



Examen Wiskundig Redeneren

12 januari 2024

Vincent Van Schependom

Vraag 1

Zijn onderstaande beweringen waar of onwaar? Verklaar waarom.

1. Zij A een eindige verzameling. De kardinaliteit van de verzameling van alle relaties van A naar zichzelf is gelijk aan $2^{(\#A)^2}$.
2. De GGF ... is een tautologie.
3. Beschouw de afbeeldingen $f : X \rightarrow Y$ en $g : Y \rightarrow X$. Als $f \circ g \circ f$ een bijectie is, is f dat ook.

Vraag 2

Beschouw de afbeelding $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R} : n \mapsto \sqrt{n}$ en de verzamelingen

- $X_0 = \{0\}$
- $X_1 = \{1\}$
- $X_n = f^{-1}([0, n]) \setminus X_{n-1}$ voor $n \geq 2$ met $n \in \mathbb{N}_0$

Gevraagd:

1. Geef X_3 .
2. Bewijs dat voor elke $n \in \mathbb{N}$ geldt dat

$$\#X_n = \frac{(-1)^n + n^2 + n + 1}{2}$$

3. Bewijs dat voor elke $n \in \mathbb{N}$ geldt dat $X_n \subset X_{n+2}$

Vraag 3

Een oefening op de - *partieel* (en dus niet totaal), maar wel volledige - geordende verzameling $(\mathcal{P}(X), \subset)$ en infimum. Lijkt heel hard op oefening 8b.

Vraag 4

1. Zij R een relatie. Bewijs dat R symmetrisch is a.s.a. $R^{-1} \subset R$
2. Beschouw twee relaties R en S met $S = R \setminus R^{-1}$. Bewijs of geef een tegenvoorbeeld:
 - (a) S is reflexief
 - (b) S is symmetrisch
 - (c) S is anti-symmetrisch
 - (d) S is transitief

Vraag 5

Tuur is op bezoek bij opa. In zijn speeldoos zitten speelgoedauto's van verschillende kleuren: 3 blauwe, 4 gele, 6 rode en 7 witte.

1. Hoeveel verschillende combinaties zijn er mogelijk indien alle auto's van dezelfde kleur naast elkaar moeten staan?
Ga er hierbij vanuit dat twee auto's van dezelfde kleur onderling verschillend zijn.
2. Tuur moet 10 auto's uit de doos halen en minstens 2 daarvan moeten wit zijn.
3. Hoeveel verschillende kleurencombinaties zijn er mogelijk indien je maar 4 auto's mag gebruiken?
Ga er hierbij vanuit dat twee auto's van dezelfde kleur gelijkwaardig zijn.