**Examen Analyse & Calculus**

23 januari 2024

Vincent Van Schependom

# Open vragen

## Vraag 1

Beschouw de functie

$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \mapsto \begin{cases} \dfrac{e^{-1/x^2}}{|x|} & \text{als } x \neq 0 \\ 0 & \text{als } x = 0 \end{cases}$$

1. Toon aan dat $f$ afleidbaar is in 0.
2. Bepaal de afgeleide functie $f'$.
3. Onderzoek en bespreek de extreme waarden van $f$.

## Vraag 2

Beschouw de functie $f$ en het gebied $D$:

$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : (x, y, z) \mapsto f(x, y, z) = yz$$

$$D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 = 18 \text{ en } z = 2x\}$$

In welk(e) punt(en) bereikt $f$ haar minimum?

## Vraag 3

Beschouw het lichaam $D$ dat ingesloten is tussen de oppervlakken $x^2 = y^2 + z^2$ en $x^2 + 4y^2 + 4z^2 = 4$ in de halfruimte $x \geq 0$.

1. Beschrijf $D$ door middel van (gepaste) cilindercoördinaten.
2. Bereken het volume van $D$.

# Meerkeuzevragen

## Vraag 1

De booglengte van de kromme met vergelijking

$$y = \sqrt{x - x^2} + \operatorname{Bgsin} \sqrt{x}$$

voor $x \in [0, 1]$ is gelijk aan

- -1
- 0
- 2
- $+\infty$

## Vraag 2

Beschouw de volgende reeksen:

$$\text{(I)} \sum_{n=1}^{+\infty} n \cdot \sin\left(\frac{1}{n}\right) \qquad\qquad \text{(II)} \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{\ln^n(n+1)}$$

- (I) en (II) zijn beide divergent.
- (I) is divergent en (II) is convergent.
- (I) is convergent en (II) is divergent.
- (I) en (II) zijn beide convergent.

## Vraag 3

Van welke functie is onderstaande machtreeks de reeksontwikkeling?

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2^n}{n} x^{2n}$$

- $-\ln(1-2x^2)$
- $-\ln(1+2x^2)$
- $\ln(1-2x^2)$
- $\ln(1+2x^2)$

## Vraag 4

Beschouw de functie

$$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R} : (x, y) \mapsto -e^{-\sqrt{x^2+y^2}}$$

Welke van onderstaande grafieken met niveaulijnen hoort bij de functie $f$? Dit was echt ontiegelijk makkelijk aangezien de grafiek van $f$ in 3D ook gewoon gegeven was.

## Vraag 5

$y$ is de oplossing van de differentiaalvergelijking

$$y' + (\sin x)y = e^{\cos x}$$

met beginvoorwaarde $y(0) = 0$. $y(\pi)$ is gelijk aan

- $0$
- $\frac{1}{e}$
- $\frac{\pi}{e}$
- $\pi$