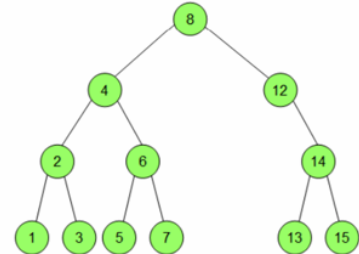
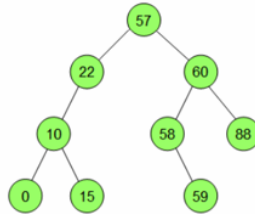
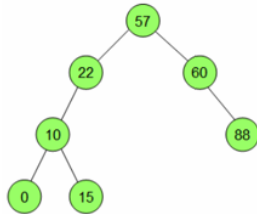


## Lista de Árvores AVL

- 1) Examine cada árvore abaixo e responda se é ou não uma AVL e justifique a resposta.



Árvore 1 – Não é AVL pois esta desbalanceada na esquerda do 22, sendo 2 o peso,  $2 - 0 = 2$  portanto desbalanceada

Árvore 2 – Não é AVL pois o 22 está desbalanceada, da mesma forma que a anterior, pode ser que se confunda no 60, mas o 60 está balanceado no 1,  $2 - 1 = 1$  portanto balanceada.

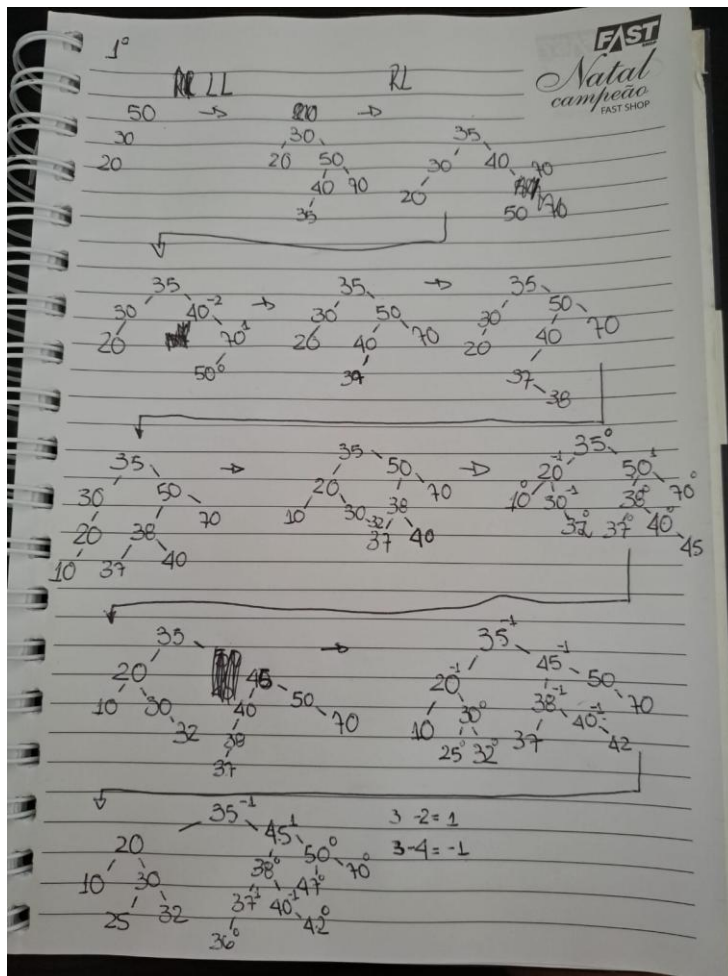
Árvore 3 – É AVL, pois tem peso de 0,  $0 - 0 = 0$ .

Árvore 4 – Não é AVL, pois o 12 entra no mesmo caso do 22 nos exercícios anteriores, sendo -2, pois  $0 - 2 = -2$ , desabalanceamento na direita.

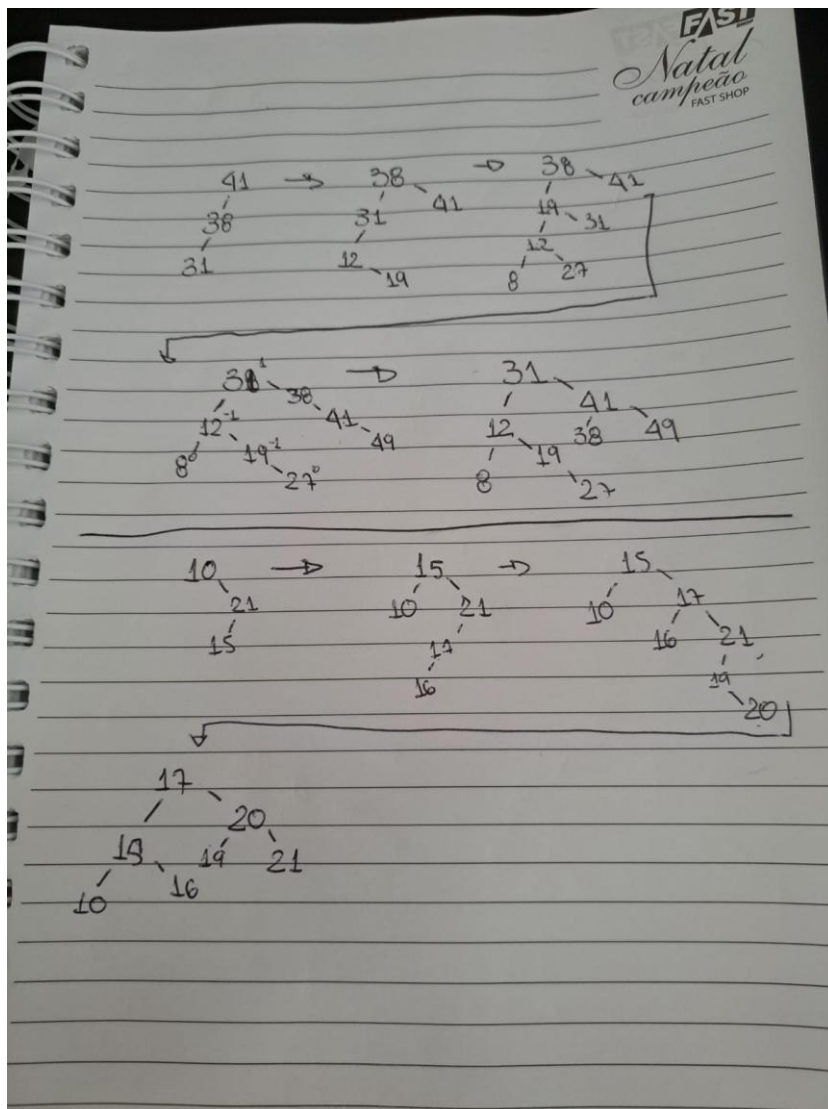
2) Monte a árvore AVL (passo-a-passo) para as seguintes inserções de chaves, indicando a cada passo qual elemento foi inserido ou qual rotação foi realizada, ilustrar graficamente/textualmente como é feito o balanceamento:

- 50, 30, 20, 70, 40, 35, 37, 38, 10, 32, 45, 42, 25, 47, 36.
- 100, 80, 60, 40, 20, 70, 30, 50, 35, 45, 55, 75, 65, 73, 77.
- 41, 38, 31, 12, 19, 8, 27, 49.
- 10, 21, 15, 17, 16, 19, 20

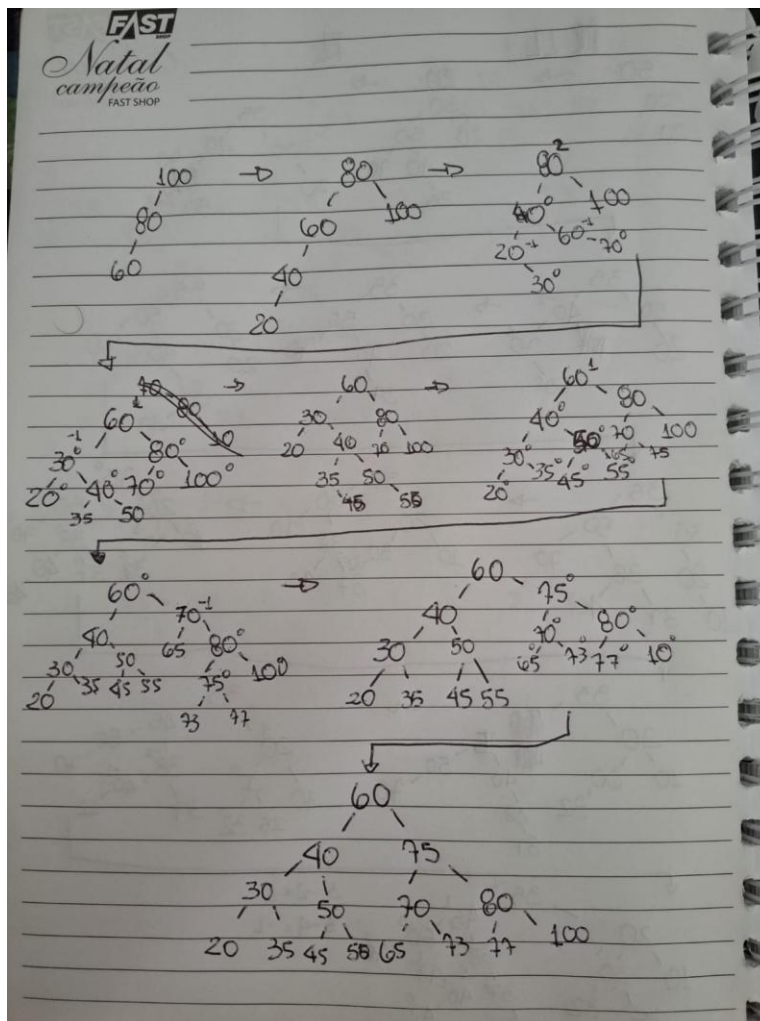
1-



2-



3 e 4 -



Explicações dos exercícios:

**Para a primeira sequência** {50, 30, 20, 70, 40, 35, 37, 38, 10, 32, 45, 42, 25, 47, 36}, a árvore se inicia com o 50 como nó raiz. A inserção sequencial do 30 e do 20 à esquerda gera um desequilíbrio, que é prontamente sanado com uma rotação para a direita, promovendo o 30 à posição de raiz. Em seguida, o 70 e o 40 são acomodados, mas a adição do 35 abaixo do 40 desestabiliza a estrutura. Uma rotação à esquerda seguida de uma rotação dupla eleva o 35 ao topo da árvore. Contudo, isso causa um desbalanceamento no lado direito, que é corrigido com uma rotação simples à direita, reorganizando o 50 como pai do 40 e 70. Mais adiante, a inserção do 38 como filho direito do 37 força uma rotação dupla para a direita no nó 40, trazendo o 38 para uma posição superior. A adição do 10 exige um rebalanceamento (LL), e uma operação de LR é realizada posteriormente para ajustar a posição do 45, que se torna pai do 38 e 50. Os demais números são inseridos em posições que não violam as regras de balanceamento da árvore.

**Na segunda ordem** {100, 80, 60, 40, 20, 70, 30, 50, 35, 45, 55, 75, 65, 73, 77}, a estrutura é iniciada com 100 e sofre desequilíbrios consecutivos com as inserções de 80, 60, 40 e 20, exigindo rotações do tipo LL para restabelecer a harmonia. A introdução do 70 demanda uma reestruturação mais complexa, combinando rotações RR e LR para que ele ascenda à posição de raiz global. O processo continua com a adição de novos nós, como o 35, que provoca a necessidade de uma rotação RR para ajuste. A inserção do 45 é normalizada com uma rotação LL, mas a chegada do 55 obriga a uma sequência de rebalanceamentos (RL e LR) que culmina com o 60 se tornando a raiz principal. Posteriormente, uma rotação RR é aplicada para organizar a subárvore direita. A entrada do 73 na subárvore do 75 requer uma intervenção RL para corrigir a altura, e o 77 é finalmente posicionado sem necessidade de novas alterações estruturais.

**A construção da árvore a partir da terceira lista** {41, 38, 31, 12, 19, 8, 27, 49}, começa com 41 como raiz. A inserção de 38 e 31 viola o fator de balanceamento, sendo corrigida por uma rotação simples à direita que estabelece o 38 como nova raiz. A adição do 19 à direita do 12 causa outra instabilidade, resolvida com uma nova rotação à direita, onde o 19 assume a paternidade do 12 e 31. A inclusão do 8 desequilibra novamente a árvore, o que demanda uma rotação dupla à direita para que o 31 se torne a raiz de toda a estrutura. Essa modificação, no entanto, propaga um novo desbalanceamento, que é ajustado com uma rotação simples. Por fim, o 27 é inserido de forma estável, e a adição do 49 à direita do 41 é estabilizada por meio de uma rotação simples à esquerda.

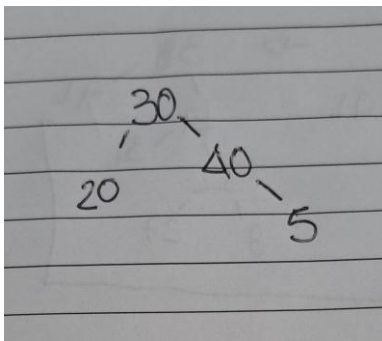
**Finalmente, na quarta sequência** {10, 21, 15, 17, 16, 19, 20}, a árvore se forma com o 10. A inserção do 21 e, em seguida, do 15, cria um caso de instabilidade que requer uma rotação dupla à esquerda para ser solucionado, resultando no 15 como nó raiz. A adição do 16 abaixo do 17 provoca um novo desequilíbrio, que é normalizado com uma rotação simples à direita, tornando o 17 o nó pai do 16 e 21. A chegada do 19 desestabiliza a árvore a partir da raiz, exigindo uma reestruturação em cascata: uma rotação dupla à esquerda é executada, o que por sua vez gera a necessidade de uma segunda rotação dupla para corrigir um desequilíbrio secundário no nó 17. Após essa complexa reorganização, a árvore está pronta para receber o 20, que se encaixa perfeitamente na subárvore do 21, mantendo o equilíbrio geral.

### 3- exercicio

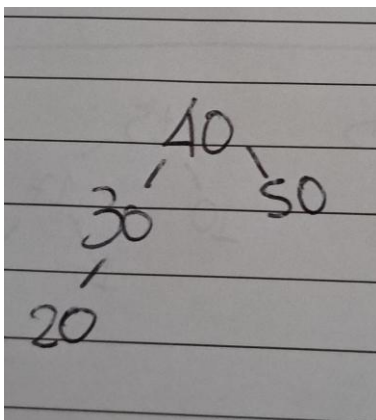
- 3) Um certo professor Amongus afirma que a ordem pela qual um conjunto fixo de elementos é inserido em uma árvore AVL não interessa – sempre resulta na mesma árvore. Apresente um pequeno exemplo que prove que ele está errado.

Um contra-argumento eficaz que demonstra a importância da ordem de inserção na topologia final de uma árvore balanceada pode ser claramente ilustrado com os elementos {20, 30, 40, 50}. A forma como esses dados são apresentados à estrutura altera fundamentalmente o resultado.

Considere a inserção na **ordem crescente {20, 30, 40, 50}**. A entrada dos três primeiros nós (20, 30 e 40) provoca um desequilíbrio do tipo "Direita-Direita". Para corrigir, a árvore executa uma rotação simples à esquerda, que promove o 30 à posição de raiz. A subsequente adição do 50 se encaixa na subárvore direita sem requerer novas rotações.



a **ordem decrescente {50, 40, 30, 20}**. A inserção dos três primeiros valores (50, 40 e 30) causa um desequilíbrio "Esquerda-Esquerda". A correção é feita por uma rotação simples à direita, que estabelece o 40 como a nova raiz. O nó 20 é então inserido na subárvore esquerda. A árvore resultante é



\*Resto do conteúdo nos arquivos de códigos\*