, oder anders ausgedrückt, Fahrer und Fahrzeug müssen gemeinsam als Regelkreis betrachtet werden. Im Versuch geschieht das schon immer (denn Fahrer beurteilen schließlich das Fahrzeug), in der Theorie hingegen selten. In Abb. 19.1a ist der Regelkreis vereinfacht dargestellt: Das Fahrzeug soll auf einem Sollkurs y_{soll} entlangfahren, in Wirklichkeit fährt es auf einem Istkurs y_{ist} . Auf die Seitenabweichung $\Delta y = y_{\text{soll}} - y_{\text{ist}}$ reagiert der Fahrer mit einem Lenkradeinschlag δ_L , sodass sich ein neuer Istkurs y_{ist} und eine neue – hoffentlich kleinere – Seitenabweichung Δy einstellt. Gleichzeitig wirkt auf das Kraftfahrzeug noch eine Störung, z. B. Seitenwind, ein.

Um den Regelkreis theoretisch beurteilen zu können, müssen die Blöcke „Fahrer“ und „Kraftfahrzeug“ in Gleichungsform vorliegen, und erst dann kann man versuchen, die obige Forderung zu verwirklichen, nämlich das Fahrzeug dem Fahrer anzupassen. Nun zeigt sich aber aus den bisherigen Arbeiten mit dem Regelkreis Fahrer-Fahrzeug, dass die Fahrer in der Lage sind, sich den verschiedenen Fahrzeugen und den verschiedenen Fahrsituationen (z. B. Einparken mit mehreren Lenkradumdrehungen oder Geradeausfahrt bei hoher Fahrgeschwindigkeit mit nur wenigen Winkelgraden oder Winkelminuten Einschlag am Lenkrad) anzupassen, zumindest in der normalen, unfallfreien Fahrsituation. Das heißt, die Gleichungen für den Fahrer sehen in den verschiedenen Situationen verschieden aus. Abgesehen davon gibt es *den* Fahrer nicht. Aus diesem Grund lohnt es sich eigentlich kaum, sich mit dem Regelkreis Fahrer-Fahrzeug-Normalsituation zu befassen. Anders sieht es aus mit dem Regelkreis Fahrer-Fahrzeug-kritische Situation, weil der Fahrer in diesen unfallträchtigen Situationen nicht mehr die Zeit hat, sich anzupassen. Aus dem Zusammenwirken von Fahrer-Fahrzeug bei normaler Fahrt lassen sich allerdings bereits grundsätzliche Aussagen machen, die für Fahrzeugauslegungen interessant sind. Darauf wird in den Kap. 24 und 25 noch eingegangen.

Da über den Fahrer in kritischen Situationen wenig bekannt ist, wird das Kraftfahrzeug meistens allein betrachtet. Die Arbeit ist damit nicht vergeblich, da man seine Eigenschaften ohnehin kennen muss. Allerdings kann man diese Eigenschaften bei isolierter Betrachtung des Kraftfahrzeugs zunächst nicht bewerten. Man hilft sich mit Erfahrungswerten und Vergleichsversuchen, mit sog. Subjektivurteilen.

Das Teilsystem Fahrzeug aus dem Regelkreis zeigt Abb. 19.1b. Es werden am Kraftfahrzeug nur der Eingang δ_L , die Störung und der Ausgang, z. B. y_{ist} , betrachtet. Es hat sich eingebürgert, bei $\delta_L = \text{const}$, speziell bei $\delta_L = 0$ von *fixed control* (festgehaltenes Lenkrad) zu sprechen. Es gibt noch eine andere, mit *free control* bezeichnete Möglichkeit, das Kraftfahrzeug ohne den Fahrer zu betrachten, indem das Lenkrad z. B. am Ausgang einer Kurve losgelassen und das Verhalten des Kraftfahrzeugs betrachtet wird. Neben den oben angedeuteten Situationen gibt es noch eine Fülle von anderen. Abbildung 19.2 gibt einen Überblick über diese Fahrsituationen, die teilweise genormt sind.

Dabei wird das Fahrverhalten von Fahrzeugen meistens nicht in Normalsituationen geprüft, die bei üblicher Fahrt mit durchschnittlichen Fahrern auftreten, sondern es werden bewusst kritische Situationen erzeugt, die zu Unfällen führen können. Die Aufgabe dieser Tests ist es, das Fahrverhalten so zu verbessern, dass Unfälle vermieden werden. Für den Fahrer sind dabei sowohl ein angemessenes Informationsangebot als auch ausgewogene Anforderungen an seine Motorik und Sensorik von Bedeutung. Wird er zu wenig gefordert, so verhält er sich wie ein Ermüdeter (day-dreaming), bei Überforderung schaltet er ab.

Neben dem „handling“ des Fahrzeuges in kritischen Situationen darf nicht das in Normalsituationen – falls Unterschiede bestehen – vergessen werden, denn schwere Unfälle kommen erfreulicherweise nur sehr, sehr selten vor, nur einen Verkehrsverletzen pro 1,2 Millionen gefahrene km.¹

Teil IV ist wie folgt gegliedert:

In Kap. 20 wird das einfache, linearisierte Einspurmodell eingeführt und mit Hilfe von Gleichungen beschrieben. Anwendungen mit konstanter Fahrgeschwindigkeit werden in Kap. 21 behandelt. Die bei Kreisfahrt herrschenden Bedingungen für die verschiedenen Freiheitsgrade werden abgeleitet und tabellarisch dargestellt. Daraus lassen sich objektive Fahrzeug-Kenngrößen und Subjektivurteile gewinnen.

In Kap. 22 wird das dynamische Fahrzeugverhalten des Einspurmodells besprochen. Hier treten Eigenfrequenzen, Dämpfungen und Stabilitäten in den Vordergrund. Damit in Zusammenhang steht das Lenkverhalten der Fahrzeuge. Sprungantworten und Lenkwinkelrampen sowie sinusförmige Lenkwinkel eingaben (zur Ermittlung von Frequenzgängen) dienen als Fahrzeuganregungen. Ausschwingen des Fahrzeuges beim Loslassen des Lenks

¹ Errechnet aus „Verkehr in Zahlen“ 2007/2008, 36. Jahrgang, Bundesministerium für Verkehr. Für die Bundesrepublik Deutschland gelten für 2006 folgende Zahlen: 42,3 Mill. Pkw und Kombi mit einer durchschnittlichen Fahrstrecke von 12.600 km/a, 5361 Verkehrstoten/a, 433.300 Verkehrsverletzte/a. Das ergibt in einem Jahr 995,2 Millionen km pro Verkehrstoten und 1,2 Millionen km pro Verletzten.

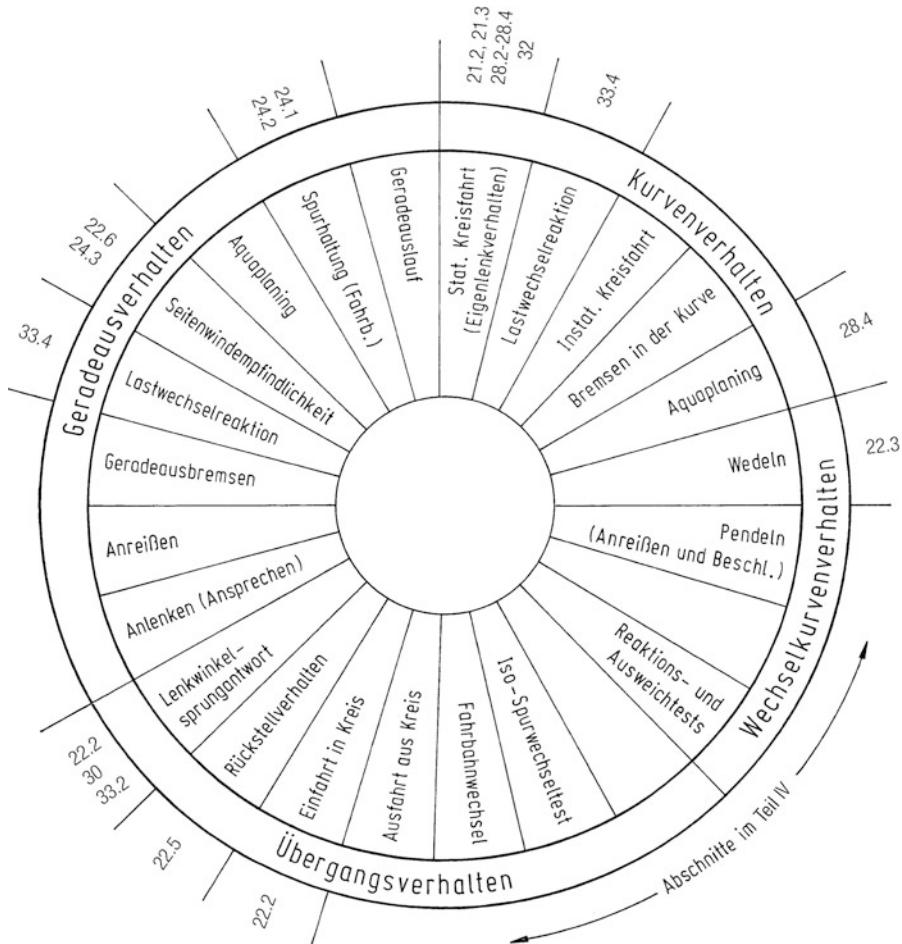


Abb. 19.2 Prüfverfahren zum Fahrverhalten, geordnet nach Haupt-Fahrsituationen [ROEN77, ZOMO97]

rades sowie das Verhalten bei Seitenwindstörungen werden ebenfalls behandelt. Aus den Fahrzuständen lassen sich Fahrzeugbewertungen ableiten bzw. konstruktive Hinweise für die Fahrzeugkonstruktion entnehmen.

In Kap. 23 wird mit der Behandlung des Regelkreises Fahrer-Fahrzeug begonnen. Das Fahrerverhalten wird mathematisch beschrieben. Die Anwendungen des Regelkreises auf die Querdynamik finden in Kap. 24 statt, die auf die Längsdynamik in Kap. 25. Möglichkeiten des Fahrers, sich an das Fahrzeug anzupassen bzw. das Fahrzeug so auszulegen, dass es einfach zu fahren ist, sind in beiden Kapiteln behandelte Gesichtspunkte. Die in Kap. 21 besprochenen Subjektivurteile bzw. objektiven Fahrzeugkenngrößen werden bei der Behandlung des Regelkreises Fahrer-Fahrzeug besser verständlich.

In Kap. 26 wird als Erweiterung des Regelkreises Fahrer-Fahrzeug auf das wichtige Fahrrerassistenzsystem „Fahrdynamikregelung“ eingegangen. Es zeigt die enge Verbindung zum Einspurmodell.

In den folgenden Kapiteln wird dann wieder nur das Fahrzeug allein behandelt. In Kap. 27 werden die Bewegungsgleichungen angegeben, die in Kap. 28 wieder auf Kreisfahrt mit konstanter Fahrgeschwindigkeit angewendet werden. Dabei werden verschiedene Antriebsarten und ihre Auswirkungen auf das Fahrverhalten diskutiert, insbesondere bei Fahrt auf Fahrbahnen mit verschiedenen Griffigkeiten.

In Kap. 29 geht es darum, den nichtlinearen Reifenbereich zu betrachten. Dazu werden quasilineare Näherungen eingeführt, die die Verbindung zwischen linearer und nichtlinearer Theorie herstellen und für den nichtlinearen Fall Stabilitätsgrenzen beschreiben.

Die Anwendungen im nichtlinearen Fahrbereich (Fzg-SP noch auf der Fahrbahn) werden in Kap. 30 besprochen. Verschiedene Antriebe und Fahrbahnoberflächen sind die behandelten Parameter.

In Kap. 31 wird der Fahrzeugschwerpunkt auf seine reale Höhe angehoben und in Kap. 32 und 33 werden die Radlaständerungen sowie das Wanken während der Fahrt berücksichtigt. Außerdem werden verschiedene Achsen und ihre Kinematiken besprochen. Die Lenkung wird in Kap. 32 in mehreren Abschnitten behandelt, auch die Möglichkeit von „Steer by Wire“.

Während in Kap. 32 vor allem stationäre Fahrzustände betrachtet werden, widmet sich Kap. 33 der instationären Fahrt. Dabei geht es zusätzlich um Wanken, Lastwechselverhalten, Torque Vectoring und Allradlenkung. Diese Systeme haben alle große Einflüsse auf das instationäre Fahrzeugverhalten. Die Abb. 19.2 verdeutlicht, dass sowohl das stationäre als auch das instationäre Fahrzeugverhalten in speziellen Fahrversuchen untersucht wird. Die äußeren Zahlen in Abb. 19.2 verweisen auf die Kapitel oder Abschnitte, in denen diese Fahrzustände bearbeitet werden.

Literatur

- [ROEN77] Rönitz, R.; Braess, H.-H.; Zomotor, A.: Verfahren und Kriterien zur Bewertung des Fahrverhaltens von Personenkraftwagen, Automobil-Industrie 22 (1977) Heft 1, S. 29–39 und 22 (1977) Heft 3, S. 39–48
- [ZOMO97] Zomotor, A.; Braess, H.-H.; Rönitz, R.: Verfahren und Kriterien zur Bewertung des Fahrverhaltens von Personenkraftwagen – Ein Rückblick auf die letzten 20 Jahre, ATZ 99 (1997), S. 780–786, ATZ 100 (1998), S. 236–243

Weiterführende Literatur

- [BREU13] Breuer, B; Bill, K.H. (Hrsg.): Bremsenhandbuch, 4. Aufl., Springer-Vieweg, Wiesbaden, 2013

- [HEIS13] Heißing, B.; Ersoy, M.; Gies, S. (Hrsg.): Fahrwerkhandbuch, 4. Aufl., Springer-Vieweg, Wiesbaden, 2013
- [PFEF13] Pfeffer, P.; Harrer, M. (Hrsg.): Lenkungshandbuch, 2. Aufl., Springer-Vieweg, Wiesbaden, 2013
- [SCHU13] Schütz, T. (Hrsg.): Hucho-Aerodynamik des Automobils, 6. Aufl., Springer-Vieweg, Wiesbaden, 2013

Lineares Einspurmodell, objektive Kenngrößen, Subjektivurteile 20

Dieses Kapitel dient zur Einführung in das komplizierte Gebiet des Fahrverhaltens. Um den Einblick zu erleichtern, wird ein theoretisches Fahrzeugmodell mit im Wesentlichen zwei vereinfachenden Annahmen vorausgesetzt:

1. Der Schwerpunkt des Fahrzeugs liegt in Fahrbahnhöhe. Damit verändert z. B. die im Schwerpunkt angreifende Zentrifugalkraft nicht die Radlasten. (Die zusätzliche Belastung der kurvenäußerer und die Entlastung der kurveninneren Räder wird vernachlässigt). Außerdem soll kein Wanken auftreten.
2. Es liegt ein lineares System vor, das heißt z. B., die Reifenseitenkraft ist proportional dem Schräglauwinkel, oder die seitliche Luftkraft ist proportional dem Anströmwinkel.

Mit diesen Vereinfachungen kann das Fahrverhalten eines Fahrzeugs nur in Normalsituationen beschrieben werden (nicht für Fahrten an der Kraftschlussgrenze), dennoch ist diese Einführung wichtig für das Verständnis.

Seit einigen Jahren wird dieses einfache Einspurmodell bei modernen Fahrzeugregelungen auch in der Praxis angewendet. Mit inzwischen preiswerten Sensoren kann man z. B. den Lenkradeinschlagwinkel δ_L und die Gierwinkelgeschwindigkeit $\dot{\psi}_{\text{Meß}}$ messen, zeitlich parallel in einem Rechner zu dem gemessenen δ_L , das aus dem o. g. Modell theoretische $\dot{\psi}_{\text{Theorie}}$ bestimmen und mit $\dot{\psi}_{\text{Meß}}$ vergleichen.

Bei einer Differenz $\dot{\psi}_{\text{Theorie}} - \dot{\psi}_{\text{Meß}}$ wird zum einen die Fahrgeschwindigkeit reduziert (Gaswegnehmen), zum anderen wird durch ein Moment um die Hochachse, das durch Bremsen an nur einem Rad erzeugt wird (es muss aber der Situation entsprechend das richtige sein, was aus dem Vergleich von Messung und Simulation aber bestimmt werden kann), das Fahrzeug in die gewünschte Lage gedreht (s. Abschn. 26.1 „Fahrdynamikregelung (ESP)“).

Parallel zur Theorie werden sog. objektive Kenngrößen wie Unter-/Übersteuern, Stabilität, Peak-Response-Time usw. definiert und sog. Subjektivurteile vorgestellt, die die Güte eines Fahrzeugs kennzeichnen.

20.1 Bewegungsgleichungen eines zweiachsigen Kraftfahrzeugs

Abbildung 20.1a zeigt das ebene Modell eines zweiachsigen, vierrädrigen Kraftfahrzeugs, dessen Schwerpunkt in Fahrbahnhöhe liegt. Damit sind – wie oben gesagt – die Radlaständerungen an den Achsen zu vernachlässigen; die Räder an Vorder- und Hinterachse werden durch je ein Einzelrad ersetzt, das Fahrzeug schrumpft zum sog. Einspurmodell. Die Geschwindigkeit $v_{SP} = v$ des Schwerpunkts SP ist tangential zur Bahnkurve gerichtet, ebenso die Tangentialbeschleunigung \dot{v} , während die Zentripetalbeschleunigung v^2/ρ zum Krümmungsmittelpunkt M der Bahnkurve hin zeigt. Der Abstand $\overline{M\,SP}$ ist der Krümmungsradius ρ der Bahnkurve. Den Winkel zwischen v und der Fahrzeugmittellinie nennt man Schwimmwinkel β ; das Fahrzeug hat sich gegenüber dem ortsfesten Koordinatensystem x_0, y_0 um den Gierwinkel ψ gedreht, und der Winkel zwischen v und der Parallelen zu x_0 wird ohne eigenes Formelzeichen mit

$$\text{Kurswinkel} = \beta + \psi \quad (20.1)$$

bezeichnet.

In Abb. 20.1b sind die Kräfte am Kraftfahrzeug eingezeichnet. F_{xV} und F_{xH} – in Richtung der Räder zeigend – sind die Umfangskräfte vorn und hinten, F_{yV} und F_{yH} – senkrecht auf die Räder wirkend – sind die Seitenkräfte (s. Abschn. 2.3.1). Im Druckmittelpunkt DP , dessen Abstand zum SP mit e_{SP} bezeichnet wird, greift die seitliche Luftkraft F_{Ly} an (s. Abschn. 3.4), wenn der Wind etwa in Richtung der y_0 -Richtung bläst, und der Luftwiderstand ist F_{Lx} .

Die Bewegungsgleichungen lauten mit der Masse des Kraftfahrzeugs m , dem Trägheitsmoment um die durch den SP gehende Hochachse J_z und dem Vorderradeinschlagwinkel δ_V

- Kräftegleichgewicht in Fahrzeulgängsrichtung

$$m \frac{v^2}{\rho} \sin \beta - m \dot{v} \cos \beta + F_{xH} - F_{Lx} + F_{xV} \cos \delta_V - F_{yV} \sin \delta_V = 0, \quad (20.2)$$

- Kräftegleichgewicht senkrecht zur Fahrzeulgängsrichtung

$$m \frac{v^2}{\rho} \cos \beta + m \dot{v} \sin \beta - F_{yH} - F_{Ly} - F_{xV} \sin \delta_V - F_{yV} \cos \delta_V = 0, \quad (20.3)$$

- Momentengleichgewicht um SP

$$J_z \ddot{\psi} - (F_{yV} \cos \delta_V + F_{xV} \sin \delta_V) l_V + F_{yH} l_H - F_{Ly} e_{SP} = 0. \quad (20.4)$$

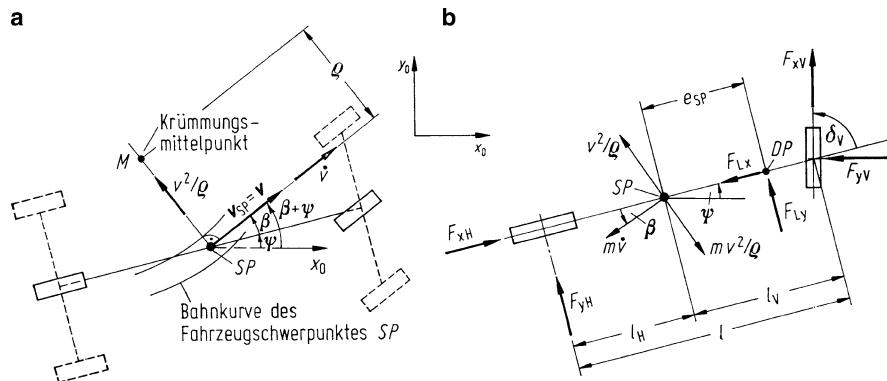


Abb. 20.1 Kinematische Größen (a) und Kräfte (b) an einem Einspurmodell

Hinzu kommen noch die Achslasten für das ebene Modell

$$\text{vorn} \quad F_{zV} = G \frac{l_H}{l} - F_{LzV} \quad (20.5)$$

$$\text{hinten} \quad F_{zH} = G \frac{l_V}{l} - F_{LzH}$$

mit dem Fahrzeuggewicht $G = mg$ und den Auftriebskräften an Vorder- und Hinterachse F_{LzV} und F_{LzH} (s. Abschn. 3.3).

20.1.1 Krümmungsmittelpunkt und Momentanpol

Nach Abb. 20.1a bewegt sich der Schwerpunkt SP um den Krümmungsmittelpunkt M , das gesamte Fahrzeug dreht sich im allgemeinen Fall hingegen nicht um M , sondern um einen sog. Momentanpol MP . Der Unterschied soll im Folgenden erläutert werden.

Nach Abb. 20.2a bewegt sich das Fahrzeug innerhalb des Zeitelements dt von der ausgestreckten zur gestrichelt gezeichneten Lage, und zwar verschiebt sich ein bestimmter Punkt P_1 um $d\mu$ translatorisch, und das Fahrzeug dreht sich außerdem mit dem Winkel $d\psi$ um die durch P_1 gehende Hochachse. Beide Bewegungen kann man als alleinige Drehung um einen ausgezeichneten Punkt auffassen, den man als momentanen Drehpol oder Momentanpol MP bezeichnet.

Wenn in zwei Punkten P_1 und P_2 die Geschwindigkeitsrichtungen bekannt sind, dann erhält man die Lage des Momentanpols MP im Schnittpunkt der Senkrechten auf den Geschwindigkeiten (Abb. 20.2b). Der Schwenkradius ρ_P zum Momentanpol errechnet sich aus der Winkelgeschwindigkeit $\dot{\psi}$ des Fahrzeugs um die Hochachse (ψ beschreibt nach Abb. 20.2 die Schwenkung der fahrzeugfesten x - gegenüber der raumfesten x_0 -

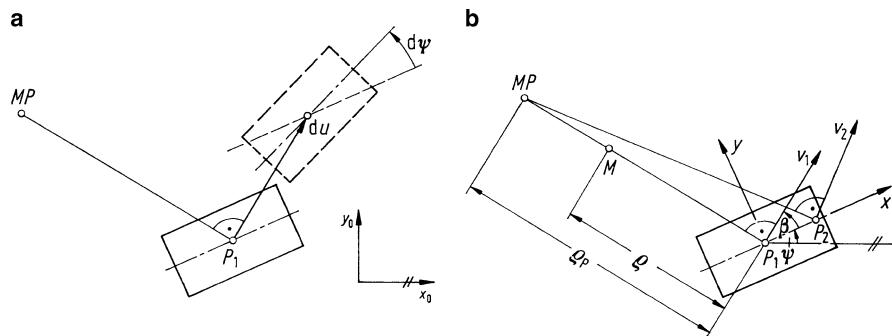


Abb. 20.2 a Schwenkung des Fahrzeugs im Grundriss um den Momentanpol MP ; b zur Erklärung der unterschiedlichen Lage von dem Momentanpol MP des Fahrzeugs und von dem Krümmungsmittelpunkt M der Bahnkurve des Fahrzeugpunkts P_1

Koordinatenachse) zu

$$\rho_P = v_1 / \dot{\psi}. \quad (20.6)$$

Dieser Schwenkradius ist wohl zu unterscheiden vom Krümmungsradius ρ . Er errechnet sich, wie später anhand von (20.15) gezeigt wird zu

$$\rho = v_1 / (\dot{\psi} + \dot{\beta}). \quad (20.7)$$

Das heißt, der Schwenkhaltmesser ρ_P des Fahrzeugs um den Momentanpol MP und der Krümmungshaltmesser ρ um den Kurvenmittelpunkt M der Bahnkurve sind dann verschieden, wenn sich der Schwimmwinkel β mit der Zeit ändert.

Zusatzinformation

Um den Unterschied zu verdeutlichen, werden drei Spezialfälle erwähnt:

a) $\rho_P = \rho \rightarrow \dot{\beta} = 0, \beta = \text{const.}$

Das Fahrzeug bewegt sich stationär auf einem Kreisbogen.

b) $\rho = \infty \rightarrow \dot{\psi} + \dot{\beta} = 0, \dot{\psi} = -\dot{\beta}.$

Ein Punkt des Fahrzeugs, z. B. Punkt P_1 in Abb. 20.2a, bewegt sich auf einer Geraden, und das Fahrzeug schwenkt zugleich um P_1 . Dann dreht es mit dem Radius $\rho_P = v_1 / \dot{\beta} = v_1 / \dot{\psi}$ um einen Momentanpol.

c) $\rho_P = \infty \rightarrow \dot{\psi} = 0.$

Das Fahrzeug schwenkt nicht, sondern bewegt sich parallel zur Ausgangslage, wobei sich dennoch die Richtung von v_1 ändern kann. Dabei wird $\rho = v_1 / \dot{\beta}$.

20.2 Lenkungseigenschaften

Im Folgenden werden hier für die Lenkung nur die wichtigsten Eigenschaften erläutert. Weitere Angaben folgen in dem Abschn. 32.11.

In Abb. 20.1b, anhand dessen die Bewegungsgleichungen aufgestellt wurden, ist der Vorderradeinschlagwinkel δ_V eingezeichnet. Dieser ist für den Fahrer unmittelbar nicht wichtig, denn er betätigt das Lenkrad um den Winkel δ_L . Im Folgenden muss deshalb eine Beziehung zwischen δ_V und δ_L hergestellt werden.¹

Dazu ist in Abb. 20.3 das vereinfachte Schema einer Achsschenkelvorderradlenkung mit Lenkrad, Lenkgetriebe, Lenkgestänge, Lenkachse und den Rädern gezeichnet. Der Abstand von Radmitte zum Durchstoßpunkt der Lenkachse in die Fahrbahn besteht einmal aus dem Lenkradius r_L und in der Seitenansicht aus dem konstruktiven Nachlauf n_K . Mit den Seitenkräften am linken (l) und rechten (r) vorderen (V) Rad (Umfangskräfte vernachlässigt) und dem Reifennachlauf n_R (s. Abschn. 2.3.1) ergibt sich ein Moment am lenkgestängeseitigen Eingang des Lenkgetriebes von

$$M_L^* = (F_{yVl} + F_{yVr})(n_K + n_R). \quad (20.8)$$

Das vom Fahrer aufzubringende bzw. zu haltende Moment beträgt mit der gesamten Lenkübersetzung i_L von Lenkgetriebe und Lenkgestänge und mit der Lenkungsverstärkung V_L bei vorhandener Hilfskraftlenkung

$$M_L = \frac{M_L^*}{i_L V_L}. \quad (20.9)$$

M_L^* lässt sich auch über δ_L , δ_V und die Lenkungssteifigkeit C_L ausdrücken. Diese ist über das Lenkgestänge, das Lenkgetriebe, dessen Befestigung an der Karosserie und über die Lenkrolle verteilt, wurde aber in Abb. 20.3 nur durch eine einzige Ersatzfeder dargestellt. Bei einer proportionalen Beziehung wird

$$M_L^* = C_L(\delta_L^* - \delta_V), \quad (20.10)$$

dabei wurde als „bezogener Lenkradeinschlagwinkel“ δ_L^* der Winkel des Lenkstockhebels

$$\delta_L^* = \frac{\delta_L}{i_L} \quad (20.11)$$

eingeführt.

Damit ist die gesuchte Beziehung zwischen δ_L und δ_V gefunden:

$$\frac{\delta_L}{i_L} = \delta_L^* = \delta_V + \frac{M_L^*}{C_L} = \delta_V + \frac{(F_{yVl} + F_{yVr})(n_K + n_R)}{C_L}. \quad (20.12)$$

In Tab. 20.1 sind einige wichtige Lenkungsdaten zusammengestellt.

¹ Im Englischen wird der Lenkradwinkel meistens mit δ_H bezeichnet. Der Index H steht für „hand“. Dies musste hier entfallen, da im Deutschen H für „hinten“ steht.

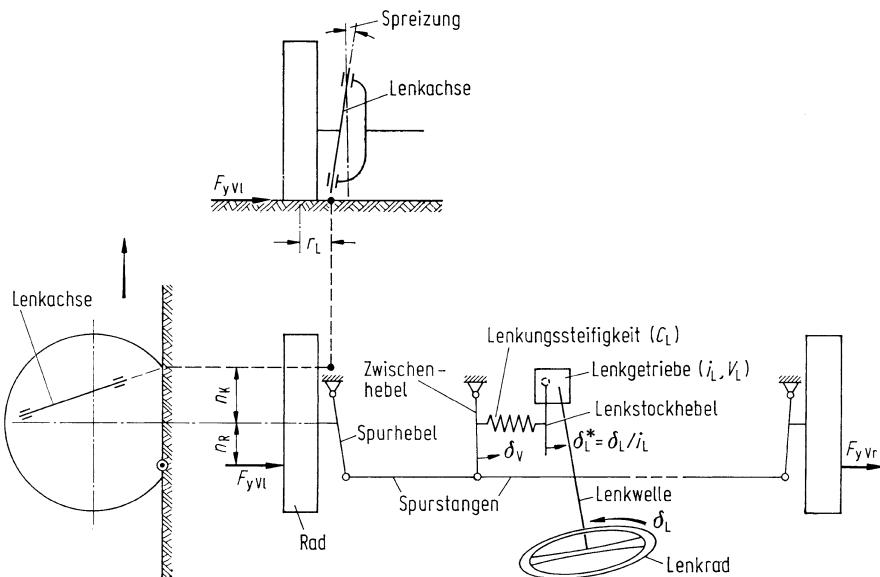


Abb. 20.3 Schematischer Aufbau einer Lenkung

Tab. 20.1 Wichtige Daten für die Lenkung (Zusammenstellung aus Industriedaten und IfF-Messungen)

	Lenkungssteifigkeit stat. Vorderachsbelast., leer $C_L/F_{zVstat} \text{ leer}$ m/rad	Lenkungsübersetzung i_L	Konstruktiver Nachlauf n_K mm
Pkw	0,9 ... 4,1	16,0 ... 22,0	1 ... 27
Nutzfahrzeuge, Omni-busse > 20 t zul. Gesamtmasse	1,2 ... 1,9	23,0 ... 27,0	20 ... 30

Zusatzinformation

Bei der Herleitung der einfachen Gleichungen wurden die Reibung (Hysterese) und das Spiel in der Lenkung vernachlässigt. Beide beeinflussen die Stoßanfälligkeit der Lenkung, das Gefühl für den Fahrbahnkontakt und den Geradeauslauf.

Der Faktor der Lenkungsverstärkung V_L – definiert nach (20.9) – ist bei Pkw nicht konstant. Bei kleinen Momenten M_L^* am Getriebeausgang ist wegen des guten Fahrbahnkontakte bei Geradeausfahrt, z. B. auf der Autobahn, $V_L = 1$, d. h. das gesamte Moment am Lenkrad M_L wird über die Muskelkraft aufgebracht, und bei großen M_L^* , z. B. beim Parkieren, ist $V_L > 1$.

20.3 Differenzialgleichungen des linearen Einspurmodells

Für die dynamische Betrachtung müssen die Bewegungsgleichungen (20.2) bis (20.4) aufbereitet werden.

Statt des in der Zentripetalbeschleunigung v^2/ρ vorkommenden Reziprokwertes des Krümmungsradius ρ der Bahnkurve wird die Krümmung $1/\rho$ mit der Beziehung [DUBB87]²

$$\frac{1}{\rho} = \frac{d(\beta + \psi)}{du} \quad (20.13)$$

eingeführt (Änderung des Kurswinkels $(\beta + \psi)$ mit der Bogenlänge u , vgl. Abb. 20.4). Da weiterhin die Geschwindigkeit

$$v = \frac{du}{dt} \quad (20.14)$$

ist, wird die Zentripetalbeschleunigung

$$\frac{v^2}{\rho} = v^2 \frac{(\dot{\beta} + \dot{\psi})}{v} = v(\dot{\beta} + \dot{\psi}). \quad (20.15)$$

Die Schwerpunktswege im raumfesten Koordinatensystem ergeben sich nach Abb. 20.4 über

$$\begin{aligned} dy_0 &= \sin(\beta + \psi) du; \quad dx_0 = \cos(\beta + \psi) du, \\ \frac{dy_0}{du} &= \frac{dy_0}{dt} \cdot \frac{dt}{du} = \frac{\dot{y}_0}{v} = \sin(\beta + \psi); \quad \frac{\dot{x}_0}{v} = \cos(\beta + \psi) \end{aligned}$$

zu

$$y_0 = \int v \sin(\beta + \psi) dt + \text{const}; \quad x_0 = \int v \cos(\beta + \psi) dt + \text{const}. \quad (20.16)$$

Weiterhin müssen die Seitenkräfte an Vorder- und Hinterachse – entsprechend (2.31) linearisiert – eingesetzt werden:

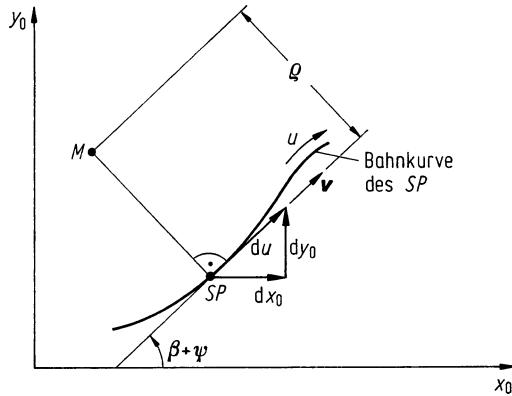
$$\begin{aligned} F_{yV} &= c_{\alpha V} \alpha_V, \\ F_{yH} &= c_{\alpha H} \alpha_H \end{aligned} \quad (20.17)$$

mit den Schräglauwinkeln α_V und α_H sowie den Seitenkraftbeiwerten aller Reifen an Vorder- und Hinterachse $c_{\alpha V}$ und $c_{\alpha H}$.

Die Schräglauwinkel α_V und α_H werden durch den Schwimmwinkel β und den Gierwinkel ψ ausgedrückt.

² Die Krümmung wird in der deutschsprachigen Literatur meistens mit κ bezeichnet. Da aber κ für den Wankwinkel vergeben wurde, wird die Krümmung wie in der englischsprachigen Literatur mit $1/\rho$ bezeichnet. Weiterhin wird die Wegkoordinate nicht wie üblich mit s , sondern mit u bezeichnet, da der Buchstabe s für die Laplace-Transformation benutzt wird.

Abb. 20.4 Darstellung der SP-Bahnkurve zur Herleitung der Beziehung (20.13), Krümmungsmittelpunkt M der Bahnkurve des SP, s. Abb. 20.1a



Zusatzinformation

Nach Abb. 20.5, in dem die Geschwindigkeitsvektoren eingetragen sind, müssen die Geschwindigkeitskomponenten in Fahrzeulgängsrichtung gleich sein (Fahrzeug dehnt sich nicht)

$$v \cos \beta = v_H \cos \alpha_H; \quad v \cos \beta = v_V \cos(\delta_V - \alpha_V).$$

Die Geschwindigkeitskomponenten senkrecht zur Fahrzeulgängsachse unterscheiden sich durch die Gierwinkelgeschwindigkeit $\dot{\psi}$

$$v_H \sin \alpha_H = l_H \dot{\psi} - v \sin \beta; \quad v_V \sin(\delta_V - \alpha_V) = l_V \dot{\psi} + v \sin \beta.$$

Aus diesen zwei Gleichungspaaren ergibt sich

$$\tan \alpha_H = \frac{l_H \dot{\psi} - v \sin \beta}{v \cos \beta}; \quad \tan(\delta_V - \alpha_V) = \frac{l_V \dot{\psi} + v \sin \beta}{v \cos \beta} \quad (20.18)$$

und bei kleinen Winkeln

$$\alpha_V = -\beta + \delta_V - l_V \frac{\dot{\psi}}{v}, \quad (20.19a)$$

$$\alpha_H = -\beta + l_H \frac{\dot{\psi}}{v}. \quad (20.19b)$$

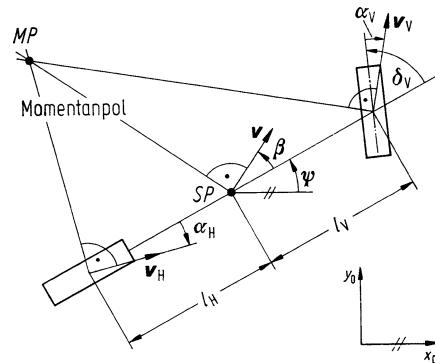
Werden nun (20.15), (20.17), (20.19a), (20.19b) und die seitliche Luftkraft F_{Ly} , linearisiert nach (3.18) in die Bewegungsgleichungen (20.2) bis (20.4) eingesetzt, so ist

$$m \ddot{v} = F_{xV} + F_{xH} - F_{Lx}, \quad (20.20)$$

$$\begin{aligned} mv(\dot{\beta} + \dot{\psi}) + m \dot{v} \beta &= c_{\alpha V} \left(-\beta + \delta_V - l_V \frac{\dot{\psi}}{v} \right) \\ &\quad + c_{\alpha H} \left(-\beta + l_H \frac{\dot{\psi}}{v} \right) + k_y v_r^2 \tau_L, \end{aligned} \quad (20.21)$$

$$J_z \ddot{\psi} = c_{\alpha V} l_V \left(-\beta + \delta_V - l_V \frac{\dot{\psi}}{v} \right) - c_{\alpha H} l_H \left(-\beta + l_H \frac{\dot{\psi}}{v} \right) + k_y e_{SP} v_r^2 \tau_L. \quad (20.22)$$

Abb. 20.5 Kinematische Größen am Einspurmodell



(Glieder zweiter Ordnung, z. B. $\beta \cdot \beta$, wurden vernachlässigt, ebenfalls der Term $F_{xV}\delta_V$).

Als letzte Gleichung kommt noch die Lenkungsgleichung (20.12) hinzu. Sie lautet, wenn für F_y (20.17) und (20.19a) eingesetzt werden,

$$\begin{aligned} \delta_V &= \delta_L^* - \frac{c_{\alpha V} n_V}{C_L} \left(-\beta + \delta_V - l_V \frac{\dot{\psi}}{v} \right), \\ &= \frac{1}{1 + \frac{c_{\alpha V} n_V}{C_L}} \left[\delta_L^* + \frac{c_{\alpha V} n_V}{C_L} \left(\beta + l_V \frac{\dot{\psi}}{v} \right) \right]. \end{aligned} \quad (20.23)$$

Hierbei ist

$$n_V = n_K + n_R \quad (20.24)$$

der Gesamtnachlauf, bestehend aus konstruktivem Nachlauf und Reifen-Nachlauf.

In Tab. 20.2 sind die Trägheitsmomente J_z bzw. die auf den Radstand l bezogenen Trägheitsradien $i = \sqrt{J_z/m}$ zusammengestellt.

Zusatzinformation

Bei Pkw wird mit $i/l = 0,5$ näherungsweise $J_z \approx 0,25 ml^2$. Manchmal setzt man auch $J_z = ml_V l_H$, das bei mittiger Schwerpunktslage den gleichen Wert ergibt.

20.3.1 Spezialfall: Fahrt mit konstanter Fahrgeschwindigkeit

Bei konstanter Fahrgeschwindigkeit, also mit

$$\dot{v} = 0$$

gibt es nur zwei Bewegungsgleichungen. Nach Einführung der Gl. (20.23) in (20.21) und (20.22) lauten sie

$$mv\dot{\beta} + (c'_{\alpha V} + c_{\alpha H})\beta + [mv^2 - (c_{\alpha H}l_H - c'_{\alpha V}l_V)]\frac{\dot{\psi}}{v} = c'_{\alpha V}\delta_L^* + k_y v_r^2 \tau_L, \quad (20.25)$$

$$J_z \ddot{\psi} + (c'_{\alpha V}l_V^2 + c_{\alpha H}l_H^2)\frac{\dot{\psi}}{v} - (c_{\alpha H}l_H - c'_{\alpha V}l_V)\beta = c'_{\alpha V}l_V\delta_L^* + k_y e_{SP} v_r^2 \tau_L. \quad (20.26)$$

Tab. 20.2 Trägheitsmomente von Pkw, Transportern und Lkw, alle Angaben beziehen sich auf m_{leer}

	J_z kg m^2	i m	i/l 1
Pkw (31 Fahrzeuge)	851 ... 2628	1,01 ... 1,37	0,43 ... 0,53
Transporter (12)	2629 ... 5791	1,31 ... 1,83	0,50 ... 0,61
Lkw, Bus (5)	28.850 ... 127.530	2,06 ... 3,72	0,48 ... 0,78

Mit diesen beiden Differentialgleichungen gelingt der Einstieg in das Gebiet des Fahrverhaltens. Deren Lösungen werden in diesem Kapitel ausführlich diskutiert.

Dabei ist als Abkürzung für die Seitensteifigkeit der Vorderachse

$$c'_{\alpha V} = \frac{c_{\alpha V}}{1 + \frac{c_{\alpha V} n_V}{C_L}} \quad (20.27)$$

eingeführt worden. In der Schreibweise

$$\frac{1}{c'_{\alpha V}} = \frac{1}{c_{\alpha V}} + \frac{1}{C_L/n_V} \quad (20.28)$$

erkennt man klarer, dass es sich um die Hintereinanderschaltung der Reifenseitensteifigkeit $c_{\alpha V}$ und der auf den Gesamtnachlauf bezogenen Lenkungssteifigkeit C_L/n_V handelt.

Zusatzinformation

Die beiden Differentialgleichungen (20.25) und (20.26) werden – in ähnlicher Form, häufig mit Vernachlässigung der Lenkungssteifigkeit – in einer Vielzahl von Veröffentlichungen aus allen an der Fahrzeugwissenschaft interessierten Ländern³ behandelt. Die erste Veröffentlichung stammt von Rieckert und Schunck aus 1940 [RIEC40].

20.3.2 Berücksichtigung der Reifennachläufe

Zusatzinformation

In Abb. 20.1 wurde angenommen, dass die Seitenkräfte F_{yV} und F_{yH} jeweils in Latschmitte angreifen. Aus Abschn. 2.3.1, Abb. 2.33, ist aber bekannt, dass sie um den Reifennachlauf n_R nach hinten versetzt wirken. Möchte man genauer rechnen, so müssen die Reifennachläufe vorn und hinten n_{RV} , n_{RH} berücksichtigt werden. [STRA73]

Aus (20.4) wird

$$J_z \ddot{\psi} - (F_{yV} \cos \delta_V + F_{xV} \sin \delta_V) l'_V + F_{yH} l'_H - F_{Ly} e_{SP} = 0 \quad (20.29)$$

mit

$$l'_V = l_V - n_{RV}, \quad (20.30a)$$

$$l'_H = l_H + n_{RH}, \quad (20.30b)$$

³ In der englischsprachigen Literatur wird statt $\dot{\psi}$ die Größe r gesetzt.

und für $\dot{v} = 0$ wird aus (20.25) und (20.26)

$$mv\dot{\beta} + (c'_{\alpha V} + c'_{\alpha H})\beta + [mv^2 - (c_{\alpha H}l'_H - c'_{\alpha V}l'_V)]\frac{\dot{\psi}}{v} = c'_{\alpha V}\delta_L^* + k_y v_r^2 \tau_L, \quad (20.31)$$

$$J_z\ddot{\psi} + (c'_{\alpha V}l_V l'_V + c'_{\alpha H}l_H l'_H)\frac{\dot{\psi}}{v} - (c_{\alpha H}l'_H - c'_{\alpha V}l'_V)\beta = c'_{\alpha V}l'_V \delta_L^* + k_y e_{SP} v_r^2 \tau_L. \quad (20.32)$$

Diese beiden Differenzialgleichungen beschreiben das Fahrverhalten etwas genauer als (20.25) und (20.26), aber nicht um so viel mehr, als dass sich die kompliziertere Schreibweise lohnte. Im Folgenden wird deshalb mit (20.25) und (20.26) weitergearbeitet.

Literatur

- [DUBB87] Dubbel, Taschenbuch für den Maschinenbau, Berlin: Springer-Verlag, 16. Aufl. 1987, S. A66
- [RIEC40] Riekert, P.; Schunck, T.E.: Zur Fahrmechanik des gummitbereiften Kraftfahrzeuges, Ingenieur-Archiv 11 1940
- [STRAT73] Strackerjan, B.: Fahrversuche und Berechnungen zur Kurshaltung von Personenkraftwagen. Diss. TU Braunschweig 1973

Weiterführende Literatur

- [HEIS13] Heißing, B.; Ersoy, M.; Gies, S. (Hrsg.): Fahrwerkhandbuch, 4. Aufl., Springer-Vieweg, Wiesbaden, 2013

Nach Aufstellung der Gleichungen wird zunächst ein einfacher Fall betrachtet, nämlich die Kreisfahrt auf einem bestimmten Radius ρ mit konstanter Fahrgeschwindigkeit v , d. h. die Fahrt mit konstanter Zentripetalbeschleunigung v^2/ρ . (Dabei fällt nach Abschn. 20.1.1 der Krümmungsmittelpunkt der Bahnkurve mit dem Kreismittelpunkt und mit dem Momentanpol zusammen.) Dieser Fall der stationären Kreisfahrt ist auch ein genormter Testversuch, aus dem die Größe des Lenkradeinschlags, des Schwimmwinkels und dergleichen bestimmt werden.

In diesem Kapitel wird auf die Theorie der sog. stationären Kreisfahrt eingegangen. Sie wird mit Versuchsergebnissen verglichen, es werden Kenngrößen genannt, und sie wird durch Subjektivurteile bewertet.

21.1 Zentripetalbeschleunigung

Begonnen wird mit der wichtigsten Variablen, mit der Zentripetalbeschleunigung. Es werden einige Werte für diese Größe angegeben, zum einen der fahrzeugtechnische Grenzwert, zum zweiten die von Normalfahrern üblicherweise erzielten Seitenbeschleunigungen und zum dritten die der Linienführung von Straßen zugrunde liegenden Werte. Damit wird auch leicht abschätzbar, bis zu welchen Werten der Zentripetalbeschleunigung das hier in Kap. 20 betrachtete „Lineare Einspurmodell“ gültig ist.

21.1.1 Maximalwerte (einfache Betrachtung)

Nach (20.3) ist, falls keine seitliche Luftkraft wirkt, die Umfangskräfte vernachlässigt und die Winkel als klein angesehen werden, die Summe der Seitenkräfte an Vorder- und Hinterachse gleich der Fliehkraft

$$F_{yV} + F_{yH} = m \frac{v^2}{\rho}. \quad (21.1)$$

Führt man den seitlichen Kraftschluss μ_{yV} und μ_{yH} an den Rädern der Achsen nach (2.27) in (21.1) ein, so ergibt sich

$$\mu_{yV} F_{zV} + \mu_{yH} F_{zH} = m \frac{v^2}{\rho}. \quad (21.2)$$

Bei gleichen Kraftschlusswerten an den Achsen

$$\mu_{yV} = \mu_{yH} = \mu_y \quad (21.3)$$

und mit (20.5) bei Vernachlässigung der Auftriebskräfte

$$F_{zV} + F_{zH} = mg$$

wird

$$\mu_y = \frac{v^2/\rho}{g}. \quad (21.4)$$

Da der Kraftschluss durch den Haftbeiwert in seitlicher Richtung μ_{yh} , s. Abschn. 2.1.2, begrenzt wird, ergibt sich die höchste Zentripetalbeschleunigung zu

$$\mu_{yh} = \frac{(v^2/\rho)_{\max}}{g}. \quad (21.5)$$

Zusatzinformation

Wird der Haftbeiwert überschritten, dann gleitet das Fahrzeug seitlich weg, manchmal verbunden mit einer Drehbewegung um die Hochachse (sog. Rutsch- oder Schleudergrenze).

Nimmt man an, dass der Haftbeiwert für die seitliche (y -)Richtung gleich dem für die Umfangs-(x -)Richtung ist, $\mu_{yh} = \mu_{xh}$, was dem Kammschen Kreis in Abschn. 2.3.4 entspricht, dann kann zur Abschätzung der maximalen Zentripetalbeschleunigung Abb. 2.19 verwendet werden. Danach wird als höchster Wert bei üblichen Reifen auf trockener Straße je nach Geschwindigkeit (1,1...1,0) g und als niedrigster auf nassem Eis ein Wert von 0,15 g erreicht.

In Tab. 21.1 sind einige gemessene Maximalwerte zusammengestellt. Für normale Fahrzeuge, also keine Rennfahrzeuge, liegen die erreichten Seitenbeschleunigungen unter den o. g. Werten, weil die zu der Gl. (21.5) führenden Vereinfachungen alle auf der „günstigen Seite“ liegen.

Zusatzinformation

Die hohen Querbeschleunigungen bei Rennwagen werden hauptsächlich durch Spezialreifen mit hohen Haftbeiwerten und durch aerodynamische Abtriebshilfen (Spoiler) erreicht. (Genauere Betrachtung in Abschn. 32.2). Bei Berücksichtigung der Auftriebskräfte wird die maximale Zentripetalbeschleunigung

$$(v^2/\rho)_{\max} = \mu_{yh} \frac{mg - (F_{LzV} + F_{LzH})}{m}. \quad (21.6)$$

Tab. 21.1 Maximalwerte von Zentripetalbeschleunigungen $(v^2/\rho)_{\max}$, bezogen auf die Erdbeschleunigung g , gemessen auf trockenen Straßen

Fahrzeug	$\frac{(v^2/\rho)_{\max}}{g}$	Bemerkung
Pkw	0,73 … 0,8	
Sattel-Kfz	0,34 … 0,36	gemessen im Kreis mit $\rho \approx 100$ m, IfF 1984/85 durch Kippen begrenzt [ISER70]
schwere Lkw	0,35 … 0,4	s. [GRUB70]
leichte Lkw	0,5 … 0,6	

Beispiel

$\mu_{yh} = 1,5$, $m = 600$ kg, nach (3.14), (3.15) ist $(F_{LzV} + F_{LzH}) = (c_{zV} + c_{zH})A(\rho/2)v^2$, $\rho \approx 5/4$ kg/m³ (ist hier die Luftdichte), $A = 1,5$ m², $c_{zV} = c_{zH} = -0,4$ und $v = 80$ m/s = 288 km/h ergibt $(v^2/\rho)_{\max} = 31$ m/s² $\approx 3 g$, ohne Abtriebskräfte nur 1,5 g.

Auch durch Überhöhung der Straße um einen Querneigungswinkel α_q kann die Zentripetalbeschleunigung erhöht werden. Die Gleichungen nach Abb. 21.1 lauten

$$\begin{aligned}\sum F_y &= F_{yV} + F_{yH} = G \frac{v^2}{\rho g} \cos \alpha_q - G \sin \alpha_q, \\ \sum F_z &= F_{zV} + F_{zH} = G \frac{v^2}{\rho g} \sin \alpha_q + G \cos \alpha_q.\end{aligned}$$

Daraus folgt der Kraftschluss zu

$$\mu_y = \frac{\sum F_y}{\sum F_z} = \frac{\frac{v^2}{\rho g} \cos \alpha_q - \sin \alpha_q}{\frac{v^2}{\rho g} \sin \alpha_q + \cos \alpha_q} = \frac{\frac{v^2}{\rho g} - \tan \alpha_q}{1 + \frac{v^2}{\rho g} \tan \alpha_q}.$$

Nach Einführung der Querneigung p_q

$$\tan \alpha_q = p_q \quad (21.7)$$

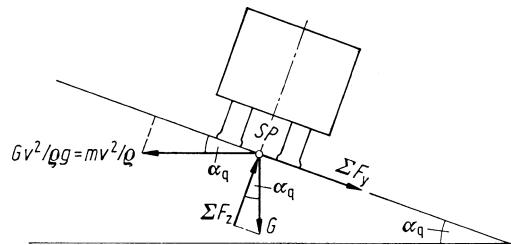
wird

$$\mu_y = \frac{v^2/\rho g - p_q}{1 + \frac{v^2}{\rho g} p_q} \quad (21.8)$$

oder die maximale bezogene Zentripetalbeschleunigung

$$(v^2/\rho g)_{\max} = \frac{\mu_{yh} + p_q}{1 - \mu_{yh} p_q}. \quad (21.9)$$

Abb. 21.1 Fahrzeug auf einer überhöhten Straße mit dem Querneigungswinkel α_q



Beispiele

$\mu_{yh} = 1,0; p_q = 0,1$ ($\hat{=} 10\%$ Überhöhung) ergibt $\frac{v^2/\rho}{g} = 1,21$ oder $\mu_{yh} = 0,1; p_q = 0,1$ ergibt $\frac{v^2/\rho}{g} = 0,2$.

Das heißt, bei trockener Fahrbahn wird hier die mögliche Zentripetalbeschleunigung um 21 %, bei vereister Straße sogar um 100 %, die Fahrgeschwindigkeit um 10 % bzw. 41 % gesteigert.

Die Querneigung darf nicht zu groß werden, weil sonst ein langsam fahrendes Fahrzeug ($v^2/\rho = 0$) auf vereister Straße quer abrutscht. Die Bedingung für die maximale Querneigung p_q bei bekanntem minimalem Haftwert $\mu_{yh \min}$ ist

$$p_q \leq \mu_{yh \min}. \quad (21.10)$$

Bei $\mu_{yh \ min} = 0,15$ (Eis bei $\approx 0^\circ\text{C}$) ist $p_q \leq 0,15$ (15 %).

21.1.2 Werte aus der Linienführung von Straßen

Beim Entwurf [FOSV95] der Linienführung von Straßen geht man natürlich auch von fahrdynamischen Grundsätzen aus.

Die Höchstquerneigung zur Kurveninnenseite beträgt

$$p_{q \ max} = 8\%.$$

Die Mindestquerneigung in Kreisbögen und in Geraden ist aus entwässerungstechnischen Gründen

$$p_{q \ min} = 2,5\%.$$

Die Kurvenmindestradien ρ_{\min} sind abhängig von der Entwurfsgeschwindigkeit v_e , der Ausnutzung des seitlichen Kraftschlusses μ_{yh} und der Querneigung p_q , s. (21.8), (21.9). Die daraus berechneten Zentripetalbeschleunigungen v_e^2/ρ_{\min} sind bei kleineren Geschwindigkeiten höher als bei größeren, etwa $2,4 \text{ m/s}^2$ bei 50 km/h , $1,5 \text{ m/s}^2$ bei 120 km/h .

21.1.3 Erreichte Zentripetalbeschleunigungen von Durchschnitts-Fahrern

Der Normalfahrer erreicht selten die in Abschn. 21.1.1 angegebenen Maximalwerte, überschreitet aber häufiger die in Abschn. 21.1.2 genannten Werte.

Die in der Literatur angegebenen, von normalen Fahrern erreichten Querbeschleunigungswerte schwanken sehr stark, sodass nur ein paar Anhaltswerte gegeben werden sollen:

85 % der Fahrer blieben bei der Fahrt auf einer trockenen Bundesstraße [LAMM72] unter $0,45 \text{ g}$, auf einer nassen unter $0,34 \text{ g}$. Durchschnittsfahrer [SMIT67] erreichten nur in 0,2 % der zurückgelegten Strecke eines Straßenkurses $0,3 \text{ g}$. Der erzielte seitliche Kraftschluss ist eine Funktion des Krümmungsradius [SPIN63]: In 85 % der Fälle war $\mu_y < 0,35$ bei $\rho = 100 \text{ m}$ und $\mu_y < 0,2$ für $\rho > 300 \text{ m}$. Die Zahl der Unfälle nimmt bei kleineren Reibbeiwerten zu [SCHU75, ALBE96].

21.1.4 Grenze für die Betrachtung des linearen Einspurmodells

Nach Abschn. 2.3.1.2 wurden die Seitenkraft-Schräglauferkurven allgemein bis zu einem Drittel von $F_{y \max} = \mu_h F_z$ linearisiert. Daraus ergibt sich nach (21.5) eine Zentripetalbeschleunigung von

$$\left(\frac{v^2}{\rho g} \right)_{\text{lin}} \leq \frac{1}{3} \mu_{yh}. \quad (21.11)$$

Auf trockener Fahrbahn kann nach der Bemerkung in Abschn. 2.3.1.2 sogar bis $v^2/\rho g = 0,4$ linearisiert werden.

Vergleicht man die beiden Werte mit denen in den Abschn. 21.1.2 und 21.1.3, so können Normalfahrten oder Fahrten von Durchschnitts-Fahrern mit dem Linearen Einspurmodell beschrieben werden. Eine Ausnahme ist die Fahrt auf Eis; hier nutzen die Fahrer den Kraftschluss stärker aus (sicherlich unbewusst, was dann auch zu vermehrten Unfällen führt), wodurch auch die Linearisierungsgrenze überschritten wird.

21.2 Abhängigkeiten von der Zentripetalbeschleunigung, Kreisfahrtwerte

In diesem Abschnitt werden die Zusammenhänge bei der Kreisfahrt theoretisch erläutert, und diese bilden die Grundlagen für die kommenden Abschn. 21.3 und 21.4. Außerdem zeigen einige Versuchsergebnisse die Brauchbarkeit der Theorie.

Bei der stationären Kreisfahrt auf konstantem Radius ρ mit konstanter Fahrgeschwindigkeit v sind

$$\dot{\beta} = 0, \quad \ddot{\psi} = 0 \quad (21.12)$$

und damit nach (20.15)

$$\frac{v^2}{\rho} = v(\dot{\beta} + \dot{\psi}) = v\dot{\psi} \quad \text{bzw.} \quad \dot{\psi} = \frac{v}{\rho}. \quad (21.13)$$

Damit werden aus den Differenzialgleichungen (20.25) und (20.26) bei gleichzeitiger Vernachlässigung des Seitenwindeinflusses ($k_y = 0$) die den Stationärzustand beschreibenden Gleichungen

$$(c'_{\alpha V} + c_{\alpha H})\beta + [mv^2 - (c_{\alpha H}l_H - c'_{\alpha V}l_V)]\frac{\dot{\psi}}{v} = c'_{\alpha V}\delta_L^*, \quad (21.14)$$

$$-(c_{\alpha H}l_H - c'_{\alpha V}l_V)\beta + (c'_{\alpha V}l_V^2 + c_{\alpha H}l_H^2)\frac{\dot{\psi}}{v} = c'_{\alpha V}l_V\delta_L^*. \quad (21.15)$$

Aus diesen beiden Gleichungen lassen sich zwei Gruppen von Funktionen berechnen:

- a) Von der Zentripetalbeschleunigung v^2/ρ und zum Teil von der Krümmung $1/\rho$ (bzw. dem Kreisradius ρ) sind die absoluten Werte von Lenkradeinschlagwinkel δ_L , Lenkradmoment M_L usw. abhängig (Zusammenstellung der Gleichungen in Tab. 21.2).
- b) Nur von der Fahrgeschwindigkeit v , also nicht von ρ , sind bezogene Werte abhängig. Meistens bezieht man sie auf den Lenkradeinschlagwinkel δ_L und erhält z. B. β/δ_L , $\dot{\psi}/\delta_L$ usw., die man als „Kreisfahrtwerte“ bezeichnet (Zusammenstellung der Gleichungen in Tab. 21.3). Sie erscheinen als „Verstärkungsfaktoren“ wieder bei der dynamischen Betrachtung in Kap. 22 und 24.

Die Größe dieser Funktionen wird bestimmt von den Fahrzeugdaten Masse m , Radstand l , Schwerpunktslage l_V bzw. l_H , den Reifen-Seitenkraftbeiwerten $c_{\alpha V}$, $c_{\alpha H}$ und den Lenkungsdaten C_L , i_L , V_L , n_V . Ein Teil der Werte lässt sich in der „charakteristischen Fahrgeschwindigkeit“ v_{ch} ((2a) und (2b) in Tab. 21.2) zusammenfassen, deren Bedeutung in den folgenden Abschnitten erläutert wird. In den Gleichungen der Tab. 21.2 und 21.3 wurden auch bezogene Daten, wie der auf die statische Radlast bezogene Seitenkraftbeiwert $c_{\alpha H}/F_{zH}$ eingeführt, wodurch die Schwerpunktslage nicht mehr erscheint (Ausnahme beim Schwimmwinkel β bzw. β/δ_L).

In den folgenden Unterabschnitten werden die einzelnen Funktionen diskutiert.

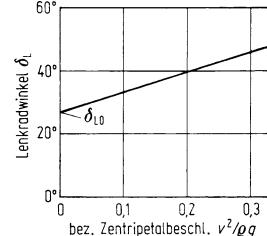
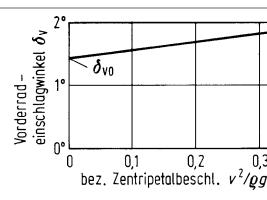
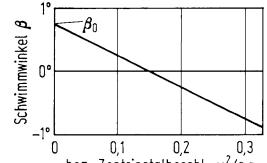
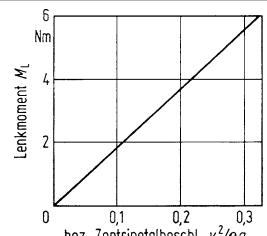
21.2.1 Lenkradeinschlag

Nach (1a) und (1b), Tab. 21.2, ergibt sich der Lenkradeinschlag zu

$$\delta_L = \frac{i_L l}{\rho} + m i_L \frac{c_{\alpha H} l_H - c'_{\alpha V} l_V}{c'_{\alpha V} c_{\alpha H} l} \frac{v^2}{\rho} = \delta_{L0} + \frac{i_L l}{v_{ch}^2} \frac{v^2}{\rho}, \quad (21.16)$$

er verändert sich linear mit v^2/ρ (Abb. 21.2).

Tab. 21.2 Abhängigkeiten von der Zentripetalbeschleunigung. Daten für die Diagramme: Fzg. 7 in Tab. 21.7. Kreisradius $\rho = 100 \text{ m}$

Abkürzungen	
Lenkradeinschlag $\delta_L = \frac{i_L l}{\rho}$	$\delta_L(v^2/\rho = 0) = \delta_{L0} = \frac{i_L l}{\rho}$ (21.17)
+ $m i_L \frac{c_{\alpha H} l_H - c'_{\alpha V} l_V}{c'_{\alpha V} c_{\alpha H} l} \cdot \frac{v^2}{\rho}$	charakteristische Fahrgeschwindigkeit v_{ch} aus $v_{ch}^2 = \frac{c'_{\alpha V} c_{\alpha H} l_H^2}{m(c_{\alpha H} l_H - c'_{\alpha V} l_V)}$ (2a) $= g l \frac{c_{\alpha H}}{F_{zH}} \frac{SQ}{1 - SQ}$ (2b)
$\delta_L = \delta_{L0} + \frac{i_L l}{v_{ch}^2} \frac{v^2}{\rho}$	Steifigkeitsquotient $SQ = \frac{c'_{\alpha V}/F_{zV}}{c_{\alpha H}/F_{zH}}$ (4c)
Vorderradeinschlag $\delta_V = \frac{l}{\rho} + m \frac{c_{\alpha H} l_H - c_{\alpha V} l_V}{c_{\alpha V} c_{\alpha H} l} \frac{v^2}{\rho}$	Ackermann-Winkel $\delta_V(v^2/\rho = 0) = \delta_{V0} = \frac{l}{\rho}$ (21.19)
Schwimmwinkel $\beta = \frac{l_H}{\rho} - \frac{m l_V v^2}{c_{\alpha H} l \rho}$	$\beta(v = 0) = \beta_0 = \frac{l_H}{\rho}$ (5)
$\beta = \beta_0 - \frac{F_{zH} v^2}{c_{\alpha H} \rho g}$	
Moment am Lenkrad $M_L = \frac{mnV_l_H v^2}{i_L V_L l} \frac{\rho}{\rho}$	
$= \frac{F_{zV} n_V}{i_L V_L} \frac{v^2}{\rho g}$	
Moment am Lenkrad $M_L = \frac{mnV_l_H v^2}{i_L V_L l} \frac{\rho}{\rho}$	

Bei der Zentripetalbeschleunigung $v^2/\rho = 0$ (das Fahrzeug fährt sehr langsam im Kreis) ist

$$\delta_L(v^2/\rho = 0) = \delta_{L0} = \frac{i_L l}{\rho} \quad (21.17)$$

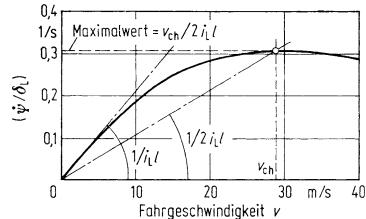
Dieses Ergebnis kann man sich leicht anhand von Abb. 21.3 klarmachen. Bei der Zentripetalbeschleunigung $v^2/\rho = 0$ sind als Folge die Fliehkraft, die Seitenkräfte an den Rädern

Tab. 21.3 Kreisfahrtwerte. Daten für die Diagramme: Fzg. 1 in Tab. 21.7, $v_{ch}^2 > 0$ (untersteuerndes Fahrzeug)

Gierwinkelgeschwindigkeit/Lenkradeinschlagwinkel

$$\left(\frac{\dot{\psi}}{\delta_L} \right) = \frac{1}{i_L l} \frac{v}{1 + (v/v_{ch})^2} \quad (1)$$

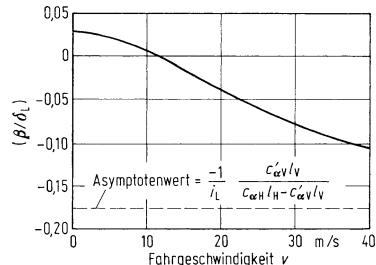
v_{ch} s. (2a) und (2b) in Tab. 21.2



Schwimmwinkel/Lenkradeinschlagwinkel

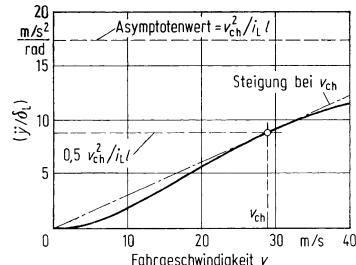
$$\left(\frac{\beta}{\delta_L} \right) = \frac{l_H}{i_L l} \frac{1 - \frac{m l_v}{c_{\alpha H} l_H l} v^2}{1 + (v/v_{ch})^2} \quad (2a)$$

$$= \frac{l_H}{i_L l} \frac{1 - \frac{F_{zH}}{c_{\alpha H} l_H g} v^2}{1 + (v/v_{ch})^2} \quad (2b)$$



Querbeschleunigung/Lenkradeinschlagwinkel

$$\left(\frac{\ddot{y}}{\delta_L} \right) = \frac{1}{i_L l} \frac{v^2}{1 + (v/v_{ch})^2} \quad (3)$$

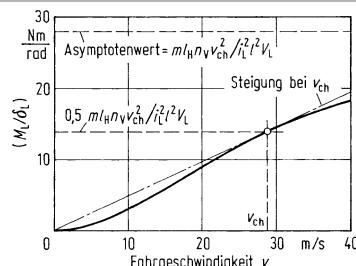


Lenkradmoment

Lenkradeinschlagwinkel

$$\left(\frac{M_L}{\delta_L} \right) = \frac{m l_H n v}{i_L^2 V_L} \frac{v^2}{1 + (v/v_{ch})^2} \quad (4a)$$

$$= \frac{F_z v n v}{i_L^2 V_L} \frac{v^2 / g l}{1 + (v/v_{ch})^2} \quad (4b)$$



und auch ihre Schräglauwinkel Null. Der Kreismittelpunkt M liegt damit auf der Senkrechten zu den Hinterrädern, und der Kreisradius ist

$$\rho = \frac{l}{\delta_V (v^2 / \rho = 0)} = \frac{l}{\delta_{V0}}$$

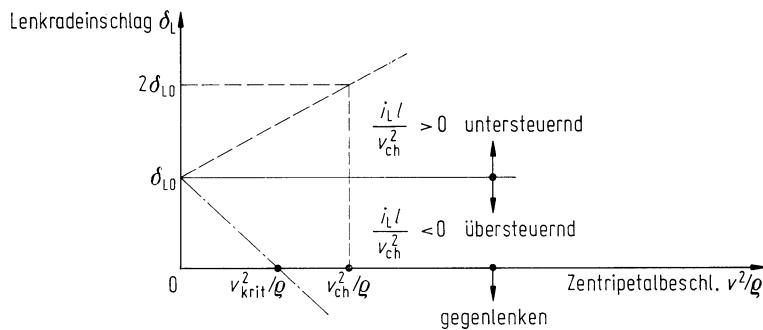


Abb. 21.2 Lenkwinkel über der Zentripetalbeschleunigung

Da an der Lenkung keine Momente wirken, ist nach (20.10) und (20.11)

$$\delta_{V0} = \delta_{L0}^* = \delta_{L0}/i_L,$$

Sodass aus beiden Gleichungen

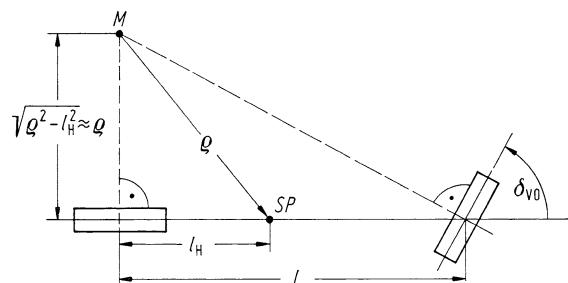
$$\rho = \frac{i_L l}{\delta_{L0}}$$

wird, was identisch mit (21.17) ist.

Befährt das Fahrzeug den Kreis nun schneller, dann bestimmt der Faktor vor v^2/ρ in (21.16), wie der Fahrer lenken muss, um auf dem Kreisradius zu bleiben. Ist der Faktor und damit auch die Steigung in Abb. 21.2 positiv, dann muss der Fahrer mit zunehmender Fahrgeschwindigkeit den Lenkradeinschlag vergrößern. Später wird das mit „Untersteuern“ bezeichnet, s. (21.27a). Genau den doppelten statischen Lenkradeinschlag, also $2\delta_{L0}$ muss er bei der „charakteristischen Fahrgeschwindigkeit“ v_{ch} aufbringen. Deren Quadrat ist definiert nach (2a) in Tab. 21.2.

Diesen positiven linearen Anstieg von δ_L über v^2/ρ bestätigen die Messergebnisse¹ in Abb. 21.4a, natürlich nur in dem Bereich von Null bis etwa 4 m/s^2 , für die nach Abschn. 21.1.4 auch die lineare Theorie bei Fahrten auf trockener Fahrbahn gilt. Man erkennt

Abb. 21.3 Zusammenhang zwischen Vorderradeinschlag δ_{V0} , Krümmungsradius ρ und Radstand l für sehr kleine Fahrgeschwindigkeiten



¹ Diese fünf Fahrzeuge sind, wie die meisten Pkw, untersteuernd, s. Abschn. 21.3.1.

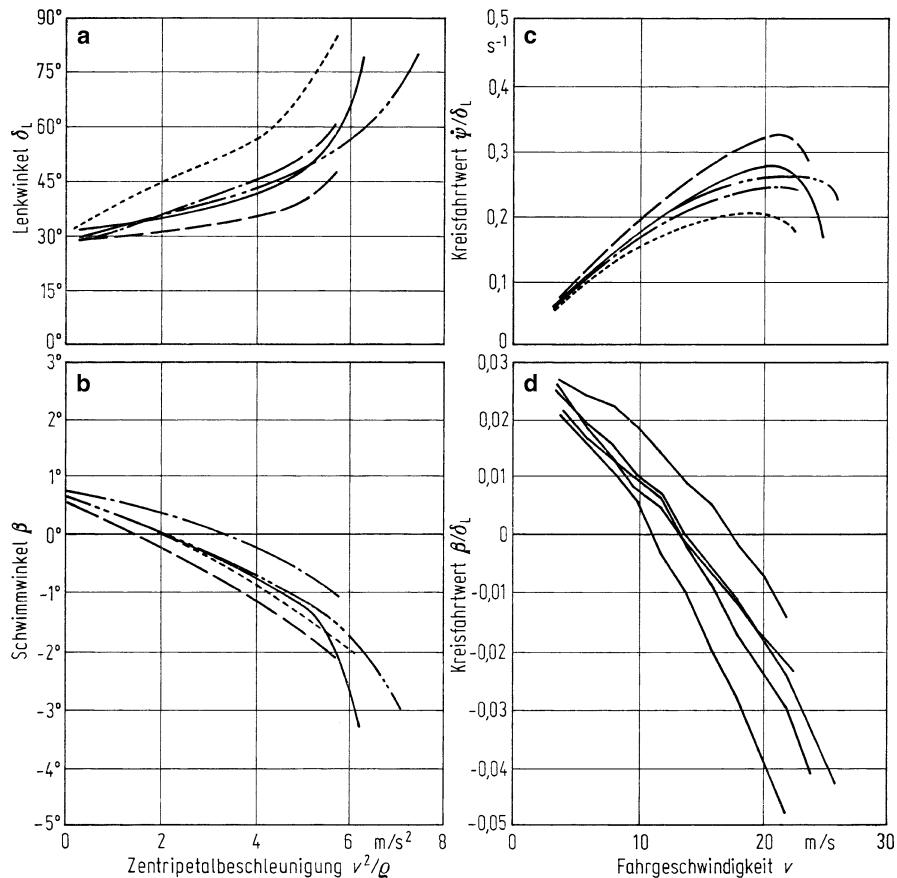


Abb. 21.4 Messergebnisse an fünf frontangetriebenen Pkw ($m \approx 1000$ kg) bei stationärer Kreisfahrt, Kreisradius $\rho = 100$ m, trockene Fahrbahn, IfF. **a** Lenkradwinkel und **b** Schwimmwinkel als Funktion der gefahrenen Querbeschleunigung ($\delta = \text{const.}$), **c** auf den Lenkwinkel bezogene Giergeschwindigkeit und **d** auf den Lenkwinkel bezogener Schwimmwinkel als Funktion der Fahrgeschwindigkeit

aus den Versuchen weiterhin, dass der doppelte statische Lenkradeinschlag $2\delta_{L0}$, der hier ungefähr 60° beträgt, außerhalb des linearen Bereichs liegt. Das bedeutet, dass die obige Aussage, nach der $2\delta_{L0}$ und v_{ch} zusammengehören, nur begrenzt gilt. Deshalb sollte man mit v_{ch} keine große Vorstellung verbinden, sondern darin mehr eine die Schreibarbeit vereinfachende Abkürzung sehen. Auf die Bedeutung von v_{ch} wird in Abschn. 26.1 noch eingegangen, wenn die Fahrstabilitätsregelung (z. B. ESP) besprochen wird. Dort hat v_{ch} durchaus eine praktische Bedeutung.

Ist der Faktor von v^2/ρ in (21.16) hingegen negativ und damit auch die Steigung in Abb. 21.2, muss der Lenkradwinkel mit zunehmender Zentripetalbeschleunigung verkleinert werden. Später wird das mit „Übersteuern“ bezeichnet, s. (21.27b). Hier kennt man

eine kritische Fahrgeschwindigkeit v_{krit} . Wird sie erreicht, geht das Verhältnis ψ/δ_L gegen Unendlich. Diese ergibt sich aus

$$v_{\text{krit}}^2 = \frac{c'_{\alpha V} c_{\alpha H} l^2}{m(c'_{\alpha V} l_V - c_{\alpha H} l_H)}. \quad (21.18)$$

$v_{\text{ch}}^2 < 0$ bedeutet imaginäres v_{ch} und, wie in Abschn. 22.1 bewiesen wird, dass das Fahrzeug instabil ist.

21.2.2 Vorderradeinschlag, Schräglaufwinkel

Der Unterschied zwischen dem Lenkradeinschlagwinkel δ_L und dem Vorderradeinschlagwinkel δ_V liegt in der Lenkungsübersetzung i_L und der Lenkungssteifigkeit C_L , s. Abschn. 20.2. Formelmäßig ergibt sich der Unterschied zwischen $\delta_L^* = \delta_L/i_L$ und δ_V nach (1a) und (3) in Tab. 21.2 einfach aus $c'_{\alpha V}$ und $c_{\alpha V}$, d. h. bei δ_L^* gehen Reifenseiten- und Lenkungssteifigkeit ein, bei δ_V nur die Reifenseitensteifigkeit.

Zusatzinformation

Das Gleiche gilt auch für die Differenzialgleichungen (20.25) und (20.26). Wird statt $\delta_L^* = \delta_L/i_L$ jetzt δ_V geschrieben, dann muss $c'_{\alpha V}$ durch $c_{\alpha V}$ ersetzt werden. Formelmäßig ist der Unterschied gering, fahrzeugtechnisch hingegen bedeutend!

Wie δ_L ist auch δ_V nach (3) in Tab. 21.2 linear von v^2/ρ abhängig. Den Vorderradeinschlag bei $v^2/\rho = 0$

$$\delta_V(v^2/\rho = 0) = \delta_{V0} = l/\rho \quad (21.19)$$

nennt man Ackermannwinkel², s. (21.19), Tab. 21.2.

Eine häufig benutzte Beziehung zwischen δ_V und den Schräglaufwinkeln α_V und α_H kann aus Abb. 21.5 (eine ausführlichere Darstellung der Abb. 20.5) abgeleitet werden. Aus dem großen, ausgezogenen Dreieck ergibt sich über

$$\rho = l \frac{\sin[90^\circ - (\delta_V - \alpha_V)]}{\sin[\delta_V - (\alpha_V - \alpha_H)]} \approx \frac{l}{\delta_V - (\alpha_V - \alpha_H)}$$

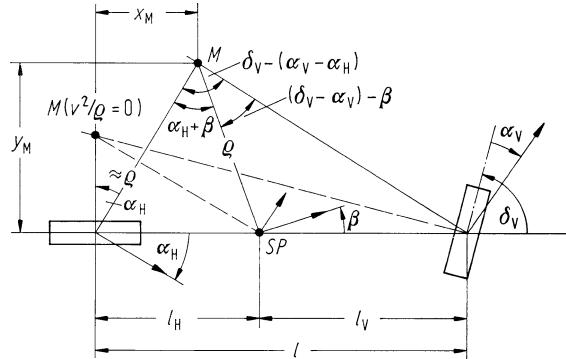
der Vorderradeinschlag zu

$$\delta_V = \frac{l}{\rho} + (\alpha_V - \alpha_H). \quad (21.20)$$

Die letzte Gleichung besagt nun, dass bei $v^2/\rho > 0$ der Radius ρ nicht mehr allein von Radstand l und Vorderradeinschlag δ_V , sondern auch von der Schräglaufwinkeldifferenz $\alpha_V - \alpha_H$ abhängt. Je nach Vorzeichen von $\alpha_V - \alpha_H$ wird bei konstantem δ_V der Radius ρ größer oder kleiner als bei $v^2/\rho = 0$.

² Ackermann, geb. 1764 in Stollberg, Kurfürstentum Sachsen, war ein englischer Unternehmer, der 1817 für sich und den Münchener Wagenbauer Lankensperger, den Erfinder der Achsschenkellenkung, ein englisches Patent anmelden ließ.

Abb. 21.5 Schematische Skizze eines Einspurmodells zur Ermittlung der Winkelbeziehungen



Zusatzinformation

Die Schräglauwinkeldifferenz $\alpha_V - \alpha_H$ berechnet sich über (20.17)

$$\alpha_V = \frac{F_{yV}}{c_{\alpha V}} = \frac{1}{c_{\alpha V}} \frac{l_H}{l} m \frac{v^2}{\rho}, \quad (21.21)$$

$$\alpha_H = \frac{F_{yH}}{c_{\alpha H}} = \frac{1}{c_{\alpha H}} \frac{l_V}{l} m \frac{v^2}{\rho} \quad (21.22)$$

zu

$$\alpha_V - \alpha_H = \frac{c_{\alpha H} l_H - c_{\alpha V} l_V}{c_{\alpha V} c_{\alpha H} l} m \frac{v^2}{\rho}. \quad (21.23)$$

Dies entspricht dem zweiten Summanden in (3) in Tab. 21.2.

21.2.3 Schwimmwinkel

In Tab. 21.2 sind Gleichung und Diagramm für den Schwimmwinkel β als Funktion der Zentripetalbeschleunigung v^2/ρ aufgeführt, β ist bei $v^2/\rho = 0$ positiv definiert, wird mit wachsender Zentripetalbeschleunigung zunächst Null und dann negativ. Den linearen Abfall bestätigen die Versuchsergebnisse in Abb. 21.4b, natürlich nur wieder in dem für die Linearität maßgebenden Bereich von 0 bis $\approx 4 \text{ m/s}^2$ auf trockener Straße.

Die Veränderung von β mit v^2/ρ hängt nach (4b) in Tab. 21.2 nur von der bezogenen Seitensteifigkeit $c_{\alpha H}/F_{zH}$ der Hinterräder ab, nicht von der der Vorderräder und von den Lenkungsdaten. Dies ergibt sich auch aus dem kleinen linken ausgezogenen Dreieck in Abb. 21.5 über

$$\rho = l_H \frac{\sin(90^\circ - \beta)}{\sin(\alpha_H + \beta)} \approx \frac{l_H}{\alpha_H + \beta}$$

zu

$$\beta = \frac{l_H}{\rho} - \alpha_H = \beta_0 - \alpha_H. \quad (21.24)$$

β verändert sich nur mit dem hinteren Schräglauwinkel α_H !

21.2.4 Stellung des Kraftfahrzeugs im Kreis

Die Lage des Kreismittelpunktes M , relativ zur Hinterachse des Kraftfahrzeuges gesehen, beträgt nach Abb. 21.5

$$y_M \approx \rho \cos \alpha_H \approx \rho, \quad (21.25)$$

$$x_M \approx \rho \sin \alpha_H \approx \rho \alpha_H = \rho \frac{F_{yH}}{c_{\alpha H}} = \frac{m}{c_{\alpha H}} \frac{l_V}{l} v^2. \quad (21.26)$$

y_M ist bei dem linearisierten Modell, d. h. bei kleinen Winkeln, oder anders ausgedrückt, bei großen Radien ρ zum Radstand l , ungefähr ρ . Die Lage von M in Fahrzeuglängsrichtung gesehen, also x_M , ist hingegen unabhängig von ρ !

21.2.5 Moment am Lenkrad

Nach (6a) und (6b) in Tab. 21.2 ist M_L linear von v^2/ρ abhängig. Die Größe wird von der vorderen Seitenkraft $F_{yV} = (l_H/l)mv^2/\rho$, vom Gesamtnachlauf n_V , von der Lenkübersetzung i_L und der Lenkverstärkung V_L bestimmt.

21.2.6 Kreisfahrtwerte

Wie zu Beginn von Abschn. 21.2 erläutert, sind Kreisfahrtwerte bezogene Werte, z. B. $\dot{\psi}/\delta_L, \beta/\delta_L$, die nur von der Fahrgeschwindigkeit v , aber nicht vom Kreisradius ρ abhängen. Die Gleichungen stehen in Tab. 21.3.

Begonnen wird mit der Erklärung für den am häufigsten benutzten Kreisfahrtwert, nämlich Gierwinkelgeschwindigkeit $\dot{\psi}$ zu Lenkradeinschlagwinkel δ_L . Den Kurvenverlauf für positive und negative v_{ch}^2 -Werte zeigt Abb. 21.6. Für $v_{ch}^2 < 0$ wird $\dot{\psi}/\delta_L$ bei der nach (21.18) definierten kritischen Fahrgeschwindigkeit v_{krit} unendlich groß. Bei $v_{ch}^2 > 0$ erreicht $\dot{\psi}/\delta_L$ bei dieser charakteristischen Fahrgeschwindigkeit v_{ch} , definiert in (2a) und (2b) in Tab. 21.2, den Maximalwert. Diesen theoretisch gewonnenen Kurvenverlauf findet man in den Messkurven der Abb. 21.4c wieder.

Zusatzinformation

Für den fast ausschließlich interessierenden Fall $v_{ch}^2 > 0$, später mit „untersteuerndem“ Fahrverhalten bezeichnet, kann man den Verlauf $\dot{\psi}/\delta_L = f(v)$ schnell skizzieren, wenn i_L, l und v_{ch} bekannt sind, s. oberes Diagramm in Tab. 21.3. Der Kehrwert des Produkts von Lenkübersetzung i_L und Radstand l (beide leicht zu bestimmen, meistens sogar bekannt) ergibt die Nullpunktstangente. Auf der Geraden mit der halben Steigung liegt der Maximalwert von $\dot{\psi}/\delta_L$.

Umgekehrt kann man aus einer gemessenen $\dot{\psi}/\delta_L$ -Kurve näherungsweise die in Prüfstandsversuchen schwieriger zu bestimmenden Reifenseitenkraft-Beiwerte c_α und die Lenkungssteifigkeit C_L errechnen, wenn i_L, l und m (mittels Wägung) bekannt sind.

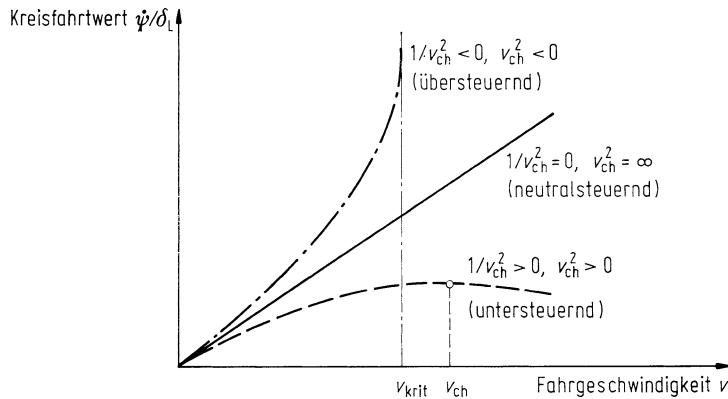


Abb. 21.6 Schematischer Verlauf des Kreisfahrtwerts $\dot{\psi}/\delta_L$ als Funktion der Fahrgeschwindigkeit v für reelle, imaginäre und unendlich große v_{ch} -Werte

Die Kurvenverläufe für die anderen Kreisfahrtwerte bei untersteuerndem Fahrzeug mit Asymptotenwerten und den Steigungen bei v_{ch} sind Tab. 21.3 zu entnehmen, $\ddot{\psi}/\delta_L$ und M_L/δ_L sind einander proportional. Für β/δ_L zeigt Abb. 21.4d auch Messkurven.

21.3 Objektive Fahrzeug-Kenngrößen und subjektive Aussagen

Der übliche Versuchsablauf [ISO96, ROMP84] bei der stationären Kreisfahrt vollzieht sich in der Weise, dass das Fahrzeug auf einer Kreisbahn mit vorgegebenem Radius, also $\rho = \text{const}$, und einer Geschwindigkeit v geführt wird; v wird stufenweise von der nahezu fliehkraftfreien Fahrt mit geringer Geschwindigkeit bis zur unter stationären Bedingungen maximal erreichbaren Zentripetalbeschleunigung gesteigert. Gemessen werden Lenkradwinkel, Querbeschleunigung und, zusätzlich empfohlen, Schwimmwinkel, Gierwinkelgeschwindigkeit, Lenkradmoment sowie Wankwinkel. Messergebnisse einiger dieser genannten Größen zeigen die Abb. 21.4 und 21.8.

Aus den Versuchsergebnissen wird eine Vielzahl von Kenngrößen berechnet, die, verglichen mit dem subjektiven Eindruck, die Güte des stationären Kurvenverhaltens von Kraftfahrzeugen charakterisieren sollen. Die zahlreichen Definitionen deuten zum einen die Komplexität der menschlichen Empfindungen, zum anderen aber auch die Unsicherheit an, die zwischen subjektiver Bewertung und den messtechnisch erfassbaren Ergebnissen besteht. Ein Teil der Definitionen ist nur aus der linearen Theorie zu verstehen, gilt also nach Abschn. 21.1.4 nur z. B. auf trockener Straße für Querbeschleunigungen bis $0,4 \text{ g}$.

Im Folgenden werden einige Kenngrößen behandelt, die Wertebereiche für den linearen Teil der Kennlinien genannt und mit den Ergebnissen aus der linearen Theorie nach Abschn. 21.2 verglichen.

Tab. 21.4 Verschiedene Definitionen für Unter-/Übersteuern, allgemein in den ersten drei Spalten und speziell für den linearen Bereich in der 4. Spalte

Definitionen	Für $\rho = \text{const}$, d. h. für $\delta_{L0} = \text{const}$	Nach linearer Theorie, s. 2. Zeile in Tab. 21.2
Lenkradwinkelgradient	$= \frac{d\delta_L}{d(v^2/\rho)}$ (1a)	$= \frac{i_L l}{v_{ch}^2}$ (1b)
Unter-/Übersteuergredient	$= \frac{1}{i_L} \frac{d(\delta_L - \delta_{L0})}{d(v^2/\rho)}$ (2a)	$= \frac{1}{i_L} \frac{d\delta_L}{d(v^2/\rho)}$ (2b)
Eigenlenkkoeffizient	$= \frac{1}{i_L \cdot l} \frac{d(\delta_L - \delta_{L0})}{d(v^2/\rho)}$ (3a)	$= \frac{1}{i_L \cdot l} \frac{d\delta_L}{d(v^2/\rho)}$ (3b)
Lenkempfindlichkeit	$= \frac{d(1/\rho)}{d\delta_L}$ $= \frac{1}{v^2} \frac{1}{d\delta_L/d(v^2/\rho)}$ (4a)	$= \frac{v_{ch}^2}{i_L l} \frac{1}{v^2}$ (4b)
	oder steering sensitivity [DIN94, ISO91]	$= \frac{v_{ch}^2}{i_L l}$ (5b)
	$= \frac{d(v^2/\rho)}{d\delta_L}$ $= \frac{1}{d\delta_L/d(v^2/\rho)}$ (5a)	

21.3.1 Unter-/Übersteuern

Unter-/Übersteuern sind die bekanntesten Begriffe, mit denen auf der Basis des Kreisfahrttests das fahrdynamische Verhalten beschrieben wird. (Sie gelten also nur für die stationäre Kreisfahrt, obgleich in der Umgangssprache auch vom Unter- oder Übersteuern bei instationären Fahrmanövern die Rede ist.)

In den Normen [ISO96, DIN94, ISO91] gibt es verschiedene Kenngrößen, die alle etwa das Gleiche aussagen. Sie sind in Tab. 21.4 zusammengefasst. In der zweiten Spalte sind die in den Normen genannten Formeln angegeben, in der dritten Spalte die vereinfachte Form, die nur für die Fahrt auf konstantem Radius ρ gilt. In der vierten Spalte sind die Kenngrößen für den linearen Bereich formuliert.

Man definiert als

$$\text{untersteuernd} \quad \frac{d(\delta_L - \delta_{L0})}{d(v^2/\rho)} > 0. \quad (21.27a)$$

Anschaulich bedeutet das: Steigert man langsam die Fahrgeschwindigkeit v und damit die Zentripetalbeschleunigung v^2/ρ , so muss der Lenkradeinschlag δ_L vergrößert werden, damit das Fahrzeug auf dem vorgesehenen Kreisradius ρ bleibt. Würde der Fahrer dies nicht tun, würde das Fahrzeug einen größeren Radius befahren, es würde *untersteuern* (engl. to understeer).

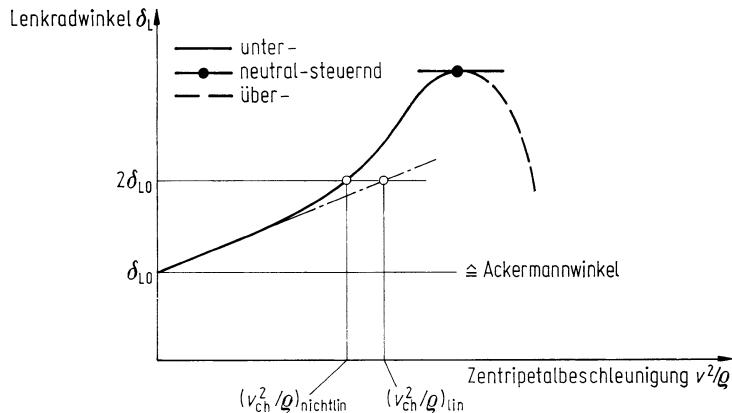


Abb. 21.7 Zur Definition von Unter-/Übersteuern bei Kreisfahrt auf konstantem Radius

Das Gegenteil heißt

$$\text{übersteuernd} \quad \frac{d(\delta_L - \delta_{L0})}{d(v^2/\rho)} < 0. \quad (21.27b)$$

Hier muss der Fahrer den Lenkradeinschlag verkleinern, um auf dem Kreisradius zu bleiben. Hält er hingegen das Lenkrad fest, dann befährt das Fahrzeug einen kleineren Kreis, es *übersteuert* (engl. to oversteer).

Der dazwischen liegende Grenzwert heißt

$$\text{neutralsteuernd} \quad \frac{d(\delta_L - \delta_{L0})}{d(v^2/\rho)} = 0 \quad (21.27c)$$

(Er bildet die Stabilitätsgrenze, s. Abschn. 22.1).

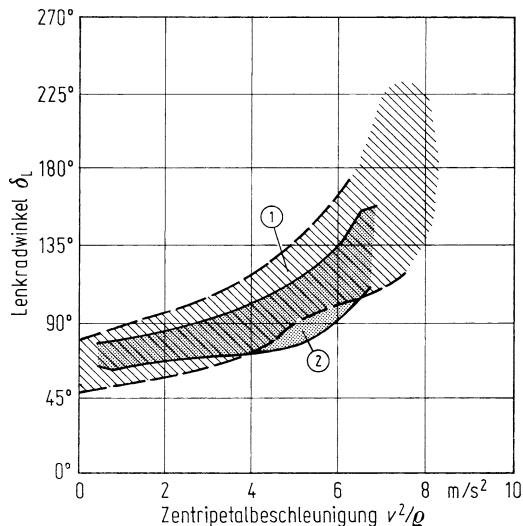
In Abb. 21.7 sind alle drei Begriffe erläutert. Bei diesem Fahrzeug (es könnte ein Pkw mit Hinterradantrieb auf vereister Fahrbahn sein) nimmt der Lenkradeinschlag δ_L mit wachsender Zentripetalbeschleunigung v^2/ρ bei Fahrt auf konstantem Kreisradius ρ zunächst linear, später nicht linear zu, danach ab. Bis zum Maximum ist das Fahrzeug untersteuernd, im Maximum neutral-, dann übersteuernd.

In Abb. 21.8 sind die Bereiche für insgesamt 25 Pkw, in Abb. 21.4a für fünf gezeichnet. Sie sind nicht nur bei kleineren Querbeschleunigungen untersteuernd, sondern auch – auf trockener Fahrbahn gemessen – bei höheren. Außerdem liegt der Kurvenverlauf für alle Fahrzeuge in einem relativ engen Bereich.

Daraus kann man folgern: Fahrzeuge werden in ihrem Kreisfahrtverhalten subjektiv als gut, zumindest nicht als schlecht bezeichnet, wenn

- sie untersteuernd sind und
- die Kurvenverläufe in dem angegebenen Bereich liegen (s. auch die Anhaltswerte in Tab. 21.5).

Abb. 21.8 Ergebnisse aus Kreisfahrtversuchen auf einem Radius von $\rho = 40\text{ m}$ und auf trockener Fahrbahn. ① 15 Fahrzeuge aus: [ROMP84]; ② 10 Pkw nach IfF-Messungen



Diese Anhaltswerte in Tab. 21.5 werden aus den o. g. Kurvenverläufen – beschränkt auf den linearen Bereich – berechnet, Lenkradwinkel- und Untersteuergradient sowie Eigenlenkkoeffizient sind nach Tab. 21.4, letzte Spalte, umgekehrt proportional dem Quadrat der charakteristischen Fahrgeschwindigkeit v_{ch}^2 . Die maßgebenden Fahrzeugdaten sind aus (2b) und (4c) in Tab. 21.2 zu entnehmen.

Zusatinformation

Man unterschied früher die Fahrzeugeigenschaft mit den Bezeichnungen $\alpha_V - \alpha_H > 0$ als untersteuernd, $\alpha_V - \alpha_H < 0$ als übersteuernd. Diese nach (3) in Tab. 21.2 auf den Radeinschlag δ_V orientierten Definitionen [OLLE38] verlieren heute an Bedeutung, denn der Fahrer betätigt nur indirekt die Vorderräder, direkt aber das Lenkrad. Vorderradeinschlag δ_V und Lenkradeinschlag δ_L sind, wie (20.17) zeigte, neben der Lenkübersetzung i_L noch durch den Einfluss der Lenkungssteifigkeit C_L verschieden.

21.3.2 Schwimmwinkelgradient, Lenkwinkel-Schwimmwinkel-Gradient

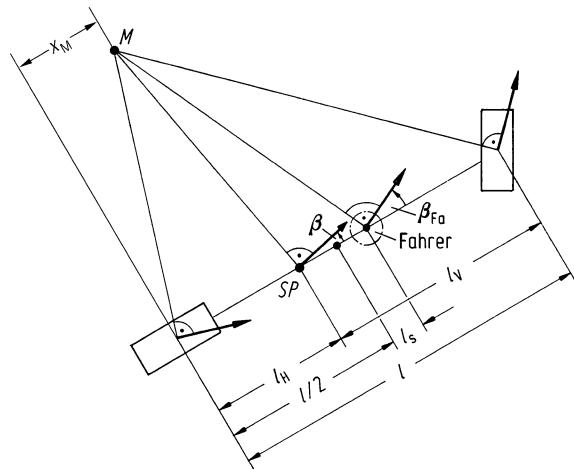
Obgleich der Schwimmwinkel β , wie die Versuchsergebnisse in Abb. 21.4b zeigen, nur wenige Winkelgrade, die Änderungen im Normalfahrbereich nur Winkelminuten betragen, und obgleich β messtechnisch genau nur schwer erfassbar ist, wird er als für das Fahrgefühl wichtige Größe angesehen.

Wenn der Schwimmwinkel wirklich eine wichtige Größe ist und damit der Unterschied in den Richtungen zwischen Fahrzeuglängsachse und Fahrgeschwindigkeit für den Fahrer eine wichtige Information darstellt, dann darf man nicht β nehmen, der für den Fahrzeugschwerpunkt definiert ist, sondern den Schwimmwinkel β_{Fa} des Fahrers nach Abb. 21.9.

Tab. 21.5 Charakteristische Größen zur Beschreibung des Kreisfahrtverhaltens im linearen Bereich (zusammengestellt aus fremden und IfF-Versuchsergebnissen)

Kenngrößen	Einheit	Fahrzeuge		Pkw mit Allradantrieb	Transporter	Lkw
		Pkw mit Frontantrieb	Pkw mit Standardantrieb Heckblock			
Lenkwinkelgradient $\frac{d\delta_L}{d(v^2/\rho)}$	Grad m/s^2	2,3...7,8 (9 Fahrzeuge)	2,5...7,3 (6)	6,3 (1)	5,3 (1)	11,0 (1)
Untersteuergradient $\frac{1}{i_L} \frac{d\delta_L}{d(v^2/\rho)}$	Grad m/s^2	$(11\dots40) \cdot 10^{-2}$ (14)	$(15\dots52) \cdot 10^{-2}$ (9)	$(21\dots34) \cdot 10^{-2}$ (2)	$13,3 \cdot 10^{-2}$ (1)	$(13\dots53) \cdot 10^{-2}$ (4)
Eigenlenkkoeffizient $\frac{1}{i_L} \frac{d\delta_L}{d(v^2/\rho)}$	Grad m/s^2	$(5\dots18) \cdot 10^{-2}$ (14)	$(5\dots16) \cdot 10^{-2}$ (9)	$(9\dots15) \cdot 10^{-2}$ (1)	$5,3 \cdot 10^{-2}$ (1)	$(5\dots22) \cdot 10^{-2}$ (4)
charakteristische Fahrgeschwindigkeit v_{ch}	m/s (km/h)	18...35 (65...124)	19...31 (68...112)	20...25 (70...90)	21,7 (78)	16,7 (60)

Abb. 21.9 Zur Berechnung des Schwimmwinkels β_{Fa} am Fahrer (vgl. Abb. 20.5, Definition von l_s s. Abschn. 14.4, Teil III)



Er berechnet sich mit (21.24) zu

$$\beta_{Fa} = \frac{l/2 + l_s}{\rho} - \alpha_H = \frac{l/2 + l_s}{\rho} - \frac{ml_V v^2}{c_{\alpha H} l \rho} = \frac{l/2 + l_s}{\rho} - \frac{F_{zH} v^2}{c_{\alpha H} \rho g}. \quad (21.28)$$

Zusatzinformation

Bei Pkw befindet sich sowohl der Schwerpunkt SP als auch der Fahrer etwa in Radstandsmitte, sodass

$$\beta \approx \beta_{Fa} \quad (21.28a)$$

ist.

Neben dem absoluten Wert des Schwimmwinkels werden auch verschiedene Ableitungen – wie im vorangegangenen Abschnitt meistens als „Gradienten“ bezeichnet – definiert. Sie sind in Tab. 21.6 zusammengestellt, und für den linearen Bereich sind sowohl deren Größe gleichungsmäßig erklärt als auch Messergebnisse angegeben.

Der Zusammenhang zwischen diesen objektiven Größen und subjektiven Aussagen lautet:

- Der Schwimmwinkel β_{Fa} (s. (21.28)) soll klein sein. Die Aussage findet man häufig, aber nur selten gibt es eine messtechnische Bestätigung [BERG69]. Bei der Allradlenkung, d. h. bei der Auslegung der zusätzlichen Hinterradlenkung, wird häufig $\beta = 0$ gefordert [IRIE86]. Andere Untersuchungen haben jedoch ergeben, dass ein Schwimmwinkelanstieg auf max. 1 Grad proportional zur Querbeschleunigung besser ist [DONG90].
- Der Schwimmwinkelgradient (s. (1) in Tab. 21.6) $d\beta/d(v^2/\rho)$ soll klein sein (genauer gesagt der Absolutwert).
- Dem Lenkwinkel-Schwimmwinkel-Gradienten (s. (2) in Tab. 21.6) $\frac{d\delta_l}{d\beta}$ wird von Experten ein enger Zusammenhang zum subjektiven Empfinden des Fahrers zugeschrieben.

Tab. 21.6 Verschiedene Definitionen für den Schwimmwinkel und seinen Ableitungen, in der 2. Spalte speziell für den linearen Bereich, in der 3. Spalte Messergebnisse (IfF-Messungen: 5 front-angetriebene Fahrzeuge mit Massen (beim Test) $\approx 1150 \text{ kg}$, Radstand $\approx 2,5 \text{ m}$, Schwerpunktslage $l_V/l \approx 0,5$, $i_L \approx 20$, Fahrt auf trockener Fahrbahn mit $\rho = 100 \text{ m}$)

Definition	Nach linearer Theorie, s. 4. Zeile in Tab. 21.2	Messwerte
Schwimmwinkel	$\beta_{Fa} = \frac{l/2 + l_S}{\rho} - \frac{ml_V v^2}{c_{aH} l \rho} \quad \text{s. (21.28)}$ $= \frac{l/2 + l_S}{\rho} - \frac{F_{zH} v^2}{c_{aH} \rho g}$	
Schwimmwinkelgradient	$\frac{d\beta}{d(v^2/\rho)} = -\frac{ml_V}{c_{aH} l} = -\frac{1}{g} \frac{F_{zH}}{c_{aH}} \quad (1)$	$0,23 \dots 0,48 \frac{\text{Grad}}{\text{m/s}^2}$
Lenkwinkel-Schwimmwinkelgradient	$\frac{d\delta_L}{d\beta} = \frac{d\delta_L}{d(v^2/\rho)} \frac{d(v^2/\rho)}{d\beta} \quad (2)$ $= \frac{i_L l c_{aH} l}{v_{ch}^2 ml_V} = -\frac{i_L l}{v_{ch}^2 g} \frac{c_{aH}}{F_{zH}}$	$4,9 \dots 19,8$
Richtungshaltungskoeffizient	$\frac{1}{i_L l} \frac{d\delta_L}{d\beta} = -\frac{1}{v_{ch}^2} \frac{c_{aH} l}{ml_V} = -\frac{1}{v_{ch}^2} g \frac{c_{aH}}{F_{zH}} \quad (3)$	$0,10 \dots 0,39 \frac{1}{\text{m}}$

Nun zur fahrzeugtechnischen Verwirklichung dieser Forderungen: Dass β_{Fa} klein sein soll, bedeutet zunächst auch, dass $\beta_{Fa}(v^2/\rho = 0) = (l/2 + l_S)/\rho$ klein sein soll. Dieser Winkel hängt aber nur vom Radius ρ und vom Abstand zur Hinterachse $l/2 + l_S$ ab, der bei größeren Fahrzeugen größer als bei kleinen ist. β_{Fa} lässt sich also nicht beeinflussen (zumindest nicht bei alleiniger Vorderradlenkung, bei der o. g. Allradlenkung doch).

Ein kleiner absoluter Schwimmwinkelgradient wird nach (1) Tab. 21.6, durch einen großen c_{aH}/F_{zH} -Wert erreicht, also durch seitенsteife Reifen an den Hinterrädern.

Der durch i_L dividierte „Lenkwinkel-Schwimmwinkel-Gradient“ beträgt nach (2) in Tab. 21.6,

$$\frac{1}{i_L} \frac{d\delta_L}{d\beta} = -\frac{l}{v_{ch}^2} \cdot \frac{c_{aH} l}{ml_V} = -\frac{gl}{v_{ch}^2} \frac{c_{aH}}{F_{zH}}.$$

Mit (4c) in Tab. 21.2 wird

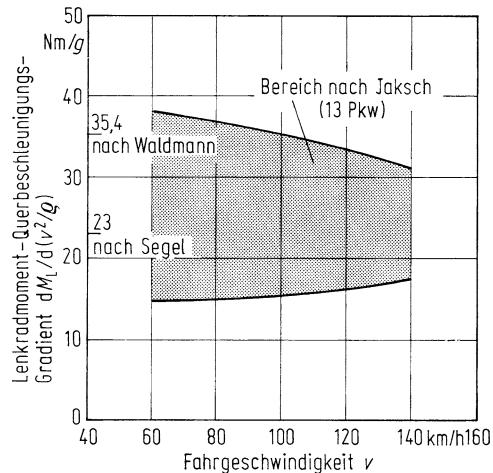
$$\frac{1}{i_L} \frac{d\delta_L}{d\beta} = -\frac{1 - SQ}{SQ} = 1 - \frac{1}{SQ}. \quad (21.29)$$

Der Wert ist nicht nur von der bezogenen Reifensteifigkeit der Hinterachse abhängig.

21.3.3 Moment am Lenkrad

Das Moment am Lenkrad M_L , genauer gesagt die Handkraft, darf aus physischen Gründen nicht zu groß (wichtig vor allem beim Parken) und wegen der Feinfühligkeit bei höheren

Abb. 21.10 Literaturangaben über den Lenkmomenten-Querbeschleunigungs-Gradienten auf trockener Fahrbahn [SEGE65, WALD71, JAKS83]



Fahrgeschwindigkeiten nicht zu klein sein. (Dies führt zu einer Hilfskraftlenkung mit veränderlicher Verstärkung).

Bei der Kreisfahrt wird entsprechend den anderen Kenngrößen ein

$$\text{Lenkradmoment-Querbeschleunigungs-Gradient} \quad \frac{dM_L}{d(v^2/\rho)} \quad (21.30)$$

definiert. In Abb. 21.10 sind einige Literaturangaben zusammengestellt. Der Gradient soll wegen zu geringer (sog. haptischer, d. h. den Tastsinn betreffende) Information über den Fahrzustand nicht unter 15 Nm/g liegen [JAKS83] und nicht oberhalb des in Abb. 21.10 angegebenen Bereichs, weil dann die Fahrer Schwierigkeiten beim Fahrspurwechsel und bei der schnellen Einfahrt in eine Kurve bekommen [JAKS80].

Für den linearen Bereich gilt – (6a) und (6b) aus Tab. 21.2 in (21.30) eingesetzt –:

$$\frac{dM_L}{d(v^2/\rho)} = \frac{mn_V l_H}{i_L V_L l} = \frac{1}{g} \frac{1}{i_L V_L} F_{zV} n_V. \quad (21.30a)$$

Der Gradient ist nur von Lenkübersetzung i_L , Lenkverstärkung V_L , statischer Vorderachs-last F_{zV} und Gesamtnachlauf n_V und nicht wie die zuvor behandelten Kennwerte noch von Reifenseiten- und Lenkungssteifigkeit abhängig.

21.4 Einfluss von Fahrzeugdaten auf das Kreisfahrtverhalten

Die in den beiden letzten Abschnitten abgeleiteten Funktionen und Kenngrößen werden nun anhand von Beispielen erläutert und dabei werden die Auswirkungen einzelner Fahrzeugdaten auf das Kreisfahrtverhalten gezeigt. Die absoluten und nach Tab. 21.4 wichtigen,

bezogenen Fahrzeugdaten stehen in Tab. 21.7. Die Reifen- und Lenkungsdaten wurden aus Abb. 2.35 und Tab. 20.1 entnommen. Die Aussagen bleiben – wie in dem gesamten Kap. 20 – auf den linearen Bereich beschränkt. Alle Ergebnisse sind in Abb. 21.11 zusammenge stellt.

21.4.1 Grundmodell für die Rechnungen

Ausgegangen wird von einem Pkw mit der Schwerpunktlage in Mitte Radstand und gleichen Reifen an allen Rädern (*Fahrzeug 1*, Tab. 21.7). In den Diagrammen Ia bis e, Abb. 21.11, sind die verschiedenen Größen über der bezogenen Zentripetalbeschleunigung v^2/ρ aufgetragen, und zwar bis zum Wert 0,3, für den nach Abschn. 21.2.4 auf der trockenen Straße die Linearisierung immer gilt.

Die Schräglauwinkel sind wegen gleicher Radlasten und gleicher Reifen vorn und hinten $\alpha_V = \alpha_H$ und bleiben – errechnet nach (21.21) und (21.22) – nach Diagramm Ia unterhalb 2° . Der Schwimmwinkel β , s. (21.24), beträgt bei $v^2/\rho g = 0$ nach Diagramm Ic $0,7^\circ$, wird bei $1,25 \text{ m/s}^2$ Null und bei 3 m/s^2 ungefähr -1° . Der Schwimmwinkelgradient beträgt $d\beta/d(v^2/\rho) = -0,567^\circ/\text{ms}^{-2}$ und liegt gegenüber dem in Tab. 21.6 genannten absolut ge sehen zu hoch. Der Vorderradeinschlag δ_V bleibt nach (21.20) wegen der gleichen Schräglauwinkel vorn und hinten über der Zentripetalbeschleunigung konstant, nach Diagramm Ib bei $1,4^\circ$. Der Lenkradeinschlag, s. (1a) in Tab. 21.2, wächst nach Id zwischen $v^2/\rho g = 0$ bis 0,3 von 27° auf 37° an, das Kraftfahrzeug ist also untersteuernd. Der Lenkradwinkel Gradient mit $d\delta_L/d(v^2/\rho) = 3,33^\circ/\text{ms}^{-2}$ liegt in dem in Tab. 21.5 angegebenen Bereich. Der doppelte Lenkradeinschlag $2 \cdot 27 = 54^\circ$ würde – Linearisierung vorausgesetzt – bei $v^2/\rho g \approx 0,75$ erreicht, was einer charakteristischen Fahrgeschwindigkeit $v_{ch} \approx 29 \text{ m/s}$ entspricht.

Der Lenkwinkel-Schwimmwinkel-Gradient mit $d\delta_L/d\beta = -5,87$ liegt am unteren Ende des in Tab. 21.6 angegebenen Bereichs. Das Moment am Lenkrad M_L ist bei $v^2/\rho g = 0,3$ fast 5 Nm. Der Lenkmomenten-Querbeschleunigungs-Gradient liegt mit $dM_L/d(v^2/\rho) = 16,7 \text{ Nm/g}$ im unteren Teil des Bereiches von Abb. 21.10.

21.4.2 Einfluss des Seitenkraftbeiwerts, Bedeutung des Schwimmwinkels

Gegenüber Fahrzeug 1 werden bei den *Fahrzeugen 2 und 3* an allen Rädern die Seitenkraftbeiwerte $c_{\alpha V} = c_{\alpha H}$ um 50 % erhöht bzw. verringert. Dadurch verändern sich nach Abb. 21.11, Diagramme Ia und c, nur die Größen der Schräglauwinkel $\alpha_V = \alpha_H$ und des Schwimmwinkels β , nicht hingegen die des Vorderradeinschlags δ_V , des Lenkradeinschlags δ_L und des Momentes am Lenkrad M_L , und damit auch nicht die Größe der charakteristischen Fahrgeschwindigkeit v_{ch} und des Untersteuergradienten.

Tab. 21.7 Fahrzeugdaten für Beispielrechnungen. Radstand $l = 2,5\text{ m}$, Lenküberersetzung $i_L = 19$, Lenkverstärkung $V_L = 1$ und bezogener Trägheitsradius $i/l = 0,46$ ($J_z = mi^2$)

Fahrzeug	Fahrzeugmasse	Schwerpunktsrücklage	Seitenkraftschräglauftiefe der	Gesamt-nachlauf		Lenkungssteifigkeit	bezogene Fahrzeugdaten
				Vorderachse	Hinterachse		
	m	l_V/l	c_{aV}	c_{aH}	n_V	C_L	$\frac{c_{aH}}{F_{zV}}$
	kg	1	N/rad	N/rad	m	N m/rad	1/rad
1	1000	0,5	50.000	50.000	0,06	10.000	10
2	1000	0,5	75.000	75.000	0,06	10.000	15
3	1000	0,5	25.000	25.000	0,06	10.000	5
4	1000	0,5	50.000	50.000	0,04	20.000	10
5	1000	0,5	50.000	50.000	0,08	5000	10
6	1000	0,6	45.000	55.000	0,06	10.000	11,25
7	1000	0,4	55.000	45.000	0,06	10.000	9,17
8	1400	0,6	50.000	50.000	0,06	10.000	8,93
							$\frac{c'_{aH}}{F_{zV}}$
							1/rad
							1
							m/s
							v_{ch}

^a $v_{krit} = 33,4\text{ m/s}$.

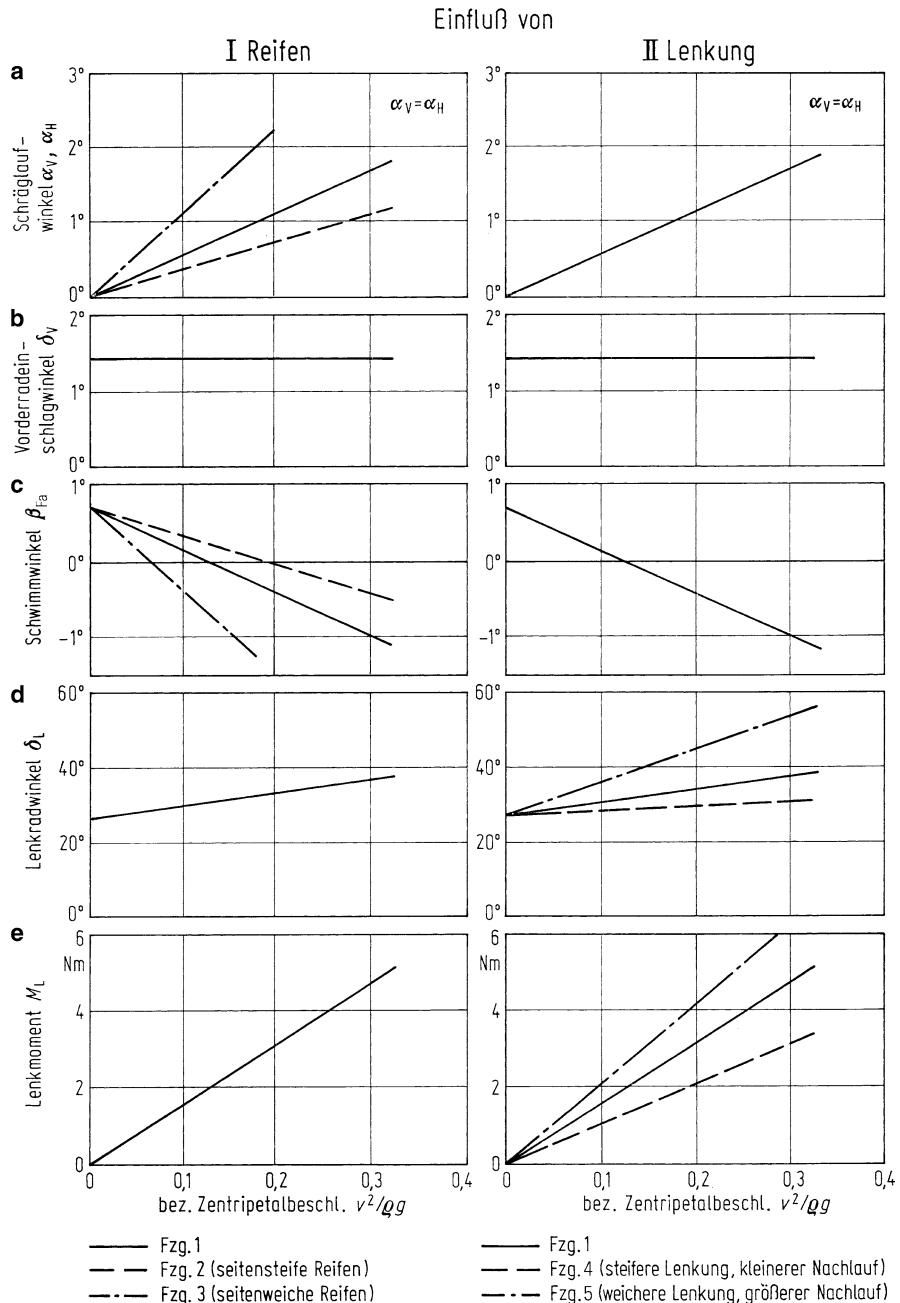
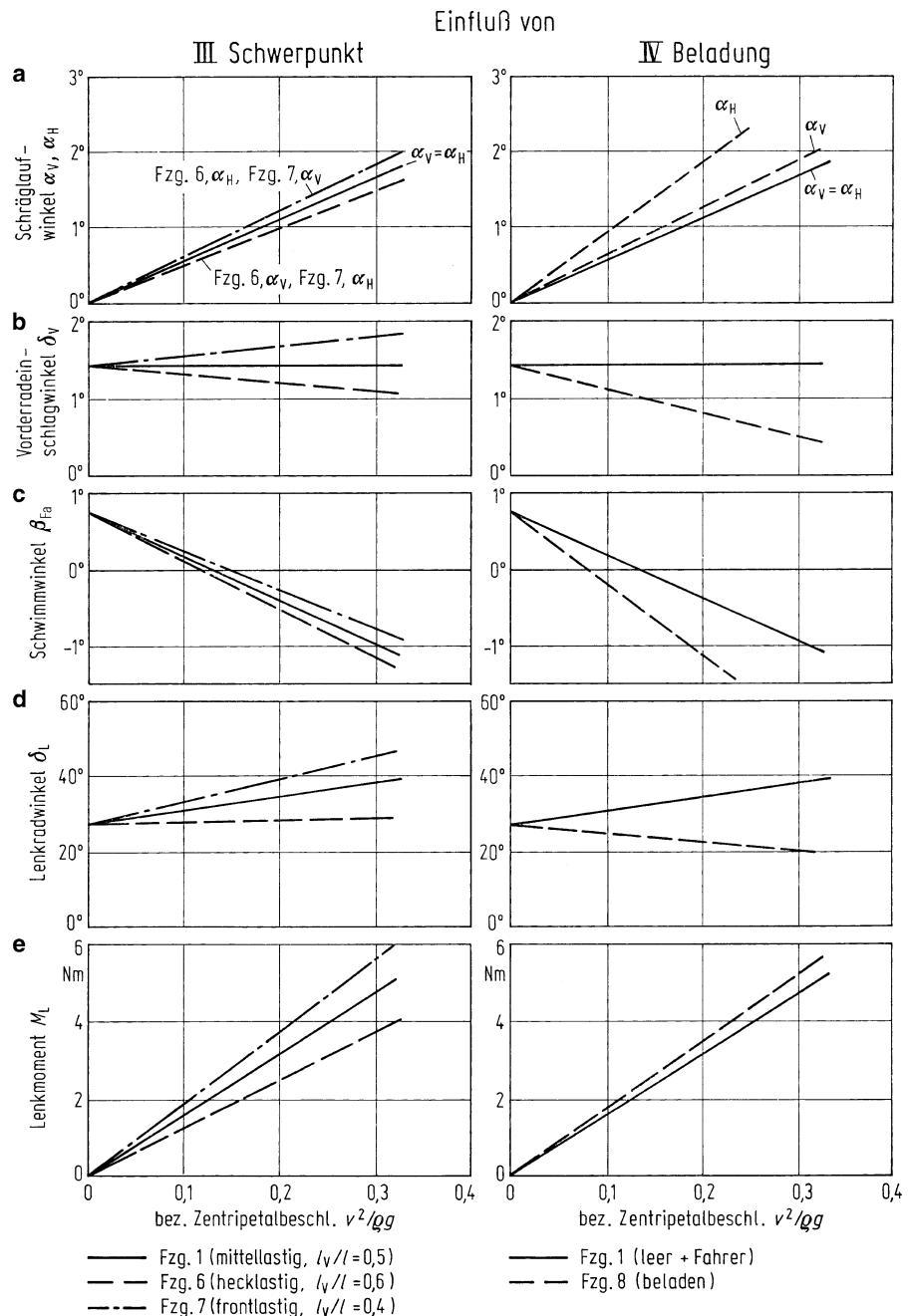


Abb. 21.11 Einfluß von Fahrzeugdaten auf das Kreisfahrtverhalten (Fahrzeugdaten s. Tab. 21.7, Kreisradius $\rho = 100$ m)

**Abb. 21.11 Fortsetzung**

An diesen einfachen Beispielen erkennt man, dass die Größe des Untersteuerns allein kein Maß für die Kreisfahreigenschaft sein kann, sondern dass auch der Schwimmwinkel mit beurteilt werden muss. Gegenüber dem Ausgangsfahrzeug 1 verändert sich beim Fahrzeug 2 mit dem seitенsteiferen Reifen der Schwimmwinkelgradient auf $d\beta/d(v^2/\rho) = -0,379^\circ/\text{ms}^{-2}$ und bei konstantem $d\delta_L/d(v^2/\rho) = 3,33^\circ/\text{ms}^{-2}$ der Lenkwinkel-Schwimmwinkel-Gradient auf $d\delta_L/d\beta = -8,79$. Nach den Aussagen von Abschn. 21.3.3 dürfte Fahrzeug 2 besser als Fahrzeug 1 und erst recht als Fahrzeug 3 sein.

21.4.3 Einfluss von Lenkungsdaten

Nach den Gleichungen in Tab. 21.2 ist für den Lenkradeinschlag δ_L das Verhältnis n_V/C_L aus Gesamtnachlauf n_V sowie Lenkungssteifigkeit C_L und für das Lenkmoment M_L nur n_V maßgebend. In beide geht die Lenkübersetzung i_L ein.

Nach Abb. 21.11, Diagramm II^d vermindert sich beim *Fahrzeug 4* mit der gegenüber Fahrzeug 1 um 100 % steiferen Lenkung und dem kleineren Gesamtnachlauf der Lenkradeinschlagwinkel δ_L mit der bezogenen Zentripetalbeschleunigung $v^2/\rho g$, v_{ch} liegt bei 50 m/s, $d\delta_L/d(v^2/\rho) = 1,21^\circ/\text{ms}^{-2}$. Bei dem gleichzeitig verminderten Nachlauf ist auch M_L kleiner (Diagramm II^e). Schräglauwinkel, Vorderradeinschlag und Schwimmwinkel verändern sich durch die Variation der Lenkungsdaten nicht. Bei *Fahrzeug 5* mit der weichen Lenkung ist δ_L größer, $v_{ch} \approx 18 \text{ m/s}$, $d\delta_L/d(v^2/\rho) = 8,47^\circ/\text{ms}^{-2}$, und mit der Vergrößerung des Nachlaufs steigt auch M_L an.

Würde man nur C_L bei konstantem n_V verändern, so wirkte sich das nur auf den Lenkradeinschlag, also auf die Untersteurtendenz aus, nicht auf das Lenkmoment M_L . Wird hingegen nur n_V bei konstantem n_V/C_L variiert, so ändert sich nur die Größe des Lenkmomentes.

Damit gibt es neben dem Lenkradeinschlag und dem Schwimmwinkel bzw. den zugehörigen Kennwerten nach den Abschn. 21.3.1 und 21.3.2 eine dritte Größe, die in die Beurteilung des Fahrverhaltens eingehen muss, nämlich das vom Fahrer aufzubringende Lenkmoment. Die dabei zu beachtenden Gesichtspunkte wurden in Abschn. 21.3.3 behandelt.

21.4.4 Einfluss der Schwerpunktslage

Im Vergleich zu dem bisher untersuchten mittellastigen Fahrzeug ($l_V/l = 0,5$) sollen ein frontlastiges ($l_V/l = 0,4$) und ein hecklastiges ($l_V/l = 0,6$) betrachtet werden. Durch die Verschiebung des Schwerpunkts ändern sich die Achslasten und damit auch die Seitenkraftbeiwerte, bei gleichen Reifen und Luftdruckanpassung jedoch nicht proportional. Nach Erfahrung vergrößern sich bei einer zehnprozentigen Radlasterhöhung die c_α -Werte nur um ungefähr 5 %, bei der Verminderung verringern sie sich entsprechend.

Tab. 21.8 Abhängigkeit der Kenngrößen von der Schwerpunktslage

Fahrzeug	$\frac{d\delta_L}{d(v^2/\rho)}$ in Grad/m/s ²	$\frac{d\beta}{d(v^2/\rho)}$ in Grad/m/s ²	$\frac{d\delta_L}{d\beta}$	M_L in Nm bei $v^2/\rho = 3 \text{ m/s}^2$
7 frontlastig	6,05	-0,500	-12,1	5,6
1 mittelastig	3,33	-0,567	-5,87	4,7
6 hecklastig	0,61	-0,59	-1,03	3,7

Die Schräglauwinkel sind deshalb nach Abb. 21.11, Diagramm IIIa, an den höher belasteten Rädern größer, d. h. $\alpha_H > \alpha_V$ beim hecklastigen, $\alpha_V > \alpha_H$ beim frontlastigen Kraftfahrzeug. Dadurch wird die Schräglauwinkeldifferenz $\alpha_V - \alpha_H$ beim hecklastigen negativ und der Vorderradeinschlag δ_V nach IIIb mit steigender Seitenbeschleunigung kleiner. Der Lenkradeinschlag δ_L steigt hingegen bedingt durch die elastische Lenkung an, d. h. dieses Fahrzeug ist, wenn auch nur leicht, untersteuernd. Beim frontlastigen Fahrzeug steigt δ_V über $v^2/\rho g$ stärker an als beim mittelastigen, ebenso δ_V , wodurch es stärker untersteuert.

In Diagramm IIIC wurde nicht wie bisher der Schwimmwinkel β , also der auf den Schwerpunkt definierte Wert, aufgetragen, sondern nach den Erläuterungen von Abschn. 21.3.2 der am Fahrer auftretende Winkel β_{Fa} . Unter der Annahme, dass die Fahrer in den drei Fahrzeugen 1, 6 und 7 an der gleichen Stelle, und zwar in Radstandsmitte, sitzen, ist ihr $\beta_{Fa}(v^2/\rho = 0)$ gleich. Nur die Änderung der Größe des Schwimmwinkels in Abhängigkeit von der Zentripetalbeschleunigung wird durch die Schwerpunktslage beeinflusst. Beim hecklastigen Fahrzeug ist die Änderung am größten.

Das Lenkradmoment ist beim frontlastigen Fahrzeug wegen der höheren Belastung der Vorderräder am höchsten, s. IIIe.

Zusammenfassend ist also festzustellen, dass die Fahreigenschaften der drei Fahrzeuge mit unterschiedlichen Schwerpunktslagen unterschiedlich sind (s. Tab. 21.8).

Können nun die Fahreigenschaften trotz unterschiedlicher Schwerpunktslagen angeglichen werden? Wenn beim frontlastigen Fahrzeug die vorderen Reifen seitensteifer, die hinteren seitenweicher werden, beim hecklastigen umgekehrt, dann könnten die Schräglauwinkel $\alpha_V = \alpha_H$ sein, und das entspräche in Diagramm IIIa dem mittelastigen Pkw. Die Folge wäre, dass der Vorderradeinschlagwinkel δ_V über $v^2/\rho g$ für alle drei Fahrzeuge konstant bliebe und dass auch der Anstieg des Lenkradeinschlags über $v^2/\rho g$ gleich wäre, wenn i_L und $i_H/l \cdot n_V/C_L$ gleich sind. Das heißt, der Untersteuergradient wäre für alle drei Fahrzeuge gleich.

Das Lenkradmoment M_L hingegen wäre unterschiedlich. Beim frontlastigen Fahrzeug z. B. ist die Seitenkraft an den Vorderrädern größer als bei den anderen Fahrzeugen, und das ergibt bei gleichem Gesamtnachlauf n_V und gleicher Lenkübersetzung i_L ein größeres Lenkradmoment M_L . Um dieses zu verkleinern, muss entweder n_V verkleinert und/oder i_L vergrößert und/oder die Lenkungsverstärkung V_L vergrößert werden. Die Änderung des

Nachlaufs n_V wirkt sich aber verändernd auf den Untersteuergradienten aus, was über die Lenkungssteifigkeit C_L kompensiert werden müsste.

Der Schwimmwinkelgradient als dritte Größe wäre für alle drei Fahrzeuge nur dann gleich, wenn der hintere Schräglaufwinkel für alle Fahrzeuge gleich ist. Dies hingegen widerspricht gleichem Untersteuergradienten.

Demnach ist es also nicht möglich, Fahrzeugen mit unterschiedlichen Schwerpunktslagen gleiche Fahreigenschaften, ausgedrückt durch gleichen Lenkradwinkel-, Lenkradmomenten- und Schwimmwinkelverlauf, zu geben.

21.4.5 Einfluss der Beladung

Von den für die Kreisfahrt wichtigen Größen ändern sich durch eine veränderliche Beladung drei, nämlich die Masse m , die Schwerpunktslage l_V/l und die Seitenkraftbeiwerte $c_{\alpha V}, c_{\alpha H}$. (Bei front- und mittellastigen Pkw, gleichbedeutend mit Motor vorn und Kofferraum hinten, verschiebt sich mit zunehmender Beladung der Schwerpunkt nach hinten. Beim hecklastigen Pkw mit Motor hinten und Kofferraum vorn rückt der Schwerpunkt bei Besetzung der Fondsitze nach hinten und bei Beladung des Kofferraums nach vorn, insgesamt gesehen verändert sich seine Lage relativ wenig.)

Am Beispiel des im leeren Zustand mittellastigen Fahrzeugs soll die Veränderung der Fahreigenschaften durch Beladung gezeigt werden. Dabei wird vereinfachend angenommen, dass die Seitenkraftbeiwerte $c_{\alpha V}$ und $c_{\alpha H}$ konstant bleiben. (Der Luftdruck wird nicht oder falsch der Beladung angepasst.)

Nach Abb. 21.11, Diagramme IVa bis e, ändern sich die Schräglaufwinkel, die Schräglaufwinkeldifferenz und damit der Vorderradeinschlagwinkel δ_V und der Lenkradeinschlag δ_L entscheidend. Aus dem leeren, untersteuernden Fahrzeug wird durch die Beladung ein übersteuerndes! Um diese Änderung zu verringern, müssen die Seitenkraftbeiwerte der Reifen – besser als bei diesem Beispiel – der Beladung angepasst werden.

Durch den größeren Schräglaufwinkel an der Hinterachse ändert sich der Schwimmwinkelgradient ebenfalls stark. Das Lenkradmoment vergrößert sich kaum, da die Beladung die Vorderachslast nur wenig vergrößert.

Literatur

- [ALBE96] Alberti, V; Babbel, E.: Improved Driving Stability by Active Braking of the Individual Wheels. International Symposium on Advanced Vehicle Control (AVEC '96). Aachen 1996
- [BERG69] Bergmann, W.: Considerations in Determining Vehicle Handling Requirements. SAE-Paper 690 234 (1969)
- [DIN94] Straßenfahrzeuge, Begriffe der Fahrdynamik. DIN 70000: 1994-01

- [DONG90] Donges, E.; Aufhammer, R.; Fehrer, P.; Seidenfuß, T.: Funktion und Sicherheitskonzept der „Aktiven Hinterachs kinematik von BMW“, Automobiltechnische Zeitschrift Nr. 10, 1990, S. 580–587
- [FOSV95] Richtlinien für die Anlage von Straßen RAS, Teil Linienführung (RAS-L), Forschungsgesellschaft für Straßen- und Verkehrswesen, Köln 1995
- [GRUB70] Grubisic, K.: Verfahren zur optimalen Bemessung von Fahrzeugrädern. Diss. TH München 1970
- [IRIE86] Irle, N.; Shibahata, Y.; Ito, H.; Uno, T.: Hicas – Improvement of Vehicle Stability and Controllability by Rear Suspension Steering Characteristics. SAE-865114
- [ISER70] Isermann, H.: Die Kippgrenze von Sattelkraftfahrzeugen mit fester und flüssiger Ladung. Deutsche Kraftfahrtforschung und Straßenverkehrstechnik, Heft 200, 1970
- [ISO91] Vehicle Dynamics and Road Holding Ability – Vocabulary, ISO 8855, 1991
- [ISO96] Passenger Cars – Steady-state Circular Driving Behaviour – Open-Loop Test Procedure, ISO 4138: 1996 (E)
- [JAKS80] Jaksch, F.O.: The Steering Characteristics of the Volvo Concept Car VIII. ESV-Conference, Wolfsburg, Oktober 1980
- [JAKS83] Jaksch, F.O.: Vehicle Parameter Influence on Steering Control Characteristics. International Journal of Vehicle Design, 1983, S. 171–194
- [LAMM72] Lamm, B.: Fahrdynamik und Streckencharakteristik. Institut für Straßenbau und Eisenbahnwesen. Universität Karlsruhe, H. 11, 1972
- [OLLE38] Olley, M.: National Influences on American Passenger Car, Design. Proc. Inst. Aut. EngrsVol. XXXII 1938
- [ROMP84] Rompe, K; Heißing, B.: Objektive Testverfahren für die Fahreigenschaften von Kraftfahrzeugen – Quer- und Längsdynamik. Hrsg.: Mitschke, M.; Frederich, F. Köln: Verlag TÜV Rheinland 1984
- [SCHU75] Schulze, K-H.; Dames, J.; Lange, H.: Untersuchungen über die Verkehrssicherheit bei Nässe. Straßenbau und Straßenverkehrstechnik, Teil I, H. 189, 1975
- [SEGE65] Segel, L.: The Variable Stability Automobile Conceptand Design. SAE-Paper 275 (1965), S. 1–10
- [SMIT67] Smith, J.G.; Smith, J.E.: Lateral Forces on Vehicle During Driving. Automobile Engineer 1967, S. 510–515
- [SPIN63] Spindler, W.: Wege, Querbeschleunigungen und die Wahl der Überholwege bei Kurvenfahrt von Kraftfahrzeugen. Diss. TH München 1963
- [WALD71] Waldmann, D.: Untersuchungen zum Lenkverhalten von Kraftfahrzeugen, Deutsche Kraftfahrtforschung und Straßenverkehrstechnik. Heft 218 (1971)

Weiterführende Literatur

- [BREU13] Breuer, B.; Bill, K. H. (Hrsg.): Bremsenhandbuch, 4. Auflage, Springer- Vieweg, Wiesbaden 2013
- [DEPP88] Deppermann, K.H.: Einfluß von Schneeketten auf die Fahrdynamik allradangetriebener Personenkraftwagen, ATZ 90 (1988) Heft 4, S. 209–211

- [DOET61] Doetsch, G: Anleitung zum praktischen Gebrauch der Laplace-Transformation, München: Oldenbourg 1961
- [GNAD73] Gnädler, R.: Beitrag zum Problem Fahrer-Fahrzeug-Seitenwind, Automobil-Industrie 18 (1973), S. 109–138
- [GRAN85] Granow, D.; Heißing, B.; Hinze, P.: Fahrverhalten von Pkw bei Seitenwind. Verkehrsunfall und Fahrzeugtechnik 1985, S. 169–174
- [HEIS13] Heißing, B.; Ersoy, M.; Gies, S. (Hrsg.): Fahrwerkhandbuch, 4. Auflage, Springer-Vieweg, Wiesbaden 2013
- [HORN85] Horn, A.: Fahrer-Fahrzeug-Kurvenfahrt auf trockener Straße. Diss. TU Braunschweig 1985
- [IFF76] IfF-Bericht 436 (1976): Seitenwindverhalten eines automatisch geführten Busses MAN-SL 200
- [ISO88] ISO 7401: Road Vehicles – Lateral Transient Response, Test Methods, 1988(E)
- [JAKS77] Jaksch, F.O.: Driver-Vehicle Interaction with Respect to Steering Controlability, 5th VSD – 2nd IUTAM Symposium, Swets & Zeitlinger 1977
- [KOEN51] König-Fachsenfeld, R.: Aerodynamik des Kraftfahrzeugs. Frankfurt a. M.: Umschau-Verlag 1951
- [LINK73] Linke, W.; Richter, B.; Schmidt, R.: Simulation and Measurement of Driver Vehicle Handling Performance, SAE-Paper 730489 (1973)
- [MARE84] Maretzke, J.; Richter, B.: Einfluß der Aerodynamik auf die Richtungsstabilität von Pkw, VDI-Berichte 546 (1984)
- [MILL76] Milliken, W.F.; Dell'Amico, F.; Rice, R.S.: The Static Directional Stability and Control of an Automobile. SAE 760712
- [MCRU76] McRuer, D.T.; Klein, R.H.: Automobile Controllability – Driver/Vehicle Response for Steering Control, Summary Report, DOT/HS- 801 407 (1976)
- [MITS66] Mitschke, M.: Untersuchungen über die Slalomfahrt eines Kraftfahrzeuges, ATZ 68 (1966) Heft 6, S. 202–206
- [MORT73] Mortimer, R.G.; Olson, P.L.: Some Factors Limiting Driver-Vehicle Performance, SAE 730017
- [PEST68] Pestel, E.; Kollmann, E.: Grundlagen der Regelungstechnik. Braunschweig: Vieweg 1968
- [PFEF13] Pfeffer, P.; Harrer, M. (Hrsg.): Lenkungshandbuch, 2. Auflage, Springer-Vieweg, Wiesbaden 2013
- [RIED97] Riedel, A.; Arbinger, R.: Subjektive und objektive Beurteilung des Fahrverhaltens von Kraftfahrzeugen, FAT-Schriftenreihe Nr. 139, Frankfurt 1997
- [RIEC40] Riekert, P.; Schunck, T.E.: Zur Fahrmechanik des gummibereiften Kraftfahrzeuges, Ingenieur-Archiv 11 1940
- [ROEN77] Dubbel, Taschenbuch für den Maschinenbau, Berlin: Springer-Verlag, 16. Aufl.
- [SAWA41] Sawatzki, E.: Die Luftkräfte und ihre Momente am Kraftwagen. Deutsche Kraftfahrtforschung 1941, Heft 50. Berlin: VDI-Verlag
- [STRAT73] Strackerjan, B.: Fahrversuche und Berechnungen zur Kurshaltung von Personenkraftwagen. Diss. TU Braunschweig 1973
- [WALL78] Wallentowitz, H.: Fahrer-Fahrzeug-Seitenwind. Diss. TU Braunschweig 1978

- [WEIR78] Weir; Di Marco: Correlation and Evaluation of Driver/Vehicle Directional Handling Data, SAE-Paper 780010 (1978)
- [WALL80] Wallentowitz, H.: Seitenwindverhalten von Kraftfahrzeugen, ATZ 82 (1980) Heft 9, S. 435–442
- [WALL81] Fahren bei Seitenwind, Automobil-Industrie 26 (1981), S. 163–171

Nach der Betrachtung der stationären Kreisfahrt, eines quasistatischen Zustands, soll nun das dynamische Verhalten des zweiachsigen Kraftfahrzeugs – immer noch am vereinfachten linearen Einspurmodell – betrachtet werden. Mathematisch gesehen wird zunächst mit der Lösung der homogenen Differentialgleichungen begonnen, die hier wesentlich wichtiger ist als bei den Fahrzeugschwingungen (s. Teil III, Abschn. 11.1.1), da bei der Kurshaltung auch Instabilität auftreten kann. Später wird die Lösung der inhomogenen Gleichungen abgeleitet und auf Übertragungsfunktionen/Zeitfunktionen und auf Frequenzgänge eingegangen.

Fahrzeugtechnisch gesehen wird das Fahrverhalten bei Lenkwinkeingabe und bei Seitenwindstörung beschrieben sowie der Zusammenhang zu weiteren Subjektivurteilen erörtert.

22.1 Stabilität, Eigenfrequenz, Dämpfung

Zusatzinformation

Die homogenen Gleichungen von (20.25) und (20.26) lauten ohne Seitenwindeinfluss ($k_y = 0$)

$$mv\dot{\beta} + (c'_{\alpha V} + c_{\alpha H})\beta + [mv^2 - (c_{\alpha H}l_H - c'_{\alpha V}l_V)]\frac{\dot{\psi}}{v} = 0. \quad (22.1)$$

$$J_z\ddot{\psi} + (c'_{\alpha V}l_V^2 + c_{\alpha H}l_H^2)\frac{\dot{\psi}}{v} - (c_{\alpha H}l_H - c'_{\alpha V}l_V)\beta = 0. \quad (22.2)$$

Mit den Ansätzen (vgl. (11.9))

$$\beta_{\text{hom}} = \underline{\hat{\beta}} e^{st}, \quad \dot{\psi}_{\text{hom}} = \underline{\hat{\psi}} e^{st} \quad (22.3)$$

wird

$$[mvs + (c'_{\alpha V} + c_{\alpha H})]\underline{\hat{\beta}} + [mv^2 - (c_{\alpha H}l_H - c'_{\alpha V}l_V)]\frac{\underline{\hat{\psi}}}{v} = 0.$$

$$-(c_{\alpha H}l_H - c'_{\alpha V}l_V)\underline{\hat{\beta}} + [vJ_zs + (c'_{\alpha V}l_V^2 + c_{\alpha H}l_H^2)]\frac{\underline{\hat{\psi}}}{v} = 0.$$

Abgekürzt geschrieben ist

$$\begin{aligned} a_1 \hat{\underline{\psi}} + b_1 \hat{\underline{\beta}} &= 0, \\ a_2 \hat{\underline{\psi}} + b_2 \hat{\underline{\beta}} &= 0. \end{aligned}$$

Nach der Cramerschen Regel lässt sich z. B. $\hat{\underline{\psi}}$ bestimmen aus

$$\hat{\underline{\psi}} = \frac{\begin{vmatrix} 0 & b_1 \\ 0 & b_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}}.$$

Da die Zählerdeterminante $0b_2 - 0b_1 = 0$ ist, kann es nur dann eine Lösung geben, wenn auch die Nennerdeterminante

$$a_1 b_2 - a_2 b_1 = 0$$

ist.

Daraus errechnet sich die sog. charakteristische Gleichung

$$s^2 + 2\sigma_f s + v_f^2 = 0 \quad (22.4)$$

mit

$$2\sigma_f = \frac{m(c'_{\alpha V} l_V^2 + c_{\alpha H} l_H^2) + J_z(c'_{\alpha V} + c_{\alpha H})}{J_z m v}, \quad (22.5)$$

und

$$v_f^2 = \frac{c'_{\alpha V} c_{\alpha H} l^2 + m v^2 (c_{\alpha H} l_H - c'_{\alpha V} l_V)}{J_z m v}. \quad (22.6)$$

(Der Index f soll „fixed control (festgehaltenes Lenkrad)“ assoziieren. Die rechten Seiten der homogenen Gleichungen (22.1) und (22.2) sind gleich Null, was im Vergleich zu (20.25) und (20.26) $\delta_L = 0$ bedeutet, also in Mittelstellung festgehaltenes Lenkrad.)

Die charakteristische Gleichung entscheidet darüber, ob die Lösungen negative oder auch positive Realteile besitzen, d. h., ob das System stabil oder instabil ist. Bei der quadratischen Gleichung (22.4) ist das einfach abzulesen. Die Eigenbewegungen nehmen ab (das Fahrzeugsystem ist damit stabil), wenn die beiden Konstanten

$$\sigma_f > 0 \quad \text{und} \quad v_f^2 > 0 \quad (22.7)$$

sind. Nach (22.5) ist immer $\sigma_f > 0$, während je nach Vorzeichen des Zählers von (22.6) $v_f^2 > 0$ oder $v_f^2 < 0$ sein kann.

Stabilität bedeutet nach (22.3), dass der Schwimmwinkel β oder die Gierwinkelgeschwindigkeit $\dot{\psi}$ nach einem Lenkradeinschlag oder einer Störung wieder von selbst in einem Beharrungszustand endet, wobei dieser Zustand nicht unbedingt mit demjenigen vor der Störung gleich zu sein braucht. Wird z. B. von der Geradeausfahrt das Lenkrad von $\delta_L = 0$ auf einen bestimmten Wert eingeschlagen, so stellt sich auch die Gierwinkelgeschwindigkeit von $\dot{\psi} = 0$ nach einer Übergangsfunktion auf einen Wert $\dot{\psi} = \text{const.}$ ein (s. Abb. 22.9b), d. h., dass das Fahrzeug einen Kreis befährt. Der Gierwinkel ψ selber wächst proportional mit der Zeit. Oder ein anderes Beispiel: Ein geradeaus fahrendes Fahrzeug wird durch einen Seitenwind erfasst, dann stellt sich nach einer gewissen Zeit eine konstante Querbeschleunigung $\ddot{y} = v^2/\rho = v(\dot{\psi} + \dot{\beta})$ ein (s. Abb. 22.33i). Die Querabweichung $y = \int \int \ddot{y} dt^2$ wächst, wenn der Fahrer nicht am Lenkrad korrigiert, quadratisch mit der Zeit ins

Unendliche (s. Abb. 22.33h). Das Fahrzeug wäre also streng genommen instabil, dem Fahrer gelingt es aber leicht, das Fahrzeug zu stabilisieren. Deshalb wird im Folgenden immer von Instabilität gesprochen, wenn $v_f^2 < 0$ ist. [MILL76, MARE84].

22.1.1 Stabilität und Unter-/Übersteuern

Die Stabilitätsbedingung lässt sich über die charakteristische Fahrgeschwindigkeit v_{ch} (definiert in (2a) und (2b) in Tab. 21.2) bzw. über die Definition des Eigenlenkkoeffizienten (nach (3c) in Tab. 21.4) in einen Zusammenhang mit der Kreisfahrt bringen. In (22.6) eingesetzt, wird

$$v_f^2 = \frac{c'_{\alpha V} c_{\alpha H} l^2}{J_z m v^2} \left(1 + \frac{v^2}{v_{ch}^2} \right) = \frac{c'_{\alpha V} c_{\alpha H} l^2}{J_z m v^2} \left(1 + \frac{v^2}{i_L l} \frac{d(\delta_L - \delta_{L0})}{d(v^2/\rho)} \right). \quad (22.8)$$

Danach ist das Kraftfahrzeug dann ein stabiles System, wenn $(1 + v^2/v_{ch}^2) > 0$ bzw. $d(\delta_L - \delta_{L0})/d(v^2/\rho) > 0$ ist.

Das ist immer der Fall, wenn $v_{ch}^2 > 0$ oder die charakteristische Geschwindigkeit v_{ch} reell oder $d(\delta_L - \delta_{L0})/d(v^2/\rho) > 0$ ist. Dies ist gleichbedeutend mit der Aussage:

- Ein stabiles Kraftfahrzeug muss *untersteuernd* sein.

Ist aber $v_{ch}^2 < 0$, d. h., v_{ch} ist imaginär, dann ist das Kraftfahrzeug nur bis zu einer bestimmten Geschwindigkeit – nach (21.18) als kritische Geschwindigkeit v_{krit} bezeichnet – stabil.

- Ein *übersteuerndes* Fahrzeug ist nur bis zu einer bestimmten Geschwindigkeit stabil, darüber instabil.

Den Zusammenhang zwischen Stabilität nach (22.8) und Kreisfahrt nach Abb. 21.2 und 21.5 zeigt Abb. 22.1 und später die Tab. 22.2.

22.1.2 Eigenfrequenzen, Dämpfungsmaß

Über die Stabilität hinaus ist aber noch wichtig zu wissen, wie die Bewegungen abklingen, ob das „monoton“ oder „oszillierend“ geschieht.

Zusatzinformation

Die quadratische Gleichung (22.4) hat die zwei Lösungen

$$s_{1,2} = -\sigma_F \pm \sqrt{\sigma_F^2 - v_f^2}, \quad (22.9)$$

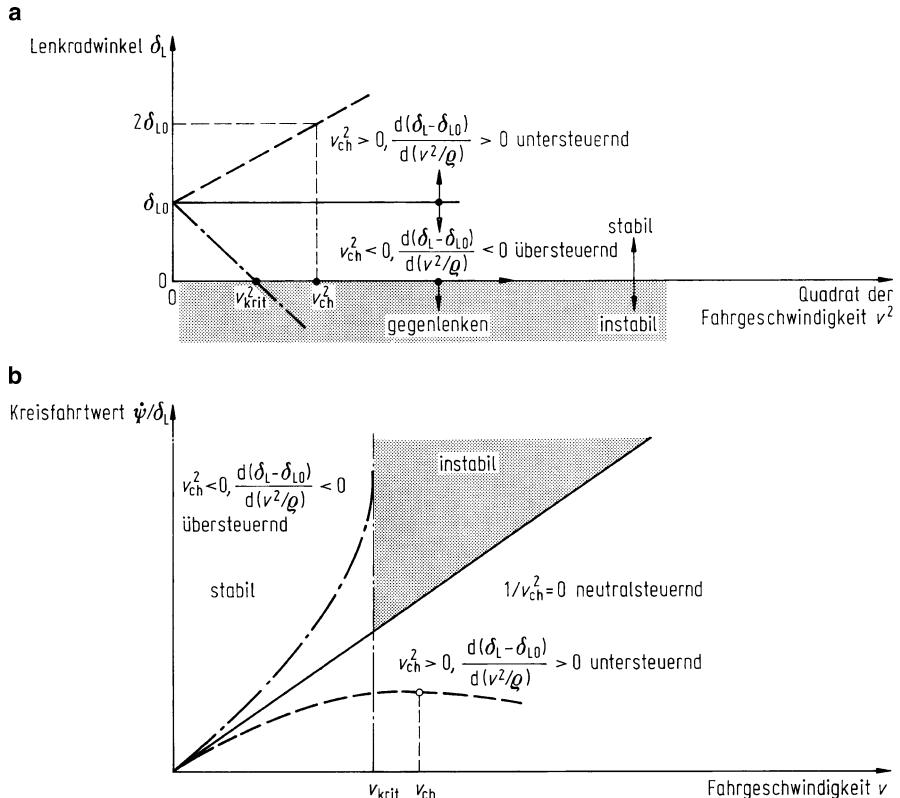


Abb. 22.1 Stabilitätsbereiche dargestellt für den Lenkradeinschlag δ_L über dem Quadrat der Fahrgeschwindigkeit (a) und für den Kreisfahrtwert ψ/δ_L über der Fahrgeschwindigkeit v (b)

und damit setzen sich auch die homogenen Lösungen von (22.3) – am Beispiel der Giergeschwindigkeit gezeigt – aus zwei Anteilen

$$\dot{\psi}_{\text{hom}} = \Psi_1 e^{s_1 t} + \Psi_2 e^{s_2 t} \quad (22.10)$$

zusammen. Diese Funktion hat unter Beachtung der o. g. Aussage $\sigma_F > 0$, $v_f^2 > 0$ oder $v_f^2 < 0$ drei verschiedene Zeitverläufe:

Fall 1: Für $\sigma_f > 0$ und $v_f^2 > 0$ ist das Fahrzeug stabil. Bei $\sigma_f^2 - v_f^2 > 0$ sind nach (22.26) beide Werte s_1 und s_2 negativ reell. Den Zeitverlauf zeigt Abb. 22.2, die zwei gestrichelten Kurven sind die einzelnen Summanden in (22.10), die ausgezogene Kurve ist die Summe. $\dot{\psi}(t)$ nähert sich „kriechend“ an die Asymptote

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\dot{\psi}(t)}{\delta_{L\text{stat}}} = \left(\frac{\dot{\psi}}{\delta_L} \right)_{\text{stat}}, \quad (22.11)$$

also an den in (1) in Tab. 21.3, definierten Kreisfahrtwert. Das Fahrzeug befährt nach einiger Zeit einen Kreis.

Fall 2: Für $\sigma_f > 0$ und $v_f^2 > 0$, aber $\sigma_f^2 - v_f^2 < 0$ sind s_1 und s_2 nach (22.9) konjugiert komplex. Das Fahrzeug ist auch stabil, die Übergangsfunktion ist aber eine abklingende Schwingung der

Abb. 22.2 Gierwinkelgeschwindigkeitsverlauf $\dot{\psi}(t)$ auf Lenkradsprung $\delta_{L\text{stat}}$, bezogen auf den Kreisfahrtwert $(\dot{\psi}/\delta_L)_{\text{stat}}$ für den Fall $\sigma_f > 0$, $v_f^2 > 0$, $\sigma_f^2 - v_f^2 > 0$

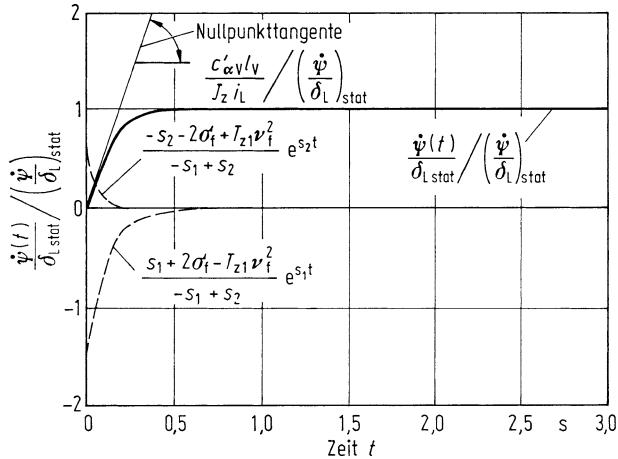
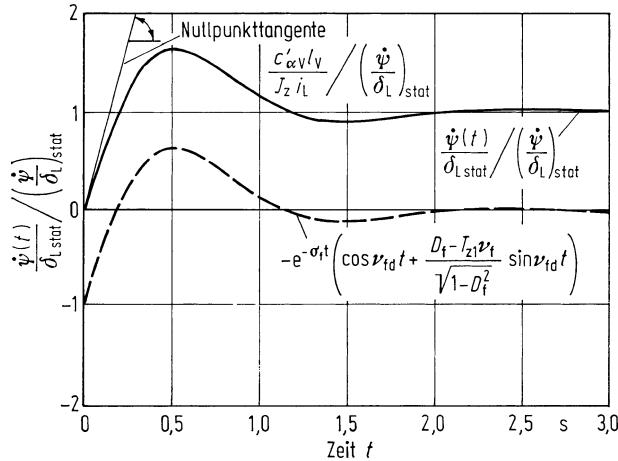


Abb. 22.3 Gierwinkelgeschwindigkeitsverlauf $\dot{\psi}(t)$ auf Lenkradsprung $\delta_{L\text{stat}}$, bezogen auf den Kreisfahrtwert $(\dot{\psi}/\delta_L)_{\text{stat}}$ für den Fall $\sigma_f^2 > 0$, $v_f^2 > 0$, $\sigma_f^2 - v_f^2 < 0$



Form

$$\frac{\dot{\psi}(t)}{\delta_{L\text{stat}}} = \left(\frac{\dot{\psi}}{\delta_L} \right)_{\text{stat}} \left[1 - e^{-\sigma_f t} \left(\cos \nu_{fd} t + \frac{D_f - T_{z1}v_f}{\sqrt{1-D_f^2}} \sin \nu_{fd} t \right) \right], \quad (22.12)$$

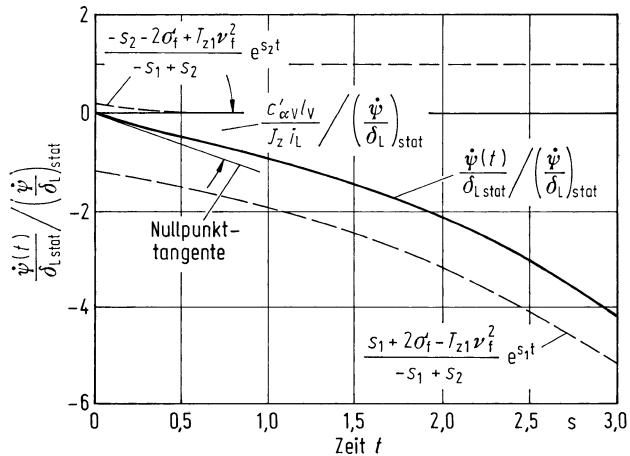
s. Abb. 22.3.

(Die Abkürzungen ν_{fd} , D_f und T_{z1} werden später erklärt.)

Fall 3: Für $\sigma_f > 0$ und $v_f^2 < 0$, d. h. $\sqrt{\sigma_f^2 - v_f^2} > \sigma_f$ wird s_1 positiv, s_2 negativ. Durch s_1 wird das Fahrzeug instabil, eine der e-Funktionen wird unendlich und damit auch die Gesamtfunktion, s. Abb. 22.4. In diesem Fall ist $(\dot{\psi}/\delta_L)_{\text{stat}}$ negativ.

Zur Verdeutlichung der Stabilität und Instabilität sind in Abb. 22.5 die Bahnkurven von Fahrzeugen zu den eben drei diskutierten Fällen gezeichnet. Alle drei Fahrzeuge fahren zunächst, von links kommend (negative Abszissenachse), geradeaus. Bei „0 m“ wird das Lenkrad sprungartig eingeschlagen. In den beiden stabilen Fällen 1 und 2 befahren die Fahrzeuge nach den Übergangsfunktionen einen Kreis, im instabilen Fall 3 eine Kurve mit immer enger werdender Krümmung. Im letzteren Fall muss der Fahrer durch Korrigieren am Lenkrad versuchen, das Fahrzeug auf der Straße zu halten und das instabile Fahrzeug zu stabilisieren.

Abb. 22.4 Gierwinkelgeschwindigkeitsverlauf $\dot{\psi}(t)$ auf Lenkradsprung $\delta_{L\text{stat}}$, bezogen auf den Kreisfahrtwert $(\dot{\psi}/\delta_L)_{\text{stat}}$ für den Fall $\sigma_f > 0$, $\nu_f^2 < 0$



Im Folgenden wird nur auf die stabilen Fälle genauer eingegangen. Entsprechend den Gleichungen in Abschn. 11.1.1 wird mit ν_f die ungedämpfte Eigenkreisfrequenz, s. (22.6), mit σ_f die Abklingkonstante, s. (22.5), das Dämpfungsmaß mit

$$D_f = \frac{\sigma_f}{\nu_f} \quad (22.13)$$

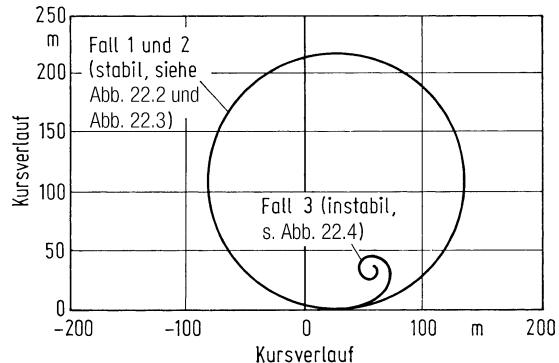
und die gedämpfte Eigenkreisfrequenz mit

$$\nu_{fd} = \nu_f \sqrt{1 - D_f^2} \quad (22.14)$$

bezeichnet. Aus Abb. 22.6 können Verlauf und Zahlenwerte für $\nu_f/2\pi$, D_f und $\nu_{fd}/2\pi$ entnommen werden. Alle drei Größen sind geschwindigkeitsabhängig. Die ungedämpfte Eigenkreisfrequenz ν_f ist bei $v = 0$ unendlich groß und geht für die untersteuernden Fahrzeuge 1 bis 7 bei $v \rightarrow \infty$ gegen den Grenzwert

$$\lim_{v \rightarrow \infty} \nu_f^2 = \lim_{v \rightarrow \infty} \nu_{fd}^2 = \frac{c'_{\alpha V} c_{\alpha H} l^2}{J_z m v_{ch}^2} = \frac{c'_{\alpha V} c_{\alpha H} l}{J_z m i_L} \frac{d\delta_L}{d(v^2/\rho)}. \quad (22.15)$$

Abb. 22.5 Bahnkurven von Fahrzeugen für die in diesem Abschnitt genannten drei Fälle



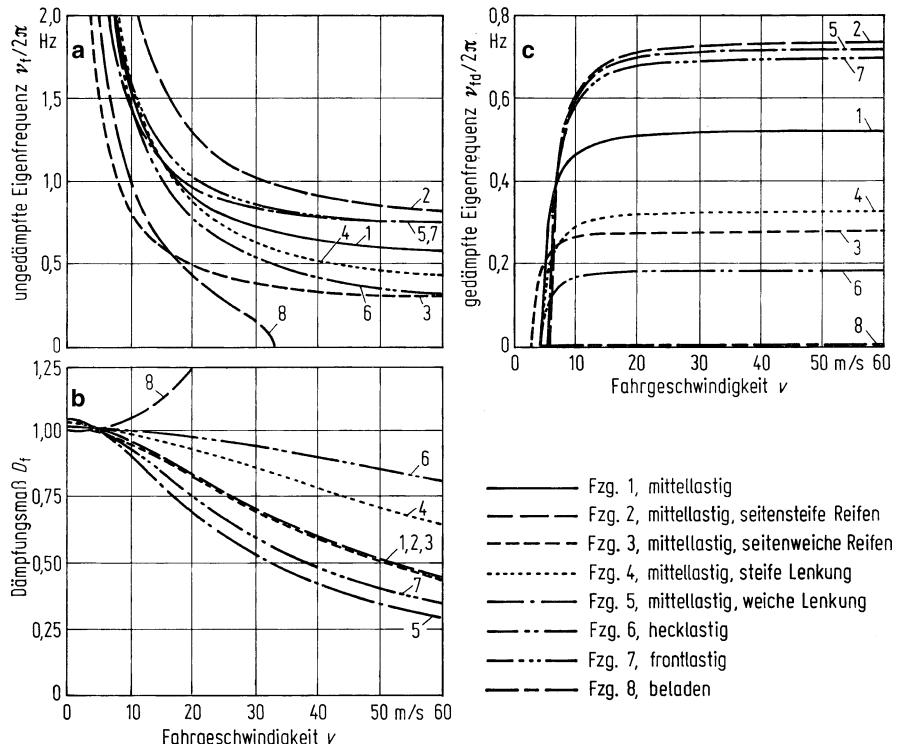


Abb. 22.6 Charakteristische Werte für das dynamische Fahrverhalten verschiedener Fahrzeuge nach Tab. 21.7

Zusatzinformation

Wird für v_{ch}^2 die Gl. (2b) in Tab. 21.2, und näherungsweise nach Abschn. 20.3 für $J_z/m = i^2 \approx l_v l_H$ gesetzt, so wird

$$\lim_{v \rightarrow \infty} v_f^2 = \lim_{v \rightarrow \infty} v_{fd}^2 \approx \frac{g}{l} \frac{c_{\alpha H}}{F_{zH}} (1 - SQ) \quad (22.15a)$$

mit dem Steifigkeitsquotienten SQ nach (4c), Tab. 21.2.

Die Dämpfungsmaße D_f dieser Fahrzeuge sind bis auf ganz geringe Fahrgeschwindigkeiten kleiner als Eins, d. h., die Bewegungen der Pkw klingen fast immer nach einer Störung oszillierend ab. Die gedämpften Eigenkreisfrequenzen v_{fd} gehen von Null gegen den o. g. Asymptotenwert der ungedämpften Eigenkreisfrequenz v_f . Die Zahlenwerte liegen bei höheren Fahrgeschwindigkeiten nach Abb. 22.6c zwischen 0,2 und 0,7 Hz, wobei die größeren Werte bei den heutigen Pkw vorkommen. Diese Eigenfrequenzen $v_{fd}/2\pi$ für die Bewegung um die Fahrzeughochachse oder Querrichtung ($\psi, \dot{\psi}, \beta$) liegen niedriger als die der Fahrzeugschwingungen. (Nach Teil III liegen die Aufbau-Eigenfrequenzen bei $\approx 1,5$ Hz, Sitz-Eigenfrequenzen bei 3,5 Hz, Motor-Eigenfrequenzen bei 6 Hz und Rad-

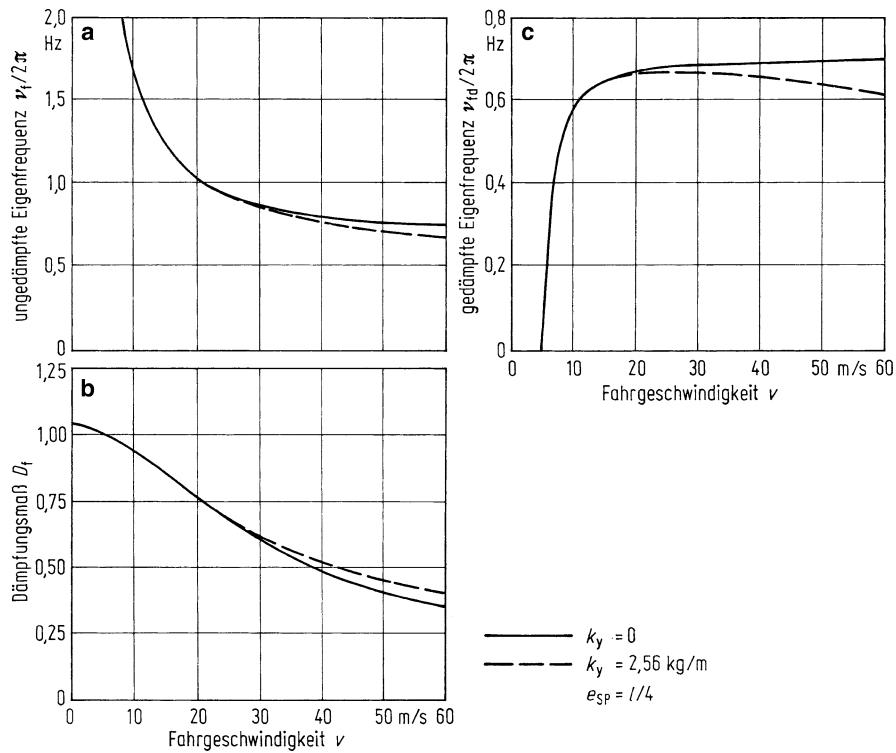


Abb. 22.7 Vergleich mit und ohne Eigenanströmung (durch Schwimmwinkel β), Fzg. 7, s. Tab. 21.7

Eigenfrequenzen bei etwa 15 Hz.) Die Dämpfungsmaße D_f für die Bewegung hier liegen hingegen höher als die der Fahrzeugschwingungen, zumindest für Fahrgeschwindigkeiten bis etwa 30 m/s.

Eine Besonderheit in Abb. 22.6 stellt das übersteuernde Fahrzeug 8 dar. Nach Diagramm b ist $D_f > 1$, die Bewegungen sind nicht oszillierend, sondern monoton. Nach a wird das Fahrzeug ab $v = 33 \text{ m/s}$ instabil.

22.1.3 Berücksichtigung der seitlichen Eigenanströmung

Zusatzinformation

Zu Beginn von Abschn. 22.1 wurde $k_y = 0$ angenommen, d. h. auf das Fahrzeug wirkt keine seitliche Luftkraft. Dies ist nicht exakt, denn auch wenn keine Seitenwindgeschwindigkeit vorhanden ist, wird das Fahrzeug durch den Schwimmwinkel β schräg angeströmt, und damit wirkt doch eine seitliche Luftkraft. Exakt muss in (20.25) und (20.26) für $v_r^2 \tau_L$ nach (22.56)

$$v_r^2 \tau_L = -v^2 \beta \quad (22.16)$$

eingesetzt werden, und die homogenen Gleichungen lauten

$$mv\dot{\beta} + (c'_{\alpha V} + c_{\alpha H} + k_y v^2)\beta + [mv^2 - (c_{\alpha H} l_H - c'_{\alpha V} l_V)] \frac{\dot{\psi}}{v} = 0, \quad (22.17)$$

$$J_z \ddot{\psi} + (c'_{\alpha V} l_V^2 + c_{\alpha H} l_H^2) \frac{\dot{\psi}}{v} - [(c_{\alpha H} l_H - c'_{\alpha V} l_V) - k_y e_{SP} v^2] \beta = 0, \quad (22.18)$$

sowie die doppelte Abklingkonstante

$$2\sigma_f = \frac{m(c'_{\alpha V} l_V^2 + c_{\alpha H} l_H^2) + J_z(c'_{\alpha V} + c_{\alpha H} + k_y v^2)}{J_z mv} \quad (22.19)$$

und das Quadrat der ungedämpften Eigenkreisfrequenz

$$\nu_f^2 = \frac{c'_{\alpha V} c_{\alpha H} l^2 + mv^2(c_{\alpha H} l_H - c'_{\alpha V} l_V) + k_y v^2 [c_{\alpha H} l_H (l_H + e_{SP}) + c'_{\alpha V} l_V (l_V - e_{SP})] - k_y e_{SP} mv^4}{J_z mv^2} \quad (22.20)$$

Den Vergleich mit und ohne Eigenanströmung zeigt Abb. 22.7. Die Unterschiede sind nicht sehr groß (bis $v \approx 30$ m/s bei diesem Beispiel vernachlässigbar), sodass mit den einfachen Gln. (22.1) bis (22.3), (22.5), (22.6) zu rechnen empfohlen werden kann.

22.2 Lenkverhalten, Zeitfunktionen, Lenkwinkelrampe

Nachdem im letzten Abschnitt die Lösung der homogenen Differenzialgleichung untersucht wurde, wird nun die der inhomogenen betrachtet, und zwar wird jetzt die Frage beantwortet, wie das Kraftfahrzeug auf einen Lenkradeinschlag reagiert. Man unterscheidet, wie auch sonst bei der allgemeinen Beurteilung irgendeines technischen Systems, zwischen zwei Arten von Eingangsfunktionen:

- spezielle Einzelfunktionen,
- harmonische Anregung.

Von den Einzelfunktionen wird bei Pkw-Versuchen häufig die Sprungfunktion bzw. die nur im Test zu verwirklichende Rampenfunktion (s. Abb. 22.8a und b) angewendet, bei Versuchen mit Pkw und (Wohn-)Anhängern die Impulsfunktion bzw. deren Annäherung. In diesem Abschn. wird die Fahrzeugantwort auf Sprung- und Rampenfunktion behandelt, in Abschn. 22.3 die auf harmonische Anregung.

Wird die seitliche Luftanströmung vernachlässigt ($k_y = 0$), so lauten die Differenzialgleichungen (20.25) und (20.26)

$$mv\dot{\beta} + (c'_{\alpha V} + c_{\alpha H})\beta + [mv^2 - (c_{\alpha H} l_H - c'_{\alpha V} l_V)] \frac{\dot{\psi}}{v} = c'_{\alpha V} \delta_L^*, \quad (22.21)$$

$$J_z \ddot{\psi} + (c'_{\alpha V} l_V^2 + c_{\alpha H} l_H^2) \frac{\dot{\psi}}{v} - (c_{\alpha H} l_H - c'_{\alpha V} l_V) \beta = c'_{\alpha V} l_V \delta_L^*, \quad (22.22)$$

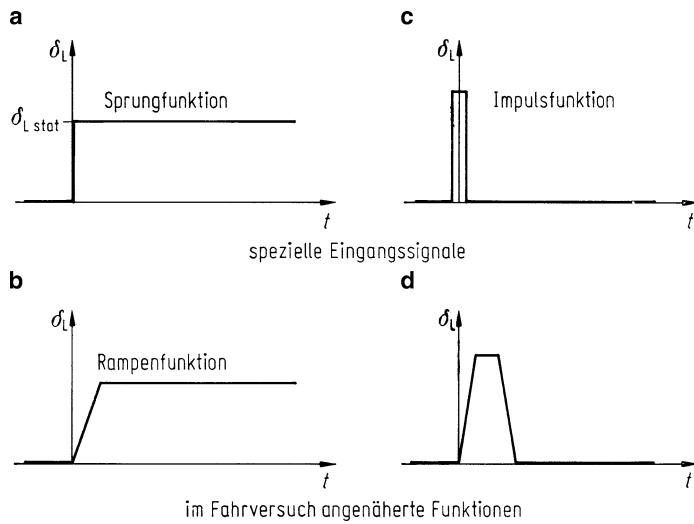


Abb. 22.8 Spezielle Eingangssignale am Beispiel des Lenkradwinkeleinschlags δ_L als Funktion der Zeit t

22.2.1 Laplace-Transformation, Übertragungsfunktion, Verstärkungsfaktor

Zusatzinformation

Zur Berechnung der Fahrzeugantwort steht, soweit lineare Differenzialgleichungen mit konstanten Koeffizienten vorliegen, die *Laplace-Transformation* zur Verfügung – ein spezielles Verfahren, „welches sowohl die Rechen- als auch die Gedankenarbeit erheblich erleichtert“ [PEST68].

Die Laplace-Transformierte $\delta_L(s)$ der Zeitfunktion des Lenkradeinschlags $\delta_L(t)$ ist

$$\delta_L(s) = \int_0^{\infty} e^{-st} \delta_L(t) dt,$$

entsprechend die des Schwimmwinkels β und die der Giergeschwindigkeit ψ

$$\beta(s) = \int_0^{\infty} e^{-st} \beta(t) dt, \quad \dot{\psi}(s) = \int_0^{\infty} e^{-st} \dot{\psi}(t) dt.$$

Die zugehörigen Ableitungen lauten

$$s\beta(s) = \int_0^{\infty} e^{-st} \dot{\beta}(t) dt, \quad s\dot{\psi}(s) = \int_0^{\infty} e^{-st} \ddot{\psi}(t) dt.$$

Setzt man die obigen fünf Gleichungen in die beiden Differenzialgleichungen (22.21) und (22.22) ein, so ergeben sich zwei – leichter zu bearbeitende – algebraische Gleichungen

$$[mvs + (c'_{\alpha V} + c_{\alpha H})]\beta(s) + [mv^2 - (c_{\alpha H}l_H - c'_{\alpha V}l_V)] \frac{1}{v} \dot{\psi}(s) = c'_{\alpha V} \delta_L^*(s), \quad (22.23)$$

$$-(c_{\alpha H}l_H - c'_{\alpha V}l_V)\beta(s) + [vJ_zs + (c'_{\alpha V}l_V^2 + c_{\alpha H}l_H^2)] \frac{1}{v} \dot{\psi}(s) = c'_{\alpha V} l_V \delta_L^*(s). \quad (22.24)$$

Daraus ergibt sich z. B. die Laplace-Transformierte der Gierwinkelgeschwindigkeit zu

$$\dot{\psi}(s) = \left(\frac{\dot{\psi}}{\delta_L} \right)_{\text{stat}} \frac{1 + T_{z1}s}{1 + \frac{2\sigma_f}{v_f^2}s + \frac{1}{v_f^2}s^2} \delta_L(s).$$

Das Verhältnis $\dot{\psi}(s)/\delta_L(s)$ nennt man Übertragungsfunktion. Sie ist eine Funktion von s und wurde so geschrieben, dass nicht v_f auftaucht, weil dieser Wert beim instabilen Fahrzeug imaginär ist, sondern nur v_f^2 . Für $s = 0$ wird die Übertragungsfunktion gleich dem sog. Verstärkungsfaktor $(\dot{\psi}/\delta_L)_{\text{stat}}$, er ist identisch dem Kreisfahrtwert nach (1) in Tab. 21.3. Die wichtigsten Übertragungsfunktionen sind in Tab. 22.1 zusammengestellt.

22.2.2 Sprungantwort

Als Anwendungsbeispiel wird für den Lenkradeinschlag $\delta_L(t)$ die Sprungfunktion nach Abb. 22.8a genommen, d. h. das Lenkrad wird schlagartig auf den Stationärwert $\delta_{L\text{stat}}$ eingeschlagen. Obgleich – wie schon gesagt – dies im Versuch nicht möglich ist, gewinnt man aus der Diskussion einige grundlegende fahrzeugtechnische Erkenntnisse.

Zusatzinformation

Die Laplace-Transformierte lautet dann [PEST68, DOET61]

$$\delta_L(s) = \frac{\delta_{L\text{stat}}}{s}. \quad (22.25)$$

und die Antwort am Beispiel der Gierwinkelgeschwindigkeit nach (1) in Tab. 22.1

$$\frac{\dot{\psi}(s)}{\delta_{L\text{stat}}} = \left(\frac{\dot{\psi}}{\delta_L} \right)_{\text{stat}} \frac{1 + T_{z1}s}{1 + \frac{2\sigma_f}{v_f^2}s + \frac{1}{v_f^2}s^2} \frac{1}{s}$$

oder

$$\frac{\dot{\psi}(s)}{\delta_{L\text{stat}}} = \left(\frac{\dot{\psi}}{\delta_L} \right)_{\text{stat}} v_f^2 \frac{1 + T_{z1}s}{s(s^2 + 2\sigma_f s + v_f^2)}.$$

Die Lösung geschieht über die Partialbruchzerlegung des dritten Faktors der obigen Gleichung

$$\frac{1 + T_{z1}s}{s(s^2 + 2\sigma_f s + v_f^2)} = \frac{1 + T_{z1}s}{s(s - s_1)(s - s_2)} = \frac{A}{s} + \frac{B}{s - s_1} + \frac{C}{s - s_2}.$$

Aus dem Koeffizientenvergleich ergibt sich

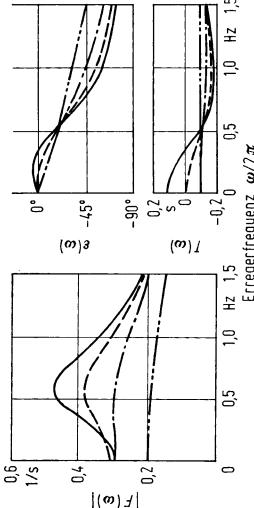
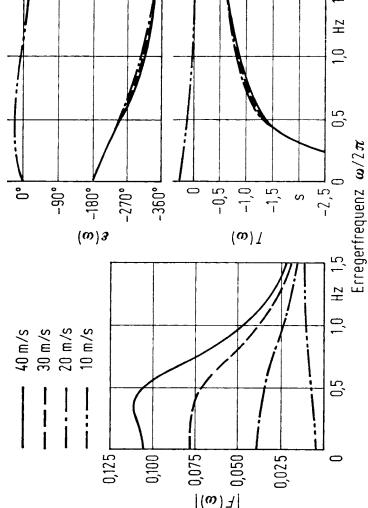
$$A + B + C = 0; \quad A2\sigma_f - Bs_2 - Cs_1 = T_{z1}; \quad Av_f^2 = 1,$$

wobei die Lösung der quadratischen Gleichung aus (22.9) bekannt ist.

Nach Rücktransformation [DOET61, PEST68] in den Zeitbereich errechnet sich die Sprungantwort zu

$$\frac{\dot{\psi}(t)}{\delta_{L\text{stat}}} = \left(\frac{\dot{\psi}}{\delta_L} \right)_{\text{stat}} \left[1 + \frac{s_1 + 2\sigma_f - T_{z1}v_f^2}{-s_1 + s_2} e^{s_1 t} + \frac{-s_s - 2\sigma_f - T_{z1}v_f^2}{-s_1 + s_2} e^{s_2 t} \right]. \quad (22.26)$$

Tab. 22.1 Übertragungsfunktionen und Frequenzgänge ($F(0)$) entsprechen den Kreisfahrtwerten in Tab. 21.3; $|F(\omega)| \triangleq$ Amplituden-Verhältnis, $\varepsilon(\omega) = \arg(F(j\omega)) \triangleq$ Phasenwinkel, $T(\omega) = \varepsilon(\omega)/\omega \triangleq$ Phaserverschiebungszzeit, $v_f^2 \triangleq$ s. (22.6), σ_f s. (22.5), v_{ch} s. (2a) und (2b) in Tafel 21.2. Daten für die Programme s. Fzg. 1 in Tab. 21.7, $i/l = 0,46$

Übertragungsfunktion $F(s)$ für	Abkürzungen	Beispiele für Frequenzgänge ($s = j\omega$)
<u>Gierwinkelgeschwindigkeit</u> <u>Lenkradeinschlagwinkel</u> (1)	$T_{zl} = \frac{mv/l_v}{c_{\alpha H} l}$ $F(0) = (\dot{\psi}/\delta_L)_{stat}$ $= \frac{1}{i_L l} \frac{v}{1 + (v/v_{ch})^2}$	
<u>Schwimmwinkel</u> <u>Lenkradeinschlagwinkel</u> (2)	$T_{zl} = \frac{l_z v}{c_{\alpha H} l_H l - l_v m v^2}$ $F(0) = (\beta/\delta_L)_{stat}$ $= \frac{1}{i_L l} \frac{1 - \frac{m l v}{c_{\alpha H} l_H l} v^2}{1 + (v/v_{ch})^2}$	

Tab. 22.1 Fortsetzung

Übertragungsfunktion $F(s)$ für Seitenbeschleunigung	Abkürzungen	Beispiele für Frequenzgänge ($s = j\omega$)
<u>Lenkradeinschlagwinkel</u>	$T_{z1} = \frac{l_H}{v}$ $T_{z2} = \frac{J_z}{c_{\alpha H} l}$	
$F(s) = \ddot{y}(s)/\delta_L(s)$	$F(0) = (\ddot{y}/\delta_L)_{\text{stat}}$	
$= \left(\frac{\ddot{y}}{\delta_L}\right)_{\text{stat}} \cdot \frac{1 + T_{z1}s + T_{z2}s^2}{1 + \frac{2\sigma_f}{v_f^2}s + \frac{1}{v_f^2}s^2}$	$= \frac{1}{i_L l} \frac{v^2}{1 + (v/v_{\text{ch}})^2}$	
<u>Lenkradmoment</u>	$T_{z1} = \frac{ml_H^2 + J_z}{mv l_H}$ $T_{z2} = \frac{J_z}{c_{\alpha H} l_H}$	
<u>Lenkradeinschlagwinkel</u>	$F(0) = (M_L/\delta_L)_{\text{stat}}$	
$F(s) = M_L(s)/\delta_L(s)$	$= \left(\frac{M_L}{\delta_L}\right)_{\text{stat}} \cdot \frac{1 + T_{z1}s + T_{z2}s^2}{1 + \frac{2\sigma_f}{v_f^2}s + \frac{1}{v_f^2}s^2}$	
	$= \frac{ml_H n_V}{i_L^2 l^2} \frac{v^2}{1 + (v/v_{\text{ch}})^2}$	

Tab. 22.2 Zusammenhang zwischen dynamischem Verhalten nach den Abschn. 22.2.2 und 22.1.2 sowie der Kreisfahrt nach den Abschn. 21.2 und 21.3

	Dynamisches Verhalten	Kreisfahrt
stabil	(Fall 1 in Abschn. 22.1.2) $\sigma_f^2 > 0$ $v_f^2 > 0$ $D_f > 1$ monotoner Verlauf	übersteuerndes Fahrzeug $d\delta_L/d(v^2/\rho) < 0$ für $v < v_{krit}$
	(Fall 2 in Abschn. 22.1.2) $\sigma_f^2 - v_f^2 < 0$ $D_f < 1$ (bis auf niedrige v) oszillierender Verlauf	untersteuerndes Fahrzeug $d\delta_L/d(v^2/\rho) > 0$ (fast alle Pkw)
instabil	(Fall 3 in Abschn. 22.1.2) $\sigma_f > 0$ $v_f^2 < 0$ monotoner Verlauf	übersteuerndes Fahrzeug $d\delta_L/d(v^2/\rho) < 0$ für $v > v_{krit}$

Zur Zeit $t = 0$ gilt

$$\frac{\dot{\psi}(0)}{\delta_{L \text{ stat}}} = 0 \quad (22.27)$$

und der Nullpunktsanstieg (aus (22.22) direkt ablesbar)

$$\left. \frac{d\dot{\psi}}{dt} \right|_{t=0} \cdot \frac{1}{\delta_{L \text{ stat}}} = \frac{\ddot{\psi}(0)}{\delta_{L \text{ stat}}} = \frac{c'_{\alpha V} l_V}{J_z i_L}. \quad (22.28)$$

Diese Funktion (22.26) wurde – in drei Fälle unterteilt – schon in Abschn. 22.1.2 diskutiert.

Verbindet man die Aussagen über die Zeitfunktionen mit denen über die Stabilität/Instabilität sowie mit den Definitionen für Unter-/Übersteuern nach den Abschn. 22.1.2 und 22.2.1, so ergibt sich Tab. 22.2.

22.2.3 Lenkwinkelrampe

Wie schon zu Beginn von Abschn. 22.2 erwähnt, kann der eben behandelte Lenkwinkelsprung bei Fahrversuchen wegen des unendlich steilen Anstiegs nicht verwirklicht werden, man nimmt deshalb die Rampenfunktion nach Abb. 22.8b.

Da dieser Fahrversuch relativ häufig angewendet wird, ist er genormt. [ISO88]¹ Danach wird bei einer vorgegebenen Fahrgeschwindigkeit das Lenkrad möglichst schnell auf einen solch großen Wert $\delta_{L \text{ stat}}$ bewegt, dass eine bestimmte stationäre Querbeschleunigung \ddot{y}_{stat} erzielt wird. Zunächst sollen einige gerechnete Kurven für einen untersteuernden Pkw in Abb. 22.9 diskutiert werden: Die Gierwinkelgeschwindigkeit $\dot{\psi}$ steigt nach Diagramm b schnell an, erreicht ihren Maximalwert, nachdem der Lenkradwinkelanstieg beendet ist, und schwingt dann auf den Stationärwert $\dot{\psi}_{\text{stat}}$ ein. Das Einschwingen ist kaum sichtbar, weil bei dieser Geschwindigkeit $v = 100 \text{ km/h}$ das Dämpfungsmaß D_f relativ hoch ist,

¹ In ISO 7401 für „Step Input“ $v = 80 \text{ km/h}$, $\ddot{y}_{\text{stat}} = 4 \text{ m/s}^2$, $d\delta_L/dt > 200^\circ/\text{s}$.

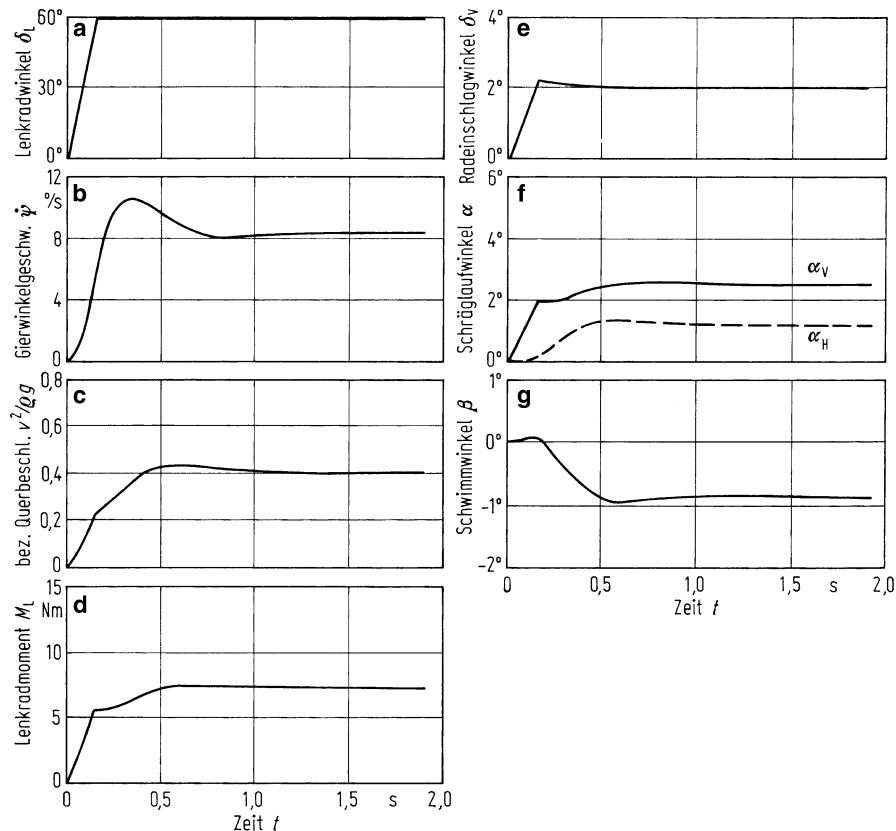


Abb. 22.9 Zeitfunktionen bei Eingabe einer Lenkwinkelrampe für einen untersteuernden frontlastigen Pkw, $v = 100 \text{ km/h}$

s. Abb. 22.6b. Der Querbeschleunigungs-Zeit-Verlauf nach Diagramm c entspricht dem der Gierwinkelgeschwindigkeit mit zwei Ausnahmen: Der Anstieg ist nicht so steil, und das Überschwingen ist kleiner. Beim Querbeschleunigungsanstieg gibt es zum Zeitpunkt der Beendigung des Lenkradwinkelanstiegs einen Knick (bei den experimentellen Kurven nach Abb. 22.10c ist er verschliffen).

Der Schräglauwinkel vorn α_V steigt, da die Vorderräder gelenkt werden, schneller an als hinten α_H . Der Stationärwert von α_V ist wegen der Frontlastigkeit des Fahrzeugs größer als α_H . Das Lenkradmoment (d) ist proportional der Vorderachs-Seitenkraft und die wiederum proportional dem vorderen Schräglauwinkel α_V , wodurch sich die Ähnlichkeit erklärt.

Der Vorderradeinschlag δ_V (e) schwingt im Gegensatz zu δ_L etwas über den Stationärwert. Dies ist der Einfluss der Lenkungssteifigkeit C_L und des Gesamtnachlaufes n_V (nicht der Massen der Vorderräder, denn die wurden nicht berücksichtigt).

Der Schwimmwinkel β (g) bewegt sich mit geringem Überschwingen auf den bei dieser relativ hohen Querbeschleunigung negativen Stationärwert.

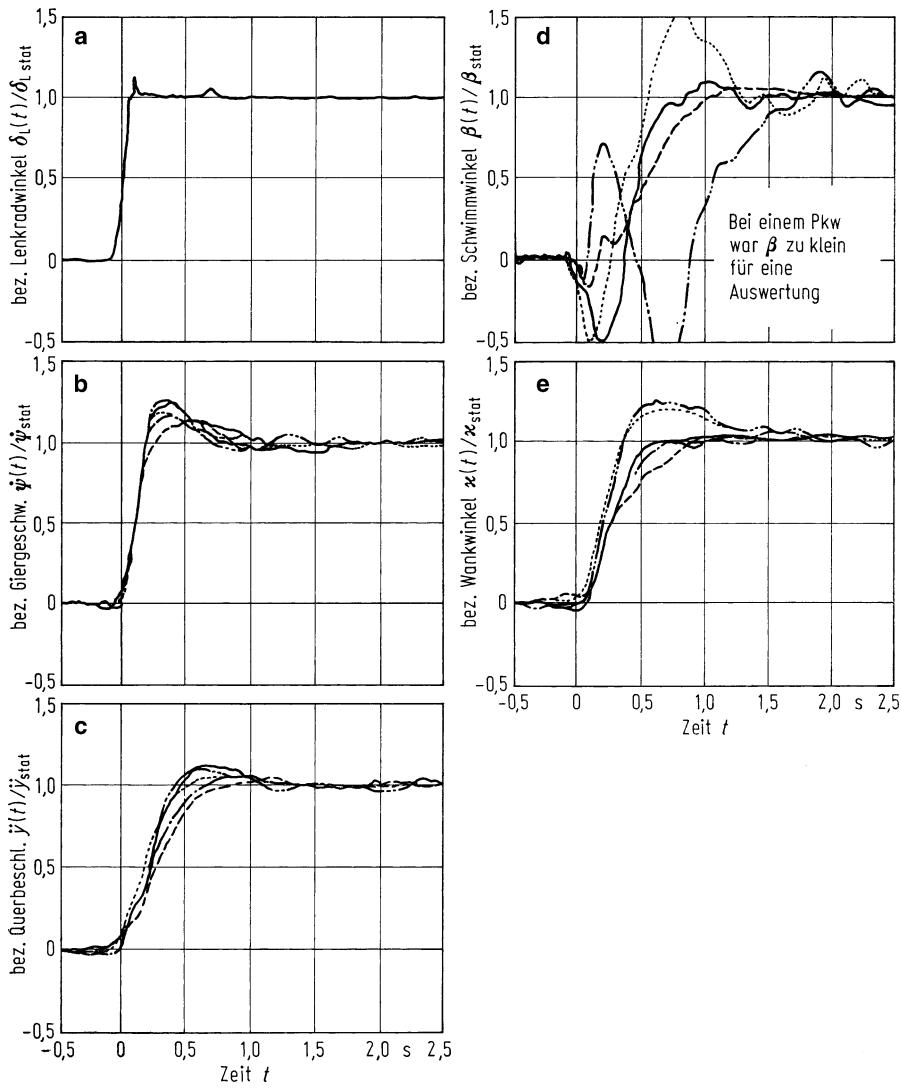
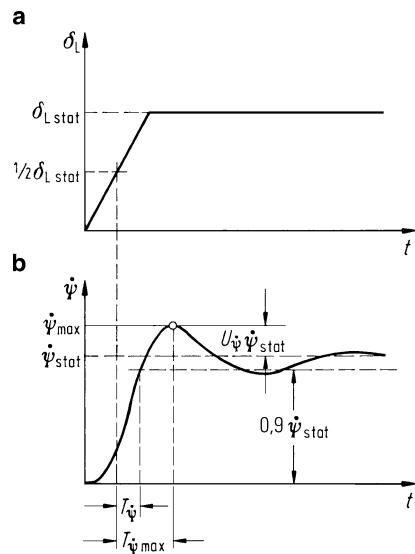


Abb. 22.10 Vergleich der auf die Stationärwerte normierten Zeitschriebe von **a** Lenkradwinkel; **b** Gierwinkelgeschwindigkeit; **c** Querbeschleunigung; **d** Schwimmwinkel und **e** Wankwinkel beim Lenkwinkelsprung-Versuch für fünf Pkw (Messungen vom IfF: Linkskurve, $v \approx 100 \text{ km/h}$, $\ddot{y}_{\text{stat}} \approx 0,4 \text{ g}$)

In Abb. 22.10 sind einige Messschriebe dargestellt, wobei alle Zeitschriebe auf die Stationärwerte normiert wurden. Die Lenkwinkelrampe entspricht der ISO-Forderung.² Die gemessenen Kurven stimmen mit den gerechneten im Verlauf überein.

² In ISO 7401 für „Step Input“ $v = 80 \text{ km/h}$, $\ddot{y}_{\text{stat}} = 4 \text{ m/s}^2$, $d\delta_L/dt > 200^\circ/\text{s}$.

Abb. 22.11 Definition einiger Kennwerte der Übergangsfunktion am Beispiel der Giergeschwindigkeit $\dot{\psi}(t)$ nach einer Lenkwinkelrampe $\delta(t)$. Index stat bezieht sich auf Kreisfahrtwerte, $T_{\dot{\psi}} =$ Response-Time, $T_{\dot{\psi} \max} =$ Peak-Response-Time, $U_{\dot{\psi}} =$ auf den Stationärwert $\dot{\psi}_{\text{stat}}$ bezogene Überschwingweite



22.2.4 Fahrzeugkennwerte

Aus der Antwortfunktion des Fahrzeuges, z. B. aus der Gierwinkelgeschwindigkeit-Zeit-Funktion nach Abb. 22.11b, auf die Eingabe einer Lenkwinkelrampe nach a werden einige Fahrzeugkennwerte entnommen. Üblich sind:

- Der Verstärkungsfaktor $(\dot{\psi}/\delta_L)_{\text{stat}}$, entspricht dem Kreisfahrtwert (1) in Tab. 21.3,
- die „Response-Time“ $T_{\dot{\psi}}$, die Ansprechdauer, gemessen vom 50 % des Endwertes von $\dot{\psi}_{\text{stat}}$ bis zum Erreichen des 90 %-Wertes von $\dot{\psi}_{\text{stat}}$ [ISO88],
- die „Peak-Response-Time“ $T_{\dot{\psi} \max}$, die Ansprechdauer bis zum Erreichen des ersten Maximums [ISO88],
- neben dem o. g. $T_{\dot{\psi} \max}$ gibt es noch den, um den Schwimmwinkel aus der stationären Kreisfahrt erweiterten, sog. TB-Wert [LINK73]

$$TB = T_{\dot{\psi} \max} \beta_{\text{stat}} \quad (22.29)$$

- und die bezogene Überschwingweite

$$U_{\dot{\psi}} = \frac{\dot{\psi}_{\max} - \dot{\psi}_{\text{stat}}}{\dot{\psi}_{\text{stat}}} \cdot 100 \%. \quad (22.30)$$

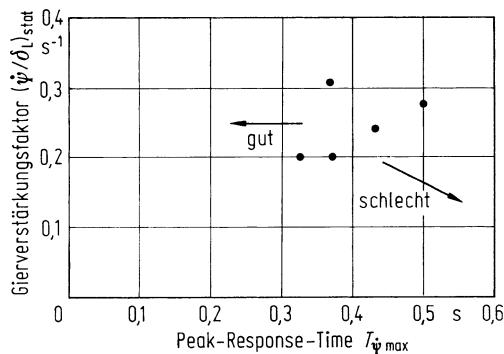
In Tab. 22.3 sind einige der genannten Werte für heutige Pkw auch für die Querbeschleunigung \ddot{y} zusammengestellt.

Die Bestimmung von $T_{\dot{\psi} \max}$ und des TB-Wertes ist nur bei Fahrzeugen möglich, die auf die Asymptote einschwingen, also nach Tab. 22.2 bei allen untersteuernden Fahrzeugen, und das sind fast alle Pkw.

Tab. 22.3 Kennwerte aus Messungen des IfF ($v \approx 100 \text{ km/h}$, $\ddot{y}_{\text{stat}} \approx 0,4 \text{ g}$, trockene Straße, $d\delta_L/dt|_{t=0} \approx 200^\circ/\text{s}$. Mittelwerte aus mehreren Versuchen bei Links- und Rechtskurven)

Messgröße		Einheit	Bereich für Pkw
Verstärkungsfaktor	$(\dot{\psi}/\delta_L)_{\text{stat}}$	$\frac{1}{s}$	0,20 … 0,30
Peak-Response-Time	$T_{\dot{\psi}}_{\text{max}}$	s	0,33 … 0,50
	$T_{\ddot{y}}_{\text{max}}$	s	0,67 … 0,95
bez. Überschwingweiten	$\frac{\dot{\psi}_{\text{max}} - \dot{\psi}_{\text{stat}}}{\dot{\psi}_{\text{stat}}}$	%	13 … 27
	$\frac{\ddot{y}_{\text{max}} - \ddot{y}_{\text{stat}}}{\ddot{y}_{\text{stat}}}$	%	3 … 14
TB-Wert	$T_{\dot{\psi}}_{\text{max}} \beta_{\text{stat}}$	Grad · s	$(-0,04) + 0,17 \dots 0,53$

Abb. 22.12 Gierverstärkungsfaktor $(\dot{\psi}/\delta_L)_{\text{stat}}$ über Peak-Response-Time $T_{\dot{\psi}}_{\text{max}}$ für einige Pkw. (Messungen des IfF, 1984/85, $v \approx 100 \text{ km/h}$, $\ddot{y}_{\text{stat}} \approx 0,4 \text{ g}$, trockene Straße, $d\delta_L/dt \approx 200^\circ/\text{s}$, Mittelwerte aus mehreren Versuchen bei Links- und Rechtskurven)



22.2.4.1 Beurteilung der Fahrzeugkennwerte

Zu den subjektiven Aussagen aus der stationären Kreisfahrt in Abschn. 21.3 kommen weitere aus den Versuchen mit der Lenkwinkelrampe hinzu. Nach Literaturangaben [BISI77, MCRU76] wird das Fahrverhalten eines Pkw als gut bezeichnet, wenn

- der Kreisfahrtwert = Verstärkungsfaktor $(\dot{\psi}/\delta_L)_{\text{stat}}$ groß und
- die Peak-Response-Time $T_{\dot{\psi}}_{\text{max}}$ klein ist,

d. h., wenn das Fahrzeug stark und schnell auf die Bewegung am Lenkrad reagiert. In Abb. 22.12 sind einige Versuchsergebnisse in einem, die beiden o. g. Forderungen enthaltenen Diagramm eingezzeichnet.

Angaben über Grenzwerte oder gewünschte Bereiche gibt es noch nicht. Man kann nur allgemein sagen, $(\dot{\psi}/\delta_L)$ sollte einerseits nicht zu groß sein, weil dann eine kleine, vielleicht vom Fahrer unbewusst ausgeführte Lenkbewegung schon eine zu große Fahrzeuggreaktion ergibt, andererseits nicht zu klein, damit nicht eine gewollte Fahrzeuggbewegung zu große, unhandliche Lenkbewegungen erfordert. Bei einem zu großen $T_{\dot{\psi}}_{\text{max}}$ antwortet das Fahrzeug zu träge, bei einem zu kleinen vielleicht für den Fahrer zu schnell.

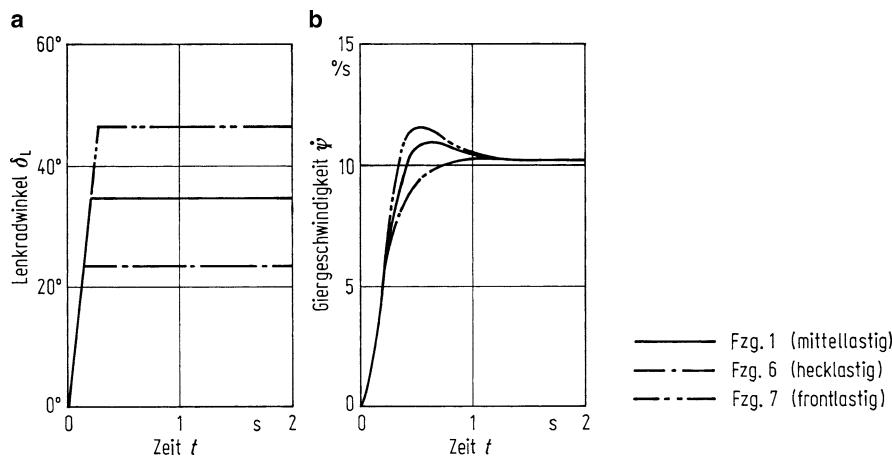


Abb. 22.13 Beispiele für den Einfluss von Fahrzeugdaten auf Gierwinkelgeschwindigkeit-Zeit-Verlauf bei Eingabe von Lenkwinkelrampen. Fahrzeugdaten s. Tab. 21.7, $v = 22,2 \text{ m/s} = 80 \text{ km/h}$, $\ddot{y}_{\text{stat}} = 0,4 \text{ m/s}^2$, $d\delta_L/dt = 200^\circ/\text{s}$, entspricht ISO [ISO88]

Weiterhin besteht zwischen Subjektivurteilen von Versuchsfahrern und den objektiven Kennwerten $T_{\dot{\psi}}$, $T_{\ddot{\psi}}$, TB-Wert „ein markanter Zusammenhang“ [RIED97]. Über die Bedeutung von $U_{\dot{\psi}}$ für den Fahrer gibt es widersprüchliche Aussagen.

22.2.4.2 Fahrzeugdaten – Verstärkungsfaktor – Peak-Response-Time

Wie erreicht man nun die beiden o. g. Forderungen nach großem Verstärkungsfaktor $(\dot{\psi}/\delta_L)_{\text{stat}}$ und gleichzeitig kleiner Peak-Response-Time $T_{\dot{\psi}}^{\max}$? Dies wird anhand der Beispieldaten nach Tab. 21.7 erläutert.

Begonnen wird mit dem Vergleich der drei Fahrzeuge mit unterschiedlichen Schwerpunktslagen, s. Abb. 22.13. Das hecklastige Fahrzeug 6 fällt zweifach auf: Erstens braucht es für den nach Norm [ISO88] durchzuführenden Fahrversuch den kleinsten Lenkradeinschlagwinkel $\delta_L = 23,7^\circ$, um eine stationäre Querbeschleunigung $\ddot{y}_{\text{stat}} = 0,4 \text{ g}$ (entspricht $\dot{y}_{\text{stat}} = \ddot{y}_{\text{stat}}/v = 10,3^\circ/\text{s}$) zu erreichen, und zweitens zeigt der Gierwinkelgeschwindigkeit-Zeit-Verlauf kein Überschwingen. Die erste Aussage bedeutet, dass Fahrzeug 6 einen großen Verstärkungsfaktor $(\dot{\psi}/\delta_L)_{\text{stat}}$ hat, was auf den kleinen Untersteuergradienten zurückzuführen ist, s. Abb. 21.11, IIId. Die zweite Aussage bedeutet: Das fehlende Überschwingen, das „Herankriechen“ an die Asymptote steht dafür, dass das Fahrzeug nur langsam auf den Lenkradeinschlag reagiert. Die Ursache hierfür ist nach Abb. 22.6b das große Dämpfungsmaß mit $D_f(v = 22,2 \text{ m/s}) \approx 1$. $T_{\dot{\psi}}^{\max}$ kann hier nicht bestimmt werden.

Beim mittellastigen Fahrzeug 1 muss der Lenkradeinschlag, um die o. g. Querbeschleunigung zu erzielen, $\delta_L = 35,1^\circ$ betragen; der Verstärkungsfaktor ist kleiner, der Untersteuergradient größer als bei Fahrzeug 6. Beim $\dot{\psi}(t)$ -Verlauf tritt ein Überschwingen auf, da nach Abb. 22.6b $D_f(v = 22,2 \text{ m/s}) \approx 0,82$, also kleiner Eins ist; es ist $T_{\dot{\psi}}^{\max} \approx 0,54 \text{ s}$.

Tab. 22.4 Ergebnisse aus Lenkwinkelrampe. Fahrzeugdaten s. Tab. 21.7 (bis auf die letzte Spalte). Rechenbedingungen: $v = 22,2 \text{ m/s} = 80 \text{ km/h}$, $\ddot{\psi}_{\text{stat}} = 4 \text{ m/s}^2$, $d\delta_L/dt|_{t=0} = 200^\circ/\text{s}$ entspricht ISO [ISO88]

Fahrzeug	δ_L stat	$(\frac{\dot{\psi}}{\delta_L})_{\text{stat}}$	$T_{\psi \text{ max}}$	$\frac{\dot{\psi}_{\text{max}} - \dot{\psi}_{\text{stat}}}{\dot{\psi}_{\text{stat}}}$	i_L für $(\dot{\psi}/\delta_L)_{\text{stat}} = 0,297 \text{ 1/s}$
1	$35,1^\circ$	0,297 1/s	0,54 s	$8,9^\circ/\text{s}$	19
2	$35,1^\circ$	0,297 1/s	0,46 s	$5,4^\circ/\text{s}$	19
3	$35,1^\circ$	0,297 1/s	0,96 s	$10,7^\circ/\text{s}$	19
4	$26,4^\circ$	0,395 1/s	0,79 s	$3,6^\circ/\text{s}$	25,3
5	$56,9^\circ$	0,184 1/s	0,50 s	$21,4^\circ/\text{s}$	11,7
6	$23,7^\circ$	0,440 1/s	–	0	28,1
7	$46,5^\circ$	0,225 1/s	0,50 s	$14,3^\circ/\text{s}$	14,3
8	$12,3^\circ$	0,849 1/s	–	0	– (weil beladenes Fahrzeug)

Beim frontlastigen Fahrzeug 7 ist $\delta_L = 46,5^\circ$, also noch größer als bei den Fahrzeugen 1 und 6, der Verstärkungsfaktor ist noch kleiner, der Untersteuergradient noch größer, das Fahrzeug reagiert mit $T_{\psi \text{ max}} = 0,50 \text{ s}$ am schnellsten, allerdings auch mit einem stärkeren Überschwingen, da $D_f(v = 22,2 \text{ m/s}) = 0,70$ kleiner ist als bei Fahrzeug 1.

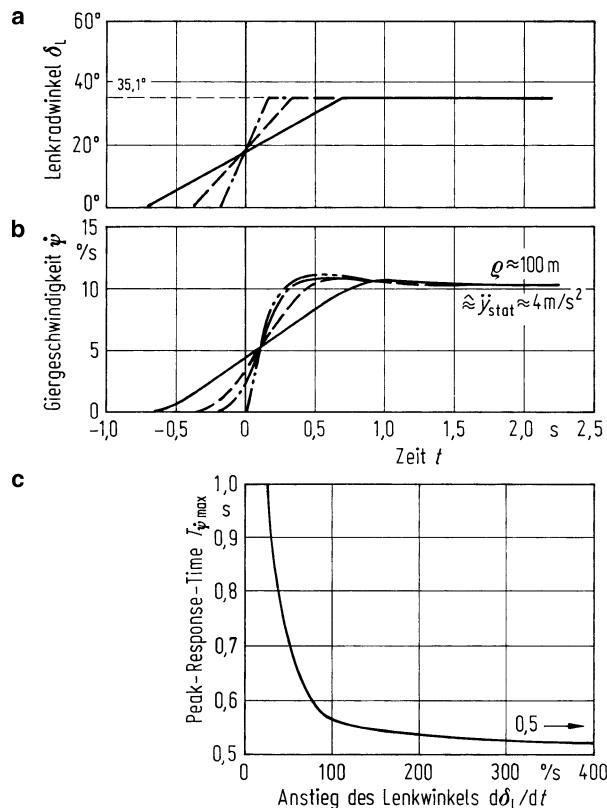
An diesen drei Beispielen, bei denen die Schwerpunktslage verändert wurde, erkennt man, dass eine Verringerung von $T_{\psi \text{ max}}$ auch eine Verkleinerung des Verstärkungsfaktors $(\dot{\psi}/\delta_L)_{\text{stat}}$ ergibt. Da aber nach Abschn. 22.2.4.1 eine Verkleinerung des Verstärkungsfaktors nicht gewünscht wird, muss man z. B. beim frontlastigen Fahrzeug 7 die Lenkübersetzung i_L verkleinern, und zwar, um den gleichen $(\dot{\psi}/\delta_L)_{\text{stat}}$ -Wert zu erreichen wie bei Fahrzeug 1, von $i_L = 19$ auf 14,3. Dies bewirkt allerdings nach den Abschn. 21.2.5, 21.3.3 und 21.4.3 höhere Momente am Lenkrad und macht zu dessen Reduzierung den Einbau einer Servolenkung bzw., falls vorhanden, eine größere Verstärkung in der Servolenkung notwendig.

In Tab. 22.4 sind auch die Ergebnisse der anderen Fahrzeuge zusammengestellt, wobei in der letzten Spalte die Lenkübersetzung i_L wieder zum Erhalt konstanten Verstärkungsfaktors angepasst wurde. Das Fahrzeug mit der schnellsten Reaktion auf einen Lenkradeinschlag, also mit der kleinsten Peak-Response-Time $T_{\psi \text{ max}}$, ist das mit seitensteifen Reifen ausgerüstete Fahrzeug 2, oder anders ausgedrückt, das Fahrzeug mit der höchsten ungedämpften und gedämpften Eigenfrequenz $v_f/2\pi$ und $v_{fd}/2\pi$, s. Abb. 22.6a und c, s. auch (22.15).

22.2.5 Einfluss von Lenkwinkelrampe und Fahrgeschwindigkeit

Wie sich die Ergebnisse mit der Steilheit der Lenkwinkelrampe und mit der Fahrgeschwindigkeit ändern, soll an einigen Beispielen gezeigt werden.

Abb. 22.14 Einfluss von verschiedenen schnellem δ_L -Anstieg **a** auf $\dot{\psi}$ **b**, **c** Einfluss des δ_L -Anstiegs auf $T_{\dot{\psi} \max}$. Fahrzeugdaten: s. Fzg. 1 in Tab. 21.7, $v = 22,2 \text{ m/s} = 80 \text{ km/h}$



In Abb. 22.14 ist der Einfluss verschiedener schneller δ_L -Anstiege (a) auf die Gierwinkelgeschwindigkeit $\dot{\psi}$ (b) zu sehen. Je schneller der Anstieg, um so schneller folgt – ganz selbstverständlich – $\dot{\psi}$, die Peak-Response-Time $T_{\dot{\psi} \max}$ wird kürzer (c).

Wesentlich stärker wirkt sich der Einfluss der Fahrgeschwindigkeit auf das Übergangsverhalten aus (Abb. 22.15); dabei ist die Lenkwinkelrampe für jede Fahrgeschwindigkeit gleich (a). Der Verlauf der Gierwinkelgeschwindigkeit (b) ändert sich stark. Zunächst werden andere Stationärwerte $\dot{\psi}_{\text{stat}}$ erreicht (vgl. Abb. 21.6), außerdem wird mit schnellerer Fahrt das Überschwingen stärker, da das Dämpfungsmaß D_f nach Abb. 22.6b kleiner wird.

Aus Abb. 22.15b geht vielleicht nicht gleich hervor, dass das Fahrzeug bei verschiedenen Fahrgeschwindigkeiten und gleichem $\delta_L(t)$ -Verlauf ganz verschiedene Radien befährt; es befährt nach Abb. 22.15c bei $v = 10 \text{ m/s}$ den Radius $\rho \approx 90 \text{ m}$, bei $v = 22,2 \text{ m/s}$ beträgt $\rho \approx 130 \text{ m}$ und bei $v = 40 \text{ m/s}$ beträgt $\rho \approx 230 \text{ m}$.

Deshalb wurde in Abb. 22.16a die Größe des stationären Lenkradeinschlags so gewählt, dass das Fahrzeug nach abgeklungener Schwingung immer auf einem konstanten Radius von $\rho = 500 \text{ m}$ fährt. Dennoch erkennt man aus Diagramm e, dass die Kreise gegeneinander versetzt sind. Der Kreismittelpunkt bei 10 m/s liegt links, der bei 40 m/s rechts von

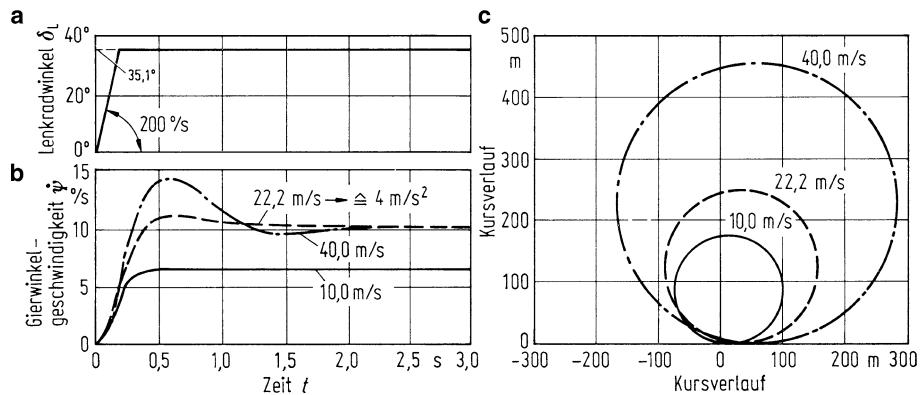


Abb. 22.15 Einfluss der Fahrgeschwindigkeit auf das Übergangsverhalten a, b, auf den Kursverlauf c Fahrzeugdaten: s. Fzg. 1 in Tab. 21.7

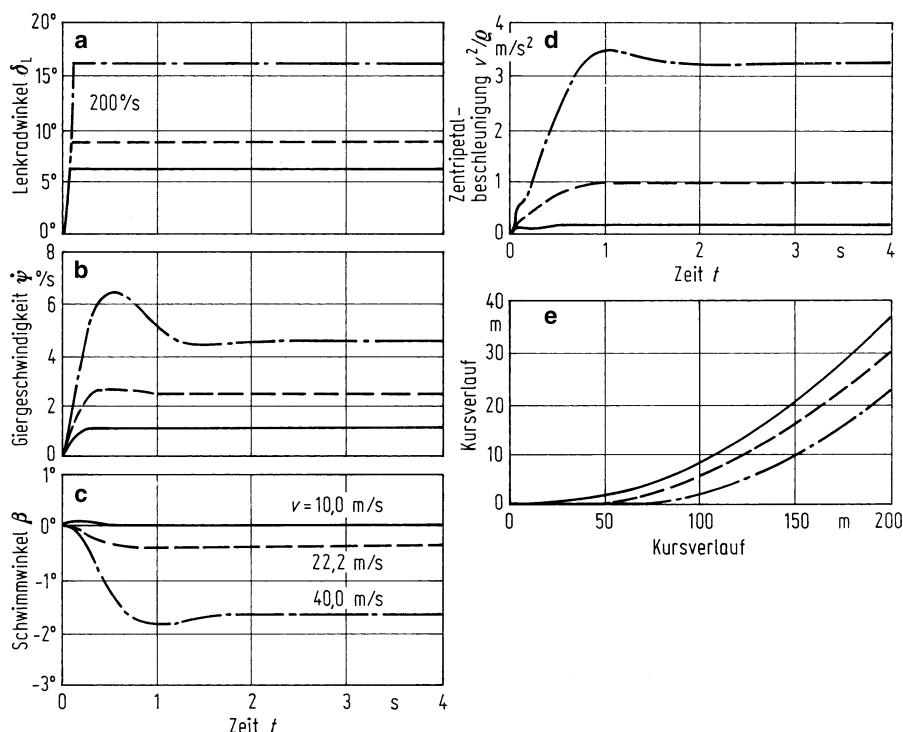


Abb. 22.16 Übergangsverhalten eines Fahrzeugs bei verschiedenen Fahrgeschwindigkeiten auf einem konstanten Kurvenradius von $\rho = 500 \text{ m}$. Fahrzeugdaten: s. Fzg. 1 in Tab. 21.7

dem bei 22,2 m/s. Das heißt, mit diesen Rechnungen ist noch nicht die Fahrt auf der Straße, sondern die auf einer großen freien Fläche, z. B. einem Flugplatz, nachgeahmt. Weiterhin zeigen die Diagramme 22.16b bis d, dass mit wachsender Fahrgeschwindigkeit nicht nur die Asymptotenwerte von Gierwinkelgeschwindigkeit $\dot{\psi}$, Schwimmwinkel β und Seitenbeschleunigung \ddot{y} größer werden, sondern auch die Überschwingweiten. Dies wird bei konstantem Radius p und damit unterschiedlichem Lenkradeinschlag δ_L viel deutlicher als bei konstantem δ_L .

22.3 Lenkverhalten, Frequenzgänge

Im vorausgehenden Abschn. 22.2 wurde das Fahrzeug durch einen Lenkwinkelsprung bzw. eine Lenkwinkelrampe angeregt, d. h. durch eine deterministische Funktion. In diesem Abschn. 22.3 wird das Lenkrad über eine längere Zeitdauer sinusförmig bewegt. Daraus ermitteln sich sog. Frequenzgänge, unterteilt in Amplituden- und Phasengänge.

Deren Anwendung dient mehreren Zwecken:

1. einer einfachen Beschreibung des dynamischen Systems,
2. im Versuch, wenn die Lenkwinkelrampe nicht angewendet werden kann,
 - z. B. bei hohen Fahrgeschwindigkeiten (großes v bedeutet bei nicht zu überschreitender Querbeschleunigung v^2/p ein großes p und damit großen Platzbedarf für den Versuch),
 - auf inhomogenen Fahrbahnen [DEPP88] (auf Schnee),
3. der Betrachtung des Regelkreises Fahrer-Fahrzeug (s. Kap. 23)

Wird das Fahrzeug am Lenkrad sinusförmig mit der Erregerkreisfrequenz ω angeregt

$$\delta_L = \hat{\underline{\delta}}_L e^{j\omega t} = \hat{\delta}_L \sin \omega t, \quad (22.31)$$

so lautet die Fahrzeugantwort bei einem linearen System nach Abklingen der Eigenbewegung (was Stabilität voraussetzt) am Beispiel der Gierwinkelgeschwindigkeit

$$\dot{\psi} = \hat{\underline{\psi}} e^{j\omega t} = \hat{\psi} \sin(\omega t + \varepsilon_{\dot{\psi}/\delta_L}). \quad (22.32)$$

$\hat{\underline{\delta}}_L, \hat{\underline{\psi}}$ sind die komplexen Amplituden, $\hat{\delta}_L, \hat{\psi}$ die reellen Amplituden und $\varepsilon_{\dot{\psi}/\delta_L}$ ist der Phasenwinkel zwischen δ_L und $\dot{\psi}$ (Abb. 22.17). Die komplexen Vergrößerungsfunktionen erhält man aus den Übertragungsfunktionen (Tab. 22.1) durch Setzen von $s = j\omega$.

Zusatzinformation

Aus der komplexen Vergrößerungsfunktion, auch komplexe Übertragungsfunktion genannt, erhält man nach Teil III, Abschn. 11.1.2, das Amplituden-Verhältnis, s. (11.28), und den Phasenverschiebungswinkel, s. (11.29).

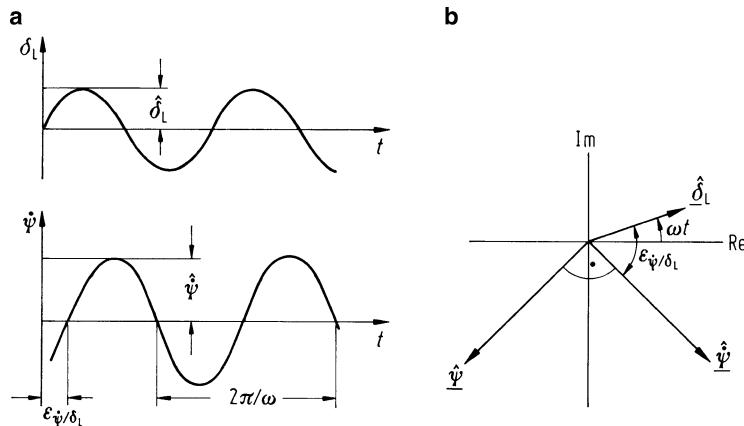


Abb. 22.17 Zum Frequenzgang: **a** sinusförmiger Eingang δ_L , sinusförmiger Ausgang ψ als Funktion der Zeit t ($2\pi/\omega$ ist die Schwingungsdauer); **b** Darstellung der Zeiger in der komplexen Ebene

22.3.1 Erläuterungen zu den Frequenzgängen

In Tab. 22.1 sind für die wichtigsten Größen die Diagramme Amplitudenverhältnis und Phasenwinkel als Funktion der Erregerfrequenz $\omega/2\pi$ für verschiedene Fahrgeschwindigkeiten dargestellt. Von dem Frequenzgang ist nur der Bereich von $\omega/2\pi = 0$ bis etwa 1,5 Hz wichtig, weil nur in diesem der Fahrer Lenkradbewegungen ausführen kann (zumindest als Grundharmonische der Lenkradbewegung, sog. Ergonomische Grenze).

Begonnen wird mit der Erläuterung des Gierwinkelgeschwindigkeits-Frequenzgangs, s. Tab. 22.1 rechts oben. Das Amplitudenverhältnis für $\omega = 0$ entspricht dem Kreisfahrtwert $(\dot{\psi}/\delta_L)_{\text{stat}}$ nach (22.11),

$$F(\omega = 0) = \left. \frac{\hat{\psi}}{\hat{\delta}_L} \right|_{\omega=0} = \left(\frac{\dot{\psi}}{\delta_L} \right)_{\text{stat}}, \quad (22.33)$$

ist also aus der Kreisfahrt bekannt. Dieser wird nach Abb. 21.6 für ein untersteuerndes Fahrzeug mit wachsender Geschwindigkeit v größer, erreicht bei der charakteristischen Geschwindigkeit v_{ch} einen Maximalwert und wird dann wieder kleiner. Da bei dem für die Berechnung zugrunde gelegten Fahrzeug 1 $v_{ch} = 29 \text{ m/s}$ beträgt, unterscheiden sich die $F(0)$ -Werte bei den Geschwindigkeiten von 20 m/s, 30 und 40 nur wenig.

Mit wachsender Erregerfrequenz ändert sich das Amplitudenverhältnis für kleine ω -Werte gegenüber $\omega = 0$ nicht viel, da die $\dot{\psi}/\hat{\delta}_L - \omega$ -Kurve bei $\omega = 0$ eine horizontale Tangente hat. Ein Maximum wird (s. Abschn. 11.1.2, Teil III) bei $\omega \approx v_f$ erreicht, wenn die Erregerkreisfrequenz ω ungefähr gleich der Eigenkreisfrequenz v_f ist. Die Höhe des Maximums hängt stark von der Größe des Dämpfungsmaßes D_f ab. Da v_f und D_f eine Funktion der Fahrgeschwindigkeit v sind, s. Abb. 22.6, ist auch der Amplitudengang stark von der Fahrgeschwindigkeit abhängig. Bei $v = 10 \text{ m/s}$ ist, da das Dämpfungsmaß $D_f \approx 1$ ist, keine Resonanzüberhöhung festzustellen. Bei höheren Fahrgeschwindigkeiten $v > 20 \text{ m/s}$ ändert sich

die Eigenfrequenz v_f kaum noch, das Dämpfungsmaß D_f nimmt hingegen mit wachsender Fahrgeschwindigkeit ab. Die Maxima liegen deshalb für höhere Fahrgeschwindigkeiten bei ungefähr der gleichen Erregerfrequenz, werden aber mit zunehmender Geschwindigkeit größer. Das heißt, bei einem bestimmten Lenkradeinschlagwinkel nimmt bei schnellerer Fahrt die Gierwinkelgeschwindigkeit im Resonanzbereich zu.

Der Phasenwinkel $\varepsilon_{\dot{\psi}/\delta_L}$ zwischen dem Lenkradeinschlag δ_L und der Gierwinkelgeschwindigkeit $\dot{\psi}$ ist Null bei $\omega = 0$, die Fahrzeugantwort $\dot{\psi}$ ist also in Phase mit der Erregung δ_L bzw. das Integral, der Gierwinkel ψ , läuft der Lenkradbewegung um 90° nach. Mit wachsender Erregerfrequenz wird der Phasenwinkel $\varepsilon_{\dot{\psi}/\delta_L}$ im Allgemeinen negativ und erreicht maximal den Wert $-\pi/2$. Das heißt, die Gierwinkelgeschwindigkeit $\dot{\psi}$ läuft der Lenkradbewegung δ_L bis zu 90° nach, der Gierwinkel ψ bis zu 180° . Bei höheren Fahrgeschwindigkeiten (Tab. 22.1 rechts oben, bei $v = 40 \text{ m/s}$) und kleinen Erregerfrequenzen kann $\varepsilon_{\dot{\psi}/\delta_L}$ positiv werden, $\dot{\psi}$ eilt δ_L voraus bzw. ψ hinkt δ_L mit weniger als 90° nach.

Zur Veranschaulichung zeigt Abb. 22.18 das Gesamtergebnis aus den Frequenzgängen als Zeitfunktionen für δ_L , $\dot{\psi}$ und ψ , und zwar für die Fahrgeschwindigkeiten 10 und 40 m/s sowie für die Erregerfrequenzen $\omega/2\pi = 0,2 \text{ Hz}$ (fast stationärer Fall), $0,6 \text{ Hz}$ (Resonanzfall bei $v \approx 40 \text{ m/s}$) und $1,0 \text{ Hz}$. Bei konstanter Amplitude des Lenkradwinkels ändert sich für die niedrige Fahrgeschwindigkeit $v = 10 \text{ m/s}$ die Gierwinkelgeschwindigkeit mit der Erregerfrequenz kaum, auch die Veränderung des Phasenwinkels fällt in den Zeitschrieben kaum auf. Die Amplitude des Gierwinkels wird mit wachsender Frequenz immer kleiner, da $\hat{\psi} = \dot{\psi}/\omega$ ist. Bei der hohen Fahrgeschwindigkeit $v = 40 \text{ m/s}$ fällt nur die mit der Frequenz veränderliche Amplitude der Gierwinkelgeschwindigkeit auf.

Beim Frequenzgang für den Schwimmwinkel $\hat{\beta}(\omega)/\hat{\delta}_L(\omega)$ (2. Zeile in Tab. 22.1) ist zu bemerken: Der Vergrößerungsfaktor, der Kreisfahrtwert $(\beta/\delta_L)_{\text{stat}}$, wird nach Tab. 21.5, 2. Zeile, ab etwas über $v = 10 \text{ m/s}$ negativ. Da das Amplitudenverhältnis $|F(\omega)|$ immer positiv definiert ist, bedeutet negativer Verstärkungsfaktor einen Phasenwinkel von -180° . Deshalb springt er für $v > 10 \text{ m/s}$ von 0° auf -180° .

Bei den Amplitudenverhältnissen für die Querbeschleunigung $\hat{y}(\omega)/\hat{\delta}_L(\omega)$ und das Lenkradmoment $\hat{M}_L(\omega)/\hat{\delta}_L(\omega)$ ist auffällig, dass es keine Resonanzüberhöhungen gibt und dass bei höheren Fahrgeschwindigkeiten die Verhältniswerte bei ungefähr 1 Hz stark abgesunken sind. (Es fiel schon bei den Ergebnissen der Lenkwinkelrampe auf, dass \hat{y} und M_L wenig überschwingen, s. Abb. 22.9.)

Zusatzinformation

Als drittes Diagramm wurde in Tab. 22.1 jeweils unter dem Phasenverschiebungswinkels $\varepsilon(\omega)$ auch die Phasenverschiebungsdauer

$$T(\omega) = \frac{\varepsilon(\omega)}{\omega} \quad (22.34)$$

gezeigt, womit sich die Gierwinkelgeschwindigkeit nach (22.32) umschreiben lässt zu

$$\dot{\psi} = \hat{\psi} \sin(\omega t + \varepsilon) = \hat{\psi} \sin \omega(t + T). \quad (22.35)$$

T ist die „Reaktionsdauer“ des Fahrzeugs.

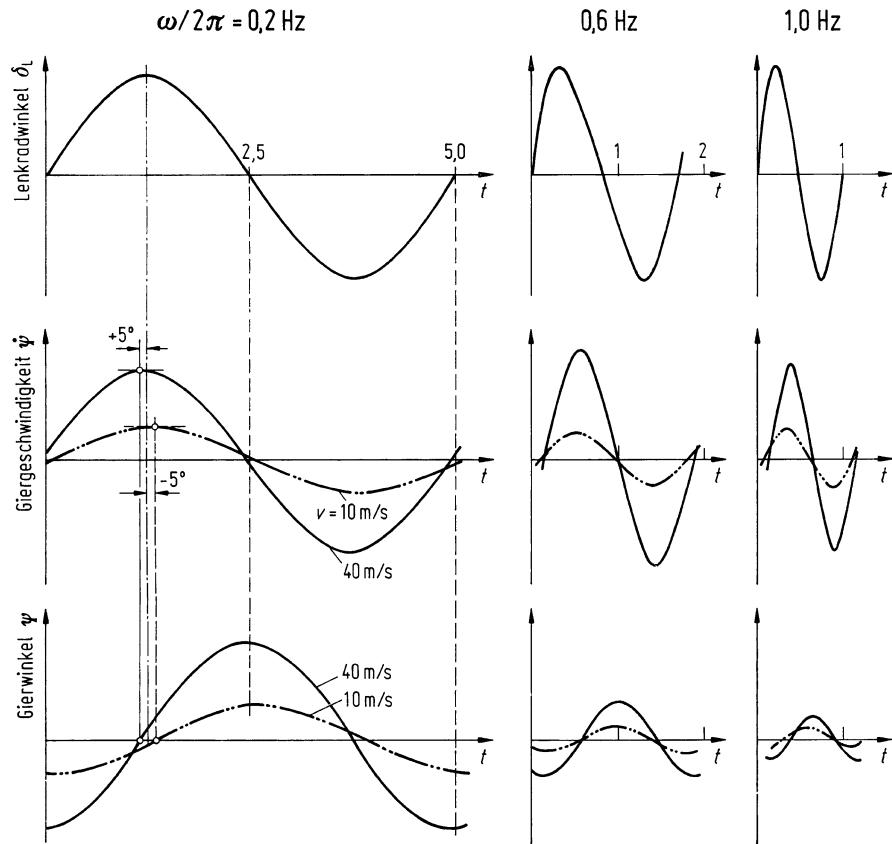


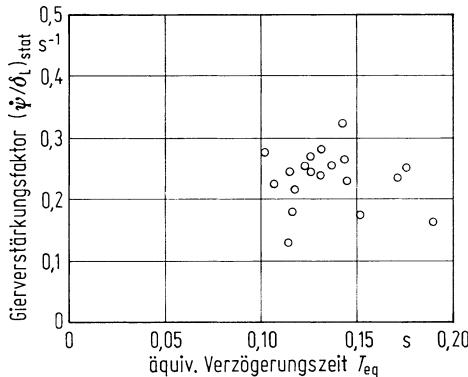
Abb. 22.18 Zeitfunktionen des Lenkradeinschlagwinkels δ_L , der Gierinkelgeschwindigkeit $\dot{\psi}$ und des Gierwinkels ψ für verschiedene Erregerfrequenzen und Fahrgeschwindigkeiten

Für den Bereich kleiner Frequenzen sind häufig die Phasenverschiebungszeit $T(\omega)$ und das Amplitudenverhältnis konstant, sodass näherungsweise – am Beispiel von Gierinkelgeschwindigkeit/Lenkradwinkel – geschrieben werden kann

$$\frac{\hat{\psi}}{\hat{\delta}_L} = \frac{\hat{\psi}}{\hat{\delta}_L} e^{j\epsilon(\omega)} \approx \left(\frac{\dot{\psi}}{\delta_L} \right)_{\text{stat}} e^{j\omega T}. \quad (22.36)$$

Die $T(\omega)$ -Werte sind nach den Diagrammen in Tab. 22.1 für Schwimmwinkel, Seitenbeschleunigung und Lenkradmoment größer als für die Gierinkelgeschwindigkeit, d. h. von den verschiedenen Fahrzeuggrößen reagiert die Gierinkelgeschwindigkeit am schnellsten auf den Lenkradeinschlag. Deshalb dürfte die Gierinkelgeschwindigkeit für den Fahrer eine wichtige Informationsgröße sein.

Abb. 22.19 Bereich europäischer Pkw bei 80 km/h und $\ddot{y}_{\max} = 0,5 \text{ g}$ [HORN85]



22.3.2 Beurteilung der Frequenzgänge

Der Frequenzgang wird also, zusammenfassend gesagt, bestimmt durch die Erregerkreisfrequenz ω , durch den Kreisfahrtwert (in Abschn. 22.2 auch Verstärkungsfaktor genannt), durch die Eigenkreisfrequenz v_f bzw. v_{fd} , durch das Dämpfungsmaß D_f und, da die letzten vier Größen von der Fahrgeschwindigkeit v abhängen, auch von dieser. Wegen dieser komplizierten Funktionen ist es verständlich, dass bisher nur wenige Hinweise darauf gegeben wurden, welchen Frequenzgang ein dynamisch gutes Fahrzeug haben soll. So ist aus Untersuchungen [BISI77] bekannt, dass Fahrer diejenigen Fahrzeuge für schnelles Fahren auf kurvenreichen Strecken als gut geeignet bezeichnen, bei denen

- der Kreisfahrtwert (= Gierverstärkungsfaktor) $(\dot{\psi}/\delta_L)_{\text{stat}}$ und die
- Dämpfung D_f groß sind. (Großes D_f widerspricht allerdings nach den Beispielen von Tab. 22.4 einer kleinen Peak-Response-Time).

Weitere Zielvorstellungen lauten:

- der Abfall des Querbeschleunigungs-Amplitudenganges $\hat{y}/\hat{\delta}_L$ darf nicht bei zu niedrigen Frequenzen einsetzen [BANT77, MORT73],
- die Überhöhung des Giergeschwindigkeits-Amplitudenganges $\hat{\psi}/\hat{\delta}_L$ darf bei $\omega \approx v_f$ nicht zu stark sein [BANT77, STRA73],
- der Phasenwinkel ϵ bzw. die Phasenverschiebungsdauern T zwischen der Fahrzeugreaktion und dem Lenkwinkel sollen klein sein [JAKS77].

Zusatzinformation

Weir und Di Marco [WEIR78] sehen Fahrzeuge als optimal an, bei denen der Gierverstärkungsfaktor $(\dot{\psi}/\delta_L)_{\text{stat}}$ und die sog. äquivalente Verzögerungszeit T_{eq} in einem bestimmten Bereich liegen. T_{eq} ist der Kehrwert der Erregerkreisfrequenz, bei der der Phasenwinkel gleich 45° wird. (Diese Betrachtungsart ist bekannt von einem System erster Ordnung, welches hier aber nur bei kleinen

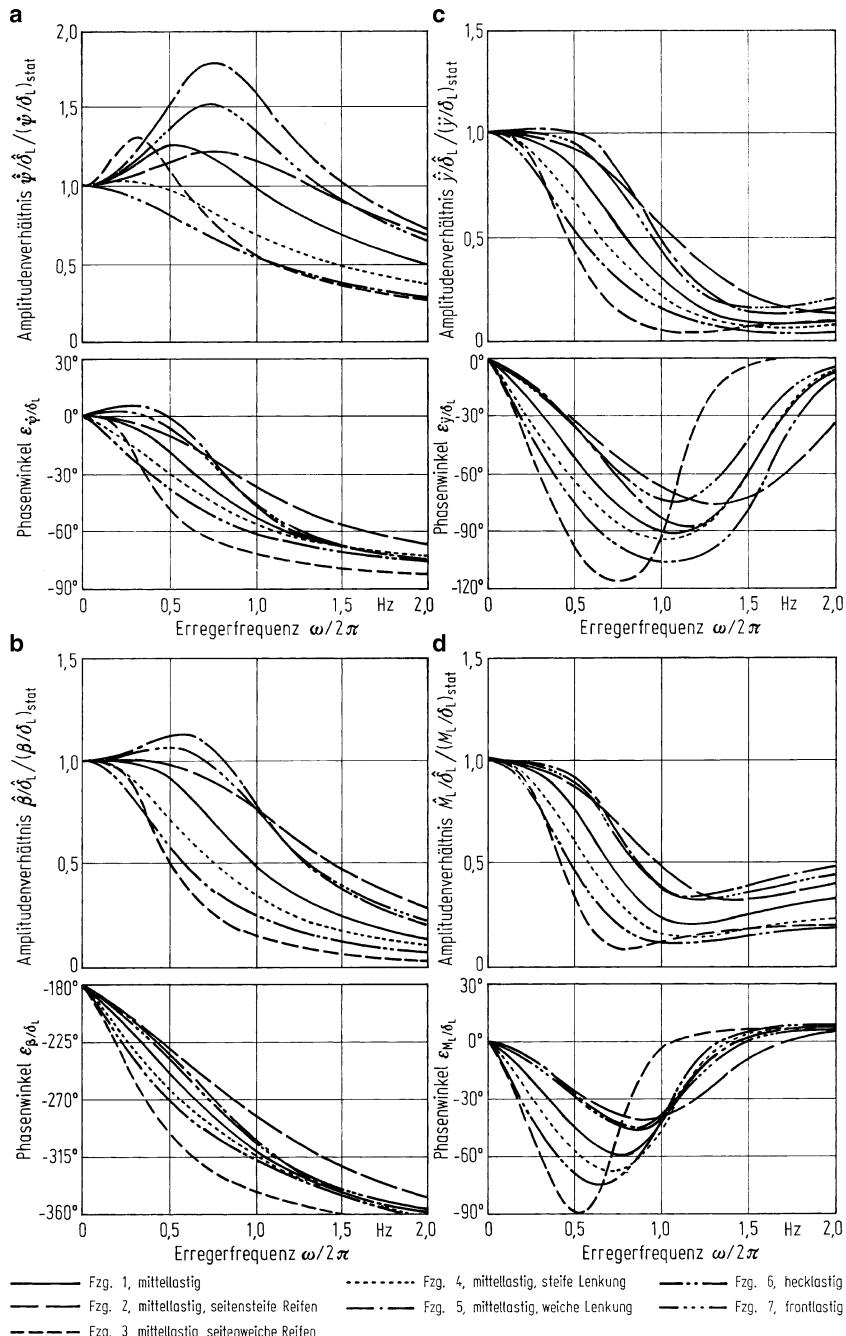


Abb. 22.20 Frequenzgänge von verschiedenen untersteuernden Fahrzeugen nach Tab. 21.7, $v = 30 \text{ m/s}$. **a** für Gierwinkelgeschwindigkeit $\dot{\psi}(\omega)/\delta_L(\omega)$; **b** für Schwimmwinkel $\beta(\omega)/\delta_L(\omega)$; **c** für Querbeschleunigung $\ddot{y}(\omega)/\delta_L(\omega)$; **d** für Lenkradmoment $M_L(\omega)/\delta_L(\omega)$

Fahrgeschwindigkeiten näherungsweise vorliegt.) Aus den Diagrammen in Tab. 22.1 kann man entnehmen: $\varepsilon_{\dot{\psi}/\delta_L} = 45^\circ$ bei $\omega/2\pi \approx 1\text{Hz}$, damit $T_{\text{eq}} = 1/\omega \approx 0,16\text{s}$. Weiterhin ist $(\dot{\psi}/\delta_L)_{\text{stat}} \approx 0,3\text{s}^{-1}$. Den für europäische Pkw zutreffenden Bereich zeigt Abb. 22.19; er ist wesentlich kleiner als der von Weir und Di Marco angegebene.

22.3.3 Einfluss von Fahrzeugdaten

Der Einfluss der Fahrzeugdaten ist aus Abb. 22.20 am Beispiel der schon häufig herangezogenen untersteuernden Fahrzeuge 1 bis 7 abzulesen. Die Fahrgeschwindigkeit ist immer $v = 30\text{m/s}$. Die Amplitudenwerte sind auf die Kreisfahrtwerte, also auf das Amplitudenverhältnis bei $\omega = 0$, bezogen. Diese Darstellung gibt also an, wie sich das Fahrverhalten gegenüber der Kreisfahrt mit wachsender Frequenz ändert.

Nach den im vorausgegangenen Abschn. 22.3.2 genannten Beurteilungen dürfte das Fahrzeug 2, besonders gekennzeichnet durch seine „seitensteifen Reifen“, gegenüber den anderen am besten sein: im Bereich $\omega/2\pi = 0 \dots 1\text{Hz}$ ist $\dot{\psi}/\dot{\delta}_L$ relativ wenig überhöht, der Abfall von $\dot{\psi}/\dot{\delta}_L$ gering und die Phasenwinkel ε sind – absolut gesehen – fast immer am kleinsten. Dies wird durch das Gegenteil, durch das Fahrzeug 3 mit den „seitenweichen Reifen“ bestätigt. Das frontlastige Fahrzeug 7 dürfte ebenfalls als gut beurteilt werden.

Der in der Literatur häufig zu findenden Aussage, „ein neutral-steuerndes Fahrzeug ist gut“, kann nicht zugestimmt werden, weil dann, wie an den Fahrzeugen 4 und 6 mit dem niedrigen Untersteuergrad gezeigt wurde, hauptsächlich die Phasenwinkel (absolut gesehen) zu groß werden.

Die Gegenüberstellung der Gierwinkelgeschwindigkeits-Frequenzgänge für das leere Fahrzeug 1 und das beladene Fahrzeug 8 in Abb. 22.21 zeigt, wie sich das Fahrverhalten durch die Beladung (mit den nicht der Beladung angepassten Reifendaten) verschlechtert.

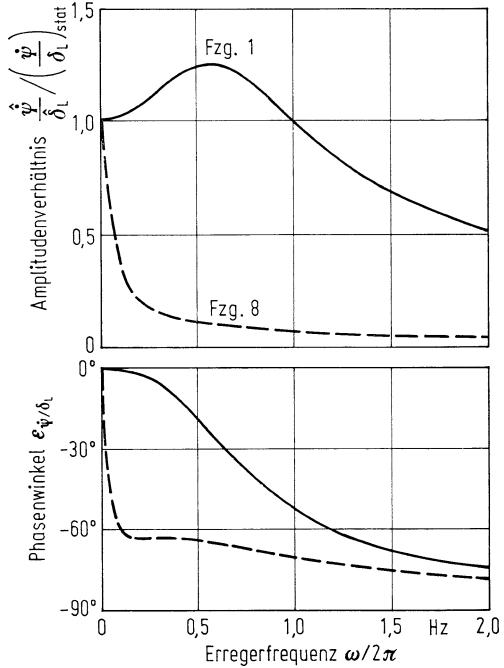
22.4 Fahrt auf vorgegebener Bahnkurve, „idealer Fahrer“, Klotoide

In Abschn. 22.2.5 wurde anhand der Abb. 22.16 darauf hingewiesen, dass bei der Lenkwinkeleinstellung trotz des angepassten Stationärwerts die Fahrzeuge auf verschiedenen Kreisen fahren. Deshalb wird im Folgenden der Kurs vorgegeben, und der Fahrer soll so lenken, dass ein bestimmter Punkt vor dem Fahrzeug genau diesem Kurs folgt. Den Punkt denke man sich als mit dem Fahrzeug fest verbunden. Da die Abweichung immer Null sein soll, wird der Fahrer „idealer Fahrer“ [MITS66] genannt. Die Berechnung kann später in Kap. 24 bei der Betrachtung des Fahrzeugs mit dem Fahrer als Lenker angewendet werden.

Dieser bestimmte Punkt wird in Abb. 22.22 mit P bezeichnet. Er liegt um l_P vor der Vorderachse, der Fahrer schaut also auf den Punkt P voraus. Da er als Pkw-Fahrer etwa im Schwerpunkt SP sitzt, hat er eine Vorausschaulänge $l_V + l_P$ bzw. eine Vorausschauzeit

$$T_P = \frac{l_V + l_P}{v}. \quad (22.37)$$

Abb. 22.21 Vergleich der Gierwinkelgeschwindigkeits-Frequenzgänge zwischen leeren und beladenen Fahrzeugen 1 und 8. (Daten s. Tab. 21.7), $v = 30 \text{ m/s}$



(In Kap. 24 wird sie auch „prediction time“ oder „Anticipationszeit“ genannt.) Die Bahnkurve des Punktes P hat nach (20.13) und (20.15) die Krümmung

$$\frac{1}{\rho_P} = \frac{1}{v} (\dot{\beta}_P + \dot{\psi}). \quad (22.38)$$

Der Schwimmwinkel β_P des Punktes P errechnet sich über

$$\tan \beta_P = \frac{(l_V + l_P)\dot{\psi} + v \sin \beta}{v \cos \beta},$$

linearisiert zu

$$\beta_P = \beta + (l_V + l_P) \frac{\dot{\psi}}{v}. \quad (22.39)$$

Aus (22.38) und (22.39) ergibt sich die Beziehung zwischen den Krümmungen der Bahnkurve $1/\rho_P$ und der Schwerpunktsbahn $1/\rho_{SP}$ mit (20.15) zu

$$\frac{1}{\rho_P} = \frac{1}{\rho_{SP}} + \frac{l_V + l_P}{v} \frac{\ddot{\psi}}{v} = \frac{1}{\rho_{SP}} + T_P \frac{\ddot{\psi}}{v} \quad (22.40)$$

sowie die Schwimmwinkelgeschwindigkeit $\dot{\beta}$ im Schwerpunkt SP

$$\dot{\beta} = \frac{v}{\rho_P} - (l_V + l_P) \frac{\ddot{\psi}}{v} - \dot{\psi}. \quad (22.41)$$

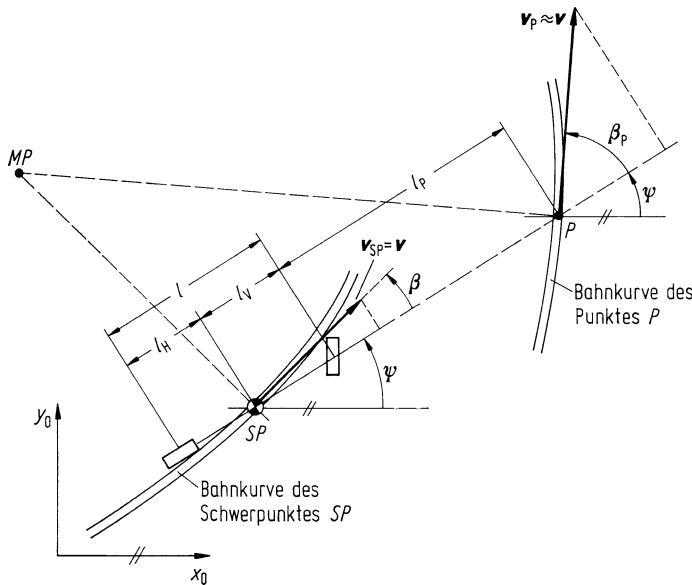


Abb. 22.22 Fahrt auf vorgegebener Bahnkurve

Werden (22.41) sowie dessen Integrale in die bekannten Bewegungsgleichungen des Einspurmodells (20.25), (20.26) eingesetzt, so ergeben sich bei Vernachlässigung der seitlichen Anströmung zwei neue Bewegungsgleichungen:

$$\begin{aligned} m(l_V + l_P)\ddot{\psi} + [c'_{\alpha V}l_P + c_{\alpha H}(l + l_P)]\frac{\dot{\psi}}{v} + (c'_{\alpha V} + c_{\alpha H})\psi + c'_{\alpha V}\delta_L^* \\ = mv^2 \left(\frac{1}{\rho_P} \right) + (c'_{\alpha V} + c_{\alpha H})v \int \left(\frac{1}{\rho_P} \right) dt, \end{aligned} \quad (22.42)$$

$$\begin{aligned} J_z\ddot{\psi} + [c_{\alpha H}l_H(l + l_P) - c'_{\alpha V}l_Vl_P]\frac{\dot{\psi}}{v} + (c_{\alpha H}l_H - c'_{\alpha V}l_V)\psi - c'_{\alpha V}l_V\delta_L^* \\ = (c_{\alpha H}l_H - c'_{\alpha V}l_V)v \int \frac{1}{\rho_P} dt. \end{aligned} \quad (22.43)$$

Auf den rechten Seiten der obigen Gleichungen stehen die Krümmung und deren Integral oder, anders ausgedrückt, die Querbeschleunigung v^2/ρ_P und der Kurswinkel $v \int 1/\rho_P dt = \beta_P + \psi$ des Punktes P. Im Folgenden wird entsprechend den Abschn. 22.1 und 22.2 zunächst die homogene, dann die inhomogene Lösung diskutiert.

22.4.1 Stabilität bei vorgegebener Bahnkurve

Die Lösung der homogenen Gleichungen führt zu einer charakteristischen Gleichung 2. Grades, vgl. (22.4), in der die Konstanten, falls der Fahrer vorausschaut ($l_P > 0$), immer

positiv sind d. h., das System ist stabil. Dem idealen Fahrer ist es also durch Lenken möglich, das Fahrzeug genau auf der Bahnkurve zu halten. (Dem wirklichen Fahrer ist das nicht möglich, weil er zum einen nicht sofort reagiert, seine Reaktionsdauer ist größer Null, und weil er zum zweiten die evtl. erforderlichen großen und schnellen Lenkradbetätigungen nicht ausführen kann (anthropotechnische Grenzen)).

Die charakteristischen Werte sind die ungedämpfte Eigenkreisfrequenz ν_{id} (= Fahrzeug mit idealem Fahrer)

$$\nu_{\text{id}} = \sqrt{\frac{c_{\alpha H} l}{J_z + m l_V (l_V + l_p)}}, \quad (22.44)$$

das zugehörige Dämpfungsmaß bzw. die Dämpfungskonstante

$$D_{\text{id}} = \frac{l + l_p}{2v} \nu_{\text{id}} \quad \text{bzw.} \quad \sigma_{\text{id}} = \frac{l + l_p}{2v} \nu_{\text{id}}^2 \quad (22.45)$$

und die gedämpfte Eigenkreisfrequenz

$$\nu_{\text{id},\text{dd}} = \nu_{\text{id}} \sqrt{1 - D_{\text{id}}^2}. \quad (22.46)$$

Vergleicht man (22.44) mit (22.6) sowie (22.45) mit (22.5), so erkennt man, dass die Werte für die Fahrt bei vorgegebener Bahnkurve mit idealem Fahrer unterschiedlich von denen für die Fahrt bei vorgegebenem Lenkradeinschlag sind. Abbildung 22.23 zeigt die geschwindigkeitsabhängigen Werte ν_{id} , D_{id} und $\nu_{\text{id},\text{dd}}$ für drei Vorausschaulängen l_p . Je weiter der Punkt P , der genau der Bahnkurve folgen soll, vor der Vorderachse liegt, d. h. je größer die Vorausschaulänge l_p des Fahrers ist, umso kleiner ist die Eigenfrequenz und umso größer ist das Dämpfungsmaß.

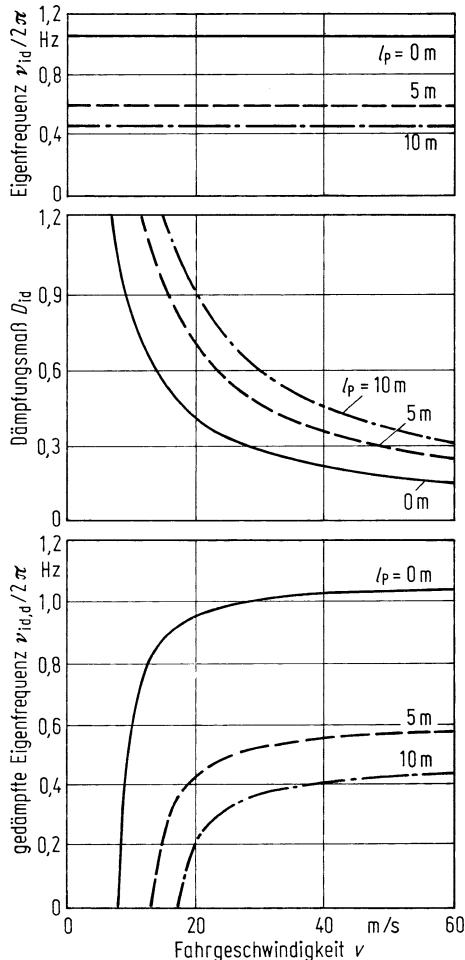
22.4.2 Klotoide

Ehe das inhomogene Gleichungssystem (22.42) und (22.43) gelöst wird, soll zuvor eine spezielle Krümmungsänderung behandelt werden. Würde sich bei einer Straße an einer Gerade ein Kreisbogen anschließen, dann würde die Seitenbeschleunigung $\ddot{y} = v^2/\rho$ von Null auf einen bestimmten Wert springen, und der Fahrer müsste sein Lenkrad ebenfalls sprunghaft einschlagen. Da das nicht möglich ist, würde das Fahrzeug die vorgegebene Bahnkurve verlassen. Um dies zu vermeiden, werden bei den heute gebauten Straßen Übergangsbögen vorgesehen, sog. Klotoiden in der Form

$$\frac{1}{\rho(u)} = \frac{u}{A^2}. \quad (22.47)$$

Die Krümmung $1/\rho$ ändert sich linear mit dem zurückgelegten Weg u (Abb. 22.24), die Konstante A ist der sog. Klotoidenbeiwert.

Abb. 22.23 Charakteristische Werte für das Fahrverhalten eines durchschnittlichen Pkw mit idealem Fahrer für verschiedene Vorausschaulängen l_p . Fzg. 1 nach Tab. 21.7



Für kleine Fahrgeschwindigkeiten, also bei zu vernachlässigenden Seitenbeschleunigungen und Schräglauwinkeln, gilt nach (21.17) näherungsweise $\delta_L = i_L l / \rho$. Damit wird der Lenkradeinschlag δ_L beim Befahren einer Klotoide nach (22.47)

$$\delta_L(u) \approx \frac{i_L l}{\rho} = \frac{i_L l}{A^2} u \quad \text{für} \quad \frac{v^2}{\rho} \approx 0 \quad (22.48)$$

bzw. in Abhängigkeit von der Zeit t mit $u = vt$

$$\delta_L(t) \approx \frac{i_L l}{A^2} v t. \quad (22.49)$$

Abb. 22.24 Übergang von der Geraden in den Kreis mittels Klotoide

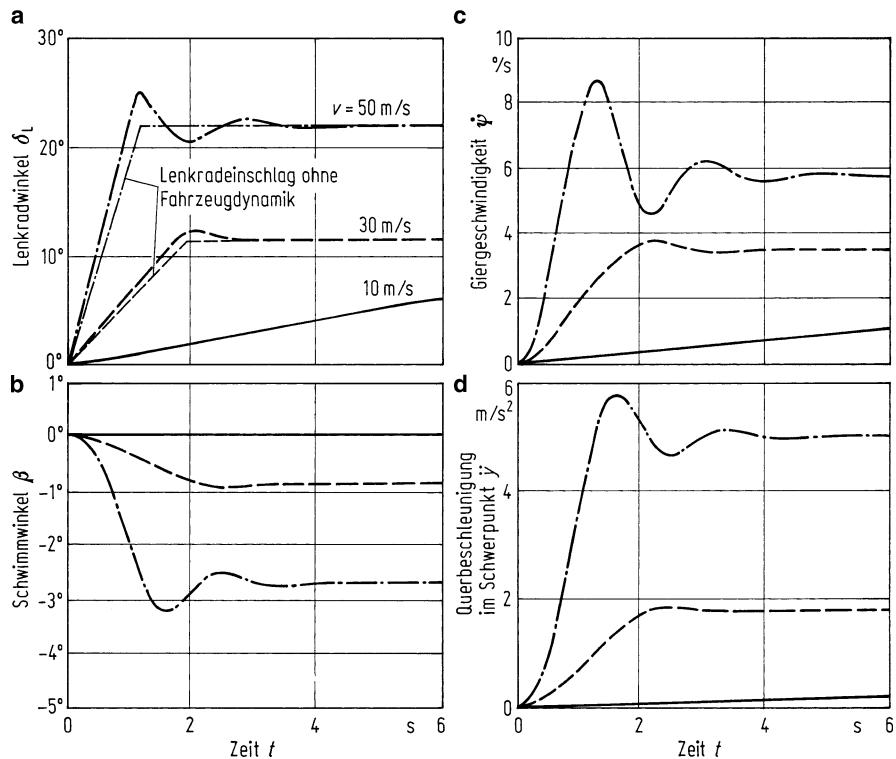
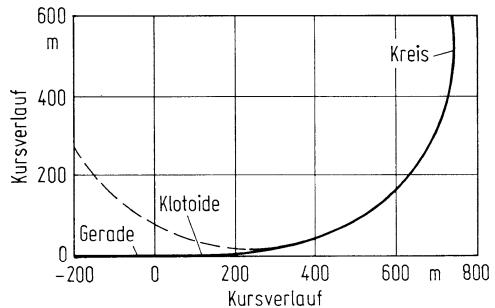


Abb. 22.25 Fahrzeugreaktionen eines Fahrzeugs mit „idealem“ Fahrer bei Kreiseinfahrt über eine Klotoide mit $A = \rho/3$, $\rho = 500$ m. (Fahrzeugdaten s. Abb. 22.23, $l_p = 5$ m)

Das heißt, beim Befahren einer Klotoide mit kleiner Fahrgeschwindigkeit muss der Fahrer das Lenkrad proportional dem zurückgelegten Weg u oder linear mit der Zeit t einschlagen (s. Abb. 22.25a, bei $v = 10$ m/s).

22.4.3 Lenkradeinschlag

Bei höheren Fahrgeschwindigkeiten ist der Lenkradeinschlag δ_L nicht mehr proportional zurzeit t . Er ergibt sich aus der folgenden – aus (22.42) und (22.43) berechneten – Differenzialgleichung

$$\begin{aligned} & \frac{1}{v_{id}^2} \ddot{\delta}_L(t) + \frac{2\sigma_{id}}{v_{id}^2} \dot{\delta}_L(t) + \delta_L(t) \\ &= i_L l \left[1 + \left(\frac{v}{v_{ch}} \right)^2 \right] \left[\frac{1}{v_f^2} \frac{1}{\ddot{\rho}_P(t)} + \frac{2\sigma_f}{v_f^2} \frac{1}{\dot{\rho}_P(t)} + \frac{1}{\rho_P(t)} \right]. \end{aligned} \quad (22.50)$$

Auf der linken Gleichungsseite stehen die für den „idealen Fahrer“ aus Abschn. 22.4.1 bekannten Fahrzeugwerte v_{id} , σ_{id} und auf der rechten Seite Werte, die aus der Betrachtung von „fixed control“ (festgehaltenes Lenkrad) bekannt sind:

v_{ch}^2 nach (2a) und (2b) in Tab. 21.2, v_f^2 nach (22.8), σ_f nach (22.5), $i_L l [1 + (v/v_{ch})^2]$ nach (1) in Tab. 21.3.

In Abb. 22.25 ist für $v = 30$ und 50 m/s die Dynamik des Fahrzeugs an den Einschwingvorgängen zu erkennen. Zur Verdeutlichung wurde in Diagramm a der Lenkradeinschlag ohne Fahrzeugdynamik entsprechend (22.49) eingetragen. Danach muss der Fahrer zum einen schneller einschlagen und zum anderen um den Asymptotenwert (= Kreisfahrtwert) korrigieren. Dieses Korrigieren hat nichts mit der Regelung des Fahrers zu tun, denn das Fahrzeug fährt genau auf seinem Kurs. Erst wenn es von ihm abweicht, müsste der Fahrer regeln, s. Kap. 24.

22.5 Fahrverhalten bei losgelassenem Lenkrad (free control)

In den Abschn. 21.2 bis 22.3 war der Lenkradeinschlag δ_L vorgegeben, entweder war $\delta_L = 0$ bzw. $\delta_L = \text{const}$, sog. „fixed control“, oder $\delta_L(t)$ war ein Lenkradwinkel-Sprung bzw. eine -Rampe oder ein -Sinus. Im Abschn. 22.4, beim „idealen Fahrer“, wurde die Bahnkurve vorgegeben und das für deren Einhaltung nötige $\delta_L(t)$ berechnet.

Es gibt aber noch den Fall, dass der Fahrer am Ausgang einer Kurve das Lenkrad nicht zurückstellt, sondern es frei bzw. gegen die Reibung der am Lenkrad angelegten Hände zurücklaufen lässt. Bei dem üblichen Testverfahren wird das Fahrzeug zunächst auf einen bestimmten Kreisradius mit einer bestimmten Fahrgeschwindigkeit, also auf eine bestimmte Querbeschleunigung gebracht, und dann lässt der Fahrer das Lenkrad los. Nach den Messergebnissen in Abb. 22.26 ergeben sich abklingende Schwingungen.

Diesen Vorgang bezeichnet man allgemein als „free control“. Er wird im Folgenden anhand des bekannten linearen Einspurmodells, erweitert um ein Lenkungsmodell, beschrieben.

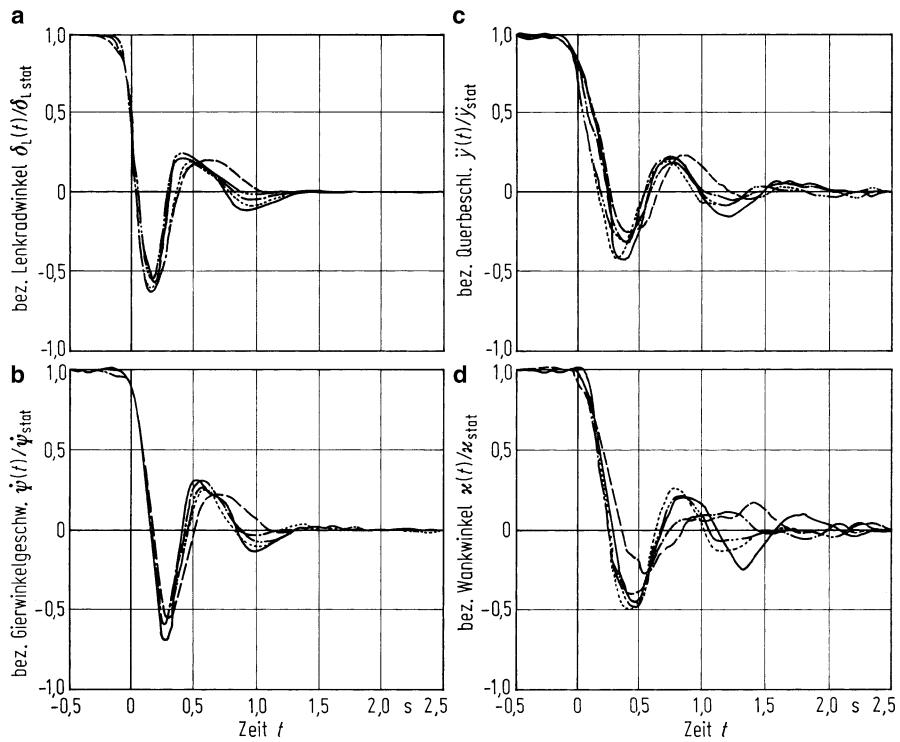


Abb. 22.26 Messergebnisse für free-control an fünf vorderradangetriebenen Pkw ($m \approx 1000$ kg), IfF. Vergleich der auf die stationären Anfangswerte normierten Zeitschritte des Lenkwinkels (a), der Giergeschwindigkeit (b), der Querbeschleunigung (c) und des Wankwinkels (d). Randbedingungen: Rechtskurve, $v = \text{const}$, $j̇_{\text{stat}} = 0,4 \text{ g}$

22.5.1 Bewegungsgleichungen

Für das Gesamtfahrzeug können (20.21) und (20.22) übernommen werden. Dabei soll die Fahrgeschwindigkeit $v = \text{const}$ sein, und die seitliche Luftanströmung wird vernachlässigt.

$$\begin{aligned} mv(\dot{\beta} + \dot{\psi}) &= c_{\alpha V} \left(-\beta + \delta_V - l_V \frac{\dot{\psi}}{v} \right) + c_{\alpha H} \left(-\beta + l_H \frac{\dot{\psi}}{v} \right), \\ J_z \ddot{\psi} &= c_{\alpha V} l_V \left(-\beta + \delta_V - l_V \frac{\dot{\psi}}{v} \right) - c_{\alpha H} l_H \left(-\beta + l_H \frac{\dot{\psi}}{v} \right) \end{aligned}$$

Das Lenkungsmodell nach Abb. 20.3 muss um die Massenkräfte erweitert werden. Für den „unteren“ Teil, für die über das Lenkgestänge verbundenen Räder gilt

$$J_A(\ddot{\delta}_V + \ddot{\psi}) = -F_{yV} n_V - C_L(\delta_V - \delta_L^*) - K_A \dot{\delta}_V$$

mit J_A dem Trägheitsmoment der beiden Vorderräder um ihre Lenkachsen und der Dämpfungskonstanten K_A eines linear von der Relativgeschwindigkeit abhängigen Lenkungsdämpfers, befestigt zwischen Lenkgestänge und Fahrzeugkarosse.

Für den „oberen“ Teil, für das Lenkrad mit dem Trägheitsmoment J_L um seine Lenkwelle und einer Reibungskonstanten R_L im Lenkgetriebe, in der Lenkwellenlagerung und eventuell durch die an das Lenkrad aufgelegten Fahrerhände gilt

$$J_L \ddot{\delta}_L = C_L (\delta_V - \delta_L^*) - R_L \operatorname{sgn}(\dot{\delta}_L).$$

Mit (20.17) und (20.19a) lauten die vier Differenzialgleichungen

$$mv\dot{\beta} + (c_{\alpha V} + c_{\alpha H})\beta + \left(mv + \frac{c_{\alpha V} l_V - c_{\alpha H} l_H}{v} \right) \dot{\psi} - c_{\alpha V} \delta_V = 0, \quad (22.51)$$

$$(c_{\alpha V} l_V - c_{\alpha H} l_H)\beta + J_z \ddot{\psi} + \frac{c_{\alpha V} l_V^2 + c_{\alpha H} l_H^2}{v} \dot{\psi} - c_{\alpha V} l_V \delta_V = 0, \quad (22.52)$$

$$-c_{\alpha V} n_V \beta + J_A \ddot{\psi} - \frac{c_{\alpha V} n_V l_V}{v} \dot{\psi} + J_A \ddot{\delta}_L + K_A \dot{\delta}_V + (C_L + c_{\alpha V} n_V) \delta_V - \frac{C_L}{i_L} \delta_L = 0, \quad (22.53)$$

$$-C_L \delta_V + J_L \ddot{\delta}_L + R_L \operatorname{sgn}(\dot{\delta}_L) + \frac{C_L}{i_L} \delta_L = 0. \quad (22.54)$$

22.5.2 Einfluss von Fahrzeugdaten

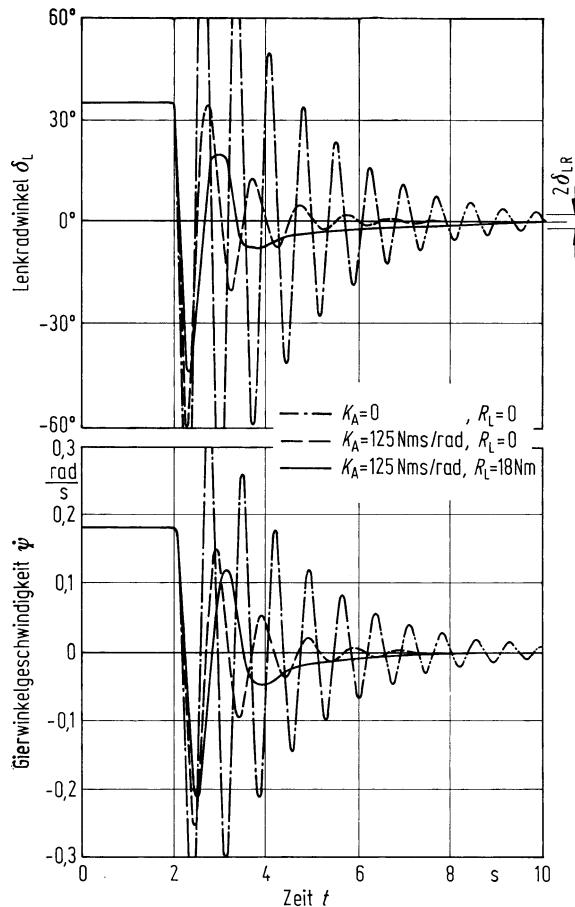
Der Einfluss dieser neu hinzugekommenen Daten auf das Fahrverhalten wird in den folgenden Diagrammen gezeigt. Ausgegangen wird von dem schon so häufig benutzten Fahrzeug 1.

In Abb. 22.27 wurden die Dämpfungen variiert. Hat die Lenkung überhaupt keine Dämpfung ($K_A = 0, R_L = 0$), erkennt man sowohl im Lenkradwinkel-Zeit-Schrieb als auch bei der Gierwinkelgeschwindigkeit sehr deutlich die abklingende Schwingung des Gesamtsystems, deren Frequenz ungefähr 1 Hz beträgt.

Wird in das Fahrzeug ein Lenkungsdämpfer eingebaut ($K_A = 125 \text{ Nms/rad}$, entspricht einem Dämpfungsmaß $D_A = K_A / 2\sqrt{(C_L + c_{\alpha V} n_V) J_A} = 1/\sqrt{2}$), so klingt die Schwingung am Lenkrad wesentlich schneller ab, und dementsprechend auch die Bewegung des Fahrzeugs. Die Ergebnisse werden noch besser, wenn eine Reibungsdämpfung R_L hinzukommt. Sie darf allerdings nicht zu groß sein, weil das Lenkrad bei Reibung nicht in die Nullstellung zurückkehrt und das Fahrzeug dann nicht geradeaus fährt. Der Bereich, in dem das Lenkrad steckenbleibt, beträgt nach (22.53)

$$\delta_{LR} = \pm \frac{R_L i_L}{C_L}. \quad (22.55)$$

Abb. 22.27 Ergebnisse für free-control bei verschiedenen Dämpfungen mit der Dämpfungskonstante K_A eines hydraulischen Lenkungsdämpfers und mit der Reibungsdämpfung R_L im Lenkgetriebe, an der Lenkwellle und an den am Lenkrad reibenden Händen. Fzg. 1 (Tab. 21.7), $J_L = 0,045$, $J_A = 0,60 \text{ kg m}^2$. Querbeschleunigung bei der Kreisfahrt, bevor die Hände das Lenkrad freigeben $\ddot{\psi}(t = 0) = 4 \text{ m/s}^2$, $v = 22,22 \text{ m/s} = 80 \text{ km/h}$ ($\rho = 123 \text{ m}$), $R_L = 18 \text{ Nm}$ entspricht nach (22.55) $\delta_{LR} = \pm 2^\circ$

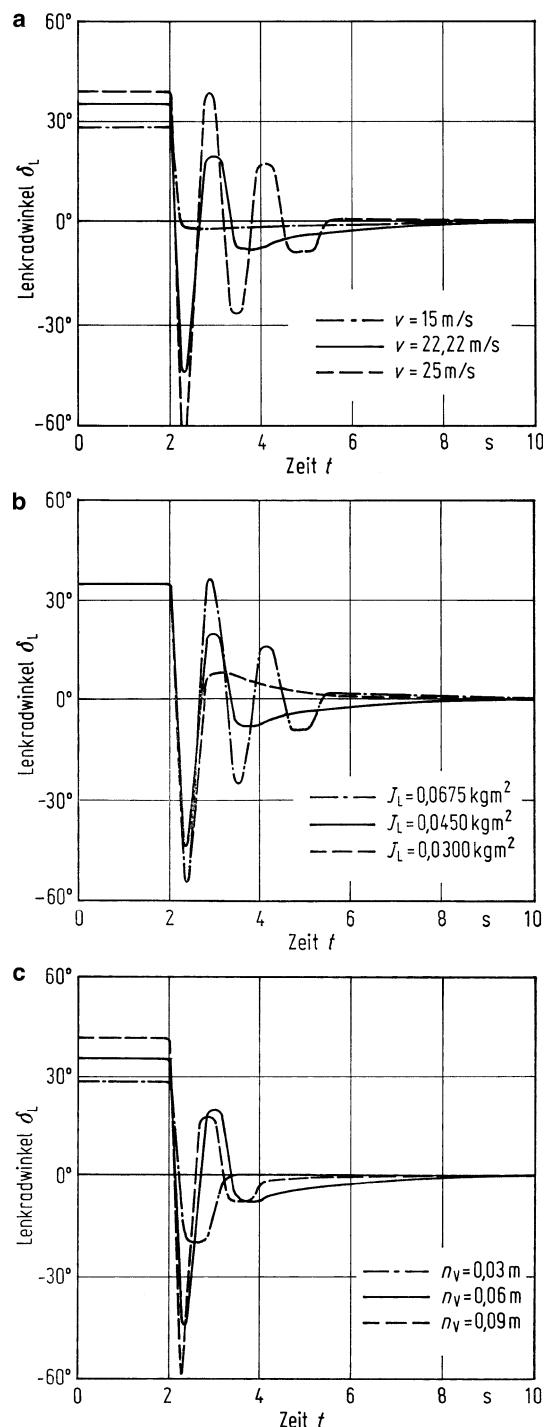


Nach Abb. 22.28a klingt bei höherer Fahrgeschwindigkeit v die Schwingung langsamer ab. Ein größeres Lenkradträgheitsmoment J_L (Abb. 22.28b) verkleinert nach b die Dämpfung, weil im Lenkrad mehr Energie gespeichert werden kann.

Ein kleinerer Nachlauf (Abb. 22.28c) gibt kleinere rückstellende Momente an den Vorderrädern, und das Lenkrad geht schneller in die Nullstellung (bis auf den durch die Coulombsche Reibung bewirkten Resteinschlag) zurück. Bei $n_V = 0$ wird allerdings überhaupt nicht zurückgestellt.

Das System „free control“ kann instabil werden (hier nicht gezeigt); dies tritt z. B. bei manchen vorderradangetriebenen Fahrzeugen während der Beschleunigung in Längsrichtung (Gasgeben) auf.

Abb. 22.28 Ergebnisse für free-control bei Fahrt aus gleichen Kurvenradien $\rho = 123$ m. Fahrzeugdaten: Fzg. 1 aus Tab. 21.7, $J_L = 0,045$, $J_A = 0,60 \text{ kg m}^2$, $K_A = 125 \text{ N m s/rad}$, $R_L = 18 \text{ N m}$. **a** für verschiedene Fahrgeschwindigkeiten v . **b** für verschiedene Lenkradträgheitsmomente J_L . Fahrzeugdaten wie oben bis auf J_L , $v = 22,22 \text{ m/s} = 80 \text{ km/h}$. **c** für verschiedene Gesamtnachläufe n_V . Fahrzeugdaten wie oben bis auf $n_V, v = 22,22 \text{ m/s} = 80 \text{ km/h}$



22.6 Seitenwindverhalten

Unfälle durch Seitenwind kommen nach den einschlägigen Statistiken [WALL80] sehr selten vor. Deshalb liegt die Bedeutung des Seitenwindverhaltens von Kraftfahrzeugen mehr beim Komfort, bei der Beanspruchung des Fahrers. Ein Seitenwind-unempfindliches Fahrzeug ist komfortabler, weil der Fahrer weniger lenken muss.

Die Gesamtproblematik zeigt die Abb. 22.29. Die seitliche Luftkraft F_{Ly} wächst nach Diagramm a sprunghörig an (z. B. bei Ausfahrt aus einem Wald), dann wird das Kraftfahrzeug die vorgesehene Geradeausfahrt verlassen (b), und der Fahrer muss, um das Kraftfahrzeug wieder auf seinen alten Kurs zurückzuführen, am Lenkrad korrigieren. Die Reaktion des Fahrers wird erst in Abschn. 24.3.1 behandelt. Hier werden nur die Fahrzeugeigenschaften diskutiert, z. B. nach Abb. 22.29b, bzw. die Fragen beantwortet: Wie groß ist die Kursabweichung bei festgehaltenem Lenkrad (fixed control), oder wie muss gelenkt werden, damit die Seitenabweichung Null bleibt (idealer Fahrer)? Begonnen wird im folgenden Abschnitt mit einem einfachen, leicht überschaubaren, wenige Formeln benötigenden Fall, und zwar mit konstantem Seitenwind.

22.6.1 Konstanter Seitenwind, stationärer Fall

Auch wenn die Seitenabweichung nach Abb. 22.29b vom Fahrer wieder zu Null gemacht wurde und die Bewegungen des Fahrzeugs abgeklungen sind, muss das Lenkrad um einen bestimmten Wert gegen den Seitenwind eingeschlagen bleiben. Diese konstante Größe – es ist der stationäre Fall – wird im Folgenden bestimmt.

Die Stellung des Fahrzeugs bei Geradeausfahrt ergibt sich nach Abb. 22.30 daraus, dass die Geschwindigkeiten v_{SP} , v_V und v_H in x_0 -Richtung zeigen müssen. Wenn der Seitenwind mit der Geschwindigkeit w_y in Richtung der positiven y_0 -Achse wirkt, ist auch die Richtung der seitlichen Luftkraft F_{Ly} vorgegeben und deren Größe nach (22.58) proportional $v_r^2 \tau_L$. Auf F_{Ly} gibt es als Reaktion die Seitenkräfte F_{yV} und F_{yH} sowie damit auch die Schräglauftwinkel α_V und α_H in der gezeichneten Richtung. Da F_{Ly} näher an der Vorderachse angreift, ist $F_{yV} > F_{yH}$, d. h. bei gleichen Reifen an Vorder- und Hinterachse ist auch $\alpha_V > \alpha_H$. Dies wiederum ist nur mit dem im Abb. 22.30 gezeichneten zusätzlichen Vorderradeinschlag δ_V zu erreichen.

Der zugehörige Lenkradeinschlag δ_L^* lässt sich aus (20.25) und (20.26) mit den für die Geradeausfahrt notwendigen Zusatzbedingungen

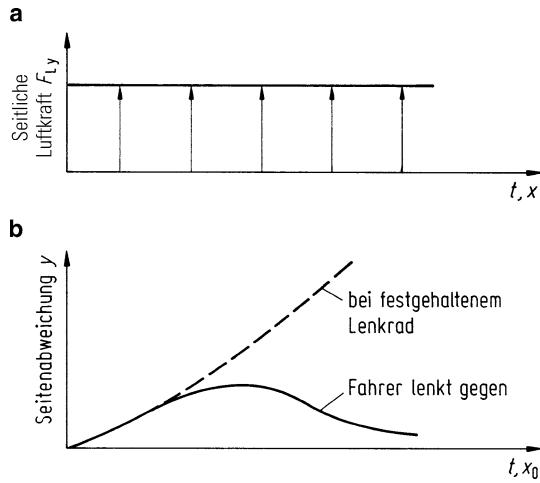
$$\ddot{\psi} = 0, \quad \dot{\psi} = 0 \quad \dot{\beta} = 0$$

berechnen:

$$(c'_{\alpha V} + c_{\alpha H})\beta = c'_{\alpha V}\delta_L^* + k_y v_r^2 \tau_L,$$

$$-(c_{\alpha H} l_H - c'_{\alpha V} l_V)\beta = c'_{\alpha V} l_V \delta_L^* + k_y e_{SP} v_r^2 \tau_L.$$

Abb. 22.29 Einfluss der Störung Seitenwind bei Geraudeausfahrt



Der Ausdruck $v_r^2 \tau_L$ errechnet sich aus dem Geschwindigkeitsdreieck der Abb. 22.30:

$$v_r \cos(\beta + \tau_L) = v; \quad v_r \sin(\beta + \tau_L) = w_y,$$

beide Gleichungen linearisiert und ineinander überführt, ergibt den Anströmwinkel

$$\tau_L = -\beta + w_y/v$$

und

$$v_r^2 \tau_L = -v^2 \beta + v w_y. \quad (22.56)$$

Damit wird der bezogene Lenkradeinschlag

$$\frac{\delta_L^*}{w_y} = -\frac{k_y v}{c'_{\alpha V}} \frac{c_{\alpha H}(l_H + e_{SP}) - c'_{\alpha V}(l_V - e_{SP})}{[c_{\alpha H} l + k_y(l_V - e_{SP})v^2]}. \quad (22.57)$$

Entsprechend Abschn. 22.1.3 kann der Nenner wieder vereinfacht werden:

$$\frac{\delta_L^*}{v w_y} = -k_y \frac{c_{\alpha H}(l_H + e_{SP}) - c'_{\alpha V}(l_V - e_{SP})}{c'_{\alpha V} c_{\alpha H} l}. \quad (22.58)$$

Um bei Seitenwind geradeaus zu fahren, muss der Fahrer gegenlenken (deshalb in (22.58) das Minuszeichen). Ein Fahrzeug ist umso besser, je geringer der Lenkradeinschlag $\delta_L = i_L \delta_L^*$ (mit i_L = Lenkübersetzung) ist. Er ist proportional der Fahr- und Seitenwindgeschwindigkeit v und w_y sowie dem Seitenluftbeiwert k_y . δ_L^* wird umso kleiner, je größer $c'_{\alpha V}$ und $c_{\alpha H}$ sind, d. h. je größer die Lenkungs- und Reifenseitensteifigkeiten sind.

Nach dem Zähler von (22.58) scheint die Schwerpunktslage für die Seitenwindempfindlichkeit direkt keine Rolle zu spielen, sondern nur die Abstände des Druckmittelpunkts DP

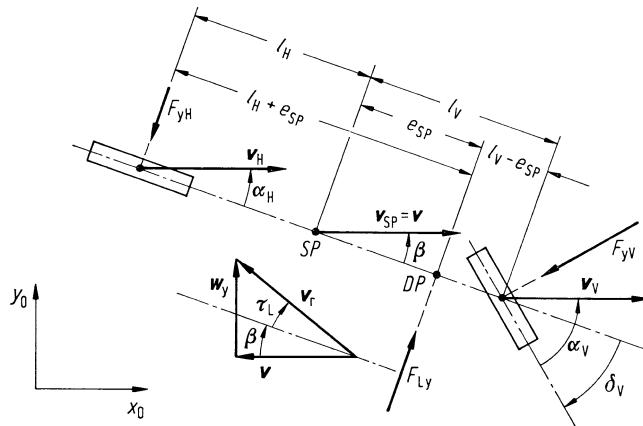


Abb. 22.30 Kräfte und kinematische Größen am Einspurmodell bei Geradeausfahrt unter Seitenwindeinfluss (vgl. Abb. 20.1)

zur Vorder- und Hinterachse (Abb. 22.30). Indirekt spielt die Schwerpunktslage doch eine Rolle: Sie ist in $c_{\alpha V}$ und $c_{\alpha H}$ verborgen, denn diese Werte hängen von der Größe der Achslast ab.

Anhand der untersteuernden, leeren Fahrzeuge 1 bis 7 (Tab. 21.7) können diese Aussagen zahlenmäßig belegt werden. Zunächst wird für alle Fahrzeuge die gleiche Lenkübersetzung $i_L = 19$ angenommen. Fahrzeug 2 mit den seitensteiferen Reifen braucht mit $\delta_L = 9^\circ$ einen kleineren Lenkradeinschlag als Fahrzeug 1 mit $\delta_L = 12^\circ$, das Fahrzeug 3 mit den seitenweichen Reifen einen größeren, $\delta_L = 20^\circ$ (s. Tab. 22.5, mittlere Spalte). Die steife Lenkung und der kleine Nachlauf des Fahrzeugs 4 verbessern die Seitenwindempfindlichkeit gegenüber Fahrzeug 1. Bei den gegenteiligen Bedingungen des Fahrzeuges 5 wird sie schlechter. Beim hecklastigen Fahrzeug 6 muss der Fahrer das Lenkrad stärker einschlagen als beim mittellastigen Fahrzeug 1, beim frontlastigen Fahrzeug 7 weniger.

Nun darf das Seitenwindverhalten nicht isoliert betrachtet werden, es müssen z. B. ein bestimmter Untersteuergradient (Abschn. 21.3.1), eine kurze Peak-Response-Time (Abschn. 22.2.4.2) und ein günstiger Frequenzgang (Abschn. 22.3.2) gleichzeitig erfüllt sein. In Abschn. 22.2.4.2 (Tab. 22.4, rechte Spalte) wurde erläutert, dass die Fahrzeuge 1 bis 7 verschiedene Lenkübersetzungen i_L brauchen, um beim Fahrtest „Lenkwinkelrampe“ mit dem gleichen Lenkradeinschlag auf den gleichen Kreisradius zu kommen. Werden diese Werte i_L eingesetzt, so wird nach Tab. 22.5 (rechte Spalte) das frontlastige Fahrzeug 7 noch günstiger, das hecklastige Fahrzeug 6 noch schlechter, die Größe der Lenkungssteifigkeit spielt keine so große Rolle mehr (vgl. Fahrzeug 1, 4 und 5). Seitensteife Reifen sind nach wie vor günstig (vgl. Fahrzeug 1, 2 und 3).

Die wichtigste Größe für das Seitenwindverhalten wurde noch nicht diskutiert, nämlich die Lage des Druckmittelpunktes DP. Der Lenkradeinschlag δ_L wird zu Null, wenn in (22.58) der Zähler zu Null wird und daraus ergibt sich die Lage des Druckmittelpunktes

Tab. 22.5 Lenkradeinschlag δ_L bei konstanter Seitenwindgeschwindigkeit w_y und Fahrgeschwindigkeit v (Fahrzeugdaten s. Tab. 21.7, $k_y = 2,56 \text{ Ns}^2/\text{m}^2$, $e_0 = 0,625 \text{ m}$ bzw. $L_H + e_{SP} = 1,875 \text{ m}$, $l_V - e_{SP} = 0,625 \text{ m}$), i_L = Lenkübersetzung

Fahrzeug	i_L , nach Tab. 21.7	δ_L in grad, $v = 30 \text{ m/s},$ $w_y = 10 \text{ m/s}$	i_L , nach Tab. 22.4	δ_L in grad $v = 30 \text{ m/s},$ $w_y = 10 \text{ m/s}$
$\frac{\delta_L^*}{v w_y}$ in $\frac{\text{rad}}{\text{m}^2/\text{s}^2}$ nach (22.58)				
1	$3,71 \cdot 10^{-5}$	19	12	19
2	$2,86 \cdot 10^{-5}$	19	9	19
3	$6,27 \cdot 10^{-5}$	19	20	19
4	$2,94 \cdot 10^{-5}$	19	10	25,3
5	$5,63 \cdot 10^{-5}$	19	18	11,7
6	$4,25 \cdot 10^{-5}$	19	14	28,1
7	$3,22 \cdot 10^{-5}$	19	11	14,3
				8

DP zum Schwerpunkt SP aus

$$e_{SP} = \frac{c'_{\alpha V} l_V - c_{\alpha H} l_H}{c'_{\alpha V} + c_{\alpha H}}, \quad \frac{e_{SP}}{l_V} = \frac{1 - \frac{c_{\alpha H} l_H}{c'_{\alpha V} l_V}}{1 + \frac{c_{\alpha H}}{c'_{\alpha V}}}. \quad (22.59)$$

Beim mittellastigen Pkw, z. B. mit $l_V = l_H$ und mit gleichen Reifen vorn und hinten, $c_{\alpha H} = c_{\alpha V}$, ist wegen der Lenkungselastizität $c_{\alpha H} > c'_{\alpha V}$, sodass e_{SP} negativ werden muss. Nach Abb. 22.30 sollte der Druckmittelpunkt DP deshalb hinter dem Schwerpunkt SP liegen. (Eine schon sehr früh [SAWA41] ausgeführte Möglichkeit an einem Versuchsfahrzeug zeigt Abb. 22.31. Mithilfe der Flossen wird DP stark nach hinten verschoben.)

Da aber nach Abb. 22.30 DP bei Pkw üblicherweise vor Radstandsmitte liegt und SP – wie gesagt – etwa in Radstandsmitte, muss also bei Seitenwind gegengelenkt werden. Die Lenkbewegung ist klein, wenn Druckmittel- und Schwerpunkt dicht zusammenliegen, d.h., wenn deren Abstand e_{SP} klein ist. Da der Schwerpunkt SP wegen anderer Fahreigenschaften (z. B. wegen eines gewünschten Untersteuergradienten) nicht zu weit vorn liegen darf, muss der Druckmittelpunkt DP durch eine geeignete Karosserieform nach hinten verschoben werden. (Vorderradantriebene Kraftfahrzeuge sind meistens relativ seitenwindunempfindlich. Das liegt nicht an dem Vorderradantrieb, sondern daran, dass durch den vorn liegenden Antriebsblock auch SP vorn liegt.)

22.6.2 Dynamisches Verhalten

Nach dem stationären Fall im vorangegangenen Abschn. 22.6.1 wird nun das dynamische Verhalten bei Seitenwind betrachtet.

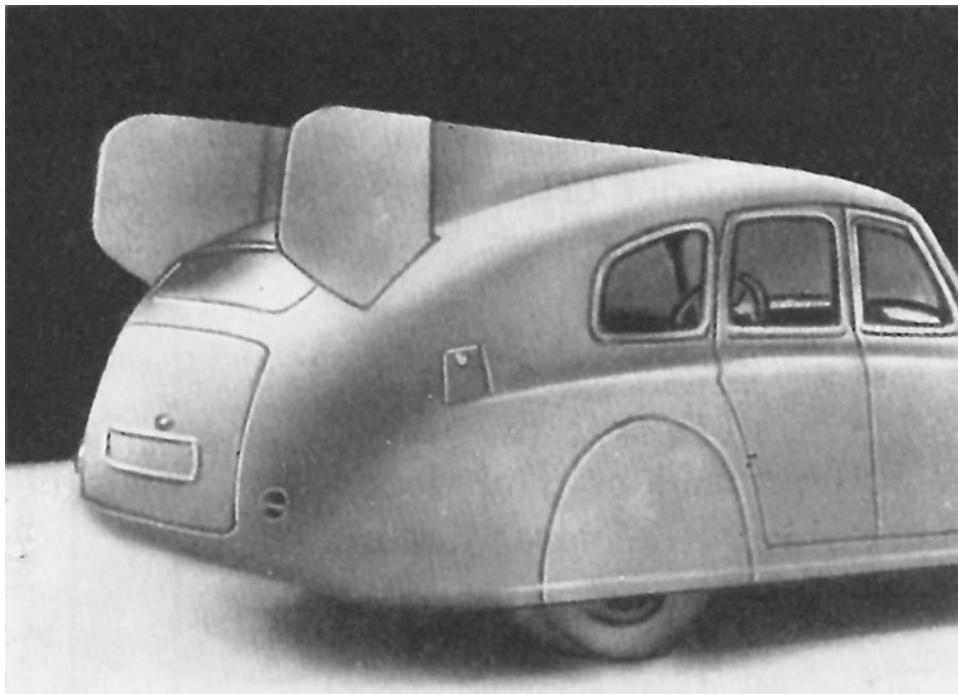


Abb. 22.31 Spaltflossenpaar an einem K-Wagen (K steht für Prof. Dr.-Ing., Dr.-Ing. E. h. W. Kamm, 1893–1966). [KOEN51]

Die Bewegungsgleichungen (20.25) und (20.26) lauten mit (22.56)

$$mv\dot{\beta} + (c'_{\alpha V} + c_{\alpha H})\beta + [mv^2 - (c_{\alpha H}l_H - c'_{\alpha V}l_V)]\frac{\dot{\psi}}{v} = c'_{\alpha V}\delta_L^* + k_y v w_y, \quad (22.60)$$

$$J_z\ddot{\psi} + (c'_{\alpha V}l_V^2 + c_{\alpha H}l_H^2)\frac{\dot{\psi}}{v} - (c_{\alpha H}l_H - c'_{\alpha V}l_V)\beta = c'_{\alpha V}l_V\delta_L^* + k_y e_{SP} v w_y, \quad (22.61)$$

(Dabei wurde, wie in Abschn. 20.3, die Größe $v^2\beta$ gegenüber den anderen β -Gliedern vernachlässigt.)

Die Lösungen der homogenen Differenzialgleichungen wurden in Abschn. 22.1 für „fixed control“ und in Abschn. 22.4 für den „idealen Fahrer“ mit den Ergebnissen diskutiert: Stabilität/Instabilität, Eigenkreisfrequenzen, Dämpfungsmaßen und deren Abhängigkeit von stationären Kreisfahrt-Werten wie z. B. von Über-/Untersteuern.

Bei den inhomogenen Gleichungen werden im Folgenden zwei verschiedene Seitenwind-Störungen betrachtet:

- a) eine Seitenwind-Rampe (Vorbeifahrt an einer Seitenwindanlage, Ausfahrt aus einem Wald), s. Abschn. 22.6.2.1 – entspricht in der mathematischen Behandlung Abschn. 22.2 –,

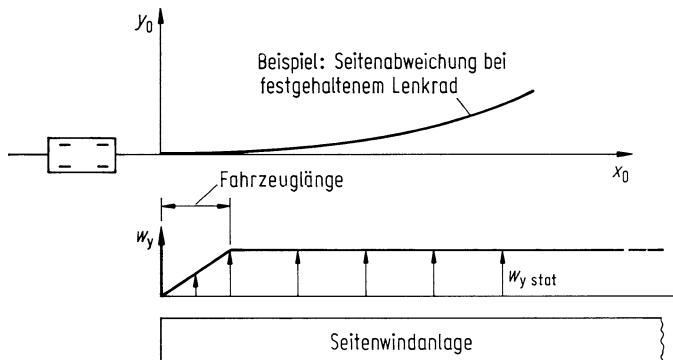


Abb. 22.32 Vorbeifahrt an einer Seitenwindanlage

- b) eine harmonische Seitenwind-Anregung, s. Abschn. 22.6.2.2 (Berechnung des Frequenzganges, entsprechend Abschn. 22.3). Damit kann anschließend in Abschn. 22.6.2.3 das Fahrverhalten bei stochastischem Seitenwind, bei böigem Seitenwind abgehandelt werden.

Für a) wurden die verschiedenen Übertragungsfunktionen in Laplace-Schreibweise in Tab. 22.6 zusammengestellt und dabei in „idealer Fahrer“ und „fixed control“ unterschieden. Für b) muss, um die komplexe Vergrößerungsfunktion zu berechnen, statt des Laplace-Operators s in der Tabelle $j\omega$ gesetzt werden.

22.6.2.1 Waldausfahrt, Seitenwindanlage, Einfluss von Fahrertyp und Fahrzeugdaten

Die am häufigsten angewandte Untersuchungsmethode [WALL80, GRAN85] zur Seitenwindempfindlichkeit von Kraftfahrzeugen ist die Vorbeifahrt an einer Seitenwindanlage (Aneinanderreihung mehrerer Gebläse). Je nach ihrer Länge und Fahrgeschwindigkeit beeinflussen sich Ein- und Ausfahrt gegenseitig. Um dies auszuschalten, wird für die folgenden Rechnungen nur die Einfahrt an einer sehr langen Anlage betrachtet, s. Abb. 22.32. Dies kann man sich auch so vorstellen, dass das Fahrzeug nach Ausfahrt aus einem Wald oder Tunnel von einem konstanten Seitenwind erfasst wird. Die Seitenwindgeschwindigkeit w_y ist eine Rampenfunktion, wobei die Rampenlänge gleich der Fahrzeulgänge ist. (Genau genommen müsste das Eintauchen des Fahrzeugs in den Seitenwind dadurch beschrieben werden, dass eine immer größere Seitenfläche des Fahrzeugs durch den Wind beaufschlagt wird und dass sich dadurch auch die Lage des Druckmittelpunktes ändert [IFF76].)

In Abb. 22.33 sind für ein bestimmtes Fahrzeug und für eine stationäre Seitenwindgeschwindigkeit $w_y \text{ stat} = 10 \text{ m/s}$ bei drei verschiedenen Fahrgeschwindigkeiten $v = 20, 30$ und 40 m/s die wesentlichen Zeitfunktionen dargestellt, und zwar für den „idealen Fahrer“ (Diagramme b bis f), vergleichbar einem „reaktionsschnellen Fahrer“, und für „fixed control“ (g bis k), vergleichbar einem „passiven Fahrer“ [GNAD73].

Tab. 22.6 Übertragungsfunktionen bei Seitenwind für genaue Geradeausfahrt (idealer Fahrer) und bei festgehaltenem Lenkrad (fixed control)

Fahrbedingungen	Übertragungsfunktionen	Abkürzungen
Idealer Fahrer: Fahrzeug fährt geradeaus.	$\frac{\delta_L^*(s)}{w_y(s)} = \left(\frac{\delta_L^*}{v w_y} \right)_{\text{stat}} \frac{1 + 2 \frac{\sigma_L}{v_L^2} s + \left(\frac{s}{v_L} \right)^2}{1 + 2 \frac{\sigma_{id}}{v_L^2} s + \left(\frac{s}{\sigma_{id}} \right)^2}$	$v_{id} \text{ s. (22.44), } \sigma_{id} \text{ s. (22.45), } (\delta_L^*/vw_y)_{\text{stat}} \text{ s. (22.58)}$
Abweichung von der Geradeausfahrt (Sollkurs) ist $y_p = 0$	$\frac{\delta_L^*(s)}{w_y(s)} = \left(\frac{\delta_L^*}{v w_y} \right)_{\text{stat}} \frac{1 + 2 \frac{\sigma_{id}}{v_L^2} s + \left(\frac{s}{\sigma_{id}} \right)^2}{1 + 2 \frac{\sigma_{id}}{v_L^2} s + \left(\frac{s}{\sigma_{id}} \right)^2}$	(1) $v_L^2 = \frac{c_{\alpha H}(l_H + e_{SP}) - c'_{\alpha V}(l_V - e_{SP})}{J_z + m(l_V + l_P)e^{SP}}$ (6)
fixed control: Lenkrad festgehalten $\delta_L^* = 0$	$\frac{1/\rho_{SP}(s)}{w_y(s)} = - \left(\frac{\delta_L^*}{v w_y} \right)_{\text{stat}} \frac{\left(\frac{\dot{\psi}}{\delta_L^*} \right)}{1 + 2 \frac{\sigma_L'}{v_L'^2} s + \left(\frac{s}{v_L'} \right)^2}$	(2) $\dot{\psi}/\delta_L^* \text{ stat s. (1) in Tab. 21.3}$ $\sigma_L' = \sigma_L(l_p = -l_V)$ $v_L'^2 = v_L^2(l_p = -l_V)$ (3)
	$\frac{\ddot{y}_{SP}(s)}{w_y(s)} = v^2 \frac{1/\rho_{SP}(s)}{w_y(s)}$	(4)
	$\frac{y_{SP}(s)}{w_y(s)} = \frac{1}{s^2} \frac{\ddot{y}_{SP}(s)}{w(s)}$	(5) $T = \frac{m v e_{SP}}{c_{\alpha H}(l_H + e_{SP}) - c'_{\alpha V}(l_V - e_{SP})}$ (8)

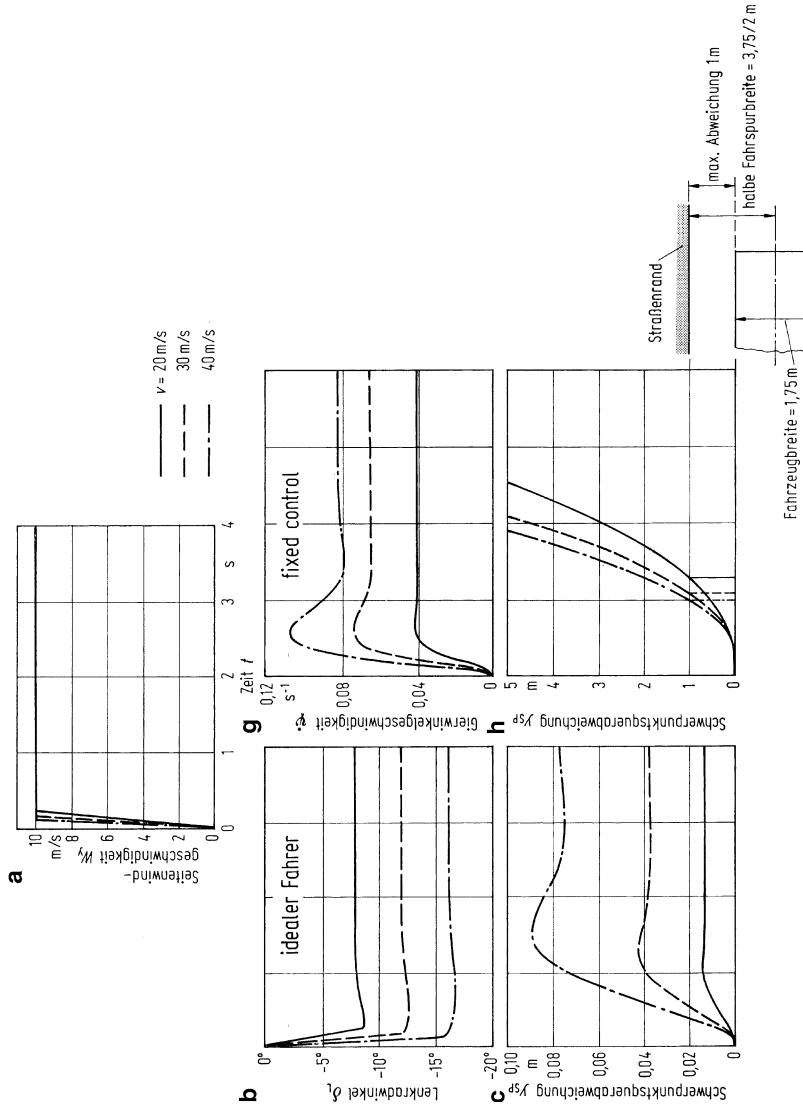


Abb. 22.33 Seitenwindverhalten des Fahrzeugs 1 (s. Tab. 21.7). Fahrzeulgänge = 4,5 m, $e_{sp} = l_v/2 = 0,625 \text{ m}$, $k_y = 2,56 \text{ kg/m}$ bei verschiedenen Fahrgeschwindigkeiten v und für die Fälle „ideal Fahrer“ ($l_p = 3,7 \text{ m}$ für $v = 20 \text{ m/s}$, 8,4 m für 30 m/s, 13,7 m für 40 m/s nach (24.7a), (24.7b) und (24.8), dort l_A genannt) und „fixed control“

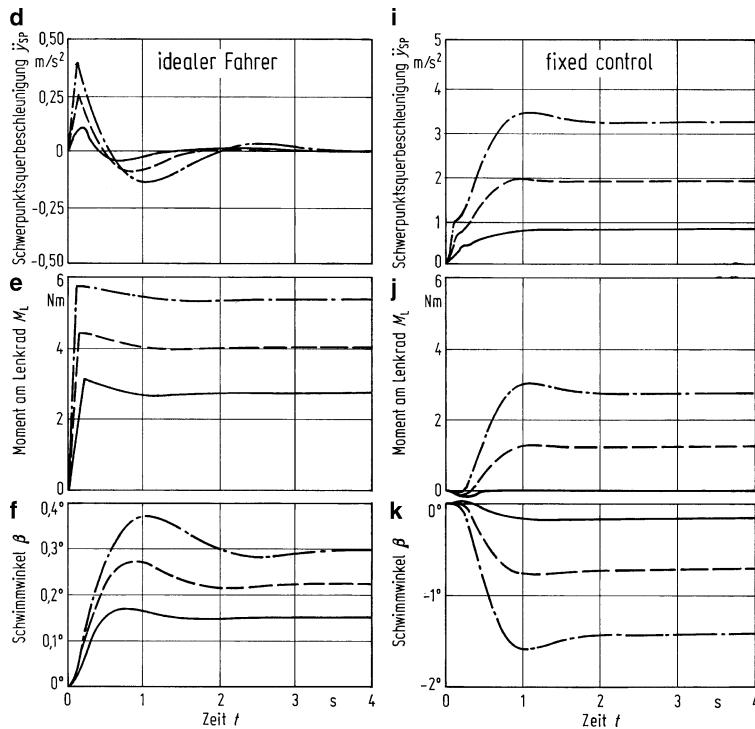
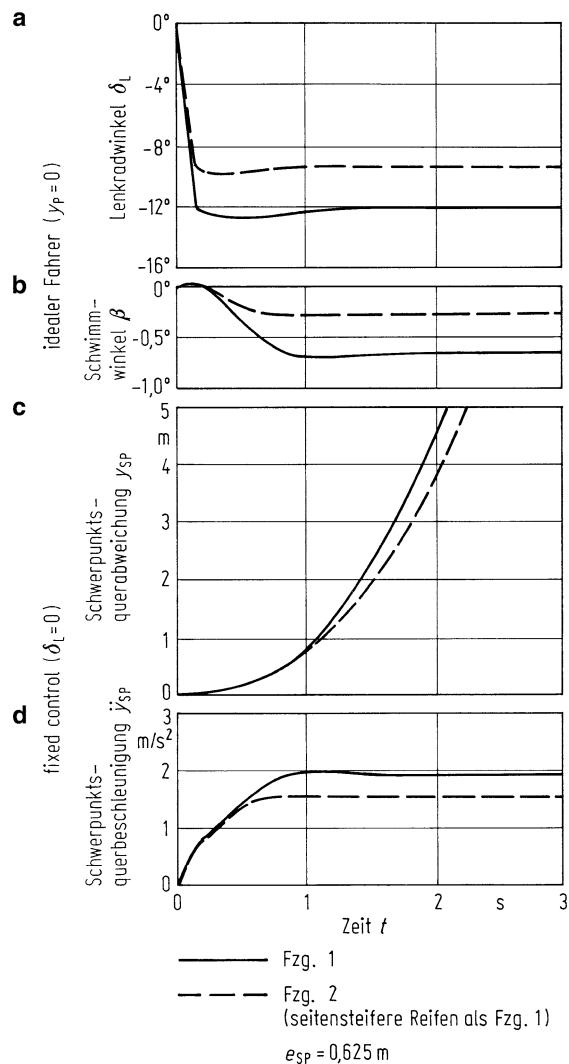


Abb. 22.33 Fortsetzung

Nach Diagramm b muss der „ideale Fahrer“ beim Einsetzen des Seitenwindes sofort, d. h. ohne Reaktionsdauer, zu lenken beginnen, und zwar bei $v = 40 \text{ m/s}$ mit einer Lenkwinkelgeschwindigkeit $\dot{\delta}_L(t=0) \approx 135^\circ/\text{s}$ auf einen Maximalwert von $\delta_{L\max} \approx 17^\circ$. Das sind, bis auf die Reaktionsdauer gleich Null, von Fahrern erreichbare Werte. Der Anstieg des Momentes am Lenkrad ist entsprechend schnell und sein Maximalwert klein. Da der Vorausschaupunkt P genau auf der gewünschten Geraden liegt, ist die Abweichung y_{SP} des Schwerpunkts (Diagramm c), der nun $l_V + l_p$ hinter P liegt, klein, ebenso die Querbeschleunigung \ddot{y}_{SP} und der Schwimmwinkel β (d und f). Bei diesen drei Zeitschrieben erkennt man am deutlichsten eine abklingende Schwingung.

Bei „fixed control“ hält der „passive Fahrer“ das Lenkrad in der Mittelstellung fest ($\delta_L = 0$), und das Fahrzeug weicht damit vom gewünschten Geradeauskurs ab. Nach Abb. 22.33h, in das zur Verdeutlichung die Schwerpunkts-Querabweichung y_{SP} , die halbe Fahrspurbreite einer Bundesautobahn und die Fahrzeugsbreite eines Mittelklasse-Pkw eingezzeichnet wurden, erreicht das Fahrzeug bei $v = 40, 30$ und 20 m/s nach ungefähr $1,0, 1,1$ und $1,3 \text{ s}$ den Fahrbahnrand. Der Fahrer muss also, um dies zu verhindern, vorher gegenlenken. Aus dem schnellen Anstieg der Querbeschleunigung \ddot{y}_{SP} (Diagramm i) in den ersten Zehntelsekunden und dem Erreichen des Maximums bei nur etwa 1 s kann man vermuten, dass der Fahrer neben der optischen Aufforderung noch eine sog. vestibu-

Abb. 22.34 Einfluss der Reifenseitensteifigkeit auf das Seitenwindverhalten, (Fahrgeschwindigkeit $v = 30 \text{ m/s}$, sonstige Daten s. Abb. 22.33)



läre Information zum Lenken erhält. Auch über das Lenkradmoment M_L (Diagramm j) dürfte der Fahrer (haptisch) informiert werden, zumindest bei höheren Geschwindigkeiten.

Insgesamt sieht man aus den Diagrammen in Abb. 22.33, dass die Zeitverläufe stark von den Asymptotenwerten bestimmt werden (bis auf die ersten Sekunden natürlich und das besonders bei der hohen Fahrgeschwindigkeiten von 40 m/s).

Im Folgenden wird der Einfluss von den Fahrzeugdaten, die nach der stationären Be- trachtung in Abschn. 22.6.1 wichtig sind, diskutiert:

In Abb. 22.34 werden bei gleichen aerodynamischen und sonstigen Fahrzeugdaten nur die Reifenseitensteifigkeiten geändert. Die höheren Werte bei Fahrzeug 2 (entspricht dem

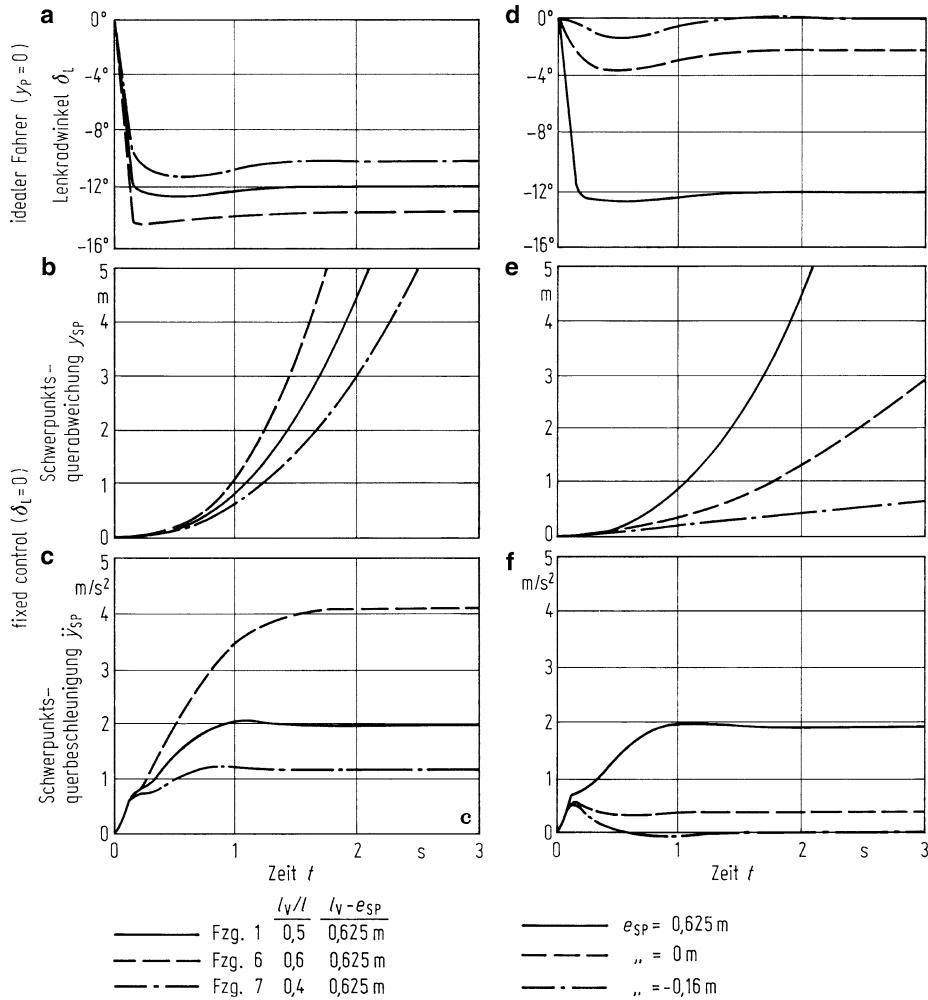


Abb. 22.35 Seitenwindverhalten bei $v = 30 \text{ m/s}$: **a, b, c** Einfluss der Schwerpunktslage bei gleicher Lage des Druckmittelpunktes (Fahrzeugdaten s. Tab. 21.7); **d, e, f** Einfluss der Lage des Druckmittelpunktes bei sonst gleichem Fahrzeug 1 (s. Tab. 21.7); sonstige Daten s. Abb. 22.33

Einbau breiterer Reifen) verkleinern, wie aus Tab. 22.5 bekannt, den Stationärwert von δ_L (Diagramm a), den Schwimmwinkel β (b) und die Querbeschleunigung \ddot{y}_{SP} (d), sie verändern aber kaum die Seitenabweichung y_{SP} in den ersten Zehntelsekunden (h).

Den Einfluss der Schwerpunktslage bei gleicher Karosserieform (gleiches k_y und gleicher Ort des Druckmittelpunkts, $l_V - e_{SP} = \text{const}$, s. Abb. 22.30) gibt Abb. 22.35a–c wieder. Das hecklastige Fahrzeug 6 mit dem größeren Abstand $SP-DP$, also größerem e_{SP} und dem gleichzeitig kleineren Untersteuergradienten als Fahrzeug 1 (mittellastig) und Fahrzeug 4 (frontlastig), hat die größte Seitenabweichung y_{SP} und -beschleunigung \ddot{y}_{SP} . Auch die

Lenkradwinkel sind größer. In Abb. 22.35d–f wurde die Lage des Druckmittelpunktes DP variiert, von dem Ausgangswert $e_{SP} = 0,625\text{ m}$ (DP liegt vor SP) über $e_{SP} = 0$ (DP und SP fallen zusammen) bis $e_{SP} = -0,16\text{ m}$ (DP liegt hinter SP , und zwar nach (22.59) so, dass der Asymptotenwert des Lenkradeinschlags bei konstanter Seitenwindgeschwindigkeit und fixed control gleich Null ist). Aus Diagramm d erkennt man, dass der Lenkradeinschlag für den idealen Fahrer in der Reihenfolge der o. g. Druckmittelpunktverschiebung nicht nur bei der Asymptote, sondern auch im Übergangsbereich kleiner wird. Ebenso wird die Seitenabweichung y_{SP} bei fixed control (Diagramm e) kleiner, oder, anders ausgedrückt, der Fahrer kann sich mit dem Gegenlenken mehr Zeit lassen, seine Reaktionsdauer kann größer sein. Auch bei $e_{SP} = -0,16\text{ m}$ ist $y_{SP} \neq 0$, aber die seitliche Abweichung vergrößert sich mit der Zeit so wenig, dass eine langsame Lenkkorrektur den Wagen wieder auf seine gewünschte Fahrspur bringt.

22.6.2.2 Frequenzgänge

Nachdem die Vorbeifahrt an einer Seitenwindanlage, die Ausfahrt aus einem Wald untersucht wurde, soll nun der Seitenwind nicht mehr mit konstanter, sondern mit sinusförmig veränderlicher Geschwindigkeit (böiger Seitenwind) blasen. Daraus ermitteln sich – entsprechend Abschn. 22.3 – die Frequenzgänge für die Störung Seitenwind. Sie sind wichtig für

- die Beschreibung der Dynamik des Fahrzeugs (in diesem Abschn.),
- das Fahrverhalten unter stochastischem Seitenwind (s. Abschn. 22.6.2.3),
- die Behandlung des Regelkreises Fahrer-Fahrzeug (s. Abschn. 24.3.1).

Die Seitenwindgeschwindigkeit ändert sich mit der Erregerkreisfrequenz ω sinusförmig

$$w_y = \underline{\hat{w}_y} e^{j\omega t} = \hat{w}_y \sin \omega t. \quad (22.62)$$

Die Fahrzeugantwort lautet z. B.

$$\dot{\psi} = \underline{\hat{\psi}} e^{j\omega t} = \hat{\psi} \sin(\omega t + \varepsilon_{\psi/w_y}). \quad (22.63)$$

In den folgenden Abbildungen sind die Frequenzgänge, unterteilt nach Amplituden- und Phasengang, für die beiden Fälle „ideal Fahrer“ (reaktions schneller Fahrer) und „fixed control“ (passiver Fahrer) dargestellt. Die Amplituden sind auf den Wert bei $\omega = 0$, auf den jeweiligen Stationärwert, bezogen, und das Verhältnis sagt dann aus, wie sich das Seitenwindverhalten eines Fahrzeugs bei böigem Wind ($\omega > 0$) gegenüber konstantem Wind ($\omega = 0$) ändert.

Aus Abb. 22.36 ist der Einfluss der Fahrgeschwindigkeit v zu erkennen. Auffällig ist, dass der Phasenwinkel nach a bei $\omega = 0$ nicht Null, sondern $-\pi$ ist (der Fahrer muss gegenlenken), und dass er sich mit der Erregerfrequenz $\omega/2\pi$ nur relativ wenig ändert. Die

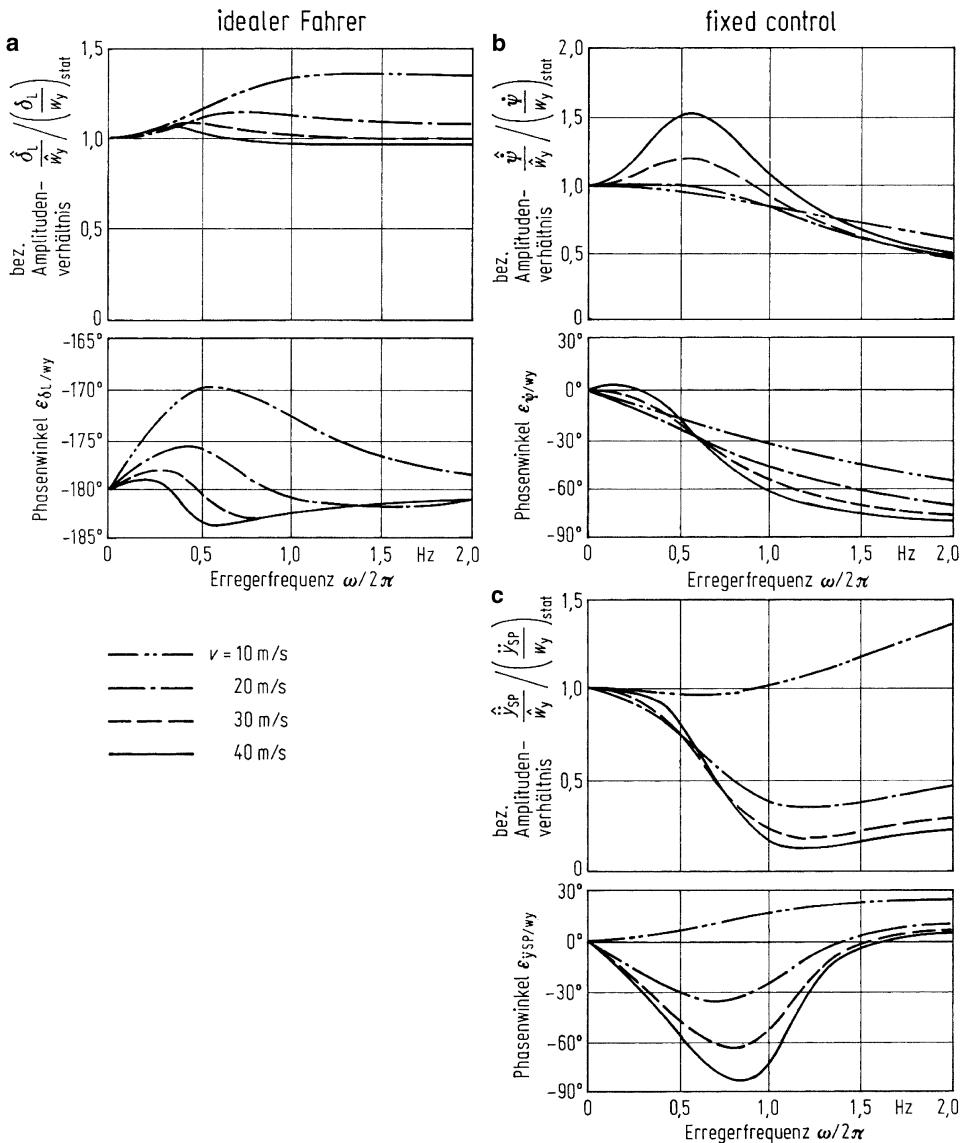


Abb. 22.36 Frequenzgänge für Seitenwind bei verschiedenen Fahrgeschwindigkeiten v . Daten: Fzg. 1 (s. Tab. 21.7), $k_y = 2,56 \text{ kg/m}$, $e_{SP} = 0,625 \text{ m}$

Frequenzgänge für $\dot{\psi}$ und $\ddot{\psi}_{SP}$ nach b und c ähneln denen für den Lenkradwinkeleingang nach Tab. 22.1.

In Abb. 22.37 sind die Beispiele für den Einfluss verschiedener Fahrzeugdaten dargestellt. Nach Diagramm a hat der seitenseitigere Reifen an Fahrzeug 2 wenig Einfluss auf die Frequenzgänge für den idealen Fahrer. Größer ist er nach b und c bei fixed control. Das

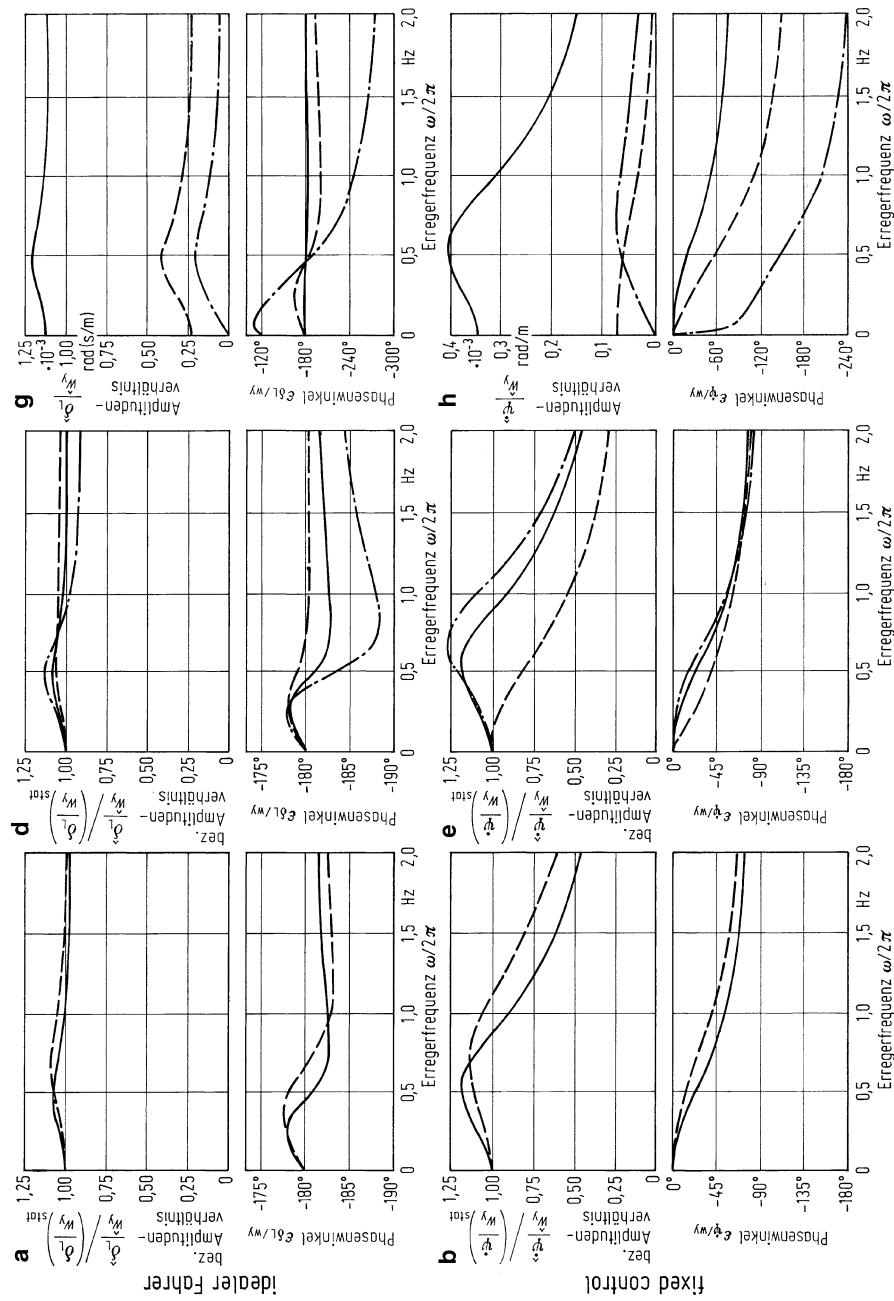


Abb. 22.37 Einfluss von Fahrzeugdaten auf die Frequenzgänge bei Seitenwind. (Daten s. Tab. 21.7), $k_y = 2.56 \text{ kg/m}$, Fahrgeschwindigkeit $v = 30 \text{ m/s}$

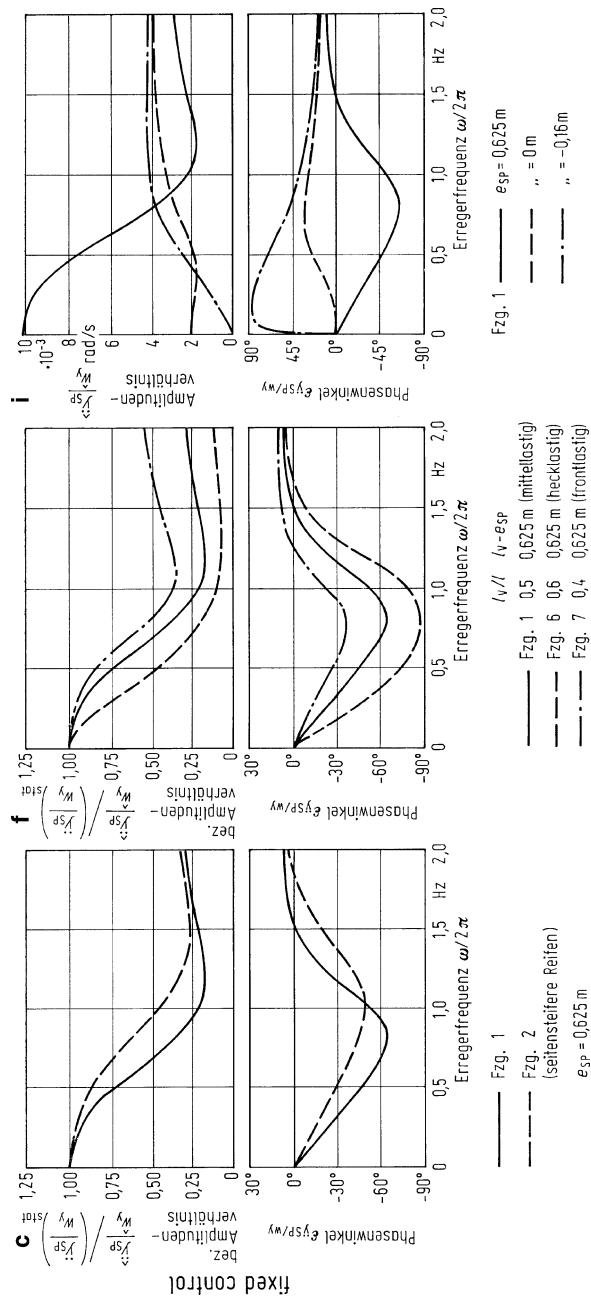


Abb. 22.37 Fortsetzung

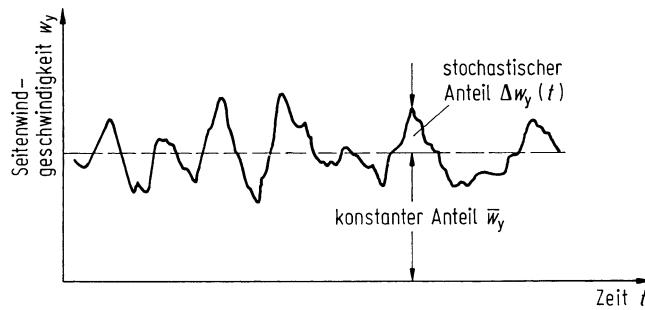


Abb. 22.38 Überlagerung von konstanter und veränderlicher Seitenwindgeschwindigkeit

in Abschn. 22.3.3 Erläuterte gilt auch hier: Seitensteifere Reifen sind bei der Seitenwindstörung besser. – In den Diagrammen d bis f werden Fahrzeuge verschiedener Schwerpunktlage verglichen. Bei fixed control reagiert das frontlastige Fahrzeug 7 stärker und schneller, Eigenschaften, die nach Abschn. 22.3.2 positiv zu beurteilen sind. In Abb. 22.37g bis i wurde die Druckmittelpunktslage variiert. Die Amplitudenwerte wurden nicht auf die Stationärwerte bezogen, weil die bei $e_{SP} = -0,16$ m Null sind. Nach wie vor ist – wie aus den vorangegangenen Abschnitten bekannt – kleines und negatives e_{SP} gut, nur ist die Wirkung bei ($\omega \approx 0$) größer als z. B. bei $\omega/2\pi \sim 0,7$ Hz.

22.6.2.3 Stochastischer Seitenwind

Bei einem böigen Seitenwind ändert sich dessen Geschwindigkeit nicht sinusförmig mit einer bestimmten Erregerfrequenz ω bei einer konstanten Amplitude, sondern sie ändert sich stochastisch, d. h. regellos. Dies kann man – wie in Teil III „Schwingungen“, Abschn. 11.4 und 11.5 ausführlich bei der Unebenheitsanregung dargestellt – dadurch beschreiben, dass man sich die Seitenwindgeschwindigkeit aus der Summe vieler Sinusschwingungen verschiedener Frequenzen und Amplituden zusammengesetzt denkt. Im Folgenden wird kurz auf die Zusammenhänge eingegangen.

Die natürliche Seitenwindgeschwindigkeit w_y setzt sich nach Abb. 22.38 aus einem konstanten Anteil \bar{w}_y und einem stochastischen Anteil $\Delta w_y(t)$ zusammen

$$w_y(t) = \bar{w}_y + \Delta w_y(t) \quad (22.64)$$

Entsprechend ergibt sich, z. B. für den „idealen Fahrer“, der Lenkradeinschlag

$$\delta_L(t) = \bar{\delta}_L + \Delta \delta_L(t) \quad (22.65)$$

aus dem Anteil $\bar{\delta}_L$ für die konstante Windstörung und dem Anteil $\Delta \delta_L(t)$ für die stochastische.

Der konstante Anteil $\bar{\delta}_L$ ist gleich dem (1) aus Tab. 22.6, bekannten Stationärwert $\delta_{L\ stat}$

$$\bar{\delta}_L = \delta_{L\ stat} = i_L \left(\frac{\delta_L^*}{v w_y} \right)_{stat} \cdot v \bar{w}_y \quad (22.66)$$

und mit (22.58)

$$\bar{\delta}_L = i_L v \bar{w}_y \left[-k_y \frac{\cdots}{\dots} \right]. \quad (22.67)$$

Die Zeitfunktion $\Delta\delta_L(t)$ erhält man mit – analog zu (22.65) –

$$\beta(t) = \bar{\beta} + \Delta\beta(t); \quad \dot{\beta}(t) = \Delta\dot{\beta}(t), \quad (22.68)$$

$$\psi(t) = \bar{\psi} + \Delta\psi(t); \quad \dot{\psi}(t) = \Delta\dot{\psi}(t), \quad (22.69)$$

aus den Differenzialgleichungen (22.60) und (22.61), nur dass vor den Variablen jeweils ein Δ -Zeichen zu setzen ist, was aber im Folgenden zur Vereinfachung wieder weggelassen wird.

Bei stochastischer Anregung kann nach Teil III, (11.81) bis (11.84), der Effektivwert einer Fahrzeuggroße berechnet werden, wenn die Spektrale Dichte der Störung, hier die des Seitenwindes, $\Phi_{v_r^2 \tau_L}$ bekannt ist. Soll beispielsweise das Fahrzeug geradeaus fahren, $1/\rho_P = 0$, und der Effektivwert des bezogenen Lenkradeinschlags $\delta_{L\ eff}^*$ für den „idealen Fahrer“ berechnet werden, so gilt

$$\delta_{L\ eff}^* = \sqrt{\int_0^\infty \left[\hat{\delta}_L^*(\omega) \right]^2 \Phi_{v_r^2 \tau_L}(\omega) d\omega} \quad (22.70)$$

mit der Vergrößerungsfunktion $\hat{\delta}_L^*/\hat{w}_y$ nach Tab. 22.6 oder den Diagrammen in den Abb. 22.36 und 22.37 und mit der Spektralen Dichte. $v_r^2 \tau_L$ ergibt sich jetzt nach (22.56) mit (22.64) und (22.65) zu

$$v_r^2 \tau_L = -v^2 [\bar{\beta} + \Delta\beta(t)] + v [\bar{w}_y + \Delta w_y(t)]. \quad (22.71)$$

Eingeführt in die Spektrale Dichte, definiert nach (11.85) und unter Vernachlässigung des Schwimmwinkels wird

$$\Phi_{v_r^2 \tau_L}(\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{4\pi}{T} [v \hat{w}_y(\omega)]^2 = v^2 \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{4\pi}{T} [\hat{w}_y(\omega)]^2 = v^2 \Phi_{wy}(\omega). \quad (22.72)$$

Nach einigen Messungen [WALL78, WALL81] ist

$$\Phi_{wy} \left(\frac{\omega}{2\pi} \right) = \Phi_{wy} \left(\frac{\omega_0}{2\pi} \right) \left(\frac{\omega}{2\pi} \right)^{-b} \quad (22.73)$$

$$\text{Herbst: } \Phi_{wy} \left(\frac{\omega_0}{2\pi} = 1 \text{ Hz} \right) = 1,301 \cdot 10^3 \left[\frac{\text{grad m}^2}{\text{s}^2 \text{Hz}} \right]; b = 1,27$$

$$\text{Sommer: } \Phi_{wy} \left(\frac{\omega_0}{2\pi} = 1 \text{ Hz} \right) = 1,028 \cdot 10^3 \left[\frac{\text{grad m}^2}{\text{s}^2 \text{Hz}} \right]; b = 1,02.$$

Setzt man noch für (1) in Tab. 22.6

$$\hat{\frac{\delta_L^*}{w_y}}(\omega) = \left(\frac{\delta_L^*}{w_y} \right)_{\text{stat}} \cdot F(\omega)$$

ein, so wird der Effektivwert des Lenkradeinschlagwinkels

$$\delta_{L\text{eff}} = i_L \left(\frac{\delta_L^*}{w_y} \right)_{\text{stat}} v \sqrt{\int_0^\infty [F(\omega)]^2 \Phi_{wy}(\omega) d\omega}. \quad (22.74)$$

Je kleiner er ist, umso weniger muss der Fahrer auf Windböen reagieren, umso angenehmer ist das Fahrzeug zu fahren. $\delta_{L\text{eff}}$ ist außer von der Lenkübersetzung i_L , die durch andere Anforderungen festliegt, proportional

- dem Stationärwert $(\delta_L^*/w_y)_{\text{stat}}$, der ausführlich in Abschn. 22.6.1 diskutiert wurde, und
- der Fahrgeschwindigkeit v .
 $\delta_{L\text{eff}}$ ist außerdem noch abhängig von
- dem Frequenzgang $F(\omega) = \frac{\hat{\delta}_L^*}{\hat{w}_y} / \left(\frac{\delta_L^*}{w_y} \right)_{\text{stat}}$, s. Abschn. 22.6.2.2 und
- von der weder vom Fahrer noch vom Fahrzeug zu beeinflussenden Größe des Seitenwindes, ausgedrückt durch die Spektrale Dichte der Seitenwindgeschwindigkeit Φ_{wy} .

22.7 Zusammenfassung von Kap. 20–22

Zur Einführung in das komplizierte Gebiet des Fahrverhaltens von zweiachsigen Fahrzeugen wurde das *lineare Einspurmodell* behandelt. Die Ergebnisse dieser Untersuchungen bilden die Grundlage für das Verständnis des Fahrverhaltens, auch über dieses Kapitel hinaus.

Dieses lineare Modell wurde so einfach wie möglich und so kompliziert wie nötig aufgebaut, um das Wesentliche zu erkennen. Die lineare Theorie ist gültig für Fahrvorgänge, bei denen nach Abschn. 21.1.1 die Querbeschleunigung auf trockener Straße $v^2/\rho \leq (0,3 \text{ bis } 0,4) g$ beträgt oder auf nassem Eis ($\approx 0^\circ\text{C}$) $< 0,05 g$. In die mathematische Beschreibung gehen 13 direkte bzw. 11 zum Teil bezogene Fahrzeugdaten ein: (Weitere Fahrzeugdaten werden in den Abschn. 20.3.2, 22.1.3 und in den späteren Kap. 27 und 31 berück-

Tab. 22.7 Übersicht über Inhalt und Ergebnisse von Kap. 20–22

Fahrsituationen	Beurteilung	Wichtige Fahrzeugdaten
Stationäres Verhalten:		
Kreisfahrt Kap. 21	Abschn. 21.3 mit Tab. 21.5 und Abb. 21.10 Untersteuern, Schwimmwinkel	$c_{\alpha V}, c_{\alpha H}, l_V/l, C_L, n_V$, Beispiele in Abschn. 21.4
Seitenwind, Abschn. 22.6.1	Kleine Lenkradkorrektur	$k_y/m, e_{SP}/l_V$ und s. Tab. 22.5
Dynamisches Verhalten:		
Stabilität „fixed control“ (konst. Lenkradeinschlag) Abschn. 22.1, 22.2	Zusammenhang zur Kreisfahrt, s. Abb. 22.1	v_f, v_{fd}, D_f , Beispiele in Abb. 22.2
„idealer Fahrer“, (Querabweichung = 0) Abschn. 22.4		v_{id}, v_{idd}, D_{id} , Vorausschauzeit
Lenkwinkelrampe Abschn. 22.2.3–22.2.5	Abschn. 22.2.4.1 Verstärkungsfaktor, Peak-Response-Time	$v_{fd}, c_{\alpha V}, c_{\alpha H}, l_V/l, i_L$, Beispiele s. Tab. 22.4
Lenkwinkel-Frequenzgang Abschn. 22.3	Abschn. 22.3.2, Amplitudenüberhöhung, Phasenwinkel	Beispiele in Abb. 22.20, seitensteife Reifen, frontlastig
Seitenwindverhalten Abschn. 22.6	kleine Lenkradlenkradkorrektur, kleine Seitenabweichung	Lage des Druckmittelpunktes zum Schwerpunkt
„free control“ (losgelassenes Lenkrad) Abschn. 22.5	schnell abklingende Schwingung	Lenkungsdämpfung

sichtigt.)

Massen, Trägheitsmoment bzw. -radius:	m, J_z bzw. $i = m, i/l$,
Radstand, Schwerpunktslage:	l, l_V bzw. l_H
Reifenseitensteifigkeiten, -nachlauf:	$c_{\alpha V}, c_{\alpha H}, n_R$
Lenkungsdaten:	n_K, C_L, i_L, V_L
Aerodynamik:	$c_y A, e_0$ bzw. e_{SP}
	$c'_{\alpha V}/F_{zV}, c_{\alpha H}/F_{zH}$, $c_y/m, e_{SP}/l_V$.

Bei den stationären Fällen wie Kreisfahrt und Seitenwind mit konstanter Geschwindigkeit spielen J_z bzw. i keine Rolle, bei den dynamischen Fällen tauchen sie in den Eigenkreisfrequenzen v_f, v_{id} und in den Dämpfungsmaßen D_f, D_{id} auf.

Es wurden viele fahrzeugtechnische Begriffe wie z. B. Unter-/Übersteuern, Schwimmwinkelgradient, Kreisfahrtwerte, Verstärkungsfaktoren, Peak-Response-Time mathematisch definiert. Deren Zahlenwerte von modernen Pkw sind in Tabellen und Diagrammen zusammengefasst.

Besonderer Wert wurde auf die Nennung subjektiver Beurteilungen gelegt und gezeigt, von welchen Fahrzeugdaten sie abhängen.

In Tab. 22.7 findet man die wesentlichen Aussagen für die verschiedenen Fahrsituatien.

Literatur

- [BANT77] Bantle, M.; Braess, H.-H.: Fahrwerksauslegung und Fahrverhalten des Porsche 928, ATZ 79 (1977), Heft 9, S. 369–378
- [BISI77] Bisimis, E.; Beckmann, H.-D.; Rönitz, R.; Zomotor, A.: Lenkwinkel-Sprung und Übergangsverhalten von Kraftfahrzeugen, ATZ 79 (1977) Heft 2, S. 577–586
- [DEPP88] Deppermann, K.H.: Einfluß von Schneeketten auf die Fahrdynamik allradangetriebener Personenkraftwagen, ATZ 90 (1988) Heft 4, S. 209–211
- [DOET61] Doetsch, G.: Anleitung zum praktischen Gebrauch der Laplace-Transformation, München: Oldenbourg 1961
- [GNAD73] Gnädler, R.: Beitrag zum Problem Fahrer-Fahrzeug-Seitenwind, Automobil-Industrie 18 (1973), S. 109–138
- [GRAN85] Granow, D.; Heißing, B.; Hinze, P.: Fahrverhalten von Pkw bei Seitenwind. Verkehrsunfall und Fahrzeugtechnik 1985, S. 169–174
- [IFF76] IfF-Bericht 436 (1976): Seitenwindverhalten eines automatisch geführten Busses MAN-SL 200
- [ISO88] ISO 7401: Road Vehicles – Lateral Transient Response, Test Methods, 1988(E)
- [JAKS77] Jaksch, F.O.: Driver-Vehicle Interaction with Respect to Steering Controlability, 5t VSD – 2nd IUTAM Symposium, Swets & Zeitlinger 1977
- [LINK73] Linke, W.; Richter, B.; Schmidt, R.: Simulation and Measurement of Driver Vehicle Handling Performance, SAE-Paper 730489 (1973)
- [MARE84] Maretzke, J.; Richter, B.: Einfluß der Aerodynamik auf die Richtungsstabilität von Pkw, VDI-Berichte 546 (1984)
- [MCRU76] McRuer, D.T.; Klein, R.H.: Automobile Controllability – Driver/Vehicle Response for Steering Control, Summary Report, DOT/HS- 801 407 (1976)
- [MILL76] Milliken, W.F.; Dell'Amico, F.; Rice, R.S.: The Static Directional Stability and Control of an Automobile. SAE 760712
- [MITS66] Mitschke, M.: Untersuchungen über die Slalomfahrt eines Kraftfahrzeuges, ATZ 68 (1966) Heft 6, S. 202–206
- [MORT73] Mortimer, R.G.; Olson, P.L.: Some Factors Limiting Driver-Vehicle Performance, SAE 730017
- [PEST68] Pestel, E.; Kollmann, E.: Grundlagen der Regelungstechnik. Braunschweig: Vieweg 1968
- [RIED97] Riedel, A.; Arbinger, R.: Subjektive und objektive Beurteilung des Fahrverhaltens von Kraftfahrzeugen, FAT-Schriftenreihe Nr. 139, Frankfurt 1997
- [SAWA41] Sawatzki, E.: Die Luftkräfte und ihre Momente am Kraftwagen. Deutsche Kraftfahrtforschung 1941, Heft 50. Berlin: VDI-Verlag

- [STR73] Strackerjan, B.: Fahrversuche und Berechnungen zur Kurshaltung von Personenkraftwagen. Diss. TU Braunschweig 1973
- [WALL78] Wallentowitz, H.: Fahrer-Fahrzeug-Seitenwind. Diss. TU Braunschweig 1978
- [WALL80] Wallentowitz, H.: Seitenwindverhalten von Kraftfahrzeugen, ATZ 82 (1980) Heft 9, S. 435–442
- [WALL81] Wallentowitz, H.: Fahren bei Seitenwind, Automobil-Industrie 26 (1981), S. 163–171
- [WEIR78] Weir; Di Marco: Correlation and Evaluation of Driver/Vehicle Directional Handling Data, SAE-Paper 780010 (1978)

Weiterführende Literatur

- [ALBE96] Alberti, V; Babbel, E.: Improved Driving Stability by Active Braking of the Individual Wheels. International Symposium on Advanced Vehicle Control (AVEC '96). Aachen 1996
- [BERG69] Bergmann, W.: Considerations in Determining Vehicle Handling Requirements. SAE-Paper 690 234 (1969)
- [BREU13] Breuer, B.; Bill, K.H. (Hrsg.): Bremsenhandbuch, 4. Auflage, Springer-Vieweg, Wiesbaden 2013
- [DIN94] Straßenfahrzeuge, Begriffe der Fahrdynamik. DIN 70000: 1994-01
- [DONG90] Donges, E.; Aufhammer, R.; Fehrer, P.; Seidenfuß, T.: Funktion und Sicherheitskonzept der „Aktiven Hinterachskinematik von BMW“, Automobiltechnische Zeitschrift Nr. 10, 1990, S. 580–587
- [FOSV95] Richtlinien für die Anlage von Straßen RAS, Teil Linienführung (RAS-L), Forschungsgesellschaft für Straßen- und Verkehrswesen, Köln 1995
- [GRUB] Grubisic, K.: Verfahren zur optimalen Bemessung von Fahrzeugrädern. Diss. TH München 1970
- [HEIS13] Heißing, B.; Ersoy, M.; Gies, S. (Hrsg.): Fahrwerkhandbuch, 4. Auflage, Springer-Vieweg, Wiesbaden 2013
- [HORN85] Horn, A.: Fahrer-Fahrzeug-Kurvenfahrt auf trockener Straße. Diss. TU Braunschweig 1985
- [IRIE86] Irie, N.; Shibahata, Y.; Ito, H.; Uno, T.: Hicas – Improvement of Vehicle Stability and Controllability by Rear Suspension Steering Characteristics. SAE-865114
- [ISER70] Isermann, H.: Die Kippgrenze von Sattelkraftfahrzeugen mit fester und flüssiger Ladung. Deutsche Kraftfahrtforschung und Straßenverkehrstechnik, Heft 200, 1970
- [ISO91] Vehicle Dynamics and Road Holding Ability – Vocabulary, ISO 8855, 1991
- [ISO96] Passenger Cars – Steady-state Circular Driving Behaviour – Open-Loop Test Procedure, ISO 4138: 1996 (E)
- [JAKS80] Jaksch, F.O.: The Steering Characteristics of the Volvo Concept Car VIII. ESV-Conference, Wolfsburg, Oktober 1980
- [JAKS83] Jaksch, F.O.: Vehicle Parameter Influence on Steering Control Characteristics. International Journal of Vehicle Design, 1983, S. 171–194

-
- [KOEN51] König-Fachsenfeld, R.: Aerodynamik des Kraftfahrzeugs. Frankfurt a. M.: Umschau-Verlag 1951
 - [LAMM72] Lamm, B.: Fahrdynamik und Streckencharakteristik. Institut für Straßenbau und Eisenbahnwesen. Universität Karlsruhe, H. 11, 1972
 - [OLLE38] Olley, M.: National Influences on American Passenger Car, Design. Proc. Inst. Aut. EngrsVol. XXXII 1938
 - [PFEF13] Pfeffer, P.; Harrer, M. (Hrsg.): Lenkungshandbuch, 2. Auflage, Springer-Vieweg, Wiesbaden 2013
 - [RIEC40] Riekert, P.; Schunck, T.E.: Zur Fahrmechanik des gummibereiften Kraftfahrzeuges, Ingenieur-Archiv 11 1940
 - [ROEN77] Dubbel, Taschenbuch für den Maschinenbau, Berlin: Springer-Verlag, 16. Aufl.
 - [ROMP84] Rompe, K; Heißing, B.: Objektive Testverfahren für die Fahreigenschaften von Kraftfahrzeugen – Quer- und Längsdynamik. Mitschke, M.; Frederich, F. (Hrsg.) Köln: Verlag TÜV Rheinland 1984
 - [SCHU75] Schulze, K-H.; Dames, J.; Lange, H.: Untersuchungen über die Verkehrssicherheit bei Nässe. Straßenbau und Straßenverkehrstechnik, Teil I, H. 189, 1975
 - [SEGE65] Segel, L.: The Variable Stability Automobile Conceptand Design. SAE-Paper 275 (1965), S. 1–10
 - [SMIT67] Smith, J.G.; Smith, J.E.: Lateral Forces on Vehicle During Driving. Automobile Engineer 1967, S. 510–515
 - [SPIN63] Spindler, W.: Wege, Querbeschleunigungen und die Wahl der Überholwege bei Kurvenfahrt von Kraftfahrzeugen. Diss. TH München 1963
 - [WALD71] Waldmann, D.: Untersuchungen zum Lenkverhalten von Kraftfahrzeugen, Deutsche Kraftfahrtforschung und Straßenverkehrstechnik. Heft 218 (1971)

Die alleinige Betrachtung des Kraftfahrzeuges, die in Kap. 20 in vereinfachter Form begonnen wurde, wird nun unterbrochen, und der Fahrer wird in das Geschehen einbezogen. Die gemeinsame Betrachtung läuft allgemein unter der Überschrift „Mensch-Maschine“ und die spezielle Anwendung auf die Autofahrt unter dem Titel „Regelkreis Fahrer-Kraftfahrzeug“. In der Regelungstechnik wird die Maschine (hier das Kraftfahrzeug) als Regelstrecke, der Mensch (hier der Fahrer) als Regler bezeichnet.

Man erhofft sich mit den mathematischen Mitteln der Regelungstechnik Aussagen darüber, wie das dynamische Verhalten eines Kraftfahrzeuges an den Fahrer angepasst werden soll,

- damit der Fahrer während der „Normalfahrt“ sein Fahrzeug als komfortabel bewertet (das Fahrzeug für ihn z. B. gute querdynamische Eigenschaften – oder wie man auch sagt – ein gutes „handling“ besitzt) und
- damit er bei „kritischen Fahrsituationen“ sein Fahrzeug beherrscht und Unfälle vermeidet.

Die o. g. Anpassung der Dynamik des Fahrzeuges an den Fahrer ist nicht einfach zu formulieren. Zum einen gibt es nicht *den* Fahrer, sondern *viele* Fahrer mit individuellen Unterschieden. Zum anderen kann sich jeder einzelne Fahrer an *verschiedene* Fahrzeuge anpassen (sonst könnte er kein Fremd-Auto fahren) und sich auf *verschiedene* Fahrsituationen (Geradeausfahrt mit oder ohne Störungen, Kurvenfahrt, Fahrt auf trockener oder glatter Fahrbahn usw.) einstellen.

In diese Forderung nach der Anpassung des Fahrzeuges an den Fahrer müssen auch die zukünftig noch zahlreicher werdenden sog. Fahrerassistenzsysteme einbezogen werden. Diese technischen Regler, die mithilfe der Sensorik, Aktuatorik, Elektronik den Fahrer unterstützen und in kritischen Situationen entlasten, müssen dem menschlichen Regler, also dem Fahrer, so ähneln, dass er ihr Eingreifen nicht als fremdartig empfindet.

Im Folgenden wird der Regelkreis mit Fahrer beschrieben. Dazu muss nicht nur das Fahrzeug durch ein Gleichungssystem wie in den Kap. 20–22 dargestellt werden, sondern jetzt zusätzlich auch der Fahrer. Entsprechend seinen beiden Aufgaben, sein Fahrzeug so zu lenken, dass es in der Fahrspur bleibt, und die Geschwindigkeit so zu regeln, dass es z. B. keinen Auffahrunfall gibt, unterteilt man den Gesamtregelkreis in eine Quer- und Längsregelung [AP97.1, AP97.2, NN97]. Sie werden in den nächsten Unterkapiteln behandelt, zuvor wird eine Einführung gegeben.

23.1 Einführung in den fahrzeugtechnischen Regelkreis

Der Fahrer wird als kontinuierlich arbeitender, linearer Regler angenommen. Der in Abb. 19.1a gezeigte Querregelkreis ist in Abb. 23.1 detaillierter dargestellt. Das Kraftfahrzeug soll auf dem vorgeschriebenen Kurs y_{soll} (seitliche Koordinate y als Funktion der Zeit) entlang fahren, es fährt aber auf dem Istkurs y_{ist} . Die Differenz $\Delta y = y_{\text{soll}} - y_{\text{ist}}$ veranlasst den Fahrer, dargestellt durch seine Übertragungsfunktion M_R ($M = \text{Mensch}$, $R = \text{Regler}$), das Lenkrad um δ_L einzuschlagen. Darauf ändert das Fahrzeug mit der Übertragungsfunktion F_δ ($F = \text{Fahrzeug}$, $\delta = \text{Lenkradeinschlag}$) den Istkurs. Gleichzeitig wirkt auf das Fahrzeug eine Störung w über die Übertragungsfunktion F_w ein.

In Laplace-Schreibweise lässt sich der Regelkreis formulieren. Mit

$$y_{\text{ist}}(s) = F_\delta(s) \cdot \delta_L(s) + F_w(s) \cdot w(s) \quad (23.1)$$

und

$$\delta_L(s) = M_R(s) \cdot \Delta y(s) = M_R(s) \cdot [y_{\text{soll}}(s) - y_{\text{ist}}(s)] \quad (23.2)$$

lautet der Istkurs (im Weiteren ist der Laplace-Operator (s) weggelassen)

$$y_{\text{ist}} = \frac{F_\delta M_R}{1 + F_\delta M_R} y_{\text{soll}} + \frac{F_w}{1 + F_\delta M_R} w, \quad (23.3)$$

die Kursabweichung

$$\Delta y = y_{\text{soll}} - y_{\text{ist}} = \frac{1}{1 + F_\delta M_R} y_{\text{soll}} - \frac{F_w}{1 + F_\delta M_R} w \quad (23.4)$$

und der Lenkradeinschlag

$$\delta_L = \frac{M_R}{1 + F_\delta M_R} y_{\text{soll}} - \frac{F_w M_R}{1 + F_\delta M_R} w. \quad (23.5)$$

Der erste Summand auf der rechten Seite der Gln. (23.3) bis (23.5) beschreibt das „Führungsverhalten“, der zweite das „Störverhalten“.

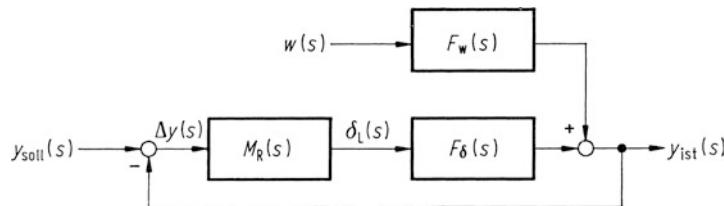


Abb. 23.1 Regelkreis mit Führungsverhalten y_{soll} und Störverhalten w

Bekannt ist nach Abb. 23.1, dass der „Ausgang“ des Fahrers bei konstanter Fahrgeschwindigkeit der Lenkradeinschlag δ_L sein kann. Nicht bekannt hingegen ist, aufgrund welcher Informationen der Fahrer lenkt, welche „Eingangs“größen er zu Hilfe nimmt. Grundsätzlich gibt es mehrere:

- *Optische Informationen*, für den Fahrer die wichtigste Informationsquelle, beinhalten die Geometrie des vorausliegenden Straßenverlaufs und die Position von Hindernissen bzw. von anderen Verkehrsteilnehmern (in Abb. 23.1 wurde als Beispiel die Querabweichung Δy vom Sollkurs genommen);
- *Vestibuläre Informationen* über das Bogengangsystem im Ohr geben Auskunft über Winkelbewegungen (z. B. Gier- und Wankbewegungen) und über Beschleunigungen;
- *Taktile (haptische) Informationen* erhält der Fahrer z. B. aus der Kraftwirkung zwischen dem Sitz und seinem Körper sowie über das Moment am Lenkrad;
- *Akustische Informationen* aus dem Reifenquietschen, das nur bei hohen Querbeschleunigungen auf trockener Straße auftritt, und aus den Windgeräuschen. (Häufiger genannt, nie in die Regelkreisbetrachtung eingeführt.)

Der Fahrer muss immer die optische Information benutzen. Wenn ihn andere Informationen unterstützen, wird er zum Mehrgrößenregler (mehrschleifiger Regelkreis). Zum Beispiel nimmt der Fahrer bei „schiefziehenden“ Bremsen an der Vorderachse (Bremsmomente am linken und rechten Vorderrad sind verschieden groß) nicht nur optisch die sich daraus ergebende Kursabweichung Δy wahr, sondern er spürt auch haptisch am Lenkrad direkt ein Moment M_L , dessen Größe sich aus der Bremsmomentendifferenz ergibt [NIEM72]. Tabellarische Übersichten über die in der Literatur verwendeten Informationsgrößen geben Horn [HORN85] und Reichelt [REIC90] an.

23.1.1 Stabilität, Durchtrittsfrequenz, Phasenrand

Im Folgenden wird – wie häufig in der Literatur und hier zur Einführung – nur der „einschleifige Regelkreis“ behandelt. (Das liegt nicht nur daran, dass der Fahrer so häufig allein auf *eine* Information reagiert, sondern auch daran, dass dann die Stabilitätsbetrachtung relativ einfach ist.)

Das System Fahrer-Fahrzeug ist stabil, wenn nach einer gewissen Zeit, mathematisch meistens formuliert für $t \rightarrow \infty$, die Abweichung Δy einem endlichen Wert zustrebt

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \Delta y(t) = \text{const.} \quad (23.6)$$

(Es wird im Folgenden stillschweigend vorausgesetzt, dass zwischen $t = 0$ und $\rightarrow \infty$ die Abweichungen Δy so klein sind, dass das Fahrzeug auf seinem Fahrstreifen bleibt.)

In den Abschn. 22.1.1 und 22.4.1 wurde bei alleiniger Betrachtung des Fahrzeugs gezeigt, dass es dann stabil ist, wenn die charakteristische Gleichung nur Lösungen mit negativem Realteil hat. Sie berechnete sich aus dem Nenner der Übertragungsfunktion. Genau so wird hier bei der Stabilitätsprüfung des Gesamtsystems „Fahrer und Kraftfahrzeug“, des geschlossenen Regelkreises, vorgegangen. Da aber die charakteristischen Gleichungen des Gesamtsystems komplizierter aufgebaut sind als die quadratischen in den o. g. Abschnitten und damit auch zeitaufwendiger zu lösen sind, werden sog. Stabilitätskriterien angewandt, mit denen man, ohne die Gleichungen zu lösen, erkennen kann, ob negative Realteile vorhanden sind.

Aus dem Nenner des Regelkreises nach (23.3) bis (23.5) errechnet sich die charakteristische Gleichung aus

$$1 + M_R(s) \cdot F_\delta(s) = 1 + G(s) = 0 \quad (23.7)$$

mit der sog. Übertragungsfunktion des offenen Kreises

$$G(s) = M_R(s) \cdot F_\delta(s). \quad (23.8)$$

Die Lösungen haben allgemein die Form $s = a + j\omega$, wobei ein negatives a Stabilität, ein positives a Instabilität bedeutet, $a = 0$ ist der Grenzfall. Dies macht man sich bei Stabilitätsuntersuchungen zunutze. Für s wird $j\omega$ eingesetzt, und es wird

$$G(j\omega) = |G(j\omega)| e^{j\varphi(\omega)} \quad (23.9)$$

mit der reellen Amplitude $|G(j\omega)|$ und dem Phasenwinkel $\varphi(\omega)$ geschrieben. Die Stabilitätsgrenze liegt nach dem oben Gesagten und (23.7) vor, wenn

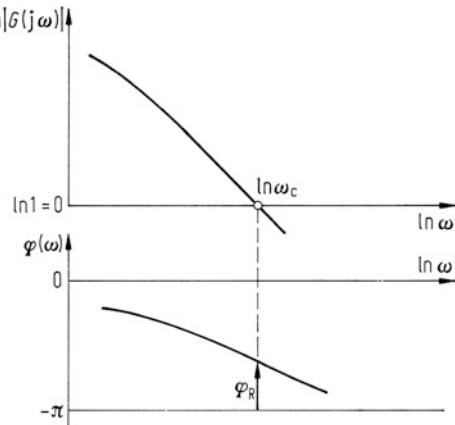
$$G(j\omega) = -1 \quad (23.10)$$

ist, d. h., wenn die komplexe Funktion $G(j\omega)$ den Realteil = -1 und den Imaginärteil = 0 hat oder wenn $|G(j\omega)| = 1$ und $\varphi(\omega) = -\pi = -180^\circ$ ist. Man logarithmiert (23.9)

$$\ln G(j\omega) = \ln |G(j\omega)| + j\varphi(\omega) \quad (23.11)$$

und trägt im sog. Bode-Diagramm die Amplitude doppeltlogarithmisch und den Phasenwinkel einfachlogarithmisch getrennt als Funktion der Kreisfrequenz ω auf, s. Abb. 23.2.

Abb. 23.2 Erklärung der Stabilität im Bode-Diagramm



Stabilität liegt dann vor, wenn bei $|G(j\omega)| = 1$ bzw. bei $\ln |G(j\omega)| = 0$ der Phasenwinkel $\varphi(\omega) > -\pi = -180^\circ$ ist oder wenn ein sog. Phasenrand $\varphi_R > 0$, eine gewisse Stabilitätsreserve vorhanden ist. ω_c nennt man die Schnitt- oder Durchtrittsfrequenz (engl. cross-over frequency). Diese beiden Größen ω_c und φ_R spielen – wie noch gezeigt wird – für den Regelkreis eine wichtige Rolle.

Nun zurück zu (23.8). Die Übertragungsfunktion G des offenen Kreises setzt sich aus der des Fahrers M_R und der des Fahrzeugs F_δ zusammen. Entsprechend (23.9) oder (23.11) gilt

$$G(j\omega) = M_R(j\omega) \cdot F_\delta(j\omega) = |M_R(j\omega)| |F_\delta(j\omega)| e^{j\varphi_M(\omega)} e^{j\varphi_F(\omega)} \quad (23.12)$$

bzw.

$$\ln G(j\omega) = \ln |M_R(j\omega)| + \ln |F_\delta(j\omega)| + j[\varphi_M(\omega) + \varphi_F(\omega)]. \quad (23.13)$$

Stabilität liegt demnach dann vor, wenn bei $|M_R(j\omega)| |F_\delta(j\omega)| = 1$ bzw. $\ln |M_R(j\omega)| + \ln |F_\delta(j\omega)| = 0$ die Phasenwinkelsumme $\varphi_M(\omega) + \varphi_F(\omega) > -\pi = -180^\circ$ ist, s. Abb. 23.3.

23.1.2 Fahrer-Übertragungsfunktion, McRuer-Modelle

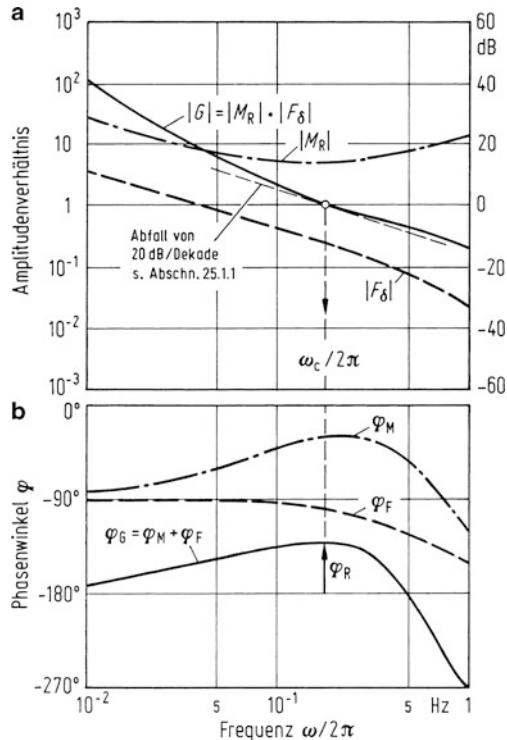
Von den beiden Übertragungsfunktionen Fahrer $M_R(s) = \delta_L(s)/\Delta y(s)$ und Fahrzeug $F_\delta(s) = y(s)/\delta_L(s)$ kann die des Fahrzeugs mithilfe des Abschn. 22.2.2, also mithilfe des Einspurmodells berechnet werden. Dort steht als (3) in Tab. 22.1

$$F(s) = \frac{\ddot{y}(s)}{\delta_L(s)},$$

dann ist

$$F_\delta(s) = \frac{y(s)}{\delta_L(s)} = \frac{\ddot{y}(s)}{\delta_L(s)} \frac{1}{s^2}. \quad (23.14)$$

Abb. 23.3 Frequenzgänge des Fahrzeugs F_δ , des Fahrers M_R und des aufgeschnittenen Kreises G [HORN85]



Nicht bekannt ist $M_R(s)$. McRuer [MCRU65, JOHA77] hat 1965 die allgemeine Übertragungsfunktion eines linearen Reglers für den Menschen (hier für den Fahrer eines Kraftfahrzeuges) unter dem Namen „Präzisionsmodell“ (engl. precision model) angegeben. Vereinfacht lautet es

$$M_R(s) = \frac{\delta_L(s)}{\Delta y(s)} = V_M \frac{1 + T_D s}{1 + T_I s} e^{-s\tau} \quad (23.15)$$

Mit dem Verstärkungsfaktor V_M des Menschen, seinen Vorhalt- und Verzögerungskonstanten T_D und T_I sowie seiner Totzeit τ . Während sich die Totzeit τ nur wenig ändert ($\tau \approx 0,14$ bis $0,20$ s bei Lenkwinkeingabe) [BRAE70] können die übrigen drei Werte V_M , T_D und T_I erheblich variieren. Dies hängt von der Übertragungsfunktion des Fahrzeugs F_δ ab.

Einen Hinweis darauf gibt wieder McRuer et al. [MCRU65] mit seinem „Schnittfrequenzmodell“ (engl. cross-over model), wonach in der Gegend der Schnittfrequenz ω_c der Frequenzgang $G(j\omega)$ des aufgeschnittenen Regelkreises durch

$$G(j\omega) = M_R \cdot F_\delta = \frac{\omega_c}{j\omega} e^{-j\omega\tau} \quad (23.16)$$

beschrieben werden kann.

Diese Gleichung enthält eine wichtige Aussage: Da sich das Übertragungsverhalten F_δ verschiedener Kraftfahrzeuge nicht durch den Typ der Gleichungen unterscheidet, sondern nur durch die Konstanten in den Gleichungen, ist auch der Typ der Fahrergleichungen bei der Fahrt in verschiedenen Kraftfahrzeugen gleich, nur die Fahrerkonstanten müssen sich den Kraftfahrzeugkonstanten anpassen. Dies gilt auch bei Fahrt in ein und demselben Fahrzeug bei verschiedenen Fahrgeschwindigkeiten oder Witterungsbedingungen und damit unterschiedlichen Kraftschlussverhältnissen. Praktische Beispiele dafür finden sich in der Dissertation Wallentowitz [WALL78].

Dass die Fahrer sich in ihrem Fahrzeug anpassen, d. h. ihre Fahrkonstanten einstellen können, wird täglich millionenfach auf unseren Straßen bewiesen, denn jeder Fahrer kann jedes Fahrzeug bei den verschiedensten Verkehrssituationen beherrschen. Zumaldest gilt das für die normale Fahrsituation, nicht mehr unbedingt für sog. kritische Situationen.

Literatur

- [AP97.1] Apel, A.: Modellierung des Fahrverhaltens bei Längs- und Querführung von Pkw. Diss. TU Braunschweig (1997)
- [AP97.2] Apel, A., Mitschke, M.: Adjusting Vehicle Characteristics by Means of Driver Models. International Journal of Vehicle Design **18**(6) (1997)
- [BRAE70] Braess, H.-H.: Untersuchung des Seitenwindverhaltens des Systems Fahrer-Fahrzeug. Deutsche Kraftfahrtforschung und Straßenverkehrstechnik **206** (1970)
- [HORN85] Horn, A.: Fahrer-Fahrzeug-Kurvenfahrt auf trockener Straße. Diss. TU Braunschweig (1985)
- [JOHA77] Johannsen, G., Boller, H.-E., Donges, E., Stein, W.: Der Mensch im Regelkreis. Oldenbourg-Verlag, München, Wien (1977)
- [MCRU65] McRuer, D.T., Graham, B., Krendel, E.S., Reisner, W.: Human Pilot Dynamics in Compensatory Systems. AFFDL-TR-65-15 (1965)
- [NIEM72] Niemann, K.: Messungen und Berechnungen über das Regelverhalten von Autofahrern. Diss. TU Braunschweig (1972)
- [REIC90] Reichelt, W.: Ein adaptives Fahrer-Modell zur Beurteilung des Regelkreises Fahrer-Fahrzeug in kritischen Fahrsituationen. Diss. TU Braunschweig (1990)
- [NN97] Special Issue of Driver-Vehicle-System. International Journal of Vehicle Design **18**(6) (1997)
- [WALL78] Wallentowitz, H.: Fahrer – Fahrzeug – Seitenwind. Diss. TU Braunschweig (1978)

Weiterführende Literatur

- [BECH00] Becherer, T., Oehler, R., Raste, T.: Der Seitenwandtorsions-Sensor SWT. ATZ **102**(11), 946–949 (2000)

- [BERK91] Berkefeld, V.: Theoretische Untersuchungen zur Vierradlenkung. Stabilität und Manövrierbarkeit. In: Wallentowitz, H. (Hrsg.) Allradlenksysteme in Personenwagen, , S. 1–20. Vieweg, Braunschweig (1991)
- [BISI77] Bisimis, E.: Testverfahren für das instationäre Lenkverhalten, Kolloquium „Entwicklungsstand der objektiven Testverfahren für das Fahrverhalten“, TÜV Rheinland (1977)
- [BRAE00] Braess, H.-H., Seiffert, U. (Hrsg.): Handbuch Kraftfahrzeugtechnik. Vieweg & Sohn Verlagsgesellschaft, Braunschweig/Wiesbaden (2000)
- [BREU13] Breuer, B., Bill, K.H. (Hrsg.): Bremsenhandbuch. 4. Aufl., Springer-Vieweg, Wiesbaden (2013)
- [CHEN91] Chen, Z.: Menschliche und automatische Regelung der Längsbeweglichkeit von Personenkraftwagen. Diss. TU Braunschweig (1991)
- [DONG77] Donges, E.: Experimentelle Untersuchung und regelungstechnische Modellierung des Lenkverhaltens von Kraftfahrern bei simulierter Straßenfahrt. Diss. TH Darmstadt (1977)
- [DONG78] Donges, E.: Ein regelungstechnisches Zwei-Ebenen-Modell des menschlichen Lenkverhaltens im Kraftfahrzeug. Zeitschrift für Verkehrssicherheit **24**(3), 98–112 (1978)
- [DONG91] Donges, E., Aufhammer, R., Fehrer, P., Seidenfuß, T.: Funktion und Sicherheitskonzept der Aktiven Hinterachskinematik von BMW. In: Wallentowitz, H. (Hrsg.) Allradlenksysteme in Personenwagen, S. 205–225. Vieweg, Braunschweig
- [DREY79] Dreyer, W.: Zum längsdynamischen Verhalten des Regelkreises Fahrer-Kraftfahrzeug. Diss. TU Braunschweig (1979)
- [EHMA00] Ehmanns, D., Wallentowitz, H., Gelau, C., Nicklisch, F.: Zukünftige Entwicklungen von Fahrerassistenzsystemen und Methoden zu deren Bewertung, In: 9. Aachener Kolloquium Fahrzeug- und Motorentechnik, S. 599–614, Aachen (2000)
- [HACK82] Hackenberg, U., Heißing, B.: Die fahrdynamischen Leistungen des Fahrer-Fahrzeug-Systems im Straßenverkehr. ATZ **84**(7/8), 341–345 (1982)
- [HEIS13] Heißing, B., Ersoy, M., Gies, S. (Hrsg.): Fahrwerkhandbuch, 4. Aufl., Springer-Vieweg, Wiesbaden (2013)
- [HOLT06] Holtschulze, J.: Analyse der Reifenverformung für eine Identifikation des Reibwertes und weiterer Betriebsgrößen zu Unterstützung von Fahrdynamikregelsystemen. Diss. RWTH Aachen (2006)
- [HUET91] Hütte, 29. berichtigte Aufl., dort „Regelungs- und Steuerungstechnik“ Springer, Berlin (1991)
- [KOND68] Kondo, M.; Ajimine, A.: Driver Sight Point and Dynamics of the Driver Vehicle System Related to it. SAE-Paper 680104
- [LOTH97] Loth, S.: Fahrdynamische Einflußgrößen beim Geradeauslauf von Pkw. Diss. TU Braunschweig (1997)
- [MITS91] Mitschke, M., Wallentowitz, H., Schwartz, E.: Vermeiden querdynamisch kritischer Fahrzustände durch Fahrzustandsüberwachung. VDI-Berichte **916**, Düsseldorf (1991)
- [MITS99] Mitschke, M.: Geradeauslaufverhalten von Pkw bei normaler und kritischer Fahrt. Bericht (IfF) 1999
- [NAGA85] Nagai, M., Mitschke, M.: Adaptive Behavior of Driver-Car Systems in Critical Situations: Analysis by Adaptive Model. In: JSQE Review December 1985, S. 82–89

-
- [NIEM78] Niemann, K.: Die Umweltbeziehungen des Spurregelkreises Fahrer-Fahrzeug-Straße. ATZ **80**(6), 277–279 (1978)
 - [PFEF13] Pfeffer, P., Harrer, M. (Hrsg.): Lenkungshandbuch, 2. Aufl., Springer-Vieweg, Wiesbaden (2013)
 - [RISS91] Risse, H.J.: Das Fahrverhalten bei normaler Fahrzeugführung. Diss. TU Braunschweig (1991) und VDI-Fortschritt-Berichte, Reihe 12, Nr. 160, VDI-Verlag 1991
 - [SCHU13] Schütz, T. (Hrsg.): Hucho- Aerodynamik des Automobils, 6. Aufl., Springer-Vieweg, Wiesbaden (2013)
 - [VZAN96] van Zanten, A. u. a.: Control Aspects of the Bosch-VDC, Proceedings of International Symposium on Advanced Vehicle Control (AVEC 96), Aachen (1996); Bosch Kraftfahrttechnisches Taschenbuch, 26. Aufl., Vieweg, Wiesbaden (2007)
 - [WAGN01] Wagner, A., Wiedemann, J.: Fahrer und Fahrzeug bei Seitenwind. In: 4. Internationales Stuttgarter Symposium Kraftfahrwesen und Verbrennungsmotoren. S. 448–459, Stuttgart (2001) und ATZ **103**, 665 (2001)
 - [WITT95] Witte, B.: Stabilisierung der Gierbewegung eines Kraftfahrzeuges in kritischen Fahrsituationen, Diss. TU Berlin (1995) und VDI-Fortschrittsberichte, Reihe 12 Verkehrs-/Fahrzeugtechnik Nr. 254 (1995)
 - [ZEMM98] Zemmrich, T., Lee, T.-H.: Bedarfsgerechter Allradantrieb, 7. Aachener Kolloquium Fahrzeug- und Motorentechnik, Aachen (1998)

In dem folgenden Abschn. 24.1 wird zunächst der Regelkreis für die „Normalfahrt“ behandelt, in Abschn. 24.2 der für die „kritische Fahrt“. Und damit wird – wie schon betont – zwischen gutem, komfortablen „handling“ des Fahrzeuges und seiner Beherrschbarkeit zur Unfallvermeidung unterschieden.

24.1 Normalfahrt

Unter Normalfahrt wird das Befahren von kurvigen und verkehrsarmen Straßen ohne Überholvorgänge und Ausweichmanöver verstanden, bei denen nur relativ geringe Querbeschleunigungen \ddot{y} , s. den 95 %-Bereich in Abb. 24.1, auftreten.

Für diesen Fall gelte das Blockschaubild in Abb. 24.2. (Es ist gegenüber der zur Einführung im vorausgegangenen Abschnitt diskutierten Abb. 23.1 komplizierter aufgebaut.) Nach Abb. 24.2, links oben, ist dem Fahrer der Straßenverlauf, die Sollkrümmung $(1/\rho)_{\text{soll}}$ vorgegeben. Kommt nun z. B. eine Linkskurve, dann wird er nach Erfahrung sein Lenkrad um einen bestimmten Betrag nach links einschlagen, und zwar nicht erst dann, wenn er sich mit seinem Fahrzeug am Beginn der Kurve befindet, sondern schon früher, vorausschauend und -denkend; er lenkt antizipatorisch. Da der Wirkungssinn der Informationsaufnahme und des Lenkeinschlags nur in eine Richtung geht, nennt man diese Tätigkeit „Steuern“ und deshalb den oberen Block „Antizipatorische Steuerung“. Er stellt die erste Ebene eines „Zwei-Ebenen-Modells“ [DONG77, DONG78] dar, die auch als „Bahnführungsebene“ bezeichnet wird.

Die Antizipatorische Steuerung wird im Allgemeinen nicht zu einer idealen Übereinstimmung von Soll- und Istspur der Fahrzeugbewegung führen, außerdem kann sie z. B. durch Seitenwind gestört werden. Damit der Fahrer nun nicht von der Fahrbahn abkommt, muss er die auftretende Abweichung zwischen Soll- und Istspur beobachten und versuchen, sie durch weitere Lenkausschläge zu verringern bzw. zu kompensieren. Diese Tätigkeit des Fahrers wird in Abb. 24.2a durch den Block „Kompensatorische Regelung“ beschrieben.

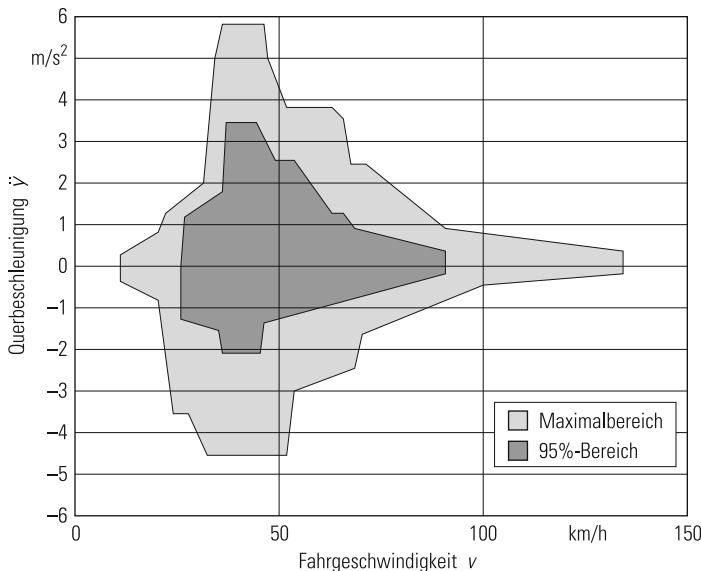


Abb. 24.1 Bereich auftretender Querbeschleunigungen \ddot{y} in Abhängigkeit von der Fahrgeschwindigkeit v bei kurviger Landstraßenfahrt [HACK82]

ben. Diese zweite Ebene wird auch als „Stabilisierungsebene“ bezeichnet. Sie stimmt mit Abb. 23.1 überein.

Als dritter Block im „Fahrer“ ist noch zusätzlich „nicht aufgabenbezogenes Lenken“ eingezeichnet, auf das aber im Weiteren nicht eingegangen wird.

Als vierter Block ist die „Sollspurbildung“ aufgeführt, mit der ausgedrückt wird, dass sich der Fahrer innerhalb der vorgegebenen Fahrspurbreite seine eigene Sollspur sucht, z. B. nicht genau in der Mitte fährt, sondern dazu versetzt, oder Kurven schneidet.

In Abb. 24.2b wurden die eben genannten Blöcke wie in Abschn. 22.2 und 23.1 als Übertragungsfunktionen dargestellt, und die Ein- und Ausgangsgrößen nicht als Zeitfunktionen $f(t)$, sondern als deren Laplace-Transformierte $f(s)$.

Im Weiteren werden der erste, zweite und vierte Block sowie der Zusammenhang mit der Fahrzeugdynamik behandelt.

24.1.1 Antizipatorische Steuerung

Den Straßenverlauf zu antizipieren, d. h. vorauszusehen, setzt bestimmte Sichtweiten voraus, die durch Bäume oder Nebel eingeschränkt sein können und den Fahrer zur Geschwindigkeitsanpassung zwingen.

Aus Versuchen von Horn [HORN85] ist bekannt, dass Fahrer auf Straßen, bei denen Geadenstücke und Kreisbögen durch nicht zu enge Klotoiden verbunden sind, hauptsächlich

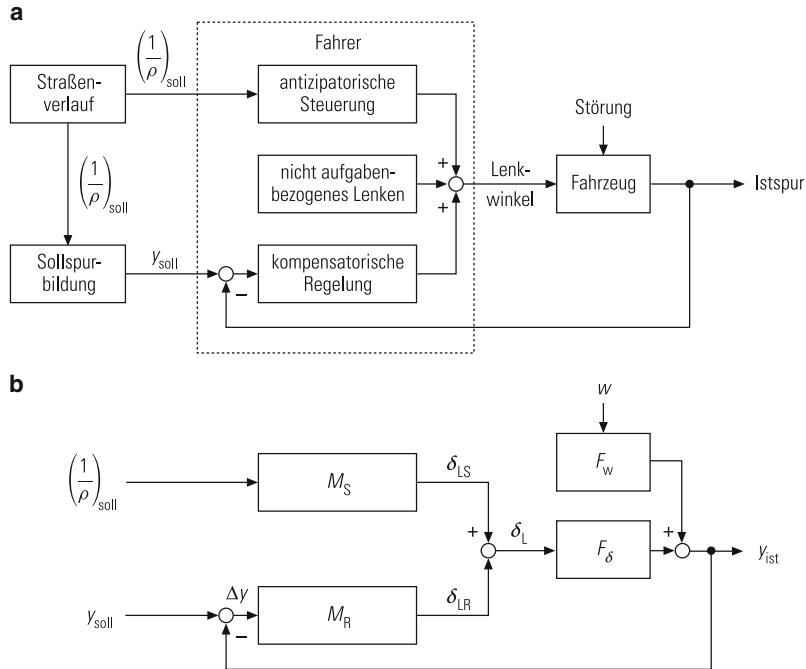


Abb. 24.2 a Allgemeine Darstellung des Querregelkreises „Fahrer und Fahrzeug“ bei Normalfahrt; b Darstellung im Blockschabild. Jeweils oben Steuerung (S), unten Regelung (R), sog. „Zwei-Ebenen-Modell“. $(1/\rho)$ = Krümmung, y = seitliche Koordinate, Δy = Querabweichung, δ_L = Lenkradeinschlag

steuern und wenig regeln. Für den Steueranteil fand er folgende Gleichung:

$$T_{2S}^2 \ddot{\delta}_{LS}(t) + T_{1S} \dot{\delta}_{LS}(t) + \delta_{LS}(t) = V_{MS} \left(\frac{1}{\rho} \right)_{soll} (t + T_A) \quad (24.1)$$

bzw. als Übertragungsfunktion (s. oberer Block in Abb. 24.2b) geschrieben

$$M_S(s) = \frac{\delta_{LS}(s)}{(1/\rho)_{soll}} = V_{MS} \frac{e^{T_A s}}{1 + T_{1S}s + T_{2S}^2 s^2}. \quad (24.2)$$

Dabei sind T_{2S} , T_{1S} Zeitkonstanten, V_{MS} ein Verstärkungsfaktor, $(1/\rho)_{soll}$ die Sollkrümmung der Bahnkurve und T_A die Antizipationszeit.

Diese Konstanten kann man näherungsweise bestimmen, wenn man annimmt, dass der Fahrer nicht nur – wie in den Versuchen festgestellt – wenig regelt, sondern überhaupt nicht, d. h., wenn man annimmt, der Fahrer würde sein Fahrzeug genau auf der Sollkrümmung $(1/\rho)_{soll}$ halten. Dieser Fall wurde schon in Abschn. 22.4 vorbereitet. Dort gab es in Abb. 22.22 einen mit der Längsachse des Fahrzeugs fest verbunden zu denkenden Punkt

P , der genau mit der Sollkrümmung der Bahnkurve übereinstimmte. Dies wurde mit „ideal geführtem Fahrzeug“ oder mit „idealem Fahrer“ bezeichnet. P lag um eine bestimmte „Vorausschaulänge“ vor dem Schwerpunkt des Fahrzeuges bzw. der „ideale Fahrer“ schaute um eine bestimmte Zeit T_P – jetzt „Anticipationszeit“ T_A genannt – voraus. Der Lenkradeinschlag $\delta_{LS}(t)$ ergibt sich nach (22.50) mit $1/\rho_P = (1/\rho)_{soll}$ zu

$$\frac{1}{v_{id}^2} \ddot{\delta}_{LS}(t) + \frac{2\sigma_{id}}{v_{id}^2} \dot{\delta}_{LS}(t) + \delta_{LS}(t) = i_L l \left[1 + \left(\frac{v}{v_{ch}} \right)^2 \right] \left[\left(\frac{1}{\rho} \right)_{soll} (t) + \frac{2\sigma_f}{v_f^2} \left(\frac{1}{\dot{\rho}} \right)_{soll} (t) + \frac{1}{v_f^2} \left(\frac{1}{\ddot{\rho}} \right)_{soll} (t) \right]. \quad (24.3)$$

Die linken Seiten der beiden Gln. (24.1) und (24.3) sind identisch aufgebaut. Um auch die rechten Seiten vergleichbar zu schreiben, werden in (24.1) für $(1/\rho)_{soll}(t + T_A)$ die ersten Glieder einer Taylor-Reihe gesetzt

$$\left(\frac{1}{\rho} \right)_{soll} (t + T_A) \approx \left(\frac{1}{\rho} \right)_{soll} (t) + T_A \left(\frac{1}{\dot{\rho}} \right)_{soll} (t) + \frac{T_A^2}{2} \left(\frac{1}{\ddot{\rho}} \right)_{soll} (t), \quad (24.4)$$

und aus (24.1) ergibt sich

$$T_{2S}^2 \ddot{\delta}_{LS}(t) + T_{1S} \dot{\delta}_{LS}(t) + \delta_{LS}(t) \approx V_{MS} \left[\left(\frac{1}{\rho} \right)_{soll} (t) + T_A \left(\frac{1}{\dot{\rho}} \right)_{soll} (t) + \frac{T_A^2}{2} \left(\frac{1}{\ddot{\rho}} \right)_{soll} (t) \right]. \quad (24.5)$$

Aus dem Vergleich von (24.5) und (24.3) erhält man als erste und wichtigste Aussage: Die Antizipatorische Steuerung wird in erster Linie nicht von „menschlichen Konstanten“, sondern von Fahrzeugkonstanten bestimmt, denn T_{2S} , T_{1S} , V_{MS} und T_A lassen sich durch v_{id} , D_{id} , $i_L l [1 + (v/v_{ch})^2]$ und v_f^2 , σ_f ausdrücken, und in diese Werte gehen nur die Fahrzeuggrößen wie Reifensteifigkeiten, Schwerpunktslage usw. ein. Erst in zweiter Linie werden auch menschliche Konstanten enthalten sein, weil die obige Annahme von fehlender Regelung nur eine (allerdings gute) Näherung ist.

Mit dieser Näherung ergibt sich der Verstärkungsfaktor zu

$$V_{MS} \approx i_L l \left[1 + \left(\frac{v}{v_{ch}} \right)^2 \right] = \left(\frac{\delta_L}{1/\rho} \right)_{stat} = \left(\frac{\delta_L}{\dot{\psi}/v} \right)_{stat} \quad (24.6)$$

und ist nach (1) in Tab. 21.3 proportional dem Reziprokwert des stationären Kreisfahrtwertes aus Lenkradeinschlag δ_L zu Gierwinkelgeschwindigkeit $\dot{\psi}$. Ein Beispiel für die Geschwindigkeitsabhängigkeit zeigt Abb. 24.3a.

Für die Anticipationszeit T_A ergeben sich für die Näherung zwei Anhaltswerte

$$T_A \approx \frac{\sqrt{2}}{v_f} \quad (24.7a)$$

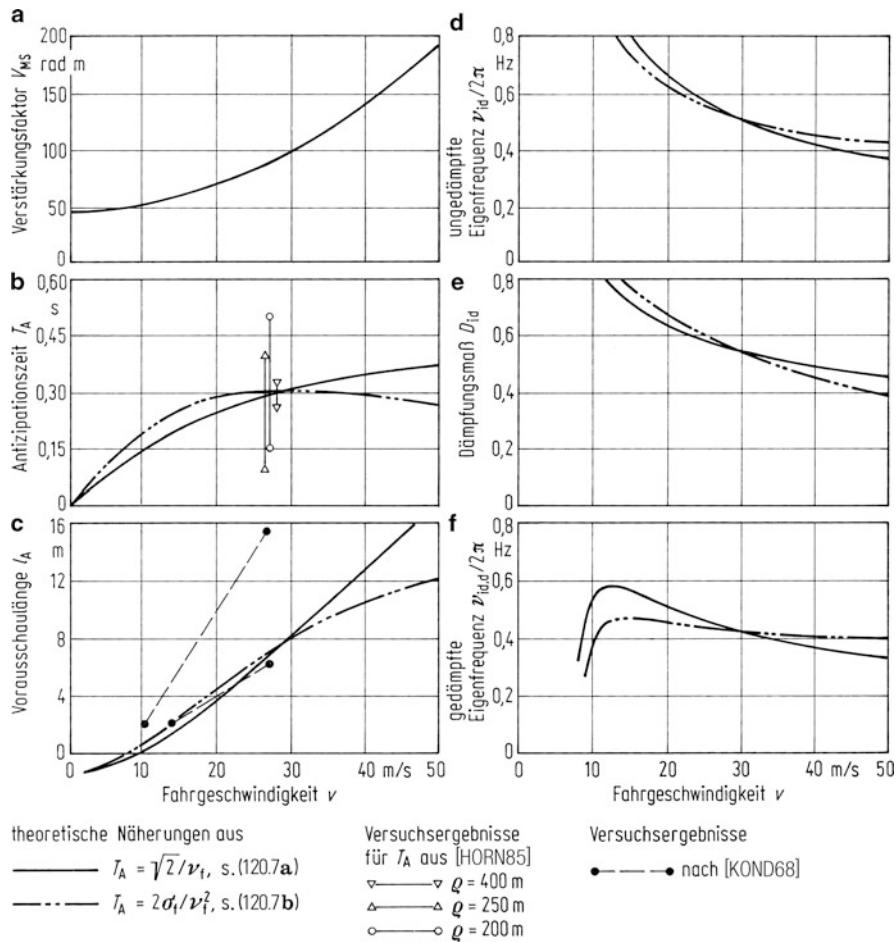


Abb. 24.3 Näherungswerte für die Konstanten der Übertragungsfunktion der anticipatorischen Steuerung, **a** Verstärkungsfaktor, s. (24.6); **b** Vorausschauzeit (Anticipationszeit), s. (24.7a), (24.7b); **c** Vorausschaulänge, s. (24.8); **d** ungedämpfte Eigenfrequenz, s. (22.44); **e** Dämpfungsmaß, s. (22.45); **f** gedämpfte Eigenfrequenz, s. (22.46). Die in **d** bis **f** eingesetzten T_A -Werte wurden Diagramm **(c)** entnommen. (Daten s. Fzg. 1 in Tab. 21.7)

und

$$T_A \approx \frac{2\sigma_f}{\nu_f^2} = \frac{2D_f}{\nu_f}. \quad (24.7b)$$

Die für ein Beispiel errechneten Zeitdauern in Abb. 24.3b stimmen mit den von Horn gemessenen in etwa überein, wobei allerdings die Schwankungsbreite – teils bedingt durch die verschiedenen Fahrer und teils durch die verschiedenen Kurvenradien ρ – auffällt.

Nach (22.37) berechnen sich die Vorausschaulängen $l_V + l_A$ bzw. l_A zu

$$l_A = v T_A - l_V. \quad (24.8)$$

Auch diese Längen (Abb. 24.3c) werden durch die von Kondo und Ajimine [KOND68] experimentell ermittelten Werte bestätigt.

Setzt man die so berechneten Werte von l_A in (22.44) bis (22.46) ein, erhält man die ungedämpfte und gedämpfte Eigenkreisfrequenz ν_{id} , ν_{idd} sowie das Dämpfungsmaß D_{id} . Auch diese in Abb. 24.3d bis f dargestellten Zahlen stimmen mit den von Horn gemessenen überein.

Damit sind auch die Zeitkonstanten in (24.1) im Vergleich zu (24.3) näherungsweise bekannt

$$T_{2S} \approx \frac{1}{\nu_{id}} \quad (24.9)$$

und

$$T_{1S} \approx \frac{2\nu_{id}}{\nu_{id}^2} = \frac{2D_{id}}{\nu_{id}}. \quad (24.10)$$

Die gesamte Übertragungsfunktion für die Antizipatorische Steuerung errechnet sich nach (24.2) näherungsweise zu

$$\begin{aligned} M_S(s) &= \frac{\delta_{LS}(s)}{(1/\rho)_{soll}(s)} = V_{MS} \frac{e^{sT_A}}{1 + T_{1S}s + T_{2S}^2 s^2} \\ &\approx i_L l \left[1 + \left(\frac{v}{v_{ch}} \right)^2 \right] \frac{1 + T_A s + \frac{T_A^2}{2} s^2}{1 + \frac{2\sigma_{id}}{\nu_{id}^2} s + \frac{s^2}{\nu_{id}^2}} \end{aligned} \quad (24.11)$$

Nach der Aufstellung der Gleichungen für die Antizipatorische Steuerung des Fahrers, die näherungsweise Gleichungen des Fahrzeugs sind, muss nun die Frage beantwortet werden: Welches Fahrzeug lässt sich gut steuern?

Es dürfte das Fahrzeug sein, für das die Vorausschauzeit, die Anticipationszeit T_A bzw. nach (24.8) die Vorausschaulänge l_A klein ist, bei dem die Fahrer nicht zu weit voraus sehen müssen. Nach (24.7a), (24.7b) wird das durch hohe Eigenkreisfrequenz für „fixed control“ ν_f erfüllt. ν_f wiederum ist nach Abb. 22.6a für die Fahrzeuge groß, die nach Tab. 22.4 eine kleine Peak-Response-Time der Gierwinkelgeschwindigkeit $T_{\psi \max}$ haben. Danach lautet die Antwort:

Ein Fahrzeug lässt sich gut antizipatorisch steuern, wenn $T_{\psi \max}$ klein ist.

Damit ist ein Zusammenhang zwischen einem alleinigen Fahrzeug-Kriterium und einer Fahrer-Fahrzeug-Betrachtung hergestellt.

Doch darf ν_f nicht zu groß und damit $T_{\psi \max}$ nicht zu klein werden, weil nach Abb. 22.23a durch das kleinere l_A (dort l_P genannt) auch die Eigenkreisfrequenz des idealen Fahrers ν_{id} groß wird, was zur Folge hat, dass der Fahrer schneller lenken muss, um auf der Sollspur zu bleiben. Es muss also einen günstigen Bereich für $T_{\psi \max}$ geben, wie schon in Abschn. 22.2.4.1 vermutet wurde.

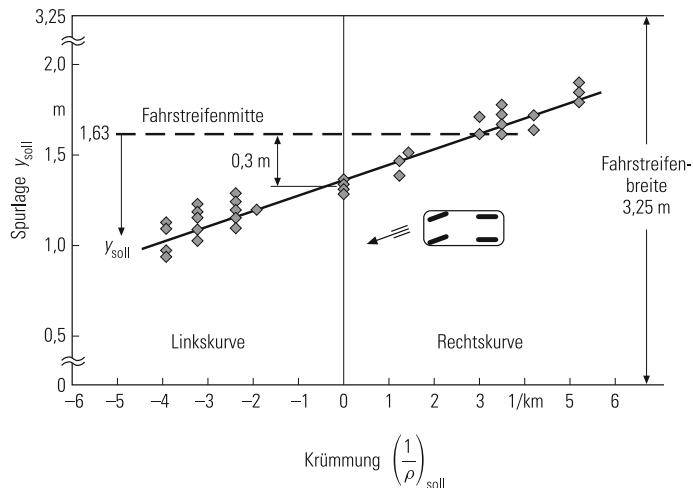


Abb. 24.4 Mittlere Spurlage über der Straßenkrümmung bei freiem Verkehr und für Abschnitte konstanter Krümmung [AP97.1, AP97.2]

Bei z. B. im Nebel kürzerer Sichtweite, gleich kleinerer Vorausschaulänge, kann man mit den Gleichungen dieses Abschnittes näherungsweise die maximale Fahrgeschwindigkeit berechnen.

24.1.2 Sollspurbildung

Zum Beginn des Kapitels wurde als vierter Block bei der „Normalfahrt“ die „Sollspurbildung“ genannt. Nach Abb. 24.4 fahren Fahrer bei Geradeausfahrt [AP97.1, AP97.2] – $(1/\rho)_{\text{soll}} = 0$ – nicht auf der Fahrstreifenmitte, sondern um ca. 0,3 m zum Mittelstreifen der Straße hin versetzt. Links- als auch Rechtskurven werden geschnitten, wobei nach weiteren Untersuchungen [HORN85] dies neben der Krümmung auch vom Klotoidenbeiwert A , s. (22.47) abhängt.

Für die Ausgleichsgerade in Abb. 24.4 ergibt sich

$$\frac{y_{\text{soll}}}{m} = 0,24 - 0,075 \frac{(1/\rho)_{\text{soll}}}{1/\text{km}}. \quad (24.12)$$

24.1.3 Kompensatorische Regelung

Aufgrund der wesentlichen Erkenntnis aus der „Antizipatorischen Steuerung“, dass der Fahrer vorausschaut, wird auch das Blockschaubild des Regelkreises in Abb. 24.5 gegenüber Abb. 24.2, jeweils unterer Teil, im Wesentlichen um diese Vorausschau ergänzt. Im Einzelnen handelt es sich dabei um folgendes:

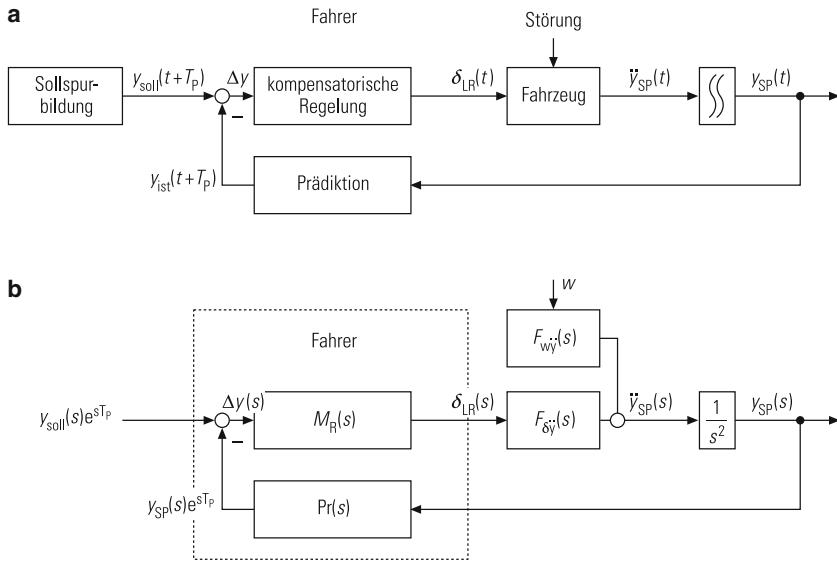


Abb. 24.5 **a** Allgemeine Darstellung der kompensatorischen Regelung Fahrer-Fahrzeug bei Normalfahrt, **b** in Laplace-Schreibweise, seitliche Beschleunigung des Fahrzeugschwerpunktes $\ddot{y}_{SP}(t) \triangleq \ddot{y}_{SP}(s)$, entsprechender Weg $y_{SP}(t) \triangleq y_{SP}(s)$, mit Vorausschau $y_{SP}(t + T_p) \triangleq y_{SP}(s)e^{sT_p}$, Sollspur mit Vorausschau $y_{sol}(t + T_p) \triangleq y_{sol}(s)e^{sT_p}$, Lenkradeinschlag $\delta_{LR}(t) \triangleq \delta_{LR}(s)$

- In der Rückführung ist ein Block „Prädiktion“ eingefügt mit der Bedeutung: Der Fahrer schaut nicht auf die augenblickliche Lage $y_{SP}(t)$ des Fahrzeugschwerpunktes (der beim Pkw etwa mit der Lage seines Sitzes übereinstimmt), sondern er sieht um eine bestimmte Zeit voraus, auf die voraussichtliche Lage $y_{SP}(t + T_p)$. T_p nennt man beim Regelkreis „Prädiktionszeit“ (prediction-time), sie entspricht in der Bedeutung der „Antizipationszeit“ T_A , ist im Zahlenwert aber verschieden. Mit der Näherung durch die ersten Glieder einer Taylor-Reihe, s. (24.4), wird aus

$$y_{SP}(t + T_p) \approx y_{SP}(t) + T_p \dot{y}_{SP}(t) + \frac{T_p^2}{2} \ddot{y}_{SP}(t), \quad (24.13a)$$

Laplace-transformiert

$$y_{SP}(s)e^{sT_p} \approx y_{SP}(s) \left[1 + T_p + \frac{T_p^2}{2} \right], \quad (24.13b)$$

und damit lautet die Übertragungsfunktion des Prädiktionsblocks

$$Pr(s) = \frac{y_{SP}(s)e^{sT_p}}{y_{SP}(s)} = e^{sT_p} \approx 1 + T_p s + \frac{T_p^2}{2} s^2. \quad (24.14)$$

- Auf die Sollspur schaut der Fahrer ebenfalls voraus, er sieht

$$y_{\text{soll}}(t + T_p) \stackrel{\Delta}{=} y_{\text{soll}}(s)e^{sT_p}$$

und so die Kursabweichung

$$\Delta y(s) = e^{sT_p} [y_{\text{soll}}(s) - y_{\text{SP}}(s)] = \text{Pr}(s)[y_{\text{soll}}(s) - y_{\text{SP}}(s)]. \quad (24.15)$$

- Bei der Fahrzeug-Übertragungsfunktion $F_{\delta\ddot{y}}$ mit dem „Eingang“ Lenkradeinschlag δ_{LR} (jetzt nur Regelung) wird als „Ausgang“ statt der Querabweichung y_{ist} die der Seitenbeschleunigung \ddot{y}_{SP} des Fahrzeugschwerpunktes SP genommen. Sie ist aus (3) in Tab. 22.1 bekannt

$$F_{\delta\ddot{y}}(s) = \frac{\delta_{\text{LR}}(s)}{\ddot{y}_{\text{SP}}(s)}. \quad (24.16a)$$

- Die Stör-Übertragungsfunktion ist entsprechend definiert

$$F_{w\ddot{y}}(s) = \frac{w(s)}{\ddot{y}_{\text{SP}}(s)}. \quad (24.17a)$$

Der neue Regelkreis nach Abb. 24.5 lässt sich entsprechend (23.2) (Operator (s) wieder weggelassen) formulieren zu

$$\begin{aligned} \delta_{\text{LR}} &= \frac{M_R e^{sT_p}}{1 + M_R e^{sT_p} (1/s^2) F_{\delta\ddot{y}}} y_{\text{soll}} - \frac{M_R e^{sT_p} (1/s^2) F_{w\ddot{y}}}{1 + M_R e^{sT_p} (1/s^2) F_{\delta\ddot{y}}} w \\ &= \frac{M_R \text{Pr}}{1 + M_R \text{Pr}(1/s^2) F_{\delta\ddot{y}}} y_{\text{soll}} - \frac{M_R \text{Pr}(1/s^2) F_{w\ddot{y}}}{1 + M_R \text{Pr}(1/s^2) F_{\delta\ddot{y}}} w. \end{aligned} \quad (24.18)$$

Werden die einzelnen Fahrer- und Fahrzeug-Übertragungsfunktionen zusammengefügt zu

$$M_R^* = M_R e^{sT_p} = M_R \text{Pr}, \quad (24.19)$$

$$\frac{1}{s^2} F_{\delta\ddot{y}} = F_{\delta y} = \frac{\delta_{\text{LR}}(s)}{y_{\text{SP}}(s)}, \quad (24.16b)$$

$$\frac{1}{s^2} F_{w\ddot{y}} = F_{wy} = \frac{w(s)}{y_{\text{SP}}(s)}, \quad (24.17b)$$

so wird

$$\delta_{\text{LR}} = \frac{M_R^*}{1 + M_R^* F_{\delta y}} y_{\text{soll}} - \frac{M_R^* F_{wy}}{1 + M_R^* F_{\delta y}} w \quad (24.20)$$

und entspricht der schon diskutierten Gl. (23.5). Aus dem Nenner

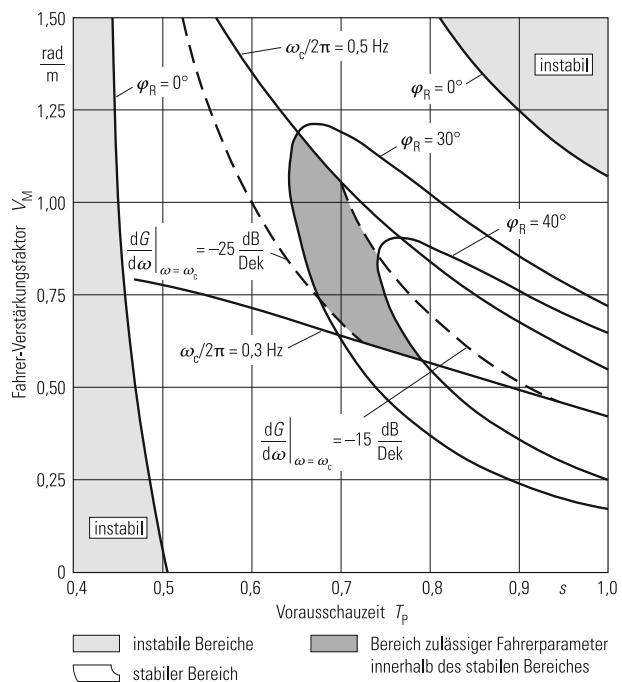
$$1 + M_R^* F_{\delta y} = 1 + M_R \text{Pr} F_{\delta y} = 1 + M_R e^{sT_p} F_{\delta y} = 1 + G = 0 \quad (24.21)$$

ergibt sich nach (23.8) und Abb. 23.3 die Stabilitätsbedingung, die Durchtrittsfrequenz ω_c und der Phasenrand φ_R .

Tab. 24.1 Kriterien für das Verhalten von Fahrer und Fahrzeug im Querregelkreis

Kriterium	Wertebereich
Phasenreserve φ_R	$30^\circ \div 40^\circ$
Durchtrittsfrequenz $\omega_c/2\pi$	$0,3 \div 0,5 \text{ Hz}$
Steigung der Amplitudenkennlinie bei $\omega = \omega_c$	$-15 \div -25 \text{ dB/Dek}$

Abb. 24.6 Fahrerparameter im Regelkreis Fahrer-Fahrzeug für Normalfahrt bei konstanter Fahrgeschwindigkeit (aus [RISS91]). Eingezeichnet sind die Isolinien für Phasenreserve $\varphi_R = 0^\circ, 30^\circ$ und 40° , Durchtrittsfrequenz $\omega_c/2\pi = 0,3 \text{ Hz}$ und $0,5 \text{ Hz}$ sowie Steigung der Amplitudenkennlinie $\left.\frac{dG}{d\omega}\right|_{\omega=\omega_c} = -25 \text{ dB/Dek}$ und -15 dB/Dek



24.1.3.1 Fahrergleichung

Unbekannt ist noch $M_R^*(s) = M_R(s)e^{sT_p} = M_R(s)\Pr(s)$. Bringt man das McRuersche Präzisionsmodell nach (23.15) ein, so wird

$$M_R^* = M_R e^{sT_p} = V_M \frac{1 + T_D s}{1 + T_I s} e^{s(T_p - \tau)} \quad (24.22)$$

T_D wird manchmal zu Null gesetzt, da ein vorhaltbildender Anteil bereits durch T_p realisiert wird

$$M_R^* = M_R e^{sT_p} = V_M \frac{1}{1 + T_I s} e^{s(T_p - \tau)} \quad (24.23)$$

Von den verbleibenden vier Konstanten in der Fahrer-Übertragungsfunktion wird T_I häufig zu $0,2 \text{ s}$ angegeben, τ in der Regel mit $0,2 \text{ s}$ festgelegt (durch Identifikation aus Versuchen lässt sich lediglich die Differenz $T_p - \tau$ ermitteln). Der Fahrer-Verstärkungsfaktor V_M und die Prädiktionszeit T_p lassen sich theoretisch über die drei o. g. Größen ω_c , φ_R und dB/Dek bestimmen, die nach Tab. 24.1 in relativ engen Bereichen festliegen.

Abb. 24.7 Fahrerwerte bei verschiedenen Fahrgeschwindigkeiten v [RISS91]

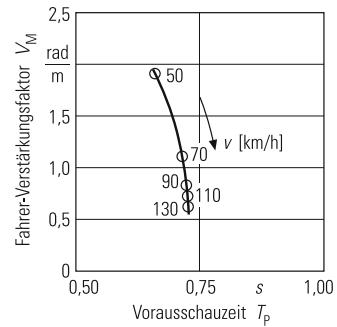
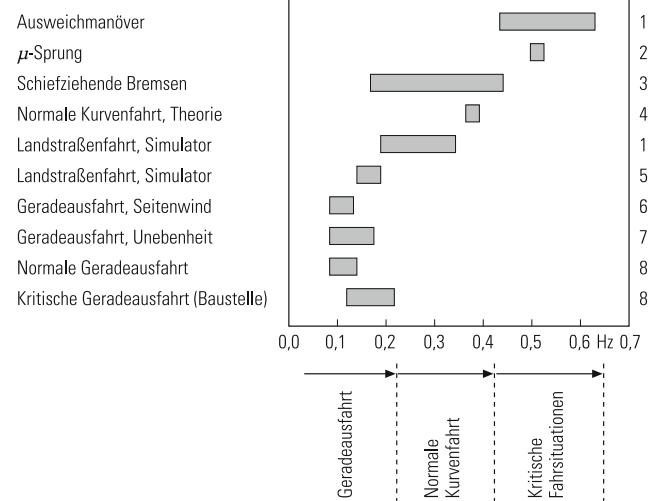


Abb. 24.8 Schnittfrequenzen und Phasenreserven des offenen Querregelkreises in verschiedenen Fahrsituationen, nach Untersuchungen des IfF: 1 [AP97.1, AP97.2], 2 [REIC90], 3 [NIEM72], 4 [RISS91], 5 [HORN85], 6 [WALL78], 7 [LOTH97], 8 [MITS99]

a Verteilung der Schnittfrequenzen $\omega_c/2\pi$ der Querregler



b Verteilung der Phasenreserven φ_R der Querregler

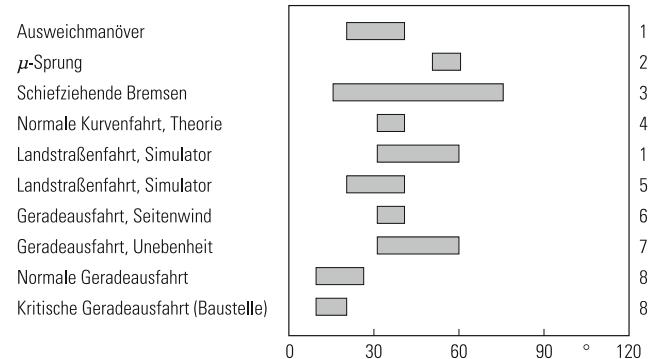


Abbildung 24.6 zeigt ein Beispiel: in der Darstellung V_M als Funktion über T_p sind für eine konstante Fahrgeschwindigkeit „Iso“-Linien ω_c , φ_R und dB/Dek eingetragen. Die Bereichswerte nach Tab. 24.1 grenzen die „zulässigen“ V_M und T_p ein. Es sind in diesem Beispiel ungefähr $V_M = 0,6 \div 1,2$ rad/m und $T_p = 0,65 \div 0,78$ s. Da hiernach $T_p > \tau = 0,2$ s ist, wird in (24.23) $T_p - \tau$ positiv, d. h. die Vorausschauzeit des Fahrers überkompensiert seine Reaktionszeit. Weiterhin sagt Abb. 24.6: Ein kleineres V_M erfordert ein größeres T_p .

Mit wachsender Fahrgeschwindigkeit v wird V_M nach Abb. 24.7 kleiner, der Fahrer darf, um starke Fahrzeugreaktionen zu vermeiden, nicht zu große Lenkbewegungen ausführen. T_p hingegen bleibt über v fast konstant, und damit steigt die Vorausschaulänge mit v fast linear an.

In Abb. 24.8 sind schließlich ω_c - und φ_R -Werte aus Untersuchungen des IfF zusammengestellt. Sie stimmen für die Normalfahrt in etwa mit den in Tab. 24.1 genannten Werten überein (die Werte bei „kritischen Fahrsituationen“ werden erst in Abschn. 24.2.2 diskutiert).

24.2 Kritische Fahrsituationen

Beispiele für „kritische Fahrsituationen“ sind: Umfahren eines Hindernisses, μ -Sprung (Fahrt von trockener auf vereiste Fahrbahn), μ -Split (plötzlich kommen z. B. die linken Räder auf trockene, die rechten auf vereiste Fahrbahn). Allen gemein ist, dass sich eine Randbedingung unerwartet ändert, wodurch sich die Anforderungen an die Regelgüte des Fahrers erhöhen.

Beim Übergang von der „Normalfahrt“ zur „kritischen Fahrsituation“ entfällt meistens der Block „Antizipatorische Steuerung“ in Abb. 24.2, weil der Fahrer kaum Zeit hat, sich auf die neue, für ihn ungewohnte Situation einzustellen. Die „Sollspurbildung“ nach Abb. 24.2, links oben, bleibt hingegen erhalten, nur dass als Eingang z. B. beim Umfahren eines Hindernisses nicht mehr der „Straßenverlauf“ allein wichtig ist, sondern zusätzlich noch das Hindernis selbst. Die „kompensatorische Regelung“ wird wie in Abschn. 24.1.3 nach Abb. 24.5 behandelt.

24.2.1 Sollspurbildung beim Umfahren eines Hindernisses

Nach Abb. 24.9 kann als Sollkurs y_{soll} für das Umfahren eines Hindernisses eine Rampenfunktion ([AP97.1, AP97.2]) angenommen werden. Der Spurversatz wird durch die Breite des Hindernisses bestimmt, die Länge d dadurch, wann der Fahrer das Hindernis wahrnimmt, wann er sich für das Umfahren entscheidet (alternativ zum Bremsen) und durch die maximale Querbeschleunigung, die er sich selber als Grenze setzt. Natürlich sollte sie nicht so hoch sein, dass sie wegen Überschreitens des Haftbeiwertes zu einem Unfall führt.

Abb. 24.9 Zum Umfahren eines Hindernisses

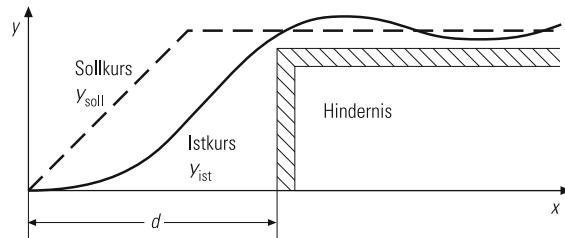
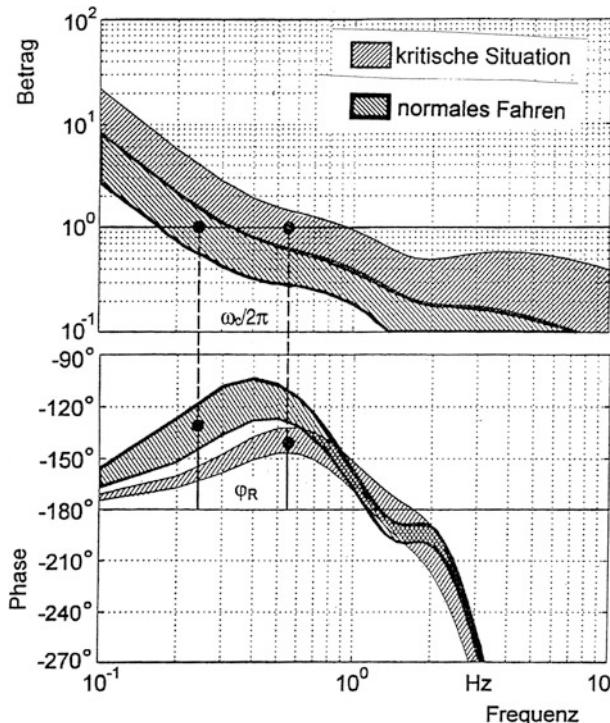


Abb. 24.10 Bereiche für verschiedene Versuchspersonen. Übertragungsverhalten des Querreglers im Bode-Diagramm



24.2.2 Regelung, Vergleich „Normalfahrt“ und „Kritische Fahrsituationen“

Wie zu Beginn des Kapitels erwähnt, sind die Regelkreise für „Normalfahrt“ und für „kritische Fahrsituationen“ prinzipiell gleich, nur die Zahlen für Schnittfrequenz, Phasenreserve usw. sind verschieden.

Dies erkennt man aus Abb. 24.10, das Übertragungsverhalten für verschiedene Versuchspersonen ist sehr ähnlich, nur dass bei der kritischen Fahrt die Schnittfrequenz ω_c größer und die Phasenreserve φ_R kleiner ist als bei der Normalfahrt.

In Abb. 24.11, entsprechend Abb. 24.6, sind die Beiwerte $V_M = f(T_P)$ dargestellt. Danach ist bei der kritischen Fahrsituation der Verstärkungsfaktor des Fahrers größer, die Vorausschauzeit geringer.

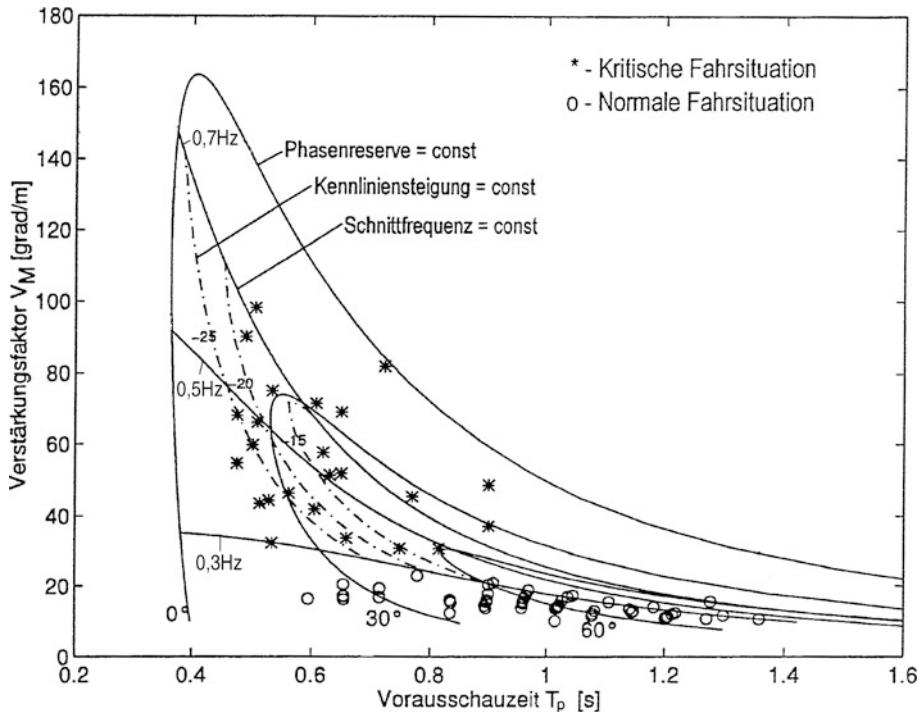


Abb. 24.11 Identifiziertes Querregelungsverhalten im Beiwertediagramm

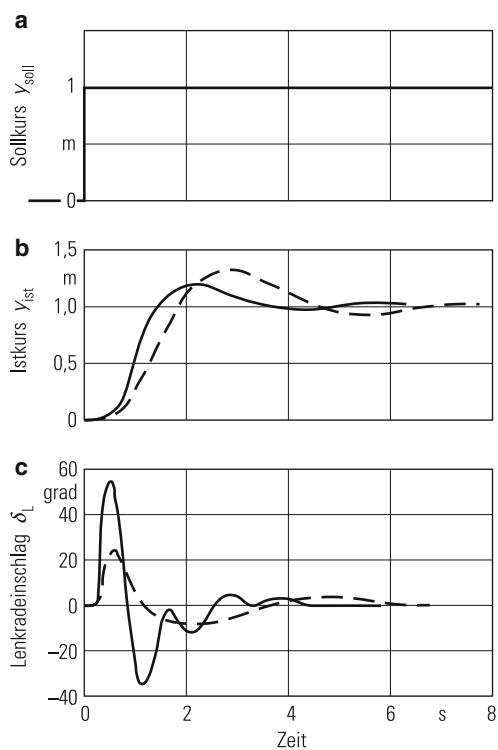
Da diese Größen wenig anschaulich sind, soll der Unterschied anhand von Zeitschriften in Abb. 24.12 erläutert werden. Vereinfachend wird als Sollkurs y_{soll} ein Einheitssprung von 1 m vorgegeben (Diagramm a). Aus dem Verlauf des Istkurses y_{ist} kann man entnehmen (b), dass der Fahrer mit der höheren Schnittfrequenz $\omega_c/2\pi$ (kritische Situation) die Ausweichbreite von 1 m früher erreicht und weniger Überschwingbreite zeigt. Das heißt, der Platzbedarf in der Fahrgasse ist geringer, der Fahrer regelt genauer. Um dies zu erreichen, muss er in der „kritischen Situation“ zu Beginn schneller und stärker lenken als bei der „Normalfahrt“ (c), der Lenkradwinkel δ_L und auch die Lenkwinkelgeschwindigkeit $\dot{\delta}_L$ sind größer, außerdem klingen sie langsamer ab.

24.2.3 Einfluss von Fahrzeugdaten

Nach Abb. 24.13 – aus einer früheren Veröffentlichung auf diesem Gebiet [BISI77] wird Fahrzeug A mit dem kleinen Phasenwinkel des Fahrzeugs φ_F und dem großen des Fahrers φ_M besser bewertet als Fahrzeug B.

Welche Fahrzeuge kleine Phasenwinkel φ_F haben, kann man aus Abb. 22.3 entnehmen. Die maßgebende Fahrzeug-Übertragungsfunktion lautet nach (23.4) $\ddot{y}(s)/\delta_{LR}(s)$, in dem

Abb. 24.12 Vergleich „kritische Situation“ ($\omega_c/2\pi = 0,7 \text{ Hz}$, $\varphi_R = 30 \text{ grad}$) mit „Normalfahrt“ ($\omega_c/2\pi = 0,3 \text{ Hz}$, $\varphi_R = 50 \text{ grad}$)
 $v = 60 \text{ km/h}$, $m = 1460 \text{ kg}$,
 $l = 2,8 \text{ m}$, $l_V/l = 0,47$,
 $J_z = 2700 \text{ kgm}^2$, $i_L = 15,4$,
 $C_L = 9600 \text{ Nm/rad}$,
 $n_v = 0,03 \text{ m}$,
 $c_{\alpha v} = c_{\alpha H} = 113.360 \text{ N/rad}$



o. g. Bild genannt Amplitudenverhältnis $F_{\ddot{y}}/\delta_L$ und Phasenwinkel $\varepsilon^{\ddot{y}}/\delta_L$. Bei der für „kritische Fahrt“ wichtigen Durchtrittsfrequenz von etwa $\omega_c/2\pi \approx 0,5 \text{ Hz}$ sind das folgende untersteuernde Fahrzeuge

- Mittellastige mit seitensteinen Reifen (Fzg. 1)
- Frontlastig (Fzg. 7)
- Mittellastig mit weicher Lenkung (Fzg. 5).

24.3 Störverhalten, Adaption des Fahrers

Bei der Einführung in die Regelkreis-Betrachtung wurde abgeleitet, dass z. B. nach (23.5) der Lenkradeinschlag δ_L eine Funktion vom Sollkurs y_{soll} und von der Störung w ist. Die erste Abhängigkeit – als „Führungsverhalten“ bezeichnet – wurde ausführlich in den Abschn. 24.1 und 24.2 diskutiert, die zweite Abhängigkeit, das „Störverhalten“, soll im Folgenden am Beispiel des Seitenwindes behandelt werden.

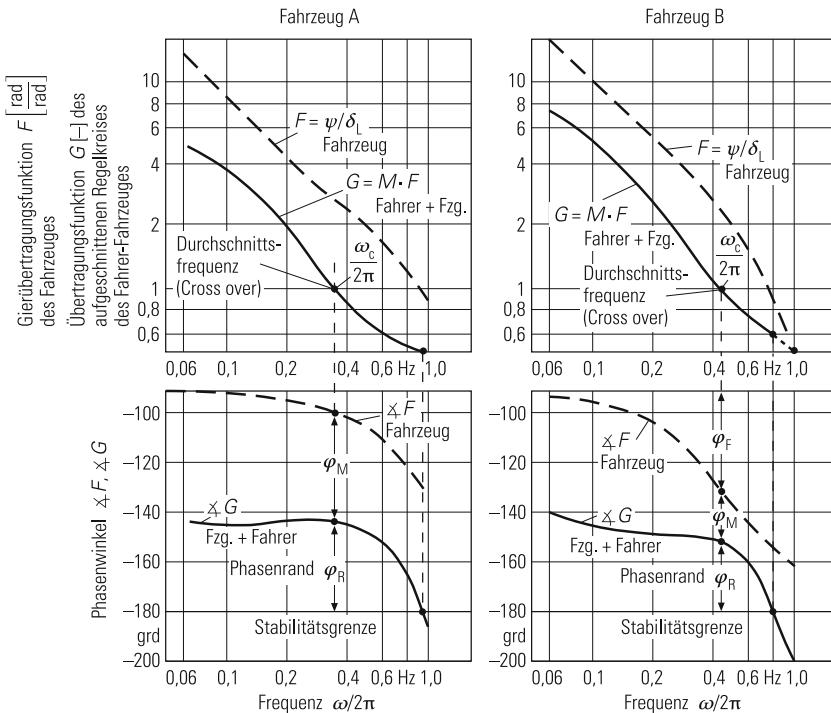


Abb. 24.13 Ergebnisse zum Regelkreisverhalten Fahrer-Fahrzeug [BISI77]

24.3.1 Geradeausfahrt bei Seitenwind

Auf die Geradeausfahrt wird sich beschränkt, um nicht das Führungsverhalten behandeln zu müssen, und auf das Beispiel Seitenwind, weil dann die „Antizipatorische Steuerung“ in Abb. 24.2 entfällt. Seitenwind kann man vielleicht erkennen, aber nicht seine Stärke voraussehen. Damit liegt eine alleinige „kompensatorische Regelung“ nach Abb. 24.5 vor.

Das Blockschaubild 24.5b musste in Abb. 24.14 um einen Steuerblock M_S für den Fahrer erweitert werden. Er bewirkt, dass der Fahrer bei Geradeausfahrt ($y_{\text{soll}} = 0$) und nach der Ausregelung, also bei der Seitenabweichung $\Delta y = 0$, sein Lenkrad auf einen bestimmten Wert einschlagen muss, wenn noch ein Seitenwind bläst. Dieser Wert wurde in (22.58) angegeben. Es muss also sein:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \delta_{Lw}(t) = \delta_{L\text{stat}} = -k_y i_{LV} w_{y\text{ stat}} \frac{c_{\alpha H}(l_H + e_{SP}) - c'_{\alpha V}(l_V - e_{SP})}{c'_{\alpha V} c_{\alpha H} l}. \quad (24.24)$$

Im Folgenden wird für diesen Steuer-Block gesetzt:

$$0 \leq t \leq \tau \text{ (Reaktionsdauer des Menschen): } \delta_{Lw} = 0,$$

$$t > \tau : \delta_{Lw}(t) = \delta_{L\text{stat}}(1 - e^{T_s(t-\tau)}), \quad (24.25)$$

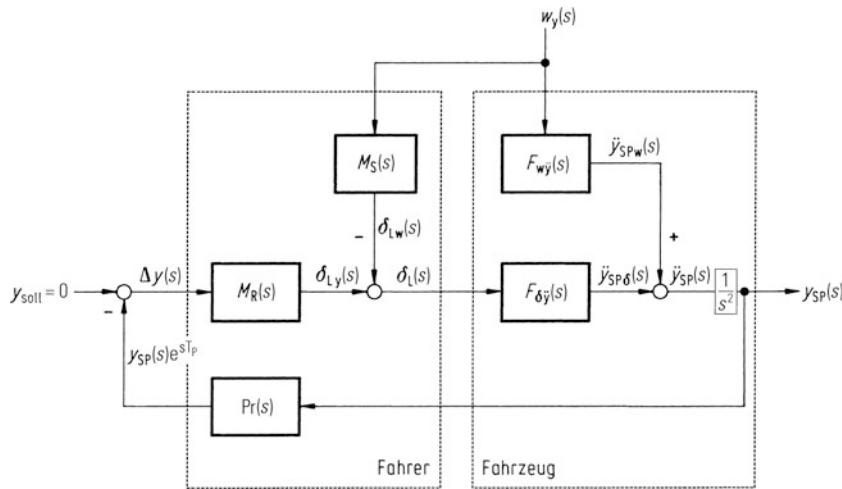


Abb. 24.14 Regelkreis Fahrer-Fahrzeug für Geradeausfahrt ($y_{\text{soll}} = 0$) bei Störung durch Seitenwindgeschwindigkeit w_y

also eine e-Funktion. In Laplace-Schreibweise ist

$$M_S(s) = \frac{\delta_{Lw}(s)}{w_y(s)} = \begin{cases} 0 & 0 \leq t \leq \tau \\ \frac{\delta_{L \text{ stat}}}{1 + \frac{s}{T_S}} e^{-\tau s} & t > \tau \end{cases} \quad (24.26)$$

Der Lenkradeinschlag ergibt sich nach Abb. 24.14 bei der Störgröße Seitenwindgeschwindigkeit w_y zu

$$\delta_{Ly} = -\frac{M_R^*(M_S F_{\delta y} + F_{wy})}{1 + M_R^* F_{\delta y}} w_y. \quad (24.27)$$

Dies entspricht (24.20), nur dass hier die Führungsgröße $y_{\text{soll}} = 0$ gesetzt und der Steuerblock M_S nach (24.26) eingefügt wurde. Die Ausdrücke $M_R^* = M_R \Pr$ und $F_{\delta y}$ sind aus (24.22), (24.23), (24.14) und (24.16b) bekannt, allgemein aus Abschn. 24.1, sowie

$$F_{wy}(s) = \frac{w_y(s)}{y_{\text{sp}}(s)}$$

aus (4) in Tab. 22.6.

In Abb. 24.15 sind die Ergebnisse einer Berechnung für Fahrer-Fahrzeug-Seitenwind dargestellt, in den Diagrammen a bis h Zeitverläufe und in i das Bode-Diagramm. a zeigt die Störung als rampenförmig ansteigende Windgeschwindigkeit w_y (z. B. Ausfahrt aus einem Wald), nach b bis h erreichen die fahrdynamischen Größen einen Stationärwert, d. h., der Regelkreis ist stabil. Die maximale Seitenabweichung y_{sp} beträgt nach b weniger als

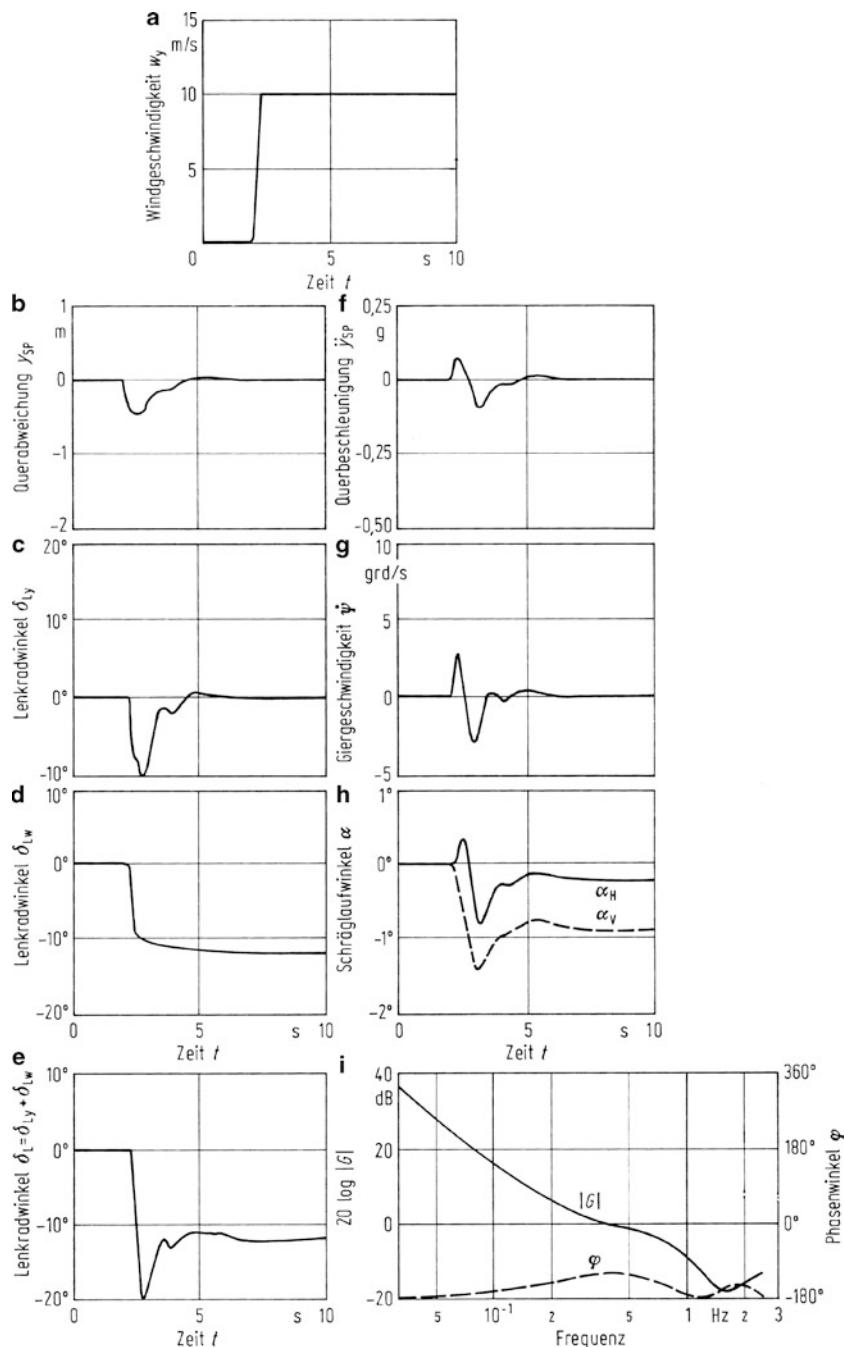


Abb. 24.15 Regelkreis Fahrer-Fahrzeug bei Seitenwind. (Fahrzeugdaten: Fzg. 1 s. Tab. 21.7) $e_{SP} = 0,625$ m, $k_y = 2,56$ kg/m, Fahrzeuglänge 4,5 m; Fahrerdaten: $V_M = 0,3$ rad/m, $T_P = 0,7$ s, $\tau = 0,2$ s, $T_S = 0,7$ s, $T_D = 0,45$ s, $T_I = 0,7$ s; Fahrgeschwindigkeit $v = 30$ m/s, Geradeausfahrt $y_{soll} = 0$

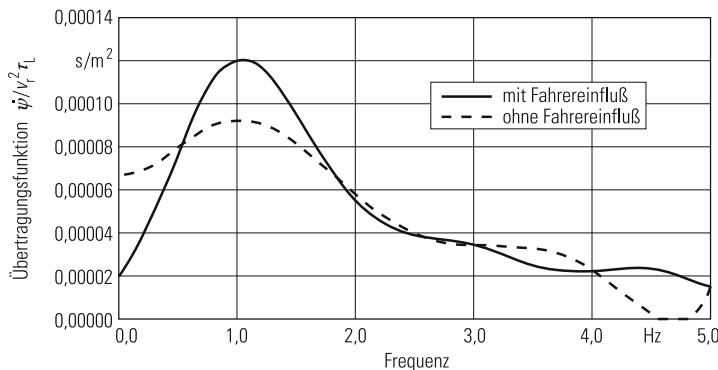


Abb. 24.16 Einfluss des Fahrers auf das Seitenwindverhalten [WALL02]

0,5 m und erreicht etwa 3 s nach Beginn der Störung wieder die Sollgerade ($\hat{\gamma}$ bei 30 m/s nach ≈ 90 m Längsweg). Diagramm c zeigt die Lenkradbewegung δ_{Ly} aus der Regeltätigkeit des Fahrers mit maximal 10° Einschlagwinkel, d den Lenkradeinschlag δ_{Lw} aus dem Steuer-Block des Fahrers mit einem Stationärwert von ungefähr $-12,5^\circ$ und e die Summe von beiden. Daraus sieht man sehr deutlich, dass der Fahrer bei dieser Seitenwindrampe am Lenkrad korrigieren und gegenlenken muss. Einen entsprechenden Verlauf zeigen die Schräglauwinkel in h.

Aus dem Bode-Diagramm i ersieht man, dass die Kriterien nach Tab. 24.1 bezüglich des Amplitudenabfalls und der Durchtrittsfrequenz erfüllt sind, während die Phasenreserve mit $\varphi_R \approx 55^\circ$ etwas zu groß ist.

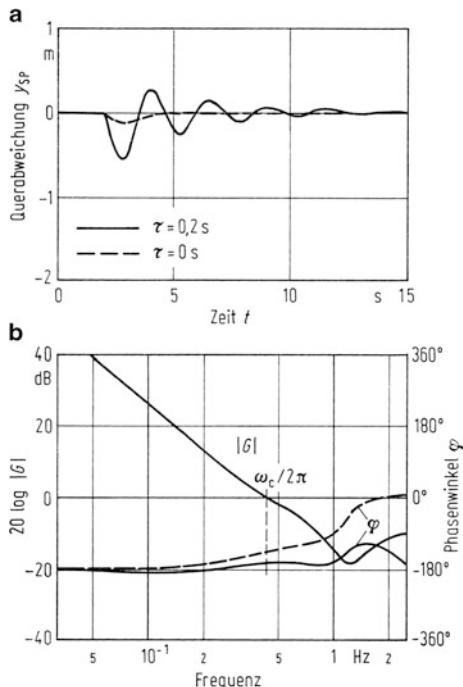
Zum Schluss des Abschnittes wird in Abb. 24.16 anhand der Übertragungsfunktion der Gierwinkelgeschwindigkeit $\dot{\psi}$ zur seitlichen Anströmung $v_r^2 \tau_L$ ($\approx vw_y$ nach (22.56)) der Fahrereinfluss verdeutlicht. Bis etwa 0,5 Hz kann in diesem Beispiel der Fahrer die Störung ausregeln, die Gierreaktion von Fahrer-Fahrzeug ist – wie gewünscht – kleiner als die des Fahrzeugs allein. Von 0,5 bis ungefähr 2 Hz, also im Bereich um die Eigenfrequenz $v_f/2\pi$, ist es umgekehrt, das Fahrzeug allein wäre besser, und ab 2 Hz ist der Einfluss des Fahrers kaum mehr zu erkennen.

24.3.2 Anpassung des Fahrers an das Fahrzeug

Immer wieder wurde betont, dass sich der Fahrer an die dynamischen Eigenschaften verschiedener Fahrzeuge anpassen muss. Wie er das tut, wurde über die Durchtrittsfrequenz $\omega_c/2\pi$ und über die Phasenreserve φ_R erklärt.

Wegen der Wichtigkeit des Themas soll die Anpassung (Adaption) an dem folgenden Beispiel behandelt werden, bei dem wieder der Seitenwind die Störung darstellt: Ein Fahrer, der gewohnt ist, das untersteuernde und damit immer stabile Fahrzeug nach Abb. 24.15 zu

Abb. 24.17 Regelkreis Fahrer-Fahrzeug bei Seitenwind mit verschiedenen Totzeiten τ . (Fahrzeugdaten: $m = 1000 \text{ kg}$, $J_z = 1350 \text{ kg m}^2$, $l = 2,5 \text{ m}$, $l_v = 1 \text{ m}$, $c'_{\alpha V} = 48.640 \text{ N/rad}$, $c_{\alpha H} = 30.000 \text{ N/rad}$, $i_L = 19$, $k_y = 2,56 \text{ kg/m}$, $e_{SP} = 0,625 \text{ m}$; Fahrerdaten: $V_M = 0,3 \text{ rad/m}$, $T_P = 0,7 \text{ s}$, $T_S = 0,7 \text{ s}$, $T_D = 0,45 \text{ s}$, $T_I = 0,2 \text{ s}$; Fahrgeschwindigkeit $v = 30 \text{ m/s}$, Geradeausfahrt $y_{\text{soll}} = 0$)



fahren, wechselt auf ein übersteuerndes Fahrzeug, das bis $v = 50 \text{ m/s}$ und damit auch bei der hier in der Rechnung immer zugrunde gelegten $v = 30 \text{ m/s}$ stabil ist. Die ausgezogenen Kurven von Abb. 24.17 geben den Regelkreis wieder, der aus dem neuen übersteuernden Fahrzeug und dem Fahrer mit den Daten der Fahrt mit dem untersteuernden Fahrzeug besteht. Der Regelkreis ist, wie Diagramm a zeigt, noch stabil, aber wenig gedämpft. Dies erkennt man auch aus dem Phasenrand in b, der bei der Durchtrittsfrequenz $\omega_c/2\pi$ nur wenige Grade beträgt.

Damit auch bei der Fahrt mit dem übersteuernden Fahrzeug ein gewünschtes $\varphi_R > 30^\circ$ vorliegt, s. Tab. 24.1, wurde die Reaktionszeit τ des Fahrers radikal von 0,2 auf 0 s reduziert (gestrichelte Linien). Damit wird φ_R wesentlich größer, und d. h., ein aufmerksamer Fahrer kann die schlechten Eigenschaften des Fahrzeuges kompensieren. Es fragt sich dann nur, wie lange er diese gesteigerte Konzentration aufbringen kann.

24.3.3 Anpassung des Fahrzeugs an den Fahrer

Die Phasenwinkelreserve kann auch vergrößert werden, indem der Phasenwinkel des Fahrzeugs φ_F verkleinert wird, s. Abschn. 24.2.3. Allerdings ändert sich dann auch der Amplitudengang.

Eine gut überschaubare Möglichkeit im Bode-Diagramm besteht darin, bei gleicher Phasengangkurve den Amplitudengang so in der Höhe zu verschieben, dass die Durchtrittsfrequenz bei einer höheren Phasenwinkelreserve zum Liegen kommt. In Abb. 24.17b würde das für die ausgezogene Phasenkurve bedeuten, dass $|G|$ so vergrößert wird, damit $\omega_c/2\pi \approx 1,5$ Hz beträgt. Die Anhebung von $|G|$ bei gleichem φ -Verlauf ist nur durch eine Vergrößerung des Produkts der Fahrer- und Fahrzeug-Verstärkungsfaktoren möglich. Das besagt bei

- größerem Verstärkungsfaktor V_M des Fahrers, dass er am Lenkrad auf Seitenabweichungen mit größeren Ausschlägen reagieren muss,
- größerem Verstärkungsfaktor des Fahrzeuges nach (3) in Tab. 22.1, dass die Lenkubersetzung i_L am Fahrzeug vermindert werden muss.

24.3.4 Fahrer als adaptiver Regler, Adaption während der Fahrt

Beim Beispiel im Abschn. 24.3.2 wechselte ein Fahrer von einem ihm vertrauten untersteuernden Fahrzeug auf ein ihm fremdes übersteuerndes. Er musste sich dabei anpassen, hat aber dafür genügend Zeit. Anders ist es in den Fällen, wenn eine Normalfahrt plötzlich durch eine kritische Situation unterbrochen wird, oder wenn sich die Fahrzeugeigenschaften z. B. bei der Fahrt von einer trockenen auf eine nasse Straße ändern. Hier muss sich der Fahrer schnell anpassen und erst dann spricht man von einem adaptiven Regler [HUE91]. Der bisherige Regelkreis wird meistens durch ein paralleles Vergleichsmodell ergänzt, wodurch das Fahrermodell den Wechsel in den Fahrzeugeigenschaften erkennt und nach bestimmten Gesetzen seine Fahrerparameter ändert [REIC90, NAGA85].

An einem einfachen Beispiel mit Seitenwind als Störung soll die notwendige Adaption des Fahrers gezeigt werden, wenn sich die Regelstrecke während der Fahrt ändert. Nach Abb. 24.18a fährt das Fahrzeug auf einer trockenen Straße und wird nach der Wegmarke 60 m, entsprechend 2 s bei $v = 30$ m/s, vom Seitenwind erfasst. Der Fahrer regelt das Fahrzeug wieder auf die Sollgerade $y_{soll} = 0$ zurück, wie in Abb. 24.15, und das Lenkrad muss auf $\delta_L = -12,5^\circ$ eingeschlagen bleiben. Nach insgesamt 10 s, also nach 300 m, ändern sich die Kraftschlussverhältnisse der Straße so, dass sich die Seitenkraft-Schräglaufwinkel-Beiwerte erniedrigen. Das Fahrzeug wird dadurch zur Seite abgedrängt, der Fahrer muss erneut regeln (Diagramm b). Er hat jetzt einen anderen stationären Lenkradwinkel einzuschlagen, und zwar wegen des niedrigen Reibbeiwertes zwischen Reifen und Straße ein absolut größeres $\delta_{Lw\ stat} \approx -18^\circ$ (c bis e, ausgezogene Linien). Danach muss sich der Steuer-Block M_S des Fahrers in Abb. 24.14 ändern, er ist nicht nur von der Störung Seitenwindgeschwindigkeit w_y abhängig, sondern auch von den Kraftschlussverhältnissen und damit von der Regelstrecke.

In diesem Fall erfolgt die Adaption in dem Steuer-Block des Fahrers. Es gibt auch (zusätzlich) die Adaption im Regler-Block M_R des Fahrers, indem der Fahrer auf der Straße mit niedrigerem μ einen anderen Zusammenhang zwischen \ddot{y} und δ_L oder y und δ_L usw.

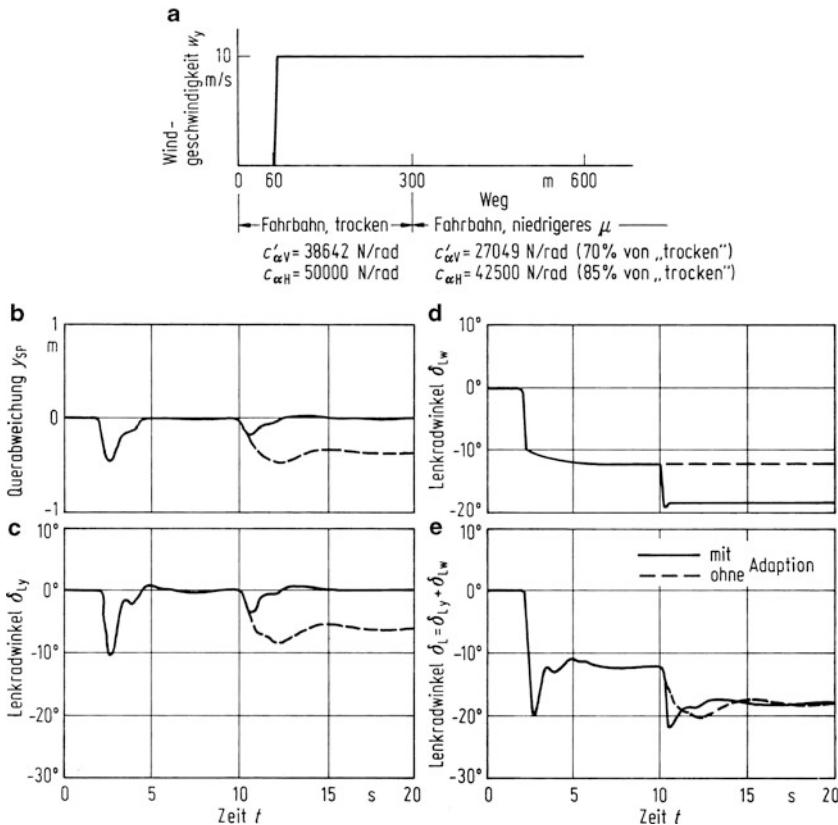


Abb. 24.18 Beispiel für den Fahrer als adaptiven Regler bei Störung durch Seitenwind. Bis 300 m Längsweg, entsprechend $t = 10$ s Fahrt auf trockener Straße, ab $t = 10$ s Fahrt auf niedrigeren Reibbeiwerten (μ). (Fahrer- und Fahrzeugdaten bis auf $c'_{\alpha V}$ und $c_{\alpha H}$ s. Abb. 24.15, $v = 30$ m/s)

feststellt und die Fahrerkonstanten V_M , T_D , T_I , T_P sowie τ ändert [NAGA85, NIEM78] bzw. wie erläutert über ω_c und φ_R variiert.

Literatur

- [AP97.1] Apel, A.: Modellierung des Fahrverhaltens bei Längs- und Querführung von Pkw. Diss. TU Braunschweig (1997)
- [AP97.2] Apel, A., Mitschke, M.: Adjusting Vehicle Characteristics by Means of Driver Models. International Journal of Vehicle Design 18(6) (1997)
- [BISI77] Bisimis, E.: Testverfahren für das instationäre Lenkverhalten, Kolloquium „Entwicklungsstand der objektiven Testverfahren für das Fahrverhalten“, TÜV Rheinland (1977)

- [DONG77] Donges, E.: Experimentelle Untersuchung und regelungstechnische Modellierung des Lenkverhaltens von Kraftfahrern bei simulierter Straßenfahrt. Diss. TH Darmstadt (1977)
- [DONG78] Donges, E.: Ein regelungstechnisches Zwei-Ebenen-Modell des menschlichen Lenkverhaltens im Kraftfahrzeug, Zeitschrift für Verkehrssicherheit **24**(3), 98–112 (1978)
- [HACK82] Hackenberg, U., Heißing, B.: Die fahrdynamischen Leistungen des Fahrer-Fahrzeug-Systems im Straßenverkehr, ATZ **84**(7/8), 341–345 (1982)
- [HORN85] Horn, A.: Fahrer-Fahrzeug-Kurvenfahrt auf trockener Straße. Diss. TU Braunschweig (1985)
- [HUET91] Hütte, 29. berichtigte Aufl., dort „Regelungs- und Steuerungstechnik“ Springer, Berlin (1991)
- [KOND68] Kondo, M., Ajimine, A.: Driver Sight Point and Dynamics of the Driver Vehicle System Related to it. SAE-Paper 680104.
- [LOTH97] Loth, S.: Fahrdynamische Einflußgrößen beim Geradeauslauf von Pkw. Diss. TU Braunschweig (1997)
- [MITS99] Mitschke, M.: Geradeauslaufverhalten von Pkw bei normaler und kritischer Fahrt. Bericht (IfF) 1999
- [NAGA85] Nagai, M., Mitschke, M.: Adaptive Behavior of Driver-Car Systems in Critical Situations: Analysis by Adaptive Model. In: JSME Review December 1985, S. 82–89.
- [NIEM72] Niemann, K.: Messungen und Berechnungen über das Regelverhalten von Autofahrern. Diss. TU Braunschweig (1972)
- [NIEM78] Niemann, K.: Die Umweltbeziehungen des Spurregelkreises Fahrer-Fahrzeug-Straße. ATZ **80**(6), 277–279 (1978)
- [RISS91] Risse, H.J.: Das Fahrverhalten bei normaler Fahrzeugführung. Diss. TU Braunschweig (1991) und VDI-Fortschritt-Berichte, Reihe 12, Nr. 160, VDI-Verlag 1991
- [REIC90] Reichelt, W.: Ein adaptives Fahrer-Modell zur Beurteilung des Regelkreises Fahrer-Fahrzeug in kritischen Fahrsituationen. Diss. TU Braunschweig (1990)
- [WALL02] Wallentowitz, H., Holtschulze, J., Holle, M.: Vehicle and driver in natural sidewind: possibilities for active intervention, FISITA Kongress Helsinki (2002)
- [WALL78] Wallentowitz, H.: Fahrer – Fahrzeug – Seitenwind. Diss. TU Braunschweig (1978)

Weiterführende Literatur

- [BECH00] Becherer, T., Oehler, R., Raste, T.: Der Seitenwandtorsions-Sensor SWT, ATZ **102**(11), 946–949 (2000)
- [BERK91] Berkefeld, V.: Theoretische Untersuchungen zur Vierradlenkung. Stabilität und Manövriertbarkeit. In: Wallentowitz, H. (Hrsg.): Allradlenksysteme in Personenwagen, S. 1–20. Vieweg, Braunschweig (1991)
- [BRAE70] Braess, H.-H.: Untersuchung des Seitenwindverhaltens des Systems Fahrer-Fahrzeug. Deutsche Kraftfahrtforschung und Straßenverkehrstechnik **206** (1970)
- [BRAE00] Braess, H.-H., Seiffert, U. (Hrsg.): Handbuch Kraftfahrzeugtechnik, Vieweg & Sohn Verlagsgesellschaft, Braunschweig/Wiesbaden (2000)

- [BREU13] Breuer, B., Bill, K.H. (Hrsg.): Bremsenhandbuch, 4. Aufl., Springer-Vieweg, Wiesbaden (2013)
- [CHEN91] Chen, Z.: Menschliche und automatische Regelung der Langsbeweglichkeit von Personenkraftwagen. Diss. TU Braunschweig (1991)
- [DONG91] Donges, E., Aufhammer, R., Fehrer, P., Seidenfuß, T.: Funktion und Sicherheitskonzept der Aktiven Hinterachskinematik von BMW. In: Wallentowitz, H. (Hrsg.): Allradlenksysteme in Personenwagen, S. 205–225. Vieweg, Braunschweig (1991)
- [DREY79] Dreyer, W.: Zum längsdynamischen Verhalten des Regelkreises Fahrer-Kraftfahrzeug. Diss. TU Braunschweig (1979)
- [EHMA00] Ehmanns, D., Wallentowitz, H., Gelau, C., Nicklisch, F.: Zukünftige Entwicklungen von Fahrerassistenzsystemen und Methoden zu deren Bewertung. In: 9. Aachener Kolloquium Fahrzeug- und Motorentechnik, S. 599–614, Aachen (2000)
- [HEIS13] Heißing, B., Ersoy, M., Gies, S. (Hrsg.): Fahrwerkhandbuch, 4. Aufl., Springer-Vieweg, Wiesbaden (2013)
- [HOLT06] Holtschulze, J.: Analyse der Reifenverformung für eine Identifikation des Reibwertes und weiterer Betriebsgrößen zu Unterstützung von Fahrdynamikregelsystemen. Diss. RWTH Aachen (2006)
- [JOHA77] Johannsen, G., Boller, H.-E., Donges, E., Stein, W.: Der Mensch im Regelkreis. Oldenbourg-Verlag, München, Wien (1977)
- [MCRU65] McRuer, D.T., Graham, B., Krendel, E.S., Reisner, W.: Human Pilot Dynamics in Compensators Systems. AFFDL-TR-65-15 (1965)
- [MITS91] Mitschke, M., Wallentowitz, H., Schwartz, E.: Vermeiden querdynamisch kritischer Fahrzustände durch Fahrzustandsüberwachung, Düsseldorf: VDI-Berichte **916** (1991)
- [NN97] Special Issue of Driver-Vehicle-System, International Journal of Vehicle Design **18**(6) (1997)
- [PFEF13] Pfeffer, P., Harrer, M. (Hrsg.): Lenkungshandbuch, 2. Aufl., Springer-Vieweg, Wiesbaden (2013)
- [SCHU13] Schütz, T. (Hrsg.): Hucho-Aerodynamik des Automobils, 6. Aufl., Springer-Vieweg, Wiesbaden (2013)
- [SPEC97] Special Issue of Driver-Vehicle-System, International Journal of Vehicle Design **18**(6) (1997)
- [WITT95] Witte, B.: Stabilisierung der Gierbewegung eines Kraftfahrzeuges in kritischen Fahrsituationen, Diss. TU Berlin (1995) und VDI-Fortschrittsberichte, Reihe 12 Verkehrsfahrzeugtechnik Nr. 254 (1995)
- [VZAN96] van Zanten, A. u. a.: Control Aspects of the Bosch-VDC, Proceedings of International Symposium on Advanced Vehicle Control (AVEC 96), Aachen 1996; Bosch Kraftfahrttechnisches Taschenbuch, 26. Aufl., Vieweg, Wiesbaden (2007)
- [ZEMM98] Zemmrich, T., Lee, T.-H.: Bedarfsgerechter Allradantrieb, 7. Aachener Kolloquium Fahrzeug- und Motorentechnik, Aachen (1998)

Obgleich in diesem „Teil IV: Fahrverhalten“ nur die Querdynamik des Fahrzeuges behandelt wird und damit nur der Querregelkreis Fahrer-Kraftfahrzeug wichtig ist, soll auch kurz auf die Längsregelung eingegangen werden. Damit gibt es auch eine Verbindung zu Abschn. 9.2.4 „Kolonnenfahrt“ in „Teil II: Antrieb und Bremsung“.

Die Struktur der Längsregelkreise entspricht prinzipiell den Strukturen der Querregelkreise. Es wird wieder zwischen „Normalfahrt“ und „kritischen Situationen“ unterschieden.

25.1 Normalfahrt, Folgefahrt

Bei der Normal- oder Folgefahrt versucht der Fahrer mit seinem Fahrzeug nach Abb. 25.1a einem mit der Fahrgeschwindigkeit v_{soll} vorausfahrenden Führungsfahrzeug zu folgen, in dem über eine bestimmte Gaspedalstellung α_{AS} (α = Fahr-(Gas-)pedalstellung, A = Antrieb, S = Steuerung) die dafür nötige Umfangskraft an den Antriebsrädern erzeugt wird. Dieser Block „Vorsteuerung“ – wieder in Laplace-Schreibweise –

$$M_S(s) = \frac{\alpha_{\text{AS}}(s)}{v_{\text{soll}}(s)} \quad (25.1)$$

entspricht der „Antizipatorischen Steuerung“ beim Querregelkreis in Abb. 24.2. Über den Fahrzeugblock F_V wird die Geschwindigkeit v_{ist} eingestellt. Stimmt sie nicht mit v_{soll} überein, gibt es ein $\Delta v = v_{\text{soll}} - v_{\text{ist}}$, dann muss der Fahrer „kompensatorisch regeln“. Als Information benutzt er – durch M_R gekennzeichnet – die Beschleunigungsdifferenz $\Delta \ddot{v}$, die Geschwindigkeitsdifferenz Δv sowie den Abstand Δd zwischen dem eigenen und dem vorausfahrenden Fahrzeug; entsprechend korrigiert er am Gaspedal um α_{AR} (R = Regelung). In einer zusätzlichen, inneren Schleife wird ein geschwindigkeitsabhängiger Wunschabstand d_w gebildet.

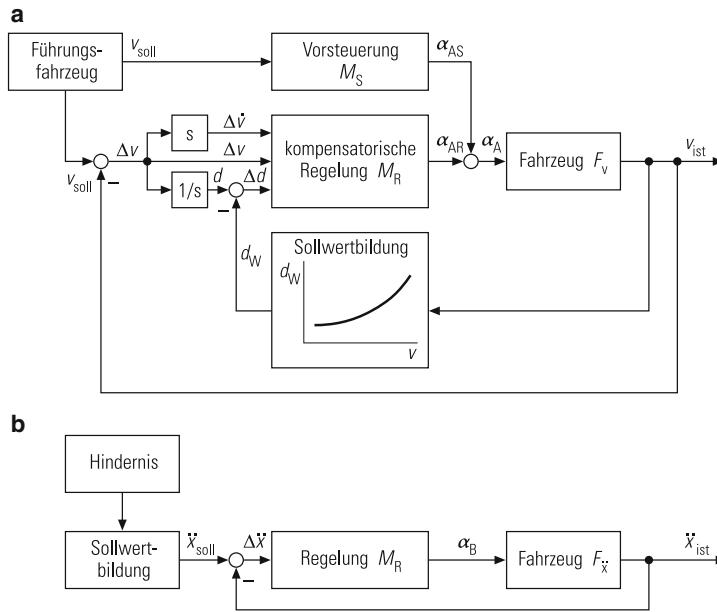


Abb. 25.1 Längsregelkreise für Normalfahrt/Folgefahrt (a) und kritische Fahrsituation (b)

25.1.1 Fahrzeug-Übertragungsfunktion

Nach Abb. 25.1a ist die Fahrzeug-Übertragungsfunktion definiert zu

$$F_V(s) = \frac{v(s)}{\alpha_A(s)}. \quad (25.2)$$

Nach Abb. 6.12 gibt es eine Beziehung zwischen der Fahr-(Gas-)pedalstellung α_A , dem Motormoment M_M und der Motordrehzahl n_M . Weiterhin gilt zwischen M_M und den Fahrwiderständen die Zugkraftgleichung (5.28).

Zusatzinformation

Bei einer Fahrt bei Windstille und in der Ebene ist nach (5.28) und (7.2)

$$M_M(\alpha_A, n_M) = \frac{r}{\eta_K i_K} \left(f_R G + c_w A \frac{\rho}{2} v^2 + \lambda m \ddot{x} \right).$$

Bei Betrachtung kleiner Änderungen lässt sich die Gleichung linearisieren

$$\left. \frac{\partial M_m}{\partial \alpha_A} \right|_0 \Delta \alpha_A + \left. \frac{\partial M_m}{\partial n_M} \right|_0 \Delta n_M = \left. \frac{r}{\eta_K i_K} \frac{\partial}{\partial n_M} \left(f_R G + c_w A \frac{\rho}{2} v^2 + \lambda m \ddot{x} \right) \right|_0 \Delta n_M.$$

Die Laplace-Transformation liefert mit (7.5b)

$$\left. \frac{\partial M_m}{\partial \alpha_A} \right|_0 \alpha_A(s) = \left\{ \left. \frac{r}{\eta_K i_K} \left[c_w A \rho \left(\frac{2\pi R_0}{i_K} \right)^2 v + \lambda m \left(\frac{2\pi R_0}{i_K} \right) s \right] \right|_0 - \left. \frac{\partial M_m}{\partial n_M} \right|_0 \right\} n_M(s).$$

Danach verhält sich das Fahrzeug bei Veränderung am Gaspedal wie ein PT1-Glied

$$F_V(s) = \frac{v(s)}{\alpha_A(s)} = \frac{V_{Fz}}{1 + T_{Fz}s}. \quad (25.3a)$$

mit

$$\text{Verstärkungsfaktor } V_{Fz} = \frac{\left. \frac{\partial M_m}{\partial \alpha_A} \right|_0}{\frac{r}{\eta_K i_K} c_W A \rho v - \frac{i_K}{2\pi R_0} \left. \frac{\partial M_m}{\partial n_M} \right|_0} \quad (25.3b)$$

$$\text{Verzögerungszeit } T_{Fz} = \frac{\frac{\lambda mr}{\eta_K i_K}}{\frac{r}{\eta_K i_K} c_W A \rho v - \frac{i_K}{2\pi R_0} \left. \frac{\partial M_m}{\partial n_M} \right|_0}. \quad (25.3c)$$

25.1.2 Vorsteuerung

Wie in Abschn. 24.1.1 wird $M_S(s)$ als Reziprokwert der Fahrzeug-Übertragungsfunktion $F_V(s)$ angenommen, die aus (25.3) bekannt ist

$$M_S(s) = \frac{\alpha_{AS}(s)}{v_{soll}(s)} = \frac{1}{F_V(s)}. \quad (25.4)$$

25.1.3 Wunschabstand, Sollwertbildung

Der Abstand, den der Fahrer in seinem Folgefahrzeug zu dem vorausfahrenden Führungs-fahrzeug bei konstanter Fahrgeschwindigkeit anstrebt, nennt man Wunschabstand d_W . Der Mittelwert \bar{d}_W beträgt bei Fahrt auf trockener Straße und ohne Nebel [CHEN91] nach Abb. 9.6c

$$\frac{\bar{d}_W}{m} = 9,95 + 0,0024 \left(\frac{v}{\text{km/h}} \right)^{2,08} \quad (25.5)$$

und liegt nach Abschn. 9.2.4 und Abb. 9.6a – bis auf kleine Fahrgeschwindigkeiten bis etwa 30 km/h – näher dem relativ sicheren Abstand als dem absolut sicheren. Weiterhin zeigt Abb. 9.6c durch den großen Streubereich den Einfluss verschiedener Fahrer. Auf vereister Straße ist d_W größer, auch bei Fahrt im Nebel, allerdings erst ab 70 km/h [CHEN91].

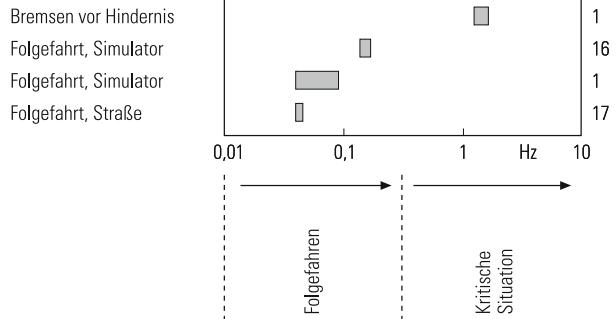
25.1.4 Kompensatorische Regelung

Das kompensatorische Regelverhalten des Fahrers lässt sich nach Abb. 25.1a mit der Differenzialgleichung

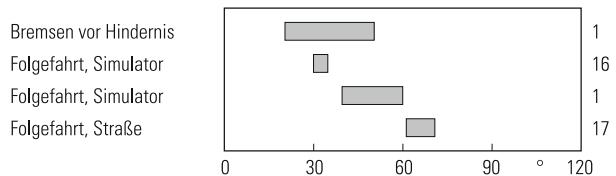
$$\begin{aligned} T_I \dot{\alpha}_{AR}(t + \tau) + \alpha_{AR}(t + \tau) &= V_{\dot{v}} \Delta \dot{v}(t) + V_v \Delta v(t) + V_d \Delta d(t) \\ &= V_{\dot{v}} \Delta \dot{v}(t) + V_v \Delta v(t) + V_d [d(t) - d_W] \end{aligned} \quad (25.6)$$

Abb. 25.2 Schnittfrequenzen und Phasenreserven des offenen Längsregelkreises nach Untersuchungen des IfF: 1 s. [AP97.1] 16 s. [CHEN91]; 17 s. [DREY79]

a Verteilung der Schnittfrequenzen $\omega_c/2\pi$ der Längsregler



b Verteilung der Phasenreserven φ_R der Längsregler



mit der Verzögerungszeitkonstanten T_I , den Verstärkungsfaktoren $V_{\dot{v}}$, V_v und V_d des Fahrers und mit τ seiner Reaktionsdauer beschreiben. Die Übertragungsfunktion lautet

$$M_R(s) = \frac{\alpha_{AR}(s)}{\Delta v(s)} = \frac{V_{\dot{v}}s^2 + V_v s + V_d}{s(1 + T_I s)} e^{-\tau s} \quad (25.7)$$

Die Größen der Reglerparameter T_I , $V_{\dot{v}}$, V_v und V_d variieren stark mit der Fahrsituation, sie hängen von der Fahrgeschwindigkeit und davon ab, ob das Führungsfahrzeug beschleunigt oder abgebremst hat [AP97.1, AP97.2]. Die Reaktionszeit ist mit $\tau \geq 1,1$ s wesentlich größer als bei der Querregelung mit $\tau \approx 0,2$ s. Überträgt man diese Größen in das aus (23.16) bekannte „Schnittfrequenzmodell“, so ergeben sich die Schnittfrequenz $\omega_c/2\pi$ und die Phasenreserve φ_R gemäß Abb. 25.2. Die Kennliniensteigung ist etwa 20 dB/dek.

25.2 Kritische Fahrsituation

Bei der kritischen Fahrsituation entfällt – wie in Abschn. 24.2 beim Querregelkreis – die Steuerung, der Fahrer hat im kritischen Fall keine Zeit für das Steuern, und damit vereinfacht sich der Längsregelkreis in Abb. 25.1 von a nach b. Bei der im Folgenden untersuchten kritischen Fahrsituation [AP97.1], bei der ein vorausfahrendes Fahrzeug eine Kiste verliert, muss der Fahrer sein Fahrzeug um \ddot{x} stark verzögern, indem er das Bremspedal um α_B betätigt. (Falls er vor der Kiste nicht zum Stehen kommt, muss er zusätzlich lenken. Aber das soll hier nicht betrachtet werden, das gehört zu Kap. 24 „Querregelkreis“ und nicht zu dem

hier behandelten Kapitel „Längsregelkreis“.) Der weitere Unterschied zwischen Abb. 25.1a und b ist, dass der Fahrer bei der Normalfahrt/Folgefahrt über das Gaspedal und damit über den Antrieb das Fahrzeug beschleunigt und verzögert, während er bei der kritischen Situation über das Bremspedal und über die Betriebsbremse das Fahrzeug nur verzögert, dafür stark.

25.2.1 Fahrzeug-Übertragungsfunktion

Zur Ableitung der Fahrzeug-Übertragungsfunktion $F_{\ddot{x}}$, s. Abb. 25.1, werden die Erkenntnisse aus Kap. 9 „Bremsung“ genutzt. Nach Abb. 9.4a und b sind Fußkraft F_p und Verzögerung¹ \ddot{x} proportional, wenn man die Ansprechdauer t_a sowie die Differenz aus Betätigungsschwell- und Schwelldauer ($t_b - t_s$) vernachlässigt, was bei Pkw zulässig ist, nicht aber bei langen Nutzfahrzeugen und Nutzfahrzeugzügen. Wenn nun noch der Bremspedalweg α_B proportional der Bremspedalkraft ist, dann ist auch α_B proportional der Verzögerung \ddot{x} , vgl. (9.91). Mit der Konstanten C wird

$$\alpha_B(t) = C \ddot{x}(t) \quad (25.8)$$

und damit die Fahrzeug-Übertragungsfunktion

$$F_{\ddot{x}}(s) = \frac{\ddot{x}(s)}{\alpha_B(s)} = \frac{1}{C}. \quad (25.9)$$

Zusatzinformation

Die proportionale Beziehung gilt auch für Pkw nicht mehr, wenn Räder blockieren, denn dann ist bei diesen das Bremsmoment durch den Gleitbeiwert μ_g begrenzt, beim Blockierverhinderer etwa durch den Haftbeiwert μ_h .

25.2.2 Sollwertbildung

Wenn der Fahrer die (oben erwähnte) heruntergefallene Kiste sieht, sei die Geschwindigkeit des Fahrzeuges v_0 und dessen Abstand zum Hindernis d , s. Abb. 24.9. Um einen Aufprall zu vermeiden, muss eine bestimmte Sollverzögerung \ddot{x}_{soll} erreicht werden. Sie beträgt nach Abb. 9.4d und (9.16) unter der Annahme $\ddot{x}_{\text{soll}} = \text{const}$ sowie den o. g. Vernachlässigungen

$$\ddot{x}_{\text{soll}} = \frac{v_0^2}{2d}. \quad (25.10)$$

¹ In Kap. 9 stand \ddot{x} für eine Beschleunigung, d. h. die Verzögerung war negativ einzusetzen. Um nicht immer das Minuszeichen mitschleppen zu müssen, ist hier \ddot{x} eine Verzögerung.

25.2.3 Fahrer-Übertragungsfunktion

Entsprechend (25.6) lässt sich das Regelverhalten des Fahrers auch beim Bremsen durch die folgende Differenzialgleichung ausdrücken

$$T_I \ddot{\alpha}_B(t + \tau) + \alpha_B(t + \tau) = V_{\dot{x}} \Delta \ddot{x}(t) = V_{\dot{x}} [\ddot{x}_{\text{ist}}(t) - \ddot{x}_{\text{soll}}]. \quad (25.11)$$

Die Übertragungsfunktion lautet damit

$$M_R = \frac{\alpha_B(s)}{\Delta \ddot{x}(s)} = \frac{V_{\dot{x}}}{1 + T_I s} e^{-\tau s}. \quad (25.12)$$

Die für die o. g. Konstanten maßgebende Schnittfrequenz $\omega_c/2\pi$ und Phasenreserve φ_R sind ebenfalls aus Abb. 25.2 zu entnehmen. $\omega_c/2\pi$ ist bei der kritischen Situation wieder höher als bei der normalen Folgefahrt und entspricht damit der Aussage in Abschn. 24.2.2 für die Querregelung, hingegen ist φ_R bei der kritischen Situation offenbar kleiner als bei den Folgefahrten, und das widerspricht der Querregelung. Außerdem ist für die kritischen Situationen $\omega_c/2\pi$ bei der Längsregelung größer als bei der Querregelung.

Literatur

- [AP97.1] Apel, A.: Modellierung des Fahrverhaltens bei Längs- und Querführung von Pkw. Diss. TU Braunschweig (1997)
- [AP97.2] Apel, A., Mitschke, M.: Adjusting Vehicle Characteristics by Means of Driver Models. International Journal of Vehicle Design **18**(6) (1997)
- [CHEN91] Chen, Z.: Menschliche und automatische Regelung der Längsbeweglichkeit von Personenkraftwagen. Diss. TU Braunschweig (1991)
- [DREY79] Dreyer, W.: Zum längsdynamischen Verhaltens des Regelkreises Fahrer-Kraftfahrzeug. Diss. TU Braunschweig (1979)

Weiterführende Literatur

- [BECH00] Becherer, T., Oehler, R., Raste, T.: Der Seitenwandtorsions-Sensor SWT, ATZ **102**(11), 946–949 (2000)
- [BERK91] Berkefeld, V.: Theoretische Untersuchungen zur Vierradlenkung. Stabilität und Manövriertbarkeit. In: Wallentowitz, H. (Hrsg.): Allradlenksysteme in Personenwagen, S. 1–20. Vieweg, Braunschweig (1991)
- [BISI77] Bisimis, E.: Testverfahren für das instationäre Lenkverhalten, Kolloquium „Entwicklungsstand der objektiven Testverfahren für das Fahrverhalten“, TÜV Rheinland (1977)
- [BRAE70] Braess, H.-H.: Untersuchung des Seitenwindverhaltens des Systems Fahrer-Fahrzeug. Deutsche Kraftfahrtforschung und Straßenverkehrstechnik **206** (1970)

- [BRAE00] Braess, H.-H., Seiffert, U. (Hrsg.): Handbuch Kraftfahrzeugtechnik, Vieweg & Sohn Verlagsgesellschaft, Braunschweig/Wiesbaden (2000)
- [BREU13] Breuer, B., Bill, K.H. (Hrsg.): Bremsenhandbuch, 4. Aufl., Springer-Vieweg, Wiesbaden (2013)
- [DONG77] Donges, E.: Experimentelle Untersuchung und regelungstechnische Modellierung des Lenkverhaltens von Kraftfahrern bei simulierter Straßenfahrt. Diss. TH Darmstadt (1977)
- [DONG78] Donges, E.: Ein regelungstechnisches Zwei-Ebenen-Modell des menschlichen Lenkverhaltens im Kraftfahrzeug, Zeitschrift für Verkehrssicherheit **24**(3), 98–112 (1978)
- [DONG91] Donges, E., Aufhammer, R., Fehrer, P., Seidenfuß, T.: Funktion und Sicherheitskonzept der Aktiven Hinterachskinematik von BMW. In: Wallentowitz, H. (Hrsg.): Allradlenksysteme in Personenwagen, S. 205–225. Vieweg, Braunschweig (1991)
- [EHMA00] Ehmanns, D., Wallentowitz, H., Gelau, C., Nicklisch, F.: Zukünftige Entwicklungen von Fahrerassistenzsystemen und Methoden zu deren Bewertung, In: 9. Aachener Kolloquium Fahrzeug- und Motorentechnik, S. 599–614, Aachen (2000)
- [HACK82] Hackenberg, U., Heißing, B.: Die fahrdynamischen Leistungen des Fahrer-Fahrzeug-Systems im Straßenverkehr, ATZ **84**(7/8), 341–345 (1982)
- [HEIS13] Heißing, B., Ersoy, M., Gies, S. (Hrsg.): Fahrwerkhandbuch, 4. Aufl., Springer-Vieweg, Wiesbaden (2013)
- [HOLT06] Holtschulze, J.: Analyse der Reifenverformung für eine Identifikation des Reibwertes und weiterer Betriebsgrößen zu Unterstützung von Fahrdynamikregelsystemen. Diss. RWTH Aachen (2006)
- [HORN85] Horn, A.: Fahrer-Fahrzeug-Kurvenfahrt auf trockener Straße. Diss. TU Braunschweig (1985)
- [HUET91] Hütte, 29. berichtigte Aufl., dort „Regelungs- und Steuerungstechnik“ Springer, Berlin (1991)
- [JOHA77] Johannsen, G., Boller, H.-E., Donges, E., Stein, W.: Der Mensch im Regelkreis. Oldenbourg-Verlag, München, Wien (1977)
- [KOND68] Kondo, M., Ajimine, A.: Driver Sight Point and Dynamics of the Driver Vehicle System Related to it. SAE-Paper 680104
- [LOTH97] Loth, S.: Fahrdynamische Einflußgrößen beim Geradeauslauf von Pkw. Diss. TU Braunschweig (1997)
- [MCRU65] McRuer, D.T., Graham, B., Krendel, E.S., Reisner, W.: Human Pilot Dynamics in Compensators Systems. AFFDL-TR-65-15 (1965)
- [MITS91] Mitschke, M., Wallentowitz, H., Schwartz, E.: Vermeiden querdynamisch kritischer Fahrzustände durch Fahrzustandsüberwachung, Düsseldorf: VDI-Berichte **916** (1991)
- [MITS99] Mitschke, M.: Geradeauslaufverhalten von Pkw bei normaler und kritischer Fahrt. Bericht (IfF) 1999
- [NAGA85] Nagai, M., Mitschke, M.: Adaptive Behavior of Driver-Car Systems in Critical Situations: Analysis by Adaptive Model. In: JSME Review December 1985, S. 82–89
- [NIEM72] Niemann, K.: Messungen und Berechnungen über das Regelverhalten von Autofahrern. Diss. TU Braunschweig (1972)

- [NIEM78] Niemann, K.: Die Umweltbeziehungen des Spurregelkreises Fahrer-Fahrzeug-Straße. ATZ **80**(6), 277–279 (1978)
- [NN97] Special Issue of Driver-Vehicle-System, International Journal of Vehicle Design **18**(6) (1997)
- [PFEF13] Pfeffer, P., Harrer, M. (Hrsg.): Lenkungshandbuch, 2. Aufl., Springer-Vieweg, Wiesbaden (2013)
- [REIC90] Reichelt, W.: Ein adaptives Fahrer-Modell zur Beurteilung des Regelkreises Fahrer-Fahrzeug in kritischen Fahrsituationen. Diss. TU Braunschweig (1990)
- [RISS91] Risse, H.J.: Das Fahrerverhalten bei normaler Fahrzeugführung. Diss. TU Braunschweig 1991 und VDI-Fortschritt-Berichte, Reihe 12, Nr. 160, VDI-Verlag 1991
- [SCHU13] Schütz, T. (Hrsg.): Hucho-Aerodynamik des Automobils, 6. Aufl., Springer-Vieweg, Wiesbaden (2013)
- [VZAN96] van Zanten, A. u. a.: Control Aspects of the Bosch-VDC, Proceedings of International Symposium on Advanced Vehicle Control (AVEC 96), Aachen 1996; Bosch Kraftfahrttechnisches Taschenbuch, 26. Aufl., Vieweg, Wiesbaden (2007)
- [WAGN01] Wagner, A., Wiedemann, J.: Fahrer und Fahrzeug bei Seitenwind. In: 4. Internationales Stuttgarter Symposium Kraftfahrwesen und Verbrennungsmotoren. S. 448–459, Stuttgart (2001) und ATZ **103**, 665 (2001)
- [WALL78] Wallentowitz, H.: Fahrer – Fahrzeug – Seitenwind. Diss. TU Braunschweig (1978)
- [WALL02] Wallentowitz, H., Holtschulze, J., Holle, M.: Vehicle and driver in natural sidewind: possibilities for active intervention, FISITA Kongress Helsinki (2002)
- [WITT95] Witte, B.: Stabilisierung der Gierbewegung eines Kraftfahrzeuges in kritischen Fahrsituationen. Diss. TU Berlin
- [ZEMM98] Zemmrich, T., Lee, T.-H.: Bedarfsgerechter Allradantrieb, 7. Aachener Kolloquium Fahrzeug- und Motorentechnik, Aachen (1998)

Mithilfe neuer Technologien soll durch Fahrerassistenzsysteme – wie der Name sagt – dem Fahrer geholfen werden, der Fahrer unterstützt werden [EHMA00]. Im Folgenden werden nur Systeme erwähnt, die mit der „Dynamik der Kraftfahrzeuge“ zusammenhängen.

Genannt wurden in diesem Buch bisher:

- Das „Antiblockiersystem“ (ABS, s. Abschn. 9.8), mit dem der Fahrer bei Gefahrenbremsungen nicht mehr am Bremspedal dosieren muss, sondern es nur kräftig zu betätigen hat, um kurze Bremswege unter Beibehaltung der Fahrstabilität und Lenkbarkeit zu erzielen.
- Damit der Fahrer das Bremspedal nicht nur schnell, sondern auch kräftig genug betätigt, hilft der „Bremsassistent“ (s. Abschn. 9.11).
- Mit der „Antriebsschlupfregelung“ (ASR, s. Abschn. 8.4) braucht der Fahrer nicht mehr am Gaspedal zu dosieren, um maximalen Vortrieb, wieder unter Beibehaltung der Fahrstabilität und Lenkbarkeit, zu erzielen.
- Bei der „Längsregelung“ wird der Fahrer ersetzt durch „Adaptive Cruise Control“ (ACC, s. Abschn. 9.2.4), mit der der Abstand und die Differenzgeschwindigkeit zum Vorausfahrenden gesteuert werden.
- Die „(Elektronische) Differenzialsperre“ (s. Abschn. 8.4), um während des Antriebes das Durchdrehen des Rades mit dem geringeren Kraftschlusspotentials zu vermeiden und dadurch höheren Vortrieb zu erzielen.

Es wird noch besprochen:

- Die Allradlenkung (s. Abschn. 33.5), die das Fahrverhalten, d. h. die Querdynamik des Fahrzeugs dem Fahrer besser anpasst und Störungen kompensiert.
- Die Anpassung des Fahrers an das unterschiedliche Fahrverhalten bei Beladungsänderung kann mittels der Allradlenkung vermieden werden (s. Abschn. 33.5).

Folgerungen aus Kap. 23 „Regelkreis Fahrer-Fahrzeug“ mit Kap. 24 „Querregelung“ und Kap. 25 „Längsregelung“:

- Unterstützen oder ersetzen technische Regler den menschlichen Regler, also den Fahrer, so sollten beide Reglerstrukturen in etwa übereinstimmen. Damit wird die zusätzliche Technik vom Fahrer akzeptiert.
- Die Adaption der Fahrer an verschiedene Fahrzeuge, Fahrzeugzustände (z. B. unterschiedliche Beladung), verschiedene Geschwindigkeiten und verschiedenes Umfeld (z. B. Witterungen wie Eis oder Nebel) sollte erleichtert werden.
- Bei der „Querregelung“ wurden genannt:
 - Fahrzeugbedingungen für gute antizipatorische Steuerung (s. Abschn. 24.1.1)
 - Kleine Phasenwinkel der Fahrzeug-Übertragungsfunktionen (s. Abschn. 24.2.3).

Im weiteren Sinne gehören dazu:

- Die Anpassung der Fahrzeugschwingungen zur Erzielung großen Komforts (kleine Vertikalschleunigungen) bei hoher Fahrsicherheit (kleine Radlastschwankungen) in Abhängigkeit von Fahrgeschwindigkeit, Unebenheitszustand und Beladung durch „Geregelte Fahrwerke“ (s. Abschn. 13.13).
- Der „Nickausgleich“ während des Bremsens (s. Abschn. 14.9) und durch „Aktive Fahrwerksregelung“ (s. Abschn. 13.13).
- Entsprechend der „Wankausgleich“ bei Kurvenfahrt (s. Bemerkungen in Abschn. 15.5 und später noch in Abschn. 32.10).

26.1 Fahrdynamikregelung (ESP)

Die genannten Systeme ABS und ASR wirken, wenn der Fahrer gegenüber den Kraftschlussverhältnissen zwischen Reifen und Straße zu stark bremst oder zu stark Gas gibt. Dabei wird das Blockieren und das Durchdrehen der Räder verhindert, primär die Größe der Umfangskräfte an den Rädern und damit die Bewegung in Fahrzeulgängsrichtung optimiert. Sekundär werden die Seitenkräfte über die Reifenkennlinien (s. Abschn. 2.3.4 und 9.8) und über „select low“ (s. Abschn. 9.8) beeinflusst, um die Stabilität und die Lenkbarkeit sicher zu stellen.

Beim Lenken, ohne dass der Fahrer bremst oder Gas gibt, können ebenfalls kritische, jetzt querdynamisch kritische Fahrzustände (z. B. beim raschen Spurwechsel) entstehen. Die Fahrdynamikregelung (in Kombination mit ABS und ASR „Elektronisches Stabilitätsprogramm“ (ESP) genannt) verhindert das seitliche Ausbrechen des Fahrzeuges, indem es durch einseitiges Bremsen „gelenkt“ wird. Das Prinzip zeigt Abb. 26.1: Übersteuert das Fahrzeug nach a in einer Linkskurve durch zu große Schräglauwinkel und damit zu große

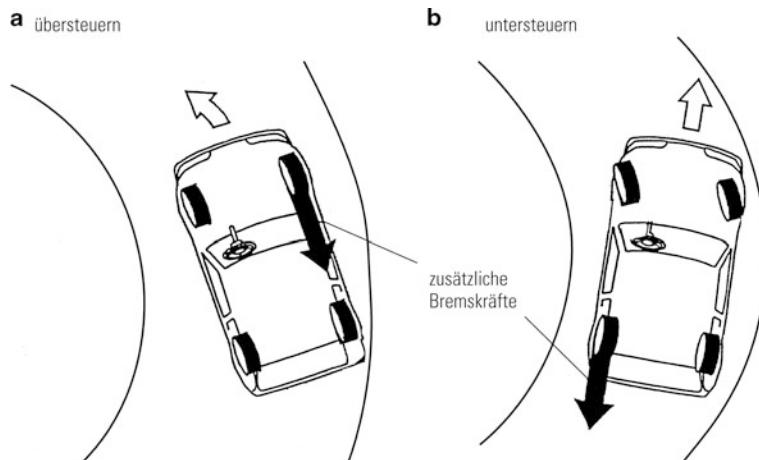


Abb. 26.1 Aufbringen eines Giermomentes durch einseitiges Bremsen: **a** bei einer übersteuernden Fahrsituation am rechten Vorderrad, **b** bei einer untersteuernden Situation am linken Hinterrad

Seitenkräften an der Hinterachse, so wird durch Bremsen am rechten Vorderrad ein rückdrehendes Giermoment eingeleitet. Beim Untersteuern in b driftet das Fahrzeug aufgrund großer Schräglauwinkel und großer Seitenkräfte an der Vorderachse nach kurvenaußen; dies wird durch Bremsen am linken Hinterrad also durch ein eindrehendes Giermoment verhindert. Den gleichen Effekt erhält man, wenn an den Antriebsrädern die Antriebskraft erhöht wird, dann jeweils an dem anderen Vorder- oder Hinterrad. Das wird als „Torque Vectoring“ bezeichnet [ZEMM98].

Als querdynamisch kritischer Fahrzustand kann definiert werden: „Er liegt dann vor, wenn das Übertragungsverhalten Gierwinkelgeschwindigkeit/Lenkradwinkel $\dot{\psi}/\delta_L$ sich von dem Erfahrungsbereich des Normalfahrers deutlich unterscheidet. Der Erfahrungsbereich bezieht sich im Allgemeinen auf das lineare Systemverhalten“ [MITS91, SCHW92].

Den kritischen Fahrzustand erkennt man also aus dem Vergleich mit dem „linearen Einspurmodell“. Es gehört nach Kap. 20 zu einem vom Fahrer eingestellten Lenkradeinschlag $\delta_L(t)$ eine – jetzt mit Sollwert bezeichnete – Gierwinkelgeschwindigkeit $\dot{\psi}_{\text{soll}}(t)$, die sich aus den linearen Differenzialgleichungen (22.21), (22.22) ergibt. Vereinfachend nimmt man nicht die Zeitfunktion, sondern den proportionalen Zusammenhang aus der stationären Kreisfahrt

$$\dot{\psi}_{\text{soll}} = \frac{1}{i_L l} \frac{v}{1 + (v/v_{\text{ch}})^2} \delta_L \quad (26.1)$$

nach (1) in Tab. 21.3 mit der charakteristischen Geschwindigkeit v_{ch} nach (2a) und (2b) in Tab. 21.2. Der maximale Wert von $\dot{\psi}_{\text{soll}}$ ist nach (20.15) und (21.5) begrenzt durch den Haftbeiwert μ_{yh} in Querrichtung auf

$$|\dot{\psi}_{\text{soll max}}| = \frac{\mu_{yh} g}{v}. \quad (26.2)$$

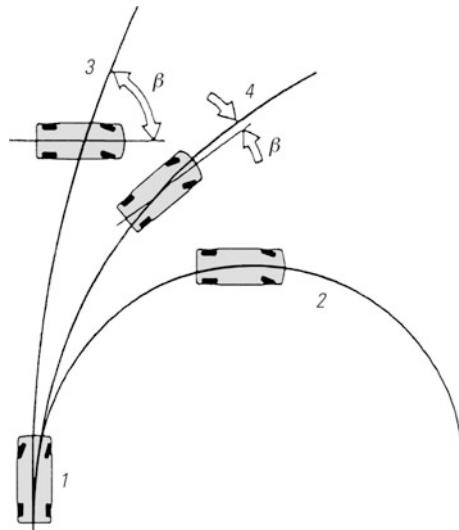


Abb. 26.2 Erläuterung zu ESP: Es müssen sowohl Gierwinkelgeschwindigkeit als auch Schwimmwinkel β geregelt werden. 1 Lenksprung, Lenkradwinkel fest, 2 Fahrspur auf griffiger Fahrbahn, 3 Fahrspur auf glatter Fahrbahn bei „Open Loop“ Lenksprung mit Regelung der Giergeschwindigkeit, 4 Fahrspur auf glatter Fahrbahn mit zusätzlicher Regelung des Schwimmwinkels (ESP) [VZAN96]

Weicht nun die gemessene Gierwinkelgeschwindigkeit $\dot{\psi}_{\text{ist}}$ von dem Sollwert $\dot{\psi}_{\text{soll}}$ ab, wird über die Bremsenhydraulik durch einseitige, radindividuelle Umfangskräfte ein Giermoment eingeleitet.

Die alleinige Regelung der Gierwinkelgeschwindigkeit reicht, wie Abb. 26.2 zeigt, zur Stabilisierung nicht aus, es muss noch eine zweite Größe, entsprechend den o. g. zwei Differenzialgleichungen und damit entsprechend den zwei Fahrzeug-Freiheitsgraden, geregelt werden. Es wird der Schwimmwinkel β genommen, der aus den Messwerten der Querbeschleunigung \ddot{y} und der Giergeschwindigkeit $\dot{\psi}$ durch Rechnung bestimmt wird [VZAN96, WITT95]. Aus Abschn. 20.3, Gl. (20.15) ist der Zusammenhang bekannt.

$$\frac{v^2}{\delta} = v(\dot{\beta} + \dot{\psi}) \quad (26.3)$$

Setzt man

$$\frac{v^2}{\delta} = \ddot{y} = v(\dot{\beta} + \dot{\psi}) \quad (26.4)$$

und verwendet den Messwert von \ddot{y}_{ist} sowie den von $\dot{\psi}_{\text{ist}}$, die Fahrgeschwindigkeit v liegt auch gemessen vor, dann kann $\dot{\beta}(t)$ während der Fahrt berechnet werden

$$\dot{\beta}(t) = \frac{\ddot{y}_{\text{ist}}(t)}{v(t)} - \dot{\psi}_{\text{ist}}(t). \quad (26.5)$$

Um nun den Schwimmwinkel zu bestimmen, für den es bislang keinen preisgünstigen Sensor gibt, kann kurzzeitig integriert werden:

$$\beta(t) = \int_{t_1}^{t_2} \dot{\beta}(t) dt \quad (26.6)$$

Diese Integration kann allerdings immer nur für kurze Zeiten stattfinden, da sonst der Signaloffset zu Integrationsfehlern führt. Bei Geradeausfahrt wird $\dot{\beta}$ einfach zu Null gesetzt und nur bei „heftigen“ Fahrsituationen zur Integration herangezogen.

Neben der Geschwindigkeitsermittlung aus dem ABS-System kommen bei der Fahrdynamikregelung (ESP) noch Sensoren für δ_L , $\dot{\psi}_{ist}$ und für die Querbeschleunigung $\ddot{\psi}_{ist}$ hinzu. Berechnet oder geschätzt werden v_{ch} bzw. die Kurvenverläufe für ψ/δ_L^* nach Abschn. 21.2, die sich durch Beladung und andere Reifen verändert, sowie β , μ_{yh} und weitere Größen, die für die Erzeugung des Giermomentes nötig sind. Durch weitere Sensoren an den Reifen [BECH00], mit denen die Größe der Umfangs- und Seitenkräfte bestimmt werden, können die Informationen für ESP verbessert werden. Diese Arbeiten sind allerdings noch nicht soweit abgeschlossen [HOLT06], dass sie industriell verwertet werden.

Ein weiterer Vorschlag, die Querdynamik des Fahrzeuges zu verbessern, ist die Kombination von einseitigem Bremsen und einer Hinterachslenkung, wobei die Größe der Bremsmomente die Hinterachswinkel steuert [BRAE00].

26.2 Zusammenfassung von Kap. 23 bis 26

In den Kap. 23 bis 26 wurde der „Regelkreis Fahrer-Fahrzeug“ beschrieben, d. h. gegenüber dem vorangegangenen Kapitel und den folgenden Kapiteln wird der Fahrer in die Betrachtungen mit einbezogen. Dabei wurde zum einen unterschieden zwischen Querregelung (Fahrer lenkt) und Längsregelung (Fahrer betätigt Gas- und Bremspedal), sowie zum anderen zwischen Normalfahrt (gutes handling) und dem Beherrschen von kritischen Situationen (Vermeidung eines Unfalls).

Bei der Normalfahrt wird das Zusammenspiel zwischen Fahrer und Kraftfahrzeug durch ein „Zwei-Ebenen-Modell“, bestehend aus Steuerung und Regelung, beschrieben. In der ersten Ebene steuert der Fahrer antizipatorisch. Kommt bei der Querregelung z. B. eine Linkskurve, dann schlägt er sein Lenkrad nach links ein, und zwar nicht erst dann, wenn die Kurve erreicht ist, sondern wegen der Trägheit des Fahrzeugs um eine bestimmte „Anticipationszeit“ früher. Ein Fahrzeug hat während dieser Phase der Steuerung ein gutes handling, wenn die Peak-Response-Time der Gierwinkelgeschwindigkeit $T_{\psi_{max}}$ klein, aber nicht zu klein ist.

Führt die Steuerung allein nicht zu einer guten Übereinstimmung von Soll- und Istspur, muss der Fahrer dies am Lenkrad korrigieren, er muss zusätzlich regeln. Dies stellt die zweite Ebene dar. Kann der Fahrer eine Störung, z. B. Seitenwind nicht voraussehen oder hat er beim Auftreten einer kritischen Situation keine Zeit dazu, entfällt die Steuerung, er regelt nur.

Bei dieser Regelungsaufgabe sind vor allem folgende Größen wichtig:

Fahrer-Verstärkungsfaktor V_M , Prädiktionszeit T_P , Durchtrittsfrequenz $\omega_c/2\pi$ und die Phasenreserve φ_R . Aus den Ableitungen wird deutlich, dass *der Fahrer sich an dynamische Eigenschaften verschiedener Fahrzeuge und an verschiedene Fahrsituationen anpasst*. Die Anpassung wird ihm erleichtert, wenn der Phasenwinkel des Fahrzeug-Frequenzganges absolut gesehen klein ist.

Bei den Fahrzeugassistenzsystemen, die den Fahrer in kritischen Situationen unterstützen sollen, wird nach einer Auflistung der schon in diesem Buch genannten Systeme weiterhin das Elektronische Stabilitätsprogramm (ESP) behandelt.

Literatur

- [BECH00] Becherer, T., Oehler, R., Raste, T.: Der Seitenwandtorsionssensor SWT, ATZ **102**(11), 946–949 (2000)
- [BRAE00] Braess, H.-H., Seiffert, U. (Hrsg.): Handbuch Kraftfahrzeugtechnik, Vieweg & Sohn Verlagsgesellschaft, Braunschweig/Wiesbaden (2000)
- [EHMA00] Ehmanns, D., Wallentowitz, H., Gelau, C., Nicklisch, F.: Zukünftige Entwicklungen von Fahrerassistenzsystemen und Methoden zu deren Bewertung, In: 9. Aachener Kolloquium Fahrzeug- und Motorentechnik, S. 599–614, Aachen (2000)
- [HOLT06] Holtschulze, J.: Analyse der Reifenverformung für eine Identifikation des Reibwertes und weiterer Betriebsgrößen zu Unterstützung von Fahrdynamikregelsystemen. Diss. RWTH Aachen (2006)
- [MITS91] Mitschke, M., Wallentowitz, H., Schwartz, E.: Vermeiden querdynamisch kritischer Fahrzustände durch Fahrzustandsüberwachung, Düsseldorf: VDI-Berichte **916** (1991)
- [SCHW92] Schwartz, E.: Erkennung und Regelung querdynamischer kritischer Fahrzustände bei Kurvenfahrt von Pkw. Diss. TU Braunschweig (1992)
- [WITT95] Witte, B.: Stabilisierung der Gierbewegung eines Kraftfahrzeuges in kritischen Fahrsituationen, Diss. TU Berlin (1995) und VDI-Fortschrittsberichte, Reihe 12 Verkehrs-/Fahrzeugtechnik Nr. 254 (1995)
- [VZAN96] van Zanten, A. u. a.: Control Aspects of the Bosch-VDC, Proceedings of International Symposium on Advanced Vehicle Control (AVEC 96), Aachen 1996; Bosch Kraftfahrttechnisches Taschenbuch, 26. Aufl., Vieweg, Wiesbaden (2007)
- [ZEMM98] Zemmrich, T., Lee, T.-H.: Bedarfsgerechter Allradantrieb, 7. Aachener Kolloquium Fahrzeug- und Motorentechnik, Aachen (1998)

Weiterführende Literatur

- [AP97.1] Apel, A.: Modellierung des Fahrverhaltens bei Längs- und Querführung von Pkw. Diss. TU Braunschweig (1997)
- [AP97.2] Apel, A., Mitschke, M.: Adjusting Vehicle Characteristics by Means of Driver Models. International Journal of Vehicle Design **18**(6) (1997)

- [BERK91] Berkefeld, V.: Theoretische Untersuchungen zur Vierradlenkung. Stabilität und Manövriertbarkeit. In: Wallentowitz, H. (Hrsg.): Allradlenksysteme in Personenwagen, S. 1–20. Vieweg, Braunschweig (1991)
- [BISI77] Bisimis, E.: Testverfahren für das instationäre Lenkverhalten, Kolloquium „Entwicklungsstand der objektiven Testverfahren für das Fahrverhalten“, TÜV Rheinland (1977)
- [BRAE70] Braess, H.-H.: Untersuchung des Seitenwindverhaltens des Systems Fahrer-Fahrzeug. Deutsche Kraftfahrtforschung und Straßenverkehrstechnik **206** (1970)
- [BREU13] Breuer, B., Bill, K.H. (Hrsg.): Bremsenhandbuch, 4. Aufl., Springer-Vieweg, Wiesbaden (2013)
- [CHEN91] Chen, Z.: Menschliche und automatische Regelung der Längsbeweglichkeit von Personenkraftwagen. Diss. TU Braunschweig (1991) und VDI-Fortschrittsberichte, Reihe 12: Verkehrstechnik/Fahrzeugtechnik Nr. 168. VDI, Düsseldorf (1992)
- [DONG77] Donges, E.: Experimentelle Untersuchung und regelungstechnische Modellierung des Lenkverhaltens von Kraftfahrern bei simulierter Straßenfahrt. Diss. TH Darmstadt (1977)
- [DONG78] Donges, E.: Ein regelungstechnisches Zwei-Ebenen-Modell des menschlichen Lenkverhaltens im Kraftfahrzeug, Zeitschrift für Verkehrssicherheit **24**(3), 98–112 (1978)
- [DONG91] Donges, E., Aufhammer, R., Fehrer, P., Seidenfuß, T.: Funktion und Sicherheitskonzept der Aktiven Hinterachskinematik von BMW. In: Wallentowitz, H. (Hrsg.): Allradlenksysteme in Personenwagen, S. 205–225. Vieweg, Braunschweig (1991)
- [DREY79] Dreyer, W.: Zum längsdynamischen Verhaltens des Regelkreises Fahrer-Kraftfahrzeug. Diss. TU Braunschweig (1979)
- [HACK82] Hackenberg, U., Heißing, B.: Die fahrdynamischen Leistungen des Fahrer-Fahrzeug-Systems im Straßenverkehr, ATZ **84**(7/8), 341–345 (1982)
- [HEIS13] Heißing, B., Ersoy, M., Gies, S. (Hrsg.): Fahrwerkhandbuch, 4. Aufl., Springer-Vieweg, Wiesbaden (2013)
- [HORN85] Horn, A.: Fahrer-Fahrzeug-Kurvenfahrt auf trockener Straße. Diss. TU Braunschweig (1985) 1985
- [HUET91] Hütte, 29. berichtigte Aufl., dort „Regelungs- und Steuerungstechnik“ Springer, Berlin (1991)
- [JOHA77] Johannsen, G., Boller, H.-E., Donges, E., Stein, W.: Der Mensch im Regelkreis. Oldenbourg-Verlag, München, Wien (1977)
- [KOND68] Kondo, M., Ajimine, A.: Driver Sight Point and Dynamics of the Driver Vehicle System Related to it. SAE-Paper 680104
- [LOTH97] Loth, S.: Fahrdynamische Einflußgrößen beim Geradeauslauf von Pkw. Diss. TU Braunschweig (1997)
- [MCRU65] McRuer, D.T., Graham, B., Krendel, E.S., Reisner, W.: Human Pilot Dynamics in Compensators Systems. AFFDL-TR-65-15 (1965)
- [MITS99] Mitschke, M.: Geradeauslaufverhalten von Pkw bei normaler und kritischer Fahrt. Bericht (IfF) 1999
- [NAGA85] Nagai, M., Mitschke, M.: Adaptive Behavior of Driver-Car Systems in Critical Situations: Analysis by Adaptive Model. In: JSME Review December 1985, S. 82–89

- [NIEM72] Niemann, K.: Messungen und Berechnungen über das Regelverhalten von Autofahrern. Diss. TU Braunschweig (1972)
- [NIEM78] Niemann, K.: Die Umweltbeziehungen des Spurregelkreises Fahrer-Fahrzeug-Straße. ATZ **80**(6), 277–279 (1978)
- [NN97] Special Issue of Driver-Vehicle-System, International Journal of Vehicle Design **18**(6) (1997)
- [PFEF13] Pfeffer, P., Harrer, M. (Hrsg.): Lenkungshandbuch, 2. Aufl., Springer-Vieweg, Wiesbaden (2013)
- [REIC90] Reichelt, W.: Ein adaptives Fahrer-Modell zur Beurteilung des Regelkreises Fahrer-Fahrzeug in kritischen Fahrsituationen. Diss. TU Braunschweig (1990)
- [RISS91] Risse, H.J.: Das Fahrverhalten bei normaler Fahrzeugführung. Diss. TU Braunschweig 1991 und VDI-Fortschritt-Berichte, Reihe 12, Nr. 160, VDI-Verlag 1991
- [SCHU13] Schütz, T. (Hrsg.): Hucho-Aerodynamik des Automobils, 6. Aufl., Springer-Vieweg, Wiesbaden (2013)
- [WAGN01] Wagner, A., Wiedemann, J.: Fahrer und Fahrzeug bei Seitenwind. In: 4. Internationales Stuttgarter Symposium Kraftfahrwesen und Verbrennungsmotoren. S. 448–459, Stuttgart (2001) und ATZ **103**, 665 (2001)
- [WALL78] Wallentowitz, H.: Fahrer – Fahrzeug – Seitenwind. Diss. TU Braunschweig (1978)
- [WALL02] Wallentowitz, H., Holtschulze, J., Holle, M.: Vehicle and driver in natural sidewind: possibilities for active intervention, FISITA Kongress Helsinki (2002)

In Kap. 20 wurde das Fahrzeug allein betrachtet. In Kap. 23 ergaben sich durch die Hinzunahme des Fahrers weitere Erkenntnisse über die Anforderungen an die Fahreigenschaften von Fahrzeugen. In beiden Kapiteln wurden nur lineare Modelle diskutiert.

In diesem Kapitel wird sich wieder dem Fahrzeug allein zugewandt, aber nun werden die nichtlinearen Abhängigkeiten, besonders die zwischen Reifenseitenkraft und Schräglaufwinkel, erfasst. Damit werden Seitenbeschleunigungen über die bisherigen $0,4\text{ g}$ auf trockener Straße, z. B. hinauf bis zum Grenzbereich, beschrieben. Neben den nichtlinearen Reifeneigenschaften spielt bei höheren Seitenbeschleunigungen besonders die Umfangskraft eine entscheidende Rolle – und damit die Unterscheidung nach Vorder-, Hinter- und Allradantrieb.

Um nun nicht alle Feinheiten des Fahrzeugs auf einmal behandeln zu müssen und um dadurch die gesamte Querdynamik des Kraftfahrzeugs nicht unübersichtlich werden zu lassen, soll zunächst der Schwerpunkt des Fahrzeugs noch in Höhe der Straße liegen. An den Rädern einer Achse treten keine Radlastunterschiede und demzufolge auch keine Seitenkraftdifferenzen auf, der Fahrzeugaufbau wankt nicht, und die Geometrie der Radaufhängung ist noch nicht wichtig. (Die Anhebung des Schwerpunkts geschieht in Kap. 31.) Es kann deshalb wie zuvor das Einspurmodell betrachtet werden, nur jetzt mit nichtlinearen Reifenkennlinien.

27.1 Bewegungsgleichungen

Die Bewegungsgleichungen lauten für das Fahrzeugmodell nach Abb. 20.1b und den Gln. (20.2) bis (20.4) mit (20.15)

$$mv(\dot{\beta} + \dot{\psi}) \sin \beta - m\dot{v} \cos \beta + F_{xH} + F_{xV} \cos \delta_V - F_{Lx} - F_{yV} \sin \delta_V = 0, \quad (27.1)$$

$$mv(\dot{\beta} + \dot{\psi}) \cos \beta + m\dot{v} \sin \beta - F_{yH} - F_{Ly} - F_{xV} \sin \delta_V - F_{yV} \cos \delta_V = 0 \quad (27.2)$$

$$J_z \ddot{\psi} - (F_{yV} \cos \delta_V + F_{xV} \sin \delta_V) l_V + M_{zV} + F_{yH} l_H - M_{zH} - F_{Ly} e_{SP} = 0. \quad (27.3)$$

In (27.3) wurden gegenüber (20.4) noch die Rückstellmomente M_{zV} und M_{zH} an Vorder- und Hinterrädern eingeführt, oder anders ausgedrückt, es wird ab jetzt genauer berücksichtigt, dass die Seitenkräfte nicht in Latschmitte, sondern um den Reifennachlauf n_R dahinter angreifen.

Statt des Vorderradeinschlagwinkels δ_V wird wieder nach (20.12) der für den Fahrer wichtige Lenkradwinkel δ_L eingeführt

$$\begin{aligned}\delta_L^* &= \frac{\delta_L}{i_L} = \delta_V + \frac{1}{C_L}(F_{yVl} + F_{yVr})(n_K + n_{RV}) \\ &= \delta_V + \frac{1}{C_L}[(F_{yVl} + F_{yVr})n_K + M_{zVl} + M_{zVr}].\end{aligned}$$

Bei dem hier zu betrachtenden Fall, nämlich Schwerpunkt auf Fahrbahnhöhe sowie symmetrisches Fahrzeug um die Längsachse, ist

$$F_{yVl} = F_{yVr} = \frac{1}{2}F_{yV}; \quad M_{zVl} = M_{zVr} = \frac{1}{2}M_{zV}$$

und damit

$$\delta_L^* = \frac{\delta_L}{i_L} = \delta_V + \frac{1}{C_L}[F_{yV}n_K + M_{zV}]. \quad (27.4)$$

Die Seitenkräfte und Rückstellmomente bzw. Reifennachläufe sind hauptsächlich Funktionen der Schräglauwinkel

$$F_{yi} = f(\alpha_i); M_{zi} = f(\alpha_i), \quad (27.5)$$

und die Schräglauwinkel ergeben sich aus (20.19a) und (20.19b). (Diese linearisierten Gleichungen sind auch bei Fahrten im Grenzbereich noch ungefähr gültig, da Schräglau- und Schwimmwinkel relativ klein bleiben. In den folgenden Abschnitten ist z. B. $\alpha_i \leq 12^\circ$.) Der Luftwiderstand F_{Lx} ist bekannt aus (3.1) und lautet bei Windstille

$$\text{Luftwiderstand } F_{Lx} = c_W A \frac{\rho}{2} v^2 \quad (27.6)$$

mit der Luftdichte ρ . Die Luftseitenkraft ergibt sich aus (3.18). Damit ist das Gleichungssystem vollständig. Vorzugeben sind:

- die Umfangskräfte F_{xV} und F_{xH} , vorstellbar durch konstante Gaspedalstellung. (Bei Einachsantrieb wirkt an dieser Achse die Antriebskraft, an der anderen der Rollwiderstand. Bei Allradantrieb sind die Antriebsmomente aufzuteilen.)
- der Lenkradeinschlagwinkel δ_L .

Unbekannt sind folgende Größen (bzw. deren Ableitungen):

$$v, (\dot{v}), \beta, (\dot{\beta}) \quad \text{und} \quad \psi, (\ddot{\psi})$$

Damit lässt sich das Gleichungssystem (27.1) bis (27.3) lösen, wenn die Funktionen der Reifenkennlinien nach (27.5) bekannt sind.

Es wird wie in Kap. 21 mit dem einfachen, stationären Fall, der Kreisfahrt mit konstanter Fahrgeschwindigkeit ($\dot{v} = 0$), begonnen. Wie in Abschn. 21.3 werden folgende Kennwerte behandelt:

1. Unter-/Übersteuern bzw. $\delta_L = f(v^2/\rho g)$,
2. Schwimmwinkel $\beta = f(v^2/\rho g)$ bzw. die Gradienten,
3. Lenkmoment $M_L = f(v^2/\rho g)$ bzw. $M_L = f(\delta_L)$

und nun zusätzlich, da jetzt die Reifenkennlinien bis zu großen Schräglaufwinkeln behandelt werden:

4. Fahrgrenze durch Kraftschluss, maximale Zentripetalbeschleunigung, auch Kurvengrenzbeschleunigung genannt, und
5. Fahrgrenze durch Antriebsleistung.

28.1 Kurvenwiderstand

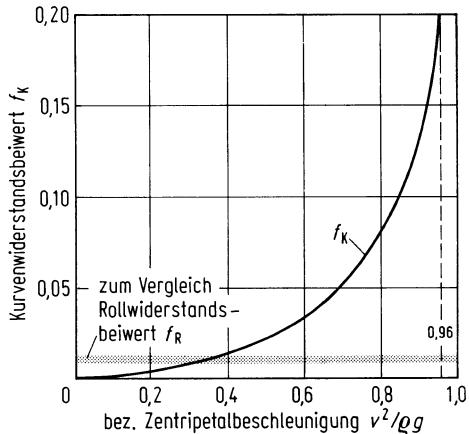
Mit der o. g. Voraussetzung $\dot{v} = 0$ ist ebenfalls $\dot{\beta} = 0$ und $\ddot{\psi} = 0$, und aus den drei Bewegungsgleichungen (27.1) bis (27.3) ergibt sich die Summe der Umfangskräfte an allen Rädern zu

$$F_{xV} + F_{xH} = F_{Lx} - mv\dot{\psi} \left(\sin \beta - \frac{l_H}{l} \sin \delta_V \right).$$

Dabei wurden kleine Vorderradeinschläge δ_V und kleine Schwimmwinkel β angenommen, so dass die cos-Winkel ≈ 1 und die Produkte der Winkel zu Null gesetzt wurden. Weiterhin wurden die relativ kleinen Kraftkomponenten aus den Rückstellmomenten und der seitlichen Luftkraft vernachlässigt. Aus der Gl. (20.18) ergibt sich

$$\sin \beta = \frac{l_H}{l} \sin \delta_V - \frac{l_H}{l} \sin \alpha_V - \frac{l_V}{l} \sin \alpha_H$$

Abb. 28.1 Abhängigkeit des Kurvenwiderstandsbeiwertes f_K von der bez. Zentripetalbeschleunigung $v^2/\rho g$ für das Beispiel nach Abb. 28.2a ($l_H/l = l_V/l = 0,5$, $\alpha_V \approx \alpha_H$, damit $f_K = \frac{v^2}{\rho g} \sin \alpha_V$)



und damit

$$\begin{aligned} F_{xV} + F_{xH} &= F_{Lx} + mv\psi \left(\frac{l_H}{l} \sin \alpha_V + \frac{l_V}{l} \sin \alpha_H \right) \\ &= F_{Lx} + m \frac{v^2}{\rho} \left(\frac{l_H}{l} \sin \alpha_V + \frac{l_V}{l} \sin \alpha_H \right). \end{aligned} \quad (28.1)$$

Bei der unbeschleunigten Geradeausfahrt in der Ebene ist die Summe der Umfangskräfte gleich dem Luftwiderstand F_{Lx} . Bei Kurvenfahrt kommt der zweite Summand der rechten Seite neu hinzu. Er wurde schon in Abschn. 2.1.1.4 mit Kurvenwiderstand

$$F_K = G \frac{v^2}{\rho g} \left(\frac{l_H}{l} \sin \alpha_V + \frac{l_V}{l} \sin \alpha_H \right) \quad (28.2)$$

bezeichnet. Analog zum Rollwiderstand kann ein Kurvenwiderstandsbeiwert

$$f_K = \frac{F_K}{G} = \frac{v^2}{\rho g} \left(\frac{l_H}{l} \sin \alpha_V + \frac{l_V}{l} \sin \alpha_H \right) \quad (28.3)$$

definiert werden. Abbildung 28.1 zeigt den progressiven Anstieg von f_K über $v^2/\rho g$, den man sich wie folgt erklären kann: Der Beiwert wächst mit dem Produkt aus der bezogenen Zentripetalbeschleunigung $v^2/\rho g$ und den Schräglauwinkeln. Bei kleinen Seitenkräften F_{yi} , also kleinem $v^2/\rho g$, ist F_{yi} proportional α_i , folglich gilt

$$f_K \sim \left(\frac{v^2}{\rho g} \right)^2 \quad \text{bzw.} \quad f_K \sim \alpha_i^2.$$

Der Kurvenwiderstand wächst also bei gegebenem Radius ρ mit *mindestens* der zweiten Potenz der Zentripetalbeschleunigung bzw. mit der *vierten* Potenz der Fahrgeschwindigkeit! Bei größeren Seitenbeschleunigungen hingegen steigt α_i mit F_{yi} progressiv und deshalb f_K stärker als mit dem Quadrat von $v^2/\rho g$ an.

Aus dem Vergleich zum Rollwiderstand in Abb. 28.1 entnimmt man, dass der Kurvenwiderstand bei normaler Fahrt unter $0,4\ g$ auf trockener Straße unbedeutend ist (und damit auch für die lineare Theorie). Bei höheren Seitenbeschleunigungen müssen der Kurvenwiderstand und die verbundene Erhöhung der Umfangskräfte an den Antriebsrädern berücksichtigt werden. Sie wirken sich zweifach aus:

- sie verändern den Zusammenhang zwischen Seitenkraft bzw. Rückstellmoment und Schräglauftwinkel (s. Abschn. 2.3.4) und
- sie erhöhen Antriebsmoment und -leistung.

28.2 Fahrverhalten auf trockener Straße, Vorder-, Hinter-, Allradantrieb

Die am Beginn des Kapitels genannten Punkte 1 bis 4 sollen hier abgeleitet werden. Dabei wird schrittweise mit der Absicht vorgegangen, das Verständnis für das Fahrverhalten zu fördern, und die Ergebnisse, die man heute fast ausschließlich über große Rechenprogramme an schnellen Rechnern gewinnt, verstehen zu lernen.

Formelmäßig braucht man hierzu den bezogenen Lenkradeinschlag (20.12) und (27.4),

$$\delta_L^* = \frac{\delta_L}{i_L} = \delta_V + \frac{M_L^*}{C_L} = \delta_V + \frac{1}{C_L}(F_{yV}n_K + M_{zV}) \quad (28.4)$$

mit dem Vorderradeinschlag (21.20),

$$\delta_V = \frac{l}{\rho} + (\alpha_V - \alpha_H) \quad (28.5)$$

und dem bezogenen Lenkradmoment (20.9) und (28.4),

$$M_L^* = i_L V_L M_L = F_{yV} n_K + M_{zV} \quad (28.6)$$

und weiterhin den Schwimmwinkel (21.24),

$$\beta = \frac{l_H}{\rho} - \alpha_H. \quad (28.7)$$

Die Achsseitenkräfte ergeben sich aus (27.2) und (27.3) bei Vernachlässigung der seitlichen Luftkraft zu

$$\begin{aligned} F_{yV} &= \frac{l_H}{l} m v \dot{\psi} + \frac{M_{zV} + M_{zH}}{l} - F_{xV} \sin \delta_V \\ &= \frac{l_H}{l} m \frac{v^2}{\rho} + \frac{M_{zV} + M_{zH}}{l} - F_{xV} \sin \delta_V, \end{aligned} \quad (28.8a)$$

$$F_{yH} = \frac{l_V}{l} m v \dot{\psi} - \frac{M_{zV} + M_{zH}}{l} = \frac{l_V}{l} m \frac{v^2}{\rho} - \frac{M_{zV} + M_{zH}}{l}, \quad (28.9a)$$

und die Achslasten sind bei Vernachlässigung des Auftriebs

$$F_{zV} = \frac{l_H}{l} mg; \quad F_{zH} = \frac{l_V}{l} mg. \quad (28.10)$$

Die Kräfte an jedem Rad sind jeweils die Hälfte, an zwillingsbereiften Achsen je ein Viertel.

Zusatzinformation

Das Glied $F_{xV} \sin \delta_V$ in (28.8a) ist bei Hinterradantrieb, aber auch bei Vorder- und Allradantrieb vernachlässigbar klein. Ebenso wird der Einfluss der Rückstellmomente bzw. der Reifennachläufe in (28.8a), (28.9a) nicht berücksichtigt (und zwar nur der Einfluss auf die Seitenkräfte (!) nicht; der Einfluss bei der Lenkung wird natürlich wohl berücksichtigt). Das bedeutet, dass z. B. bei einem Fahrzeug mit dem Schwerpunkt in Mitte Radstand bei Vernachlässigung der Reifennachläufe die Seitenkräfte vorn und hinten gleich groß sind, während sie bei Berücksichtigung geringfügig verschieden sind.

Näherungsweise gilt also

$$F_{yV} = \frac{l_H}{l} m \frac{v^2}{\rho} = F_{zV} \frac{v^2}{\rho g}, \quad (28.8b)$$

$$F_{yH} = \frac{l_V}{l} m \frac{v^2}{\rho} = F_{zH} \frac{v^2}{\rho g}. \quad (28.9b)$$

Im Folgenden werden am Beispiel eines vierrädrigen, mittellastigen Pkw mit $m = 1200 \text{ kg}$ und damit der Radlast $F_z = 3 \text{ kN}$, ausgerüstet mit dem Reifen nach Abb. 2.43, Ergebnisse diskutiert. Das Fahrzeug fährt auf trockener Straße.

28.2.1 Fahrgrenze durch Kraftschluss

Nach Abb. 2.43a tritt z. B. die maximale Seitenkraft $F_{y\max}$ für die Radlast $F_z = 3 \text{ kN}$ und für die Umfangskraft $F_x = 0$ bei $\alpha = 12^\circ$ auf. Das heißt, die Fahrt mit in Seitenrichtung nicht rutschendem Rad, was als *Fahrgrenze durch Kraftschluss* bezeichnet wird, ist durch die maximale Seitenkraft $F_{y\max}$ und durch den zugehörigen Schräglauftwinkel, hier 12° , gekennzeichnet. Kommt eine Umfangskraft hinzu, so wird die maximale Seitenkraft kleiner

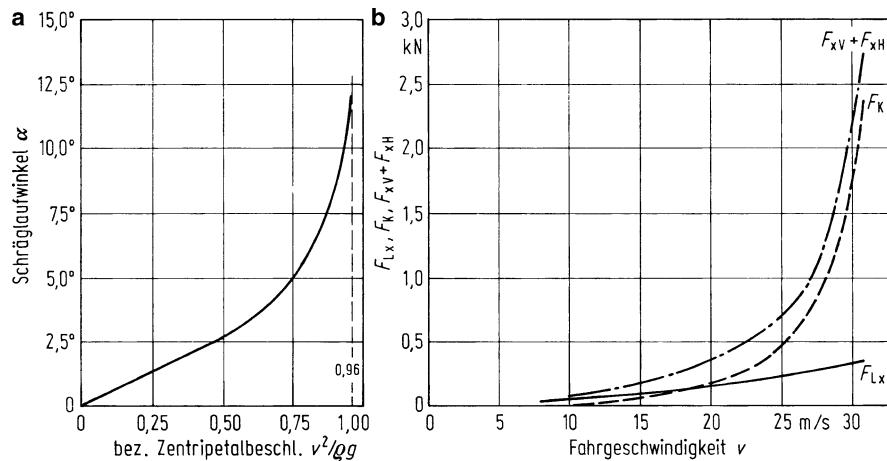


Abb. 28.2 a Schräglauwinkel über bez. Zentripetalbeschleunigung für ein Fahrzeug mit $m = 1200 \text{ kg}$, $l_v/l = 0,5$ und Reifen nach Abb. 2.43a ($F_x = 0$, Einfluss der Umfangskraft auf die Seitenkennung des Reifens wurde nicht berücksichtigt, sog. Raketenantrieb); b Luft- und Kurvenwiderstand F_{Lx} und F_K sowie Summe der Umfangskräfte F_{xV} und F_{xH} über der Fahrgeschwindigkeit, weitere Daten: $c_W A = 0,6 \text{ m}^2$, Kreisradius $\rho = 100 \text{ m}$

oder bei gegebener Seitenkraft der Schräglauwinkel größer. Das wird sich unter anderem auf den Kurvenwiderstand (28.2) und auch auf das Fahrverhalten, z. B. auf Über-/Untersteuern, auswirken.

Um den gesamten Problemkreis anfangs nicht zu sehr zu verkomplizieren, wird im Folgenden zunächst angenommen, dass die Umfangskraft auf die Seitenkennungen des Reifens *keinen* Einfluss hat. Zur Erleichterung der Vorstellung kann man sich ein Fahrzeug mit Raketenantrieb denken. Das ergibt nach Abb. 2.43a eine maximale Seitenbeschleunigung von $(v^2/\rho)_{\max} = 0,96 \text{ g}$, und zwar bei einem Schräglauwinkel $\alpha = 12^\circ$. Den Verlauf des Schräglauwinkels über der bezogenen Seitenbeschleunigung zeigt Abb. 28.2a. Der Anstieg ist entsprechend Kap. 21 zunächst linear, dann progressiv zum Grenzwert hin.

Beim Übergang vom Raketenantrieb zum üblichen Radantrieb gelten die Gln. (28.8b) und (28.9b) nach wie vor, nur müssen jetzt bei der Bestimmung der Schräglauwinkel die Umfangskräfte berücksichtigt werden. Da deren Größe aber nach (28.1) wieder von den Schräglauwinkeln abhängt, muss iterativ ihr wahrer Wert berechnet werden. Im ersten Iterationsschritt wird aus Abb. 28.2a für $F_{xV} + F_{xH} = 0$ der Kurvenwiderstand F_K berechnet (Abb. 28.2b), daraus ergibt sich ein neuer Wert für die Umfangskräfte $F_{xV} + F_{xH} > 0$. In den nächsten Schritten muss solange iteriert werden, bis bei gegebener Seitenkraft bzw. gegebener Zentripetalbeschleunigung der wahre Schräglauwinkel und die wahre Umfangskraft gefunden sind. In Abb. 28.3 sind zunächst die Schräglauwinkel-Seitenbeschleunigungs-Funktionen bei konstanter Umfangskraft eingetragen. Bei Einachsantrieb – ob Front- oder Hinterradantrieb spielt im Augenblick keine Rolle – gilt für die nichtangetriebene Achse die Kurve mit $F_x = 0$ und der maximalen bezogenen Seitenbeschleunigung von 0,96. Für

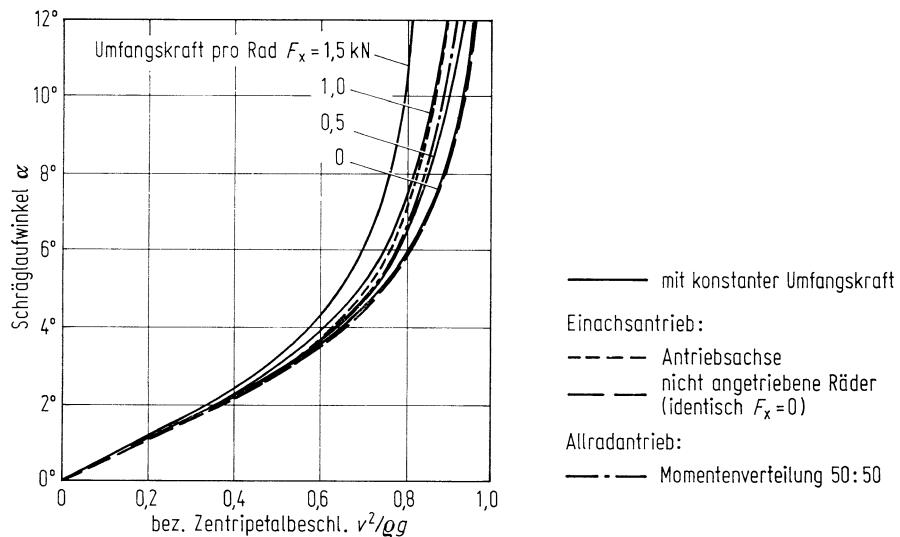


Abb. 28.3 Einfluss der Umfangskräfte und der Antriebsart auf die Schräglauwinkel-Seitenbeschleunigungs-Funktion. (Reifenkennung s. Abb. 2.43a, Fahrzeugwerte s. Abb. 28.1)

die Räder der Antriebsachse wurde nach der o. g. Iteration die durch die Kurvenschar verlaufende, gestrichelte Linie ermittelt, deren maximale bezogene Seitenbeschleunigung nur 0,90 ist. Sie liegt also niedriger als bei den nichtangetriebenen Rädern und stellt damit die seitliche Grenzbeschleunigung des Fahrzeugs in der Kurve dar.

Bei Allradantrieb, z. B. wenn bei diesem mittellastigen Fahrzeug auch die Antriebsmomente hälftig auf die Achsen verteilt würden, halbieren sich auch die Umfangskräfte. In Abb. 28.3 ergibt sich die strichpunktierter Kurve mit der maximalen bezogenen Seitenbeschleunigung von 0,92.

In Abb. 28.4 sind die Fahrgrenzen durch Kraftschluss zusammengetragen. Je größer also die Umfangskräfte an einem Rad bzw. einer Achse, umso kleiner sind die maximalen Seitenbeschleunigungen des Fahrzeugs.

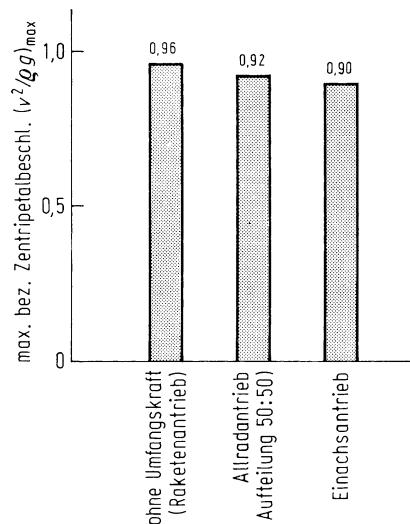
Zusatzinformation

Bemerkenswert ist, dass nach Abb. 28.2a bei der Kreisfahrt mit dem Radius $\rho = 100 \text{ m}$ und bei der sich aus der Grenzseitenbeschleunigung ergebenden maximalen Fahrgeschwindigkeit von $31 \text{ m/s} = 112 \text{ km/h}$ der Kurvenwiderstand fast siebenmal größer als der Luftwiderstand ist!

28.2.2 Lenkradeinschlag, Unter-/Übersteuern

Den bezogenen Lenkradeinschlag $\delta_L^* = f(v^2/\rho g)$ bestimmt man nach (28.4) über den Vorderradeinschlag δ_V , und den wiederum nach (28.5) über die Schräglauwinkel-Differenz. Ergebnisse für δ_V bei verschiedenen Antrieben zeigt Abb. 28.5.

Abb. 28.4 Fahrgrenzen durch Kraftschluss bei verschiedenen Antriebsarten auf trockener Fahrbahn (Fahrzeug- und Reifenwerte s. Abb. 28.3)



Beim Raketenauto (Antriebskraft nicht berücksichtigt) bleibt bei dem mittellastigen Fahrzeug $\delta_V = \text{const.}$

Bei Einachsantrieb muss ab hier Vorder- oder Hinterradantrieb unterschieden werden. Bei Frontantrieb ist der Schräglauwinkel vorn durch die Umfangskraft größer als hinten, damit wächst nach Abb. 28.5 δ_V ab etwa $v^2/\rho g \approx 0,6$ progressiv ansteigend bis zur Fahrgrenze von 0,90 (mit einem Dreieck, Spitze nach oben gekennzeichnet). Bei Heckantrieb ist es umgekehrt, der Vorderradeinschlag wird kleiner, bei hohen Seitenbeschleunigungen sogar negativ.

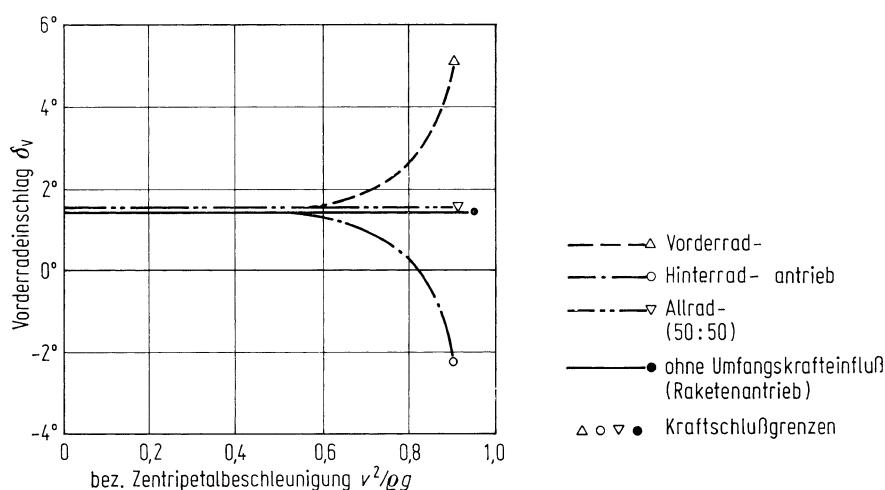
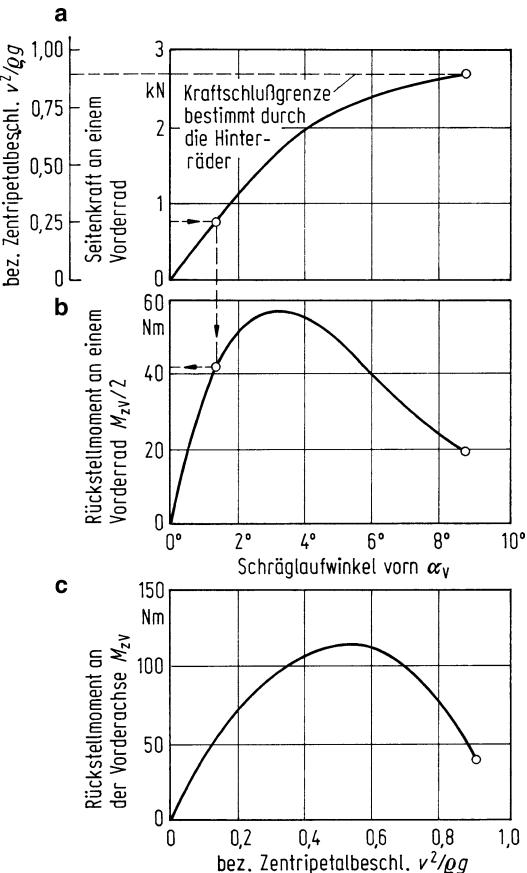


Abb. 28.5 Vorderradeinschlag δ_V über bezogener Seitenbeschleunigung $v^2/\rho g$ für verschiedene Antriebsarten. ($l = 2,5 \text{ m}$, $\rho = 100 \text{ m}$, Schräglauwinkelverläufe aus Abb. 28.3)

Abb. 28.6 a Seitenkraft- und b Rückstellmomenten-Schräglaufwinkelkurven für ein Vorderrad bei Hinterradantrieb für $F_z = 3 \text{ kN}$ und $F_x = 0$, s. Abb. 2.43b. c Rückstellmomente an beiden Vorderrädern über der bez. Zentripetalbeschleunigung. $m = 1200 \text{ kg}$, $l_V/l = 0,5$



Bei Allradantrieb mit Schwerpunkt in Radstandsmitte und einer hälftigen Momentenaufteilung auf Vorder- und Hinterachse (50 : 50) bleibt $\delta_v = \text{const.}$ Wird ein größeres Moment auf die Hinterräder gegeben, so muss der Vorderradeinschlag verkleinert werden, der Verlauf in Abb. 28.5 wird dann zwischen dem von Allrad- (50 : 50) und Hinterradantrieb liegen.

Zur Berechnung des Lenkradwinkels δ_L^* benötigt man nach (28.4) das bezogene Lenkradmoment und dafür nach (28.6) das Rückstellmoment an der Vorderachse. Abbildung 28.6 zeigt das Vorgehen. Nach Diagramm a erhält man aus der Seitenkraft an einem Rad bzw. aus der bezogenen Seitenbeschleunigung $v^2/\rho g$ den Schräglauwinkel α_v und dann aus Diagramm b das zugehörige Rückstellmoment an einem Reifen (gezeigt am Beispiel für $v^2/\rho g = 0,25$). Der doppelte Wert für beide Reifen der Vorderachse M_{zv} ist in c über $v^2/\rho g$ aufgetragen. Er steigt zunächst ungefähr bis $v^2/\rho g = 0,1$ linear an, dann degressiv, hat bei 0,5 ein Maximum und fällt dann bis zur (in diesem Fall durch die Hinterräder gegebenen) Rutschgrenze ab.

Abbildung 28.7 zeigt das Ergebnis für die verschiedenen Antriebsarten. Sie unterscheiden sich nur in der Nähe der Kraftschlussgrenzen, also nur bei großen Zentripetalbeschleu-

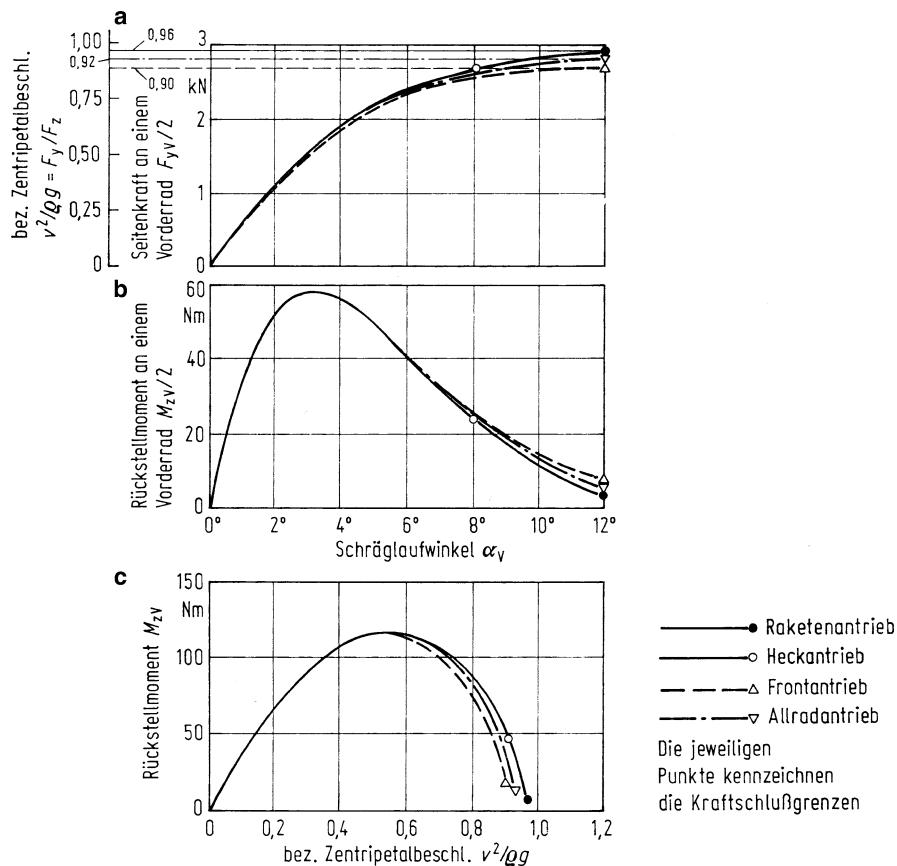


Abb. 28.7 Seitenkraft **a** und Rückstellmoment **b** an einem Vorderrad bei verschiedenen Antriebsarten über den Schräglauwinkel (entstanden aus den Abb. 2.43 und 28.3); **c** Rückstellmoment an der Vorderachse über der bez. Zentripetalbeschleunigung

nigungen und Schräglauwinkeln, eben dort, wo die Umfangskräfte einen Einfluss auf die Seitenkräfte haben.

Das Moment am Lenkstockhebel M_L^* , berechnet nach (28.6) für drei verschiedene konstruktive Nachläufe n_K , zeigt Abb. 28.8. (Der Kurvenverlauf wird in Abschn. 28.2.3 diskutiert.)

Wird nun M_L^* durch die Lenkungssteifigkeit C_L dividiert, der Vorderradeinschlag δ_V addiert bzw. werden die Diagramme in den Abb. 28.5 und 28.8 kombiniert, so erhält man den gewünschten bezogenen Lenkradeinschlag δ_L^* . Das Ergebnis für Fahrzeuge, die sich nur durch ihre vier verschiedenen Antriebsarten unterscheiden, zeigt Abb. 28.9.

Wie aus der linearen Theorie bekannt, steigt der Lenkradeinschlag bei kleinen Seitenbeschleunigungen linear an, und zwar umso steiler, je größer der konstruktive Nachlauf n_K und je weicher die Lenkung (kleines C_L) ist. Bei höheren Beschleunigungen unterschei-

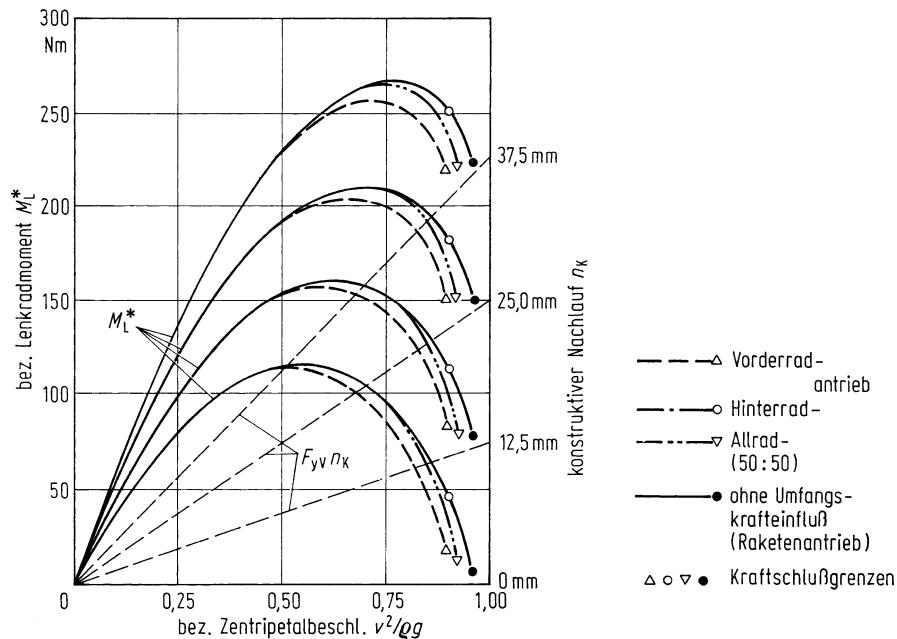


Abb. 28.8 Moment am Lenkstockhebel $M_L^* = F_{yV} n_K + M_{zV}$ für verschiedene Nachläufe n_K . M_{zV} und Fahrzeugdaten aus Abb. 28.7a und vorangegangene

det sich der Lenkradwinkelverlauf bei den einzelnen Antriebsarten ganz entscheidend. Beim Hinterradantrieb (Abb. 28.9a) werden die Kurven degressiv und erreichen ein Maximum; die Lenkradwinkel werden kleiner, vor der Rutschgrenze manchmal negativ, der Fahrer muss gegenlenken. Der Maximalwert – s. Definition nach (21.27a) – teilt die Kurven in einen unter- und einen übersteuernden Bereich. Links vom Maximum sind die Fahrzeuge unter-, rechts übersteuernd. In Abb. 28.9 ist der Bereich für die in Tab. 21.5 genannten Untersteuergradienten eingezeichnet. In diesem Bereich liegen die Kurven mit $n_K = 0$ sowie 25 mm und $C_L = 15 \text{ kNm/rad}$. Um, wie gewünscht, das untersteuernde Gebiet zu vergrößern, muss der konstruktive Nachlauf n_K vergrößert und die Lenkungssteifigkeit C_L verkleinert werden. Dabei wird auch das Gegenlenken verkleinert oder vermieden.

Beim Vorderradantrieb verlaufen die Kurven nur progressiv, d. h., das Fahrzeug ist im gesamten Querbeschleunigungsbereich untersteuernd. An der Kraftschlußgrenze sind die Lenkradeinschläge relativ groß. Um diese zu verringern, muss n_K klein und C_L groß sein. Dies führt dann automatisch zu einem geringeren Untersteuergrad bei niedrigen Querbeschleunigungen.

Fahrzeuge mit Allrad- (50 : 50) und mit Raketenantrieb (Diagramme c und d) sind fast immer untersteuernde Fahrzeuge. Nur bei hohen Querbeschleunigungen tritt ein leichtes Übersteuern auf, das vom Rückstellmomentenverlauf herrührt. Insgesamt ändern sich ge-

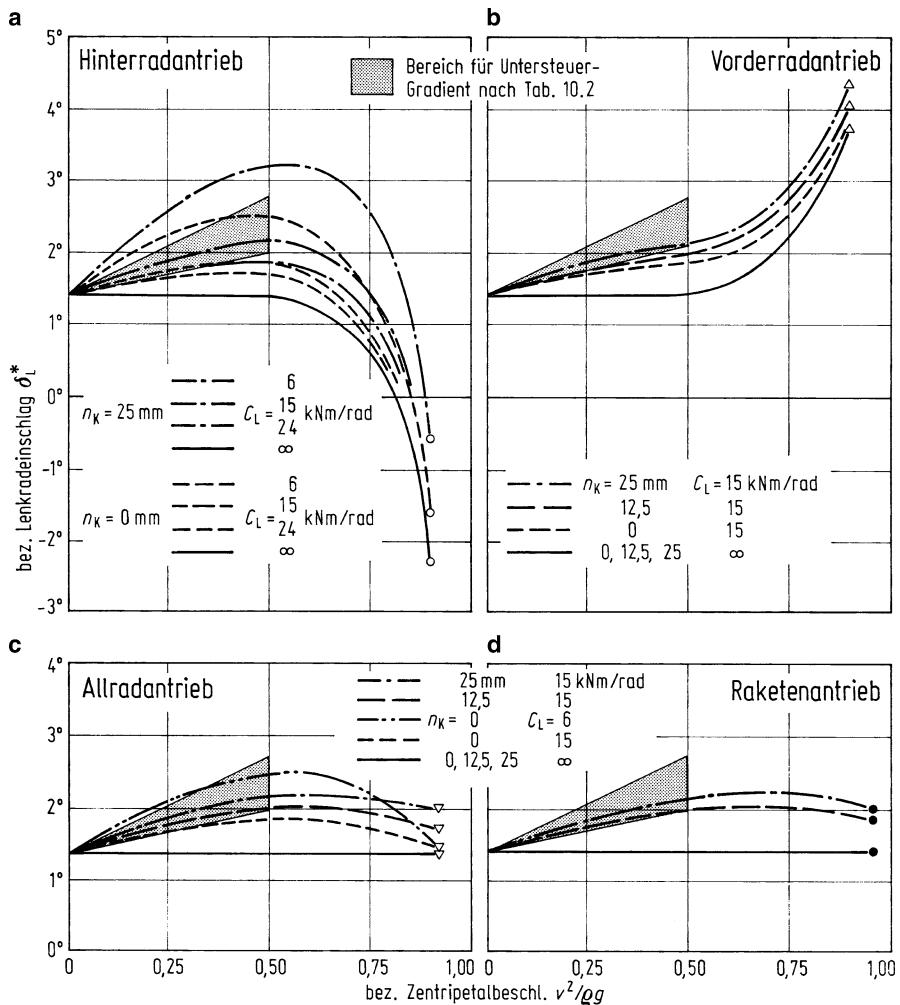


Abb. 28.9 Bez. Lenkradeinschlag δ_L^* über bez. Zentripetalbeschleunigung $v^2/\rho g$ bei **a** Hinterradantrieb; **b** Vorderradantrieb; **c** Allradantrieb (50 : 50); **d** Raketenantrieb für verschiedene konstruktive Nachläufe n_K und Lenkungssteifigkeiten C_L (aus den Abb. 28.5 und 28.8)

genüber den zuvor behandelten Einachsantrieben die Lenkradwinkeleinschläge über der Zentripetalbeschleunigung relativ wenig, und sie bleiben an der Kraftschlussgrenze relativ klein. Dies mag man als vorteilhaft ansehen, man kann aber auch der Meinung sein, es sei nachteilig, dass sich die Kraftschlussgrenze nicht durch Verkleinerung von δ_L , wie beim Hinterradantrieb, oder durch progressive Vergrößerung, wie beim Frontantrieb, ankündigt (dies allerdings auf Kosten niedrigerer Kurvgrenzbeschleunigung).

28.2.3 Lenkradmoment

Der Verlauf des bezogenen Lenkradmomentes M_L^* über der bezogenen Zentripetalbeschleunigung ist aus Abb. 28.8 bekannt, er muss nur noch diskutiert werden.

Für alle Antriebsarten gilt, dass M_L^* außer von $v^2/\rho g$ stark von der Größe des konstruktiven Nachlaufes n_K abhängt. Der Maximalwert steigt von $n_K = 0$ bis 37,5 mm auf den zweifachen Wert. Um das vom Fahrer aufzubringende Moment M_L nicht zu groß werden zu lassen, muss die Lenkübersetzung i_L vergrößert oder eine Hilfskraftlenkung ($V_L > 1$) eingebaut werden. Beide Größen bestimmen den Lenkradmoment-Querbeschleunigungsgradienten, der nach Abb. 21.10 in einem bestimmten Bereich liegen soll.

Weiterhin fällt auf, dass sich mit wachsendem n_K der Maximalwert von M_L^* zu höheren $v^2/\rho g$ verschiebt. Im Falle $n_K = 0$ nimmt das erforderliche Lenkmoment ab $v^2/\rho g \approx 0,5$ wieder ab, d. h., der Fahrer braucht am Lenkrad nicht mehr so große Kräfte aufzubringen. Das wird in der Regel dann als Nachteil gewertet, wenn die für das Maximum des Lenkradmomentes maßgebende Zentripetalbeschleunigung unterhalb der für die Rutschgrenze liegt (wie in diesem Fall). Das abnehmende Lenkmoment könnte Fahrern nämlich ein Sicherheitsgefühl vermitteln, während in Wirklichkeit das Fahrzeug bald seitlich wegleitet. Es gibt allerdings auch Fahrer, die die Änderung der Lenkkräfte und das Überschreiten des Maximums als Zeichen für die Nähe der Rutschgrenze ansehen. Mit dem Nachlauf von $n_K = 37,5$ mm erhält man über einen größeren Fahrbereich hinweg eine fast proportionale Vergrößerung des Lenkmomentes mit der Zentripetalbeschleunigung. Diese von der Mehrzahl der Fahrer bevorzugte Art der Information bekommt man – wie oben gesagt – nicht geschenkt.

Die einzelnen Antriebsarten wirken sich erst rechts vom Maximum aus, d. h., bei nicht zu kleinen Nachläufen erst bei relativ hohen Querbeschleunigungen.

Als zweites wird in diesem Unterabschnitt auf den Lenkmomenten-Lenkinkel-Verlauf eingegangen. Abbildung 28.10 ist aus den Abb. 28.8 und 28.9 entstanden. Bis $v^2/\rho g \approx 0,5$ ist der Zusammenhang für alle Antriebe linear, für Allrad- und Raketenantrieb sogar fast bis an die Kraftschlussgrenzen. Beim Vorderradantrieb wird mit zunehmendem δ_L^* der Gradient, d. h. die Tangentenneigung kleiner, ab $\delta_L^* \approx 2,5^\circ$ sogar negativ. Beim Hinterradantrieb ändert sich die Neigung schon bei $\delta_L^* \approx 1,8^\circ$, und an der Kraftschlussgrenze passiert etwas scheinbar ganz Sinnwidriges: In einer Linkskurve ist das Lenkrad nach rechts eingeschlagen (δ_L^* negativ, der Fahrer muss gegenlenken), und der Fahrer muss ein Moment nach links aufbringen (M_L^* positiv). Das Gegenlenken kann – wie schon gesagt – durch größeres n_K und/oder durch kleineres C_L verhindert werden. (In Kap. 31 wird noch gezeigt, dass auch die Radaufhängung einen Einfluss hat.)

28.2.4 Schwimmwinkel

Die nach Abschn. 21.3.2 als wichtig anzusehenden Schwimmwinkelverläufe wurden über (28.7) berechnet und in Abb. 28.11 dargestellt. Nach Diagramm a gibt es für die verschiede-

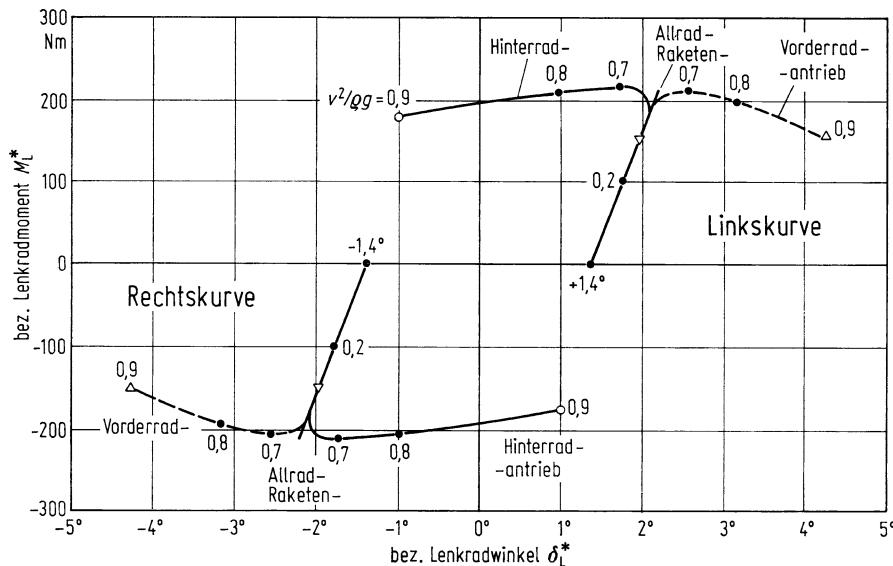


Abb. 28.10 Lenkradmomen-Lenkradwinkel-Verlauf für vier Antriebsarten, aus Abb. 28.8 und 28.9 ($m = 1200$ kg, $l_V/l = 0,5$; Reifen s. Abb. 2.43, $n_K = 25$ mm, $C_L = 15$ kNm/rad, $\rho = 100$ m, $l = 2,5$ m). Die Zahlen an den Kurven geben die $v^2/\rho g$ -Werte an

nen Antriebsarten als Funktion der Zentripetalbeschleunigung nur geringe Unterschiede. Hinterrad-, Allrad- und Raketenantrieb erreichen an ihren Kraftschlussgrenzen große hintere Schräglaufwinkel ($\alpha_H = 12^\circ$) und deshalb auch große Schwimmwinkel ($\beta = +0,7^\circ - 12^\circ = -11,3^\circ$). Der hintere Schräglaufwinkel ist beim Frontantrieb, der an den Vorderrädern die Kraftschlussgrenze erreicht, kleiner (hier $\alpha_H = 8^\circ$), und deshalb auch der Schwimmwinkel ($\beta = +0,7^\circ - 8^\circ = -7,3^\circ$).

Hingegen gibt es nach Diagramm b große Unterschiede zwischen den Antriebsarten bei der Schwimmwinkel-Lenkradwinkel-Funktion. Dieser vom Lenkradwinkel bestimmte Verlauf zeigt beim Frontantrieb einen stetigen Abfall, beim Allradantrieb ab $v^2/\rho g \approx 0,5$ einen fast senkrechten Abfall von β bei konstantem δ_L^* und beim Hinterradantrieb die schon aus Abb. 28.10 bekannte Kurvenform. Aus diesem Diagramm b wird verständlich, dass die Abhängigkeit zwischen β und δ_L eine – wie in Abschn. 21.3.2 gesagt – maßgebende Beurteilungsgröße sein könnte.

28.2.5 Einfluss von Schwerpunktlage und Antriebsart

In Abschn. 28.2.2 wurde am Beispiel eines mittellastigen Fahrzeugs abgeleitet, dass sich gegenüber dem linearen Bereich der Untersteuergradient zur Kraftschlussgrenze hin ändert. So wird beim hinterradangetriebenen Fahrzeug aus dem Untersteuern ein Übersteuern,

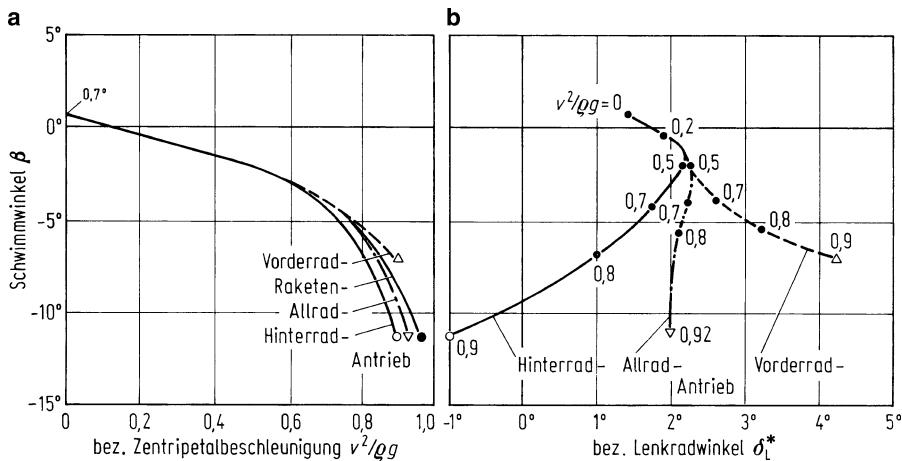


Abb. 28.11 Schwimmwinkelverläufe **a** als Funktion der bez. Zentripetalbeschleunigung; **b** des bez. Lenkradwinkels aus Abb. 28.7 und 28.9 für verschiedene Antriebsarten

und beim frontangetriebenen Fahrzeug verstärkt sich das Untersteuern. Dies hatte nach (28.4) bis (28.6)

$$\delta_L^* = \frac{\delta_L}{i_L} = \frac{1}{\rho} + (\alpha_V - \alpha_H) + \frac{1}{C_L} (F_{yV} n_K + M_{zV})$$

hauptsächlich zwei Gründe:

1. durch die Umfangskraft (z. B. nur vorne beim Frontantrieb, nur hinten beim Hinterradantrieb) ändert sich die Schräglauwinkel-Differenz $\alpha_V - \alpha_H$ (Abb. 28.3), und
2. das an der Lenkung angreifende Moment $M_L^* = F_{yV} n_K + M_{zV}$ verändert über die Lenkungssteifigkeit C_L die Größe des letzten Summanden, also die Differenz zwischen bezogenem Lenkradeinschlag δ_L^* und Vorderradeinschlag δ_V .

Der zweite Einfluss wurde schon behandelt, indem bei gegebenen Reifenkurven die Wirkung von dem konstruktiven Nachlauf n_K und der Lenkungssteifigkeit C_L beschrieben wurde.

Der erste Einfluss, also die Größe von $\alpha_V - \alpha_H$, wird außer von der Antriebsart noch von der Schwerpunktslage bestimmt, s. Abschn. 21.4.4. Um beim Frontantrieb das verstärkte Untersteuern zu reduzieren, muss der Schräglauwinkel hinten α_H vergrößert werden, d. h., das Fahrzeug muss hecklastig (oder in Wirklichkeit nicht zu stark frontlastig) werden (Abb. 28.12a). Um beim Hinterradantrieb das Übersteuern zu verringern oder sogar zu vermeiden, muss der Schräglauwinkel vorn α_V vergrößert werden, d. h. dieses Fahrzeug muss frontlastig sein, s. Abb. 28.12b. Damit werden auch die Lenkradmomenten-Lenkradwinkel-Verläufe sowie die Schwimmwinkel-Verläufe in Abb. 28.10 und 28.11 verbessert.

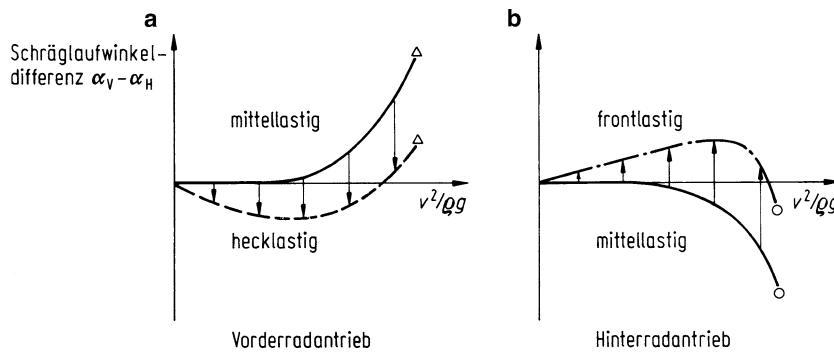


Abb. 28.12 Verbesserung der Untersteuertendenz bei hoher Querbeschleunigung. **a** beim frontangetriebenen Fahrzeug durch Verschieben des Schwerpunktes nach hinten; **b** beim hinterradangetriebenen nach vorn

Beim gezeigten Allradantrieb mit dem mittellastigen Fahrzeug und der hälftigen Momentenaufteilung blieb die Schräglauwinkel-Differenz über dem gesamten Querbeschleunigungsbereich Null (Abb. 28.3), sodass hier keine Änderung der Schwerpunktslage nötig erscheint.

28.3 Fahrverhalten auf vereister Fahrbahn

Die folgende Diskussion entspricht Abschn. 28.2, nur dass nicht eine Fahrt auf trockener, sondern auf vereister Fahrbahn betrachtet wird. Mit den Reifenkennlinien nach Abb. 28.13, angewendet wieder auf den Pkw mit $m = 1200 \text{ kg}$, $l_V/l = l_H/l = 0,5$ und somit den Vertikallasten an allen Rädern $F_z = 3000 \text{ N}$, wird nach Diagramm a bei $\alpha = 6^\circ$, $F_x = 0$ eine maximale Seitenkraft pro Rad von $F_y = 600 \text{ N}$ erreicht. Das ergibt für ein Fahrzeug mit Raketenantrieb eine Kurvengrenzbeschleunigung von $v^2/\rho g = 600/3000 = 0,2$. Für Fahrzeuge mit Radantrieb errechnet sich für diesen Grenzfall die Summe der Umfangskräfte nach (28.1) $F_{xV} + F_{xH} \approx 326 \text{ N}$ (mit $c_{WA} = 0,6 \text{ m}^2$, Kurvenradius $\rho = 100 \text{ m}$) und damit die Umfangskraft pro Rad bei Einachsantrieb (Front- oder Hinterradantrieb) zu 163 N und bei Allradantrieb (50 : 50) zu 82 N. Da nach Abb. 28.13a die $F_y - \alpha$ -Kurven für die Umfangskräfte $F_x = 0$ und 150 N sehr eng zusammenliegen, lautet das erste Ergebnis:

Unabhängig von der Antriebsart, ob Raketen-, Einachs- oder Allradantrieb, ist die Kurvengrenzbeschleunigung fast gleich, hier $\approx 0,2 \text{ g}$.

Das Fahrverhalten der verschiedenen Antriebsarten unterscheidet sich hingegen auch auf Eis. Bei Einachsantrieb hat das nicht angetriebene Rad ($F_x = 0$) in der Nähe der Kurvengrenzbeschleunigung einen merklich kleineren Schräglauwinkel als das angetriebene ($F_x > 0$, hier 163 N), weil die $F_y - \alpha$ -Kurven nach Abb. 28.13a ab $\alpha \approx 4^\circ$ sehr flach verlaufen.

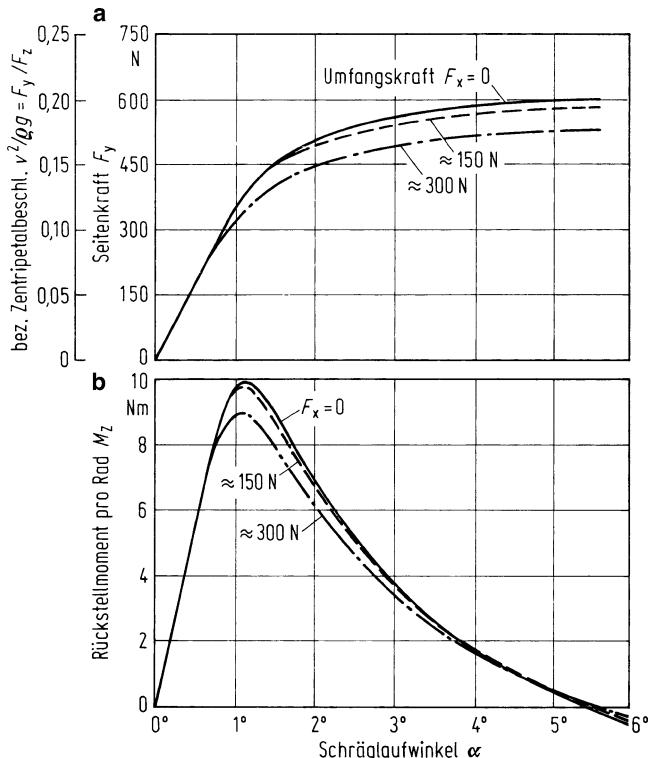
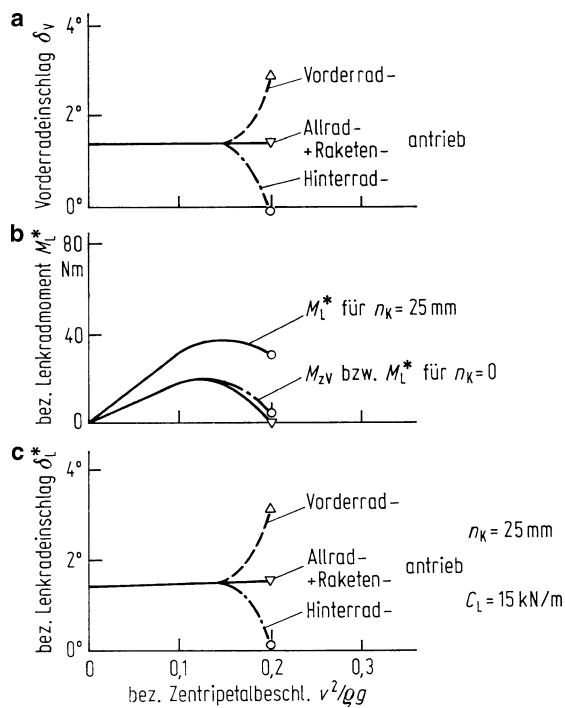


Abb. 28.13 Seitenkraft (a) und Rückstellmoment (b) bei verschiedenen Antriebskräften über dem Schräglauwinkel. Reifen 155 SR 15, 90 %, Radlast $F_z = 3 \text{ kN}$, $v = 50 \text{ km/h}$, Luftdruck 1,6 bar, vereiste Fahrbahn [WEBE72]

In Abb. 28.14 ist das Fahrverhalten über δ_V, M_L^* bis zu δ_L^* jeweils abhängig von $v^2/\rho g$ dargestellt. Nach Diagramm c haben alle Antriebsarten zunächst ein untersteuerndes Verhalten. Kurz vor der Kraftschlussgrenze wird der Frontantrieb stark unter-, der Hinterradantrieb übersteuernd. Allrad- und Raketenantrieb ändern die Steuertendenz kaum.

Prinzipiell ist das Fahrverhalten auf trockener und vereister Fahrbahn gleich, vgl. Abb. 28.14 und 28.9. Für die Fahrer hingegen gibt es doch zwei bemerkenswerte Unterschiede: Zum einen verändert sich auf der vereisten Straße bei Einachsantrieb die Steuertendenz kurz vor Erreichen der Kraftschlussgrenze sehr stark, während sich auf trockener Straße die Veränderungen schon frühzeitig ankündigen. Zum zweiten erreichen die Normalfahrer auf trockener Straße selten die maximale Seitenbeschleunigung, auf Eis hingegen häufiger, s. Abschn. 21.1.3.

Abb. 28.14 Fahrverhalten auf vereister Fahrbahn für verschiedene Antriebsarten ($m = 1200 \text{ kg}$, $l_V/l = 0,5$, $\rho = 100 \text{ m}$, $c_W A = 0,6 \text{ m}^2$, Reifen nach Abb. 28.13); zu **b** die Unterschiede für die einzelnen Antriebe sind vernachlässigbar klein



28.4 Fahrt auf nasser Straße

Reifenkennlinien auf Fahrbahnen mit verschiedenen Wasserhöhen (allerdings ohne Umfangskraft) zeigt Abb. 28.15. Nach Diagramm a wächst zunächst – wie bekannt – die Seitenkraft F_y etwa linear mit dem Schräglauwinkel α , das Wasser hat keinen Einfluss, es wird über das Reifenprofil verdrängt. Die maximale Seitenkraft hingegen wird mit größerer Wassertiefe kleiner, der Haftbeiwert μ_h sinkt (vgl. Abb. 2.17 bis 2.19).

Demnach wirkt sich die Nässe nur auf das Fahrverhalten bei höheren Schräglauwinkeln und damit höheren Querbeschleunigungen aus. Dabei ist allerdings folgendes zu beachten:

Auf nasser Fahrbahn ist die Wasserhöhe vor den Vorderrädern stets größer als vor den hinteren Rädern, da diese von der Wasserverdrängung der Vorderräder profitieren, $\mu_{hv} < \mu_{hh}$. Dies gilt nur für den Fahrbereich mit größeren Kurvenradien, bei denen die Hinterräder in der Spur der Vorderräder laufen, und für höhere Geschwindigkeiten, bei denen das Wasser die von den Vorderrädern geschaffene Spur nicht vor den Hinterrädern wieder auffüllt. Aber diese Fälle ergeben den wichtigen Fahrbereich [MITS86].

Bei der geschilderten Fahrt auf Nässe bleibt das hinterradangetriebene Fahrzeug bis zum Grenzbereich untersteuernd. Dies ist der große Unterschied zu Fahrten auf trockener und vereister Straße, bei denen die Höchst-/Haftbeiwerte vorn und hinten gleich sind, $\mu_{hv} = \mu_{hh}$. Ein frontangetriebenes Fahrzeug untersteuert auf Nässe stärker. Die erzielba-

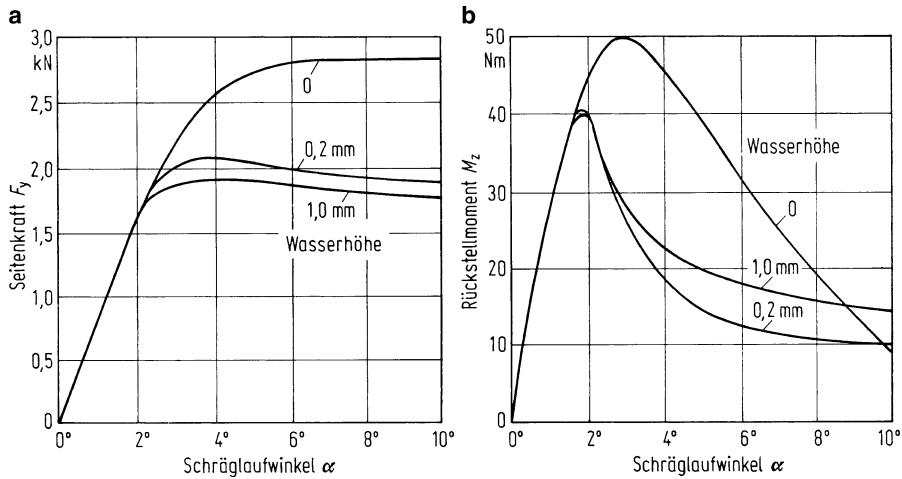


Abb. 28.15 Reifenkennlinien für verschiedene Wasserhöhen. (185/65 TR 14, Felge 5J × 14, 2,0 bar, $F_z = 3000 \text{ N}$, $v = 80 \text{ km/h}$. Die Ergebnisse wurden von Prof. R. Gnadler, Karlsruhe 1988 zur Verfügung gestellt.)

re maximale Querbeschleunigung ist vom Kraftschluss an der Vorderachse abhängig, der durch Reifenprofil, Fahrbahn (Drainage) und Vorderachslast beeinflusst werden kann.

28.5 Fahrgrenze durch Antriebsleistung

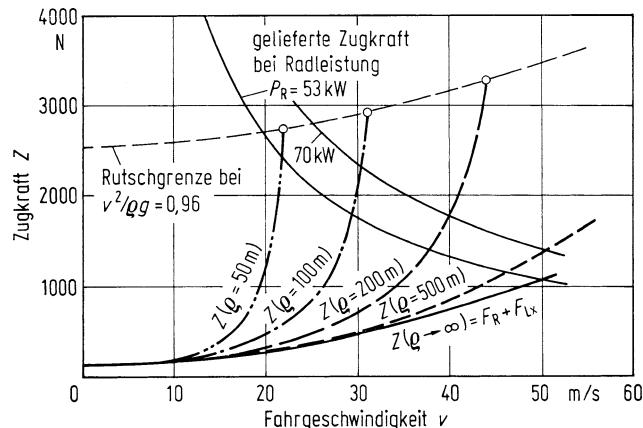
Nach Abb. 28.1 und 28.2b kann der Kurvenwiderstand F_K gegenüber dem Roll- und dem Luftwiderstand F_R und F_{Lx} groß sein. Er beansprucht einen Teil der installierten Motorleistung und setzt die Höchstgeschwindigkeit herab, genau so, wie es der Steigungswiderstand beim Befahren einer Steigung tut. Ist die Motorleistung zu klein, so wird unter Umständen die Geschwindigkeit bei Kurvenfahrt nicht durch die – bisher behandelte – Kraftschlussgrenze, sondern durch die Antriebsleistung bestimmt.

Die Zugkraft Z gleich dem Antriebsmoment M_R an den Rädern, dividiert durch den statischen Reifenhalbmesser r , beträgt nach (5.10) bei unbeschleunigter Fahrt in der Ebene, vermehrt um F_K

$$Z = \frac{M_R}{r} = F_R + F_{Lx} + F_K. \quad (28.11)$$

In Abb. 28.16 ist die Zugkraft Z über der Fahrgeschwindigkeit v für fünf verschiedene Kurvenradien ρ eingezeichnet, wobei die Kurve $\rho \rightarrow \infty$ die Geradeausfahrt darstellt, also nur den Roll- und Luftwiderstand $F_R + F_{Lx}$ enthält. Die Kurven für $\rho = 50, 100$ und 200 m enden bei bestimmten Fahrgeschwindigkeiten, die sich nach Abb. 28.2a aus dem dort ermittelten Grenzwert $v^2/\rho g = 0,96$ errechnen. Weiterhin sind im Diagramm zwei Hyperbeln konstanter, maximaler Leistungen am Rad, 53 und 70 kW, eingezeichnet.

Abb. 28.16 Fahrzustands-schaubild für ein Fahrzeug in der Ebene bei Kreisfahrt mit verschiedenen Radien ρ . $m = 1200 \text{ kg}$, $f_R = 0,01$, $c_{wA} = 0,6 \text{ m}^2$, $lv/l = 0,5$, F_K nach (28.2), Daten dazu und Rutschgrenze aus Abb. 28.2a; Umfangskraft in den Reifenkennlinien nicht berücksichtigt, Raketenantrieb



Danach wird bei 53 kW und allen eingezeichneten Radien die Grenze durch die Antriebsleistung gegeben. Bei 70 kW ist für $\rho = 50 \text{ m}$ die Rutschgrenze maßgebend, und für $\rho = 100 \text{ m}$ und größere Werte wieder die Antriebsleistung.

Auf nassen, verschneiten und vereisten Straßen liegt die Rutschgrenze niedriger, sodass sie bis zu höheren Geschwindigkeiten die maßgebende Fahrgrenze wird.

Literatur

- [MITS86] Mitschke, M.; Voelsen, P.: Zum Fahrverhalten von Pkw bei Nässe. Forschung Straßenbau und Straßenverkehrstechnik, Heft 466 (1986)
- [WEBE72] Weber, R.: Tangentialkräfte und Rückstellmoment, Zentralblatt für Unfalluntersuchung Bd. 1, Nr. 4/6 (1972)

Weiterführende Literatur

- [HEIS13] Heißing, B.; Ersoy, M.; Gies, S. (Hrsg.): Fahrwerkhandbuch, 4. Auflage, Springer-Vieweg, Wiesbaden 2013

Zusatzinformation

Nach der Behandlung der stationären Kreisfahrt (Kap. 28) und vor der Diskussion der instationären Fahrt (Kap. 30) bei Berücksichtigung nichtlinearer Reifenkennlinien wird zunächst die in der Überschrift genannte quasilineare Näherungsbetrachtung besprochen, um

- eine Verbindung zwischen linearer und nichtlinearer Theorie herzustellen, und um
- die Stabilitätsgrenze im nichtlinearen Fall abzuleiten.

Bei der quasilinearen Betrachtung wird der nichtlineare Verlauf einer Funktion als stückweise linear angesehen.

29.1 Näherung für die Reifenkennlinien

Zusatzinformation

Ein Fahrzeug fahre mit solch hohen Querbeschleunigungen, dass die Reifen in ihrem nichtlinearen Bereich arbeiten. Treten nun zusätzliche Kräfte und Momente durch höhere Seitenbeschleunigungen oder durch Störungen auf, so sollen sie so klein sein, dass die Auswirkungen linearisiert werden können.

Die Seitenkräfte F_{yi} setzen sich (Abb. 29.1a) aus einem Mittelwert F_{yi0} und den Abweichungen um diesen Mittelwert ΔF_{yi} zusammen.

$$F_{yi} = F_{yi0} + \Delta F_{yi} = F_{yi0} + \left. \frac{\partial F_{yi}}{\partial \alpha_i} \right|_{\alpha_i=\alpha_{i0}} \cdot \Delta \alpha_i = F_{yi0} + \tilde{c}_{\alpha_i} \cdot \Delta \alpha_i. \quad (29.1)$$

Entsprechend gilt nach Abb. 29.1b für den Reifennachlauf

$$n_{Ri} = n_{Ri0} - \Delta n_{Ri} = n_{Ri0} - \left. \frac{\partial n_{Ri}}{\partial \alpha_i} \right|_{\alpha_i=\alpha_{i0}} \cdot \Delta \alpha_i = n_{Ri0} - \tilde{n}_{Ri} \cdot \Delta \alpha_i. \quad (29.2)$$

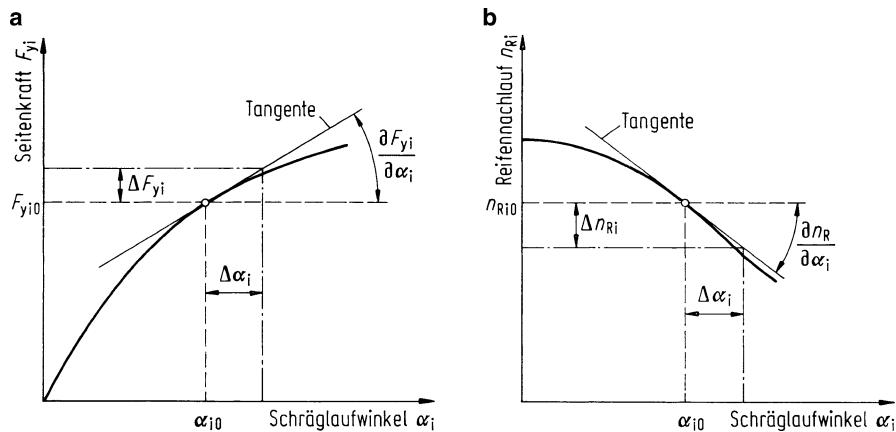


Abb. 29.1 Linearisierung bei kleinen Störungen

Die neuen Abkürzungen

$$\tilde{c}_{\alpha i} = \left. \frac{\partial F_{y i}}{\partial \alpha_i} \right|_{\alpha_i = \alpha_{i0}} \quad (29.3)$$

und

$$\tilde{n}_{R i} = \left. \frac{\partial n_{R i}}{\partial \alpha_i} \right|_{\alpha_i = \alpha_{i0}} \quad (29.4)$$

sind von α_{i0} und über die Seitenkraft $F_{y i0}$ von der Zentripetalbeschleunigung $v^2/\rho g$ abhängig.

In der linearen Theorie gab es einen engen Zusammenhang zwischen der Steuertendenz eines Fahrzeugs bei der Kreisfahrt mit konstanter Geschwindigkeit und der Stabilitätsgrenze (s. Abschn. 22.1). Mit den folgenden beiden Abschnitten wird gezeigt, dass der Zusammenhang auch im nichtlinearen Fall besteht.

29.2 Unter-/Übersteuern

Zusatzinformation

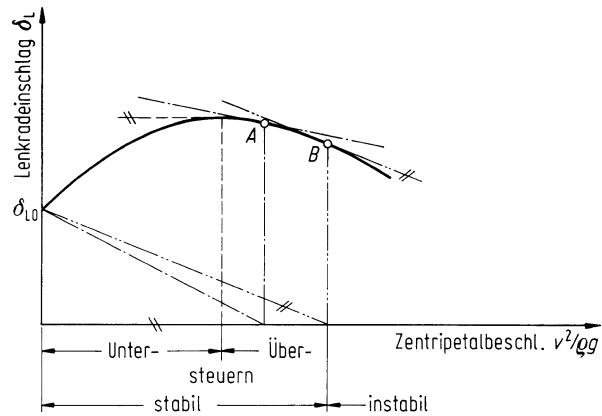
Die Definition des Unter-/Übersteuerns lautet mit dem Lenkwinkelgradienten nach (1a) in Tab. 21.4, und mit (21.27a)–(21.27c)

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\delta_L - \delta_{L0})}{\partial(v^2/\rho)} &> 0 & \text{für Untersteuern,} \\ \frac{\partial(\delta_L - \delta_{L0})}{\partial(v^2/\rho)} &< 0 & \text{für Übersteuern.} \end{aligned}$$

Nach (20.12), (21.17) in Tab. 21.2 und (21.20) ist

$$\delta_L - \delta_{L0} = i_L \left[\alpha_V - \alpha_H + \frac{1}{C_L} (F_{yV} n_K + F_{yV} n_R) \right].$$

Abb. 29.2 Lenkwinkel über Zentripetalbeschleunigung bei Berücksichtigung nichtlinearer Reifenkennlinien. Grenzen für Stabilität und Über-/Untersteuern



Die Änderung des Lenkradeinschlags mit der Zentripetalbeschleunigung ist dann

$$\begin{aligned} & \frac{\partial(\delta_L - \delta_{L0})}{\partial v^2/\rho} \\ &= i_L \left[\frac{\partial \alpha_V}{\partial F_{yV}} \frac{\partial F_{yV}}{\partial v^2/\rho} - \frac{\partial \alpha_H}{\partial F_{yH}} \frac{\partial F_{yH}}{\partial v^2/\rho} + \frac{1}{C_L} \left(\frac{\partial F_{yV}}{\partial v^2/\rho} n_K + n_R \frac{\partial F_{yV}}{\partial v^2/\rho} + F_{yV} \frac{\partial n_R}{\partial \alpha_V} \frac{\partial \alpha_V}{\partial F_{yV}} \frac{\partial F_{yV}}{\partial v^2/\rho} \right) \right]. \end{aligned}$$

Mit dem Einsetzen von (29.2) für n_R und dem Vernachlässigen von Gliedern zweiter Ordnung wird

$$\begin{aligned} & \frac{\partial(\delta_L - \delta_{L0})}{\partial v^2/\rho} \\ &= i_L \left\{ \frac{\partial F_{yV}}{\partial v^2/\rho} \left[\frac{\partial \alpha_V}{\partial F_{yV}} + \frac{1}{C_L} \left(n_K + n_{R0} - F_{yV} \tilde{n}_R \frac{\partial \alpha_V}{\partial F_{yV}} \right) \right] - \frac{\partial F_{yH}}{\partial v^2/\rho} \frac{\partial \alpha_H}{\partial F_{yH}} \right\}. \end{aligned}$$

Mit (28.8a), (28.9a) und (29.3) sowie einer Abkürzung entsprechend (20.28)

$$\frac{1}{\tilde{c}'_{\alpha V}} = \frac{1}{\tilde{c}_{\alpha V}} + \frac{1}{C_L} \left(n_K + n_{R0} - F_{yV0} \tilde{n}_R \frac{1}{\tilde{c}_{\alpha V}} \right) \quad (29.5)$$

wird

$$\frac{\partial(\delta_L - \delta_{L0})}{\partial v^2/\rho} = i_L \left(\frac{l_H}{l} m \frac{1}{\tilde{c}'_{\alpha V}} - \frac{l_V}{l} m \frac{1}{\tilde{c}_{\alpha H}} \right)$$

oder

$$\frac{\partial(\delta_L - \delta_{L0})}{\partial v^2/\rho} = i_L \frac{m}{\tilde{c}'_{\alpha V} \tilde{c}_{\alpha H} l} (\tilde{c}_{\alpha H} l_H - \tilde{c}'_{\alpha V} l_V) \quad (29.6)$$

Aus dem Vergleich der Gleichungen von (21.16) mit (29.6) erkennt man die Ähnlichkeit von linearem und nichtlinearem Fall. Beim Vergleich der entsprechenden Diagramme von Abb. 21.2 mit 29.2 gibt es die Ähnlichkeit nur bei kleinen Zentripetalbeschleunigungen, da steigt $\delta_L - \delta_{L0}$ über v^2/ρ linear an.

Bei größeren Seitenbeschleunigungen und damit größeren Seitenkräften (und unter Umständen gleichzeitig wirkenden Umfangskräften) wird nach Abb. 29.1a $\tilde{c}_{\alpha i} < c_{\alpha i}$ und nach b $\tilde{n}_R > 0$. Ob nun in Abb. 29.2 die Kurve degressiv, wie dort gezeigt, oder progressiv ansteigt, hängt von dem Klammerwert in (29.6) ab, d. h. davon, ob $\tilde{c}_{\alpha H}$ schneller kleiner wird als $\tilde{c}'_{\alpha V}$ oder nicht [PACE73].

Die Grenze vom Unter- zum Übersteuern liegt nach der Definition dann vor, wenn die Kurve $\delta_L - \delta_{L0} = f(v^2/\rho)$ eine horizontale Tangente hat, s. Abb. 21.7.

29.3 Stabilität

Zusatzinformation

Die homogenen Gleichungen für den linearisierten Fall erhält man, wenn man in (22.1) und (22.2) statt $\dot{\beta}, \beta, \dot{\psi}, \psi$ jetzt die Änderungen $\Delta\dot{\beta}, \Delta\beta, \Delta\dot{\psi}, \Delta\psi$ um den stationären Fall einsetzt und für $c'_{\alpha V}, c_{\alpha H}$ die Größen $\tilde{c}'_{\alpha V}, \tilde{c}_{\alpha H}$ nach (29.3) einführt:

$$mv\Delta\dot{\beta} + (\tilde{c}'_{\alpha V} + \tilde{c}_{\alpha H})\Delta\beta + [mv^2 - (\tilde{c}_{\alpha H}l_H - \tilde{c}'_{\alpha V}l_V)]\frac{\Delta\dot{\psi}}{v} = 0, \quad (29.7)$$

$$J_z\Delta\dot{\psi} + (\tilde{c}'_{\alpha V}l_V^2 + \tilde{c}_{\alpha H}l_H^2)\frac{\Delta\dot{\psi}}{v} - (\tilde{c}_{\alpha H}l_H - \tilde{c}'_{\alpha V}l_V)\Delta\beta = 0. \quad (29.8)$$

Das Fahrzeug ist stabil, wenn entsprechend (22.6) bei Vernachlässigung des Seitenwindeinflusses

$$\tilde{v}_f^2 = \frac{\tilde{c}'_{\alpha V}\tilde{c}_{\alpha H}l^2 + mv^2(\tilde{c}_{\alpha H}l_H - \tilde{c}'_{\alpha V}l_V)}{J_zmv^2} > 0 \quad (29.9)$$

ist. Die Stabilitätsgrenze ist erreicht, wenn $\tilde{v}_f^2 = 0$ bzw.

$$\tilde{c}'_{\alpha V}\tilde{c}_{\alpha H}l^2 = -m(\tilde{c}_{\alpha H}l_H - \tilde{c}'_{\alpha V}l_V)v^2$$

oder

$$\frac{l}{v^2} = -\frac{m}{\tilde{c}'_{\alpha V}\tilde{c}_{\alpha H}l}(\tilde{c}_{\alpha H}l_H - \tilde{c}'_{\alpha V}l_V)$$

ist. Mit (29.6) wird

$$\frac{l}{v^2} = -\frac{1}{i_L} \frac{\partial(\delta_L - \delta_{L0})}{\partial v^2/\rho}$$

bzw.

$$\frac{i_L l / \rho}{v^2 / \rho} = -\frac{\partial(\delta_L - \delta_{L0})}{\partial v^2 / \rho}. \quad (29.10)$$

Da nach (21.17) $i_L l / \rho$ gleich dem Lenkradeinschlag bei der Fahrgeschwindigkeit Null ist, $\delta_L(v = 0) = \delta_{L0}$, wird aus (29.10)

$$\frac{\delta_{L0}}{v^2 / \rho} = -\frac{\partial(\delta_L - \delta_{L0})}{\partial v^2 / \rho} \quad (29.11)$$

Die Stabilitätsgrenze wird erreicht bzw. die Instabilität beginnt, wenn die Tangentenneigung negativ, also das Fahrzeug übersteuernd ist. Die zugehörige Zentripetalbeschleunigung für die Stabilitätsgrenze ergibt sich nach (29.11), wenn die beiden Steigungen $|\delta_{L0}/(v^2/\rho)|$ und $|\partial(\delta_L - \delta_{L0})/\partial(v^2/\rho)|$

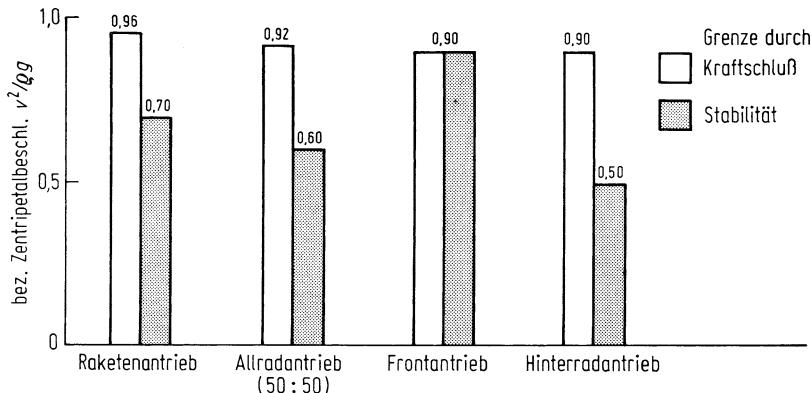


Abb. 29.3 Vergleich Kraftschluss- und Stabilitätsgrenze (entnommen aus Abb. 28.9 für $n_k = 25 \text{ mm}$ und $C_L = 15 \text{ kN m/rad}$)

gleich sind. Man erhält sie in Abb. 29.2 durch Probieren, z. B. für Punkt A – strichpunktiert gezeichnet – sind sie verschieden, für Punkt B – strichzweipunktiert – sind sie gleich.

Danach liegt die Stabilitätsgrenze bei einer höheren Zentripetalbeschleunigung als die Grenze zwischen Über-/Untersteuern. Bei kleinen δ_{L0} , also beim Befahren großer Räder, wird die Steigung $\delta_{L0}/(v^2/\rho)$ (untere strichpunktierte Gerade) flacher, im Grenzfall zu Null, sodass die beiden Grenzen für Stabilität und Über-/Untersteuern zusammenfallen. Man liegt also auf der sicheren Seite, wenn der Wechsel von Unter- und Übersteuern gleichzeitig als Stabilitätsgrenze angesehen wird.

29.4 Stabilitätsgrenzen für Fahrzeuge mit verschiedenen Antrieben

Zusatzinformation

Neben der in Kap. 28 behandelten Kraftschluss- und Leistungsgrenze wurde im vorangegangenen Abschn. 29.3 die Stabilitätsgrenze abgeleitet. Sie ist beim Befahren großer Räder gleich der Grenze zwischen Unter- und Übersteuern.

In diesem Abschnitt sollen die Kraftschluss- und die Stabilitätsgrenze für die Fahrzeuge mit verschiedenen Antriebsarten für die Fahrt auf trockener Straße verglichen werden. Die Grenzwerte (aus Abb. 28.4 entnommen) sind in Abb. 29.3 aufgetragen. Danach liegt bei den Fahrzeugen mit Allrad-, Hinterrad- und Raketenantrieb die Stabilitätsgrenze merklich niedriger als die Kraftschlussgrenze. Die Stabilitätsgrenze ist für den Normalfahrt die entscheidende, Renn- und Rallye-Fahrer können das instabile Fahrzeugverhalten stabilisieren. Bei Frontantrieb gibt es kaum Unterschiede in den zwei Grenzen.

Die Zahlenwerte in Abb. 29.3 und die Reihenfolge in den verschiedenen Antrieben sollten nicht verallgemeinert werden. Durch kleinere Lenkungssteifigkeiten C_L und größere konstruktive Nachläufe n_k , durch Verschiebung der Schwerpunktslage, durch andere Momentenverteilung beim Allradantrieb sowie durch richtige Auslegung bei der Radaufhängung, s. Kap. 31, lassen sich die Grenzen für Unter- und Übersteuern zu höheren Querbeschleunigungen verschieben oder sogar vermeiden.

Literatur

[PACE73] Pacejka, H.B.: Simplified Analysis of Steady-state Turning Behaviour of Motor Vehicles, Vehicle System Dynamics 2 (1973), S. 161–204

Nach der stationären Kreisfahrt auf konstantem Kreisradius ρ mit konstanter Fahrgeschwindigkeit v (Kap. 28) soll nun die instationäre Fahrt betrachtet werden. Es wird der schon in Abschn. 22.2.3 ff. diskutierte Fall der Lenkwinkelrampe behandelt, aber jetzt mit nichtlinearen Reifenkennlinien und damit bei höheren Zentripetalbeschleunigungen.

Neben der Lenkwinkelrampe (Abb. 22.13a und 30.2a) als Eingangsfunktion für das Fahrzeug muss noch eine zweite Größe festgelegt werden, durch die der Fahrgeschwindigkeitsverlauf charakterisiert wird. Das Prinzip wird anhand von Abb. 30.1 erläutert. Vor dem Lenkradeinschlag fährt das Fahrzeug z. B. mit v_1 geradeaus; Roll- und Luftwiderstand $F_R + F_{Lx}$ müssen überwunden werden, und dazu ist ein Motormoment entsprechend der Drosselklappenstellung von 10° notwendig. Nach dem Lenkradeinschlag fährt das Fahrzeug in einen Kreis, und hinzu kommt der Krümmungswiderstand F_K . Im Fall konstanter Drosselklappen- bzw. Gaspedalstellung erhöht sich das Motormoment bzw. die Umfangskraft an den Rädern um ΔF_{x1} , während sich die Fahrgeschwindigkeit um Δv_1 vermindert. Bei höheren Geschwindigkeiten, z. B. $v_2 > v_1$, werden die Unterschiede größer.

Im Folgenden werden, um von der Motorkennung unabhängig zu sein, zwei Sonderfälle behandelt:

- Fahrt mit *konstanter Fahrgeschwindigkeit*, wodurch sich die Umfangskraft bei der Fahrt in den Kreis um den Krümmungswiderstand vermehrt. Der Fahrer muss also Gas geben. Diese wirklichkeitsfremde Annahme wurde dennoch gewählt, weil dann die Ergebnisse relativ leicht mit den Ergebnissen aus der Kreisfahrt (mit $v^2/\rho = \text{const}$, d. h. bei $\rho = \text{const}$ ist auch $v = \text{const}$) nach Abschn. 28.2.2 erklärt werden können. (Vorstellbar ist dieser Fall für ein Fahrzeug mit Geschwindigkeitsregler $v = \text{const}$). Die Umfangskraftsteigerung ist wesentlich größer als bei konstanter Drosselklappenstellung, s. Abb. 30.1.
- Fahrt mit *konstanter Umfangskraft* (Fahrzeug mit Momentenregler $M_R = \text{const}$). Der Fahrer muss nach Abb. 30.1 Gas wegnehmen, der Geschwindigkeitsabfall ist größer als bei konstanter Drosselklappenstellung.

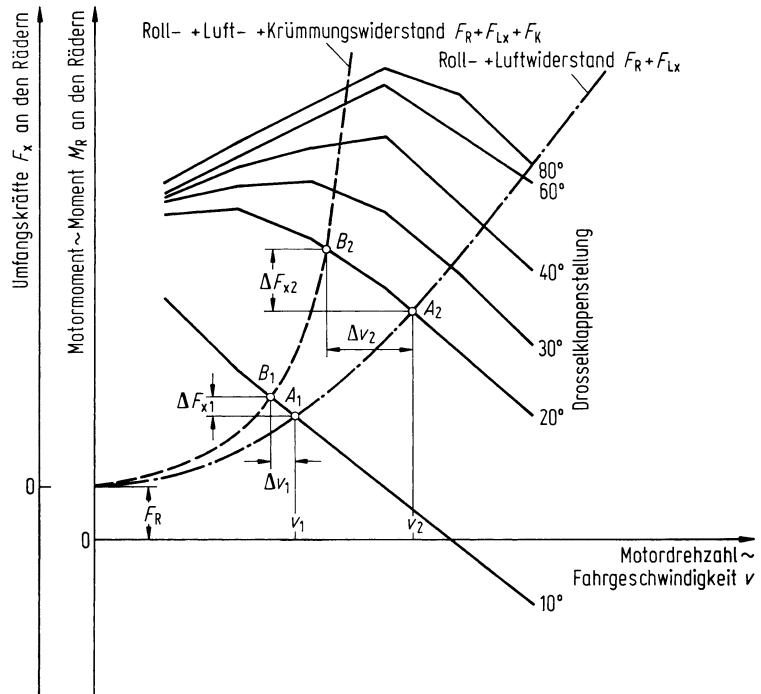


Abb. 30.1 Motorkennfeld mit den Widerständen: Bei konstanter Drosselklappenstellung erhöht sich die Umfangskraft um ΔF_x und die Geschwindigkeit vermindert sich um Δv

30.1 Konstante Fahrgeschwindigkeit auf trockener Straße

In diesem Abschnitt wird der o. g. Fall a) behandelt. Es werden zwei Fahrzeuge mit Vorder- und Hinterradantrieb verglichen, sie fahren auf trockener Straße und es gelten die Reifenkennlinien nach Abb. 2.43. Die Ergebnisse zeigt Abb. 30.2.

Zunächst wird bei gleicher Lenkradwinkelrampe mit $\dot{\delta}_L = 200^\circ/s$ und gleichem Lenkwinkelendwert $\delta_L = 40^\circ$ für zwei Fahrgeschwindigkeiten 20 und 30 m/s das Fahrverhalten mit den beiden Antriebsarten diskutiert. Der Frontantrieb (Diagramme b bis g) ist bei allen Geschwindigkeiten stabil, in den Zeitschrieben wird immer ein Asymptotenwert erreicht. Bei gleichem δ_L wird die Krümmung $1/\rho$ (Diagramm d) mit wachsender Geschwindigkeit kleiner, d. h., das Fahrzeug fährt auf einen größeren Kreisradius ρ . Es zeigt ein untersteuerndes Verhalten, und die Zentripetalbeschleunigung v^2/ρ erreicht bei $v = 30 \text{ m/s}$ ungefähr 0,8 g. Die Diagramme b bis g zeigen auch, dass beim Frontantrieb der Asymptotenwert durch eine abklingende Schwingung erreicht wird, deren Amplitude mit wachsendem v größer wird (entspricht dem kleiner werdenden Dämpfungsmaß D_f in der linearen Theorie, Abb. 22.2b). Der Schräglaufwinkel vorn, α_V , ist bei kleinen Zeiten merklich größer als α_H , weil durch den plötzlichen Lenkradeinschlag zuerst an den Vorderrädern Seitenkräf-

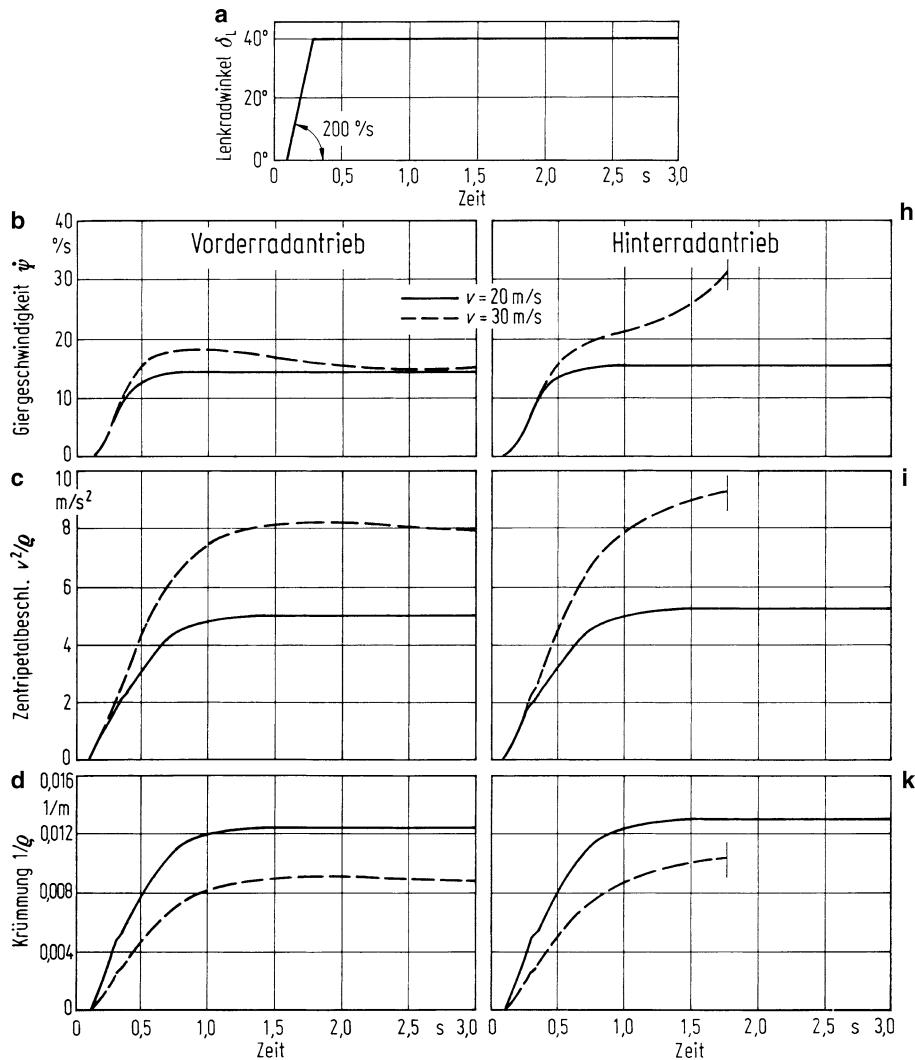


Abb. 30.2 Vergleich Vorder- und Hinterradantrieb bei Lenkwinkelrampe mit konstanter Fahrgeschwindigkeit auf trockener Straße. Fahrzeugdaten: $m = 1200 \text{ kg}$, $l_V/l = 0,5$, Schwerpunkthöhe = 0, $l = 2,5 \text{ m}$, $n_K = 25 \text{ mm}$, $C_L = 15 \text{ kN/rad}$, $i_L = 19$, $J_z = mi^2 = 1587 \text{ kg m}^2$ ($i/l = 0,46$), Reifen s. Abb. 2.43

te aufgebaut werden müssen. Auch bei größeren Zeiten ist $\alpha_V > \alpha_H$, weil vorn zusätzlich Umfangskräfte wirken.

Bei Hinterradantrieb (Abb. 30.2h bis n) ist das Fahrzeug bei $v = 30 \text{ m/s}$ instabil, der Schräglauwinkel hinten, α_H , erreicht den durch Abb. 2.43a gegebenen Grenzwert von 12° . Aufschlussreich ist der Giergeschwindigkeitsverlauf nach h: Bis etwa 0,5 s steigt die Gier-

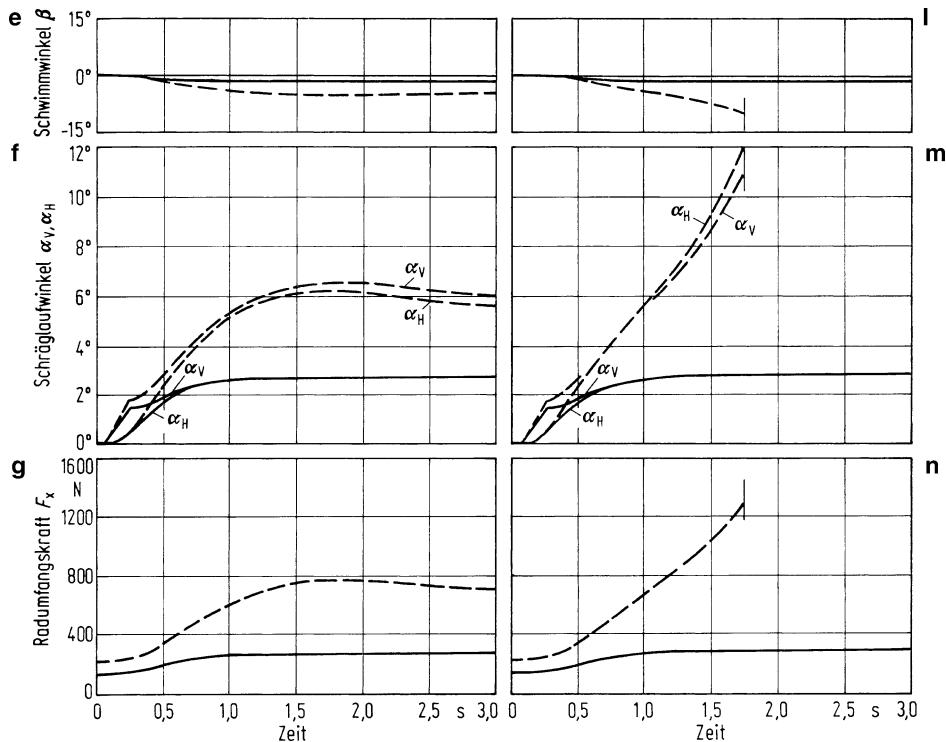


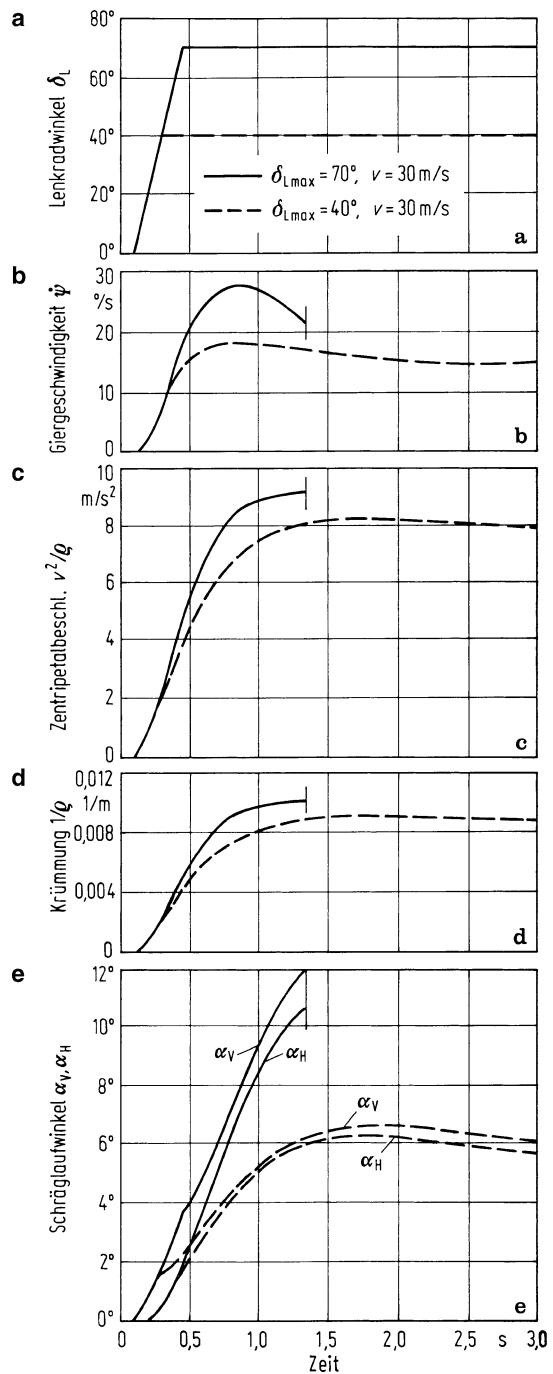
Abb. 30.2 Fortsetzung

winkelgeschwindigkeit ähnlich wie beim Frontantrieb und den linearen Systemen relativ steil an, zwischen 0,5 und 1,0 s nur noch wenig, danach dreht sich das Fahrzeug um die Hochachse wieder schneller, was sicherlich für viele Fahrer überraschend ist. Dabei wächst die Krümmung, d. h., der Krümmungsradius wird kleiner (übersteuerndes Verhalten), und die Zentripetalbeschleunigung steigt an. Im Gegensatz zum Frontantrieb tritt beim Hinterradantrieb – bei instabilen, aber auch bei stabilen Fällen – kein Schwingen auf. Dies liegt am übersteuernden Verhalten, denn nach Kap. 29 und Abschn. 22.2 ist die Lösung der charakteristischen Gleichung reell, d. h., die Bewegung setzt sich nur aus e-Funktionen zusammen.

Um auch das frontangetriebene Fahrzeug an oder über die Kraftschlussgrenze zu bringen, wurde bei $v = 30 \text{ m/s}$ der Lenkradeinschlag von 40° auf 70° vergrößert (Abb. 30.3). Nach Diagramm e steigen die Schräglauwinkel bei $\delta_L = 70^\circ$ über der Zeit schnell an, der vordere Schräglauwinkel α_V ist immer größer und erreicht bei $t \approx 1,3 \text{ s}$ den Grenzwert von 12° , d. h. die Vorderräder rutschen vorn schnell seitlich weg. Beim Hinterradantrieb hingegen rutschen, wie schon gesagt, die Hinterräder weg, aber erst nach über $1,7 \text{ s}$ (vgl. Abb. 30.2m).

Abb. 30.3 Vorderradantrieb:

Gegenüber Abb. 30.2a bis g wurde bei $v = 30 \text{ m/s}$ die Lenkwinkelrampe so erhöht, dass die Vorderräder seitlich wegrutschen



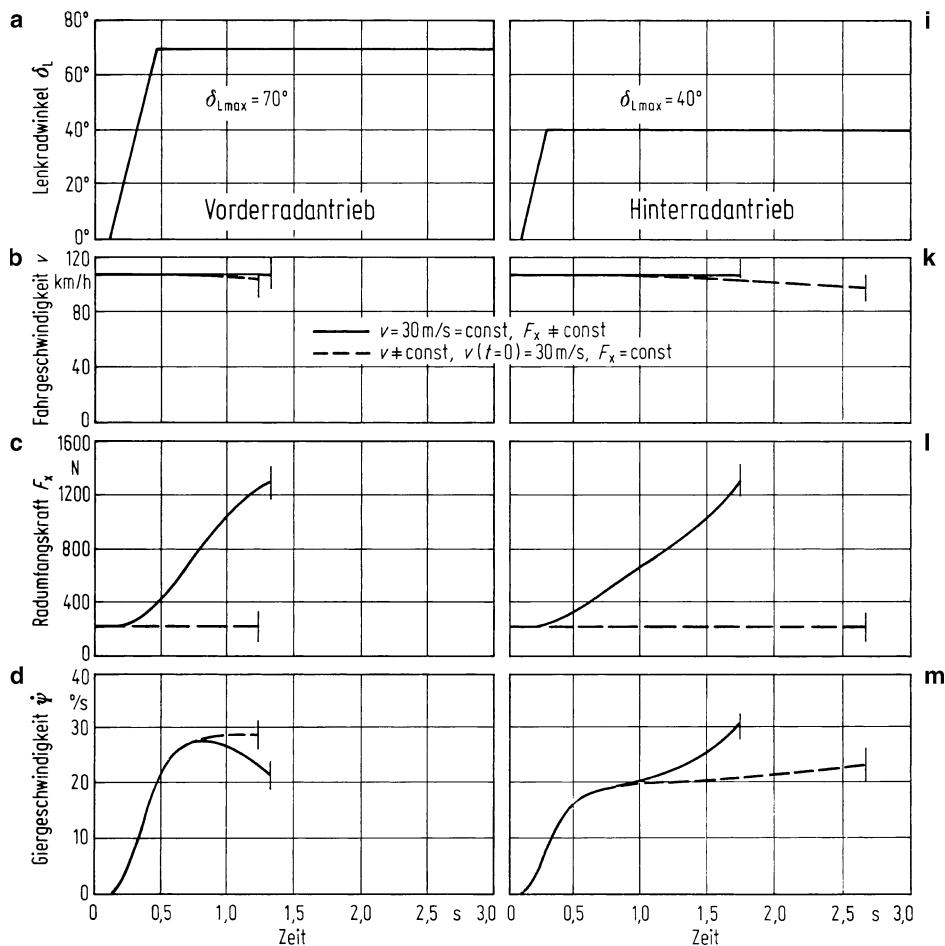


Abb. 30.4 Vergleich vom $v = \text{const}$ und $F_x \neq \text{const}$ mit $F_x = \text{const}$ und $v \neq \text{const}$ für Vorder- und Hinterradantrieb auf trockener Straße. (Fahrzeugdaten s. Abb. 30.2)

30.2 Konstante Umfangskraft auf trockener Straße

Im Folgenden wird der zu Beginn dieses Kapitels genannte Fall b), Fahrt mit konstanter Umfangskraft, im Vergleich zu Fall a), Fahrt mit konstanter Fahrgeschwindigkeit, behandelt.

Das hinterradangetriebene Fahrzeug (Abb. 30.4i bis q) ist in beiden Fällen instabil; bei konstanter Umfangskraft und damit abnehmender Fahrgeschwindigkeit wird der Grenzwert des hinteren Schräglauwinkels von 12° später erreicht, und der Fahrer hat mehr Zeit zur Korrektur als bei konstanter Geschwindigkeit und steigender Umfangskraft. Beim Frontantrieb (Diagramm h) sind die Unterschiede gering.

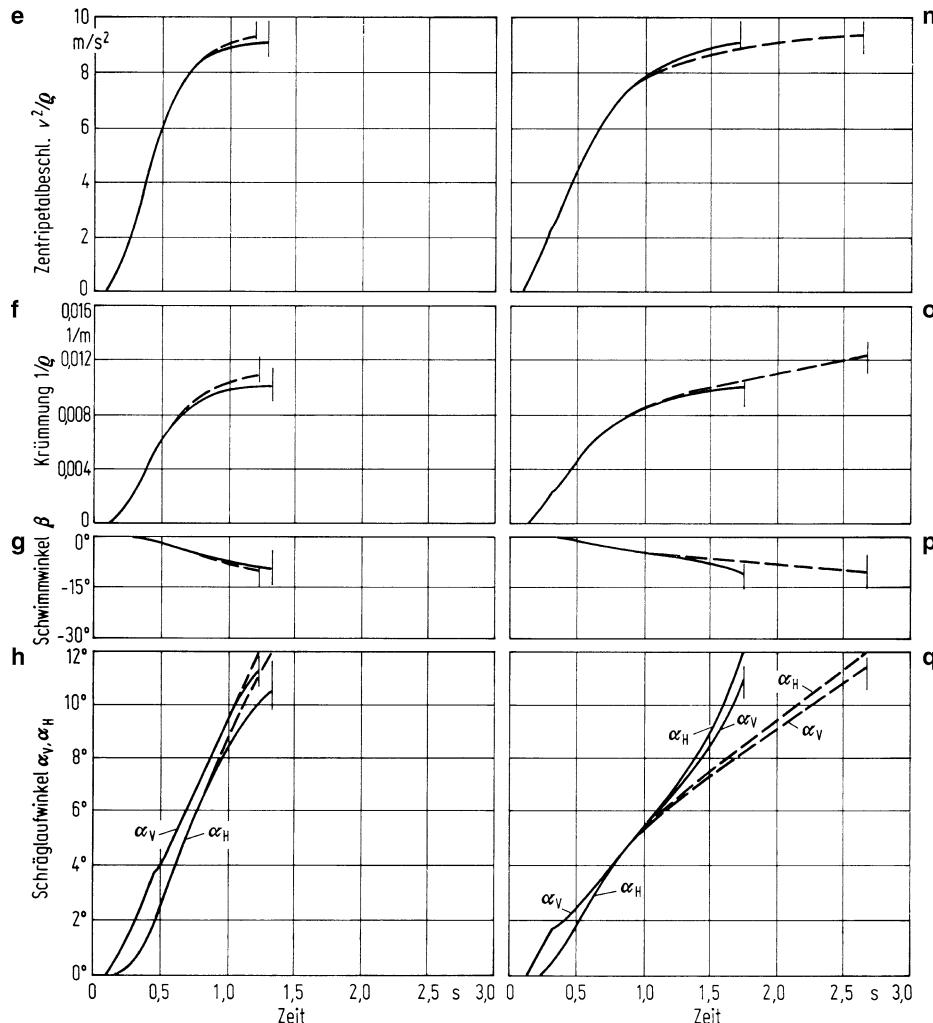


Abb. 30.4 Fortsetzung

Wenn man den maximalen Lenkradeinschlagwinkel $\delta_{L\max}$ jeweils bei Front- und Heckantrieb gegenüber a und i etwas verringert, dann werden folgende Fahrsituationen auftreten: Das hinterradangetriebene Fahrzeug wird bei konstanter Fahrgeschwindigkeit instabil werden, d. h. die Hinterräder rutschen seitlich weg, während bei konstanter Umfangskraft das Fahrzeug gerade noch stabil bleibt. Beim Frontantrieb rutschen die Vorderräder bei konstanter Umfangskraft seitlich weg, das Fahrzeug ist – nach Definition – zwar stabil, aber nicht lenkfähig, während es bei konstanter Fahrgeschwindigkeit nicht seitlich wegrutscht.

Danach verlangen die beiden Antriebsarten in der Nähe der Grenzbeschleunigung vom Fahrer verschiedenes Verhalten: Beim Heckantrieb darf der Fahrer nicht Gas geben, beim

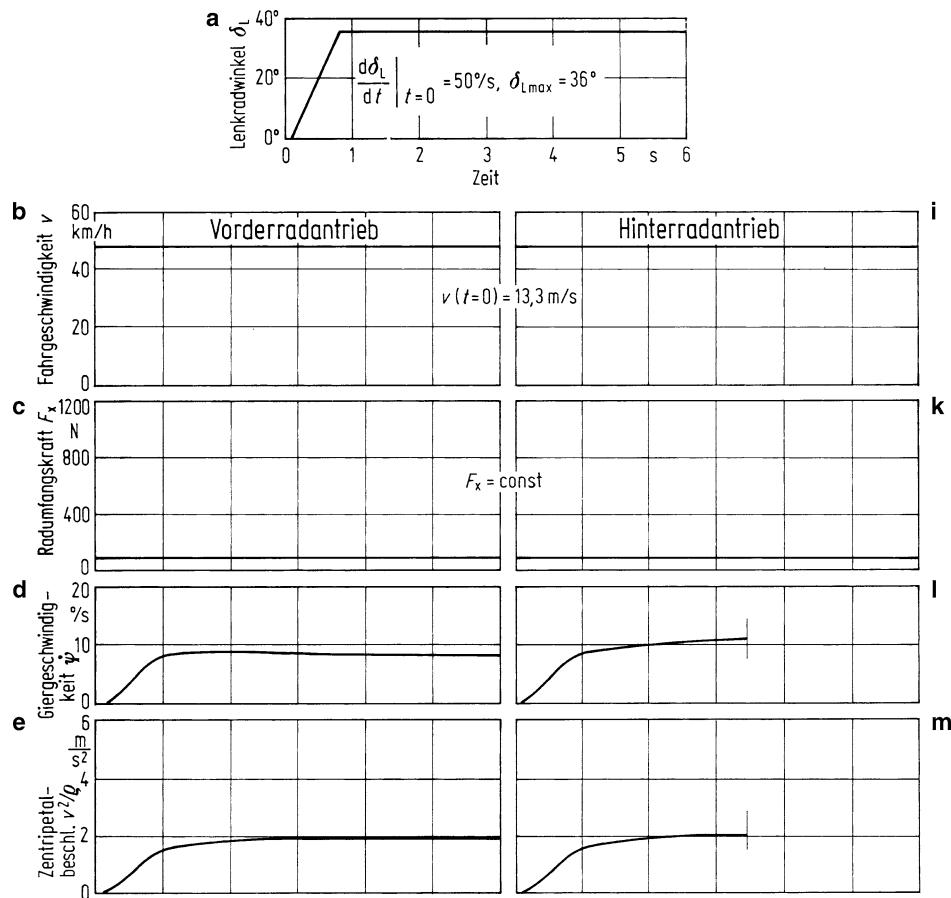


Abb. 30.5 Vergleich von Vorder- und Hinterradantrieb bei Lenkwinkelsprung auf vereister Fahrbahn, $F_x = \text{const}$, $v \neq \text{const}$. (Fahrzeugdaten s. Abb. 30.2, nur Reifen nach Abb. 28.13)

Frontantrieb hingegen wäre konstante Gaspedalstellung bzw. vorsichtiges Gasgeben empfehlenswert.

30.3 Fahrt auf vereister Fahrbahn

In Abb. 30.5 werden wieder Vorder- und Hinterradantrieb bei gleicher Lenkwinkel-Zeit-Funktion verglichen. Der Anstieg wurde, weil vorsichtigeres Agieren bei Fahrt auf Eis angezeigt ist, auf $50^\circ/\text{s}$ festgesetzt. Der Unterschied zwischen Fall a) ($v = \text{const}$) und Fall b) ($F_x = \text{const}$) ist auf Eis gering, weil hier nur niedrige maximale Querbeschleunigungen erreicht werden, und damit sind der Krümmungswiderstand und die notwendige zusätzliche Umfangskraft klein. Es wird deshalb nur Fall b) dargestellt. Man sieht, dass bei $F_x = \text{const}$ (Diagramme c und k) die Fahrgeschwindigkeit $v \approx \text{const}$ ist (b und i).

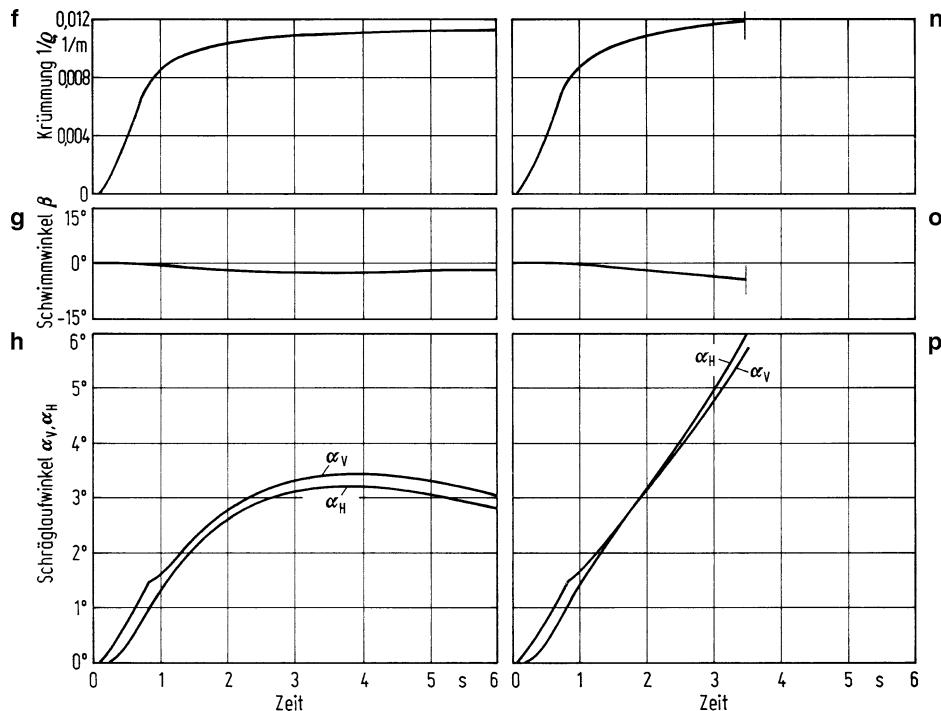


Abb. 30.5 Fortsetzung

Zwischen den verschiedenen Antrieben gibt es zunächst keine großen Unterschiede. Erst ab $t \approx 3,5$ s, also nach ungefähr 47 m Fahrstrecke, wird das Fahrzeug mit Hinterradantrieb instabil, die Hinterräder erreichen den für die Rechnung festgesetzten maximalen Schräglauwinkel $\alpha_H = 6^\circ$. Dies liegt hauptsächlich an dem für die Fahrgeschwindigkeit zu großen Lenkradeinschlag.

Der Wagen mit Frontantrieb erreicht nicht die Grenzbeschleunigung, hier wurde der Lenkradeinschlag zu klein gewählt. Die für den Frontantrieb auf der trockenen Straße typische Schwingung, z. B. bei der Gierwinkelgeschwindigkeit (vgl. Abb. 30.2b), ist hier nicht zu sehen.

30.4 Zusammenfassung von Kapitel 27–30

In Kap. 20 wurde das Einspurmodell (Schwerpunkt auf der Fahrbahn oder keine Radlaständerungen an kurvenäußerem und -inneren Rädern) behandelt, und das Reifenverhalten war linear, das heißt z. B., die Seitenkraft ist proportional dem Schräglauwinkel. Damit war die Gültigkeit der Ergebnisse auf Zentripetalbeschleunigung von 0,3 bis 0,4 g auf trockener Straße begrenzt. In den letzten Kapiteln wurde als Zwischenschritt zum Zweispurmodell

ebenfalls die Radlaständerung vernachlässigt, hingegen wurden die nichtlinearen Reifenkennlinien berücksichtigt. Dadurch war es möglich, das Fahrverhalten bis zur Kraftschluss- und Antriebsgrenze zu behandeln. Folgendes hat sich geändert:

- Der Krümmungs-(Kurven-)widerstand kam hinzu, der mindestens vom Quadrat der Zentripetalbeschleunigung v^2/ρ bzw. von der vierten Potenz der Fahrgeschwindigkeit v abhängt.
- Durch die Erhöhung des Gesamtwiderstands erhöhen sich bei größeren Querbeschleunigungen auch die Umfangskräfte an den Antriebsrädern wesentlich.
- Da Umfangskräfte bei konstanter Seitenkraft die Reifenschräglauftwinkel erhöhen, muss zwischen Vorder-, Hinter- und Allradantrieb unterschieden werden.
- Bei Vorderradantrieb wird der Untersteuergradient zur Kraftschlussgrenze hin verstärkt, beim Hinterradantrieb verkleinert bzw. er wechselt zum Übersteuern. Dies gilt für homogene Fahrbahnen, z. B. für Fahrt auf trockener Straße oder auf Eis.
- Auf nasser Fahrbahn, bei denen die Hinterräder von der Wasserverdrängung der Vorderräder profitieren, bleibt auch ein hinterradangetriebenes Fahrzeug bis zur Kurvengrenzbeschleunigung untersteuernd.
- Durch den nichtlinearen Rückstellmomenten-Schräglauftwinkel-Verlauf kann das vom Fahrer aufzubringende Lenkradmoment ab einem unter der Kurvengrenzbeschleunigung liegenden Wert wieder abnehmen. Er kann durch die Größe des konstruktiven Nachlaufs beeinflusst werden.
- Der durch den Kurvenwiderstand erhöhte Gesamtwiderstand kann bei mangelnder Antriebsleistung die Kurvengeschwindigkeit begrenzen (also nicht nur der Kraftschluss ist ein begrenzender Faktor).
- Die Berechnungen für dynamische Vorgänge (Lenkwinkelrampe) erläuterten das seitliche Wegrutschen der Vorderräder bei Frontantrieb und das der Hinterräder bei Hinterradantrieb. Außerdem unterscheiden sich die Antriebsarten bei Fahrten mit konstanter Fahrgeschwindigkeit und mit konstanter Umfangskraft.
Weiterhin wurden in Kap. 29
 - der Stabilitätsbegriff auf den nichtlinearen Bereich und
 - die Ergebnisse aus Kap. 20 durch Einführung einer Quasilinearisierung erweitert.

Im einführenden Kap. 20 lag der Fahrzeugschwerpunkt auf Straßenhöhe, und die Reifenkennlinien waren linear. In Kap. 27 war ebenfalls die Schwerpunkthöhe Null, aber die Reifenkennungen waren der Wirklichkeit entsprechend nichtlinear. Nun wird ab hier auch noch der Schwerpunkt auf die richtige Höhe angehoben und damit das komplette Fahrzeug betrachtet.

Gegenüber dem Vorhergehenden muss das System erweitert werden um

- die Änderung der Radlasten und der verschiedenen Seitenkräfte an den Rädern einer Achse,
- den Wankwinkel bei Kurvenfahrt.

Dadurch treten gleichzeitig über die Kinematik der Radaufhängungen Sekundäreffekte auf wie

- Radsturz bzw. Radsturzänderungen,
- zusätzliche vom Fahrer nicht verursachte Radeinschläge (Eigenlenken, Vorspuränderung usw.).

Prinzipiell die gleichen Sekundäreffekte können durch die elastischen Lenkerlagerungen der Radaufhängung auftreten, sodass man beide Effekte unter dem Begriff der *Kinematik-Elastokinematik* zusammenfasst.

In diesem Kapitel und den folgenden werden deshalb die Wirkungen weiterer, bisher noch nicht genannter Bauelemente wie Wankfederung, Wankdämpfung, Stabilisator, Kinematik der Radaufhängung und Radaufhängungselastizitäten abgeschätzt. Hinzu kommen Lenkung, einschließlich der Allradlenkung.

Es ist wie auch in den anderen Kapiteln nicht das alleinige Ziel, Ergebnisse zu zeigen, sondern deren Zustandekommen zu erklären. Um die Fülle der einzelnen Einflussgrößen verstehen zu lernen, wird zunächst wieder die stationäre Kreisfahrt, später die instationäre Fahrt behandelt.

In den folgenden Abschnitten werden zunächst die Auswirkungen der Radlaständerungen, dann die Größe des Aufbauwankens und der Einfluss der Radaufhängungen behandelt.

32.1 Einfluss von Radlaständerung, Schwerpunktshöhe und Spurweite

Liegt der Gesamtschwerpunkt SP des Fahrzeugs in der Höhe h über der Fahrbahn, dann bilden die Fliehkraft $mv^2/\rho = Gv^2/\rho g$ und die Reaktionskräfte an allen Rädern, die Achsseitenkräfte $F_{yV} + F_{yH}$, nach Abb. 32.1 ein Moment um die Längsachse von der Größe

$$M = G \frac{v^2}{\rho g} h = (F_{yV} + F_{yH})h. \quad (32.1)$$

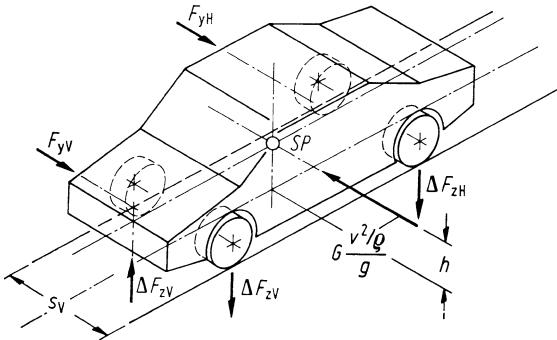
Dieses Moment wird über die Änderung der Vertikallasten an den Achsen aufgenommen, indem sich an der Vorderachse am kurvenäußersten Rad die Radlast um ΔF_{zV} erhöht und am kurveninneren Rad um den gleichen Betrag ΔF_{zV} vermindert. Entsprechendes gilt für die Hinterachse. Das Reaktionsmoment lautet mit den Spurweiten an Vorder- und Hinterachse s_V und s_H

$$M = \Delta F_{zV}s_V + \Delta F_{zH}s_H. \quad (32.2)$$

Aus den beiden Gleichungen ergibt sich dann das Momentengleichgewicht um die Längsachse

$$\Delta F_{zV}s_V + \Delta F_{zH}s_H = G \frac{v^2}{\rho g} h. \quad (32.3)$$

Abb. 32.1 Achsseitenkräfte F_y und Radlaständerungen ΔF_z an Vorder- und Hinterachse als Reaktion auf die Fliehkraft $Gv^2/\rho g$



Zusatzinformation

Am einfachsten lässt sich die unterschiedliche Radlast am Dreiradfahrzeug feststellen, denn nach Abb. 32.2 kann das Moment aus der Fliehkraft nur von der Achse mit den zwei Rädern aufgenommen werden. Die Radlaständerung lautet dann einfach

$$\Delta F_z = \frac{h}{s} G v^2 / \rho g. \quad (32.4)$$

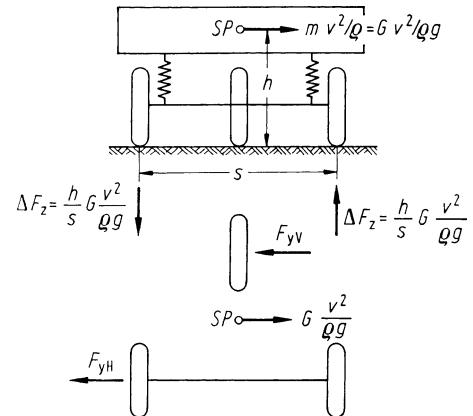
Beim vierrädrigen Kraftwagen, dem die größte Bedeutung zukommt, ist die Betrachtung nicht so einfach. Hier muss das Moment der Fliehkraft auf zwei Achsen verteilt werden. Das ist ein statisch unbestimmtes Problem, da mit (32.3) nur eine Bedingung für die zwei unbekannten Radlaständerungen ΔF_{zV} und ΔF_{zH} gegeben ist. Man muss sich, wie stets bei statisch unbestimmten Systemen, durch Berücksichtigung von Verformungen, d. h. elastischen Eigenschaften, zusätzliche Gleichungen verschaffen. In unserem Fall muss die Neigung des Aufbaus, der sich gegenüber den Rädern auf Federn abstützt, betrachtet werden.

Dies soll jedoch erst im Abschn. 32.4 geschehen, und so wird zunächst angenommen, die Werte für ΔF_{zV} und ΔF_{zH} seien bekannt. Dann ergeben sich die Vertikallasten an den einzelnen Rädern, ausgehend von den statischen Achslasten $F_{zV\text{stat}}$ und $F_{zH\text{stat}}$ und mit (28.9a) und (28.9b)

$$\begin{aligned} F_{zV\text{a}} &= \frac{1}{2} F_{zV\text{stat}} + \Delta F_{zV} = \frac{1}{2} G \frac{l_H}{l} + \Delta F_{zV}, \\ F_{zV\text{i}} &= \frac{1}{2} F_{zV\text{stat}} - \Delta F_{zV} = \frac{1}{2} G \frac{l_H}{l} - \Delta F_{zV}, \\ F_{zH\text{i}} &= \frac{1}{2} F_{zH\text{stat}} \pm \Delta F_{zH} = \frac{1}{2} G \frac{l_V}{l} \pm \Delta F_{zH}, \end{aligned} \quad (32.5)$$

wobei ΔF_{zV} und ΔF_{zH} nach (32.14) und (32.15) Funktionen der Zentripetalbeschleunigung v^2/ρ sind (die zusätzlichen Indizes a und i bedeuten kurvenäußeres und -inneres Rad).

Abb. 32.2 Seitenkräfte F_y und Radlaständerung ΔF_z an einem dreirädrigen Fahrzeug als Reaktion auf die Fliehkraft $Gv^2/\rho g$



Nach wie vor gelten bei Vernachlässigung des Seitenwindes die Gleichungen (28.8b) und (28.9b). Die Achsseitenkräfte setzen sich aus den Radseitenkräften zusammen,

$$\begin{aligned} F_{yV} &= F_{yVa} + F_{yVi} = G \frac{l_H}{l} \frac{v^2}{\rho g}, \\ F_{yH} &= F_{yHa} + F_{yHi} = G \frac{l_V}{l} \frac{v^2}{\rho g}. \end{aligned} \quad (32.6)$$

Die Radseitenkräfte F_{yVa}, F_{yVi}, \dots sind bekanntlich Funktionen der Schräglaufwinkel $\alpha_{Va}, \alpha_{Vi}, \dots$ an den einzelnen Rädern. Unter den Annahmen, dass die Räder einer Achse parallel eingeschlagen sind und dass der Radius ρ groß gegenüber den Spurweiten s_V und s_H ist, sind die Schräglaufwinkel an den Rädern einer Achse praktisch gleich

$$\alpha_{Vi} = \alpha_{Va}; \quad \alpha_{Hi} = \alpha_{Ha} \quad (32.7)$$

32.1.1 Seitenkräfte und Radlasten an einer Achse

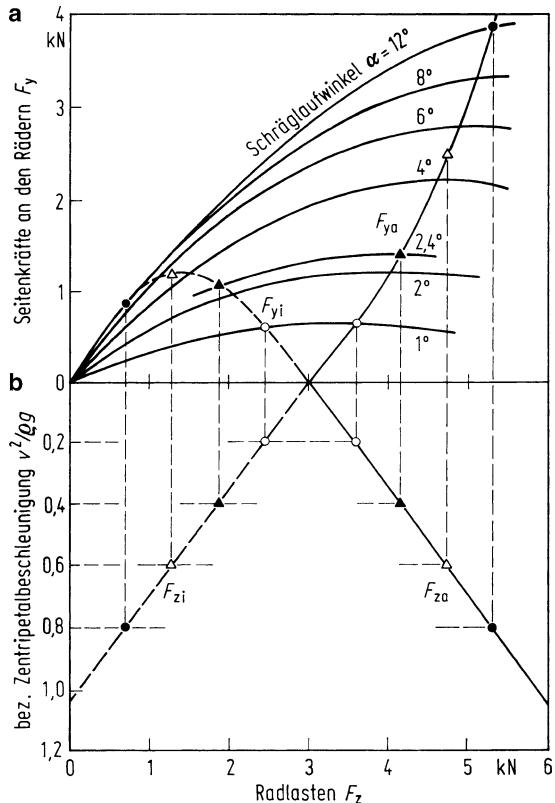
Ehe das gesamte Fahrzeug weiter betrachtet wird, sollen die Gleichungen auf eine Achse angewendet werden (im Augenblick gleichgültig, ob auf die Vorder- oder Hinterachse, deshalb wird auf die Indices V und H verzichtet).

Zusatzinformation

Folgende Zahlenwerte werden benutzt:

$$\begin{aligned} F_{za} &= 3000 + 2850 \frac{v^2}{\rho g} [\text{N}]; \quad F_{zi} = 3000 - 2850 \frac{v^2}{\rho g} [\text{N}]; \\ F_{ya} + F_{yi} &= 6000 \frac{v^2}{\rho g} [\text{N}]. \end{aligned}$$

Abb. 32.3 Zur Ermittlung der Seitenkräfte F_{ya} und F_{yi} am kurvenäußeren und -inneren Rad. **a** Seitenkraft-Radlast-Diagramm mit dem Schräglauwinkel als Parameter (aus [WEBE70]) (Umfangskraft = 0, Raketenantrieb); Bestimmung der Größen F_{ya} und F_{yi} s. Text. **b** Radlasten F_{za} und F_{zi} am kurvenäußeren und -inneren Rad in Abhängigkeit von der bez. Zentripetalbeschleunigung

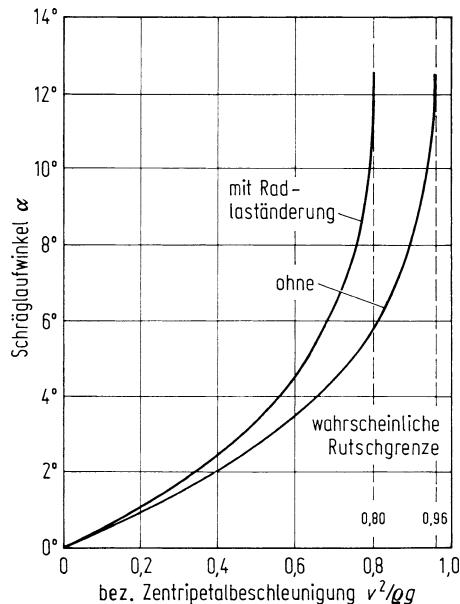


Der Einfluss der Umfangskraft auf die Reifenkennlinien wird vernachlässigt (Raketenantrieb).

Die Beträge der Seitenkräfte an den einzelnen Rädern können nur durch Probieren gefunden werden, und zwar unter Benutzung der Nebenbedingung (32.7) so, dass die Schräglauwinkel an den beiden Rädern einer Achse gleich groß sein sollen. Für z. B. $v^2/pg = 0,4$ ist $F_{za} = 4140$ N und $F_{zi} = 1860$ N, die Summe der Seitenkräfte ist $F_{ya} + F_{yi} = 2400$ N. Es wird mit der Schätzung $\alpha_a = \alpha_i = 2^\circ$ begonnen. Nach Abb. 32.3a ist dann $F_{yi} = 933$ N und $F_{ya} = 1233$ N, die Summe beträgt 2166 N, ist also um 234 N zu klein. Folglich muss der Schräglauwinkel größer als 2° sein. Durch weiteres Probieren wird der richtige Winkel – hier zu $2,4^\circ$ – bestimmt. Anschließend werden auf gleiche Weise die Seitenkräfte für andere v^2/pg -Werte ermittelt.

Dadurch entstehen im Seitenkraft-Radlast-Diagramm zwei Kurven, durch die für jedes Rad Seitenkraft und Radlast einander zugeordnet sind, s. Abb. 32.3a. Die Seitenkraft F_{yi} des kurveninneren Rades steigt zunächst mit wachsender Seitenbeschleunigung an (der Anstieg des Schräglauwinkels überwiegt die fallende Radlast F_{zi}), erreicht ein Maximum und fällt dann wieder ab (hier überwiegt der Radlasteinfluss). Bei der Radlast $F_{zi} = 0$ muss auch die Seitenkraft $F_{yi} = 0$ sein. Die Seitenkraft F_{ya} des kurvenäußeren Rades steigt dagegen progressiv an. Sie übernimmt bei höheren v^2/pg -Werten den weit überwiegenden Teil der auf die Achse entfallenden Seitenkraft.

Abb. 32.4 Einfluss der Radlaständerung an den Rädern einer Achse auf den Verlauf der Schräglaufwinkel in Abhängigkeit von der bez. Zentripetalbeschleunigung. Ohne Radlaständerung aus Abb. 28.2a mit $l_H/l = 0,5$, mit Radlaständerung aus Abb. 32.3



In Abb. 32.4 ist der Schräglaufwinkel über der bezogenen Zentripetalbeschleunigung aufgetragen, wobei gleichzeitig die Kurve aus Abb. 28.2a, bei deren Ermittlung keine Radlaständerung berücksichtigt wurde, mit eingezeichnet ist. Danach wird bei gleicher Zentripetalbeschleunigung der Schräglaufwinkel an den Reifen einer Achse mit Radlaständerung größer als ohne Radlaständerung. Dementsprechend liegt der Asymptotenwert, der die Rutschgrenze darstellt, unter Berücksichtigung der Radlaständerung bei niedrigeren $v^2/\rho g$ -Werten als ohne Radlaständerung.

32.1.2 Anwendung auf das Fahrzeug

Begonnen wird mit einem leicht zu übersehenden Fall: mittellastiges Fahrzeug ($l_H/l = 0,5$; gleiche statische Radlasten) mit gleichen Reifenkennlinien und gleichen Radlaständerungen an allen Rädern. Damit sind die Abb. 32.3 und 32.4 für Vorder- und Hinterachse zu übernehmen.

32.1.2.1 Maximale Zentripetalbeschleunigung

Nach Abb. 32.4 rutscht das Fahrzeug mit Radlaständerungen bei $v^2/\rho g = 0,80$ auf allen Rädern aus der Kurve, ohne Radlaständerungen bei 0,96. Das heißt, die Kurvengrenzgeschwindigkeiten verhalten sich wie $\sqrt{0,80/0,96} = 0,9$. Daraus ergibt sich die Folgerung:

Damit ein Kraftfahrzeug eine Kurve schnell befahren kann, müssen die Änderungen der vertikalen Radlast möglichst klein gehalten werden. Nach (32.3) bedeutet das, dass die

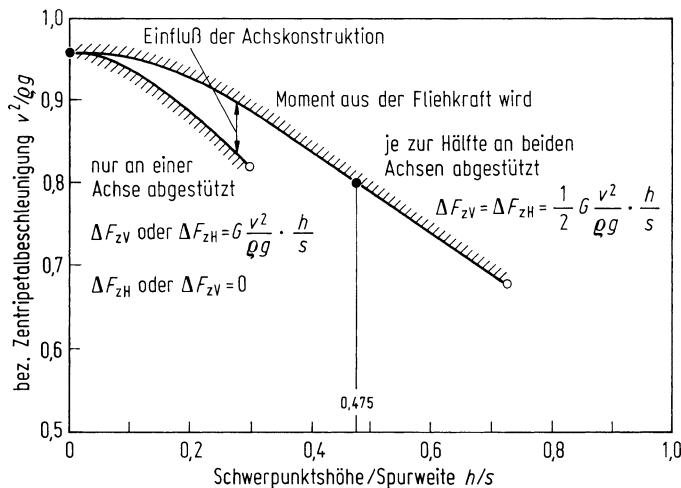


Abb. 32.5 Einfluß der Achskonstruktion auf die Kraftschlussgrenze, dargestellt als Abhängigkeit der bezogenen Zentripetalbeschleunigung von Schwerpunktshöhe und Spurweite. $m = 1200 \text{ kg}$, $l_V/l = 0,5$; \circ Radlast von einem der kurveninneren Räder ist Null, \bullet Werte aus Abb. 32.4

Schwerpunktshöhe h gegenüber den Spurweiten s_V und s_H klein sein muss. Bei Renn- und Sportfahrzeugen ist das konsequent verwirklicht, sie haben eine niedrige Schwerpunktlage und ein breites Fahrwerk.

In Abb. 32.5 ist die Grenzbeschleunigung über dem Verhältnis von Schwerpunktshöhe h zu Spurweite s aufgetragen. Im Augenblick interessiert nur die obere Kurve, für die das Moment der Fliehkraft je zur Hälfte von Vorder- und Hinterachse abgestützt wird. Danach wird die Kraftschlussgrenze stark erniedrigt, wenn h/s zunimmt.

32.1.2.2 Unter-/Übersteuern

Bei dem mittellastigen Fahrzeug mit den o. g. Zusatzbedingungen ist $\alpha_V = \alpha_H$, die Steuertendenz ändert sich durch die Radlaständerungen an den kurvenäußerer und -inneren Rädern nicht. Das Fahrzeug bleibt untersteuernd und zwar allein auf Grund der Lenkelastizität und des Gesamtnachlaufes, s. Abb. 21.11b und d linke Spalte.

32.1.2.3 Schwimmwinkel, Lenkradeinschlag, Lenkradmoment

Nach (28.7) beträgt der Schwimmwinkel

$$\beta = \frac{l_H}{\rho} - \alpha_H$$

Da nach Abb. 32.4 der Schräglauftwinkel mit der Radlaständerung größer ist als ohne, verändert sich auch der Schwimmwinkel stärker (Abb. 32.6a). Da kleine Schwimmwinkel und nach der obigen Gleichung kleine Schräglauftwinkel hinten erstrebenswert sind, sollten an der Hinterachse die Radlaständerungen klein sein.

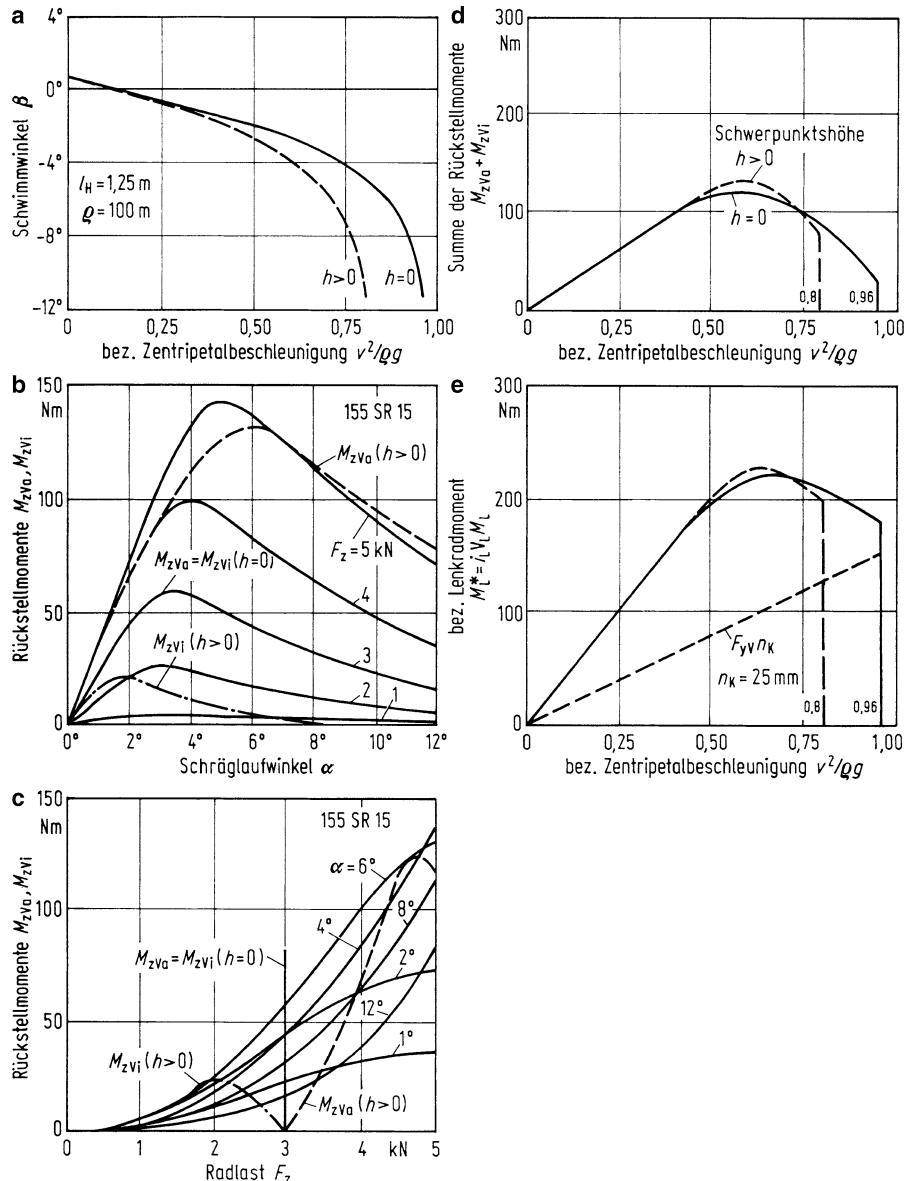


Abb. 32.6 Vergleich von Schwimmwinkel β (a) und bez. Lenkradmoment M_L^* (e) für Fahrzeuge mit Schwerpunktshöhe $h > 0$ (d. h. mit Radlaständerung an einer Achse) und $h = 0$ (keine Radlaständerung)

Der bezogene Lenkradeinschlag δ_L^* ergibt sich nach (28.4) bis (28.6) zu

$$\delta_L^* = \delta_V + \frac{M_L^*}{C_L} = \frac{1}{\rho} + (\alpha_V - \alpha_H) + \frac{1}{C_L} (F_{yV} n_K + M_{zVa} + M_{zVi}) \quad (32.8)$$

wobei jetzt für das gesamte Rückstellmoment M_{zV} die Summe aus den einzelnen Rückstellmomenten des kurvenäußersten M_{zVa} und -inneren M_{zVi} Vorderrades gesetzt werden muss. Da wegen der Mittellastigkeit des Beispieldfahrzeugs und den weiteren Annahmen $\alpha_V = \alpha_H$ ist, braucht nur der Einfluss der Radlaständerungen auf die letzte Klammer betrachtet zu werden.

In den Diagrammen, Abb. 32.6b und c, Reifenrückstellmoment als Funktion von Radlast und Schräglaufwinkel (ausgezogene Linien), sind M_{zVa} (gestrichelt) und M_{zVi} (strichpunktiert) eingetragen. M_{zVa} am kurvenäußersten Rad ist wesentlich größer als M_{zVi} am kurveninneren, ähnlich wie bei den Seitenkräften nach Abb. 32.3a. Die Summe $M_{zVa} + M_{zVi}$, s. Abb. 32.6d verändert sich durch die Radlaständerung ($h > 0$) kaum; das gleiche gilt für das bez. Lenkradmoment in Diagramm e und schließlich nach (32.8) auch für den bez. Lenkradwinkel δ_L^* .

32.1.2.4 Unterschiedliche Radlaständerungen an Vorder- und Hinterachse

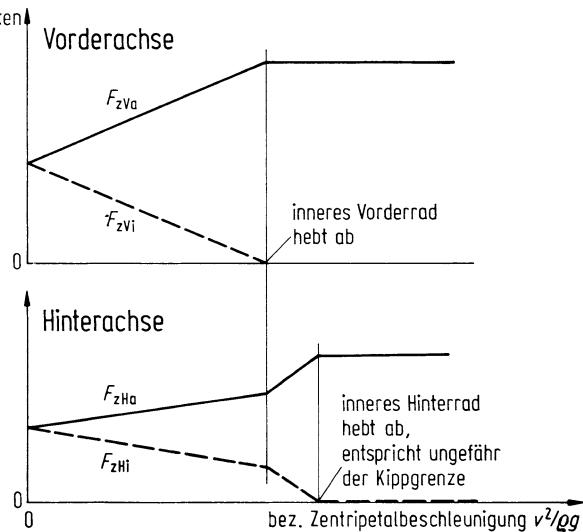
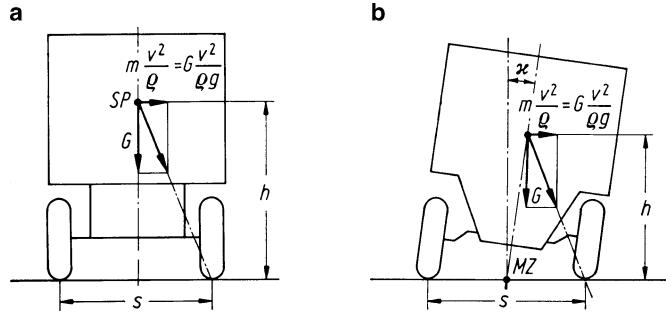
Bei dem o. g. Beispiel übernahm jede Achse hälftig das Gesamtmoment $Gv^2/\rho g \cdot h$. Übernimmt hingegen eine Achse einen größeren Anteil, so treten an dieser Achse die größeren Radlaständerungen ΔF_z auf, demzufolge auch die größeren Schräglaufwinkel. Diese Achse rutscht zuerst seitlich weg, die Kurvengrenzbeschleunigung des gesamten Fahrzeugs sinkt auf kleinere $v^2/\rho g$ -Werte herab. In Abb. 32.5, untere Linie, ist diese Grenze für den Extremfall mit eingezeichnet, dass nämlich nur eine Achse das gesamte Moment aus der Fliehkraft aufnimmt (wie beim Dreiradfahrzeug nach Abb. 32.3).

Neben der Veränderung der Kraftschlussgrenze wirkt sich das auch auf das übrige Fahrverhalten aus. Ist z. B. die Radlaständerung an der Vorderachse größer als an der Hinterachse, so wird beim mittellastigen Fahrzeug $\alpha_V > \alpha_H$, d. h., das Fahrzeug bekommt eine (stärkere) Untersteuertendenz, und der Schwimmwinkel wird kleiner.

Mit der Verteilung der Radlaständerungen auf Vorder- und Hinterachse hat man neben den Einflüssen von Schwerpunktslage, Reifen, Lenkung (s. Kap. 20), Vorder-, Hinter-, Allradantrieb (s. Kap. 28) ein weiteres konstruktives Mittel, um das Fahrverhalten zu beeinflussen (leider auf Kosten der Kurvengrenzbeschleunigung).

32.1.3 Kippgrenze

Neben der bisher erwähnten Kraftschlussgrenze, bei deren Überschreiten das Fahrzeug seitlich wegrutscht, tritt nun eine weitere Fahrgrenze deutlich in Erscheinung, die sog. *Kippgrenze*, bei deren Überschreiten das Fahrzeug umkippt. Formelmäßig kann man sich

Abb. 32.7 Zur Erklärung des Kippbeginns**Abb. 32.8** Vergleich der Kippgrenze eines ungefederten (a) und gefederten (b) Fahrzeugs

das mithilfe von (32.3) klarmachen.

$$\Delta F_{zV} s_V + \Delta F_{zH} s_H = G \frac{v^2}{\rho g} h.$$

Hebt z. B. das kurveninnere Vorderrad zuerst ab, so ist ΔF_{zV} größer als die statische Radlast $1/2 F_{zV \text{ stat}}$. Die Vorderachse kann ihren Anteil des Momentes $Gv^2/\rho g \cdot h$ nicht mehr aufbringen (Abb. 32.7), sodass die Hinterachse eine weitere Erhöhung übernehmen muss

$$\Delta F_{zH} s_H = G \frac{v^2}{\rho g} h - \frac{1}{2} F_{zV \text{ stat}} s_V$$

Wird auch $\Delta F_{zH} = 1/2 F_{zH \text{ stat}}$, bevor das Fahrzeug seitlich wegrutscht, so kann das Moment der Fliehkraft $Gv^2/\rho g \cdot h$ überhaupt nicht mehr abgestützt werden, das Fahrzeug beginnt zu kippen. Abbildung 32.7 verdeutlicht diese Zusammenhänge als Funktion der bez. Zentripetalbeschleunigung. Bei Geradeausfahrt sind die Radlasten kurveninnen und kurvenaußen gleich groß (an den Achsen aber durchaus verschieden).

Zusatzinformation

Abbildung 32.8 zeigt am Beispiel eines ungefederten und eines gefederten Fahrzeugs, dass sie kippen, wenn die Resultierenden aus Gewicht G und Fliehkraft $Gv^2/\rho g$ durch die Radaufstandspunkte der äußeren Räder gehen [GAUS73, GAUS75, MILB82]. (In der Abbildung sind die Spurweiten vorn und hinten gleich. Bei ungleicher Spurweite (Extremfall Dreirad) ergibt sich die Kippkante aus der Verbindungsgeraden des vorderen und hinteren äußeren Rades, und damit ist der für das Kippen maßgebende Abstand kleiner als die größere Spurweite.)

Die Kippgrenze soll über der Rutschgrenze liegen, weil ein seitlich wegrutschendes Fahrzeug leichter abzufangen ist als ein Fahrzeug, das zu kippen beginnt. Bei Nutzfahrzeugen liegt die Kippgrenze häufig unter der Rutschgrenze. Verrutschende Ladung verschiebt den Gesamtschwerpunkt und reduziert so den Abstand des Schwerpunktes zur Kippkante.

32.2 Zusätzlicher Einfluss des Auftriebes

Die Radlasten am kurvenäußeren und -inneren Rad einer Fahrzeugachse werden durch die Fliehkraft verändert und wirken sich nach dem vorangegangenen Abschn. 32.1 besonders bei hohen Zentripetalbeschleunigungen v^2/ρ auf das Fahrverhalten aus. Die Größe der Radlasten wird aber auch durch den Auftrieb bestimmt, der vom Quadrat der Fahrgeschwindigkeit v^2 abhängig ist. Beide zusammen, Fliehkraft und Auftrieb, beeinflussen demnach das Fahrverhalten bei Fahrten mit großer Querbeschleunigung und hoher Fahrgeschwindigkeit. Dies wird in diesem Abschnitt gezeigt.

Die Auftriebskraft an Vorder- oder Hinterachse ist nach (3.14) und (3.15)

$$\frac{F_{LzV}}{N} = \frac{10}{16} c_{zV} \frac{A}{m^2} \frac{v^2}{(m/s)^2}, \quad \frac{F_{LzH}}{N} = \frac{10}{16} c_{zH} \frac{A}{m^2} \frac{v^2}{(m/s)^2} \quad (32.9)$$

mit den Auftriebsbeiwerten c_{zV} bzw. c_{zH} und der Anströmfläche A . (Die Luftdichte ρ wurde – wegen der Verwechslungsgefahr mit dem Kurvenradius ρ – gleich als Zahlenwert eingesetzt.) Damit lautet z. B. die Vorderachsbelastung nach (20.5)

$$F_{zV} = G \frac{l_H}{l} - F_{LzV}$$

und z. B. die Radlast des vorderen, kurvenäußeren Rades

$$F_{zVa} = \frac{1}{2} G \frac{l_H}{l} + \Delta F_{zV} - \frac{1}{2} F_{LzV} \quad (32.9a)$$

oder anders ausgedrückt

$$F_{zVa}(c_{zV} > 0) = F_{zVa}(c_z = 0) - \frac{1}{2} F_{LzV} \quad (32.9b)$$

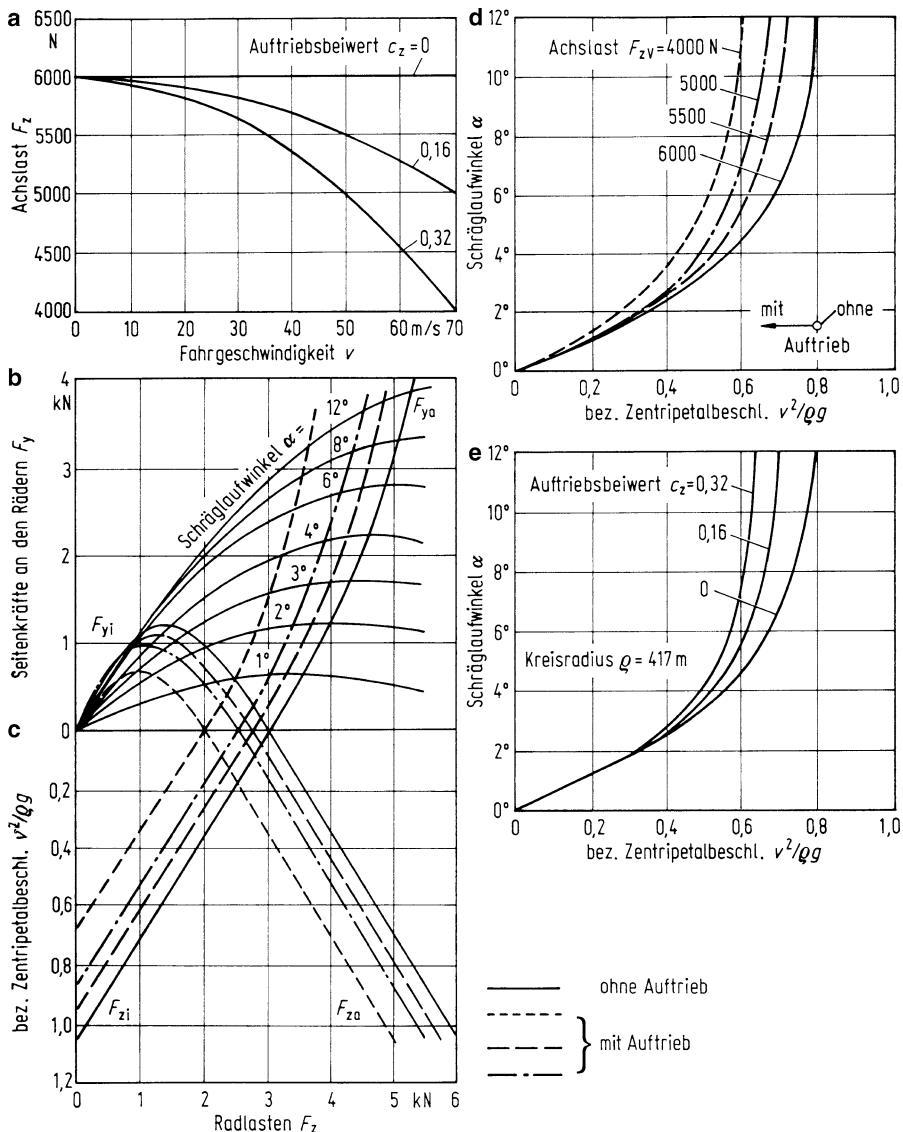


Abb. 32.9 Einfluss des Auftriebs auf das Fahrverhalten bei Kreisfahrt. **a** Einfluss des Auftriebs auf die Achslast; **b** Seitenkräfte F_y am kurveninneren Rad, F_y am kurvenäußerem für verschiedene Auftriebe; **c** entsprechend für die Radlasten (vgl. Abb. 32.3); **d** Einfluss verschiedener statischer Achslasten auf Schräglauwinkel und Zentripetalbeschleunigung (vgl. Abb. 32.4); **e** Schräglauwinkel als Funktion der Zentripetalbeschleunigung für verschiedene Auftriebsbeiwerte

Abb. 32.10 Lenkradwinkel- und Schwimmwinkelverlauf über der Zentripetalbeschleunigung bei verschiedenen Auf- und Abtriebsbeiwerten ([FLEG87])

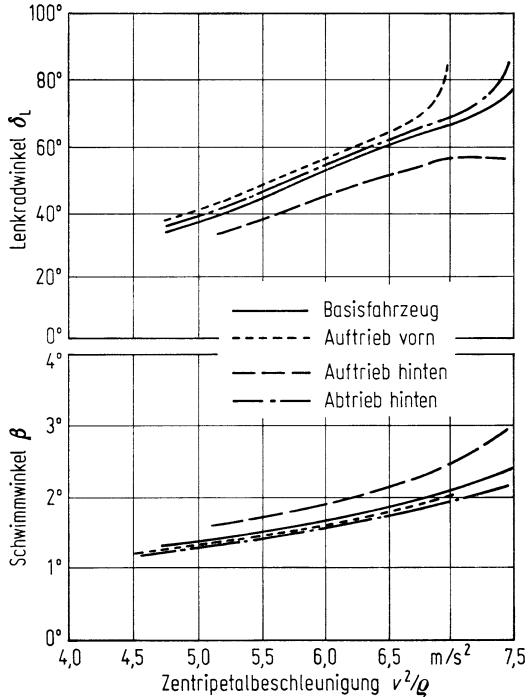


Abbildung 32.9a zeigt die Verminderung der Achslast F_z (im Augenblick unerheblich, ob an Vorder- oder Hinterachse) bei verschiedenen Auftriebsbeiwerten. Nach Diagramm c verringert sich durch den Auftrieb die statische Radlast von 3,0 auf 2,75 bis 2,0 kN, und zusätzlich verkleinert sich – wie aus Abb. 32.3b bekannt – durch die Fliehkraft $Gv^2/\rho g$ die kurveninnere Radlast, wohingegen sich die kurvenäußere vergrößert. Die Verläufe der Radseitenkräfte sind aus Diagramm b zu entnehmen. Nach d und e werden mit Auftrieb die Schräglauwinkel größer und die Kurvengrenzbeschleunigung kleiner.

Angewendet auf das bisher diskutierte mittellastige Fahrzeug mit gleich großen Radlaständerungen durch die Fliehkraft an beiden Achsen bedeutet z. B. größerer Auftrieb an der Vorder- als an der Hinterachse ($c_{zV} > c_{zH}$) auch einen größeren Schräglauwinkel vorn als hinten, $\alpha_V > \alpha_H$. Das Fahrzeug wird stärker untersteuernd und die Vorderräder rutschen seitlich zuerst weg. Oder wirkt z. B. hinten ein Auftrieb und vorn keiner, dann ist $\alpha_V < \alpha_H$, und – je nach ursprünglicher Auslegung – ist das Fahrzeug nicht mehr so stark untersteuernd bis übersteuernd. Weitere Ergebnisse zeigt Abb. 32.10.

Zusammenfassend sei festgehalten, dass schon wegen der herabgesetzten Rutschgrenze der Auftrieb vermieden werden muss. Das ist durch zusätzlich installierte Spoiler möglich.

32.3 Momentanzentrum, Momentanachse

In Abschn. 32.1 wurde schon angedeutet, dass die Radlaständerungen über die Neigung des Aufbaus berechnet werden [EBER53, EBER51]. Dazu müssen die Begriffe Momentanzentrum und Momentanachse erklärt werden, die auch Rollzentrum und Rollachse (aus dem Englischen entlehnt) genannt werden.¹

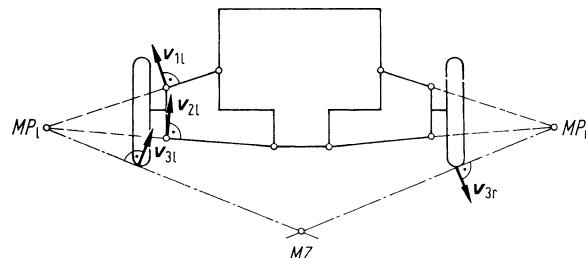
Dies soll am Beispiel einer Radaufhängung mit Doppelquerlenkern² (Abb. 32.11) gezeigt werden. Man kann jede Bewegung eines Körpers als Drehung um einen Punkt, den *Momentanpol* MP , auffassen. Wird bei diesem Beispiel in Abb. 32.11 der Fahrzeugaufbau festgehalten und das linke Rad etwas angehoben, so kann man die Radbewegung als Schwenkung um den Momentanpol MP_l auffassen. Dieser Momentanpol ergibt sich als Schnittpunkt der auf die Geschwindigkeitsvektoren v_{1l} und v_{2l} gerichteten Senkrechten (Verlängerung der Lenkerarme). Die Geschwindigkeit des Radaufstandspunkts v_{3l} steht senkrecht auf der Verbindungsgeraden MP_l zum Radaufstandspunkt.

Wird nun das rechte Rad geringfügig abgesenkt, so erhält man mit derselben Konstruktion die Geschwindigkeit v_{3r} des rechten Radaufstandspunkts. Dem Anheben des linken und dem Absenken des rechten Rades entspricht gedanklich eine Fahrbahnschwenkung im Uhrzeigersinn um das *Momentanzentrum* MZ , das sich als Schnittpunkt aus den verlängerten Verbindungsgeraden MP_l – linker Radaufstandspunkt und MP_r – rechter Radaufstandspunkt ergibt.

Anstatt in Gedanken die Fahrbahn zu schwenken, kann man auch den Aufbau um den gleichen Winkel neigen, in beiden Fällen ist die relative Lage von Aufbau und Fahrbahn die gleiche. Es leuchtet also ein, dass sich das Wanken als momentane Drehung um das Momentanzentrum MZ vollzieht. In der Kraftfahrzeugtechnik nennt man MZ auch *Rollzentrum*.

Wenn diese Betrachtung für die Vorderachse gilt und somit das Momentanzentrum MZ_V an der Vorderachse gefunden wurde, so erhält man auf entsprechende Weise ein Momentanzentrum MZ_H an der Hinterachse (Abb. 32.12). Der Fahrzeugaufbau dreht sich also vorn um MZ_V und hinten um MZ_H . Der Aufbau muss sich demnach (wenn er starr

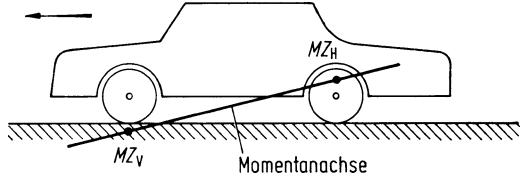
Abb. 32.11 Lage von Momentanpolen einer Radaufhängung mit Doppelquerlenkern.
 MP_l und MP_r sind die Momentanpole für die Bewegung des linken und rechten Rades; MZ ist der Pol für die Schwenkung des Aufbaus, sog. Momentanzentrum



¹ Das folgende wird von [OSSA67] als eine nützliche Näherungslösung beschrieben.

² Aus der Doppelquerlenkerachse lassen sich auch andere Einzelradaufhängungen ableiten.

Abb. 32.12 Lage der die Momentanzentren MZ_V und MZ_H an Vorder- und Hinterachse verbindenden Momentanachse, um die der Aufbau wankt



ist) um eine Achse drehen, die durch beide Momentanzentren verläuft. Diese Achse nennt man *Momentan-* oder *Rollachse*.

32.4 Berechnung der vertikalen Radlasten und des Wankwinkels (am Beispiel der Starrachse)

Nach Einführung der Momentanachse kann das statisch unbestimmte Problem des vierrädrigen Fahrzeugs behandelt werden. In Abb. 32.13a ist der Aufbau des Fahrzeugs durch ein dick ausgezogenes Stabwerk ersetzt, das in den Momentanzentren MZ_V und MZ_H gelagert ist und sich über die vorderen und hinteren Federn auf die Achsen abstützt. Die im Aufbauschwerpunkt SP_A angreifende Fliehkraft $m_A v^2 / \rho$ des Aufbaus mit der Masse m_A erzeugt um die Momentanachse ein Moment $m_A (v^2 / \rho) h'$. Da der Schwerpunkt SP_A durch die Drehung um die Momentanachse seitlich um $h' \sin \kappa$ ausgelenkt wird, entsteht noch ein weiteres Moment der Größe $G_A h' \sin \kappa \approx G_A h' \kappa$. Das Gesamtmoment ist dann

$$M = m_A \frac{v^2}{\rho} h' + G_A h' \kappa. \quad (32.10)$$

Die Fliehkraft wird entsprechend der Lage des Aufbauschwerpunkts auf die Momentanzentren verteilt, sodass nach Abb. 32.13b dort die Kräfte $m_A (v^2 / \rho) (l_{HA} / l)$ bzw. $m_A (v^2 / \rho) (l_{VA} / l)$ auftreten. l_{VA} und l_{HA} sind die Abstände von den Achsen zum *Aufbauschwerpunkt*.

Das Moment M wird durch die Fahrzeugfedern auf die Achsen übertragen. Mit dem Neigungswinkel des Fahrzeugaufbaus κ und den Wank- (oder Roll-)federsteifigkeiten an Vorder- und Hinterachse C_V und C_H , bei denen es sich physikalisch gesehen um Drehfederkonstanten handelt, ist

$$M = (C_V + C_H) \kappa. \quad (32.11)$$

Daraus errechnet sich der Wankwinkel mit (32.10) zu

$$\kappa = \frac{m_A (v^2 / \rho) h'}{C_V + C_H - G_A h'} = \frac{G_A h'}{C_V + C_H - G_A h'} \frac{v^2}{\rho g}. \quad (32.12)$$

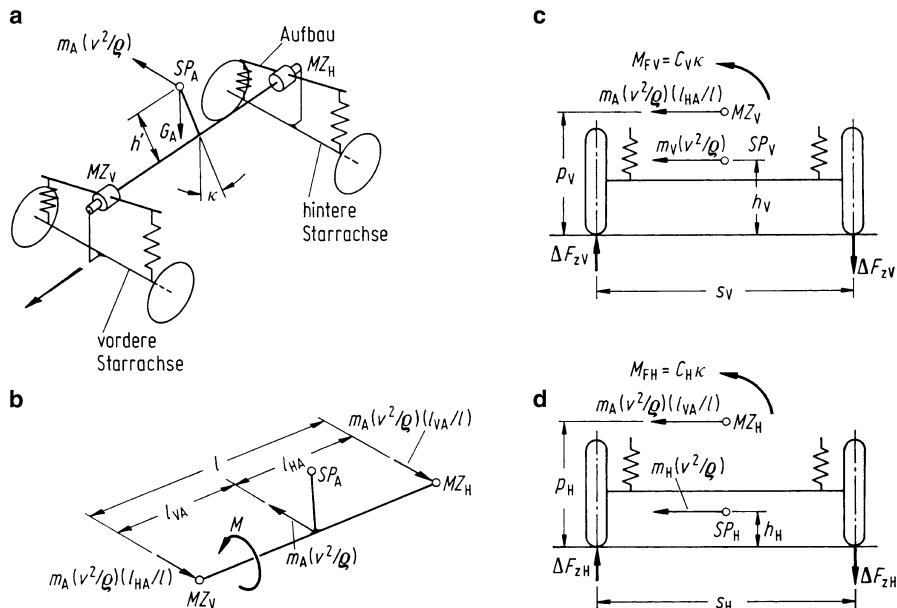


Abb. 32.13 Zur Berechnung der Radlastdifferenzen zwischen kurvenäußerem und -innerem Rädern an einem Zweiachsfahrzeug. **a** Gesamtfahrzeug mit der Fliehkraft $m_A v^2 / \rho$ am Aufbau; **b** Verteilung der Fliehkraft auf Vorder- und Hinterachse; **c** Kräfte und Momente an der Vorderachse; **d** Kräfte und Momente an der Hinterachse. (Gewichtskräfte und statische Radlasten wurden nicht eingezeichnet, mit Ausnahme des Aufbaugewichts G_A in Bildteil **a** um den Momentenanteil $G_A h' \kappa$ zu verdeutlichen)

Die Federmomente an den einzelnen Achsen lauten dann

$$\begin{aligned} M_{FV} &= C_V \kappa = \frac{C_V}{C_V + C_H - G_A h'} G_A h' \frac{v^2}{\rho g}; \\ M_{FH} &= C_H \kappa = \frac{C_H}{C_V + C_H - G_A h'} G_A h' \frac{v^2}{\rho g}. \end{aligned} \quad (32.13)$$

Nun zur Betrachtung der Radlaständerung an Vorder- und Hinterachsen (Abb. 32.13c und d): Das Moment der Radlastdifferenzen hält drei Momenten das Gleichgewicht. An der Vorderachse (Diagramm c) z. B. sind das die anteilige Fliehkraft des Aufbaus $m_A(v^2/\rho)(l_{HA}/l)$ mit dem Abstand Momentanzentrum MZ_V -Straße, genannt p_V , die Fliehkraft der Vorderachse $m_V v^2 / \rho$ mit dem Abstand Achsschwerpunkt SP_V -Straße, mit

h_V bezeichnet, und das Federmoment M_{FV}

$$\Delta F_{zV} s_V = m_A \frac{v^2}{\rho} \frac{l_{HA}}{l} p_V + M_{FV} + m_V \frac{v^2}{\rho} h_V,$$

$$\Delta F_{zH} s_H = m_A \frac{v^2}{\rho} \frac{l_{VA}}{l} p_H + M_{FH} + m_H \frac{v^2}{\rho} h_H.$$

Zusatzinformation

In Teil II wurden unter m_V und m_H nur die rotierenden Massen der Räder verstanden, hier zählen auch die nichtrotierenden dazu, wie die Achse selber, bei der Starrachse das daran hängende Achsgetriebe, ein Teil der Federn usw.

In Teil III wurden die Achsmassen mit m_1 bzw. m_{1V} oder m_{1H} bezeichnet. Bei der Starrachse ist die jetzige Bezeichnung $m_V = m_{1V}$ bzw. $m_H = m_{1H}$. Gegenüber den Fahrzeugschwingungen ist auch ein Unterschied zwischen den dortigen m_2 und den jetzigen m_A zu treffen, nämlich dann, wenn bei den Schwingungen die Eigenbeweglichkeit des Antriebsaggregates und der Insassen gegenüber dem „Aufbau“ berücksichtigt wird. Dann ist $m_A = m_2 + \text{Antriebsaggregatmasse} + \text{Masse der Insassen} + \dots$

Die Radlaständerungen gegenüber dem statischen Zustand ergeben sich, nachdem noch M_{FV} und M_{FH} nach (32.13) eingeführt wurden, zu

$$\Delta F_{zV} = G_A \frac{v^2}{\rho g} \left(\frac{l_{HA}}{l} \frac{p_V}{s_V} + \frac{C_V}{C_V + C_H - G_A h'} \frac{h'}{s_V} + \frac{G_V}{G_A} \frac{h_V}{s_V} \right), \quad (32.14)$$

$$\Delta F_{zH} = G_A \frac{v^2}{\rho g} \left(\frac{l_{VA}}{l} \frac{p_H}{s_H} + \frac{C_H}{C_V + C_H - G_A h'} \frac{h'}{s_H} + \frac{G_H}{G_A} \frac{h_H}{s_H} \right).$$

Die Radlaständerungen hängen bei gegebener bezogener Querbeschleunigung $v^2/\rho g$ von folgenden, teils konstruktiven Größen ab:

- Schwerpunktslage $l_{VA}/l, l_{VH}/l, h_V/s_V, h_H/s_H$,
- bezogene Höhe der Momentanzentren $p_V/s_V, p_H/s_H$,
- bezogene Schwerpunktshöhe über Momentanachse $h'/s_V, h'/s_H$,
- Verhältnis der Wankfederkonstante $C_V/(C_V + C_H - G_A h')$, $C_H/(C_V + C_H - G_A h')$.

Zusatzinformation

Ein Beispiel zeige die Anwendung: $m = m_A + m_V + m_H = 1200 \text{ kg}$ und $l_H/l = l_V/l = 1/2$ sind die schon bisher verwendeten Daten. Als neue kommen hinzu: Achsgewichte rund 10 % der Achslast, $G_V = G_H = 600 \text{ N}$ und damit $G_A = 10.800 \text{ N}$.

Da Vorder- und Hinterachse gleich schwer sind ist $l_{HA}/l = l_{VA}/l = 1/2$. Der Schwerpunkt der Achse ist ungefähr in Radmitte, also wird beim Reifen 155 SR 15 $h_V = h_H = 30 \text{ cm}$.

Die Momentanpole bei einer Starrachse mit Blattfedern liegen in Höhe der Federaugen, z. B. $p_V = p_H = 35 \text{ cm}$. Die Schwerpunktshöhe des Aufbaus über der Straße ist ungefähr 60 cm, also über der Momentanachse $h' = 25 \text{ cm}$. Die Federhärten an Vorder- und Hinterachse seien gleich, dann gilt bei dem hier gewählten relativ kleinen Abstand h' näherungsweise $C_V/(C_V + C_H - G_A h') \approx C_H/(C_V + C_H - G_A h') \approx 1/2$.

Daraus ergibt sich die Radlaständerung mit den Spurweiten $s_V = s_H = 120 \text{ cm}$

$$\Delta F_{zV} = \Delta F_{zH} = 10.800 \frac{v^2}{\rho g} \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{35}{120} + \frac{1}{2} \cdot \frac{25}{120} + \frac{600}{10.800} \cdot \frac{30}{120} \right) [\text{N}],$$

$$\Delta F_{zV} = \Delta F_{zH} = 10.800 \frac{v^2}{\rho g} (0,146 + 0,104 + 0,014) [\text{N}]$$

(Der Einfluss der an den Achsen angreifenden Fliehkräfte, also der letzte Summand in der Klammer, ist klein, er beträgt nur je $152v^2/\rho g$ [N].)

$$\Delta F_{zV} = \Delta F_{zH} = 2850 \frac{v^2}{\rho g} [\text{N}].$$

Die Radlasten sind somit

$$F_{zVa} = F_{zHa} = 3000 + 2850 \frac{v^2}{\rho g} [\text{N}], \quad F_{zVi} = F_{zHi} = 3000 - 2850 \frac{v^2}{\rho g} [\text{N}].$$

Mit diesen Gleichungen können nun – wie in Abschn. 32.1.1 schon vorweggenommen – die Schräglauftwinkel an Vorder- und Hinterachse berechnet werden.

Bei der „Aktiven Fahrwerksregelung“ nach Abschn. 13.13 gibt es zwischen Aufbau und Achsen keine Federn, sondern Hydraulikelemente nach Abb. 13.43c, die das Fliehkräftmoment abstützen müssen. Aus (32.13) wird mit den Hydraulik-Kräften F_{hydr} und den Spurweiten s_{hydr} der Elemente

$$M_{FV} = (F_{hydrVa} - F_{hydrVi})s_{hydrV} = \Delta F_{hydrV}s_{hydrV}, \quad (32.15)$$

$$M_{FH} = (F_{hydrHa} - F_{hydrHi})s_{hydrH} = \Delta F_{hydrH}s_{hydrH}.$$

Wird zudem noch die Wankbewegung kompensiert, $\kappa = 0$, so wird aus den Radlaständerungen nach (32.14) jetzt

$$\Delta F_{zV} = G_A \frac{v^2}{\rho g} \left(\frac{\Delta F_{hydrV}s_{hydrV}}{\Delta F_{hydrV}s_{hydrV} + \Delta F_{hydrH}s_{hydrH}} \frac{h'}{s_V} + \frac{G_V h_V}{G_A s_V} \right),$$

$$\Delta F_{zH} = G_A \frac{v^2}{\rho g} \left(\frac{\Delta F_{hydrH}s_{hydrH}}{\Delta F_{hydrV}s_{hydrV} + \Delta F_{hydrH}s_{hydrH}} \frac{h'}{s_H} + \frac{G_H h_H}{G_A s_H} \right) \quad (32.16)$$

Das Verhältnis der Momente an Vorder- und Hinterachse $\Delta F_{hydrV}s_{hydrV}/\Delta F_{hydrH}s_{hydrH}$ kann mit $\frac{v^2}{\rho g}$ geändert werden, um z. B. – wie im nächsten Abschnitt gezeigt – die Steuertendenz zu ändern.

32.5 Unterschiedliche Wankfederhärten an Vorder- und Hinterachse, Stabilisator

Nach Abb. 32.4 sind unterschiedliche Radlasten an einer Achse nachteilig, weil dadurch die Schräglauftwinkel vergrößert werden und damit die Rutschgrenze schon bei kleineren Zentripetalbeschleunigungen erreicht wird. Man kann aber – wie schon in Abschn. 32.1.2.4 angedeutet – die Radlastdifferenz an einer Achse auch bewusst dazu ausnutzen, um die

Steuertendenz eines Kraftfahrzeugs zu verändern. Übersteuert z. B. ein Fahrzeug durch seine Hecklastigkeit (s. Abschn. 21.4.5) oder ein mittellastiges Fahrzeug mit Hinterradantrieb bei höheren Zentripetalbeschleunigungen (s. Abschn. 28.2 und 28.3), weil in beiden Fällen die Schräglauwinkeldifferenz $\alpha_V - \alpha_H < 0$ ist, so kann man durch entsprechende Vergrößerung von α_V eine positive Differenz und damit ein untersteuerndes Fahrzeug erhalten. Dies ist nach dem oben Gesagten durch eine große Radlastdifferenz an der Vorderachse zu erreichen. Größere Radlastdifferenzen an der Vorderachse als an der Hinterachse bekommt man, wenn sich das Moment der Fliehkraft um die Momentanachse stärker an der Vorderachse abstützt. Dies wird durch den Einbau steiferer Federn an der Vorderachse erreicht, also wenn nach (32.13) bzw. (32.14) und (32.15) $C_V/(C_V + C_H - G_A h') > C_H/(C_V + C_H - G_A h')$ wird.

Härdere Federn ergeben aber – wie von den Vertikalschwingungen aus Teil III bekannt – größere Aufbaubeschleunigungen und damit einen schlechteren Fahrkomfort. Um dies einerseits zu vermeiden, aber andererseits die Steuertendenz zu korrigieren, verwendet man eine Feder, die nur auf Wankbewegungen anspricht. Meistens baut man *Torsionsstabilatoren* nach Abb. 15.13a ein. Ein Stabilisator erhöht an der Achse, an der er sich befindet, die Radlastdifferenz. Das von ihm aufgenommene Moment, das zu den in (32.13) aufgeführten Momenten M_{FV} oder M_{FH} addiert werden muss, beträgt nach Abb. 15.13b und nach (15.63) und (15.64)

$$M_{St} = \left(\frac{s}{a_{St}} \right)^2 C'_{St} \kappa = C_{St} \kappa. \quad (32.17)$$

Zusatzinformation

Ein Mittel zur Beeinflussung der Steuerungstendenz in entgegengesetzter Richtung liegt darin, die Wankfedersteifigkeit einer Achse *weicher* auszulegen als die Hubfedersteifigkeit. In dem obigen Beispiel der Übersteuertendenz müsste die Wankfedersteifigkeit der Hinterachse vermindert werden. Das erreicht man durch *Ausgleichfedern* oder *Labilisatoren* (Z-Stäbe) nach Abb. 32.14.

Die eben aufgeführten Zusatzfedern ändern nicht nur die Radlastdifferenzen und damit die Rutschgrenze, sondern nach (32.12) auch die Wankneigung κ . Diese wiederum ändert bei Einzelradaufhängung u. a. die Größe des Radsturzes, der nach Abschn. 32.9.4 die Fahreigenschaften beeinflusst.

Zusatzinformation

Neben den üblichen Stabilisatoren mit $C_{St} = \text{const}$ gibt es „aktive Stabilisatoren“ [KONI00], mit denen (über einen Schwenkmotor) C_{St} verändert werden kann. Damit lässt sich u. a. folgendes erreichen:

Bei einem hinterradangetriebenen Pkw ändert sich nach Abb. 28.9b ab einer bestimmten Querbeschleunigung v^2/ρ die Steuertendenz vom Untersteuern zum Übersteuern. Zur Vermeidung kann C_{St} mit v^2/ρ an der Vorderachse verstärkt oder an der Hinterachse reduziert werden.

Der Stabilisator verringert nach Abschn. 15.5 den Schwingungskomfort bei Wankanregung. Wenn man Geradeaus- und Kurvenfahrt unterscheiden kann, sollte bei Geradeausfahrt $C_{St} = 0$ sein.

32.6 Verschiedene Radaufhängungen

Die im Abschn. 32.4 gezeigte Berechnung der vertikalen Kräfte an den Rädern von Vorder- und Hinterachse setzt ein Fahrzeug mit zwei Starrachsen voraus. Sie ist damit auf die meisten Nutz- und Geländefahrzeuge anwendbar. Personenkraftwagen haben vorn immer und hinten meistens Einzelradaufhängungen. Auch dafür lassen sich die Berechnungen aus Abschn. 32.4 anwenden, allerdings mit einigen noch zu behandelnden Modifikationen.

Die Bestimmung der Höhen p_V, p_H der Momentanzentren MZ_V, MZ_H ist einfach bei ebenen Radaufhängungen, wie anhand von Abb. 32.11 gezeigt wurde. Für andere Konstruktionen hilft Tab. 32.1. Bei räumlichen Radaufhängungen, bei denen die Lenkerachsen windschief im Raum stehen, ist die Ermittlung schwieriger [EGHT78, MATS87, MATS98]. Aus einer gemessenen Spurweitenänderungskurve kann man die Höhe nach Abb. 32.15 entnehmen.

Weiterhin ist zu beachten, dass das Momentanzentrum in Abb. 32.11 zu Beginn der Wankbewegung, also bei der Querbeschleunigung Null, ermittelt wurde. Mit der Aufbauneigung, also mit höherer Querbeschleunigung, ändert sich die Lage des Momentanzentrums [MATS87, MATS98], s. Abb. 32.16.

Der Abstand h' des Aufbauschwerpunktes SP_A von der Momentanachse berechnet sich mit den p_V und p_H , der Höhe h_A des Schwerpunkts SP_A über der Fahrbahn und seinen Abständen zur Vorder- und Hinterachse l_{VA} und l_{HA} aus Abb. 32.17 zu

$$h' = h_A - \frac{p_V l_{HA} + p_H l_{VA}}{l}. \quad (32.18)$$

Der Zusammenhang zwischen Gesamt- und Einzelmassen sowie Gesamt- und Einzelschwerpunktlagen ist aus (8.15) bis (8.17) und Abb. 8.2 zu entnehmen.

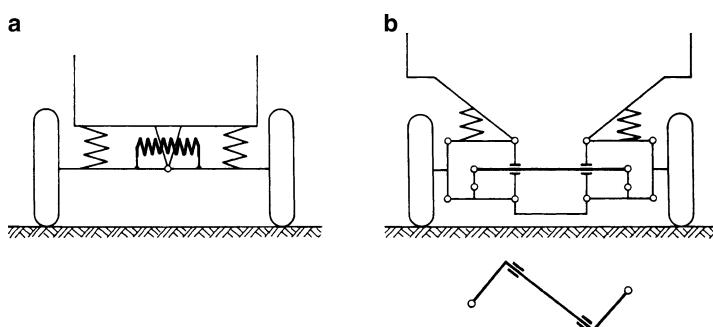


Abb. 32.14 Anordnung von Labilisatoren (Gegenteil von Stabilisatoren, *dick ausgezogen*). **a** Ausgleichsfeder an einer Pendelachse; **b** Z-Stab an einer Doppelquerlenkerachse

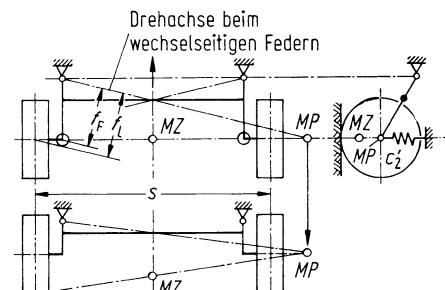
Tab. 32.1 Wankfederkonstanten und Lage der Momentanzentren für verschiedene Radaufhängungen

Radaufhängung	Höhe des Momentanzentrums MZ	Wankfederkonstante $C_j = M_{Fj}/\alpha =$
Doppelquerlenkerachse	aus Zeichnung Lage von MP entnehmen	
		$p = a \frac{s/2}{f_{SP}}$
		$2C_2' \left(\frac{s}{2}\right)^2 \left(\frac{f_F}{f_L}\right)^2 \left(\frac{f_{MP}}{f_{SP}}\right)^2$ $\approx 2C_2' \left(\frac{s}{2}\right)^2 \left(\frac{f_F}{f_L}\right)^2$
Mc Pherson-Achse		
		$2C_2' \left(\frac{s}{2}\right)^2 \left(\frac{f_{MP}}{f_{SP}}\right)^2$
Doppelkurbelachse		
		$2C_2' \left(\frac{s}{2}\right)^2 \left(\frac{f_F}{f_L}\right)^2$
Starrachse, an Blattfedern geführt	MZ liegt zwischen den Blattfederbefestigungen	$2C_2' \left(\frac{s_F}{2}\right)^2$ Verdrehsteifigkeit der Blattfedern nicht berücksichtigt

Tab. 32.1 Fortsetzung

Radaufhängung	Höhe des Momentan-zentrums MZ	Wankfederkonstante $C_j = M_{Fj} / \alpha =$
Starrachse, durch Panhardstab seitl. geführt		MZ in Höhe Panhardstab $2 c_2' \left(\frac{s_F}{2} \right)^2$
Starrachse mit vier Längslenkern		siehe nebenstehende Konstruktion $2 c_2' \left(\frac{s_F}{2} \right)^2 \left(\frac{f_F}{f_L} \right)^2$
Verkürzte Pendelachse		Bei der Eingelenk-pendelachse ist $f_L \approx d$ $2 c_2' d^2 \left(\frac{f_F}{f_L} \right)^2$

Tab. 32.1 Fortsetzung

Radaufhängung	Höhe des Momentan-zentrums MZ	Wankfederkonstante $C_j = M_{Fj} / \omega =$
Schräglenkerachse	siehe nebenstehende Konstruktion	$2c_2' \left(\frac{s}{2}\right)^2 \left(\frac{f_F}{f_L}\right)^2$
Längslenkerachse		$2c_2' \left(\frac{s}{2}\right)^2 \left(\frac{f_F}{f_L}\right)^2$
Verbundlenkerachse	Drehachse beim wechselseitigen Federn 	$2c_2' \left(\frac{s}{2}\right)^2 \left(\frac{f_F}{f_L}\right)^2$ Torsionssteifigkeit der Verbindung nicht berücksichtigt

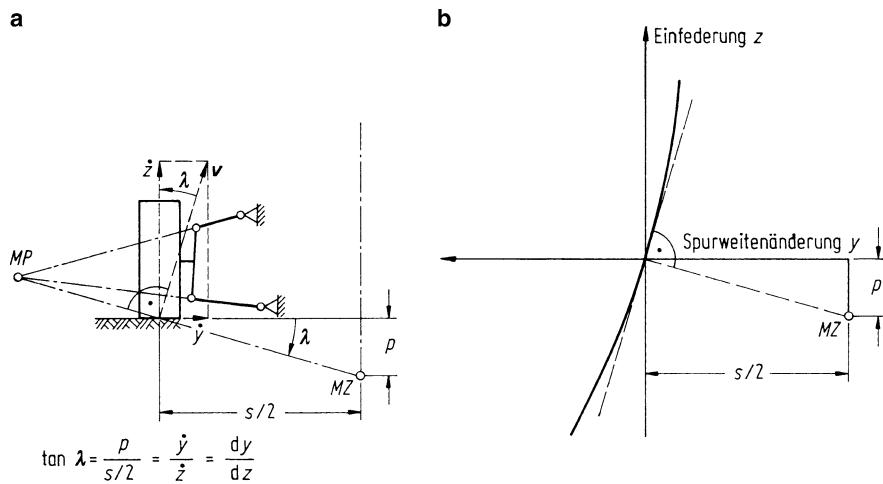


Abb. 32.15 Ermittlung der Höhe p des Momentanzentrums MZ aus der gemessenen Spurweitenänderungskurve nach **b**. (s = Spurweite) ([BUSS79])

Abb. 32.16 Veränderung der Lage des Momentanzentrums MZ mit der Aufbauneigung, vgl. Abb. 32.1

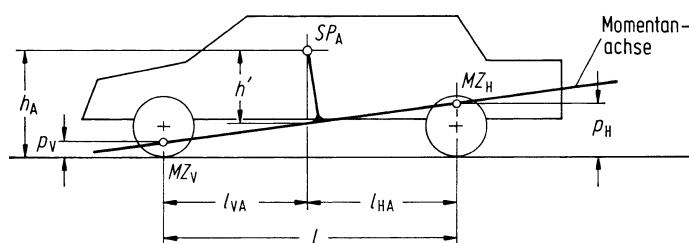
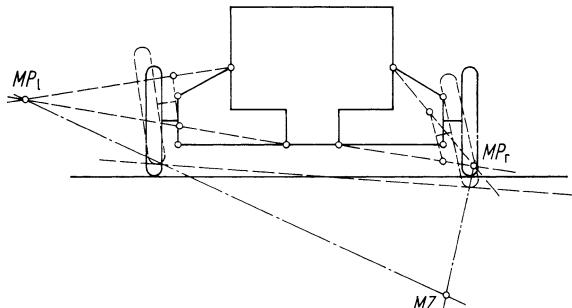


Abb. 32.17 Lage der die Momentanzentren MZ_V und MZ_H an Vorder- und Hinterachse verbindenden Momentanachse, um die der Aufbau wankt

32.7 Zusammenfassung der bisherigen Gleichungen für die stationäre Kreisfahrt

Die bisherigen Berechnungen in den Unterkapiteln 28 und 32 werden zusammengefasst:

- Benötigt werden die Reifendiagramme
Seitenkraft $F_y = f(F_z, F_x, \alpha)$
Rückstellmoment $M_z = f(F_z, F_x, \alpha)$
- Radlasten:
Statische Achs- bzw. Radlasten minus Auftrieb, s. (32.9a)

$$F_{zV} = F_{zVa} + F_{zVi} = G \frac{l_H}{l} - F_{LzV} \quad (32.19a)$$

$$F_{zH} = F_{zHa} + F_{zHi} = G \frac{l_V}{l} - F_{LzH} \quad (32.19b)$$

Kurvenäußere und -innere Radlasten, s. (32.5)

$$F_{zVa} = \frac{1}{2} F_{zV} + \Delta F_{zV}; \quad F_{zVi} = \frac{1}{2} F_{zV} - \Delta F_{zV} \quad (32.20a)$$

$$F_{zHa} = \frac{1}{2} F_{zH} + \Delta F_{zH}; \quad F_{zHi} = \frac{1}{2} F_{zH} - \Delta F_{zH} \quad (32.20b)$$

Radlaständerungen, s. (32.14), erweitert um Stabilisatoren

$$\Delta F_{zV} = G_A \left(\frac{l_{HA}}{l} \frac{p_V}{s_V} + \frac{C_V + C_{StV}}{C_V + C_H + C_{StV} + C_{StH} - G_A h'} \frac{h'}{s_V} \right) \frac{v^2}{\rho g}, \quad (32.21a)$$

$$\Delta F_{zH} = G_A \left(\frac{l_{VA}}{l} \frac{p_H}{s_H} + \frac{C_H + C_{StH}}{C_V + C_H + C_{StV} + C_{StH} - G_A h'} \frac{h'}{s_H} \right) \frac{v^2}{\rho g}. \quad (32.21b)$$

Die dafür notwendigen Wankfederkonstanten C_V und C_H stehen in Tab. 32.1; dabei wurden die Bezeichnungen aus Kap. 16 übernommen. Die Definition für die Stabilisator-Federkonstante C_{St} steht in (32.17).

- Seitenkräfte an Achsen bzw. Rädern, s. (32.6)

$$F_{yV} = F_{yVa} + F_{yVi} = G \frac{l_H}{l} \frac{v^2}{\rho g}, \quad (32.22a)$$

$$F_{yH} = F_{yHa} + F_{yHi} = G \frac{l_V}{l} \frac{v^2}{\rho g}. \quad (32.22b)$$

- Umfangskräfte, s. (28.1) und (28.2)

$$F_{xV} + F_{xH} = F_{Lx} + F_K = F_{Lx} + G \frac{v^2}{\rho g} \left(\frac{l_H}{l} \sin \alpha_V + \frac{l_V}{l} \sin \alpha_H \right) \quad (32.23)$$

Vorderradantrieb: $F_{xH} = 0$

Hinterradantrieb: $F_{xV} = 0$

Allradantrieb, s. (8.40): $F_{xH} \approx i(F_{xV} + F_{xH})$, $F_{xV} \approx (1 - i)(F_{xV} + F_{xH})$

- Bisherige Annahmen für Schräglauwinkel, s. (32.7)

$$\alpha_V = \alpha_{Va} = \alpha_{Vi} \quad (32.24a)$$

$$\alpha_H = \alpha_{Ha} = \alpha_{Hi} \quad (32.24b)$$

- Bisherige Annahmen für Vorder- und Hinterradeinschläge

$$\delta_V = \delta_{Va} = \delta_{Vi} \quad (32.25a)$$

$$\delta_H = \delta_{Ha} = \delta_{Hi} = 0 \quad (32.25b)$$

- Lenkradeinschlag, s. (32.8)

$$\begin{aligned} \delta_L^* &= \frac{\delta_L}{i_L} = \delta_V + \frac{M_L^*}{C_L} \\ &= \frac{l}{\rho} + (\alpha_V - \alpha_H) + \frac{1}{C_L} (F_{yV} n_K + M_{zVa} + M_{zVi}) \end{aligned} \quad (32.26)$$

- Lenkradmoment

$$M_L^* = i_L V_L M_L = F_{yV} n_K + M_{zVa} + M_{zVi} \quad (32.27)$$

- Wankwinkel, s. (32.12), erweitert um Stabilisatoren

$$\kappa = \frac{G_A h'}{C_V + C_H + C_{StV} + C_{StH} - G_A h' \rho g} \frac{v^2}{\rho g} \quad (32.28)$$

Die Wirkung der Fliehkräfte der Räder auf die Aufbauneigung, die bei unabhängigen Radaufhängungen im Gegensatz zur Starrachse vorhanden sind³ (wenn auch klein), wurde vernachlässigt.

- Schwimmwinkel, s. (28.7) mit den Annahmen (32.24a), (32.24b) und (32.25a), (32.25b)

$$\beta = \frac{l_H}{\rho} - \alpha_H. \quad (32.29)$$

³ Ausführliche Behandlung siehe [MATS87, EBER53] und [EBER51].

32.8 Kinematik und Elastokinematik der Radaufhängungen

Zur Erläuterung des Einflusses der Radlaständerung an einer Achse wurde bisher vereinfachend angenommen, dass die Vorderräder gleich eingeschlagen sind (32.25a), die Hinterräder gar nicht (32.25b), und dass an allen Rädern kein Sturz herrscht. Die Wirklichkeit sieht anders aus, was im Folgenden erläutert werden soll. Dabei muss auf kinematische und elastische Eigenschaften von Radaufhängungen eingegangen werden.

Nach Abb. 32.18 sind alle vier Räder um die Winkel δ_{Vi} , δ_{Va} , δ_{Hi} , δ_{Ha} verschieden eingeschlagen, wobei an Vorder- und Hinterrädern Vorspurwinkel δ_{V0} , δ_{H0} berücksichtigt wurden.

Die Winkelbeziehungen lauten, entsprechend (20.18),

$$\tan\left(\frac{\delta_{Vi}}{a} \mp \delta_{V0} - \alpha_{Vi}\right) = \frac{v \sin \beta + l_V \dot{\psi}}{v \cos \beta \mp \frac{s_V}{2} \dot{\psi}},$$

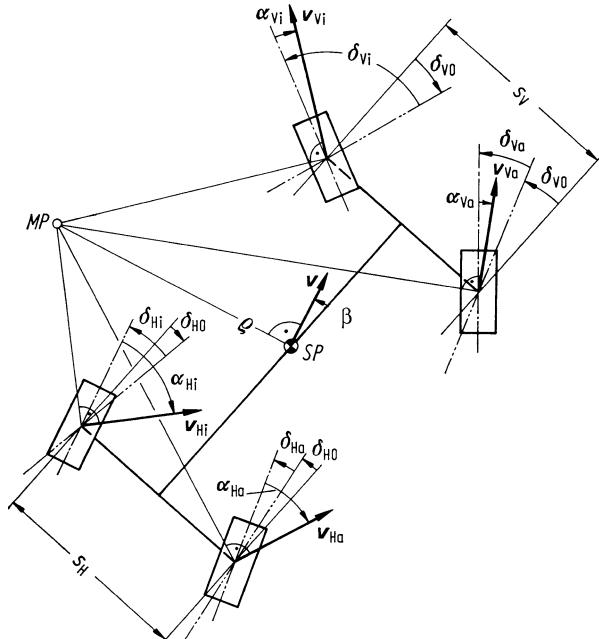
$$\tan\left(\frac{\delta_{Hi}}{a} \mp \delta_{H0} - \alpha_{Hi}\right) = \frac{v \sin \beta - l_H \dot{\psi}}{v \cos \beta \mp \frac{s_H}{2} \dot{\psi}}.$$

Abb. 32.18 Kinematische Größen am Zweispurmodell (vgl. Abb. 20.5)

— · · · · Lage der Radmittenebene bei Geradeausfahrt.

Die Räder sind gegenüber der Fahrzeulgängsachse um die Vorspurwinkel δ_{V0} bzw. δ_{H0} eingeschlagen.

— · · · · Lage der Radmittelebene bei Kurvenfahrt. Die Räder sind gegenüber der Geradeausfahrt um δ_{Va} , δ_{Vi} , δ_{Ha} , δ_{Hi} eingeschlagen



bzw. linearisiert, was für die Winkel auch bei hohen Querbeschleunigungen statthaft ist, vgl. (20.19a) und (20.19b),

$$\frac{\delta_{Vi}}{a} \mp \frac{\delta_{V0}}{a} - \frac{\alpha_{Vi}}{a} = \beta + \frac{l_V}{v} \dot{\psi}, \quad (32.30a)$$

$$\frac{\delta_{Hi}}{a} \mp \frac{\delta_{H0}}{a} - \frac{\alpha_{Hi}}{a} = \beta - \frac{l_H}{v} \dot{\psi}. \quad (32.30b)$$

Durch Addition der Gleichungen in (32.30a) und (32.30b) und durch die Abkürzungen

$$\delta_V = \frac{1}{2}(\delta_{Vi} + \delta_{Va}); \quad \alpha_V = \frac{1}{2}(\alpha_{Vi} + \alpha_{Va}), \quad (32.31a)$$

$$\delta_H = \frac{1}{2}(\delta_{Hi} + \delta_{Ha}); \quad \alpha_H = \frac{1}{2}(\alpha_{Hi} + \alpha_{Ha}) \quad (32.31b)$$

wird

$$\delta_V - \alpha_V = \beta + \frac{l_V}{v} \dot{\psi}, \quad (32.32a)$$

$$\delta_H - \alpha_H = \beta - \frac{l_H}{v} \dot{\psi}. \quad (32.32b)$$

Deren Differenz ergibt schließlich

$$\delta_V = \frac{l}{v} \dot{\psi} + (\alpha_V - \alpha) + \delta_H. \quad (32.33)$$

Für die Kreisfahrt mit konstanter Fahrgeschwindigkeit gilt nach (21.13) $\dot{\psi} = v/\rho$, und aus (32.33) wird

$$\delta_V = \frac{l}{\rho} + (\alpha_V - \alpha_H) + \delta_H. \quad (32.34)$$

Gegenüber den früheren Gln. (21.20) bzw. (28.5) ist der resultierende Hinterradeinschlagswinkel δ_H dazugekommen.

Die für die Beurteilung des Kreisfahrtverhaltens wichtigen Größen lauten jetzt:

- bezogener Lenkradeinschlag (vgl. (32.26))

$$\delta_L^* = \frac{\delta_L}{i_L} = \frac{l}{\rho} + (\alpha_V - \alpha_H) + \delta_H + \frac{M_L^*}{C_L}, \quad (32.35)$$

- Schwimmwinkel (vgl. (32.29))

$$\beta = \frac{l_H}{\rho} - (\alpha_H - \delta_H), \quad (32.36)$$

das Lenkradmoment wird in Abschn. 32.11.1.2 behandelt.

Die Radeinschläge setzen sich aus verschiedenen Anteilen zusammen, die im Folgenden einzeln behandelt werden.

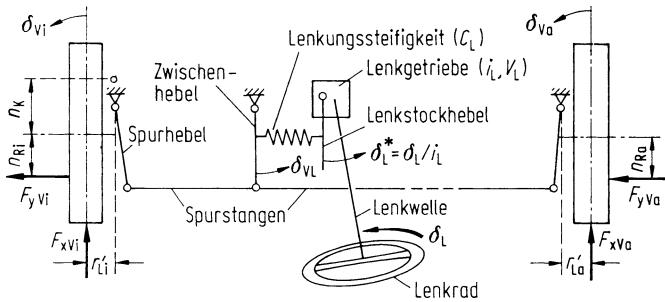


Abb. 32.19 Schematischer Aufbau einer Lenkung. Gegenüber Abb. 20.3 wurde zwischen den Einschlagwinkeln der Vorderräder δ_{Vi} , δ_{Va} und des Zwischenhebels δ_{VL} unterschieden. Außerdem wurden Antriebskräfte F_xV mit dem Störkrafthebelarm r'_L eingezeichnet. Nach wie vor wird die Elastizität im Lenkgestänge gegenüber der im Lenkgetriebe und dessen Lagerung in der Karosse vernachlässigt

32.8.1 Kinematik der gelenkten Vorderräder

Die Kinematik des Lenkgestänges (bestehend aus Zwischenhebel, Spurhebel und Spurstangen) ergibt Funktionen zwischen dem Einschlagwinkel des Zwischenhebels δ_{VL} und den Winkeln der Räder δ_{Va} und δ_{Vi} , s. Abb. 32.19. Sie werden $\Delta\delta_{Vi} = f(\delta_{VL}) = \Delta\delta_{Vi}(\delta_{VL})$ und $\Delta\delta_{Va}(\delta_{VL})$ genannt. Bei Berücksichtigung der Vorspurwinkel lauten dann die Vorderradeinschläge

$$\delta_{Vi} = \delta_{VL} \pm \delta_{V0} + \Delta\delta_{Vi}(\delta_{VL}). \quad (32.37)$$

Durch Vorspur- oder auch durch Nachspurwinkel werden Seitenkräfte erzeugt, die die Räder in die Geradeausrichtung zu drehen versuchen und damit das Lenkgestänge vorspannen und ein eventuelles Spiel eliminieren. Die Winkel müssen klein sein, um einen geringen Reifenverschleiß und einen geringen Vorspurwiderstand (s. Abschn. 2.1.4) zu erzielen. Der Einfluss auf das Fahrverhalten wird in Abschn. 32.9.1 besprochen.

Als Beispiel für verschiedene Vorderradeinschläge kurvenaußen und -innen ohne Vorspurwinkel wird die sog. Ackermann-Lenkung gezeigt. Bei langsamer Kurvenfahrt, z. B. beim Einparken, ist die Fliehkraft praktisch Null und damit auch die Summe der Seitenkräfte am Fahrzeug, aber dafür sind die Radeinschläge sehr groß. Sollen auch die Seitenkräfte an den einzelnen Rädern Null sein, so müssen die einzelnen Schräglauwinkel ebenfalls Null sein, und die Vorderräder müssen so eingeschlagen werden, dass sich die Verlängerungen ihrer Achsen auf der Verlängerung der Hinterräder treffen, Abb. 32.20 (vgl. Abb. 21.5 beim Einspurmodell). Daraus ergibt sich für die Vorderräder die Beziehung

$$\cot \delta_{Va} - \cot \delta_{Vi} = \frac{s_L}{l}. \quad (32.38)$$

Abb. 32.20 Auslegung der Vorderradeinschläge für seitenkraftfreies Rollen (sog. Ackermann-Lenkung, Schräglauwinkel $\alpha = 0$). (Zeichnerische Überprüfung der Lenkgeometrie: die ($- \cdot -$)-Geraden müssen sich auf der ($- \cdot -$)-Geraden treffen)

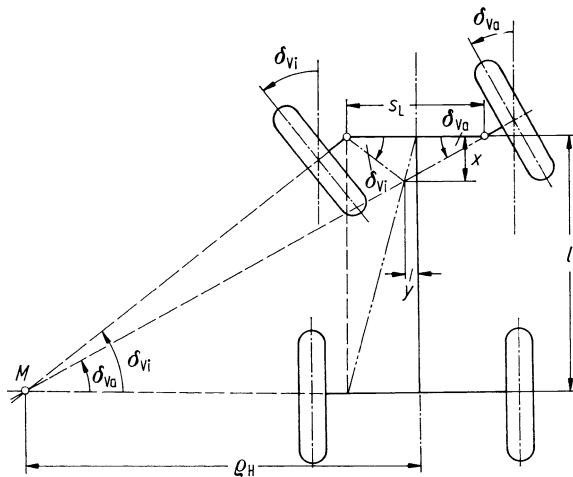
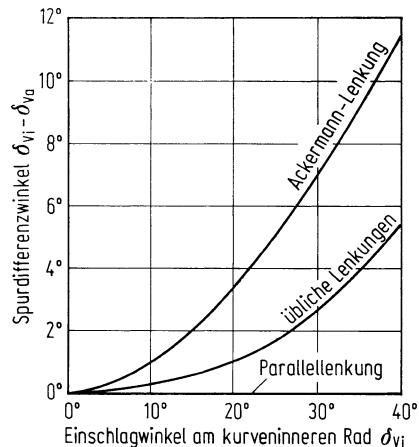


Abb. 32.21 Änderung der Spurdifferenzwinkel mit dem Radeinschlag bei der Ackermann-Lenkung und heute üblichen Auslegungen. ([KRUM81])



Zusatzinformation

Der sog. Spurdifferenzwinkel $\delta_{Vi} - \delta_{Va} = f(\delta_{Vi})$ wurde für die Ackermann-Lenkung in Abb. 32.21 aufgetragen. Bei den heutigen Lenkungen ist der Winkel kleiner, in Richtung zur Parallelenkung.

32.8.2 Kinematik der Radaufhängung

Über die Kinematik der Radaufhängung ergeben sich bei starren Lagern und Gelenken zusätzliche Radeinschläge, die im Allgemeinen als Funktion der Ein-/Ausfederung dargestellt werden, s. Abb. 32.22 (In diesen Diagrammen wurden die Vor-/Nachspurwinkel

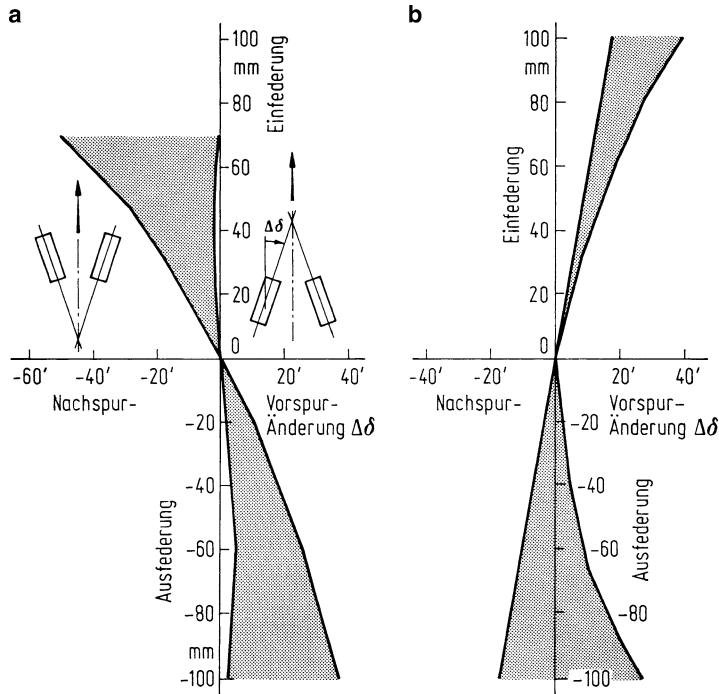


Abb. 32.22 Vor-/Nachspuränderung als Funktion von Ein-/Ausfederung für Pkw, a für Vorderräder, b für Hinterräder. Vorspur in Konstruktionslage nicht berücksichtigt

in der Konstruktionslage, also bei Ein-/Ausfederung gleich Null, herausgenommen, weil diese z. B. schon in (32.37) als $\mp\delta_{V0}$ bzw. $\mp\delta_{H0}$ berücksichtigt werden.) Die gewünschte Umrechnung als Abhängigkeit vom Wankwinkel wird anhand von Abb. 32.23 gezeigt. Dabei ist zuvor eine Vorzeichenregelung zu vereinbaren. Bei einer Kurvenfahrt nach links (positive Gierwinkelgeschwindigkeit $\dot{\psi}$) wankt der Aufbau nach rechts (positiver Wankwinkel κ). Das linke, kurveninnere Rad federt aus, geht z. B. nach Diagramm a (Punkt \circ) in Vorspur, dreht also nach innen, was einem negativen Einschlagwinkel entspricht. Das rechte, kurvenäußere Rad federt ein, geht nach Diagramm a (Punkt \bullet) in Nachspur, dreht nach außen, was ebenfalls einen negativen Radeinschlag ergibt. In Abb. 32.22b ist der Zusammenhang zwischen dem Wankwinkel κ und dem Federweg aufgetragen. Aus den Diagrammen a und b ergibt sich in c der gesuchte Verlauf der Radeinschläge über dem Wankwinkel. Daraus ergeben sich Funktionen $\Delta\delta_{Vi}(\kappa), \dots$. Man spricht hier von *Wank-* bzw. *Rollenken*.

Zusatzinformation

Durch die Änderung der Momentanzentrumslage und/oder durch nichtlineare Federkennlinien kann zusätzlich ein paralleles Ein-/Ausfedern auftreten, was dann an den Rädern einer Achse bei einem um die Längsachse symmetrischen Fahrzeug nur gegenläufige Vorspuränderungen hervorrufen kann.

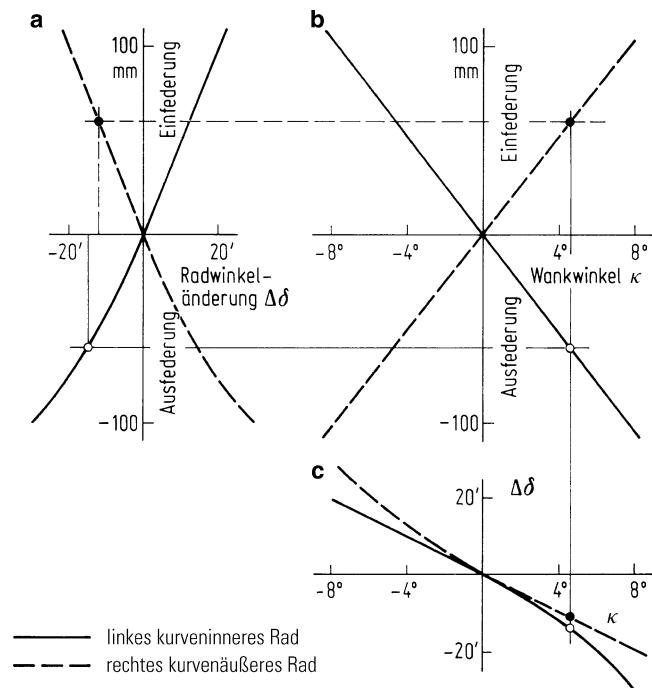


Abb. 32.23 Zur Umrechnung der (gemessenen) Radwinkeländerung $\Delta\delta$ als Funktion von Ein-/Ausfederung (a) über dem Wankwinkel (b) in Abhängigkeit $\Delta\delta = f(\kappa)$ (c). Die Punkte gehören zu folgendem Beispiel: Bei positivem Wankwinkel κ federt das linke = kurveninnere Rad aus (\circ), das rechte = kurvenäußere ein (\bullet)

32.8.3 Elastokinematik der Radaufhängungen

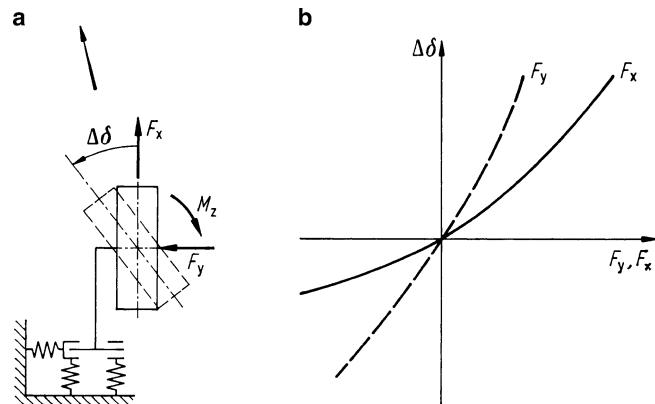
Bei elastischen (Gummi-)Lagern – u. a. aus Gründen der Geräuschreduzierung wichtig – ergeben sich weitere Einschlagwinkel $\Delta\delta$, wie Abb. 32.24a anhand eines Federmodells für das Lager veranschaulicht. $\Delta\delta$ ist abhängig von der Seiten- und der Umfangskraft F_y und F_x (Abb. 32.24b), dazu noch von dem Rückstellmoment M_z , das aber nach Abb. 2.43 über die Reifenkurven wieder mit F_y und F_x zusammenhängt. Dieses Seitenkraft- bzw. Umfangskraftlenken wird durch $\delta_{Vi}(F_{yVi}), \dots, \delta_{Vi}(F_{xVi}), \dots$ beschrieben.

Insgesamt ergeben sich aus den drei Unterabschnitten 32.8.1 bis 32.8.3 die Vorderradeinschläge zu

$$\delta_{Vi} = \underbrace{\delta_{VL}}_{\text{Lenkung}} + \underbrace{\Delta\delta_{Vi}}_{\text{Radaufhängung, starr}} + \underbrace{\Delta\delta_{Vi}(\kappa)}_{\text{Radaufhängung, elastisch}} + \underbrace{\delta_{Vi}(F_{yVi})}_{\text{Kinematik}} + \underbrace{\Delta\delta_{Vi}(F_{xVi})}_{\text{Elastokinematik}}. \quad (32.39)$$

Abb. 32.24 a Radeinschlag

$\Delta\delta$ infolge Seitenkraft F_y , Umfangskraft F_x und Rückstellmoment M_z durch elastische Radaufhängung; b funktionaler Zusammenhang



Die Größe der ersten drei Glieder hängt von der Geometrie der Lenkanlage und der Radaufhängung ab, die letzten beiden Glieder von den elastischen Eigenschaften der Gummilager und deren Anordnung. Das zweite und dritte Glied fasst man meistens unter dem Begriff *Kinematik* zusammen, das zweite bis fünfte unter dem Begriff *Elastokinetik*.

Entsprechend gilt für die nicht gelenkten Hinterräder

$$\delta_{Hi} = +\Delta\delta_{Hi}(\kappa) + \Delta\delta_{Hi}(F_{yHi}) + \Delta\delta_{Hi}(F_{xHi}). \quad (32.40)$$

32.8.4 Sturz der Räder

Für den Sturz γ , der nach Abschn. 2.3.2 die Größe des Schräglauftwinkels am Reifen mitbestimmt, kann man ähnliche Gleichungen formulieren:

$$\gamma_{Vi} = \pm\gamma_{V0} + \Delta\gamma_{Vi}(\delta_{VL}) + \Delta\gamma_{Vi}(\kappa) + \Delta\gamma_{Vi}(F_{yVi}) + \Delta\gamma_{Vi}(F_{xVi}), \quad (32.41)$$

$$\gamma_{Hi} = \pm\gamma_{H0} + \Delta\gamma_{Hi}(\kappa) + \Delta\gamma_{Hi}(F_{yHi}) + \Delta\gamma_{Hi}(F_{xHi}). \quad (32.42)$$

In Abb. 32.25 sind für verschiedene Pkw die Sturzwinkel γ als Funktion von Ein-/Ausfederung dargestellt. Daraus sind sowohl γ_{V0} bzw. γ_{H0} zu entnehmen als auch die Funktionen $\Delta\gamma(\kappa)$ zu berechnen.

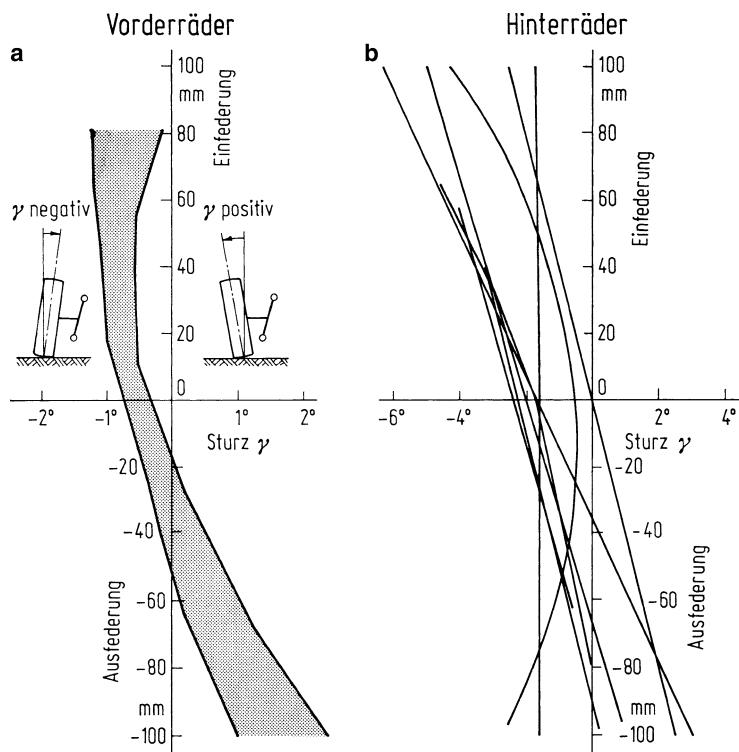


Abb. 32.25 Sturzwinkel γ als Funktion von Ein-/Ausfederung für Pkw

32.9 Einfluss der Kinematik und Elastokinematik auf das Fahrverhalten

In diesem Abschnitt werden die Einflüsse von Radeinschlägen und Sturzwinkeln, die nach Abschn. 32.8 durch kinematische und elastische Wirkungen entstehen, auf das Fahrverhalten diskutiert.

32.9.1 Vorspur und Umfangskraftlenken

Vorspur und Umfangskraftlenken können deshalb gemeinsam beurteilt werden, weil sowohl bei der Vorspur die Radeinschläge an einer Achse gleich groß, aber entgegengesetzt sind als auch beim Umfangskraftlenken, wenn die Antriebskräfte (durch ein reibungsfreies Differenzial) an beiden Rädern gleich sind.

Werden zur leichteren Erklärung noch weiter das Wank- und Seitenkraftlenken vernachlässigt sowie Paralleleinschlag der gelenkten Vorderräder angenommen, so ist nach

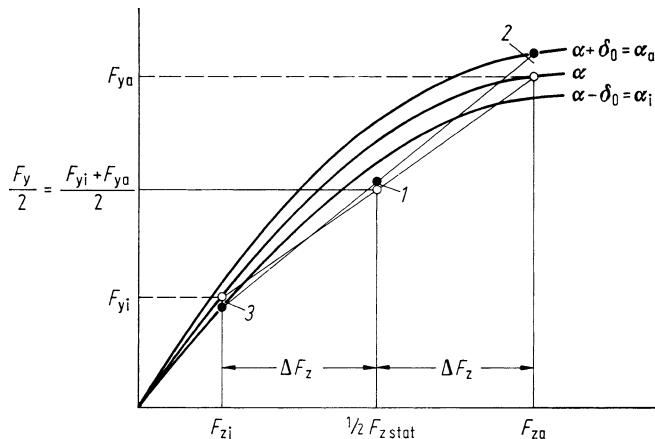


Abb. 32.26 Zur Auswirkung des Vorspurwinkels δ_0 auf die Schräglaufwinkel ($F_{z\text{stat}} = \text{Achslast bzw. } F_{z\text{stat}}/2 = \text{statische Radlast}$, $F_y = \text{Achsseitenkraft}$) $\circ = \text{ohne Vorspur } \delta_0$, $\bullet = \text{mit Vorspur } \delta_0$

(32.30a), (32.30b), (32.39) und (32.40)

$$\alpha_{Vi} - \alpha_{Va} = -2\delta_{V0}, \quad (32.43a)$$

$$\alpha_{Hi} - \alpha_{Ha} = -2\delta_{H0}. \quad (32.43b)$$

Ohne Vorspur sind bei gegebener Achsseitenkraft $F_y = F_{yi} + F_{ya}$ und bekannten Radlasten F_{zi} und F_{za} die Schräglaufwinkel an den Rädern $\alpha_i = \alpha_a$. Dieser Fall wurde in Abb. 32.3a behandelt. Tritt jetzt an jedem Rad ein Vorspurwinkel δ_0 auf, so setzt sich der Schräglaufwinkel des äußeren Rades aus dem Schräglaufwinkel ohne Vorspur (das ist nach (32.31a), (32.31b) gleich dem Schräglaufwinkel der Achse) und der Vorspur δ_0 zusammen, $\alpha_a = \alpha + \delta_0$, und für das innere Rad ist analog $\alpha_i = \alpha - \delta_0$. Es entsteht ein Fehler, der sich in Abb. 32.26 in einer zu großen Seitenkraftsumme an der Stelle 1 zeigt. Die Ursache ist: An der Stelle 2 ist wegen der höheren Radlast der Seitenkraftgewinn größer als der Seitenkraftverlust an der Stelle 3. Das Ergebnis dessen ist: Die Vorspur vermindert den Schräglaufwinkel der Achse bei Kurvenfahrt. Im gleichen Sinn gilt das für die Spuränderungen durch die Antriebskraft. Für das Lenkverhalten bedeutet das:

- Vorspur an den Vorderrädern und Vorspuränderung durch Antriebskraft an den Vorderrädern (Frontantrieb) verringern den Schräglaufwinkel vorn, Nachspur an den Hinterrädern und Nachspuränderung durch Antriebskraft an den Hinterrädern (Heckantrieb) vergrößern den Schräglaufwinkel hinten und ergeben eine Änderung des Lenkverhaltens in Richtung Übersteuern bzw. verringertem Untersteuern. Die jeweiligen Gegenteile ergeben Änderungen in Richtung Untersteuern.
- Verringerte Schräglaufwinkel erhöhen nach Abschn. 32.1.1 die Grenzbeschleunigung, und insofern ist die Vorspur als positiv anzusehen.

32.9.2 Einschläge der gelenkten Vorderräder, Spurdifferenzwinkel

Nach Abb. 32.21 ist der Spurdifferenzwinkel ($\delta_{Vi} - \delta_{Va}$) bei den heutigen Lenkungen kleiner als bei der Ackermann-Lenkung, d. h. bei gegebenem Lenkeinschlag des kurveninneren Vorderrades schlägt das kurvenäußere stärker als bei der Ackermann-Lenkung ein. Dies wirkt sich auf die Schräglauwinkeldifferenz aus. Sie ergibt sich bei Vernachlässigung des Wank-, Seitenkraft- und Umfangskraftlenken aus den Gln. (32.30a) und (32.39) zu

$$\alpha_{Vi} - \alpha_{Va} = -2\delta_{V0} + [\Delta\delta_{Vi}(\delta_{VL}) - \Delta\delta_{Va}(\delta_{VL})] \quad (32.44)$$

Ein kleinerer Spurdifferenzwinkel (eckige Klammer) gegenüber der Ackermann-Lenkung entspricht einem negativen Wert und ist damit vergleichbar der Vorspur, die nach Abschn. 32.9.1 höhere Seitenbeschleunigungen ergibt.

Optimal [FIAL59] wäre eine Abhängigkeit der einzelnen Radeinschläge $\Delta\delta_{Vi}$ und $\Delta\delta_{Va}$ sowie der Vorspur δ_{V0} von Krümmungsradius ρ und Kraftschlussgrenze, Haftbeiwert μ_h . Dies ist nur bei entsprechender Sensorik über „steer by wire“ möglich, s. Abschn. 32.11.2.2. Im praktischen Betrieb wird der Wendekreis mit abnehmendem Spurdifferenzwinkel auch kleiner. Bei sog. „Parallellenkung“ ist etwa das Minimum des Wendekreises erreicht. Allerdings wirken dann an dem kurvenäußersten und dem kurveninneren Rad erhebliche, entgegengerichtete Kräfte. Bei langsamer Kurvenfahrt kann man sie als Quietschen hören.

32.9.3 Wank- und Seitenkraftlenken

Durch die zusätzlichen Radeinschläge an Vorder- und Hinterrädern verändert sich nach Abb. 32.18 die Lage des Kreismittelpunktes MP und damit die Größe des Radius ρ oder bei einem gegebenen ρ die Größe des Lenkradeinschlags δ_L .

Zur Diskussion von Wank- und Seitenkraftlenken werden (32.31a), (32.31b), (32.34), (32.35), (32.39) und (32.40) benutzt. Sie lauten für die beiden Fälle

$$\delta_L^* = \frac{\delta_L}{i_L} = \frac{l}{\rho} + (\alpha_V - \alpha_H) + \frac{M_L^*}{C_L} + (\Delta\delta_H - \Delta\delta_V), \quad (32.45)$$

$$\Delta\delta_V = \frac{1}{2}[\Delta\delta_{Vi}(\kappa) + \Delta\delta_{Va}(\kappa)] + \frac{1}{2}[\Delta\delta_{Vi}(F_{yVi}) + \Delta\delta_{Va}(F_{yVa})], \quad (32.46)$$

$$\Delta\delta_H = \frac{1}{2}[\Delta\delta_{Hi}(\kappa) + \Delta\delta_{Ha}(\kappa)] + \frac{1}{2}[\Delta\delta_{Hi}(F_{yHi}) + \Delta\delta_{Ha}(F_{yHa})] \quad (32.47)$$

Die ersten drei Summanden in (32.45) sind bekannt, vgl. (32.26) und (32.27), d. h. die bisherigen Ergebnisse aus den Abschn. 32.1 bis 32.7 gelten (mit den jeweiligen Vereinfac-

chungen) nach wie vor. Neu hinzugekommen ist der vierte Summand:

$$2(\Delta\delta_H - \Delta\delta_V) = \underbrace{\Delta\delta_{Hi}(\kappa) - \Delta\delta_{Vi}(\kappa) + \Delta\delta_{Ha}(\kappa) - \Delta\delta_{Va}(\kappa)}_{\text{Wanklenken}} \\ + \underbrace{\Delta\delta_{Hi}(F_{yHi}) - \Delta\delta_{Vi}(F_{yVi}) + \Delta\delta_{Ha}(F_{yHa}) - \Delta\delta_{Va}(F_{yVa})}_{\text{Seitenkraftlenken}}. \quad (32.48)$$

Die Differenz der Zusatzwinkel $\Delta\delta_H - \Delta\delta_V$ hängt also zum einen vom Wankwinkel κ ab (erste Zeile) und wird *Wanklenken* (oder *Rollenken*) genannt, und zum anderen von den Seitenkräften F_y (zweite Zeile) und wird deshalb als *Seitenkraftlenken* bezeichnet.

Diese Differenz kann man dazu benutzen, um einem Fahrzeug z. B. einen bestimmten Unter-/Übersteuer-Verlauf zu geben. Dies soll an einem Beispiel für die Fahrt auf trockener Fahrbahn anhand der Abb. 32.27 erklärt werden. Nach Diagramm a soll die starke Untersteuertendenz (gestrichelte Linie) des vorderrad- und die Übersteuertendenz (strichpunktierter Linie) des hinterradantriebenen Fahrzeugs (beide ohne Wank- und Seitenkraftlenken) auf ein gewünschtes Untersteuerverhalten (ausgezogene Linie) mittels zusätzlicher Radeinschläge geändert werden. Der gewünschte bezogene Lenkradeinschlag ist nach (32.45)

$$\delta_L^* \text{ Wunsch} = \frac{l}{\rho} + (\alpha_V - \alpha_H) + \frac{M_L^*}{C_L} + (\Delta\delta_H - \Delta\delta_V)$$

und der der bisher betrachteten Fahrzeuge

$$\delta_L^* = \frac{l}{\rho} + (\alpha_V - \alpha_H) + \frac{M_L^*}{C_L}.$$

Damit gilt für die zu verwirklichende Differenz $\delta_L^* \text{ Wunsch} - \delta_L^* = \Delta\delta_H - \Delta\delta_V$.

Sie ist in Diagramm b aufgetragen. Da nach a der vorhandene Untersteuergradient von Front- und Heckantrieb bis $v^2/\rho g \approx 0,4$ mit dem gewünschten übereinstimmt, ist das erforderliche Zusatzlenken Null. Erst bei höheren Querbeschleunigungen muss die Differenz beim Vorderradantrieb negativ und beim Hinterradantrieb positiv sein. Die Bedeutung des Vorzeichens ist jeweils an zwei gezeichneten Beispielen verdeutlicht, d. h. beim Hinterradantrieb müssen die Vorderräder weniger eingeschlagen werden oder die Hinterräder bei einer Linkskurve nach links, beim Vorderradantrieb die Vorderräder stärker oder die Hinterräder nach rechts.

Zusatinformation

Gegen dieses streng aufgabenbezogene Beispiel kann man einwenden

- dass die Differenz $\Delta\delta_H - \Delta\delta_V$ ist viel zu groß ist und
- sie sich in Wirklichkeit nicht erst ab einer bestimmten Querbeschleunigung – hier ab $v^2/\rho g \approx 0,4$ – verändert, sondern schon ab Null, wie aus den Abb. 32.21 und 32.23c hervor geht.

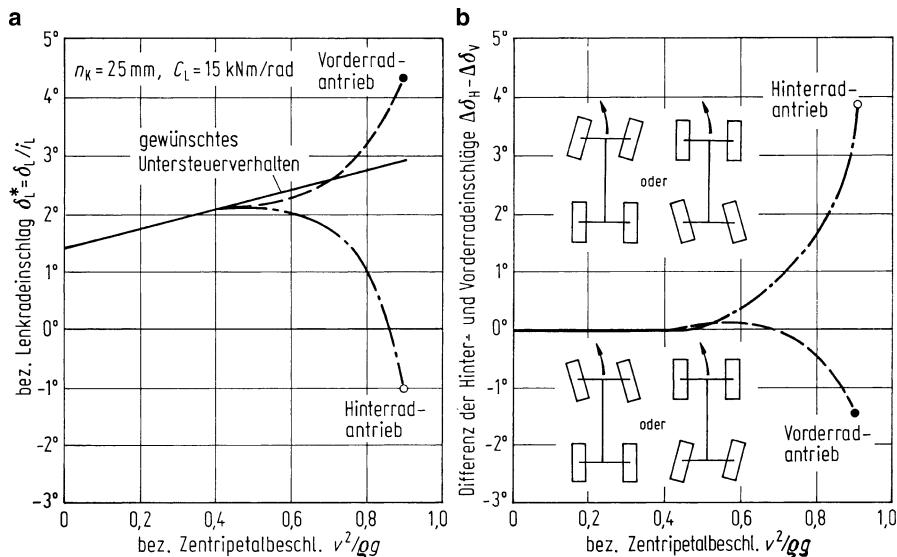


Abb. 32.27 Einfluss von Wank- und Seitenkraftlenken auf Unter-/Übersteuern bei Fahrt auf trockener Straße. **a** Vorder- und Hinterradantrieb aus Abb. 28.9a und b. Gewünschter Verlauf für beide Antriebsarten wurde angenommen; **b** sich daraus ergebendes Lenken an Vorder- und Hinterrädern für Vorder- und Hinterradantrieb

Prinzipiell lassen sich hieraus einige wichtige Konstruktionshinweise ableiten:

- Mithilfe des Wank- und Seitenkraftlenkens lässt sich das Fahrverhalten im Kreis und auch das instationäre Fahrverhalten verändern.
- Bei Fahrten auf geringeren Reibbeiwerten, z. B. auf Eis, wirkt hingegen das korrigierende Zusatzlenken wegen des kleinen Wankwinkels und wegen der kleineren Reifenseitenkräfte in dem Beispiel nicht, weil es erst ab $v^2 / \rho g = 0,4$ einsetzt, während die Kraftschlussgrenze bei 0,2 (vgl. Abb. 28.14) liegt.
- Aber auch wenn das Zusatzlenken schon ab $v^2 / \rho g = 0$ einsetzt, ist dessen Einfluss aus den gleichen Gründen gering. Das heißt, beim hinterradangetriebenen Fahrzeug kann bei Fahrt auf trockener Straße aus einem übersteuernden und damit instabilen Fahrzeug durch Zusatzlenken ein untersteuerndes und stabiles gemacht werden, auf vereister Straße bleibt es ein übersteuerndes. Beim Frontantrieb kann auf trockener Straße die Untersteuerung reduziert werden, auf vereister nicht.
- So gut das Wank- und Seitenkraftlenken (und später der Sturz) für die Fahrt auf ebener Straße sein mag, für die Geradeausfahrt auf unebener Straße, für den sog. Geradeauslauf, ist es schlecht. Durch die von den Unebenheiten angeregten Fahrzeugschwankungen treten Relativbewegungen zwischen den Rädern und der Karosse auf, und damit Wankbewegungen, Radeinschläge, Sturzänderungen, Spuränderungen sowie Seitenkräfte. Obgleich der Fahrer das Lenkrad geradeaus hält, weicht das Fahrzeug seitlich ab [DEPP89]. Dieser gestörte Geradeauslauf tritt vor allem bei einseitigen Unebenheiten auf.

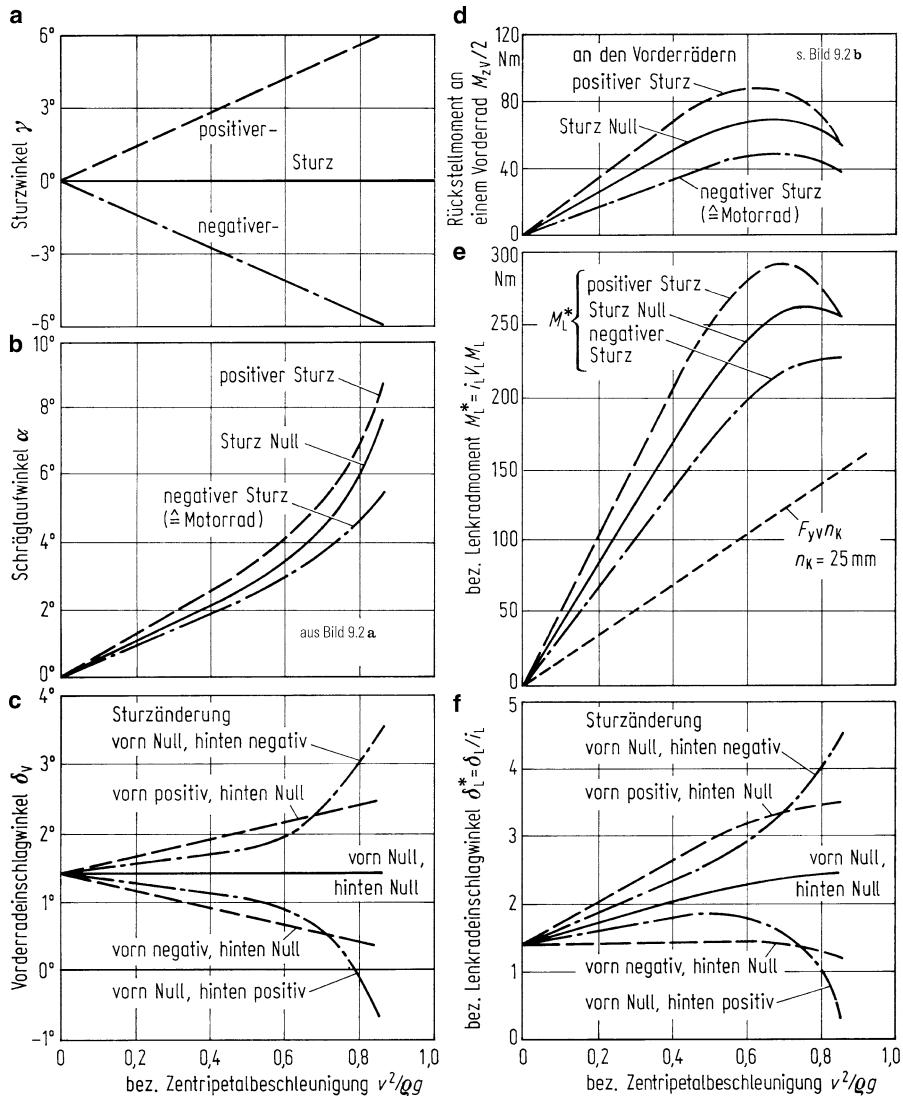


Abb. 32.28 Einfluss des Sturzes auf Lenkmoment M_L und Unter-/Übersteuern. Ausgegangen wird von $\gamma = f(v^2/\rho g) = 0$, s. Abschn. 28.2: $i_l l = 1/2$, $h = 0$, $F_x = 0$, $\delta_{Va} = \delta_{Vi}$, $\delta_H = 0$

- Eine *Allradlenkung*, d. h. eine zusätzliche Hinterradlenkung als Funktion des Reibbeiwertes und unabhängig von Fahrzeugschwingungen könnte vorteilhaft sein (s. Abschn. 33.5).
- Das Fahrverhalten mit *Allradantrieb* nach Abb. 28.9c kommt dem gewünschten Untersteuerverhalten nach Abb. 32.27a (ausgezogene Linie) sehr nahe, sodass nur ein geringes Zusatzlenken erforderlich ist.

32.9.4 Sturz

An einem relativ einfachen Beispiel soll der alleinige Einfluss des Sturzes erläutert werden. Ausgegangen wird von $\gamma = f(v^2/\rho g) = 0$ (ausgezogene Linie in Abb. 32.28a). Der zusätzliche Sturz verändere sich von Null ausgehend proportional der bezogenen Zentripetalbeschleunigung $v^2/\rho g$ so, dass er etwa bei dessen Maximalwert zum einen $+6^\circ$ (gestrichelte Linie) erreicht, zum anderen -6° (strichpunktierter Linie). Weiterhin seien $\gamma_{Vi} = \gamma_{Va}$ und $\gamma_{Hi} = \gamma_{Ha}$.

Den Verlauf des Schräglauwinkels α über der bezogenen Zentripetalbeschleunigung $v^2/\rho g$ zeigt Abb. 32.28b. Bei positivem Sturz sind die Schräglauwinkel größer als bei Sturz Null, bei negativem kleiner. Daraus ergibt sich der Vorderradeinschlag δ_V – berechnet nach (28.5) – für verschiedene Kombinationen der Sturzänderungen an Vorder- und Hinterrädern (Diagramm c). Zur Berechnung des Lenkradeinschlags δ_L wird nach (28.4) dann das Rückstellmoment eines Vorderreifens $M_{zV}/2$ (Diagramm d) und das bezogene Lenkmoment M_L^* (Diagramm e) benötigt. In f ist schließlich der bezogene Lenkradeinschlag δ_L^* über $v^2/\rho g$ dargestellt.

Das Gesamtergebnis lautet:

- Negativer Sturz (entspricht dem In-die-Kurve-Legen des Motorrads) vermindert bei gegebener Seitenkraft und damit bei gegebener Zentripetalbeschleunigung den Schräglauwinkel, s. Abb. 32.28b, und erhöht damit die Kurvengrenzbeschleunigung.
- Damit verändert sich nach (28.7) der Schwimmwinkel β mit $v^2/\rho g$ bei positivem Sturz an den Hinterrädern stärker als ohne Sturz, bei negativem Sturz schwächer.
- Eine positive Sturzänderung an den Vorderrädern erhöht das Lenkradmoment gegenüber Sturz Null, eine negative verringert es (Abb. 32.28e). Soll dies nicht eintreten, so muss bei positivem Sturz zur Kompensation des größeren Reifennachlaufs der konstruktive Nachlauf n_K verkleinert, bei negativem vergrößert werden.
- Mit der Sturzänderung als Funktion der Zentripetalbeschleunigung (oder der Wankneigung oder der Seitenkraft) lässt sich die Unter-/Übersteuertendenz eines Fahrzeugs beeinflussen. So ergibt nach Abb. 32.28f bei niedrigen Zentripetalbeschleunigungen die Kombination vorn positive Sturzänderung/hinten Null oder vorn Null/hinten negative Änderung ein verstärktes Untersteuern, in den umgekehrten Fällen ein verringertes Untersteuern. Bei höheren Querbeschleunigungen tritt bei Sturz vorn negativ/hinten Null ein leichtes Übersteuern, bei vorn Null/hinten positiv ein stärkeres Übersteuern ein.

Zusatzinformation

Die Berechnung und damit auch das Fahrverhalten reagieren sehr empfindlich auf kleine Änderungen in der Seitenkraftkurve bei hohen Schräglauwinkeln (Abb. 2.39a), weil dort die Neigung der $F_y - \alpha$ -Kurve sehr flach ist.

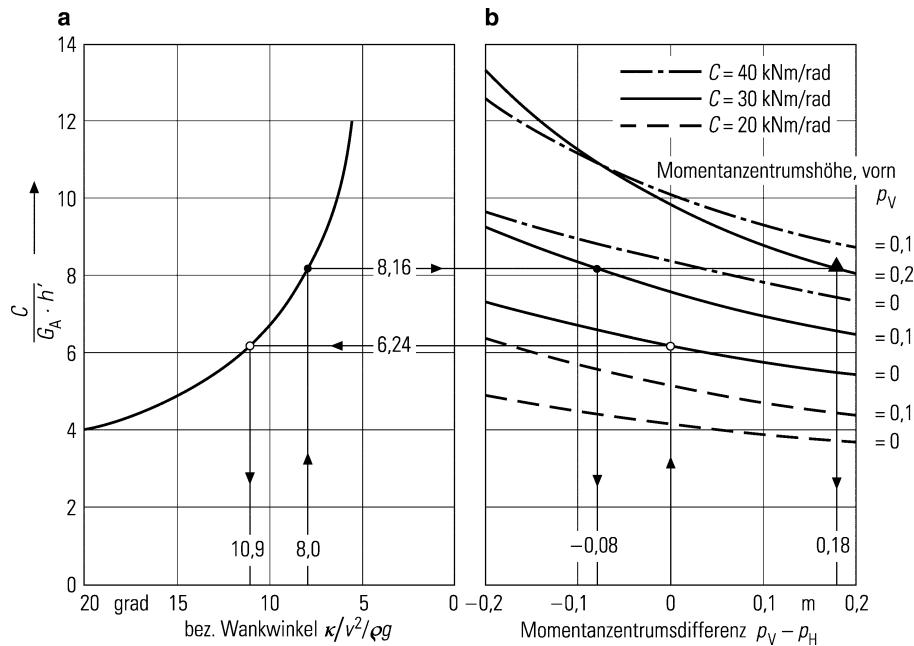


Abb. 32.29 a Wankfedersteifigkeit C , Aufbaugewicht G_A , Abstand der Schwerpunktshöhe zur Momentanachse h' als Funktion des Wankwinkels κ und der bezogenen Zentripetalbeschleunigung $v^2/\rho g$; b $C/G_A h'$ als Funktion der Höhendifferenz der Momentanzentren an Vorder- und Hinterachse p_V und p_H mit den Parametern C und p_V ($G_A = 9250 \text{ N}$, $h_A = 0,52 \text{ m}$, $l_{VA}/l = 0,38$)

32.10 Einfluss des Wankens

32.10.1 Größe des Wankwinkels (der Fahrzeugquerneigung)

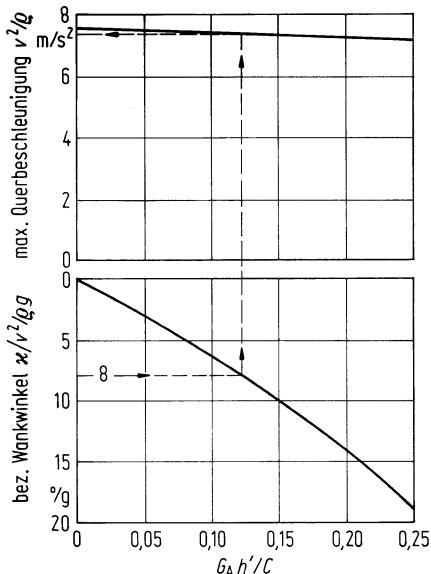
Der stationäre Wankwinkel

$$\kappa = \frac{v^2}{\rho g} \frac{G_A h'}{C - G_A h'} = \frac{1}{\frac{C}{G_A h'} - 1} \frac{v^2}{\rho g} \quad (32.49)$$

hängt nach (32.28) ab von der auf die Erdbeschleunigung bezogenen Zentripetalbeschleunigung $v^2/\rho g$, dem Aufbaugewicht G_A , dem Abstand h' (Aufbauschwerpunkt zur Momentanachse) und von der gesamten Wanksteife

$$C = C_V + C_H + C_{StV} + C_{StH}, \quad (32.50)$$

Abb. 32.30 Zusammenhang zwischen maximaler Querbeschleunigung und bezogenem Wankwinkel



d. h. der Summe der Wankfedersteifigkeiten der Vorder- und Hinterachse sowie den Stabilisatorsteifigkeiten. Mit (32.18) ergibt sich der in (32.49) wichtige Quotient zu

$$\frac{G_A h'}{C} = \frac{G_A}{C} \left[h_A - p_V + (p_V - p_H) \frac{l_{VA}}{l} \right]. \quad (32.51)$$

Die Gln. (32.49) und (32.51) sind in Abb. 32.29 ausgewertet. Einige Beispiele sollen die Diagramme erläutern. Liegt die Momentanachse auf der Fahrbahn, $p_V = p_H = 0$, und ist $C = 30 \text{ kN/rad}$, so wird nach Diagramm b der Quotient $C/G_A h' = C/G_A h_A = 6,24$ (Punkt \circ) und nach a der bezogene Wankwinkel $\kappa/v^2/\rho g = 10,9^\circ$. Ist dieser Wert zu hoch, und soll er deshalb auf einen üblichen Wert von 8° reduziert werden, dann muss $C/G_A h' = 8,16$ (Punkt \bullet) betragen. Um dies zu erreichen, gibt es zwei prinzipielle Lösungen:

- a) Entweder wird bei konstant gelassenem C der Abstand h' , Aufbauschwerpunkt zur Momentanachse, verringert, also bei gegebener Schwerpunktshöhe h_A die Momentanachse angehoben (z. B. auf $p_V = 0,1 \text{ m}$ und $p_V - p_H = -0,08 \text{ m}$, s. Punkt \bullet , oder auf $p_V = 0,2 \text{ m}$ und $p_V - p_H \approx +0,15 \text{ m}$, s. Punkt \blacktriangle), oder
- b) bei niedrig liegendem Momentanzentrum muss die Wankfedersteifigkeit C härter ausgelegt werden (z. B. bei $p_V = 0,1$ $p_V - p_H \approx 0,2 \text{ m}$ von $C = 30$ auf 40 kNm/rad).

Zusatzinformation

Nach Teil III, Abschn. 15.4.5, Fußnote 4, sieht man häufig als nicht zu überschreitenden Wert beim leeren Fahrzeug 8° und beim beladenen 11° Kurvenneigung an. Das ergibt nach (32.49)

$$\frac{C}{G_A h'} = \frac{v^2 / \rho g}{\kappa} + 1 \approx 8,2 \dots 6,2.$$

Mit der in Abschn. 13.13 erwähnten „Aktiven Fahrwerksregelung“ kann der Wankwinkel zumindest bei stationärer Kreisfahrt auf Null reduziert werden. Damit entfällt nicht nur die Querneigung selber, sondern es entfallen auch alle kinematischen Einflüsse auf die Radaufhängungen, die von der Querneigung verursacht werden.

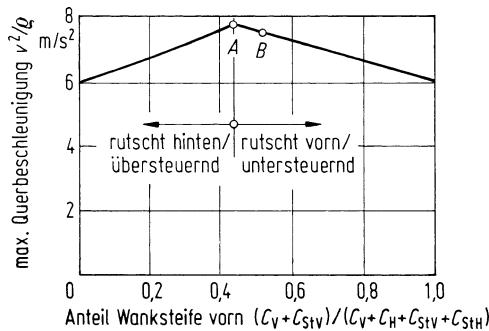
32.10.2 Auswirkungen auf Fahrzeugschwingungen und Reifenverschleiß

Die oben genannten beiden Lösungen können nicht frei gewählt werden, denn die Wankfedersteifigkeit C und die Momentanpolhöhen p_V und p_H beeinflussen das Schwingungsverhalten des Fahrzeugs bei Geradeausfahrt, s. Abschn. 15.4 (Wankschwingungen), 15.5 (Stabilisatoren) und 16.4 (Radaufhängungen, Wankschwingungen, Seitenkräfte, Schüttelschwingungen). Zusammengefasst kann folgendes wiederholt werden:

- a) Bei der Erhöhung der Wanksteife muss zwischen Fahrzeugen mit und ohne Stabilisator(en) unterschieden werden.
 - Soll bei Fahrzeugen ohne Stabilisator(en) die Wanksteife erhöht werden, wird gleichzeitig die Hubsteife erhöht und damit der kleinere Wankwinkel bei Kurvenfahrt durch geringeren Komfort bei Fahrt auf unebener Straße erkauft.
 - Bei Fahrzeugen mit Stabilisator(en) kann zwischen Hub-/Nickschwingungen und Wankbewegungen unterschieden werden. Der Komfort auf unebenen Straßen wird nach Abschn. 15.5 nur geringfügig schlechter, der Wankwinkel bei Kreisfahrt hingegen wesentlich kleiner.
- b) Auch bei Geradeausfahrt auf unebenen Straßen treten durch Spur- und Sturzänderungen Seitenkräfte auf. Sie sind umso geringer, je kleiner die Höhe der Momentanzentren p ist, s. Abschn. 16.4.3. Damit verringert sich auch der Reifenverschleiß.
- c) Die Radkinematik verursacht auch bei Geradeausfahrt Seitenschwingungen des Aufbaus, sog. Schüttelschwingungen, s. Abschn. 16.4.3. Hier ist primär nicht die Höhe des Momentanzentrums MZ wichtig, sondern die Lage des Momentanpols MP , s. Tab. 32.1, Doppelquerlenkerachse. Ist dessen Höhe a gleich dem statischen Reifenhalbmesser und ist dessen Abstand f_{SP} zum Rad groß, so sind die Schüttelschwingungen klein. Sekundär bedeutet das gleichzeitig, dass p klein sein muss.

Zusammengefasst sind also die Verwendung von Stabilisator(en) und niedrige Momenanzentrumshöhen zu empfehlen.

Abb. 32.31 Verteilung der Wanksteife auf Vorder- und Hinterachse und ihr Einfluss auf die maximal erreichbare Querbeschleunigung



32.10.3 Maximale Querbeschleunigung

Durch größere Wankwinkel wird der Aufbauschwerpunkt stärker nach kurvenaußen verlagert, s. (32.10) bzw. Abb. 32.13a. Die Radlastunterschiede zwischen den kurvenäußeren und -inneren Rädern werden dadurch größer, als Folge vergrößern sich auch die Schräglauftypen, und damit wird die Kraftschlussgrenze früher erreicht als bei kleinerem Wankwinkel. Abbildung 32.30 zeigt die maximale Querbeschleunigung v^2/g über der schon bekannten Kenngröße $G_A h'/C$ bzw. über dem bezogenen Wankwinkel $\kappa/v^2/g$.

Ein Fahrzeug mit $8^\circ/g$ Wankwinkel/Seitenbeschleunigung erreicht eine etwa um 5 % geringere Querbeschleunigung als ein nicht wankendes Fahrzeug. Damit ist aber nicht gesagt, dass dieses Fahrzeug sicherer ist. Es erreicht zwar höhere Querbeschleunigungen, aber der Fahrer hat durch das fehlende Wanken eine Information weniger für die Annäherung an die Kraftschlussgrenze.

Die Verteilung der Wankfedersteife auf Vorder- und Hinterachse beeinflusst ebenfalls die erreichbare Querbeschleunigung, s. Abschn. 32.1.2.4 und Abb. 32.31. Bei dem hier angenommenen Beispiel eines leicht frontlastigen Fahrzeugs muss die Wankfedersteife hinten etwas größer sein, damit beide Achsen bei schneller Kurvenfahrt gleichzeitig wegrutschen: Dies ist dann der Punkt der größten erreichbaren Querbeschleunigung (Punkt A). Soll das Fahrzeug im Grenzbereich untersteuern (die Wankfedersteifenverteilung beeinflusst das Steuerverhalten insbesondere im Grenzbereich), muss die Wankfedersteife an der Vorderachse gegenüber Punkt A vergrößert werden (Punkt B).

Ab hier muss nun wieder wie in Abschn. 32.10.2 unterschieden werden: Bei Fahrzeugen ohne Stabilisator(en) beeinflusst die Wanksteifenverteilung den Komfort bei Geradeausfahrt auf unebener Straße, bei Fahrzeugen mit Stabilisator(en) dagegen kaum. Das heißt, bei Fahrzeugen mit Stabilisator(en) kann die Wanksteifenverteilung nach reinen Kurshaltungsgesichtspunkten vorgenommen werden, es braucht kein Kompromiss eingegangen zu werden. Bei Fahrzeugen ohne Stabilisatoren muss ein Kompromiss gefunden werden.

32.11 Lenkung

Das Übertragungssystem zwischen Lenkrad und den Vorderrädern, allgemein als „Lenkung“ bezeichnet, wurde bisher nur an einfachen Lenkungsmodellen behandelt. So wurde in Abschn. 20.2 zur Einführung der Zusammenhang zwischen Lenkradeinschlag δ_L und Vorderradeinschlag δ_V gezeigt, später die Bedeutung von Lenkungssteifigkeit C_L , Lenk-übersetzung i_L und konstruktivem Nachlauf n_K herausgearbeitet und die Höhe des Lenkradmomentes M_L berechnet. Dies geschah anhand des „Einspurmodells“, bei dem die Vorderräder parallel einschlagen $\delta_{Vi} = \delta_{Va}$, die Größen i_L und n_K konstant waren und an den Vorderrädern nur Seitenkräfte wirkten. Dies geschah auch beim „Zweispurmodell“ in Abschn. 32.1.2.3, um den Einfluss der Radlastunterschiede am kurveninneren und -äußeren Vorderrad auf M_L zu zeigen.

Ab Abschn. 32.8 sind δ_{Vi} und δ_{Va} nicht mehr gleich, sie sind durch das Lenkgestänge, durch Kinematik und Elastokinematik in den Radaufhängungen und damit durch Wankwinkel κ , Seiten- und Umfangskräfte F_y und F_x verschieden. Im darauf folgenden Abschn. 32.9 wurden nur die unterschiedlichen δ_{Vi} und δ_{Va} auf das Fahrverhalten diskutiert, z. B. auf die Änderung der Schräglaufwinkel, auf die Untersteuertendenz.

Es fehlt noch die Abschätzung der Größe des Lenkradmoments, das u. a. von der Kinematik der gelenkten Vorderräder abhängt. Dies wird im Abschnitt „Konventionelle Lenkung“ erläutert, später wird auf „Unkonventionelle Lenkungen“ eingegangen.

32.11.1 Konventionelle Lenkung

32.11.1.1 Geometrische Beziehungen am Vorderrad

Abbildung 32.32 zeigt an einem rechten Vorderrad die geometrischen Daten. Die Gerade, um die das Rad eingeschlagen wird – Lenkachse, Lenkzapfen oder Achsschenkelbolzen genannt – ist gegenüber der Fahrbahn um den Spreizungswinkel σ und den Nachlaufwinkel τ geneigt. Das Rad ist bei Geradeausstellung um den Sturzwinkel γ_0 geneigt und um den Vorspurwinkel δ_{V0} eingeschlagen. Der konstruktive Nachlauf n_K ergibt sich aus dem Nachlaufversatz n_0 und aus dem Anteil vom Nachlaufwinkel τ als Funktion des Radeinschlages δ_V zu [MITS72]

$$n_K(\delta_V) = n_{K0} + r[\tan \sigma \sin \delta_V - (1 - \cos \delta_V) \tan \tau] \quad (32.52)$$

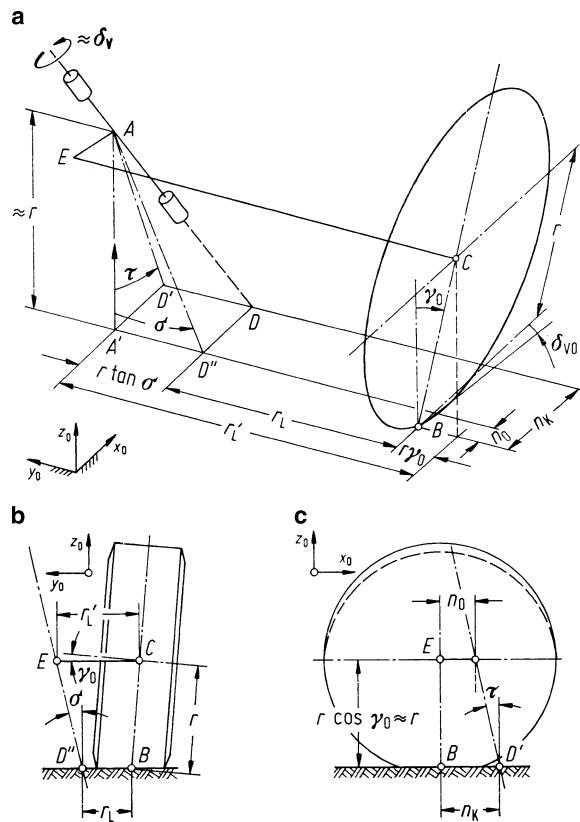
mit

$$n_{K0} = n_K(\delta_V = 0) = n_0 + r \tan \tau. \quad (32.53)$$

Der Lenkrollhalbmesser lautet

$$r_L(\delta_V) = r_{L0} + n_0 \sin \delta_V \quad (32.54)$$

Abb. 32.32 Geometrie am Lenkzapfen (Achsschenkelbolzen) und rechtem Vorderrad



mit

$$r_{L0} = r_L(\delta_V = 0) = r'_L - r(\tan \sigma + \gamma_0) \quad (32.55)$$

und dem sog. Störkrafthebelarm r'_L , s. Abb. 32.32b.

Beim Schwenken wird das Rad angehoben um

$$\begin{aligned} \Delta z(\delta_V) &= r_{L0}[(\cos \delta_V - 1) \tan \tau + \sin \delta_V \tan \sigma] \\ &\quad - n_{K0}[\sin \delta_V \tan \tau - (\cos \delta_V - 1) \tan \sigma]. \end{aligned} \quad (32.56)$$

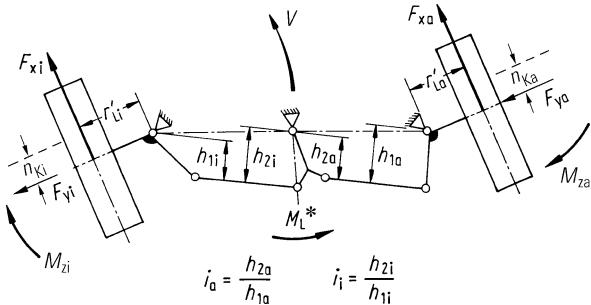
Der Sturzwinkel ändert sich zu

$$\gamma(\delta_V) = \gamma_0 - \delta_V \tan \tau. \quad (32.57)$$

32.11.1.2 Lenkradmoment

Bei genauer Berechnung des Lenkradmomentes müssen nicht nur die o. g. Veränderungen der konstruktiven Nachläufe und Lenkrollradien mit den kurveninneren und -äußeren Radeinschlägen berücksichtigt werden, sondern auch die veränderliche Geometrie des

Abb. 32.33 Zur Berechnung des bezogenen Lenkradmomentes M_L^* bei einem Lenkgestänge mit verschiedenen Übersetzungen kurvenaußen i_a und -innen i_i (Index V weggelassen), vgl. Abb. 32.19



Lenkgestänges. Nach Abb. 32.33 sind die Übersetzungsverhältnisse kurvenaußen i_a und -innen i_i verschieden.

Weiterhin ist zu unterscheiden, ob Antriebskräfte F_x oder Bremskräfte B wirken. Beide Umfangskräfte greifen zwar in der Radaufstandsfläche an, aber die Hebelarme sind verschieden. Da das Antriebsmoment F_xr nicht am Rad abgestützt wird, sondern über die Gelenkwellen an der Karosse, ist der Störkrafthebelarm r'_L von Bedeutung. Das Bremsmoment Br hingegen wird, da sich die Bremse (fast immer) innerhalb des Rades befindet, am Rad abgestützt, und darum ist der Lenkrollhalbmesser r_L maßgebend.

Das Lenkradmoment M_L errechnet sich für die Antriebskräfte F_x aus (Index V weggelassen)

$$\begin{aligned} M_L^* &= i_L V_L M_L = (F_{xi} i_i r'_{Li} - F_{xa} i_a r'_{La}) + (F_{yi} i_i n_{Ki} + F_{ya} i_a n_{Ka}) \\ &\quad + (M_{zVi} i_i + M_{zVa} i_a) \end{aligned} \quad (32.58)$$

und für die Bremskräfte B aus

$$\begin{aligned} M_L^* &= i_L V_L M_L = -(B_i i_i r_{Li} - B_a i_a r_{La}) + (F_{yi} i_i n_{Ki} + F_{ya} i_a n_{Ka}) \\ &\quad + (M_{zVi} i_i + M_{zVa} i_a) \end{aligned} \quad (32.59)$$

32.11.1.2.1 Schnelle Kurvenfahrt, Antrieb und Bremsung

Bei schneller Kurvenfahrt und damit meistens kleinen Radeinschlägen ist

$$n_{Ki} \approx n_{Ka} = n_K, \quad r'_{Li} \approx r'_{La} = r'_L, \quad r_{Li} \approx r_{La} = r_L.$$

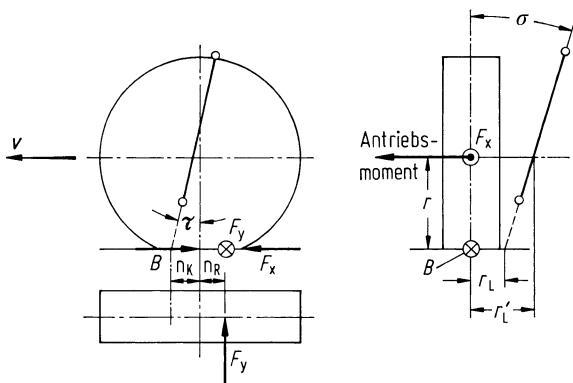
Das Lenkradmoment bei Vorderradantrieb ergibt sich nach (32.58) zu

$$M_L^* = i_L V_L M_L \approx (F_{xi} i_i - F_{xa} i_a) r'_L + F_{yV} n_K + (M_{zVi} + M_{zVa}). \quad (32.60)$$

Die Summe aus dem zweiten und dritten Summanden ist aus (32.27) und Abb. 32.6e bekannt, neu ist der erste Summand.

Ist $F_{xa} = F_{xi}$ (reibungsfreies Differenzial), dann ist nach (32.60) der Einfluss der Antriebskräfte auf das Lenkradmoment praktisch Null. Bei größeren Radeinschlägen ist zu

Abb. 32.34 Angriff von Seitenkraft F_y , Antriebskraft F_x und Bremskraft B am linken Rad (hier immer das kurveninnere)



berücksichtigen, dass die Übersetzungen des Lenkgestänges bei eingeschlagenen Vorderrädern aufgrund der Trapezanordnung rechts und links verschieden sind ($i_i > i_a$), Abb. 32.33. Diese Tatsache führt dazu, dass das Lenkmoment des Frontantriebs bei Kurvenfahrt durch die Antriebskräfte vergrößert wird. Diese Komponente des Lenkmomentes kann nicht ausgeschaltet werden, da ein Störkrafthebelarm $r'_L = 0$ bei heute üblichen Radaufhängungen erst tendenziell (r'_L bei einigen Radaufhängungen – Audi 4-Lenker-Achse – schon sehr klein) realisiert wird und eine Parallelenkung ($i_a = i_i$) ausscheidet, weil dadurch andere Eigenschaften verschlechtert werden (s. Abschn. 32.9.2). Mit den heute üblichen Zahnstanzenlenkungen treten die großen Übersetzungsunterschiede nach Abb. 32.33 nicht mehr auf.

Während des Bremsens beträgt das Lenkradmoment nach (32.59) bei schneller Kurvenfahrt mit den o. g. Näherungen

$$M_L^* = i_L V_L M_L = -(B_i i_i - B_a i_a) r_L + F_{yV} n_K + (M_{zVi} + M_{zVa}). \quad (32.61)$$

Abbildung 32.34 gibt die verschiedenen Größen am Rad wieder. Gleiche Bremskräfte $B_a = B_i$ beeinflussen das Lenkradmoment praktisch nicht, bei der Kurvenfahrt ein wenig, bei ungleichen Bremskräften $B_a \neq B_i$, z. B. bei schiefziehenden Bremsen und bei ABS, ist die Beeinflussung hingegen stark. Das kann durch Verwendung eines Lenkradrollhalbmessers $r_L = 0$ verhindert werden. Diese Forderung lässt sich bei Vorder- und Hinterradantrieb gleichermaßen erfüllen. Häufig werden kleine negative Lenkradrollhalbmesser realisiert, um bei μ -Split-Bremsungen einen automatischen Vorderachseinschlag zu erzeugen, der die Abweichung aus der Geradeausfahrt klein hält.

32.11.1.2.2 Langsame Kurvenfahrt

Bei langsamer Kurvenfahrt, z. B. beim Einparken, ist die Fliehkraft praktisch Null, und damit auch die Summe der Seitenkräfte am Fahrzeug, aber dafür sind die Radeinschläge sehr groß. Sollen auch die Seitenkräfte an den einzelnen Rädern Null sein, so müssen die einzelnen Schräglauwinkel ebenfalls Null sein, und die Vorderräder müssen so eingeschlagen werden, dass sich die Verlängerungen ihrer Achsen auf der Verlängerung der

Hinterräder treffen, sog. *Ackermann-Lenkung*, s. Abb. 32.20. Durch die Abweichung der üblichen Lenkungen nach Abb. 32.21 entstehen Zwangsschräglaufwinkel, die bei fliehkräftefreier Kurvenfahrt zu gleich großen, aber entgegengesetzt zur Fahrzeugmitte hin gerichteten Seitenkräften an den Vorderrädern führen. Mit steigender Fliehkraft wächst F_{ya} , während F_{yi} kleiner wird und schließlich das Vorzeichen umkehrt. Bis zu einer bestimmten Grenze führen diese Zusammenhänge bei langsamer Fahrt zu einem eindrehenden Lenkmoment [MITS72].

Dies sollte aber aus Sicherheitsgründen vermieden werden, denn die Lenkung sollte sich in allen Fahrsituationen selbsttätig in Geradeausrichtung zurückstellen. Hier hilft die *Gewichtsrückstellung*. Nach (32.56) wird durch die Radeinschläge der Vorderwagen um Δz angehoben, was das Lenkrad gegen das o. g. eindrehende Moment und gegen die immer vorhandene Reibung in der Lenkung in die Nulllage zurückdrückt. Dies gelingt nach (32.56) nur, wenn näherungsweise

$$r_{L0} \tan \alpha - n_{K0} \tan \tau > 0 \quad (32.62)$$

ist.

32.11.1.2.3 Lenkradmoment im Stand, Lenkungsverstärkung

In Abschn. 2.3.3 wurde das Schwenkmoment M_{Sch} an einem Rad behandelt. Daraus ergibt sich das bezogene Lenkradmoment bei zwei Vorderrädern zu

$$M_L^* = i_L V_L M_L = 2M_{Sch}. \quad (32.63)$$

Die Größe dieses Momentes und das beim Parkieren auftretende sind meistens bestimend für den Einbau einer Hilfskraftlenkung (Lenkunterstützung, Servolenkung), also einer Lenkungsverstärkung $V_L > 1$. Damit bei schneller Kurvenfahrt für den Fahrer nicht zu kleine Lenkkräfte auftreten, wird V_L geschwindigkeitsabhängig verringert.

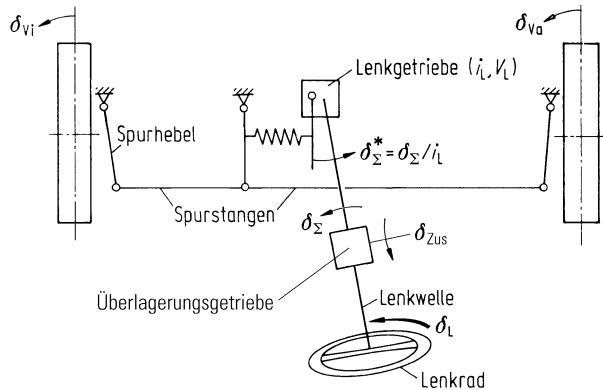
32.11.1.2.4 Variable Lenkübersetzung

Häufig ist die Lenkübersetzung i_L über den gesamten Bereich des Lenkradeinschlages δ_L (von Anschlag zu Anschlag) nicht konstant, sondern abhängig, also $i_L = f(\delta_L)$. Bei Fahrzeugen ohne Lenkungsverstärker wird i_L zu den Anschlägen hin vergrößert, um die Lenkkräfte während des Parkierens zu reduzieren. Ist eine Servolenkung vorhanden, dann spielen die Kräfte keine Rolle, und deshalb wird i_L zu den Anschlägen hin verkleinert, um damit auch die Gesamtzahl der Lenkradumdrehungen zu verringern.

32.11.2 Unkonventionelle Lenkungen

Bei diesen unkonventionellen Lenkungen, man kann aus heutiger Sicht auch von zukünftigen Lenkungen sprechen, wird die rein mechanische Verbindung

Abb. 32.35 Mechanische Lenkung mit einem vor dem Lenkgetriebe liegendem Überlagerungsgetriebe, entwickelt aus Abb. 32.19



- entweder ergänzt durch eine vom Fahrer unabhängigen Zusatzlenkung
- oder durch völliges Aufschneiden (steer-by-wire) und natürlich auch der Möglichkeit von Zusatzlenkungen.

32.11.2.1 Mechanische Überlagerungslenkung

Abbildung 32.35 zeigt ein Beispiel mit Überlagerungsgetriebe [KOEH02]. Das Lenkgetriebe wird eingangsseitig nicht mehr wie bisher nur durch den Lenkradeinschlag δ_L beaufschlagt, sondern jetzt zusätzlich durch einen Zusatzwinkel δ_{Zus} , also insgesamt durch einen neuen Winkel δ_Σ , der sich aus

$$\delta_\Sigma = a\delta_L + b\delta_{Zus} \quad (32.64)$$

ergibt. Der Zusammenhang zum Vorderradeinschlag δ_V ist vereinfacht ausgedrückt (parallele Einschläge am inneren und äußeren Rad, keine Lenkungselastizität) dann

$$\delta_V = \frac{1}{i_L} \delta_\Sigma \quad (32.65)$$

Ist der Zusatzwinkel z. B. eine Funktion der Fahrgeschwindigkeit, $\delta_{Zus} = f(v)$, dann kann die Lenkübersetzung variiert werden – jetzt $i_{L\text{ var}}$ genannt. Mit den obigen Gleichungen wird

$$\delta_V = \frac{1}{i_L} (a \delta_L + b \delta_{Zus}) = \frac{1}{i_{L\text{ var}}} \delta_L \quad (32.66)$$

Bei niedrigen Fahrgeschwindigkeiten v kann z. B. beim Parkieren zur Reduzierung der großen Lenkradeinschläge eine direkte Übersetzung verwirklicht werden, während bei höheren v und z. B. bei Geradeausfahrt zur Dosierung am Lenkrad ein Mindesteinschlag gebraucht wird, also eine indirekte Übersetzung.

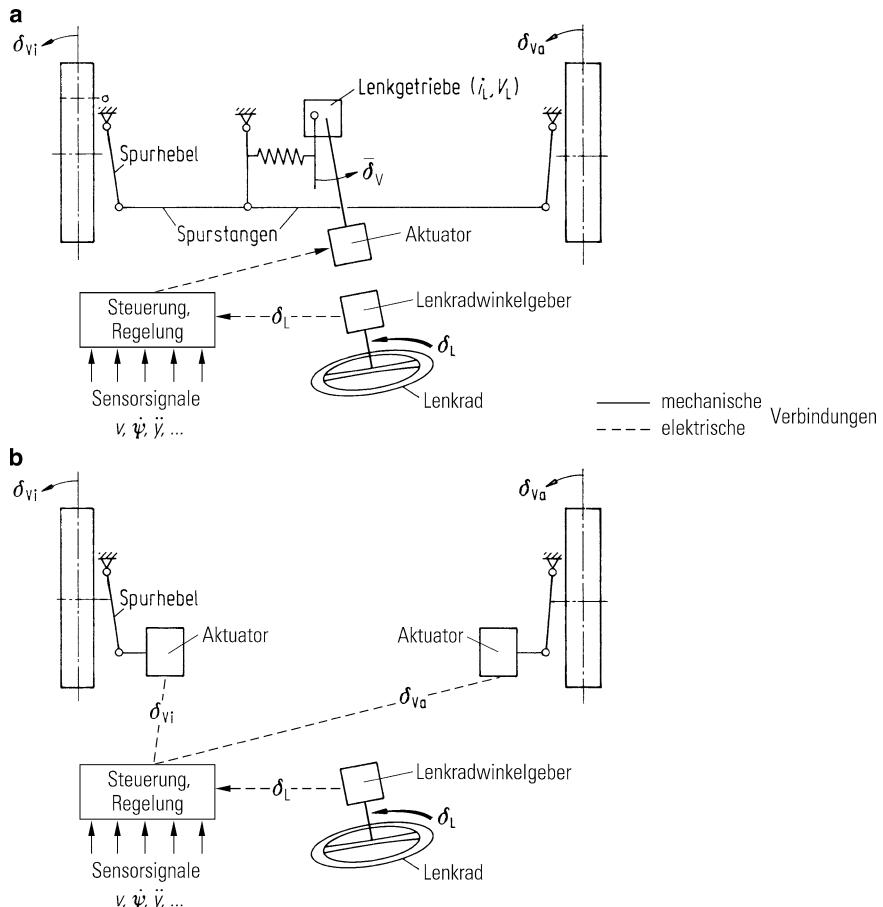


Abb. 32.36 Prinzip von Steer-By-Wire-Lenksystemen: **a** mit Lenkgestänge, entwickelt aus Abb. 32.19, **b** ohne Lenkgestänge

Zusatzinformation

Zahlenbeispiele sollen das erläutern:

Beim Parkieren mit einer konventionellen Lenkung sei der maximale Lenkradeinschlag $\delta_L = 460^\circ$ (von Mittel- bis zur Endstellung, entspricht 1,3fache einer vollen Lenkradumdrehung), und der maximale Vorderradeinschlag $\delta_V = 40^\circ$. Ergibt $i_L = 11,5$. Soll das Umgreifen beim Parkieren vermieden werden, $\delta_L < 180^\circ$, wird $i_{L\ var} < 4,5$.

Bei Geradeausfahrt ohne größere Störungen, wie Seitenwind treten $\delta_L \approx \pm 0,125^\circ = \pm 7,5'(!)$ auf. Soll der korrigierende Lenkradeinschlag wegen der Fühlenschwelle des Fahrers $\delta_L > \pm 2^\circ$ sein, so muss $i_{L\ var} = 16$ werden.

Danach sollte durch ein geschwindigkeitsabhängiges δ_{Zus} ein $i_{L\ var} = 4,5 \dots 16$ erreicht werden.

Zur Stabilität bei hohen Fahrgeschwindigkeiten werden in der Praxis Werte für $i_{L\ var}$ von über 20 realisiert.

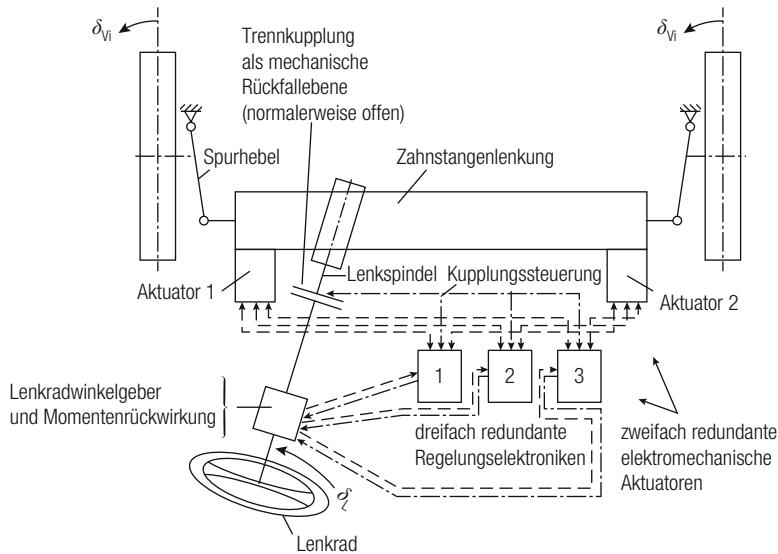


Abb. 32.37 Prinzipskizze eines Nissan Vorschages zu steer-by-wire

Der Zusatzwinkel δ_{Zus} kann auch eine Funktion anderer fahrdynamischer Größen sein, z. B. \ddot{y} , $\ddot{\psi}$ oder der Seitenwindgeschwindigkeit w_y . In diesem Fall könnte der in der Abb. 24.15e gezeigte Lenkradeinschlag reduziert werden, nicht auf null, damit der Fahrer auch am Lenkrad die Störung wahrnimmt.

32.11.2.2 „Steer-By-Wire“

In Abb. 32.36a gibt es statt der mechanischen Verbindung zwischen Lenkrad und dem Lenkgestänge der beiden Vorderräder eine elektrische Verbindung (wire). Sie läuft von einem Lenkradwinkelgeber über eine Steuer-Regler-Einheit, die wie in Abschn. 32.11.2.1 auch andere fahrdynamische Größen verarbeitet, zu einem das Lenkgestänge einschlagenden Aktuator [BRAE12]. Steer-by-wire erlaubt Zusatzfunktionen zu implementieren, die sonst schwer oder gar nicht zu verwirklichen sind wie z. B.

- eine Vorhaltlenkung $\delta_V = f(\delta_L, \dot{\delta}_L)$. Der Vorderradeinschlag δ_V ist nicht nur eine Funktion des Lenkradeinschlages δ_L , sondern auch von dessen Geschwindigkeit $\dot{\delta}_L$, wodurch das Fahrzeug schneller anspricht,
- einen gewünschten Lenkradmomentenverlauf

Da es durch die Auf trennung keine Rückwirkung von den Rädern auf das Lenkrad gibt, muss der Fahrer über einen sog. Drehmomenten-Simulator informiert werden, dabei wird auch ein gewünschter Lenkradmomentenverlauf programmiert. Der Simulator ist in Abb. 32.36a nicht eingezeichnet, ebenfalls nicht die Energieversorgung und die erforderliche Redundanz, um das Risiko eines totalen Lenkausfalls zu vermeiden. (Die rein

mechanischen Lenkungen sind einkreisig, weil die Ausfallwahrscheinlichkeit von mechanischen Elementen verschwindend gering ist.)

Dem Einsatz solcher „Steer-By-Wire“-Systeme stehen wegen der fehlenden Redundanz auch noch Gesetze entgegen. Die Wiener Konvention von 1968 lässt derartige Lenkungen noch nicht zu.

In Abb. 32.36b ist auch das mechanische Lenkgestänge entfallen und durch zwei Aktuatoren ersetzt. Das bietet den Vorteil der Unabhängigkeit zwischen δ_L und δ_{Va} und δ_{Vi} , sowie zwischen δ_{Va} und δ_{Vi} , s. Abschn. 32.9.2.

Bei aktuellen Entwicklungen [COLW13] wird bei derartigen steer-by-wire Systemen allerdings eine dreifach-redundante Elektronik vorgesehen und als Rückfallebene eine konventionelle mechanische Verbindung. Abbildung 32.37 zeigt die Prinzipskizze einer 2013 von Nissan angekündigten Lenkung. Damit lassen sich die gewünschten Funktionalitäten zukünftig realisieren.

Literatur

- [BRAE12] Braess, H.-H.; Seiffert, U. (Hg): Handbuch Kraftfahrzeugtechnik, 6. akt. u. erw. Auflage, Vieweg + Teubner Verlag, Wiesbaden, 2012
- [COLW13] Colwell, K.C.: Electric Feel, Nissan digitizes steering, but the wheel remains, Car and Driver, Febr. 2013
- [DEPP89] Deppermann, K.-H.: Fahrversuche und Berechnungen zum Geradeauslauf von Personenkraftwagen, Diss. TU Braunschweig 1989
- [EBER53] Eberan v. Eberhorst, R.: Die Kurven- und Rollstabilität des Kraftfahrzeuges, ATZ 55 (1953) Heft 9, S. 246–253
- [EBER51] Eberan v. Eberhorst, R.: Roll Angles, Automobile Engineer 41 (1951), S. 379
- [EGHT78] Egheesad, M.: Kinematik und Dynamik räumlicher Getriebe an Beispielen der Einzelradaufhängungen, Diss. TU Braunschweig 1978
- [FIAL59] Fiala, E.: Kraftkorrigierte Lenkgeometrie, Lenkgeometrie unter Berücksichtigung des Schräglauwinkels, ATZ 61 (1959) Heft 1, S. 29–32
- [GAUS73] Gauß, F.; Isermann, H.: Wankbewegungen, Radlastschwankungen und Kippgrenzen von Sattelkraftfahrzeugen bei zeitlich veränderlichen Querkräften. Deutsche Kraftfahrtforschung und Straßenverkehrstechnik Heft 232, 1973
- [GAUS75] Gauß, F.; Schönfeld, H.H.: Die Berechnung der Kippsicherheit von Sattelkraftfahrzeugen. Deutsche Kraftfahrtforschung und Straßenverkehrstechnik Heft 250, 1975
- [KOEH02] Köhn, P.; Baumgarten, G.: Die Aktivlenkung – Das neue Fahrdynamische Lenksystem von BMW, 11. Aachener Kolloquium, 2002, S. 1093–1109
- [KONI00] Konik, D.; Bartz, R.; Bärnthol, F.; Bruns, H.; Wimmer, M.: Dynamik Drive – Das neue aktive Wankstabilisierungssystem der BMW Group. 9. Aachener Kolloquium Fahrzeug- und Motorentechnik 2000, S. 471–490
- [MATS87] Matschinsky, W.: Die Radführungen der Straßenfahrzeuge, Fahrzeugtechnische Schriftenreihe, Herausgeber: Mitschke, M., und Frederich, F., Köln: TÜV Rheinland 1987

- [MATS98] Matschinsky, W.: Radführungen der Straßenfahrzeuge, Kinematik, Elastokinematik und Konstruktion. Berlin: Springer-Verlag, 2. Aufl. 1998
- [MILB82] Milbradt, K.: Zur dynamischen Kippsicherheit von Personenkraftwagen unter besonderer Berücksichtigung der Rollachsage. Diss. TU Braunschweig 1982
- [MITS72] Mitschke, M.: Dynamik der Kraftfahrzeuge. Berlin: Springer-Verlag, 1. Auflage 1972, Kap. XVII
- [OSSA67] v. d. Osten-Sacken, E.: Die Rollachse von Kraftfahrzeugbauten, Industrieblatt 89 (1967) 34, S. 772

Weiterführende Literatur

- [ABE99] Abe, M.: Vehicle Dynamics and Control for Improving Handling and Active Safety: From Four-wheel Steering to Direct Yaw Moment Control. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers 213, Part K, 1999, S. 87–101
- [AHRI95] Ahring, E.; Mitschke, M.: Comparison of All-Wheel Steering in the System Driver-Vehicle. Vehicle System Dynamics 24, 1995, S. 283–298
- [BAB86] Babbel, E.: IfF, 1986
- [BERK91] Berkefeld, V.: Theoretische Untersuchungen zur Vierradlenkung. Stabilität und Manövriertbarkeit. In: Wallentowitz, H. (Hrsg.): Allradlenksysteme bei Personenkraftwagen. Braunschweig: Vieweg 1991, S. 1–20
- [BUSS79] Bussien: Automobiltechnisches Handbuch, Ergänzungsband. Berlin: de Gruyter, 18. Auflage, 1979, dort Zomotor, S. 534
- [DONG91] Donges, E.; Aufhammer, R.; Fehrer, P.; Seidenfuß, T.: Funktion und Sicherheitskonzept der Aktiven Hinterachskinematik von BMW. In: Wallentowitz, H. (Hrsg.): Allradlenksysteme bei Personenkraftwagen. Braunschweig: Vieweg 1991, S. 205–225
- [FLEG87] Flegl, H.; Rauser, M.; Witte, L.: Beeinflussung des Fahrverhaltens durch die Aerodynamik, Automobil-Industrie 32 (1987) Heft 4, S. 309–318
- [GAER00] Gärtner, A.; van de Sand, A.; Rettweiler, P.: Auslegung von Fahrwerkssystemen durch Co-Simulation von MKS- und Fluidsimulationssoftware, 9. Aachener Fahrzeug- und Motorenkolloquium 2000, Band 1, S. 457–469
- [HEIS13] Heißing, B.; Ersoy, M.; Gier, S. (Hrsg.): Fahrwerkhandbuch, 4. Auflage, Springer-Vieweg, Wiesbaden 2013
- [HOLD98] Holdmann, P.; Köhn, P.; Möller, B.: Suspension Kinematics and Compliance – Measuring and Simulation, SAE-Paper 980897
- [KORT96] Kortüm, W.; Schwartz, W.; Wentscher, H.: Optimierung aktiver Fahrzeugfederungen durch Mechatronik-Simulation, Automatisierungstechnik – at 44, 1996, H. 11, S. 513–521
- [KORT98] Kortüm, W. u. a.: SIMPACK as a Tool for Automotive Engineering, AVEC 1998, 4th International Symposium on Advanced Vehicle Control, Nagoya 1998, S. 529–535
- [KRUM81] Krummel, J.; Stockmar, J.; Behles, F.: Fahrverhalten und Lenkung bei Frontantrieb, VDI-Berichte 418 (1981), S. 245–252

- [NEUB98] Neubeck, J.; Wohnhaus, A.: Werkzeugunterstützte Erstellung (kfz-technischer) Mehrkörperdynamikmodelle für SIMULINK. ASIM Simulationstechnik, 12. Symposium Zürich 1998, S. 57–65
- [OTTO87] Otto, H.: Lastwechselreaktionen von Pkw bei Kurvenfahrt. Diss. TU Braunschweig 1987
- [PFEF13] Pfeffer, P.; Harrer, M. (Hrsg.): Lenkungshandbuch, 2. Auflage, Springer-Vieweg, Wiesbaden 2013
- [PRUC98] Pruckner, A.: Virtuelles Prototyping zur Entwicklung von Fahrwerk-Regelungssystemen mit ADAMS und MATRIX(ind x), 7. Aachener Fahrzeug- und Motorenkolloquium 1998, Band 2, S. 1171–1192
- [SANO88] Sano, S.: Handling Characteristics of Steer Angle Dependent Four-Wheel Steering System. XXII FISITA Congress Dearborn, Michigan, Sept. 1988, Paper No. 885034
- [WALL96] Wallentowitz, H.; Janowitz, Th.: Der Stellenwert der Berechnung in Industrie sowie in Lehre und Forschung, VDI-Bericht 1283/1996, S. 17–46
- [WEBE70] Weber, R.: Der Kraftschluß von Fahrzeugreifen und Gummiproben auf vereister Oberfläche. Diss. Karlsruhe 1970

Für den allgemeinen Fall, bei dem im Gegensatz zur bisher behandelten Kreisfahrt die Fahrgeschwindigkeit $v \neq \text{const}$ und der Krümmungsradius $\rho \neq \text{const}$ sind, sollen nun einige Ergebnisse zweier instationärer Fahrten berechnet werden. Dabei treten so hohe Querbeschleunigungen und so große Schräglauwinkel auf, dass fast die Kraftschlussgrenze erreicht wird. Die sich dabei ergebenden kritischen Fahrsituationen können durch Fahrdynamikregelungen vermieden werden. Diese Fahrdynamik-Regel-Funktionen sind im Abschn. 26.1 bereits besprochen worden. Anhand der zwei Beispiele sollen Einflüsse von Fahrzeugdaten gezeigt werden, die bisher noch nicht erfasst wurden. Zuvor gibt es Hinweise auf die mathematische Beschreibung des Fahrzeugs.

33.1 Fahrzeugsystem

Mit der Steigerung der Rechenleistung von Computern sind in den letzten Jahren auch die Modelle für die Kurshaltung umfangreicher geworden. Bei den großen Fahrdynamikprogrammen [ALBE09, GAER00, PRUC98, HOLD98, KORT98, NEUB98, VDI-Berichte, KORT96, WALL96] gibt es die Tendenz, die von jedem Automobilhersteller selbst entwickelten Programme zu verlassen und auf kommerzielle, sehr allgemein einsetzbare Software-Pakete überzugehen und diese problemorientiert zu ergänzen. Die meist verwendeten Starrkörperprogramme stellen die sowohl bezüglich der Bewegungen als auch der Kräfte nichtlinearen Bewegungsgleichungen selbst auf und lösen sie im Zeitbereich. Aus diesem Grund erscheint es den Autoren nicht mehr wichtig, die Differenzialgleichungen zu nennen; es werden nur ein paar Hinweise gegeben. Zuvor sei aber noch darauf hingewiesen, dass nach wie vor noch einfachere Modelle angewendet werden. Sie können für bestimmte dynamische Vorgänge maßgeschneidert werden, und sie benötigen nicht die Kenntnis der zahlreichen Fahrzeugdaten der großen Modelle. Bei der Verwendung solcher Programme sind immer Genauigkeit und Aufwand gegeneinander abzuwagen. Begnügt man sich nicht nur mit den Ergebnissen, sondern sucht auch ein tieferes fahr-

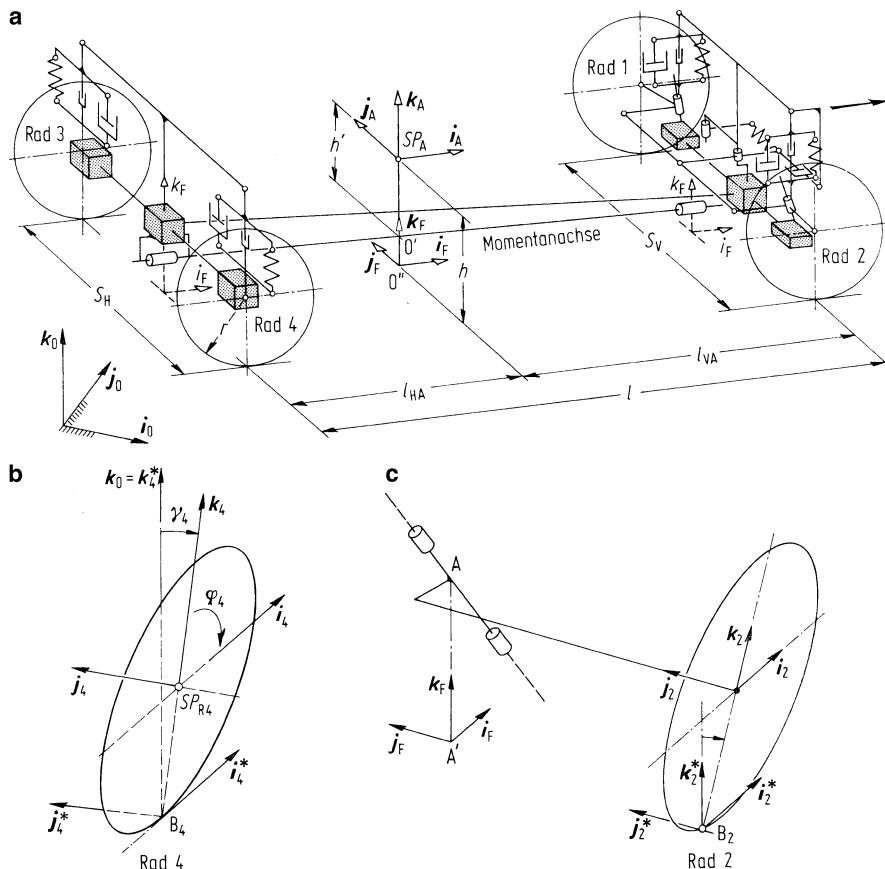


Abb. 33.1 Zur Erläuterung für die zweckmäßige Einführung von Einheitsvektoren

zeugtechnisches Verständnis, so sollte man kleine und große Programme parallel laufen lassen (natürlich nur bis zu dem Punkt, bis zu dem das kleine Modell für die Interpretation noch hilfreich ist).

33.1.1 Koordinatensysteme

Zusatzinformation

Um die absoluten Bewegungen des Fahrzeugs im Raum, aber auch Relativbewegungen darstellen zu können, ist die Einführung mehrerer Koordinatensysteme zweckmäßig.

Abbildung 33.1a zeigt in räumlicher Darstellung das Wesentliche eines zweiachsigen Kraftfahrzeugs. Der Aufbau mit dem Schwerpunkt SP_A bewegt sich um die ideelle Momentanachse und stützt sich über Federn und Dämpfer an den Rädern ab. Die Radaufhängungen werden an allen vier Rädern durch schwarze Kästen (black boxes) symbolisiert, die die elastischen und kinematischen Daten beinhalten. Die Lenkungsanlage entspricht dem in Abb. 32.19 gezeigten Schema, nur wurde außer

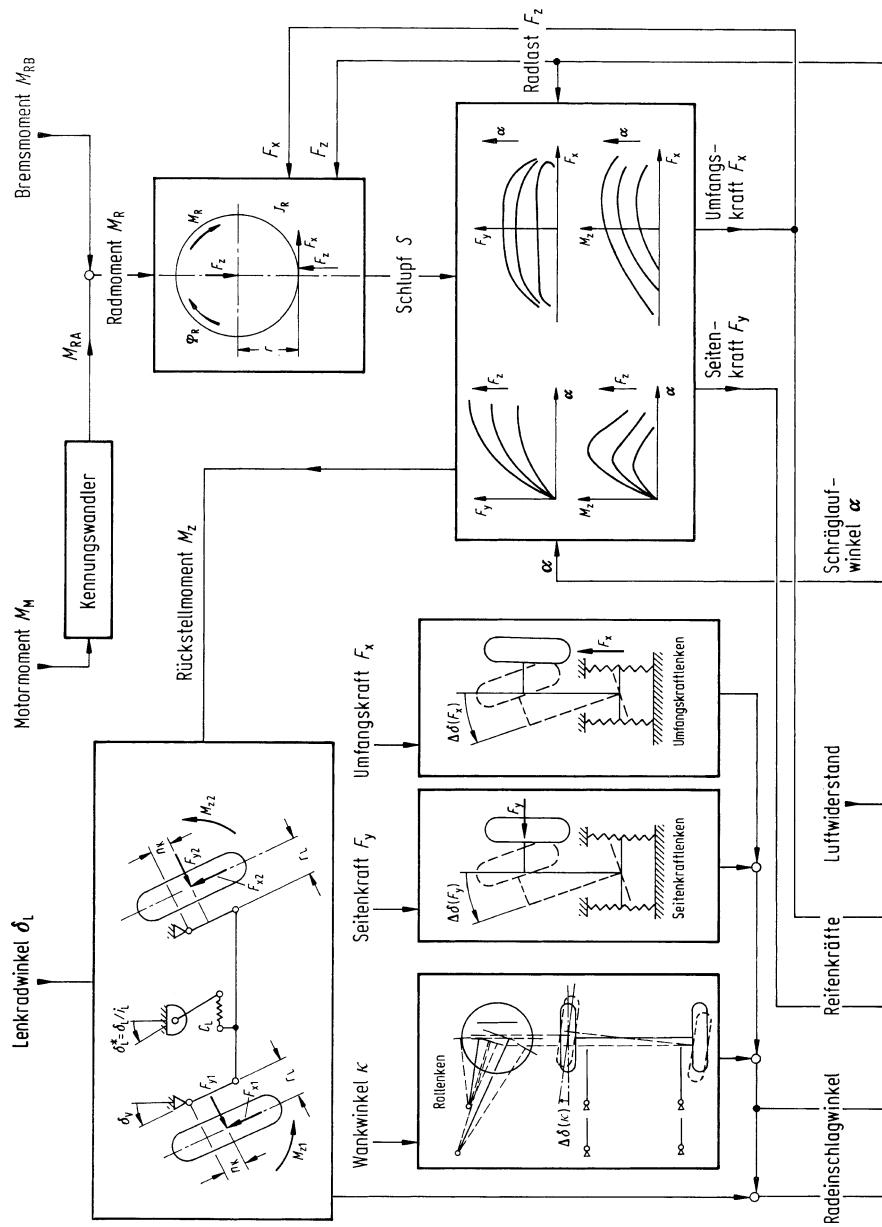


Abb. 33.2 Rechenprogramm [ORTO87] mit verschiedenen Bausteinen

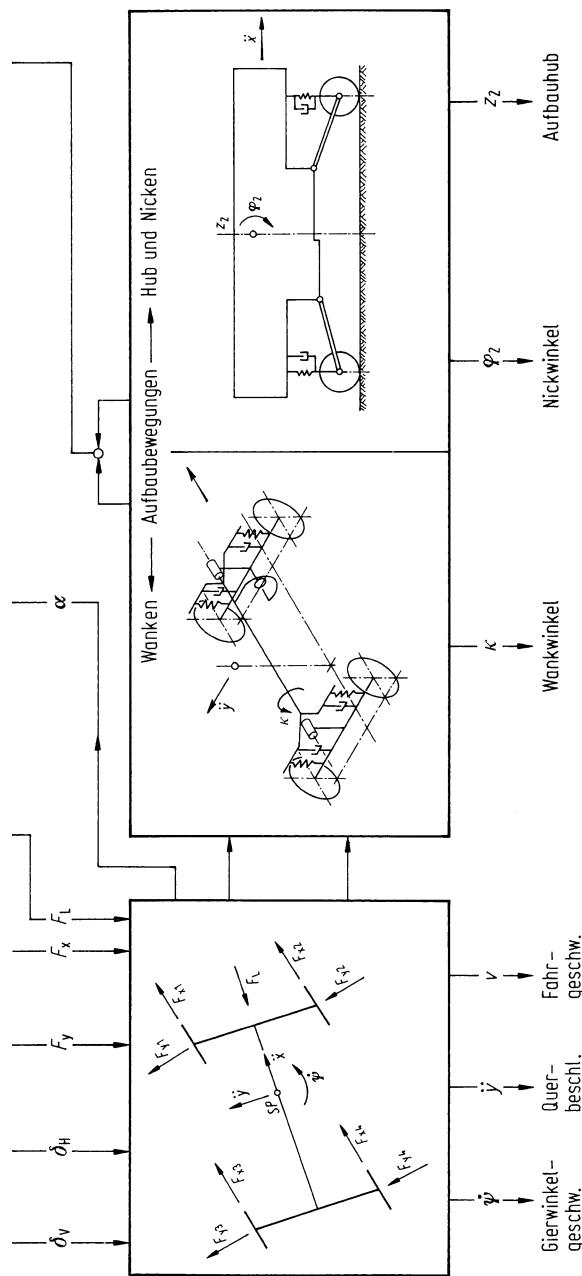


Abb. 33.2 Fortsetzung

der die Lenkungselastizität repräsentierenden Feder zusätzlich ein Lenkungsdämpfer eingeführt. Die Räder werden, um doppelte Indizes wie V, l für vorn, links zu sparen, mit 1 . . . 4 durchnummert.

In Abb. 33.1a ist weiterhin das aufbaufeste Koordinatensystem x_A, y_A, z_A mit den Einheitsvektoren i_A, j_A und k_A eingezeichnet, dessen Koordinatenanfangspunkt mit dem Schwerpunkt SP_A zusammenfällt. i_A liegt in Fahrzeuglängsachse, und k_A steht, wenn sich der Aufbau in der Nulllage befindet, senkrecht zur Fahrbahnebene. Bei $\kappa = 0$ ist $0'$ der Fußpunkt des Lotes von SP_A auf die Momentanachse und $0''$ der des entsprechenden Lotes auf die Fahrbahnebene. $0''$ ist der Koordinatenanfangspunkt eines fahrbahngebundenen Systems i_F, j_F, k_F , bei dem i_F immer in Fahrzeuglängsachse zeigt und k_F senkrecht auf der Fahrbahn steht. i_0, j_0, k_0 ist das raumfeste Koordinatensystem.

Die vorderen und hinteren rechten Räder, Räder 2 und 4 nach Abb. 33.1b und c, haben die Einheitsvektoren $i_{2,4}, j_{2,4}, k_{2,4}$, wobei j in der Drehachse des Rades verläuft, während die beiden anderen, in der Radscheiben-Mitteebene liegend, nicht mit umlaufen; es ist ein sog. schleifendes Koordinatensystem. Zur besseren Kennzeichnung der im Latschmittelpunkt $B_{2,4}$ wirkenden Kräfte und Momente wird zusätzlich ein fahrbahngebundenes Koordinatensystem mit den Einheitsvektoren $i_{2,4}^*, j_{2,4}^*, k_{2,4}^*$ eingeführt, wobei z. B. $i_2^* = i_2$, und $k_2^* = k_2$ ist.

33.1.2 Programmaufbau

Zusatzinformation

Das Gesamtprogramm sollte in einzelne Programme für Aufbau, Räder, Reifen, Lenkung, Radaufhängungen usw. unterteilt werden. Dies ist vorteilhaft, weil dann einzelne Unterprogramme übernommen oder durch inzwischen verbesserte ausgetauscht werden können. Ein Beispiel [OTTO87] zeigt Abb. 33.2.

Die Reifenkennlinien wurden in Abschn. 2.3.5 und 2.3.6 behandelt.

33.2 Lenkwinkelrampe bei hohen Querbeschleunigungen

Das Fahrverhalten nach Eingabe einer Lenkwinkelrampe wurde schon in Abschn. 22.2.3 diskutiert, allerdings am Beispiel des „linearen Einspurmodells“, das für die Fahrt auf trockener Straße nur bis zu Querbeschleunigungen $v^2/\rho < 0,4 g$ gilt und bei dem die Schwerpunktshöhe $h = 0$ ist (Ergebnisse in Abb. 22.13). In den Abschn. 30.1 und 30.2 wurde ebenfalls für $h = 0$ das Fahrverhalten untersucht, aber bei höheren Querbeschleunigungen bis hin zur Rutschgrenze (Ergebnisse in den Abb. 30.2, 30.3, 28.1).

Und nun wird entsprechend dem Kapitel „Zweispurmodell“ die Schwerpunktshöhe angehoben. Im Folgenden wird in Abb. 33.3 dieses Fahrzeug mit $h > 0$ einem mit $h = 0$ – zum Vergleich mit den o. g. Ergebnissen – gegenübergestellt, in beiden Fällen bei hohen v^2/ρ . Die Lenkwinkelrampe (Diagramm a) wird bei hoher Ausgangsgeschwindigkeit (b) durchgeführt. Sie sinkt wegen des auftretenden Kurvenwiderstandes leicht ab, die Radumfangskräfte nehmen bei angenommener konstanter Fahrpedalstellung zu (c). Der große Unterschied zwischen den beiden Fahrzeugen ist aus den Radlast-Zeit-Schrieben (d) zu erkennen, bei $h = 0$ bleiben sie konstant, bei $h > 0$ werden sie an den rechten, kurvenäußersten Rädern erhöht, an den linken vermindert.

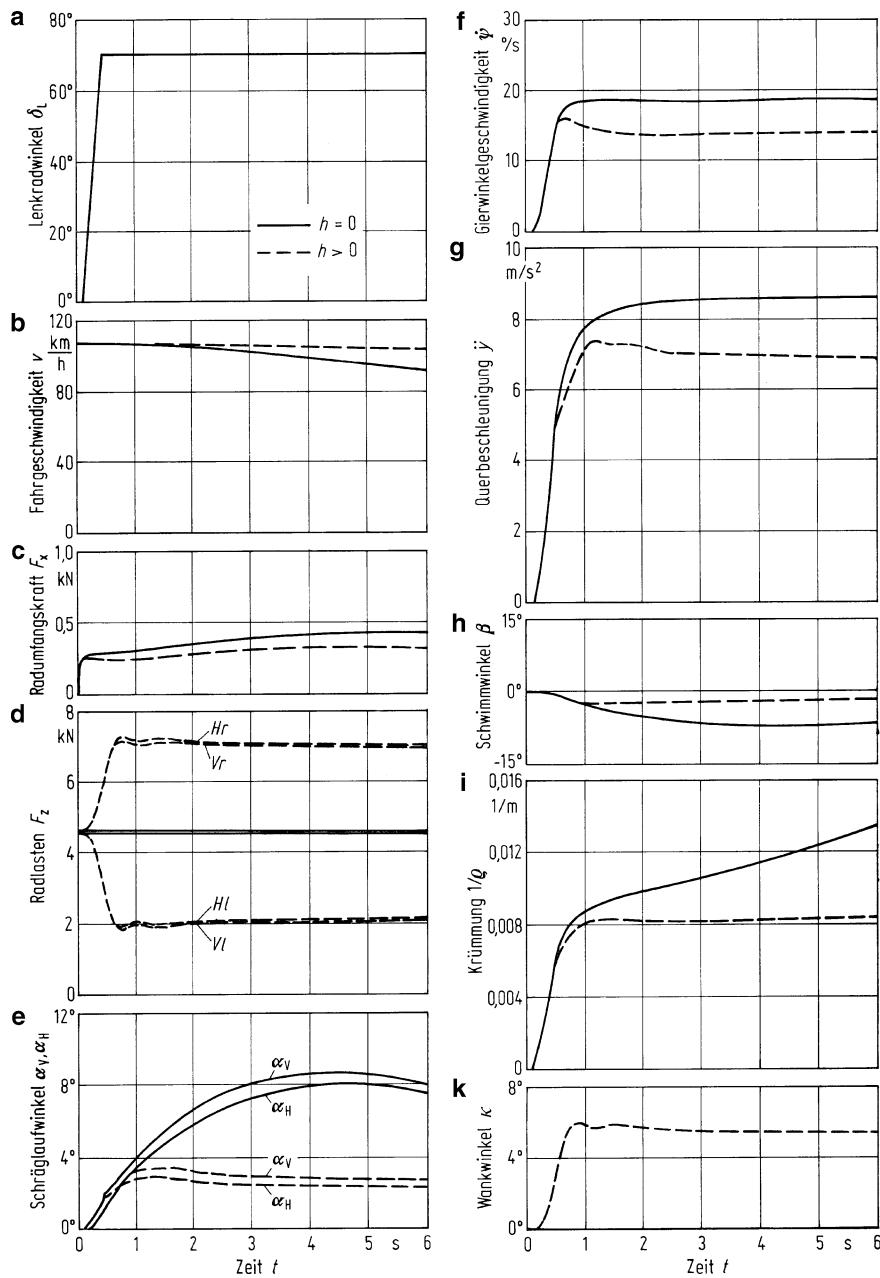


Abb. 33.3 Vergleich des Fahrverhaltens zweier Fahrzeuge bei Lenkwinkelrampe und konstanter Fahrpedalstellung. (Wichtigste Fahrzeugdaten: $m = 1887 \text{ kg}$, $J_z = 3657 \text{ kg m}$, $J_x = 611 \text{ kg m}$, $l = 2,837 \text{ m}$, $l_V/l = 0,5$, $p_V = p_H = 0$, $s_V = s_H = 1,5 \text{ m}$, $C_V = C_H = 36342 \text{ N m/rad}$, $K_V = K_H = 2396 \text{ N m s/rad}$, $n_K = 0,0147 \text{ m}$, $r = h_V = h_H = 0,295 \text{ m}$, $C_L = 9720 \text{ N m/rad}$, $i_L = 19$, Hinterradantrieb, Unterschiede bei $h = 0$ ist $m_V = m_H = 0$, bei $h > 0$ ist $h = 0,5 \text{ m}$, $m_V = m_H = 100 \text{ kg}$)

Überraschend ist zunächst, dass bei $h = 0$ größere Schräglauwinkel auftreten als bei $h > 0$ (e), obwohl dies doch nach der Diskussion bei der stationären Kreisfahrt gerade umgekehrt sein sollte, denn nach Abb. 32.3 vergrößern Radlaständerungen an den Rädern einer Achse die Schräglauwinkel. Der Grund ist aus Diagramm i zu erkennen: Die Krümmung bei $h = 0$ ist größer, der Krümmungsradius kleiner und die Querbeschleunigung nach Diagramm g größer, was größere Seitenkräfte und damit größere Schräglauwinkel hervorruft. Durch das Anheben des Schwerpunkts hat sich die Beziehung zwischen Lenkradeinschlag und Querbeschleunigung geändert. Um das auszugleichen, müsste beim Fahrzeug mit $h > 0$ die Lenkübersetzung i_L verringert werden.

Damit ist auch der unterschiedliche Verlauf von ψ in (f), $\ddot{\gamma}$ in (g) und β in (h) zu erklären.

33.3 Einfluss des dynamischen Wankens

In Abschn. 32.10 wurde schon für die stationäre Kreisfahrt die Größe des Wankwinkels und dessen Einfluss diskutiert. Bei der instationären Kreiseinfahrt, beim Lenkwinkelsprung, spielt zum einen neben der Wankfederung noch die Wankdämpfung eine Rolle. Sie wurde noch nicht erörtert und muss behandelt werden. Zum zweiten wirkt sich das Aufbauwanken auf den zeitlichen Verlauf der Gierwinkelgeschwindigkeit, speziell auf die zugehörige Peak-Response-Time aus, und zum dritten wird in diesem Abschnitt noch eine neue Beurteilungsgröße vorgeschlagen.

33.3.1 Einfluss von Wankfederung und -dämpfung

Nach Abb. 33.4b besitzt die Wankfederung praktisch keinen Einfluss auf die Größen der Peak-Response-Time und des Überschwingfaktors der Gierwinkelgeschwindigkeit (beide Begriffe sind in Abschn. 22.2.4 erklärt). Dabei wurde die Wanksteifenverteilung entsprechend Punkt B in Abb. 32.31 vorgenommen, weil das dort gezeigte leichte Untersteuern im Grenzbereich beibehalten wurde. Die Wankwinkel nach Diagramm c sind natürlich entsprechend der stark unterschiedlichen Wanksteife stark verschieden.

Eine Veränderung der gesamten Wankdämpfung bei gleichmäßiger Aufteilung auf die Achsen hat praktisch keinen Einfluss auf den Gierwinkelgeschwindigkeit-Zeit-Verlauf, s. Abb. 33.4d. Beim Wankwinkel (e) hingegen gibt es deutliche Unterschiede, bei der kleinen Dämpfung ein deutliches Nachschwingen, bei der großen fast ein aperiodisches Einlaufen auf den Stationärwert.

In Abb. 33.5 wurden die Wankdämpfungen auf die Achsen bei konstanter Gesamtdämpfung verschieden aufgeteilt. Je größer der Anteil auf der Vorderachse ist, umso kleiner werden Peak-Response-Time und Überschwingfaktor, was günstiger ist. Dies röhrt von den größeren Radlastunterschieden links/rechts an der Vorderachse her. Der Wankwinkel-Zeit-Verlauf ist von der Aufteilung unabhängig, da bei starrer Karosserie nur die Gesamt-dämpfung eingeht.

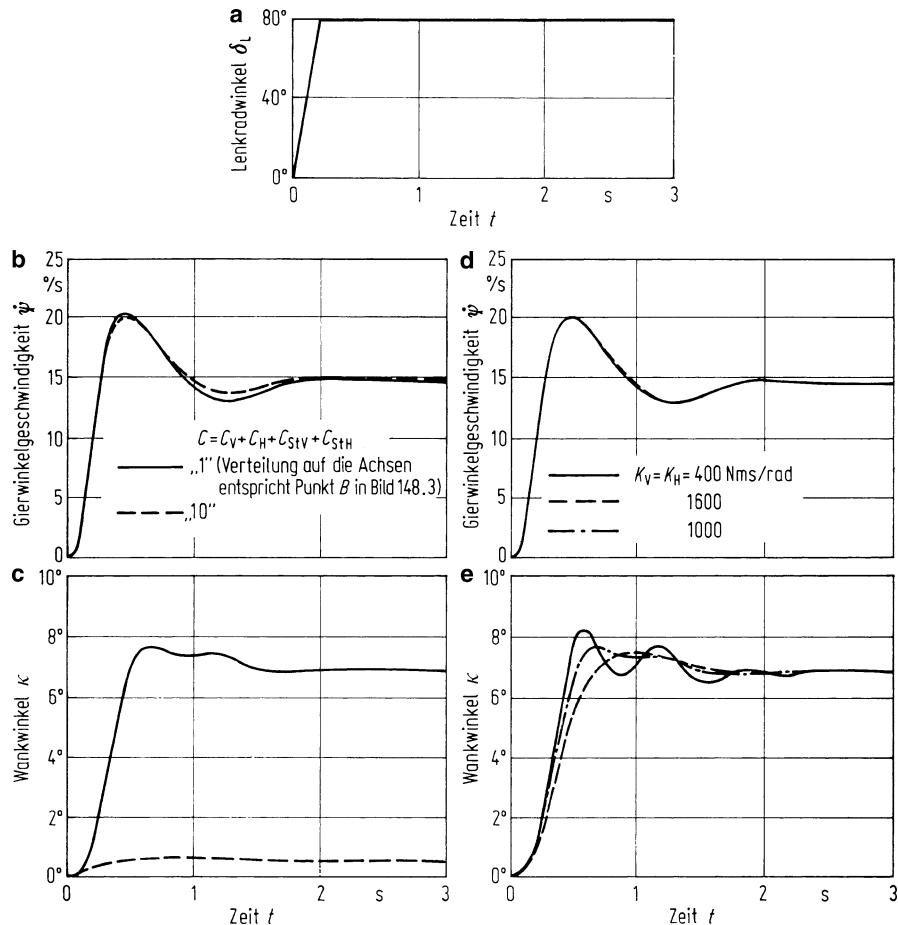


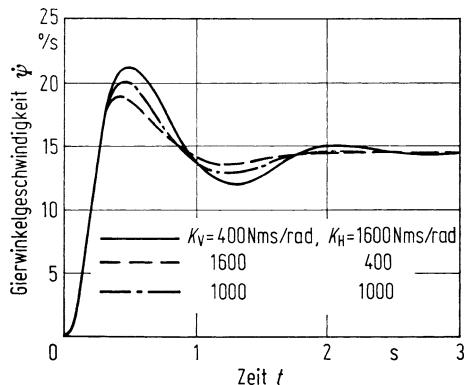
Abb. 33.4 b und c Einfluss verschiedener Wankfedersteifigkeiten auf die Fahrzeugreaktionen beim Lenkwinkelsprung nach a; d und e Einfluss verschiedener Wankdämpfungen

33.3.2 Querbeschleunigung in Kopfhöhe

Der Wankwinkel wird meistens als Komfortgröße betrachtet, er kann aber auch – wie in Abschn. 32.10.3 angedeutet – mit zur Beurteilung des Fahrverhaltens dienen. Nach Abschn. 12.3 kann die Beurteilung der Schwingungseinwirkung auf den Fahrzeuginsassen in translatorische und rotatorische Bewegungen unterteilt werden. Für sie ist also nicht nur die Wankbeschleunigung wichtig, sondern auch die Querbeschleunigung, und zwar in Kopfhöhe, weil sich das Vestibulärsystem im Kopf befindet. Deshalb soll die letztere mit betrachtet werden.¹

¹ Nach einer Hypothese von [BABB86].

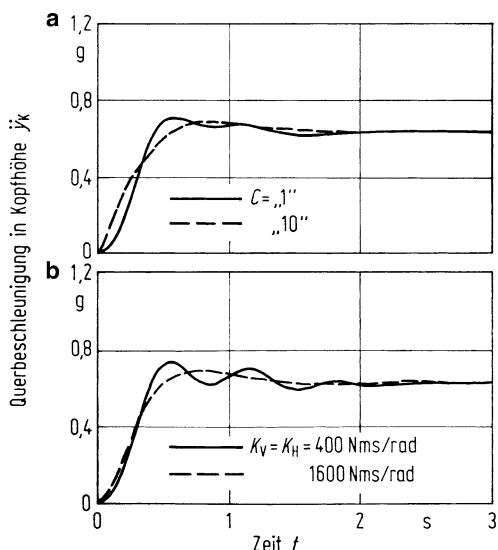
Abb. 33.5 Einfluss der Verteilung der Wankdämpfung auf Vorder- und Hinterachse K_V und K_H bei konstanter Gesamtdämpfung $K_V + K_H$ auf die Gierwinkelgeschwindigkeit beim Lenkwinkelsprung



Als erstes Beispiel werden die Fahrzeuge mit verschiedener Wankfedersteifigkeit nach Abb. 33.4b betrachtet, die ja bezüglich der Giergeschwindigkeit kaum Unterschiede zwischen wankweicher und wanksteifer Version zeigten. Nach Abb. 33.6a sind solche Unterschiede bezüglich der Querbeschleunigung in Kopfhöhe durchaus vorhanden: Während beim wanksteifen Fahrzeug der Anstieg sofort beginnt und der Stationärwert fast ohne Überschwingen erreicht wird, setzt der Anstieg bei der wankweichen Version verzögert ein, um danach ein deutliches Überschwingen zu zeigen. Beim wankweichen Fahrzeug erfährt der Fahrer zum einen die Rückmeldung auf seine Lenkradwinkeländerung verzögert, was vielleicht zu einem zu großen Lenkwinkel führt, und zum anderen könnte er durch das Überschwingen zu einer an sich nicht notwendigen Korrektur am Lenkrad angeregt werden.

Ähnliches gilt für die Fahrzeuge mit verschiedenen starken Dämpfungen (Abb. 33.6b). Auch hier könnte das Überschwingen durch die kleine Dämpfung den Fahrer irritieren.

Abb. 33.6 Einfluss von Wanksteifigkeit C (a) und Wankdämpfung $K_V = K_H$ (b) auf die als Fahrerinformation dienende Querbeschleunigung \ddot{y}_K in Kopfhöhe beim Lenkwinkelsprung, vgl. Abb. 33.4c und e



33.4 Lastwechselverhalten aus stationärer Kreisfahrt

Im Folgenden wird nach Abschn. 33.2 ein weiteres Beispiel für instationäre Kurvenfahrt behandelt, bei der sich Fahrgeschwindigkeit und Querbeschleunigung des Fahrzeugs merklich ändern.

Kurvenunfälle sind, wie Unfallstatistiken zeigen, meistens auf überhöhte Fahrgeschwindigkeit zurückzuführen. Beim Befahren von Kurven mit (zu) hoher Geschwindigkeit reagieren die Fahrer normalerweise zuerst mit Gaswegnehmen. Dieser Übergang vom Antrieb des Fahrzeugs zur Motorbremsung bewirkt über die eintretende Verzögerung eine Radlastverlagerung von den Hinterrädern auf die Vorderräder. Die dadurch hervorgerufenen Schräglaufwinkel- und Einschlagwinkeländerungen der Räder bewirken Kursänderungen, meist zur Kurveninnenseite, und im Extremfall Fahrzeugschleuderbewegungen, die von vielen Fahrern nicht beherrscht werden. Dies wird als „Lastwechselverhalten“ oder „Lastwechselreaktion“ bezeichnet und meistens aus stationärer Kreisfahrt gemessen.

In Abb. 33.7 wird das Lastwechselverhalten bei hoher Ausgangsquerbeschleunigung beschrieben [OTTO87]. Bei dem *Open-loop-Verhalten*, bei dem der Fahrer nicht reagiert (s. Diagramm b), ist der Lenkradwinkel δ_L konstant. Die Fahrzeulgängsgeschwindigkeit \dot{x}_F fällt von ca. 60 km/h vor dem Lastwechsel nach Einsetzen der Motorbremsung innerhalb von 3 s auf etwa 50 km/h ab. Die Fahrzeugverzögerung in Fahrzeulgängsrichtung steigt nach der Gaswegnahme schnell auf $\approx 1 \text{ m/s}^2$ an und wird dann kleiner, weil das Motorbremsmoment mit der Fahrgeschwindigkeit kleiner wird.

Der dabei auftretende Kurs wird durch die Gierwinkelgeschwindigkeit $\dot{\psi}$ und die Fahrzeugquerbeschleunigung \ddot{y}_F erfasst. Zur Bewertung des Kurshaltungs-Verhaltens müssen diese Größen mit einem Idealverhalten verglichen werden. Dieses wird folgendermaßen definiert: Der Fahrzeugschwerpunkt bleibt genau auf dem Radius der Ausgangskreisbahn ρ_{stat} , und der stationäre Schwimmwinkel β_{stat} verändert sich nicht ($\dot{\beta}_{\text{stat}} = 0$). Damit ergeben sich die als Referenzwerte bezeichneten Größen $\dot{\psi}_{\text{Ref}}$ und \ddot{y}_{Ref} zu

$$\dot{\psi}_{\text{Ref}}(t) = v(t)/\rho_{\text{stat}}, \quad (33.1)$$

$$\ddot{y}_{\text{Ref}}(t) = v^2(t)/\rho_{\text{stat}}. \quad (33.2)$$

Zur Kennzeichnung der Kurshaltungseigenschaften werden die Differenzen zwischen Mess- und Referenzwerten der Gierwinkelgeschwindigkeit

$$\Delta \dot{\psi} = \dot{\psi} - \dot{\psi}_{\text{Ref}} \quad (33.3)$$

und der Querbeschleunigung

$$\Delta \ddot{y} = \ddot{y} - \ddot{y}_{\text{Ref}} \quad (33.4)$$

angegeben. Δy ist dann die Kursabweichung.

Die Diagramme in Abb. 33.7c beschreiben das *Closed-loop-Verhalten*, also das Fahrzeug- und Fahrerverhalten. Auf den Lastwechselbeginn reagiert der Fahrer nach einer Reaktionsdauer von $t_R = 0,75 \text{ s}$ mit einer Lenkradwinkeländerung $\Delta \delta_L$ gegenüber der stationären

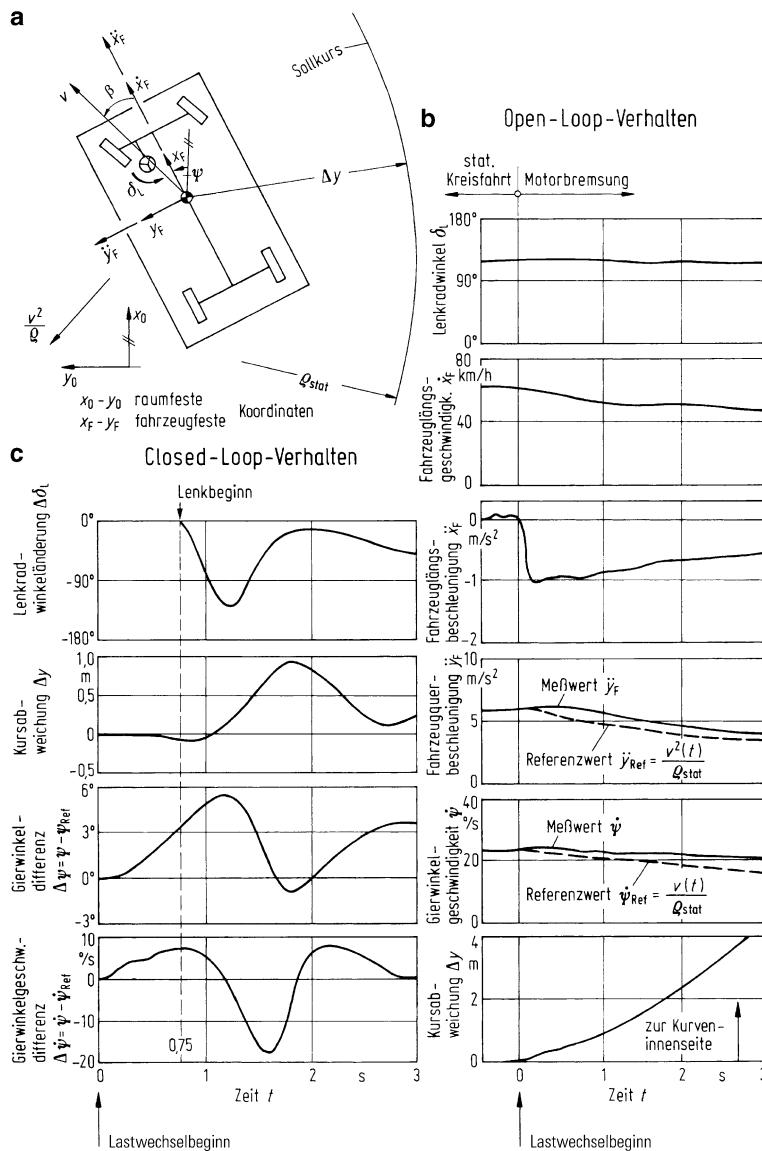


Abb. 33.7 Zur Beschreibung des Lastwechselvorgangs. **a** Maßgebende Größen, zusätzlich z. B. zu Abb. 20.1 wurden die fahrzeugspezifischen Koordinaten x_F , y_F eingeführt (wichtig für die Messgeräte im Fahrzeug), die sich merklich bei großen Schwimmwinkeln β von den Richtungen v und v^2/ρ unterscheiden; **b** Open-loop-Verhalten ($\delta_L = \text{const}$): Messgrößen und Referenzwerte beim Gaswegnehmen aus stationärer Kreisfahrt (Kreisbahnradius $\rho_{stat} = 40$ m, Fahrzeugdaten: Gesamtmasse $m = 1369$ kg, Schwerpunkttrükklage $l_V/l = 0,495$, Frontantrieb); **c** Closed-loop-Verhalten: Zusammenhang zwischen Lenkkorrektur $\Delta\delta_L$, Kursabweichung Δy und Gierdrehung $\Delta\psi_{Ref}$, $\Delta\psi_{Ref}$. Messbeispiel beim Gaswegnehmen aus stationärer Kreisfahrt (Kreisradius $\rho = 40$ m, Ausgangsquersbeschleunigung: $\ddot{y}_{stat} \approx 7,8 \text{ m/s}^2$) (aus: [OTTO87])

Kreisfahrt. Als Reaktionsaufforderung kommt die Kursabweichung Δy nicht in Frage, sie ist praktisch Null, eher kommt die Gierwinkelgeschwindigkeitsdifferenz $\Delta \dot{\psi}$ mit ca. $8^\circ/\text{s}$ oder die daraus resultierende Gierwinkelabweichung von $\Delta \psi \approx 3^\circ$ in Betracht.

33.4.1 Bewertungskriterien

Wie in zuvor behandelten Fällen, z. B. bei der Peak-Response-Time (Abschn. 22.2.4), werden auch hier aus den Zeitfunktionen eines Open-Loop-Versuches bestimmte Werte entnommen, die das Fahrzeugverhalten kennzeichnen.

Häufig werden die von Rompe und Heißing [ROMP84] vorgeschlagenen „1-sek-Werte“ benutzt. Ein Fahrzeug ist bezüglich Lastwechselverhaltens umso besser, je kleiner

$$\Delta \dot{\psi}(t = 1\text{s}) = \dot{\psi}(t = 1\text{s}) - \dot{\psi}_{\text{Ref}}(t = 1\text{s}) \quad (33.5a)$$

und

$$\Delta \ddot{\psi}(t = 1\text{s}) = \ddot{\psi}(t = 1\text{s}) - \ddot{\psi}_{\text{Ref}}(t = 1\text{s}) \quad (33.6a)$$

bzw.

$$\Delta \dot{\psi}(t = 1\text{s}) / \dot{\psi}_{\text{Ref}}(t = 1\text{s}) \quad (33.5b)$$

und

$$\Delta \ddot{\psi}(t = 1\text{s}) / \ddot{\psi}_{\text{Ref}}(t = 1\text{s}) \quad (33.6b)$$

sind.

Otto [OTTO87] beurteilt die Fahrsituation beim Lastwechselverhalten als kritisch, wenn die

$$\text{Bewertungsgröße} = \frac{\Delta \dot{\psi}_{\text{Refm}}}{0,75\text{s}} + \ddot{\psi}_m \geq 5^\circ/\text{s}^2 \quad (33.7)$$

ist, s. Abb. 33.8a. Aus Diagramm b lässt sich die maximale stationäre Querbeschleunigung vor dem Lastwechsel $\ddot{\psi}_{\text{stat}}$ für unkritische Lastwechselreaktion ablesen.

33.4.2 Einfluss von Fahrzeuggrößen

Das Lastwechselverhalten ist ein recht komplizierter Fahrvorgang. Für die vorausgehende stationäre Kreisfahrt ist alles aus Kap. 32 bekannt: die Radlasten F_{zV_a}, \dots , die Seitenkräfte F_{yV_a}, \dots , die Schräglauftypen α_V, α_H , die Radeinschläge δ_{V_a}, \dots usw. Ab der Gaswegnahme, ab Beginn des Lastwechsels gibt es an den Antriebsrädern Bremskräfte, deren Größe letztlich vom Bremsmoment des Motors bestimmt wird (Abb. 6.13). Die Bremskräfte verzögern das Fahrzeug (9.43), die Radlasten verändern sich statisch ((9.44), (9.45)) und dynamisch (Abschn. 14.9). Die Verzögerung verringert die Fahrgeschwindigkeit v und zunächst

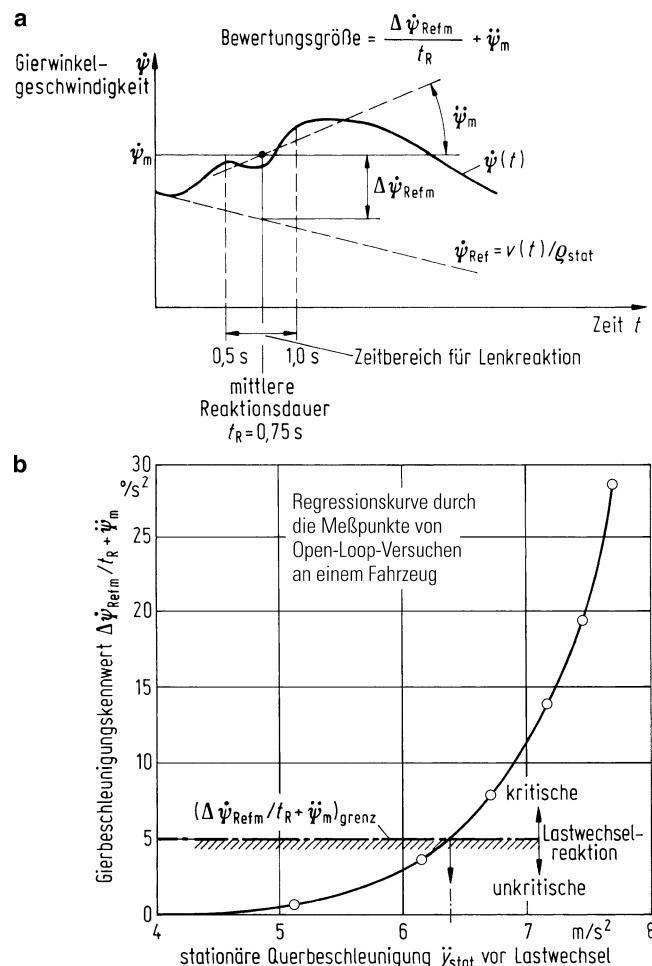


Abb. 33.8 a Objektive Bewertungsgröße für die Lastwechselreaktion von Pkw bei Kurvenfahrt; **b** Anwendungsbeispiel zu a

v^2/ρ , wenn sie nicht durch die Kursänderung zur Kurveninnenseite und gleichzeitiger Verkleinerung des Radius ρ vergrößert wird. Damit ändern sich Seitenkräfte, Schräglaufwinkel, Radeinschläge usw. Durch das kleinere v ist inzwischen auch das Motorbremsmoment kleiner, damit ändern sich – in einer neuen Schleife gerechnet – Verzögerung, Radlasten, Seitenkräfte, Schräglaufwinkel usf. Im Folgenden wird der Einfluss einzelner Fahrzeuggrößen erklärt.

33.4.2.1 Achslaständerung durch Verzögerung

Nach dem Lastwechsel erhöht sich die Achslast vorn, die hintere vermindert sich. Dessen Auswirkung, die – wie noch gezeigt wird – entscheidend für die Lastwechselreaktion

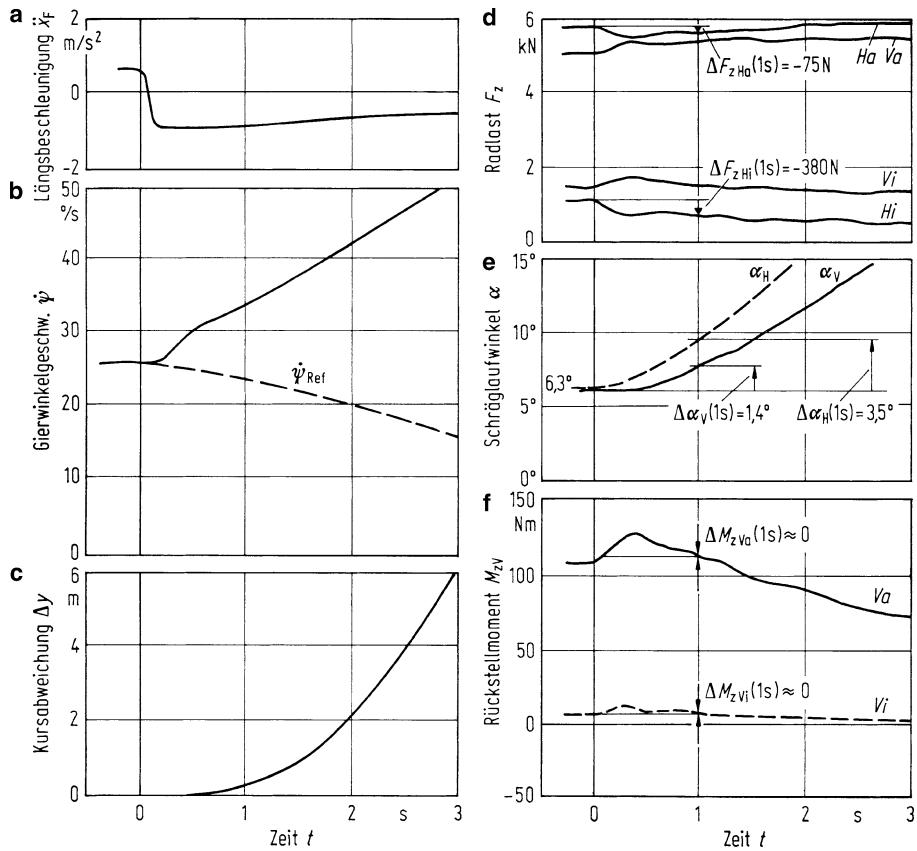


Abb. 33.9 Rechenbeispiel [OTTO87] zu den Auswirkungen der Achslaständerungen beim Lastwechsel aus stationärer Kreisfahrt. (Kreisbahnradius $\rho_{stat} = 40 \text{ m}$, Ausgangsquerbeschleunigung $\ddot{y}_{stat} = 7,5 \text{ m/s}^2$)

auf trockener Straße ist, wird allein behandelt. Alle anderen Einflussgrößen, wie z. B. Umfangskraft und Radaufhängungselastizitäten, werden zu Null gesetzt, was ja in der Theorie möglich ist [OTTO87].

Nach Abb. 33.9a entsteht ein Beschleunigungssprung von $\Delta\ddot{x}_F \approx -1,6 \text{ m/s}^2$. (Vor dem Gaswegnehmen wird das Fahrzeug in seiner Längsrichtung mit $\ddot{x}_F \approx 0,6 \text{ m/s}^2$, „beschleunigt“, danach mit $\ddot{x}_F \approx -1,0 \text{ m/s}^2$ verzögert.) Die Fahrgeschwindigkeit v fällt entsprechend $\dot{\psi}_{Ref}$ nach Diagramm b ab (nach (33.1) ist $v(t) = \dot{\psi}_{Ref}\rho_{stat}$), $\dot{\psi}$ steigt an, ρ wird kleiner, v^2/ρ hier größer. Das heißt, die Radlasten F_{zVa}, \dots ändern sich durch $\Delta\ddot{x}_F$ und v^2/ρ , so ist z. B. nach 1 s die hintere, kurvenäußere Radlast um $\Delta F_{zHa} = -75 \text{ N}$ verändert, die kurveninnere um $\Delta F_{zVi} = -380 \text{ N}$. Trägt man die beiden Punkte in das Reifendiagramm, Abb. 33.10a,

² Der Beschleunigungswert \ddot{x}_F bei $v = \text{const}$ wurde schon in Abb. 33.7 durch die unterschiedlichen Vektorrichtungen erklärt.

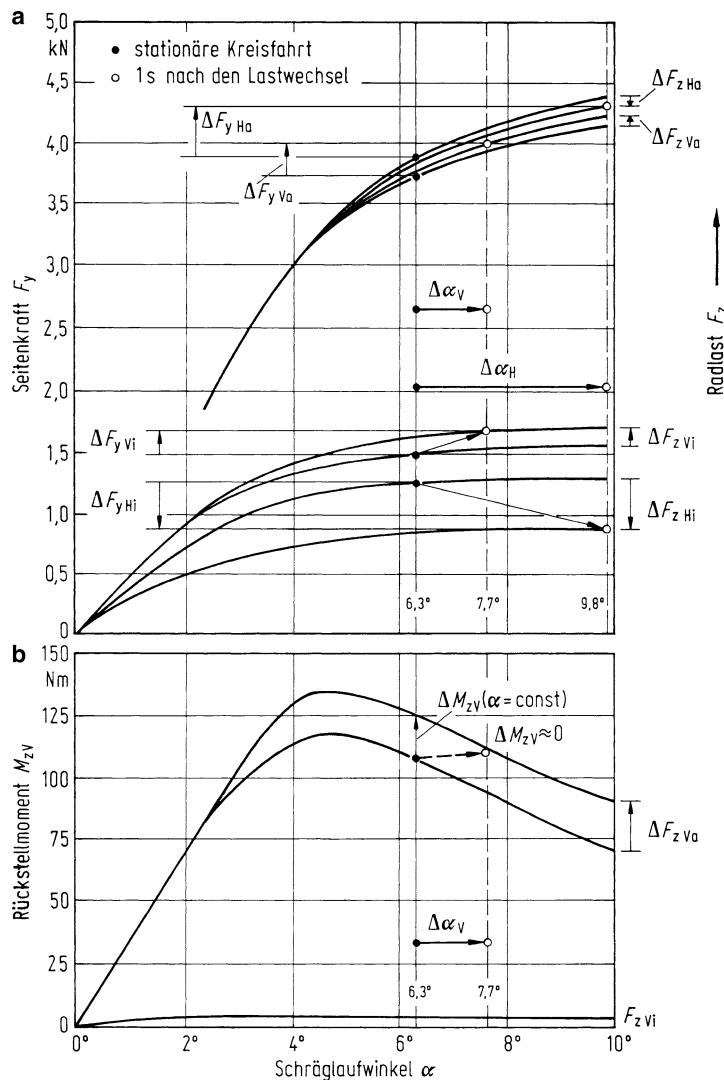


Abb. 33.10 Rechenbeispiel [OTTO87] zur Erklärung des Radlasteinflusses F_z auf die Seitenkräfte F_y . Schräglaufwinkel α und Rückstellmomente M_z , gezeigt an gemessenen Reifenkurven. Eingetragen sind Zeitwerte der Bewegungsgrößen α , M_z und F_z aus Abb. 33.9, und zwar vor dem Lastwechsel ($t \leq 0$) und 1 s danach ($t = 1\text{s}$). (Reifendaten: Stahlgurtel 175/70 SR 13. Innendruck 2 bar, für Umfangskraft $F_x = 0$)

ein, so erhöht sich der Schräglaufwinkel von $\alpha_H(t=0) = 6,3^\circ$ auf $\alpha_H(t=1\text{s}) = 9,8^\circ$ und die Seitenkräfte verändern sich, hier ist $\Delta F_{yH0}(1\text{s}) \approx -\Delta F_{yHi}(1\text{s})$.

Vorn ist $\alpha_V(t=0) = 6,3^\circ$ auf $\alpha_V(t=1\text{s}) = 7,7^\circ$ angewachsen. Die Veränderung des momentanen Kreisradius $\rho(t)$ lässt sich nach (32.34) direkt aus den Schräglauwinkeln α_V

und α_H abschätzen,

$$\rho = \frac{l}{\delta_V - \delta_H - (\alpha_V - \alpha_H)}. \quad (33.8)$$

Bei Fahrt mit konstanten Radeinschlagwinkeln (δ_V und $\delta_H = \text{const}$) ist in dem vorstehenden Rechenbeispiel die Schräglaufwinkeldifferenz $\alpha_V - \alpha_H$ vor dem Lastwechsel gleich Null, und der Kreisradius ρ beträgt 40 m. Eine Sekunde nach dem Lastwechsel ist $\alpha_V - \alpha_H = -2,1^\circ$, und der momentan befahrene Kreisradius hat sich damit auf $\rho \approx 24$ m verringert.

Die für die Berechnung des Lenkradeinschlages δ_L wichtigen Reifenrückstellmomente zeigen die Abb. 33.9f und 33.10b. Am kurvenäußersten Vorderrad wird der Rückstellmomentenanstieg $\Delta M_{zVa}(\alpha = \text{const})$ infolge Radlastzuwachs $\Delta F_{zVa} = 75$ N durch den Abfall infolge Schräglauwinkelvergrößerung von $\Delta\alpha_V = 1,4^\circ$ gerade ausgeglichen.

Der Einfluss der Radlastschwankungen, die durch den zeitlichen Aufbau der Verzögerung und damit der Massenkraft entstehen und die meistens mit einer Fahrzeughnickenschwingung gekoppelt sind, kann vernachlässigt werden.

33.4.2.2 Umfangskraft, Vorder-, Hinterradantrieb

Die negative Umfangskraft nach Lastwechselbeginn, also die Bremskraft $-F_x$ und damit die Höhe der Verzögerung, hängt nach Abb. 33.11 vom Bremsmoment des Motors als Funktion seiner Drehzahl (a) sowie von der Getriebeübersetzung und damit von der Fahrgeschwindigkeit (b) ab.

Auf der trockenen Fahrbahn ist der Einfluss der Umfangskraft wesentlich schwächer als die eben beschriebene Achslaständerung, s. Abb. 33.12. Auf Fahrbahnen mit niedrigem Reibbeiwert hingegen, z. B. auf vereister Straße, ist der Einfluss der Umfangskraft von entscheidender Bedeutung, und damit auch die Lage der Antriebsachse.

Bei Vorderradantrieb rutscht nach Abb. 33.13a der Pkw nach dem Gaswegnehmen aus der stationären Kreisfahrt in Richtung der Kurvenaußenseite der Fahrbahn. Nach 4 s beträgt die Kursabweichung des Fahrzeugschwerpunktes $\Delta y(t = 4 \text{ s}) \approx 1,5 \text{ m}$, und die kurvenäußersten Räder haben den Fahrstreifenrand bereits überschritten. Bei Hinterradantrieb ist im gezeigten Rechenbeispiel der Betrag der Kursabweichung mit $\Delta y(t = 4 \text{ s}) \approx 1,2 \text{ m}$ fast ebenso groß, doch bewegt sich hier das Fahrzeug in Richtung der Kurveninnenseite und erfährt dabei eine starke Gierdrehung nach kurveninnen. Der bei dieser Schleuderbewegung auftretende Schwimmwinkel β beträgt nach 4 Sekunden ca. 35° . Beim frontangetriebenen Pkw bleibt die Gierstabilität dagegen erhalten, der Schwimmwinkel ist in etwa 0° .

Zur Erklärung dieser Fahrzeugreaktionen sind in Abb. 33.13b und c auch die Zeitverläufe der Umfangskraft an der jeweiligen Antriebsachse und die Schräglauwinkel an Vorder- und Hinterrädern aufgetragen. Aus dem Verlauf der Umfangskräfte $F_x(t)$ ist zu entnehmen, dass die Antriebskräfte bei stationärer Kreisfahrt mit $F_x \approx 120 \text{ N}$ vom Betrag her deutlich kleiner sind als die maximalen Bremskräfte von $B = -F_x \approx 400 \text{ N}$ nach dem Lastwechsel. Dementsprechend ist auch der Einfluss der Umfangskraft vor dem Lastwechsel geringer als danach, sodass sich nach dem Gaswegnehmen der Fahrzustand ändert. Nach Abb. 28.13 vergrößert die Umfangskraft bei konstanter Seitenkraft den Schräglauwinkel an den Antriebsrädern. Beim hinterradangetriebenen Pkw führt dies nach (33.8)

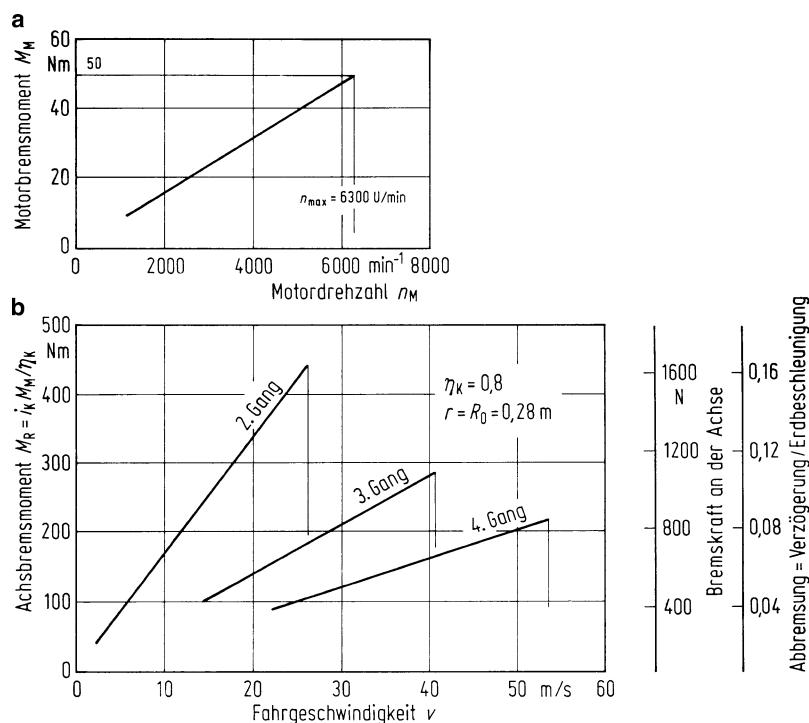
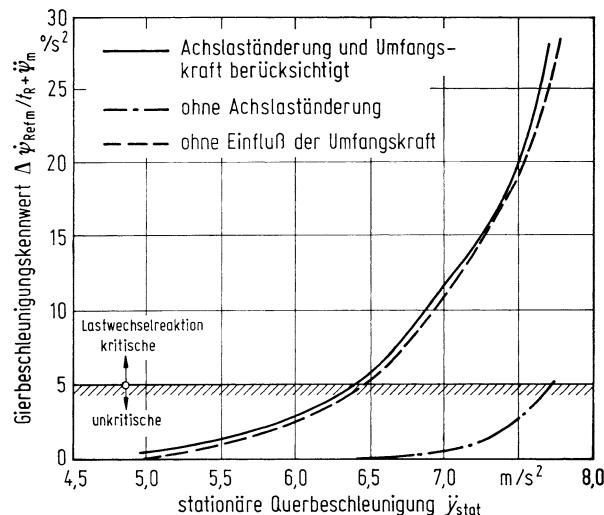


Abb. 33.11 Motorbremsmoment über der Motordrehzahl (a) und Radbremsmoment als Funktion der Fahrgeschwindigkeit (b); i_K = Gesamtübersetzung zwischen Motor und Antriebsräder

Abb. 33.12 Einfluss der Radlast- und Umfangskraftänderung bei Lastwechsel aus stationärer Kreisfahrt auf trockener Fahrbahn. Radius der Ausgangskreisbahn $\rho = 40 \text{ m}$



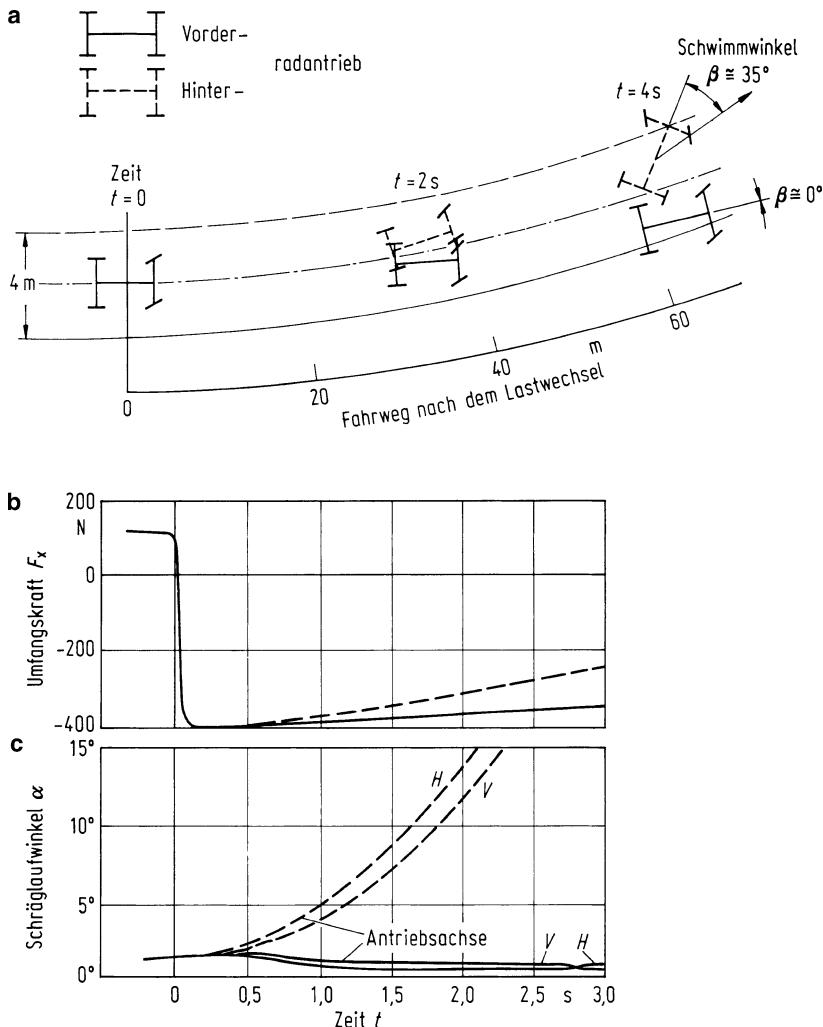
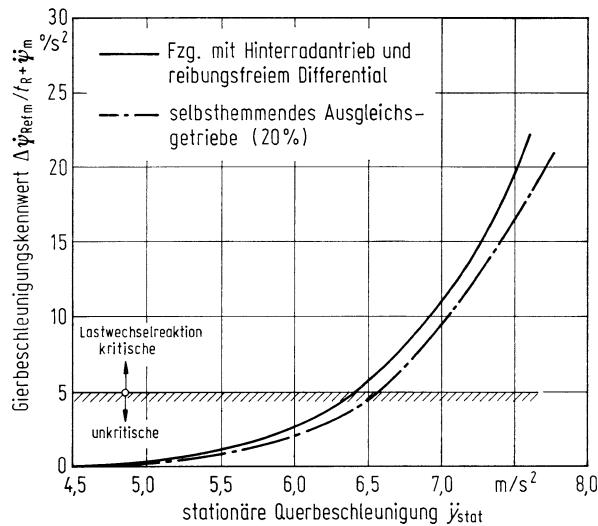


Abb. 33.13 Zum Verhalten von Pkw mit Vorder- und Hinterradantrieb beim Lastwechsel aus stationärer Kreisfahrt auf vereister Fahrbahn (Ausgangsquerbeschleunigung $\ddot{y}_{\text{stat}} = 1,5\text{ m/s}^2$; Ausgangskreisbahnradius $\rho = 150\text{ m}$; $v = 15\text{ m/s}$, Haftbeiwert zwischen Reifen und Fahrbahn: $\mu_h = 0,2$)

bei unveränderten Radeinschlagswinkeln δ_V und δ_H zu einer Verringerung des momentanen Bahnkreisradius ρ und damit zu einem Anstieg der Querbeschleunigung \ddot{y} sowie der Achsseitenkräfte F_y und somit zu einer fortlaufenden Vergrößerung der Schräglauwinkel. Anders ist dies beim frontangetriebenen Pkw. Hier wird zunächst der vordere Schräglauwinkel α_V vergrößert, nach (33.8) damit auch der Radius, wodurch sich als Folge die Querbeschleunigung \ddot{y} verringert, entsprechend vermindern sich auch die Seitenkräfte F_y und die Schräglauwinkel.

Abb. 33.14 Einfluss von einem selbsthemmenden Ausgleichsgetriebe auf die Fahrzeugreaktion beim Gaswegnehmen aus stationärer Kreisfahrt (Radius der Ausgangskreisbahn: $\rho = 40 \text{ m}$, trockene Straße)



Beim Lastwechsel aus stationärer Kreisfahrt auf vereister Fahrbahn reagieren also vorder- und hinterradantriebene Fahrzeuge grundsätzlich unterschiedlich.

33.4.2.3 Sperrdifferenzial

Bisher wurde vorausgesetzt, dass die Umfangskräfte an den beiden Rädern der Antriebsachse gleich sind, d. h. das Fahrzeug besitzt ein reibungsfreies Differenzial. Ist das nicht der Fall bzw. ist ein Sperrdifferenzial eingebaut, dann werden beim Antrieb am schneller drehenden Rad kleinere Umfangskräfte übertragen als am langsamer drehenden Rad. Beim Bremsen ist dies umgekehrt. Hier nimmt das schneller drehende Rad die größten Bremskräfte auf.

Da am kurveninneren Rad die Geschwindigkeit aufgrund der engeren Bahnkurve kleiner ist und außerdem der Bremsschlupf wegen der Radentlastung größer ist als am kurvenäußeren Rad dreht das kurveninnere langsamer. Es kann somit weniger Bremskraft aufgenommen als das kurvenäußere Rad. Wird die Reibung im Ausgleichsgetriebe künstlich durch ein selbstsperrendes Differenzial erhöht, so dreht sich das Fahrzeug durch das um die Hochachse wirkende Moment aus den ungleichen Bremskräften an den Antriebsrädern aus der Kurve heraus, verkleinert damit das Hineindrehen und verringert somit die Lastwechselreaktion. Abbildung 33.14 zeigt die Änderung des Lastwechselverhaltens durch ein selbsthemmendes Ausgleichsgetriebe, wenn 20 % des Bremsmomentes der langsamer drehenden Seite weggenommen und der schneller drehenden Seite zugeschlagen werden.

33.4.2.4 Torque Vectoring

Im vorhergehenden Abschnitt wurde bereits ausgeführt, dass ein Sperrdifferenzial geeignet ist, die bei einem freien Differenzial ungleiche Momentenverteilung zu verringern. Diese Eigenschaften der Differenzialsperre haben in der jüngeren Vergangenheit dazu geführt,

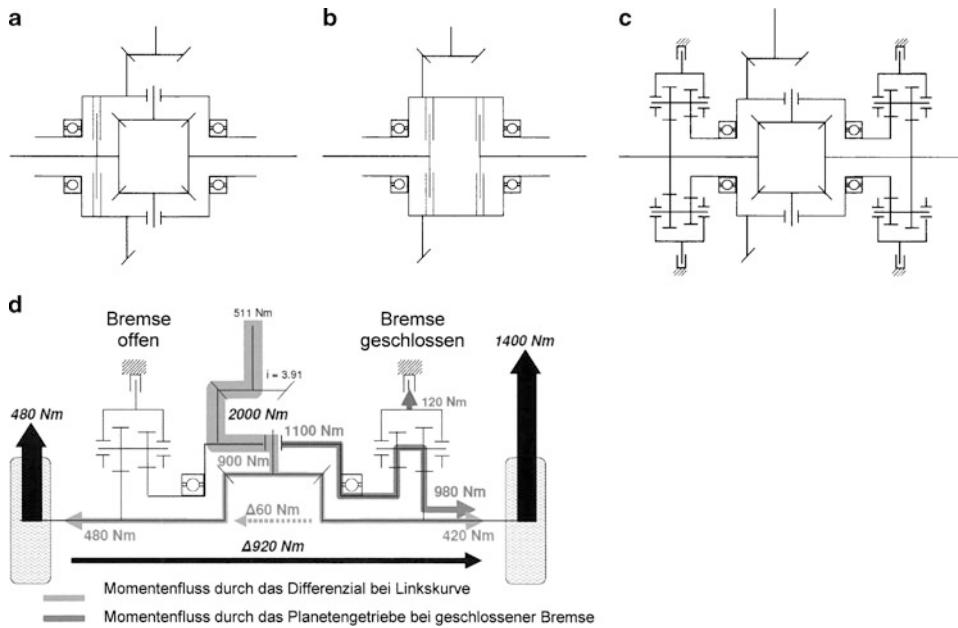


Abb. 33.15 Torque-Vectoring. **a** Sperrdifferenzial, **b** Lamellenkupplungen zur Momentenverteilung, **c** ZF-Vector Drive, **d** Momentenfluss im ZF-Vector Drive

dass die Sperren aktiv angesteuert worden sind [HOERN86]. Abbildung 33.15a zeigt ein solches Differenzial prinzipiell. Die Lamellensperre zwischen Differenzialkorb und einer Abtriebswelle sorgt für die Sperrwirkung. Diese Sperre kann z. B. hydraulisch auf bis zu 100 % Sperrgrad eingestellt werden. Bei Werten unter 100 % treten zwischen den Lamellen allerdings Relativbewegungen auf, die zu erheblichen Wärmeentwicklungen führen.

Zur Kombination eines zuschaltbaren Allradantriebes mit einem sperrbaren Differenzial wurde die schaltbare Lamellenkupplung entwickelt [ZEMM98]. Abbildung 33.15b zeigt eine Prinzipdarstellung. Ein normalerweise frontgetriebenes Fahrzeug, das einen lastlos laufenden Antrieb zur Hinterachse hat, kann durch Betätigung der Lamellenkupplungen im Hinterachsgetriebe zu einem Allradantrieb werden. Da die beiden Lamellenkupplungen unabhängig voneinander angesteuert werden können, lässt sich eine „freie Momentenverteilung“ auf das kurvenäußere oder auch das kurveninnere Rad erreichen. Damit erzeugen die Antriebskräfte an den Rädern entsprechende compensatorische Momente um den Fahrzeugschwerpunkt.

Auch bei dieser Methode des Torque-Vectoring (aktive Erzeugung eines Giermomentes durch die gezielte Verteilung des Antriebsmoments auf die einzelnen Fahrzeugräder) entstehen in den Lamellenkupplungen erhebliche Verluste, die sich in Wärmeentwicklungen auswirken. Dieser Nachteil hat zur Entwicklung spezieller Achsgetriebe geführt, die zur gezielten Momentenverteilung einschaltbare Getriebeelemente verwenden. Dem im Differenzial normalerweise vorhandenen Kraftfluss wird ein zweiter Pfad überlagert. Mithilfe

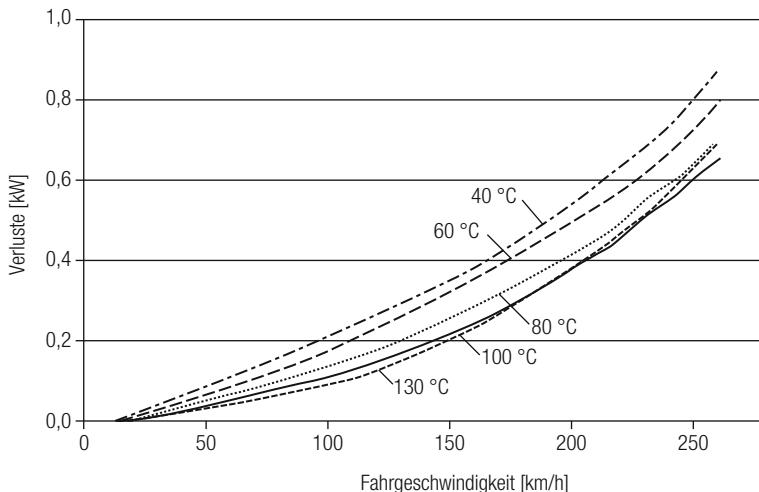


Abb. 33.16 Im ZF-Vector Drive auftretende Verluste [ARZN14]

der für jede Abtriebswelle vorhandenen Planetensätze und Planetenträgerbremse kann das Eingangsmoment des Differenzials aufgeteilt werden [ARZN14]. Abbildung 33.15c enthält den prinzipiellen Aufbau eines ZF-Vector Drive Getriebes. Die Planetenträgerbremsen werden elektromotorisch betätigt. Die dabei auftretenden Verluste sind Abb. 33.16 wiedergegeben [ARZN14]. Die maximal möglichen Differenzmomente werden in 80 bis 100 ms aufgebaut. Da im Fehlerfall eine schnelle Abschaltung erforderlich ist, werden zur Betätigung Asynchronmotoren eingesetzt.

Ein Beispiel des beeinflussbaren Momentenflusses zeigt Abb. 33.15d. So kann z. B. beim Befahren einer Linkskurve die Längskraft am rechten Rad sehr stark erhöht werden. Es lässt sich ein eindrehendes Moment erzeugen, das aus einem deutlich untersteuernden Fahrzeug z. B. ein neutralsteuerndes werden lässt. Damit kann solch ein Torque-Vectoring-Getriebe sowohl zur Fahrzeugstabilisierung als auch zur Erhöhung der Agilität eingesetzt werden. Werden beide Bremsen im Torque-Vectoring-Getriebe geschlossen, liegt eine einfache Sperrdifferenzial-Funktion vor, die in unwegsamem Gelände durchaus vorteilhaft sein kann.

Für die dynamischen Funktionen benötigt ein solches Torque-Vectoring-Getriebe eine elektronische Ansteuerung, die natürlich alle heute üblichen Sicherheitsauflagen erfüllen muss.

Die geregelte Verteilung der Antriebsmomente führt zu verschiedenen Längskräften an den Reifen. Diese haben Einfluss auf das Lenkverhalten der Räder. Darauf soll im nächsten Abschnitt eingegangen werden.

33.4.2.5 Umfangskraftlenken

In Abschn. 32.9 wurde der Einfluss des Umfangskraftlenkens schon behandelt, allerdings ohne auf die Änderungen von Radlast und Umfangskraft einzugehen. Hier sollen sie be-

rücksichtigt werden. Durch die unterschiedlich gerichteten Umfangskräfte vor und nach dem Lastwechsel gibt es dann auch unterschiedlich gerichtete Radeinschlagswinkel. Dies soll am Beispiel eines hinterradangetriebenen Fahrzeugs mit gezogenen Längslenkern nach Abb. 33.17a erläutert werden. Durch die Wirkung von Antriebskräften wird somit das kurveninnere Hinterrad nach kurvenaußen und das kurvenäußere im gleichen Maße nach kurveninnen eingeschlagen. Beim Übergang vom Antrieb zum Bremsen, also bei der Richtungsumkehr der Umfangskräfte, erfolgt eine Radeinschlagsänderung in jeweils entgegengesetzter Richtung. Das heißt, dass beim Antrieb die Hinterräder in Vorspur und beim Bremsen in Nachspur laufen. Wenn links und rechts gleiche Umfangskräfte (reibungsfreies Differenzial) und symmetrische Radaufhängungen vorausgesetzt werden, sind die Änderungen der Radeinschläge entgegengesetzt gerichtet und gleich groß. Ein Lenkeffekt wird somit ausgeschlossen.

Trotzdem führt das sog. Umfangskraftlenken zu Kursänderungen, die durch die ungleichen Lasten am kurveninneren und -äußeren Rad verursacht werden. Der Radlasteinfluss lässt sich anhand der Reifenseitenkraft-Schräglaufwinkel-Kennlinie erklären, Abb. 33.17b. Aufgetragen sind allgemein Kurven gleicher Radlast F_z , und speziell die für das kurveninnere und das kurvenäußere Hinterrad, also F_{zHi} und F_{zHa} . Der Schräglaufwinkel am kurveninneren Rad ist beim Antrieb kleiner als beim Bremsen, $\alpha_{HiAn} < \alpha_{HiBr}$, da beim Antrieb das Rad in Richtung des Radgeschwindigkeitsvektors \dot{x}_R eingeschlagen wird. Durch die Vergrößerung des Schräglaufwinkels α_{Hi} beim Lastwechsel wächst auch die Seitenkraft F_{yHi} . Am kurvenäußeren Rad wird der Schräglaufwinkel α_{Ha} beim Lastwechsel verringert, und entsprechendes gilt für die Seitenkraft F_{yHa} . Wegen der ungleichen Steigung der Seitenkraft-Schräglaufwinkel-Kurven bei unterschiedlichen Radlasten ist der Seitenkraftverlust ($\Delta F_{yHa} = -150 \text{ N}$) am kurvenäußeren Rad größer als der Seitenkraftzuwachs (hier: $\Delta F_{yHi} \approx 0$) am kurveninneren Rad. Insgesamt ist die mögliche Seitenkrafternahme an der Hinterachse damit kleiner als vor dem Lastwechsel. Ist die auf die Hinterachse einwirkende Seitenkraft infolge gleicher Fahrzeugquerbeschleunigung nach dem Lastwechsel aber ebenso groß wie vorher, so muss der Verlust an möglicher Seitenkrafternahme durch eine Vergrößerung der Schräglaufwinkel α_H an beiden Hinterrädern ausgeglichen werden. Die für den Lastwechsel typische Fahrzeugdrehung nach kurveninnen wird damit durch Umfangskraftlenken also verstärkt. (Die durch den Lastwechsel bewirkte Entlastung der Hinterräder wurde eben nicht berücksichtigt. Sie vergrößert – wie aus Abschn. 33.4.2.1 bekannt – noch zusätzlich den Hinterradschräglaufwinkel.)

Wird hingegen ein negativer Umfangskraftlenkbeiwert ($\partial\delta/\partial F_x)_H$ verwirklicht, dann wird die Lastwechselreaktion abgeschwächt. Die bekannteste Version einer derartigen Ausführung ist die Weissach-Achse [BANT77] (Abb. 33.18b), bei der der Momentanpol der Radlenkbewegung nach außerhalb der Spurweite gelegt wurde. Die Auswirkungen dieser Maßnahme zeigt Abb. 33.18c. Die kritische Bewertungsgröße von $5^\circ/\text{s}^2$ nach (33.7) wird bei höheren Ausgangsquerbeschleunigungen erreicht als bei dem Fahrzeug ohne und mit üblichem positiven Umfangskraftlenken.

Im Gegensatz zu hinterradangetriebenen Pkw führt bei frontangetriebenen Pkw, bei denen die Momentanpole der Radlenkbewegung innerhalb der Fahrspur liegen, das Um-

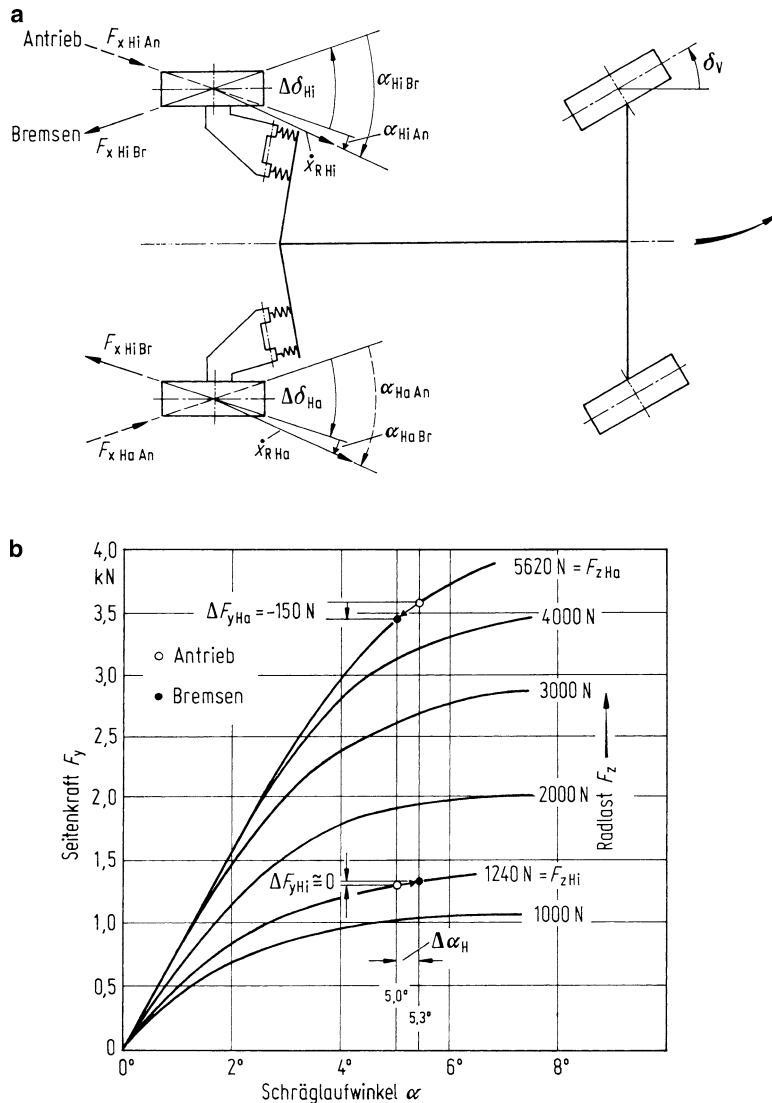


Abb. 33.17 Auswirkung des Umfangskraftlenkens bei hinterradangetriebenen Pkw. **a** auf Radeinschlagwinkel δ_{Hi} , δ_{Ha} ; **b** auf Schräglauwinkel α_{Hi} , α_{Ha} und Seitenkräfte F_{yHi} , F_{yHa} (Kreisbahnradius: $\rho = 40 \text{ m}$; Ausgangsquerbeschleunigung: $\ddot{y}_{\text{stat}} = 7 \text{ m/s}^2$; Antriebskräfte: $F_{xHiAn} = F_{xHaAn} = 500 \text{ N}$; Bremskräfte: $F_{xHiBr} = F_{xHaBr} = -500 \text{ N}$; Radaufhängungselastizität: $\Delta\delta_H = (d\delta_H/dF_{xH}) \cdot F_{xH} = 5 \cdot 10^{-6} \text{ rad/N}$)

fangskraftlenken zu einer Abschwächung der Lastwechselreaktion. Hier wird – analog zu den hinterradangetriebenen Pkw – der Schräglauwinkel an den Antriebsrädern, also α_V , vergrößert. Dies führt zu einer Vergrößerung der Schräglauwinkeldifferenz $\alpha_V - \alpha_H$ und

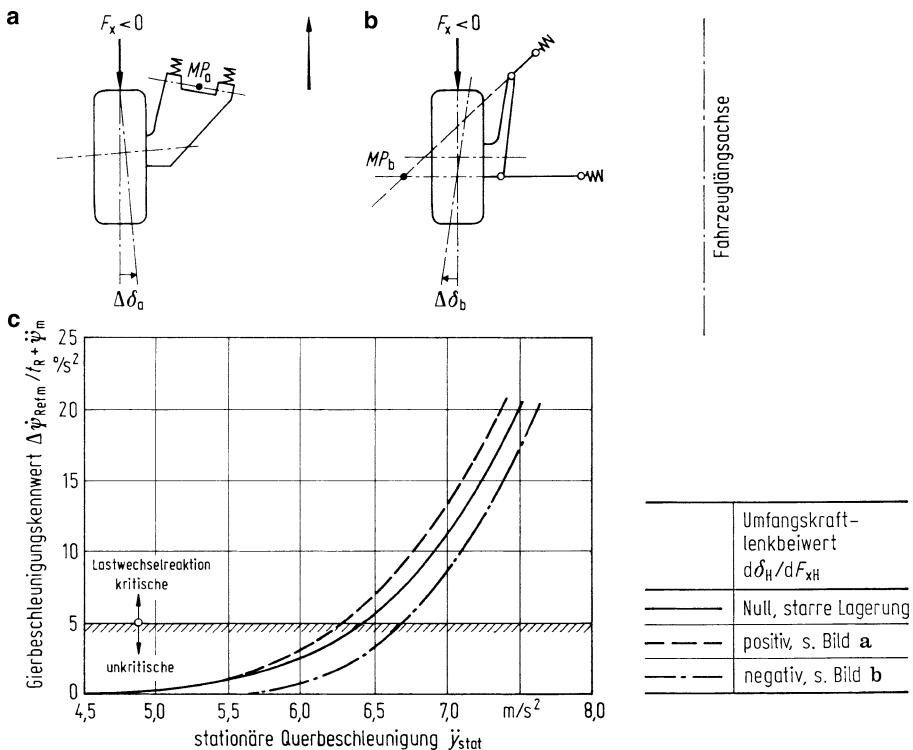


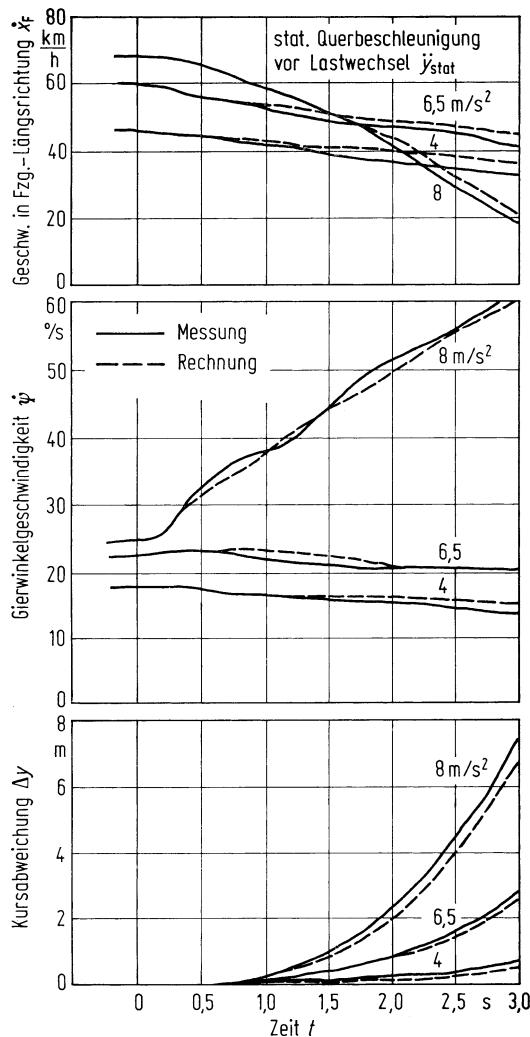
Abb. 33.18 Eine Maßnahme zur Abschwächung der Lastwechselreaktion durch Veränderung der elastokinetischen Lenkeigenschaften dargestellt am linken Hinterrad. **a** übliche Lenkeranordnung: Momentanpol der Lenkbewegung MP_a innerhalb der Spurweite; **b** Weissach-Achse: Momentanpol der Lenkbewegung MP_b außerhalb der Spurweite [BANT77]; **c** Auswirkungen auf die Lastwechselreaktion. $\Delta\delta_H = (d\delta_H/dF_{xH}) \cdot F_{xH}$

damit entsprechend (33.8), im Gegensatz zu hinterradangetriebenen Pkw, zu einer Vergrößerung des Kreisbahnradius ρ . Bei frontangetriebenen Pkw wird die in Fahrversuchen festgestellte typische Lastwechselreaktion – Kursabweichung und Gierdrehung zur Kurveninnenseite hin – durch Umfangskraftlenken also nicht verstärkt, sondern abgeschwächt.

33.4.3 Ausgangsquersbeschleunigung

Ein Ergebnis mit drei unterschiedlichen Ausgangsquersbeschleunigungen $\ddot{y}_{stat} = 4 \text{ m/s}^2$, $6,5 \text{ m/s}^2$ und 8 m/s^2 zeigt Abb. 33.19. Der starke Abfall von $\dot{x}_F(t)$ bei Fahrt mit hoher Ausgangsquersbeschleunigung $\ddot{y}_{stat} = 8 \text{ m/s}^2$ ist mit der zunehmenden Drehung des Fahrzeugs um seine Hochachse zu erklären. Hierdurch weicht die Bewegungsrichtung des Fahrzeugschwerpunkts von der Messrichtung von \dot{x}_F in Fahrzeugrichtung ab, sodass nur noch ein Teil der tatsächlichen Fahrgeschwindigkeit v gemessen wird. Bei der hohen Aus-

Abb. 33.19 Mess- und Rechenergebnisse für einen Lastwechsel aus stationärer Kreisfahrt [OTTO87] (Radius der Ausgangskreisbahn $r_{\text{stat}} = 40 \text{ m}$, 2. Gang, wichtigste Fahrzeugdaten: $m = 1369 \text{ kg}$, $l_v/l = 0,495$, Reifen 175/70 SR 13)



gangsquerbeschleunigung tritt neben der starken Schleuderbewegung $\dot{\psi}$ auch eine große Kursabweichung Δy des Pkw auf.

33.4.4 Zusammenfassung von Abschnitt 33.4

- Pkw verlassen nach dem Gaswegnehmen bei stationärer Kreisfahrt die Ausgangskreisbahn zur Kurveninnenseite. Diese Lastwechselreaktion ist umso heftiger, je größer die Fahrzeugquerbeschleunigung und die Fahrzeulgängsverzögerung sind.
- Zur Bewertung der Lastwechselreaktion dienen die Kriterien nach Abschn. 33.4.1 und nach Abb. 33.8.

- Bei Fahrt auf trockener Fahrbahn wird die Lastwechselreaktion hauptsächlich durch die Radlaständerung infolge der Fahrzeugverzögerung verursacht. Die Auswirkungen der Umfangskraftänderung an der Antriebsachse hingegen sind gering, und damit auch der Einfluss von Vorder- oder Hinterradantrieb.
- Auf trockener Straße und bei hohen Ausgangsquerbeschleunigungen reagieren diejenigen Fahrzeuge stärker, die vor dem Lastwechsel, also bei stationärer Kreisfahrt, einen großen Hinterradschräglaufwinkel aufweisen. Durch Verlagerung des Schwerpunkts nach vorn, Vergrößerung der Wankfedersteife an der Vorderachse gegenüber der Hinterachse und durch Anheben des Wankmomentanpols an der Vorderachse kann die Lastwechselreaktion verringert werden.
- Der Einfluss der Umfangskraft ist vor allem bei Fahrt auf Fahrbahnen mit niedriger Oberflächengriffigkeit, insbesondere auf vereister Fahrbahn, von Bedeutung, und damit auch die Art des Antriebs. Durch die Umfangskraftänderung wird bei frontangetriebenen Fahrzeugen die Untersteuerneigung verstärkt, und bei hinterradangetriebenen Pkw, deren Fahrverhalten bei Fahrt mit konstanter Fahrgeschwindigkeit untersteuernd ist, wird die Steuertendenz übersteuernd. Die Fahrt auf niedrigen Reibbeiwerten ist für die Normalfahrer auch deshalb gefährlicher, weil sie den Kraftschluss stärker ausnutzen als auf der trockenen Straße, was dann zu größerer Unfallhäufigkeit führt, s. Abschn. 21.1.3.
- Durch die Umfangskraft werden aber nicht nur die Reifeneigenschaften beeinflusst, sondern es entstehen durch sie an den elastisch gelagerten Rädern auch Radeinschlagswinkeländerungen. Dieser Lenkeffekt – als Umfangskraftlenken bezeichnet – führt bei hinterradangetriebenen Pkw mit üblicher Radaufhängung (Momentanpole der Räder innerhalb der Fahrspur) zu einer Verstärkung der Lastwechselreaktion. Außerhalb liegende Pole verringern die Reaktion.
- Die Änderung der Umfangskräfte durch deren Umverteilung geschieht auch aktiv, indem sowohl Sperrdifferenziale als auch regelbare Sperren und Torque-Vectoring-Getriebe eingesetzt werden. Das Fahrzeugverhalten kann damit einmal agiler gestaltet werden, es kann aber auch die Fahrsicherheit gesteigert werden.

33.5 Allradlenkung

Bei den Fahrzeugfunktionen Bremsen und Antreiben ist schon lange akzeptiert, dass sie dann optimal sind wenn sie an allen Rädern eines Fahrzeuges eingesetzt werden. Damit drängt sich die Idee, auch die Hinterräder in die Lenkung einzubeziehen, förmlich auf. Die funktionalen Vorteile, die die Allradlenkung, also die gleichzeitige Lenkung von Vorder- und Hinterrädern, liefern soll, lassen sich wie folgt zusammenfassen in:

- a) Verbesserungen des Lenkverhaltens:
 - generelle Ausweitung des Stabilitätsbereiches (die Gierdynamik wird durch gleichsinnigen Radeinschlag an Vorder- und Hinterachse verringert)

- Lastwechselverhalten vermeiden
 - Einstellen indirekter Lenkübersetzungen bei hohen Geschwindigkeiten und damit Entlastung der Fahrer
 - Wendekreisverkleinerung bei niedrigen Geschwindigkeiten und damit Steigerung der Agilität durch gegensinnigen Radeinschlag an Vorder- und Hinterachse
- b) Kompensation von Störungen
- ABS-Regelungen nach select-high auslegbar, die Spurabweichungen sind mit automatisiertem Gegenlenken klein zu halten
 - Seitenwindstörungen sowie Auswirkungen von Fahrbahnunebenheiten aktiv ausregeln.

Ebenso wie bei den Brems- und Antriebssystemen verschiedene Auslegungskriterien betrachtet werden, ist auch für die Allradlenkung herauszufinden, welche Strategie am günstigsten zu verwenden ist. Dazu können die theoretischen Betrachtungen zum Einspurmodell aus Abschn. 20.3 weiterentwickelt werden.

33.5.1 Querdynamik bei der Allradlenkung

Für prinzipielle Betrachtungen zum dynamischen Verhalten eines allradgelenkten Fahrzeugs (und sogar zur praktischen Auslegung der Regelstrategie) kann das Einspurmodell um den Hinterradlenkwinkel erweitert werden. Aus den Gl. (20.25) und (20.26) wird dann bei Vernachlässigung der Windstörung:

$$m v \dot{\beta} + (c'_{\alpha V} + c_{\alpha H}) \beta + [mv^2 - (c_{\alpha H} l_H - c'_{\alpha V} l_V)] \frac{\dot{\psi}}{v} = c'_{\alpha V} \delta_V + c_{\alpha H} \delta_H, \quad (33.9)$$

$$J_z \ddot{\psi} - (c_{\alpha H} l_H - c'_{\alpha V} l_V) \beta + (c'_{\alpha V} l_V^2 + c_{\alpha H} l_H^2) \frac{\dot{\psi}}{v} = c'_{\alpha V} l_V \delta_V - c_{\alpha H} l_H \delta_H. \quad (33.10)$$

Stabilitätsbetrachtungen würden zeigen, dass es ein Unterschied ist, ob mit den Vorderrädern oder mit den Hinterrädern gelenkt wird; darauf sei hier aber nicht weiter eingegangen (das negative Vorzeichen auf der rechten Seite von (33.10) weist bereits darauf hin, dass es hier Stabilitätsprobleme geben könnte). Das Zusammenwirken von Vorderrad- und Hinterradeinschlagwinkel ist nach (33.9) und (33.10) noch offen. Da die Lenkung der Hinterräder dafür sorgen soll, dass an den Hinterrädern aktiv Schräglauftwinkel eingestellt und dadurch Seitenkräfte erzeugt werden, wird der Fahrzeugschwimmwinkel vermindert. Als Zielgröße lässt sich nun formulieren, dass der Schwimmwinkel β durch die Hinterradlenkung stets Null sein soll. Unter dieser Bedingung kann das Lenkverhältnis zwischen Hinter- und Vorderachse ermittelt werden (Herleitung vgl. Abb. 33.20). Man erhält für stationäre Zustände den Zusammenhang

$$\frac{\delta_H}{\delta_V} = \frac{c'_{\alpha V} l_V m v^2 - c'_{\alpha V} c_{\alpha H} l_H l}{c_{\alpha H} l_H m v^2 + c'_{\alpha V} c_{\alpha H} l_V l}. \quad (33.11)$$

$$mv\dot{\beta} + (c'_{\alpha V} + c_{\alpha V})\beta + [mv^2 - (c_{\alpha H}l_H - c'_{\alpha V}l_V)] \frac{\dot{\psi}}{v} = c'_{\alpha V}\delta_V + c_{\alpha H}\delta_H \quad (1)$$

$$J_z\ddot{\psi} - (c_{\alpha H}l_H - c'_{\alpha V}l_V)\beta + (c'_{\alpha V}l_V^2 + c_{\alpha H}l_H^2) \frac{\dot{\psi}}{v} = c'_{\alpha V}l_V\delta_V - c_{\alpha H}l_H\delta_H \quad (2)$$

für stationäre Zustände mit $\beta = 0$ als Zielgröße
aus (1)

$$[mv^2 - (c_{\alpha H}l_H - c'_{\alpha V}l_V)] \frac{\dot{\psi}}{v} = c'_{\alpha V}\delta_V + c_{\alpha H}\delta_H \quad (3)$$

aus (2)

$$(c'_{\alpha V}l_V^2 + c_{\alpha H}l_H^2) \frac{\dot{\psi}}{v} = c'_{\alpha V}l_V\delta_V - c_{\alpha H}l_H\delta_H \quad (4)$$

aus (3) aufgelöst:

$$\frac{\dot{\psi}}{v} = \frac{c'_{\alpha V}\delta_V + c_{\alpha H}\delta_H}{mv^2 - (c_{\alpha H}l_H - c'_{\alpha V}l_V)} \quad (5)$$

in (4) eingesetzt und nach δ_H/δ_V aufgelöst:

$$\frac{\delta_H}{\delta_V} = \frac{c'_{\alpha V}l_Vmv^2 - c'_{\alpha V}c_{\alpha H}l_Hl}{c_{\alpha H}l_Hmv^2 + c'_{\alpha V}c_{\alpha H}l_Vl} \quad (6)$$

Abb. 33.20 Herleitung des Lenkwinkelverhältnisses für $\beta = 0$

Das Lenkwinkelverhältnis ist nach Gl. (33.11) von konstanten Fahrzeugdaten und von der Fahrgeschwindigkeit abhängig.

Aus dieser Beziehung ergibt sich unmittelbar, dass bei kleinen Geschwindigkeiten der Hinterradeinschlagwinkel negativ ist, d. h. er wird zur Vorderachse gegensinnig einschlagen, bei höheren Geschwindigkeiten ist der Einschlagwinkel positiv, d. h. der Einschlag wird gleichsinnig (vgl. Abb. 33.21). Zwischen 10–15 m/s Fahrgeschwindigkeit ist der Radwinkel der Hinterachse Null, das entspricht dem Zustand eines normalen Fahrzeugs. Abbildung 33.21 zeigt diese Zusammenhänge für Beispieldaten.

Zusatzinformation

Der Anfangspunkt des Lenkwinkelverhältnisses ergibt sich bei $v = 0$ aus den geometrischen Verhältnissen

$$\left(\frac{\delta_H}{\delta_V} \right)_{v=0} = -\frac{l_H}{l_V}$$

Für hohe Geschwindigkeiten strebt das Lenkverhältnis zu den Asymptotenwerten

$$\left(\frac{\delta_H}{\delta_V} \right)_{v \rightarrow \infty} = \frac{c'_{\alpha V}l_V}{c_{\alpha H}l_H}$$

Der Wert für $\delta_H = 0$, d. h. der Durchtritt durch die x -Achse in Abb. 33.21 kann ebenfalls unmittelbar aus (33.11) ermittelt werden, indem der Zähler Null wird:

$$\delta_H = 0 \quad \text{bei} \quad v = \sqrt{\frac{c_{\alpha H}l_Hl}{ml_V}}$$

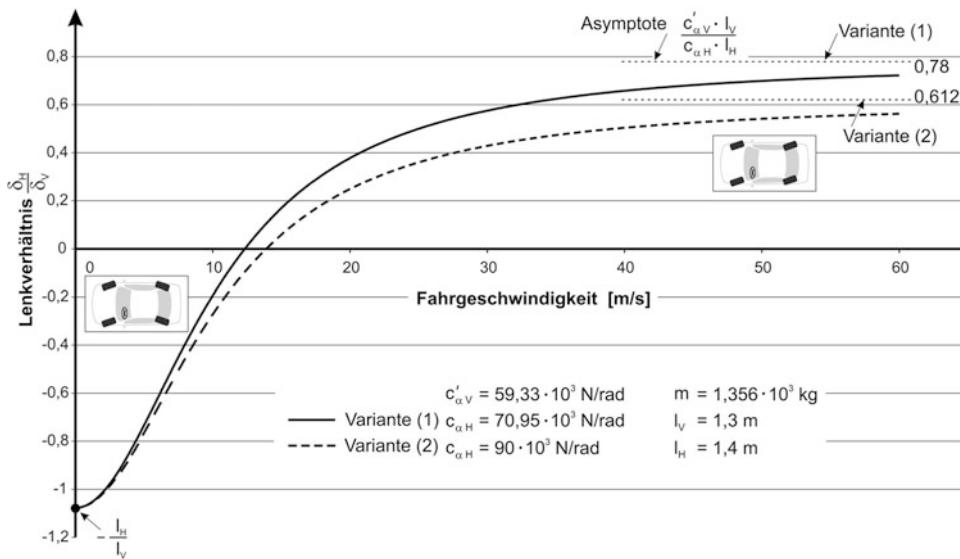


Abb. 33.21 Lenkwinkelverhältnis bei Allradlenkung für Schwimmwinkel $\beta = 0$

Da große Radeinschläge der Hinterräder aus Raumbedarfsgründen vermieden werden müssen (Einschränkung des Kofferraums), sind bei ausgeführten Pkw vor allem die stabilisierenden gleichsinnigen Radeinschläge verwirklicht worden. Lkw sind zur Verbesserung der Wendigkeit durchaus mit gegensinnigen Radeinschlägen realisiert worden. Als theoretisch richtiges Pkw-Lenkungskennfeld ergibt sich der prinzipiell in Abb. 33.22a dargestellte Zusammenhang. Für konstant gehaltene Fahrgeschwindigkeit ergibt sich ein linear mit dem Lenkwinkel ansteigender Hinterradeinschlagwinkel. Aus Fahrversuchen hat sich dieser Zusammenhang vor allem durch subjektive Beurteilungen als nicht brauchbar herausgestellt. Ein zu starker Lenkeinschlag an der Hinterachse vermindert die Agilität des Fahrzeuges. Die Fahrer haben nicht den Schwimmwinkel $\beta = 0$, sondern einen kontinuierlich mit der Querbeschleunigung ansteigenden Schwimmwinkel mit einem Maximalwert von $\beta \approx 1^\circ$ bevorzugt. Das dann erforderliche Lenkungskennfeld lässt sich ebenfalls aus dem Einspurmodell ableiten. Abbildung 33.22b gibt den sich dann prinzipiell ergebenen Kennfeldverlauf [DONG91]. Gegenlenken zur Wendekreisverringerung ist nur bei rein mechanischen realisierten Hinterradlenkungen ausgeführt worden [SANO88]. Für elektro-mechanische Lösungen bzw. elektro-hydraulische Hinterachs-Lenkungen wurde bisher der bei gegensinnigem Hinterradeinschlag zu treibende Sicherheitsaufwand als zu hoch angesehen.

Wird die Querdynamik im Frequenzbereich betrachtet, ergeben sich erhebliche Unterschiede zwischen der Vorderradlenkung und der Vierradlenkung. Wird der Hinterradlenkwinkel in Abhängigkeit des Vorderradlenkwinkels gesteuert, und wird davon ausgegangen,

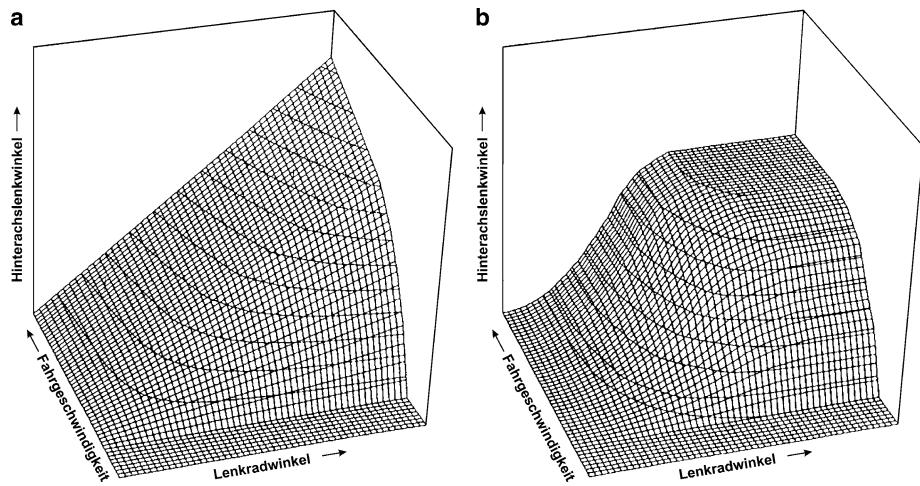


Abb. 33.22 Lenkkennfelder aus theoretischer Herleitung und aus Fahrversuchen [DONG91].
a Theoretisch abgeleitetes Mitlenkkennfeld ($\beta = 0$), **b** im Fahrversuch optimiertes Mitlenkkennfeld ($\beta = f(v^2/\rho)$)

dass der Schwimmwinkel kompensiert werden soll, dann ergeben sich z. B. die folgenden Zusammenhänge, s. Abb. 33.23 [BERK91].

Die auf den Lenkradwinkel bezogenen Amplitudengänge von Giergeschwindigkeit und Querbeschleunigung verändern sich bei der Einführung der Hinterradlenkung erheblich. Das Fahrzeug hat vor allem eine deutlich verringerte Gierneigung. Die Stabilität wird in hohem Maße gesteigert.

33.5.2 Kompensation von Störungen durch die Allradlenkung

Der zusätzliche Lenkeinschlag an den Hinterrädern kann, sobald nicht nur von einer Steuerung des Hinterradeinschlags als Funktion des Lenkwinkels an der Vorderachse ausgegangen wird, auch zur Kompensation äußerer Störungen wie

- Lastwechsel- und Bremsreaktion bei Kurvenfahrt
- Schieffahren durch ABS-Bremsungen auf μ -split mit μ -high Regelung an der Hinterachse
- Seitenwindeinfluss (Giergeschwindigkeitskompensation)

eingesetzt werden. Das ist sowohl durch fahrzeugspezifische Kennlinien realisierbar, die im Rechner abgelegt in Abhängigkeit von Querbeschleunigung und Längsverzögerung aufgerufen werden [BERK91], es können aber auch Sollmomente zur Stabilisierung des Fahrzustandes berechnet werden, die durch die Hinterachslenkung erzeugt werden. In moder-

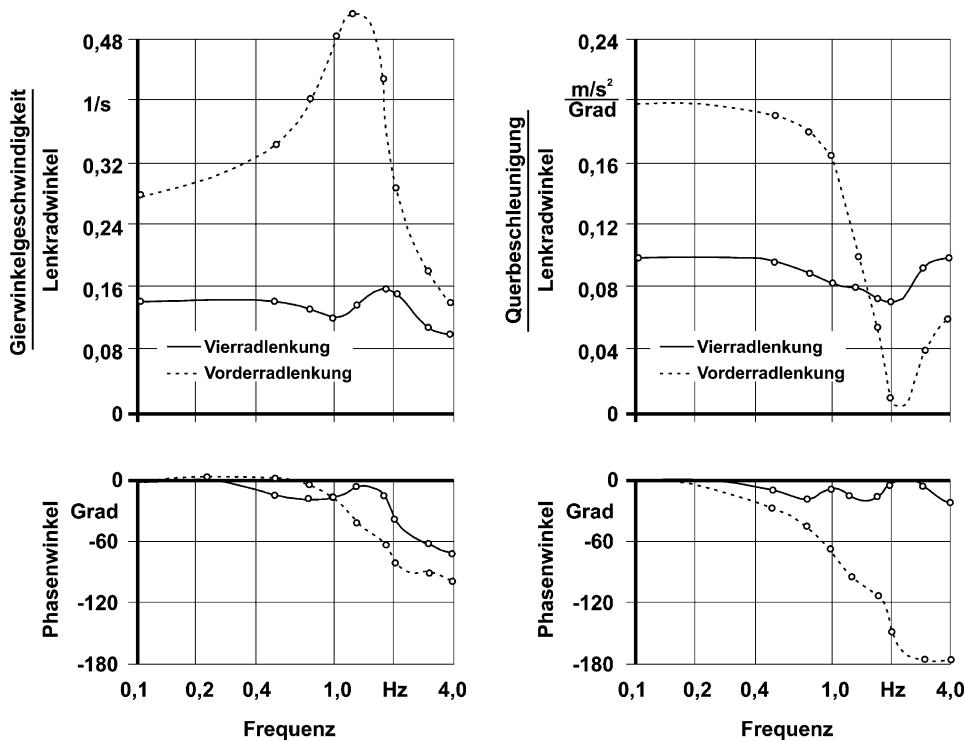


Abb. 33.23 Amplituden- und Phasengänge der auf den Lenkradwinkel bezogenen Giergeschwindigkeit bzw. Querbeschleunigung (Lenkwinkelamplitude entspricht $v^2/\rho = 4 \text{ m/s}^2$, $v = 150 \text{ km/h}$, δ_H/δ_V nach $\beta = 0$ [BERK91])

nen Ansätzen wird ein geschlossener Regelkreis gebildet, der auf Seitenkräfte, Seitenkraft-Schräglauftsteifigkeiten und Schwimmwinkel reagiert [ABE99, ABE09]. Abbildung 33.24 gibt beispielhaft ein Blockschaltbild wieder, das eine zukünftig mögliche Variante eines Regelsystems für eine Momentenregelung zeigt. Die Momentenrealisierung kann neben Bremskräften (ESP- bzw. DSC-Systeme) auch durch das Aufbringen von Zusatzlenkwinkeln an Vorder- (vgl. Überlagerungslenkung) und Hinterachslenkwinkeln erfolgen.

In einer weiteren Entwicklungsstufe ist die Allradlenkung für das Zusammenwirken von Fahrer und Fahrzeug untersucht worden [AHR195]. Daraus hat sich ergeben, dass die Hinterachslenkung durch weitere Maßnahmen wie zusätzliche Vorderradeinschlagwinkel ergänzt werden muss, um ein wirklich optimales Fahrzeugverhalten zu erreichen.

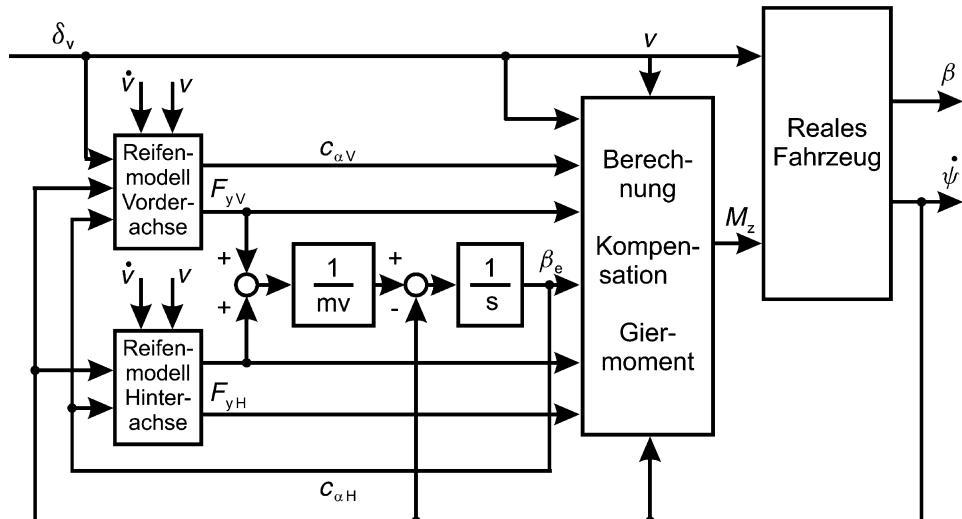
„Steer-By-Wire“ könnte das zukünftig möglich machen, vgl. Abschn. 32.11.2.2.

$$\frac{v^2}{\varrho} = v (\dot{\psi} + \dot{\beta}), \text{ s. (20.15)} \quad \frac{v^2}{\varrho} = \dot{\psi} + \dot{\beta} = \frac{F_{yV} + F_{yH}}{m v}$$

$$m \frac{v^2}{\varrho} = F_{yV} + F_{yH} \quad \dot{\beta}_e = \frac{1}{m v} (F_{yV} + F_{yH}) - \dot{\psi}$$

$$\frac{v^2}{\varrho} = \frac{F_{yV} + F_{yH}}{m}$$

$$\dot{\beta}_e = \int_{t_1}^{t_2} \dot{\beta}_e dt$$



δ_v = Vorderradeinschlagwinkel

$c_{\alpha V}$ = Seitenkraft-Schräglauftsteife der Vorderachse

β = Schwimmwinkel

$c_{\alpha H}$ = Seitenkraft-Schräglauftsteife der Hinterachse

$\dot{\beta}$ = Schwimmwinkelgeschwindigkeit

F_{yV} = Reifenseitenkraft an der Vorderachse

$\dot{\psi}$ = Giergeschwindigkeit

F_{yH} = Reifenseitenkraft an der Hinterachse

v = Fahrgeschwindigkeit

M_z = einzuleitendes Giermoment

\dot{v} = Fahrgeschwindigkeitsänderung

$\frac{v^2}{\varrho}$ = Querbeschleunigung

Abb. 33.24 Blockschaltbild eines Momenten-Regelsystems zur Stabilisierung des Fahrzustandes (aus: [ABE99])

33.5.3 Zusammenfassung zur Allradlenkung

Die Allradlenkung ist eine logische Weiterentwicklung zur Verbesserung des Fahrzeugverhaltens. Die theoretischen Grundlagen weisen darauf hin, dass ein gleichsinniger Einschlag von Vorder- und Hinterrädern zu einer Verringerung der Gieraktivitäten führt. Die Fahrzeugstabilität wird erhöht. Gegensinnige Radeinschläge zur Verringerung der Wendekreise spielen bisher eine untergeordnete Rolle. Diese Funktionalität wird allerdings bei modernen Hinterachslenkungen berücksichtigt. Es gibt gegensinnige Radeinschläge von 3,5 % an der Hinterachse. Das macht eine komplexe Sicherheitsüberwachung erforderlich. Packagennachteile im Kofferraum sowie hohe Sicherheitsanforderungen stehen dieser Funktionalität entgegen.

Das Zusammenwirken von Vorder- und Hinterradlenkung soll ein vorhersehbares Fahrzeugverhalten erzeugen. Das Verhalten im Frequenzbereich hat gezeigt, dass diese Erwartung erfüllt werden kann. Die Abstimmung der Lenkfunktionen ist nach Kenntnis des gewünschten Zusammenhangs zwischen Schwimmwinkel und Querbeschleunigung mithilfe der theoretischen Ansätze möglich.

Mit Lenkstrategien für die Hinterachse, die vom Fahrerlenkwinkel abgekoppelt sind, lassen sich auch Störungskompensationen erreichen.

Weiterführende Anforderungen an das System Fahrer-Fahrzeug zeigen allerdings auch, dass die Allradlenkung nur ein Element von mehreren ist, die zur Optimierung des Fahrverhaltens kombiniert werden müssen.

33.6 Zusammenfassung von Kap. 31–33

In den Kap. 31–33 werden der Einfluss der Radlaständerung und des Wankwinkels bei Kurvenfahrt behandelt, dazu eine Reihe von Sekundäreffekten, die fast alle mit der Radaufhängung zusammenhängen wie Sturz, Kinematik-Elastokinematik, Lenkung, Stabilisator usw.

Das Verhältnis Schwerpunktshöhe zur Spurweite bestimmt in erster Linie die zusätzliche Belastung der kurvenäußersten und die Entlastung der kurveninneren Räder. Größere Belastungsunterschiede an einer Achse verteilen ungleichmäßig Seitenkräfte und Rückstellmomente auf die Räder, vergrößern die Schräglauwinkel und erniedrigen damit die maximale Querbeschleunigung. Mittels der Radaufhängung und der Lenkung sind zusätzliche Radeinschläge und Sturzwinkel zu erzielen, die zur Feinabstimmung des Fahrzeugverhaltens genutzt werden können.

Verschiedene Belastungsunterschiede an Vorder- und Hinterachse – zu erreichen durch Verschiebung der Schwerpunktslage in Längsrichtung, durch die Lage der Momentanzentren, der Momentanachse oder durch Einbau von Stabilisatoren – beeinflussen das Unter-/Übersteuern, die Schwimmwinkel, die Lastwechselreaktion und die Rutschgrenze an den einzelnen Achsen.

Während die bisher genannten Größen die Abhängigkeit von der Querbeschleunigung v^2/ρ (v = Fahrgeschwindigkeit, ρ = Krümmungsradius) beeinflussen, ist der Auftrieb nur proportional v^2 . Spoiler haben die Aufgabe, Achslastunterschiede, Schräglauftwinkel und Rutschgrenzen bei verschiedenen Fahrgeschwindigkeiten wenig zu verändern.

Für die „Konventionelle Lenkung“ wurde die Beeinflussung des Lenkradmomentes von den Größen Fahrgeschwindigkeit sowie Antriebs- und Bremskräften gezeigt. Bei den „Unkonventionellen Lenkungen“ wurden die mechanische Überlagerungskraft und „Steer-By-Wire“ behandelt.

Der Wankwinkel und die Wankwinkelgeschwindigkeit beeinflussen kaum die Kurshaltung des Kraftfahrzeugs, informieren den Fahrer aber zusätzlich über den Fahrzustand und wirken sich über die Radaufhängung auf den Reifenverschleiß aus.

Anhand von drei Fällen wurde das instationäre Fahrverhalten von Fahrzeugen an der Kraftschlussgrenze behandelt. Am Beispiel der „Lenkwinkelrampe bei hohen Querbeschleunigungen“ wird der Einfluss der Schwerpunktshöhe verdeutlicht. Nach dem zweiten Beispiel „Einfluss des dynamischen Wankens“ wirkt sich die Wankfederung und -dämpfung relativ wenig auf den Zeitverlauf der Gierwinkelgeschwindigkeit und auf die Größe der Peak-Response-Time aus. Am dritten Beispiel „Lastwechselverhalten aus stationärer Kreisfahrt“ wird gezeigt, wie Pkw nach dem Gaswegnehmen die Ausgangskreisbahn verlassen und wie die Größe dieser Lastwechselreaktion von der Höhe der Beschleunigungen/Verzögerungen, von Vorder-/Hinterradantrieb, von den Reibbeiwerten usw. abhängt. Die Giereigenschaften der Fahrzeuge werden zukünftig auch durch das sogenannte Torque-vectoring beeinflusst, indem die Antriebsmomente gezielt auf die Räder verteilt werden.

Die Allradlenkung – neben den Vorderrädern werden auch die Hinterräder gelenkt – kann das Fahrverhalten verbessern. Die Fahrzeugstabilität wird erhöht, der Schwimmwinkel erniedrigt. Mit Lenkstrategien, die vom Fahrerlenkwinkel abgekoppelt sind, lassen sich auch Störungskompensationen erreichen.

Literatur

- [ABE99] Abe, M.: Vehicle Dynamics and Control for Improving Handling and Active Safety: From Four-wheel Steering to Direct Yaw Moment Control. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers 213, Part K, 1999, S. 87–101
- [ABE09] Abe, M.; Manning, W.: Vehicle Handling Dynamics Theory and Application. Oxford, Amsterdam, Elsevier, 2009
- [AHRI95] Ahring, E.; Mitschke, M.: Comparison of All-Wheel Steering in the System Driver-Vehicle. Vehicle System Dynamics 24, 1995, S. 283–298
- [ALBE09] Albers, I.: Auslegungs- und Optimierungswerkzeuge für die effiziente Fahrwerkentwicklung, Diss. RWTH Aachen 2009
- [ARZN14] Arzner, M.; Granzow, C.: Torque Vectoring by drive train systems, Encyclopedia of Automotive Engineering, John Wiley & Sons, Ltd, Chichester, 2014
- [BABB86] Babbel, E.: IfF, 1986

- [BANT77] Bantle, M.; Braess, H.-H.: Fahrwerksauslegung und Fahrverhalten des Porsche 928, ATZ 79 (1977), Heft 9, S. 369–378.
- [BERK91] Berkefeld, V: Theoretische Untersuchungen zur Vierradlenkung. Stabilität und Manövrierbarkeit. In: Wallentowitz, H. (Hrsg.): Allradlenksysteme bei Personenkraftwagen. Braunschweig: Vieweg 1991, S. 1–20
- [DONG91] Donges, E.; Aufhammer, R.; Fehrer, P.; Seidenfuß, T.: Funktion und Sicherheitskonzept der Aktiven Hinterachslenkkinematik von BMW. In: Wallentowitz, H. (Hg.): Allradlenksysteme bei Personenkraftwagen. Braunschweig: Vieweg 1991, S. 205–225
- [GAER00] Gärtner, A.; van de Sand, A.; Rettweiler, P.: Auslegung von Fahrwerkssystemen durch Co-Simulation von MKS- und Fluidsimulationssoftware, 9. Aachener Fahrzeug- und Motorenkolloquium 2000, Band 1, S. 457–469
- [HOLD98] Holdmann, P.; Köhn, P.; Möller, B.: Suspension Kinematics and Compliance – Measuring and Simulation, SAE-Paper 980897
- [HOERN86] Hörnig, R.; Hesges, P.; Knoff, B.; Richter, K.-H.; Büchle, K.-H.; Wallentowitz, H.: Vorrichtung zum automatischen Zu- und Abschalten von Antriebselementen eines Kraftfahrzeuges, Patentschrift DE 3505455C3 v. 28.8.86
- [KORT96] Kortüm, W; Schwartz, W; Wentscher, H.: Optimierung aktiver Fahrzeugfederungen durch Mechatronik-Simulation, Automatisierungstechnik – at 44, 1996, H. 11, S. 513–521
- [KORT98] Kortüm, W. u. a.: SIMPACK as a Tool for Automotive Engineering, AVEC 1998, 4th International Symposium on Advanced Vehicle Control, Nagoya 1998, S. 529–535
- [NEUB98] Neubeck, J.; Wohnhaus, A.: Werkzeugunterstützte Erstellung (kfz-technischer) Mehrkörperdynamikmodelle für SIMULINK. ASIM Simulationstechnik, 12. Symposium Zürich 1998, S. 57–65
- [OTTO87] Otto, H.: Lastwechselreaktionen von Pkw bei Kurvenfahrt. Diss. TU Braunschweig 1987
- [PRUC98] Pruckner, A.: Virtuelles Prototyping zur Entwicklung von Fahrwerk-Regelungssystemen mit ADAMS und MATRIX(ind x), 7. Aachener Fahrzeug- und Motorenkolloquium 1998, Band 2, S. 1171–1192
- [ROMP84] Rompe, K; Heißing, B.: Objektive Testverfahren für die Fahreigenschaften von Kraftfahrzeugen – Quer- und Längsdynamik. Hrsg.: Mitschke, M.; Frederich, F. Köln: Verlag TÜV Rheinland 1984
- [SANO88] Sano, S.: Handling Characteristics of Steer Angle Dependent Four-Wheel Steering System. XXII FISITA Congress Dearborn, Michigan, Sept. 1988, Paper No. 885034
- [VDI-Berichte] VDI-Bericht 537/1984, 613/1986, 699/1988, VDI-Verlag Düsseldorf
- [WALL96] Wallentowitz, H.; Janowitz, Th.: Der Stellenwert der Berechnung in Industrie sowie in Lehre und Forschung, VDI-Bericht 1283/1996, S. 17–46
- [ZEMM98] Zemmrich, T.; Lee, T.-H.: Bedarfsgerechter Allradantrieb, Vortrag, 7. Aachener Kolloquium Fahrzeug- und Motorenmechanik, Aachen 1998

Weiterführende Literatur

- [BRAE12] Braess, H.-H.; Seiffert, U. (Hg): Handbuch Kraftfahrzeugtechnik, 6. akt. u. erw. Auflage, Vieweg + Teubner Verlag, Wiesbaden, 2012

- [COLW13] Colwell, K.C.: Electric Feel, Nissan digitizes steering, but the wheel remains, Car and Driver, Febr. 2013
- [DEPP89] Deppermann, K.-H.: Fahrversuche und Berechnungen zum Geradeauslauf von Personenkraftwagen, Diss. TU Braunschweig 1989
- [EBER53] Eberan v. Eberhorst, R.: Die Kurven- und Rollstabilität des Kraftfahrzeuges, ATZ 55 (1953) Heft 9, S. 246–253
- [EBER51] Eberan v. Eberhorst, R.: Roll Angles, Automobile Engineer 41 (1951), S. 379
- [EGHT78] Egheesad, M.: Kinematik und Dynamik räumlicher Getriebe an Beispielen der Einzelradaufhängungen, Diss. TU Braunschweig 1978
- [FIAL59] Fiala, E.: Kraftkorrigierte Lenkgeometrie, Lenkgeometrie unter Berücksichtigung des Schräglaufwinkels, ATZ 61 (1959) Heft 1, S. 29–32
- [GAUS73] Gauß, F.; Isermann, H.: Wankbewegungen, Radlastschwankungen und Kippgrenzen von Sattelkraftfahrzeugen bei zeitlich veränderlichen Querkräften. Deutsche Kraftfahrtforschung und Straßenverkehrstechnik Heft 232, 1973
- [GAUS75] Gauß, F.; Schönfeld, H.H.: Die Berechnung der Kippsicherheit von Sattelkraftfahrzeugen. Deutsche Kraftfahrtforschung und Straßenverkehrstechnik Heft 250, 1975
- [HEIS13] Heißing, B.; Ersoy, M.; Gies, S. (Hrsg.): Fahrwerkhandbuch, 4. Auflage, Springer-Vieweg, Wiesbaden 2013
- [KOEH02] Köhn, P.; Baumgarten, G.: Die Aktivlenkung – Das neue Fahrdynamische Lenksystem von BMW, 11. Aachener Kolloquium, 2002, S. 1093–1109
- [KONI00] Konik, D.; Bartz, R.; Bärnthol, F.; Bruns, H.; Wimmer, M.: Dynamik Drive – Das neue aktive Wankstabilisierungssystem der BMW Group. 9. Aachener Kolloquium Fahrzeug- und Motorenmechanik 2000, S. 471–490
- [MATS87] Matschinsky, W.: Die Radführungen der Straßenfahrzeuge, Fahrzeugtechnische Schriftenreihe, Herausgeber: Mitschke, M., und Frederich, F., Köln: TÜV Rheinland 1987
- [MATS98] Matschinsky, W.: Radführungen der Straßenfahrzeuge, Kinematik, Elastokinematik und Konstruktion. Berlin: Springer-Verlag, 2. Aufl. 1998
- [MILB82] Milbradt, K.: Zur dynamischen Kippsicherheit von Personenkraftwagen unter besonderer Berücksichtigung der Rollachslage. Diss. TU Braunschweig 1982
- [MITS72] Mitschke, M.: Dynamik der Kraftfahrzeuge. Berlin: Springer-Verlag, 1. Auflage 1972, Kap. XVII
- [PFEF13] Pfeffer, P.; Harrer, M. (Hrsg.): Lenkungshandbuch, 2. Auflage, Springer-Vieweg, Wiesbaden 2013
- [OSSA67] v. d. Osten-Sacken, E.: Die Rollachse von Kraftfahrzeugbauten, Industrieanzeiger 89 (1967) 34, S. 772

Zusammenfassung von Teil IV

In 159 Abschnitten, unterteilt auf 14 Kapitel, wurde versucht, einen Einblick in das Gebiet des Fahrverhaltens der Kraftfahrzeuge zu geben. Den Schluss des Teils IV bildet eine Übersicht über seinen Inhalt. Dabei sei hingewiesen auf die einzelnen Zusammenfassungen in den Abschnitten

- [22.7 Zusammenfassung von Kap. 20–22](#),
- [26.2 Zusammenfassung von Kap. 23–26](#),
- [30.4 Zusammenfassung von Kap. 27–30](#),
- [33.6 Zusammenfassung von Kap. 31–33](#).

In Kap. 20 (Lineares Einspurmodell) stehen die für das Verständnis wichtigen Grundlagen über das Fahrverhalten. Auch wenn die Ergebnisse wegen der linearen Gleichungen nur für Normalsituationen (z. B. auf trockener Straße nur bis maximal $0,4\text{ g}$ Querbeschleunigung) gelten, erkennt man doch den Einfluss der wesentlichen Fahrzeuggrößen wie Fahrzeugmasse, -trägheitsmoment um die Hochachse, Schwerpunktslage in Längsrichtung, Reifen, Lenkung sowie Lage des Druckmittelpunkts. Es wurden das Fahrverhalten bei stationärer Kreisfahrt und bei instationärer Fahrt (sprung-, rampenförmige und harmonische Lenkradwinkeleingaben), die Frage nach der Stabilität und das Seitenwindverhalten erörtert. Diese Zusammenhänge sind in Kap. 21 und 22 angesprochen worden. Weiterhin wurden objektive und subjektive Beurteilungsgrößen sowie deren Wertebereiche für das Fahrverhalten zusammengestellt. Das Einspurmodell spielt bei den neuen Fahrdynamikregelungen (ESP) eine wichtige Rolle zur Unterscheidung von unkritischen und kritischen Fahrsituationen. Weiterhin wurde das Fahrverhalten bei losgelassenem Lenkrad (sog. free control) diskutiert.

In Kap. 23 wurde begonnen, das Zusammenwirken von Fahrer und Fahrzeug – ebenfalls linearisiert – zu behandeln. In Kap. 24 wurde der Regelkreis Fahrer-Fahrzeug für Normalfahrten und für kritische Fahrsituationen bezüglich der Regelung in Querrichtung bearbeitet. Die Ergebnisse ermöglichen die Formulierung von Fahrergleichungen, also die Beschreibung des menschlichen Regelverhaltens. Damit sind sowohl Anpassungen der Fahrer an ihre Fahrzeuge, als auch konstruktive Maßnahmen zur Realisierung „guter“ Fahrzeuge zu erklären.

Kapitel 25 bearbeitet den Regelkreis Fahrer-Fahrzeug bei der Längsdynamik. Sowohl aus Kap. 24 als auch aus 25 ergibt sich, dass der Fahrer sein Verhalten an die dynamischen Eigenschaften verschiedener Fahrzeuge und an verschiedene Fahrsituationen anpasst. Über zwei Werte (Durchtrittsfrequenz und Phasenreserve) lassen sich die Regelkreise Fahrer-Fahrzeug charakterisieren. Es konnten einige subjektive Beurteilungsgrößen erklärt werden.

In Kap. 26 wird vor allem die Fahrdynamikregelung angesprochen. Die Nutzung des Einspurmodells wird zur Verbesserung der Fahrzeugstabilität eingesetzt. Durch die Online-Simulation des Einspurmodells ist es möglich geworden, die Fahrsicherheit erheblich zu steigern.

In Kap. 27 wurde das nichtlineare Reifenverhalten eingeführt, wodurch das Fahrzeugverhalten bis zur Rutschgrenze beschrieben werden kann. Um nicht alles auf einmal diskutieren zu müssen, wurden die Radlaständerungen am kurvenäußersten und -inneren Rad vernachlässigt (d. h. der Schwerpunkt des Fahrzeugs liegt in Fahrbahnhöhe). Dabei wird in Kap. 28 deutlich, dass nun zusätzlich ein Krümmungswiderstand auftritt, der erhöhte Umfangskräfte an den Antriebsrädern bedingt, wodurch sich Vorder-, Hinter- und Allradantrieb im Fahrverhalten unterscheiden. In den Kap. 29 und 30 wurden wieder die stationäre und die instationäre Fahrt bearbeitet, und zwar nicht nur auf trockener, sondern auch auf nasser und vereister Fahrbahn.

In Kap. 31 wurde der Fahrzeugschwerpunkt auf die richtige Höhe angehoben und damit in den Kap. 32 und 33 das „echte“ Fahrzeug beschrieben. Jetzt treten eine Fülle weiterer Fahrzeugdaten hinzu wie Spurweiten, Momentan-(Roll-)zentren, Momentan-(Roll-)achse, Federung, Dämpfung, Wanken des Aufbaus, Sturz der Räder, Kinematik-Elastokinematik der Radaufhängungen, Auftrieb, Motorbremsmoment beim Lastwechsel usw. Dabei wurde im Wesentlichen das Fahrzeugverhalten an der Kraftschlussgrenze gezeigt. Zum Schluss wurden Torque-Vectoring und Allradlenkung behandelt. Diese aktiven Systeme „assistieren“ dem Fahrer (nicht nur) in kritischen Situationen. Sie stammen aus der praktischen Umsetzung der in diesem Buch behandelten Theorie. Es bleibt zu hoffen, dass die Fahrzeugingenieure diesen Weg zum Nutzen der Kunden weiter beschreiten. Die Erfolge des „ESP“ zur Verringerung der Unfälle und Verkehrstoten mögen dazu die Motivation sein. Die theoretischen Grundlagen dazu stammen aus diesem Buch.

Zusammenstellung häufig vorkommender Formelzeichen

Lateinische Buchstaben

Formelzeichen	Einheit	Bedeutung
A	m^2	Querschnittsfläche
B	N	Bremskraft
B/L	1/100 km	auf die Wegstrecke bezogener Kraftstoffverbrauch
B, B_{stoch}	$\frac{\text{K-Wert}}{\text{m/s}^2}$ bzw. $\frac{\text{K-Wert}}{\text{rad/s}^2}$	Bewertungsfunktion zur Schwingempfindung bei harmonischer, stochastischer Anregung
C	Nm/rad	Drehfedersteifigkeit, Wanksteifigkeit
C_L	Nm/rad	Lenkungssteifigkeit
C_{St}	Nm/rad	Wanksteifigkeit durch Stabilisator
c	N/m	Federkonstante
c_α	N/rad	Seitenkraft-Schräglauwinkel-Beiwert
$c_{\alpha V}, c_{\alpha H}$	N/rad	Seitenkraft-Schräglauwinkel-Beiwert der vorderen, hinteren Reifen, bzw. der Vorder-, Hinterachse
c_y	N/rad	Seitenkraft-Sturzwinkel-Beiwert
c_{Mz}	1	Luftmomentenbeiwert um die Fahrzeug-Hochachse
c_w	1	Luftwiderstandsbeiwert c_x für $\tau_L = 0$
c_x	1	Luftwiderstandsbeiwert
c_y	1	Luftseitenbeiwert
c_z	1	Luftauftriebsbeiwert
c_1	N/m	radiale Reifenfederkonstante
c_2	N/m	Aufbaufederkonstante
c_3	N/m	Sitzfederkonstante
D, D_f	1	Dämpfungsmaß, – für fixed control
d	1	Verlustfaktor (Gummidämpfung)
e_0, e_{SP}	m	Abstand Druckmittelpunkt-Bezugspunkt bzw. -Gesamtschwerpunkt
F	N	Kraft

Formelzeichen	Einheit	Bedeutung
F_B	N	Beschleunigungswiderstand
F_D	N	Deichselkraft
F_K	N	Kurven- oder Krümmungswiderstand
F_{Lx}	N	Luftwiderstand
F_{Ly}	N	Luftseitenkraft
F_{Lz}	N	Luftauftriebskraft
F_P	N	Fußkraft am Bremspedal
F_R	N	Rollwiderstand
$F(s)$		Übertragungsfunktion des Fahrzeugs
F_{Sch}	N	Schwallwiderstand
F_{St}	N	Steigungswiderstand
F_{Vs}	N	Vorspurwiderstand
$F_w(s)$	1	Störübertragungsfunktion
F_x	N	Umfangskraft am Rad bzw. an der Achse
F_y	N	Seitenkraft am Rad bzw. an der Achse
F_z	N	Radlast bzw. Achslast
F_{zstat}, F_{zdyn}	N	statische, dynamische Radlast
\hat{F}_z, \hat{F}_z	N	komplexe, reelle Radlastamplitude
f_K	1	Kurvenwiderstandbeiwert
f_R	1	Rollwiderstandsbeiwert
f_{Vs}	1	Vorspurwiderstandsbeiwert
G	N	Gewichtskraft, Gesamtgewicht
$G(s)$		Übertragungsfunktion des offenen Regelkreises
g	9,81 m/s ²	Erdbeschleunigung
h	m	Unebenheitshöhe, Unebenheitsfunktion
h	m	Schwerpunktshöhe
h	m	Abstand Momentanachse-Aufbauschwerpunkt
h_V, h_H	m	Abstand Achsschwerpunkt-Straße, vorn, hinten
\hat{h}, \hat{h}	m	komplexe, reelle Unebenheitsamplitude
h_Σ, h_Δ	m, rad	Hub-, Wankanregung durch zwei unebene Spuren (gleich-, gegenphasig)
i	1	Übersetzung, Verhältnis der Antriebsmomente bzw. der Bremskräfte, Ordnung bei Verbrennungsmotoren
i	m	Trägheitsradius
i_A, i_G, i_K	1	Übersetzung des Achs-, Schaltgetriebes, des gesamten Kennungswandlers
i_L	1	Lenkübersetzung
J	kg m ²	Massenträgheitsmoment um eine Achse

Formelzeichen	Einheit	Bedeutung
J_A	kg m^2	Trägheitsmoment der mit Achsgetriebeeingangsrehzahl umlaufenden Teile, – beider Vorderräder um die Lenkachse
J_L	kg m^2	Trägheitsmoment des Lenkrades
J_M	kg m^2	Trägheitsmoment der mit Motordrehzahl umlaufenden Teile
J_r	kg m^2	Trägheitsmoment der mit Raddrehzahl umlaufenden Teile
J_Z	kg m^2	Trägheitsmoment des Fahrzeugs um die durch den Schwerpunkt gehende Hochachse
j	1	imaginäre Einheit
K	Nms/rad	Drehdämpfungskonstante
K_A	Nm s/rad	Konstante für das Moment am Lenkungsdämpfer
K_M	1	Verstärkungsfaktor für den Menschen
$K_{\bar{y}}$	1	Fahrzeug-Verstärkungsfaktor für Seitenbeschleunigung
$K_{\text{Sitz}} = K_Z$	1	Bewertete Schwingstärke für die Hubbeschleunigung auf dem Sitz
K_V, K_K	1	Bewertete Schwingstärke für die Nick-, Wankbeschleunigung
$K_{\text{Fuß}}, K_{\text{Hand}}$	1	Bewertete Schwingstärke für die Beschleunigung an Füßen, an Händen
K_{ges}	1	gesamte Bewertete Schwingstärke
k	Ns/m	Dämpfungskonstante
k_2	Ns/m	Aufbaudämpfungskonstante
k_3	Ns/m	Sitzdämpfungskonstante
k_y	kg/m	linearisierter Luftseitenbeiwert
$k^* \omega$	N/m	Dämpfung bei Elastomeren (Gummi)
L	m	Wegstrecke
L	m	Wellenlänge bei Unebenheitsanregung
l	m	Pleuelstangenlänge
l	m	Radstand
l_p	m	Abstand Vorderachse zum Vorausschaupunkt für den idealen Fahrer
l_s	m	Abstand der Wirbelsäule des sitzenden Menschen zur Radstandmitte
l_V, l_H	m	Abstand Gesamtschwerpunkt – Vorder-, Hinterachse
l_{2V}, l_{2H}	m	Abstand Aufbauschwerpunkt – Vorder-, Hinterachse
M	Nm	Moment
M_F	Nm	Wankfedermoment
M_L, M_L^*	Nm	Lenkradmoment, bezogenes –
$M(s)$		Übertragungsfunktion des Menschen (Fahrers)

Formelzeichen	Einheit	Bedeutung
M_M	Nm	Motormoment
M_R	Nm	Moment am Rad bzw. an der Achse
M_{RBrem}	Nm	Restbremsmoment von Bremsen
M_z	Nm	Rückstellmoment des Reifens
m	kg	Masse, Gesamtmasse
m_K	kg	Koppelmasse
m_S	kg	Hin- und hergehende Masse in einem Zylinder (Verbrennungsmotor)
n	1	Radlaststoßfaktor
n	min^{-1}	Drehzahl
n_K	m	konstruktiver Nachlauf
n_M	min^{-1}	Motordrehzahl
n_R	min^{-1}	Raddrehzahl
n_R	m	Reifennachlauf
n_V	m	Gesamtnachlauf am Vorderrad
P	kW	Leistung
P_M	kW	Motorleistung
P_R	kW	Leistung am Rad bzw. an der Achse
$Pr(s)$	1	Übertragungsfunktion der Vorausschau (Prädiktion, prediction)
p	1	Steigung
p_V, p_H	m	Abstand Momentanzentrum – Straße, vorn, hinten
p_q	1	Querneigung der Straße
p_z	N/m^2	Flächenpressung im Latsch
R	m	dynamischer Reifenhalbmesser bei Schlupf
R_0	m	dynamischer Reifenhalbmesser (Abrollumfang/2π) bei Schlupf = 0
R_L	Nm	Reibmoment im Lenkgetriebe
r	m	Radius, Radius der Kurbelwelle
r	m	statischer Reifenhalbmesser
r_L	m	Lenkrollradius
Δr	m	Höhenschlag
$S (S_x), S_c$	1	Schlupf (in Längsrichtung), kritischer –
S	1	Überschreitungshäufigkeit
SQ	1	Steifigkeitskoeffizient
s		Laplace-Operator
s	m	Weg, speziell Anhalteweg
s'	m	Bremsweg
s_D, s_F	m	Dämpfer-, Federspurweite
s, s_V, s_H	m	Radspurweite, – vorn, – hinten

Formelzeichen	Einheit	Bedeutung
$s_1 = F_{z\text{stat}}/c_1$	m	Reifen-Subtangente
T	s	Einwirkdauer, Fahrtdauer, Reaktionsdauer, Schwingungsdauer
T_A	s	Antizipationszeit
T_P	s	Vorausschauzeit (prediction time)
$T_{\ddot{\psi}_{\max}}$	s	Peak-Response-Time
t	s	Zeit
t_a	s	Ansprechdauer der Bremsanlage
t_b	s	Betätigungsenschwelldauer beim Bremsen
t_r	s	Reaktionsdauer des Fahrers beim Bremsen
t_s	s	Schwelldauer der Bremsanlage
$U_{\dot{\psi}}$	1	auf den Stationärwert $\dot{\psi}_{\text{stat}}$ bezogene Überschwingweite
V_L	1	Lenkungsverstärkung
V_{MS}	1	Verstärkungsfaktor bei Steuerung
\hat{V}_z, \hat{V}_x	div	komplexer, reeller Vergrößerungsfaktor
$v = \dot{x}$	m/s	Fahrgeschwindigkeit
$\dot{v} = \ddot{x}$	m/s^2	Tangentialbeschleunigung des Fahrzeugschwerpunktes
v^2/ρ	m/s^2	Zentripetalbeschleunigung des Fahrzeugschwerpunktes
v_{ch}	m/s	charakteristische Fahrgeschwindigkeit
v_{krit}	m/s	kritische Fahrgeschwindigkeit
v_r	m/s	resultierende Anströmgeschwindigkeit der Luft
v_w	m/s	Windgeschwindigkeit
W	J	Arbeit
w	l	Welligkeit der Fahrbahn
w_y	m/s	Seitenwindgeschwindigkeit
X	m	Periodenlänge, Fahrstrecke, Weg
x	m	Koordinate in Fahrtrichtung
\ddot{x}	m/s^2	Beschleunigung in Fahrtrichtung
y	m	Koordinate horizontal und senkrecht zur Fahrtrichtung
\ddot{y}	m/s^2	Seitenbeschleunigung
y_{SP}	m	Schwerpunktsabweichung
Z	N	Zugkraft
z	l	Abbremsung
z	m	Koordinate in vertikaler Richtung
\ddot{z}	m/s^2	Vertikalbeschleunigung
Δz	m	Relativweg, meistens Federweg

Griechische Buchstaben

Formelzeichen	Einheit	Bedeutung
α	rad	Längsneigung der Fahrbahn, Gas-, Bremspedalstellung
α	rad	Schräglaufwinkel
β	rad	Schwimmwinkel, ohne Index bezogen auf den Fahrzeugschwerpunkt
$\beta + \psi$	rad	Kurswinkel
γ	rad	Sturzwinkel
γ_h		Kohärenzfunktion für Zweispurunebenheiten
$\Delta\sigma(F_x)$	rad	Umfangskraftlenken
$\Delta\sigma(F_y)$	rad	Seitenkraftlenken
$\Delta\sigma(\kappa)$	rad	Wank- bzw. Rollenlenk
δ	rad	Verlustwinkel bei Gummielementen
δ_L, δ_L^*	rad	Lenkradwinkel, bezogener –
δ_{V0}, δ_{H0}	rad	Vorspurwinkel an Vorder-, Hinterrädern
δ_V, δ_H	rad	Vorderrad-, Hinterradeinschlagwinkel
δ_{VL}	rad	Einschlagwinkel eines Zwischenhebels am Lenkgestänge
δ_{V0}	rad	Ackermannwinkel
ε	rad	Phasenverschiebungswinkel
η, η_m	1	Wirkungsgrad, Motor-
η_A, η_G, η_K	1	Wirkungsgrad des Achs-, Schalt-, des gesamten Kennungswandlers
$\eta = \omega/v$	1	Frequenzverhältnis
ϑ	N^4	Einflußzahl der Straßenbeanspruchung
κ	rad	Wankwinkel
λ	1	Drehmassenzuschlagsfaktor in bezug auf Längbeschleunigung
λ^*	1	Drehmassenzuschlagsfaktor in bezug auf Radlaständerung
$\lambda_p = r/l$	1	Pleuelstangenverhältnis
μ	1	Kraftschluß
μ_g	1	Gleitbeiwert
μ_h	1	Haftbeiwert
$v, v/2\pi$	1/s, Hz	ungedämpfte Eigenkreisfrequenz, – Eigenfrequenz
$v_d, v_d/2\pi$	1/s, Hz	gedämpfte Eigenkreisfrequenz, – Eigenfrequenz
v_f, v_{fd}	1/s	ungedämpfte, gedämpfte Eigenkreisfrequenz für fixed control
ρ	m	Krümmungsradius der Bahnkurve

Formelzeichen	Einheit	Bedeutung
ρ	kg/m ³	Luftdichte
$1/\rho$	1/m	Krümmung der Bahnkurve
σ	rad	Spreizungswinkel am Vorderrad
σ, σ_f	1/s	Abklingkonstante, – für fixed control
σ_q	div	Standardabweichung der allgemeinen Schwingungsfunktion q ($\sigma_q^2 = \text{Streuung}$)
τ	rad	Nachlaufwinkel
τ	s	Totzeit bei Fahrverhalten
τ_L	rad	Anströmwinkel der Luft
φ	rad	Winkelweg, Nickwinkel des Aufbaus
φ, φ_R	rad	Drehbewegung des Rades
$\varphi(\omega)$	rad	Phasenwinkel beim Regelkreis
φ_R	rad	Phasenrand beim Regelkreis
Φ_q, Φ_{qq}	div	Spektrale Dichte (Autospektrum) der Schwingungsgröße q
Φ_{qp}	div	Kreuzspektrum der Funktionen q und p
$\Phi_h(\omega)$	m ² s	Spektrale Dichte für Unebenheiten und Fahrgeschwindigkeit
$\Phi_h(\Omega)$	m ³	Spektrale Dichte für Unebenheiten
$\Phi_h(\Omega_0)$	m ³ , cm ³	Unebenheitsmaß der Fahrbahn
$\Phi_{wy}(\Omega)$	grdm ² /s ²	Spektrale Dichte der Seitenwindgeschwindigkeit
Φ_K	s	Spektrale Dichte der Bewerteten Schwingstärke
Φ_F	N ² s	Spektrale Dichte der Radlastbeanspruchungen
χ	1	Koppelfaktor bei Radaufhängungen
$\psi, \dot{\psi}$	rad, rad/s	Gierwinkel, Gierwinkelgeschwindigkeit
Ω	1/m	Wegkreisfrequenz
Ω_0	1/m	Bezugskreisfrequenz (= 1 m ⁻¹)
$\omega, \omega/2\pi$	1/s, Hz	Erregerkreisfrequenz, Erregerfrequenz
ω_C	1/s	Schnitt-, Durchtrittsfrequenz (cross-over-frequency)

Indizes

Formelzeichen	Bedeutung
A	Achsgetriebe, Antrieb, Anhänger, Aufbau, anti-zipatorisch, Ausgang
a	außen
Aggr	Antriebsaggregat (Motor und Getriebe)
B	Bremsen
bel	für das beladene Fahrzeug

Formelzeichen	Bedeutung
D	Dämpfer, Deichsel
dyn	dynamisch
E	Eingang
eff	Effektivwert
F	Feder, Radlastschwankung
Fa	Fahrer
Fuß	am Fuß
G	Schaltgetriebe
g	Gas (Verbrennung)
ges	gesamt
H, HA	hinten, Hinterrad oder Hinterachse
h	auf die Unebenheitshöhe bezogen
Hand	an der Hand
Hub	für Hubbewegung
i	Zählvariable, innen
id	ideal, idealer Fahrer
Im	Imaginärteil
imp	impulsförmig oder für ein Einzelhindernis
ist	Istwert
j	Zählvariable
K	auf die Bewertete Schwingstärke K bezogen
K	Kennungswandler
L	Lagerung Antriebsaggregat, Lenkung, Lenkrad Luft
l	links
leer	für das leere Fahrzeug (einschließlich Fahrer)
lin	linear, linearisiert
M	Mensch (Fahrer), Motor
m	Masse
Nick	für Nickbewegung
q	auf die Größe q bezogen
R	Rad
r	rechts
Re	Realteil
rel	relativ
Sitz	am Sitz
soll	Sollwert
SP	Schwerpunkt
St	Torsionsstabilisator
stat	statisch, stationär

Formelzeichen	Bedeutung
V, VA	vorn; Vorderrad oder Vorderachse
W	Wind
Wank	für Wankbewegung
w	Störung
x	in x -Richtung, um die x -Achse, Umfangsrichtung
y	in y -Richtung, um die y -Achse, Seitenrichtung
Z	Zugfahrzeug
z	in z -Richtung, um die z -Achse
0	Vorspann-, Ausgangs-, Grundwert
0,5...2	0,5... 2 ... Ordnung bei Verbrennungsmotoren
1	Rad
2	Aufbau
3	Sitz
100	Vollast bei Fahrzeugmotoren
κ	Drehbewegung um die x -Achse
φ	Drehbewegung um die y -Achse, um die Kurbelwellenachse
Δ	Differenzgröße
Σ	Summengröße

Matrizen und Vektoren

Formelzeichen	Bedeutung
C	Steifigkeitsmatrix
h	Vektor der Unebenheitsanregung
K	Dämpfungsmaatrix
M	Massenmatrix
z^T	Koordinatenvektor z. B. von z

Abkürzungen

Formelzeichen	Bedeutung
DP	Druckmittelpunkt
exp	Exponentialfunktion
K-Wert	Komfortwert
M	Krümmungsmittelpunkt
MP	Momentanpol

Formelzeichen	Bedeutung
MZ	Momentanzentrum, Rollzentrum
PSD	power-spectral-density (Spektrale Leistungsdichte)
\dot{q}	dq/dt
\ddot{q}	d^2q/dt^2
$\hat{q}, \hat{q}^*, \tilde{q}$	komplexe, konjugiert komplexe, reelle Amplitude von q
$\tilde{q}, q_{\text{eff}}$	Effektivwert von q
$ q $	Betrag von q
\bar{q}	linearer Mittelwert von q
\tilde{q}	quadratischer Mittelwert (Effektivwert) in Abschn. 11.4.2
SP	Gesamtschwerpunkt
SPA	Aufbauschwerpunkt
SPR	Radschwerpunkt
TNU	tire non uniformity
o. T., u. T.	oberer, unterer Totpunkt
Δ	Differenz
IfF	Institut für Fahrzeugtechnik, Technische Universität Braunschweig
ika	Institut für Kraftfahrwesen, RWTH Aachen University

Sachverzeichnis

A

- Abbremsung, 222, 226
maximale, 222
von Kraftfahrzeugzügen, 269
- ABS (Anti-Blockier-System), *siehe*
Blockierverhinderer
- Abstand, *siehe* Kolonnenfahrt
-sregelung, automatisch, 221
- ABV (Automatischer Blockierverhinderer),
siehe Blockierverhinderer
- Achse
Doppelkurbel-, 828
Doppelquerlenker-, 828
Längslenker-, 522, 830
Mc Pherson-, 828
Pendel-, 533, 829
Schräglenker-, 830
Starr-, 537, 822, 828
Verbundlenker-, 830
- Achslast, *siehe* Radlast
- Ackermannwinkel, 635
- Aerodynamik, 55
- Aggregataufhängung, *siehe*
Antriebsaggregataufhängung
- Aktivfahrwerk, *siehe* Fahrwerk, geregeltes
- ALB (Automatisch lastabhängige Bremse), *siehe*
Bremskraftverteilung, lastabhängige
- Allrad
-antrieb, *siehe* Kraftschluss bei Allradantrieb
-lenkung, *siehe* Lenkung
- Anhalteweg, 217
- Anregung durch Motor, 325, 561
2. Ordnung, 570, 585
4-Takt-4-Zylinder-Reihenmotor, 569
bei ungleicher Verbrennung, 579
- Einzyylinder, 562, 568
- Gasmoment, 567, 571
höhere Ordnung, 586
- Leerlaufschütteln, 593
- Massenkraft, 563, 569
- Massenmoment, 564, 568, 571
- Mehrzyylinder, 580
- niedrige Ordnungen, 591
- und Unebenheiten, 597
- Anregung durch Rad/Reifen, 315, 325
Höhenschlag, 316
- Radialkraftschwankung, 316
- Unwucht, 315
- Anregung durch Unebenheiten
Einpunkt-, 369
Einspur-, 443
Einzelhindernis, 345, 381
Hub-, 369, 448
Nick-, 448
periodische, 328
Sinus-, 324
stochastische, 334
- Wank-, 500
- Zweispur-, 493
- Anström
-geschwindigkeit, 56
-winkel, 56
- Antizipatorische Steuerung, 730
- Antrieb, 71, *siehe auch* Kraftfahrzeugantrieb
Allrad-, *siehe* Kraftschluss bei Allradantrieb
Einachs-, 83
Einzelachs-, 188
elektrischer-, 94
Grundgleichung für den, 75, 183
- Hinterachs-, *siehe* Hinterachsantrieb
idealer, 90
- Raketen-, 775

- Vorderachs-, *siehe* Vorderachsantrieb
 Antriebsaggregataufhängung, 481, 585
 Auslegungen von, 595
 Dämpfung der, *siehe* Dämpfung
 Eigenfrequenz der, *siehe* Eigenfrequenz
 Kopplung an, 487
 Lagerungskonzepte von, 483
 Antriebsmaschine, 93, *siehe auch*
 Kraftfahrzeugantrieb
 ASR (Antriebs-Schlupf-Regelung), 46
 Aufbau
 -dämpfung, *siehe* Dämpfung
 -eigenfrequenz, *siehe* Eigenfrequenz
 Hubbeschleunigung, 448
 Nickbeschleunigung, 448
 Wankbeschleunigung, 506
 Auftrieb, 64
 Einfluss auf Fahrverhalten, 818
 Ausgleichswellen, 570
 Auspuffbremse, *siehe* Bremse
 Autodichten, *siehe* Spektrum, Auto-
- B**
 Bahnkurve für idealen Fahrer, 685
 Beladungsänderung, 400, 413, 470
 Beschleunigung
 -sfähigkeit, 151, 155, 195
 -skopplung bei Schwingungen, 521, 522
 -swiderstand, 77, 79, 82
 Beurteilung Fahrverhalten, *siehe*
 Subjektivurteile
 Beurteilung Schwingungseinwirkung, 349, 357,
 siehe auch Schwingungsstärke, bewertete
 Bewegungsenergie, Umwandlung in Wärme,
 212
 Blockieren der Räder, 244
 Blockierverhinderer, 46, 237, 855
 Blockievorgang, 249
 Bremsanlage
 Ausfall von, 263
 Bremskreis, 264
 Bremsverstärker, 263
 gesetzliche Vorschriften für, 235
 Bremsassistent, 262
 Bremse
 Auspuff-, 103, 150, 276
 Dauer-, 103
 Einkreis-, 263
 elektrische, 275
 im Rad, 277
 im Triebstrang, 275
 Zweikreis-, 263
 Bremskraft
 -verteilung, 233
 abgeknickte, 252
 elektronische (EBV), *siehe auch* EBV
 feste, 250
 ideale, 233
 lastabhängige, 252
 Bremskraftverstärker
 -ausfall, 263, 269
 Bremskreisausfall, 264
 Bremsnicken, 477
 Bremsung, 71, 211
 Beharrungs-, 211, 212
 Festhalte-, 211
 normale, 219
 Not-, 219
 Verzögerungs-, 211, 213
 Bremsvorgang, zeitlicher Ablauf, 216
 Bremsweg, 215, 217
 -verlängerung, 224
 Brennstoffzelle, 132
- C**
 Charakteristische Fahrgeschwindigkeit, 631
 CO₂-Emission, 163
 Cornering stiffness, *siehe* Seitenkraftbeiwert
 Crossover frequency, *siehe* Durchtrittsfrequenz
 CVT (Continuously Variable Transmission),
 siehe Getriebe, stufenloses
- D**
 Dampfmaschine, *siehe* Kraftfahrzeugantrieb
 Dämpfung
 Aufbau(hub)-, 387, 389, 410, 466
 beim Einspurmodell (fixed control), 657
 der Antriebsaggregataufhängung, 487
 geknickte lineare, 419
 Gummi-, 309
 hydraulische, 309
 nichtlineare, 418
 Rad-, 371
 Reibungs-, 421
 schnelle Verstellung von, 430
 Sitz-, 393
 Sky-Hook-, 437
 -smaß, allgemein, 305

- Wank-, 542
Dauerbremsen, 275
Differenzial, 197
-sperre, 196, 881
 elektronische, *siehe* EDS
Zentral-, 201
Dosierbarkeit am Bremspedal, 230
Drehmoment-Drehzahl-Wandler, allgemein, 114
Drehzahlwandler, allgemein, 110
Dreiachser, 205
Dreiachsfahrzeug, 207
 Steigungsfahrt, 207
Druckmittelpunkt, 66, 68, 697, 698
Druckverteilung im Latsch, 11, 29
Durchtrittsfrequenz, 721, 723, 743, 747
- E**
EBV (Elektronische Bremskraftverteilung), 243
EDS (Elektronische Differenzialsperre), 197
Eigen(kreis)frequenz
 Aufbau(hub)-, 384, 463, 475
 der Antriebsaggregataufhängung, 486
 für fixed control, 657
 gedämpfte, 305
 Nick-, 475
 Rad-, 490
 Ruckel-, 555
 Sitz-, 393
 ungedämpfte, 305
 Wank-, 542
Eigenlenken, *siehe* Seitenkraftlenken; *siehe*
 Wanklenken
Eigenschwingung, 302
Einfluss der Umfangskraft vor dem Lastwechsel,
 878
Einspuranregung, *siehe* Anregung durch
 Unebenheiten
Einspurmodell für Fahrverhalten
 lineares, 613, 619
 quasilineares, 791
Einzelhindernis, *siehe* Anregung durch
 Unebenheiten
Elastizität
 des Fahrzeugs, 144
 des Verbrennungsmotors, 147
Elastokinematik von Radaufhängung, 834
Elektrische Antriebe, *siehe* Kraftfahrzeugantrieb
 Bremse, 275
 Elektronische Deichsel, 64
 Energiespeicher, 129
 Energiespeichersysteme, 129
 Erregerschwingung, 305, *siehe auch* Anregung
 frequenz, allgemein
 bei Unebenheiten, 311
 -frequenz, allgemein, 306
- F**
Fahrbaununebenheiten, *siehe* Anregung durch
 Unebenheiten
Fahrdynamikregelung, *siehe* ESP
Fahrer
 adaption, 743, 747, 749
 als Regler, 723, 758
 idealer, 685, 688, 691, 696, 701, 704, 711, 712
 Übertragungsfunktion, 723, 758
Fahrgeschwindigkeit bezüglich Fahrsicherheit,
 380
Fahrgrenze, 183
 durch Antriebsleistung, 788
 durch Kraftschluss, 774
Fahrkomfort, 349
 Konflikt, 433
Fahrlistung, 137
Fahrsicherheit, 311, 349–351, 380, 411
 Fahrgeschwindigkeit bezüglich, 380
 Konflikt, 433
Fahrsituation
 kritische, 740, 741, 756
 normale, Normalfahrt, 729, 741, 753
Fahrverhalten, 605, 613, 841
 auf nasser Straße, 787
 auf trockener Straße, 773, 798
 auf vereister Fahrbahn, 785, 804
 bei Allradantrieb, 773, 846, 888
 dynamisch, 889
 stationär, *siehe* Kreisfahrt
 bei festgehaltenem Lenkrad (fixed control),
 691, 696, 700, 704
 bei Hinterradantrieb, 773
 bei losgelassenem Lenkrad (free control),
 691
 bei Vorderradantrieb, 773
 dynamisches, 657, 859
 Kennwerte für, *siehe* Subjektivurteil
Fahrwerk, *siehe auch* Achse
 geregeltes, 426
Fahrwiderstand, 75

- Fahrzeug
 Dreiachs-, 207
 -elastizität, 144
 halbes, *siehe* Schwingungseratzsystem
 ruckeln, 553
 stuckern, 481, 583
 vierrädriges, 493, 807
 Viertel-, *siehe* Schwingungseratzsystem
 Zweiachs-, 183, 807
- Fahrzeuginsassen, *siehe* Beurteilung
 Schwingungseinwirkung
- Fahrzeugmotoren, *siehe* Kraftfahrzeugantrieb
- Fahrzustandsschaubild, 137
- Feder
 Hydro-pneumatische, 410
 kennung, nichtlinear, 417
 kopplung Vorder-/Hinterachse, 475
 Luft-, 403
 Rad-, 356, 378, 448, 512
 Sitz-, 355, 378, 455
 weg, 355, 378
- Fixed control, *siehe* Fahrverhalten
- Folgefahrt, 753, *siehe auch* Kolonnenfahrt
- Föttinger-Kupplung, 111
- Free control, *siehe* Fahrverhalten
- Frontantrieb, *siehe* Vorderachsenantrieb
- Fußkraft beim Bremsen, 259
- G**
- Gasturbine, *siehe* Kraftfahrzeugantrieb
- Gefällefahrt, 150
- Geregelte Fahrwerke, *siehe* Fahrwerk geregeltes
- Getriebe, *siehe auch* Kennungswandler
 Stufen-, 115
 stufenloses, 124
 Verteiler-, 203
- Gierwinkelgeschwindigkeit, 613, 620, 869
- Gleitbewert, 20
- Gummidämpfung, 587
- Gütegrad, 222
 der Abbremsung, 224
- H**
- Haftbewert, 20, 23
- Haftwertausnutzung, 224
- Handling, 607
- Heckantrieb, *siehe* Hinterachsantrieb
- Hinterachsantrieb, 158, 188, 193
 bei Geradeausfahrt, 188
- bei Kurvenfahrt, 878
- Hinterradlenkung, *siehe* Lenkung
- Höchstgeschwindigkeit, 140
- Höhenschlag, 316, 325
- Hubschwingung, 451, 453, 505
- Hydrodynamischer Drehzahlwandler, *siehe* Föttinger-Kupplung
- I**
- Idealer Fahrer, 685, 701
- K**
- Kammscher Kreis, 46
- Kenngrößen, objektiv für Fahrverhalten, 613, 638
- Kennungswandler, 106
 Drehmomenten-Drehzahl-Wandler, 114
 Drehzahlwandler, 110
 Trilok-Wandler, 81
- Kinematik der Radaufhängung, 834, 837
 der gelenkten Vorderräder, 836, 839
- Kippgrenze, 816
- Klotoide, 685, 688, 730
- Kohärenz, 498, 500, 502
 der Unebenheiten, 500
- Kolonnenfahrt, 219
- Komfort, *siehe* Schwingstärke, bewertete
- Kompensation von Störungen, 892
- Konfliktschaubild Fahrsicherheit-Komfort, 390, 433
- Koppelmasse des Aufbaus, Schwingungen, 447, 470
- Kopplung, Beschleunigungs- bei
 Radaufhängung, 522, 526
- Kraftfahrzeug, *siehe auch* Fahrzeug
 Sattel-, 273
 ungefedertes, 319
 züge, 205, 269
- Kraftfahrzeugantrieb
 Dampfmaschine, 93
 Elektromotoren, 94
 Gasturbine, 106
 idealer, 90
 Kennfelder der, 89, 93
 Leistungsangebot, 89
 Verbrennungsmotoren, 99, 106, 115, 124
 Vergleich der
 Energiespeicherung, 129
 Massen, 129

- Volllastkennlinie, 127
- Kraftfahrzeugmotoren, *siehe*
- Kraftfahrzeugantrieb
- Kraftfahrzeugzüge, 205
- Abbremsung von, 269
- Kraftschluss, 626, 627
- bei Abbremsung, 226
 - bei Allradantrieb, 198
 - Momentenaufteilung, ideal, 198
 - Momentenaufteilung, real, 201
 - bei Fahrzeugruckeln, 557
 - bei Hinterachsantrieb, 185, 188
 - bei Vorderachsantrieb, 185, 188
 - in Umfangsrichtung, 19, 22
 - -Schlupf-Kurve, 22, 27, 558
- Kraftstoffverbrauch, 137, 163
- bei veränderlichem Motorwirkungsgrad, 167
 - wesentliche Einflüsse, 164
- Kreis, Ausfall, 264
- Kreisfahrt, 625, 771, 797, 809, 832, 835, 863, 872
- verhalten, 645
 - Einfluss von Seitenkraftbeiwert, 646
 - Einfluss von Seitenkraftbeiwert, Beladung, 652
 - Einfluss von Seitenkraftbeiwert, Lenkungsdaten, 650
 - Einfluss von Seitenkraftbeiwert, Schwerpunktslage, 650
 - werte, 629, 637, 673, 674
- Kreuzdichte, *siehe* Spektrum, Kreuz-Krümmung, 630
- -smittelpunkt, 615
- Kupplung
- mechanische, Reibungs-, 111
- Kurbeltrieb, 562
- Kurven
- grenzbeschleunigung, *siehe*
 - Zentripetalbeschleunigung, maximal widerstand, 18, 771
- Kurvenfahrt
- langsame, 855
 - schnelle, 854
- L**
- Lagerreibung im Rad, 16
- Längsregelkreis Fahrer-Kraftfahrzeug, *siehe*
- Regelkreis
- Längsschwingungen, *siehe* Schwingungen, Längs-
- Laplace-Transformation, 666
- Lastwechselverhalten, 872, 874
- Latsch, 22
- Leerlaufschütteln, 593
- Leistung
- -angebot, 89, *siehe* Kraftfahrzeugantrieb, Kennfelder
 - -bedarf an den Antriebsrädern, 75
- Leistung an den Antriebsrädern, 85
- Leistungs-Geschwindigkeits-Schaubild, 140
- Lenk(rad)winkel, 630, 690, 776, 814, 836
- Rampe, 665, 670, 676, 797, 867
 - Schwimmwinkel-Gradient, 641
 - Sprung, 667
- Lenkfähigkeit beim Bremsen, 230
- Lenkradmoment
- bei Antrieb in der Kurve, 782
 - bei Bremsung in der Kurve, 854
 - bei langsamer Kurvenfahrt, 855
 - bei schneller Kurvenfahrt, 637, 644, 814, 854
 - im Stand, 856
- Lenkrollhalbmesser, 617, 852
- Lenkübersetzung, 617, 650
- variable, 856
- Lenkung, 852
- Allrad-, 846, 892, 895
 - Hinterrad-, 888
 - konventionelle, 852
 - -seigenschaften, 617
 - -verstärkung, 617, 856
 - Überlagerungs-, 857, 893
 - unkonventionelle, 856
 - Vorhalt-, 859
- Lenkverhalten, 665, 679
- Beurteilung von, 683
 - Frequenzgänge, 679
- Lieferkennfeld, *siehe* Kraftfahrzeugantrieb, Kennfeld
- Lkw und Mehrachsanhänger
- Abbremsung, 269
- Luft
- -dichte, 56
 - -kräfte, 55
 - -momente, 55
 - -widerstand, 60, 770
 - - - beiwert, 60
- Luftfederung, *siehe* Feder

- M**
- Moment an den Antriebsrädern, 83
 - Momentan
 - achse, 821
 - pol, 535, 615, 850
 - zentrum, 821, 850
 - Motor, *siehe* Kraftfahrzeugantrieb
 - Motorelastizität, 144
- N**
- Nachlauf
 - konstruktiver, 617, 782, 852
 - Reifen-, *siehe* Reifennachlauf
 - nichtlineare Kennungen, 413
 - Nickpol beim Bremsen, 477
 - Nickschwingung, 451, 505
 - Niveauregelung, 403, 410
 - schnelle, 429
- P**
- Peak-Response-Time, 673, 674, 698, 869, 874
 - Pedal
 - kraft beim Bremsen, 260
 - weg beim Bremsen, 260
 - Phasenrand im Regelkreis, 721
 - Phasenreserve, 747
 - Pkw und Einachsanhänger, Abbremsung, 271
 - Power-Spektral-Density (PSD), *siehe* Spektrale Dichte
- Q**
- Quasilineare Betrachtung, 791
 - Querbeschleunigung, *siehe*
 - Zentripetalbeschleunigung
 - Querregelung, 729
 - Fahrer-Kraftfahrzeug, *siehe* Regelkreis
 - Querspatfläche, 56, 59
- R**
- Rad, *siehe auch* Reifen
 - abheben, 426
 - aufhängung, *siehe auch* Achse
 - aufhängung, 522, 525, 827
 - Elastokinematik, 834
 - Feder-Dämpfer-Anordnung, 522
 - Kinematik, 834, 837
 - Laständerung bei Längsbeschleunigung
 - bei Kurvenfahrt, 809, 822
 - lastdifferenz, 826
 - lastschwankung, 350, 375, 419, 448, 512, 540
 - laststoßfaktor, 354
 - leistung, 85, 86, 131
 - masse, 396, 413
 - stand, 42, 458, 470
 - sturz, 42, 840, 847
 - widerstand, 11, 18, 19, 78
- Radikalkraftschwankung, *siehe* Anregung durch Rad/Reifen
- Reaktionsdauer des Fahrers beim Bremsen, 215
- Regelkreis
- Fahrer-Kraftfahrzeug, 707, 719
 - Längs-, 753
 - Quer-, 720, 729
- Regelung, kompensatorische, 729, 735, 744, 755
- Reibungsbremse, 211, 212
 - kupplung, *siehe* Kupplung
- Reichweite, 129
- Reifen, 9, 413
 - dämpfung, 30, 32, 319
 - eigenschaften
 - in Seitenrichtung, 32
 - in Umfangsrichtung, 10
 - in vertikaler Richtung, 28
 - einfederung, 28
 - einlaufverhalten, 52
 - federsubtangente, 31
 - federung, 28, 30, 398, 403, 529
 - seitliche, 52
 - vertikale, 30, 398, 412
 - kennlinie, Näherung für die, 791
 - modelle, 49
 - nachlauf, 37, 617, 622, 791
 - rückstellmoment, 32, 49, 878
 - seitenkraft, 32
 - beiwert, *siehe* Seitenkraftbeiwert
 - verschleiß, 850
 - Response-Time, 673- Restbremsmoment, 16
- Retarder, 275
- Rollwiderstand, 11, 77
 - sbeiwert, 11, 14, 15
- Ruckeln, *siehe* Fahrzeugruckeln

S

 - Sattelkraftfahrzeug, Abbremsung, 273
 - Schadstoffemission, 132
 - Schlupf, 21, 555

- Längs-, 19
-regelung, 196, 197
Seiten-, 35
- Schnittfrequenz, *siehe* Durchtrittsfrequenz
- Schräglaufwinkel, 32, 52, 619, 635, 636, 770
- Schwallwiderstand, 16
- Schwenkmoment im Stand, 43
- Schwerpunkt
-höhe, 809, 849
-lage, 783
- Schwimmwinkel, 614, 636, 773, 782, 814, 835
-Gradient, 641
- Schwingstärke
Bewertete
auf dem Sitz, 377
für Füße, 360, 377
für Hände, 360
bewertete, 349, 361, 391, 453
auf dem Sitz, 360
bei Einzelhindernis, 365
bei periodischen Anregungen, 361
bei stochastischen Anregungen, 363
für Ganzkörper, 359
für Hände, 377
für Wankbewegung, 507
über mehrere Einleitungsstellen, 360
- Schwingung
Eigen-, 302
Hub-, 369, 443, 493
- Längs-
durch Motoranregung, 553
durch Unebenheitsanregung, 547
- motorerregte, *siehe* Anregung durch Motor
- nichtlineare, 414
- Nick-, 448, 505
- Rad/Reifenerregte, *siehe* Anregung durch Rad/Reifen
- regellose, 301
- Seiten-, 537, 540, 545, 850
- stochastische, 371
- unebenheitserregte, *siehe* Anregung durch Unebenheiten
Wank-, 507, 537, 540
- Schwingungssatzsystem, 291, 295, 583
- Dreimassenschwinger, 370
- Einmassenschwinger, 301
- Fahrzeug mit Antriebsaggregat, 580
- Fahrzeug mit Längslenker, 522
- Pendelachse, 533
- Starrachse, 537
- Mensch auf Sitz, 322
- Viertelfahrzeug, 298
- zweiachsiges Fahrzeug mit Einspuranregung (halbes Fahrzeug), 443
- Zweispuranregung, 493
- schwingungstechnische Auslegung, 407
- Schwungnutzautomatik, 172
- Seitenbeschleunigung, *siehe*
Zentripetalbeschleunigung
- Seitenkraft, 32, 52
bei Kurvenfahrt, 812, 843
bei Schwingungen, 532
-beiwert (Seitenkraft-Schräglaufwinkel-Beiwert), 40, 52, 619, 630
- Seitenluftbeiwert, 697
- Seitenwind, 699, 747, 749
stochastischer, 701, 707, 711
-verhalten, 696, 707, 744
Frequenzgang, 707
stationärer Fall, 696
Waldausfahrt, 701
- seitliche Luftbelastung, 66
- select low, *siehe* Blockierverhinderer
- Sitz, 322, 413
-beschleunigung, 453
-dämpfung, *siehe* Dämpfung, Sitz-
-eigenfrequenz, *siehe* Eigenfrequenz, Sitz-
-federung, *siehe* Federweg
-lage im Fahrzeug, 460
- Sky-Hook-Dämpfer, 437
- Sollspurbildung für Regelkreis, 735, 740
- Spargang, 176
- Spektrale Dichte, 334, 338, 712
Aufbaubeschleunigung, 377
bewertete Schwingstärke, 372, 377, 453, 511
- Nickbewegung, 453, 511
- Radlastschwankung, 375, 512
- Radweg, 512
- Sitzbeschleunigung, 377
-sweg, 377
- von Fahrbahnunebenheit, 340, 498
- Wankanregung, 500
- Wankbewegung, 500
- Spektrum, *siehe auch* Spektrale Dichte
Auto-, 498
- Hubanregung, 500
- Wankanregung, 500

- Kreuz-, 498
wegfrequenzabhängiges, 335, 502
zeitfrequenzabhängiges, 335
- Sperrdifferenzial, *siehe* Differenzial
- Spoiler, 63, 64, 896
- Spreizung der Getriebeübersetzung, *siehe*
Übersetzung im Getriebe
am Vorderrad, 852
- Spreizungswinkel, 852
- Sprungantwort, 667
- Spur
-differenzwinkel, 843
-verschiebung, 532, 534
-weite, 809
- Spuränderung bei Schwingungen, 532
- Stabilisator
aktiver, 826
bei Kurvenfahrt, 825
bei Schwingungsanregung, 516
- Stabilität, 721
bei Bremsung, 230
bei Kurvenfahrt (fixed control), 658
bei quasilinearer Betrachtung, 794
- bei verschiedenen Radantrieben, 795
- bei vorgegebener Bahnkurve (idealer Fahrer, 687
beim Regelkreis, 721
- Standardabweichung, 336
- Statistische Kennzahlen, 334, 335
- Steer-By-Wire, 859
- Steifigkeit, 144, 148, 192, 205
- Steigungswiderstand, 79
- Steuerung
antizipatorische, 729
von Feder- und Dämpfungskennungen, 428
Vor-, 755
- Störkrafthebelarm, 853
- Störverhalten beim Regelkreis, 743
- Stoßmittelpunkt, 525
- Straße, Linienführung, 628
- Straßenbeanspruchung, 350, 353
- Stuckern, *siehe* Fahrzeugstuckern
- Sturz, *siehe* Radsturz
- Sturzwinkel, 852, 853
- Subjektivurteile für Fahrverhalten, 613, 638,
674, 874
- T
- TB-Wert, 673
- Tire-Non-Uniformity (TNU), 316, *siehe*
Anregung durch Rad/Reifen,
Radikalkraftschwankung
- Totzeit im Regelkreis, 724
- Traktionshilfen, 196
- Trilok-Wandler, 81, 124
- U
- Übersetzung im Getriebe
Forderung, 107
größte, 148
kleinste, 140
Spreizung, 148
verbrauchsgünstigste, 175
Zwischengänge, 159
- Übersetzung in der Lenkung, 107, *siehe auch*
Lenkübersetzung
- Übersteuern, 634, 639, 659, 776, 792, 814
- Übertragungsfunktion, 701, *siehe auch*
Vergrößerungsfunktion
Einspurmodell, 666
Fahrer-, 724, 758
Fahrzeug-, 754, 757
- Umfangskraft, 22, 91
bei Lastwechselverhalten, 878, 881
beim Überfahren von Unebenheiten, 547
Einfluss auf Reifenkennlinien, 46
Kurvengrenzbeschleunigung, 769
lenken, 839, 841, 883
- Unebenheiten, *siehe* Anregung durch
Unebenheiten; *siehe* Spektrale Dichte
von Fahrbahnunebenheit
- Unebenheitsmaß, 342
- Ungefederte Kraftfahrzeuge, 319
- Untersteuern, 633, 639, 659, 776, 792, 814
- Unwucht, 315
- V
- Verbrennungsmotor, *siehe* Kraftfahrzeugantrieb
- Vergrößerungsfunktion
für Allradlenkung, 895
für Schwingungen
Aufbaubeschleunigung, 377, 450
Aufbauwankbeschleunigung, 507
elastisch gelagertes Antriebsaggregat,
580
- Nickbeschleunigung, 450, 513
- Radlastschwankung, 375, 448, 512
- Sitzbeschleunigung, 377, 453

- Sitzweg, 378, 455
- Vergrößerungsfunktion für Schwingungen
Radweg, 378
- Verstärkungsfaktor
Einspurmodell, 666, *siehe auch*
Kreisfahrtwerte
- Vierradfahrzeug, *siehe* Zweispurmodell
- Vollastkennlinien
Vergleich der, 127
- Vorderachsantrieb, 158, 188, 190, 193
bei Geradeausfahrt, 188
bei Kurvenfahrt, 878
- Vorderradeinschlag, 635, 773, 836, 843
- Vorspur, 838, 841
- W**
- Wandler, *siehe* Kennungswandler
- Wank
-dämpfung, 869
-federung, 825, 869
-lenken, 843
- Wankanregung, 496
- Wankschwingung, 506, 507
- Wankwinkel, 822
dynamische, 869
stationäre, 848
- stationäre, 822
- Wellenfahrbahn, 325
- Welligkeit von Straßenunebenheiten, 342
- Widerstand
Beschleunigungs-, *siehe*
Beschleunigungswiderstand
- Kurven-, *siehe* Kurvenwiderstand
- Luft-, *siehe* Luftwiderstand
- Roll-, *siehe* Rollwiderstand
- Schwall-, *siehe* Schwallwiderstand
- Steigungs-, *siehe* Steigungswiderstand
- Wunschabstand bei Kolonnenfahrt, 755
- Z**
- Zentripetalbeschleunigung, 625, 631
erreicht von Durchschnittsfahrern, 629
in Kopfhöhe, 870
maximale, 625, 813, 851
- Zugkraft, 75, 78
-Geschwindigkeits-Schaubild, 140
Unterbrechung, 162
- Zweiachsfahrzeug, 226, 235, 445
- Zweispuranregung, *siehe* Anregung durch
Unebenheit
- Zweispurmodell
für Fahrverhalten, 807