河北省“五个一”名校联盟2020届高三一轮复习收官考试
数学（理）试卷

满分：150分，测试时间：120分钟

命题单位：邯郸市第一中学

第Ⅰ卷（选择题，共60分）

一、选择题（本题共12小题，每小题5分，共60分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1.设集合 $A=\{x|2^{x-1}\geq 1\}$，$B=\{y|y=\log_3 x,x\in A\}$，则 $C_B A=$（　　）

A. $(0,1)$　　B. $[0,1)$　　C. $(0,1]$　　D. $[0,1]$

2.已知复数 z 满足 $\dfrac{1-2i}{z}=1+i$，则 $|\bar{z}|=$（　　）

A. $\dfrac{\sqrt{5}}{2}$　　B. $\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$　　C. $\dfrac{\sqrt{10}}{2}$　　D. $\sqrt{3}$

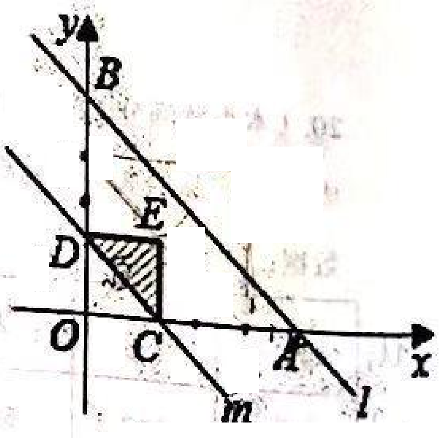
3.已知函数 $f(x)=2^x$，若 $a=f\left(2^{0.2}\right),b=f(2),c=f(\log_2 5)$，则（　　）

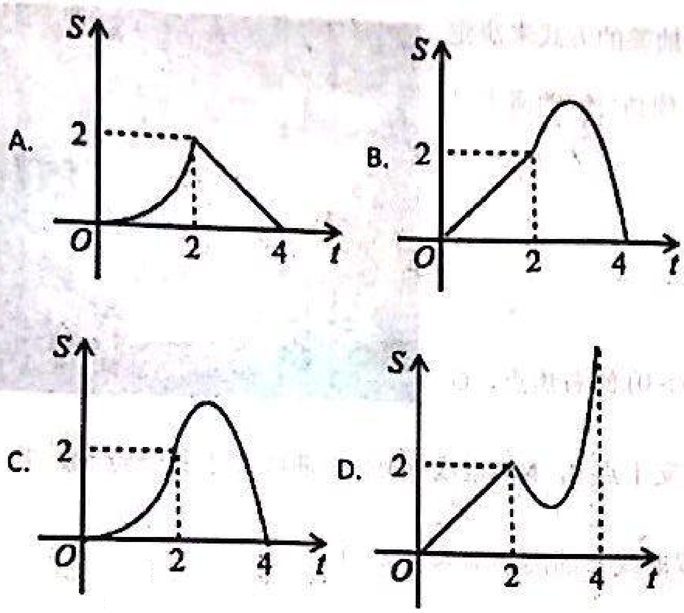
A. $a<b<c$　　B. $c<b<a$　　C. $b<a<c$　　D. $a<c<b$

4.我们在求高次方程或超越方程的近似解时常用二分法求解，在实际生活中还有三分法。比如借助天平鉴别假币。有三枚形状大小完全相同的硬币，其中有一假币（质量较轻），把两枚硬币放在天平的两端，若天平平衡，则剩余一枚为假币，若天平不平衡，较轻的一端放的硬币为假币。现有 27 枚这样的硬币，其中有一枚是假币（质量较轻），如果只有一台天平，则一定能找到这枚假币所需要使用天平的最少次数为

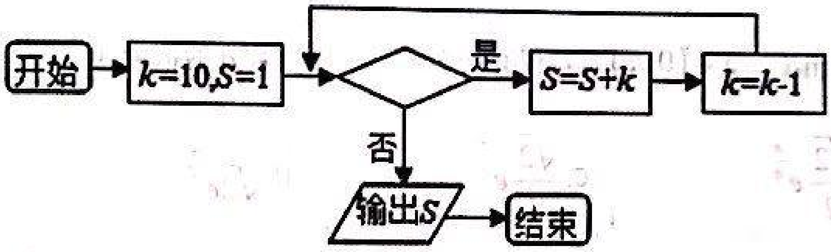
A. 2　　B. 3　　C. 4　　D. 5.

5. 如图，直线 l 的解析式为 $y=-x+4$，它与 x 轴和 y 轴分别相交于 A,B 两点．平行于直线 l 的直线 m 从原点 O 出发，沿 x 轴的正方向以每秒 1 个单位长度的速度运动．它与 x 轴和 y 轴分别相交于 C,D 两点，运动时间为 t 秒 $(0\leq t\leq 4)$，以 CD 为斜边作等腰直角三角形 CDE（E,O 两点分别在 CD 两侧）．若 ΔCDE 和 ΔOAB 的重合部分的面积为 S，则 S 与 t 之间的函数关系的图象大致是（　　）





6.如图所给的程序运行结果为$S=41$，那么判断框中应填入的关于k的条件是(　　)



A.$k\geq 7$？　　B.$k\geq 6$？　　C.$k\geq 5$？　　D.$k>6$？

7. 下列判断正确的是（　　）

A."$x<-2$"是"$\ln(x+3)<0$"的充分不必要条件

B.函数$f(x)=\sqrt{x^2+9}+\dfrac{1}{\sqrt{x^2+9}}$的最小值为2

C.当$\alpha,\beta\in R$时，命题"若$\sin\alpha\neq\sin\beta$，则$\alpha\neq\beta$"为真命题

D.命题"$\forall x>0$，$2019^x+2019>0$"的否定是"$\exists x_0\leq 0$，$2019^{x_0}+2019\leq 0$"

8. 若两个非零向量$\vec{a}$，$\vec{b}$满足$\left|\vec{a}+\vec{b}\right|=\left|\vec{a}-\vec{b}\right|=2\left|\vec{a}\right|$，则向量$\vec{a}+\vec{b}$与$\vec{a}-\vec{b}$的夹角是（ ）

A.$\dfrac{\pi}{6}$　　B.$\dfrac{\pi}{2}$　　C.$\dfrac{2\pi}{3}$　　D.$\dfrac{5\pi}{6}$

9.如图，《宋人扑枣图轴》是作于宋朝的中国古画，现收藏于中国台北故宫博物院.该作品简介：院角的枣树结实累累，小孩群来攀扯，枝桠不停晃动，粒粒枣子摇落满地，有的牵起衣角，有的捧着盘子拾取，又玩又吃，一片兴高采烈之情，跃然于绢素之上.甲、乙、丙、丁四人想根据该图编排一个舞蹈，舞蹈中他们要模仿该图中小孩扑枣的爬、扶、捡、顶四个动

作，四人每人模仿一个动作.若他们采用抽签的方式来决定谁模仿哪个动作，则甲不模仿"爬"且乙不模仿"扶"的概率是（ ）

A. $\frac{3}{4}$　　B. $\frac{7}{12}$　　C. $\frac{1}{2}$　　D. $\frac{5}{12}$

10.设 F_2 是双曲线 C：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的右焦点，O 为坐标原点，过 F_2 的直线交双曲线的右支于点 P，N，直线 PO 交双曲线 C 于另一点 M，若 $|MF_2|=3|PF_2|$，且 $\angle MF_2N=60°$，则双曲线 C 的离心率为（ ）

A.3　　B.2　　C. $\frac{\sqrt{5}}{2}$　　D. $\frac{\sqrt{7}}{2}$

11.设函数 $f(x)=e^x-2a\sin x$，$x\in(0,\pi)$ 有且仅有一个零点，则实数 a 的值为（ ）

A. $\sqrt{2}e^{\frac{\pi}{4}}$　　B. $\frac{\sqrt{2}}{2}e^{\frac{\pi}{4}}$　　C. $\frac{\sqrt{2}}{2}e^{\frac{\pi}{2}}$　　D. $\sqrt{2}e^{\frac{\pi}{2}}$

12.在三棱锥 $A-BCD$ 中，$\angle BAC=\angle BDC=60°$，二面角 $A-BC-D$ 的余弦值为 $-\frac{1}{3}$，当三棱锥 $A-BCD$ 的体积的最大值为 $\frac{\sqrt{6}}{4}$ 时，其外接球的表面积为（ ）

A. 5π　　B. 6π　　C. 7π　　D. 8π

第Ⅱ卷（非选择题，共 90 分）

二、填空题（本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分）

13.已知实数 x、y 满足线性约束条件 $\begin{cases}x\geq 1\\ y\geq -1\\ x+y\leq 4\end{cases}$，则目标函数 $z=2x+y$ 的最大值是______.

14.在等比数列 $\{a_n\}$ 中，已知 $a_2a_5=2a_3$，且 a_4 与 $2a_7$ 的等差中项为 $\frac{5}{4}$，则 $S_5=$______

15. 函数 $f(x)=3\sin x+4\cos x$，若直线 $x=\theta$ 是曲线 $y=f(x)$ 的一条对称轴，则 $\cos 2\theta+\sin\theta\cos\theta=$____

16. F_1、F_2 是椭圆 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$（$a>b>0$）的两个焦点，$P$ 为椭圆上的一点，如果 ΔPF_1F_2

的面积为1、$\tan\angle PF_1F_2=\frac{1}{2}$，$\tan\angle PF_2F_1=-2$，则$a=$________

三、解答题（本大题共6小题，共70分，解答应写出文明说明、证明过程或演算步骤，写在答题纸的相应位置）

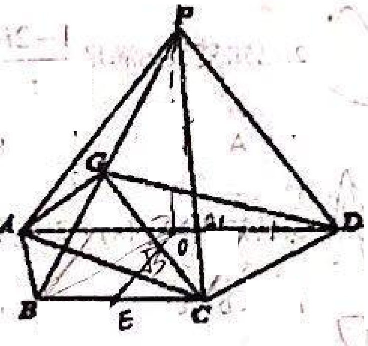
17.（本小题满分12分）已知ΔABC的内角A,B,C的对边分别为a,b,c，若$\cos^2\frac{A}{2}=\frac{1}{2}+\frac{b}{2c}$

（Ⅰ）求角C;

（Ⅱ）BM平分角B交AC于点M，且$BM=1,c=6$，求$\cos\angle ABM$.

18.（本小题满分12分）

在四棱锥$P-ABCD$中，$AD\parallel BC$，$AB=BC=CD=\frac{1}{2}AD$，G是PB的中点，ΔPAD是等边三角形，平面$PAD\perp$平面$ABCD$.



（Ⅰ）求证：$CD\perp$平面GAC；

（Ⅱ）求二面角$P-AG-C$的正弦值.

19.（本小题满分12分）已知函数$f(x)=ax-\sin x$，$x\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$，其中$a$为常数.

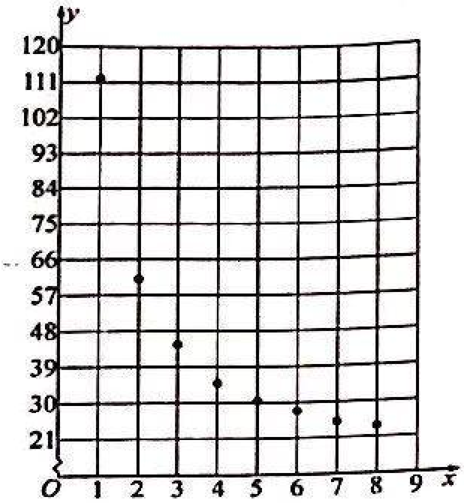
（Ⅰ）若函数$f(x)$在$\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$上是单调函数，求$a$的取值范围；

（Ⅱ）当$a\leqslant 1$时，证明：$f(x)\leqslant\frac{1}{6}x^3$.

20.（本小题满分12分）某企业新研发了一种产品，产品的成本由原料成本及非原料成本组成.每件产品的非原料成本y（元）与生产该产品的数量x（千件）有关，经统计得到如下数据：

x	1	2	3	4	5	6	7	8
y	112	61	44.5	35	30.5	28	25	24

根据以上数据，绘制了散点图.



观察散点图，两个变量不具有线性相关关系，现考虑用反比例函数模型 $y=a+\frac{b}{x}$ 和指数函数模型 $y=ce^{dx}$ 分别对两个变量的关系进行拟合.已求得用指数函数模型拟合的回归方程为 $\hat{y}=96.54e^{-0.2x}$，$\ln y$ 与 x 的相关系数 $r_1=-0.94$.

参考数据（其中 $u_i=\frac{1}{x_i}$）：

$\sum_{i=1}^{8}u_iy_i$	$\bar{u}$	$\bar{u}^2$	$\sum_{i=1}^{8}u_i^2$	$\sum_{i=1}^{8}y_i$	$\sum_{i=1}^{8}y_i^2$	$\sqrt{0.61\times6185.5}$	e^{-2}
183.4	0.34	0.115	1.53	360	22385.5	61.4	0.135

（1）用反比例函数模型求 y 关于 x 的回归方程；

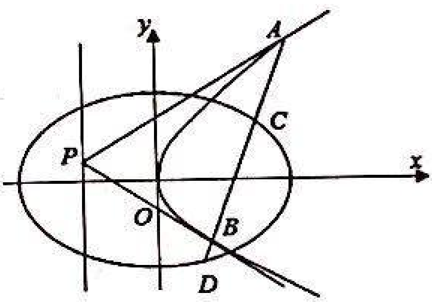
（2）用相关系数判断上述两个模型哪一个拟合效果更好（精确到 0.01），并用其估计产量为 10 千件时每件产品的非原料成本；

（3）该企业采取订单生产模式（根据订单数量进行生产，即产品全部售出）.根据市场调研数据，若该产品单价定为 100 元，则签订 9 千件订单的概率为 0.8，签订 10 千件订单的概率为 0.2；若单价定为 90 元，则签订 10 千件订单的概率为 0.3，签订 11 千件订单的概率为 0.7.已知每件产品的原料成本为 10 元，根据（2）的结果，企业要想获得更高利润，产品单价应选择 100 元还是 90 元，请说明理由.

参考公式：对于一组数据(u_1,υ_1)，(u_2,υ_2)，…，(u_n,υ_n)，其回归直线$\upsilon=\alpha+\beta u$的斜率和截距的最小二乘估计分别为：$\hat{\beta}=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}u_i\upsilon_i-n\overline{u\upsilon}}{\sum\limits_{i=1}^{n}u_i^{2}-n\bar{u}^2}$，$\hat{a}=\bar{\upsilon}-\hat{\beta}\bar{u}$，相关系数

$$r=\frac{\sum\limits_{i=1}^{n}u_i\upsilon_i-n\overline{u\upsilon}}{\sqrt{\left(\sum\limits_{i=1}^{n}u_i^2-n\bar{u}^2\right)\left(\sum\limits_{i=1}^{n}\upsilon_i^2-n\bar{\upsilon}^2\right)}}.$$

21.（本小题满分 12 分）已知中心在原点的椭圆C_1和抛物线C_2有相同的焦点$(1,0)$，椭圆C_1过点$G\left(1,\dfrac{3}{2}\right)$，抛物线$C_2$的顶点为原点.



（Ⅰ）求椭圆C_1和抛物线C_2的方程；

（Ⅱ）设点P为抛物线C_2准线上的任意一点，过点P作抛物线C_2的两条切线PA，PB，其中A、B为切点.

① 设直线PA，PB的斜率分别为k_1，k_2，求证：k_1k_2为定值；

② 若直线AB交椭圆C_1于C，D两点，$S_{\triangle PAB}$，$S_{\triangle PCD}$分别是$\triangle PAB$，$\triangle PCD$的面积，试问：$\dfrac{S_{\triangle PAB}}{S_{\triangle PCD}}$是否有最小值？若有，求出最小值；若没有，请说明理由.

请考生在第 22、23 题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题记分．作答时用 2B 铅笔在答题卡上把所选题目的题号涂黑．

22.（本小题满分 10 分）【选修 4-4：坐标系与参数方程】

在直角坐标系xOy中，曲线C的参数方程是$\begin{cases}x=\dfrac{8k}{1+k^2}\\ y=\dfrac{3(1-k^2)}{1+k^2}\end{cases}$（$k$为参数），以坐标原点$O$为极点，$x$轴的非负半轴为极轴建立极坐标系，直线$l$的极坐标方程为$\rho\cos(\theta+\dfrac{\pi}{4})=3\sqrt{2}$.

（Ⅰ）求曲线C的普通方程和直线l的直角坐标方程；

（Ⅱ）求曲线C上的点到直线l的距离的取值范围.

23.（本小题满分 10 分）【选修 4-5：不等式选讲】

已知a,b,c为正数,且$a+b+c=2$,证明:

（Ⅰ）$ab+bc+ac\le\frac{4}{3}$；

（Ⅱ）$\frac{2-a}{b}\cdot\frac{2-b}{c}\cdot\frac{2-c}{a}\ge 8$.