De overgangsfunctie

$$\delta^* : Q \times \Sigma^* \to Q$$

is een functie die een koppel (q, s) afbeeldt op de unieke toestand p zodat $q \overset{s}{\rightsquigarrow} p$.
We kunnen deze functie ook inductief definiëren, en wel als volgt:

1. $\delta^*(q, \varepsilon) = q$
2. $\delta^*(q, aw) = \delta^*(\delta(q, a), w) \qquad \forall a \in \Sigma, w \in \Sigma^*$

Stelling. In een DFA geldt dat

$$\delta^*(q, wa) = \delta\left(\delta^*(q, w), a\right) \text{ voor } a \in \Sigma, w \in \Sigma_\varepsilon^*$$

Bewijs. We bewijzen dit per inductie op de lengte van w.

- Basisstap: ingeval de lengte van w gelijk is aan 0, geldt dat $w = \varepsilon$. In dat geval geldt dat

$$\begin{aligned}
\delta^*(q, wa) &= \delta^*(q, \varepsilon a) && w = \varepsilon \\
&= \delta^*(\delta(q, \varepsilon), a) && (2) \\
&= \delta^*(q, a) && (1) \\
&= \delta(q, a) && |a| = 1 \\
&= \delta\left(\delta^*(q, \varepsilon), a\right) && (2) \\
&= \delta\left(\delta^*(q, w), a\right) && w = \varepsilon
\end{aligned}$$

- Inductiehypothese: stel dat de stelling geldt voor strings w van lengte $|w| = n$, m.a.w. dat voor zulke strings geldt dat $\delta^*(q, wa) = \delta\left(\delta^*(q, w), a\right)$ voor $a \in \Sigma, w \in \Sigma_\varepsilon^*$.

- Inductiestap: we bewijzen dat de stelling ook geldt voor strings van lengte $n + 1$. Zo'n string w' kunnen we schrijven als $w' = sw$ met $|w| = n, s \in \Sigma$. Nu geldt dat

$$\begin{aligned}
\delta^*(q, w'a) &= \delta^*(q, swa) && w' = sw \\
&= \delta^*(\delta(q, s), wa) && (1) \\
&= \delta(\delta^*(\delta(q, s), w), a) && \text{inductiehypothese} \\
&= \delta\left(\delta^*(q, sw), a\right) && (2) \\
&= \delta\left(\delta^*(q, w'), a\right) && w' = sw
\end{aligned}$$

$\square$