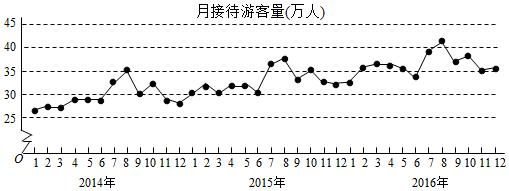
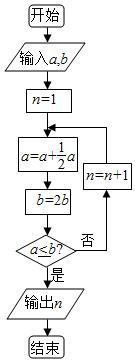
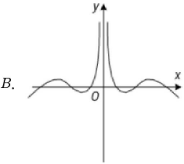
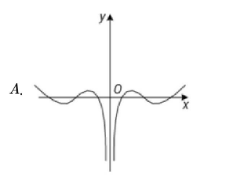
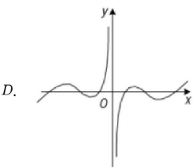
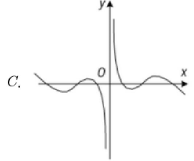
**2020届郑州市高中毕业年级第一次质量预测**

**理科数学试题卷**

注意事项：

1. 答题前，考生务必用黑色碳素笔将自己的姓名、准考证号、考场号、座位号在答题卡上填写清楚。
2. 每小题选出答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。在试题卷上作答无效。
3. 考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回。满分150分，考试用时120分钟。
4. **选择题（本大题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）**
5. 设集合，，则的子集个数为  
   A.2 B.4  
   C.8 D.16  
   答案：B
6. 复数在复平面内对应的点位于  
   A.第一象限 B.第二象限  
   C.第三象限 D.第四象限  
   答案：D
7. 郑州市某一景区为了了解游客人数的变化规律，提高旅游服务质量，收集并整理了2016年1月至2018年12月期间月接待游客量（单位：万人）的数据，绘制了下面的折线图.  
     
   根据该折线图，下列结论错误的是  
   A.月接待游客逐月增加  
   B.年接持游客量逐年增加  
   C.各年的月接待游客量高峰期大致在7，8月  
   D.各年1月至6月的月接待游客量相对于7月至12月，波动性更小，变化比较平稳  
   答案：A
8. 定义在R上的函数为偶函數，，，，则  
   A. B.   
   C. D.  
   答案：C
9. “纹样”是中国艺术宝库的瑰宝，“火纹”是常见的一种传统纹样，为了测算某火纹纹样（如图阴影部分所示）的面积，作一个边长为3的正方形将其包含在内，并向该正方形内随机投掷2000个点，己知恰有800个点落在阴影部分，据此可估计阴影部分的面积是  
     
   A. B.  
   C. D.  
   答案：B
10. 已知向量与夹角为，且，，则  
    A. B.  
    C. D.  
    答案：C
11. 宋元时期数学名著《算学启蒙》中有关于“松竹并生"的问题，松长三尺，竹长一尺，松日自半，竹日自倍，松竹何日而长等，如图是源于其思想的一个程序框图，若输人的，分别为3，1，则输出的等于  
      
    А.5 B.4  
    C.3 D.2  
    答案：B
12. 函数的图象大致是  
      
      
    答案：C
13. 第十一届全国少数民族传统体育运动会在河南郑州举行，某项目比赛期间需要安排3名志愿者完成5项工作，每人至少完成一项，每项工作由一人完成，则不同的安排方式共有多少种  
    A.60 B.90  
    C.120 D.150  
    答案：D
14. 已知抛物线的焦点为，准线为，是上一点，直线与抛物线交于，两点，若，则=  
    A. B.  
    C. D.  
    答案：B
15. 已知三棱锥内接于球*O*，平面*ABC*，为等边三角形，且边长为，球的表面积为，则直线*PC*与平面*PAB*所成的角的正弦值为  
    A. B.  
    C. D.  
    答案：D
16. ,，若有9个零点，则的取值范围是  
    A. B.  
    C. D.  
    答案：A

**二、填空题：本大题共4小题，每小题5分，共20分.**

1. 曲线在点处的切线方程为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.  
   答案：
2. 若是等差数列的前项和，若，，则\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.  
   答案：
3. 已知双曲线的右顶点为*A*，以*A*为圆心，6为半径做圆，圆*A*与双曲线*C*的一条渐近线相交于*M*，*N*两点，若（为坐标原点），则双曲线*C*的离心率为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.  
   答案：
4. 已知数列满足：对任意均有（*p*为常数，且），若，则的所有可能取值的集合是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.  
   答案：

三、解答题：共70分，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤，第17~21题为必考题，每个试题考生都必须作答，第22，23题为选考题，考生根据要求作答.

（一）必考题：共60分

1. （12分）  
   已知*ABC*外接圆半径为*R*，其内角*A*，*B*，*C*的对边长分别为*a*，*b*，*c*，设.  
   （1）求角*B*；  
   （Ⅱ）若*b*=12，*c*=8，求sin*A*的值  
   【解析】(I)  
   ∴  
   即： ……3分  
   ∴  
   因为所以……6分  
   (II)若，由正弦定理，, ,  
   由，故为锐角，……9分……12分
2. （12分）  
   已知三棱锥M-ABC中，MA=MB=MC=AC=，AB=BC=2，O为AC的中点，点N在校BC上，且.  
   （1）证明：BO平面AMC；  
   （2）求二面角N-AM-C的正弦值.  
     
   【解析】（I）如图所示：连接，  
   在中：，则，.2分  
   在中：，为的中点，则，且 ……4分  
   在中：，满足：  
   根据勾股定理逆定理得到 相交于 ，  
   故平面………………….6分  
   （Ⅱ）因为两两垂直，建立空间直角坐标系如图所示．  
   因为,  
   则……8分  
   由所以，  
   设平面的法向量为，则  
   令，得……10分  
   因为平面，所以为平面的法向量，  
   所以与所成角的余弦为．  
   所以二面角的正弦值为.……12分
3. （12分）  
   已知椭圆的离心率为，且过点.  
   （1）求椭圆E的方程；  
   （2）若过点的任意直线与椭圆E相交于A，B两点，线段AB的中点为M，求证，恒有.  
   【解析】（I）由题意知，.……1分  
   又因为解得，. ……3分  
   所以椭圆方程为. ……4分  
   （Ⅱ） 设过点直线为，设，  
   由得，且.  
   则   
   又因为，， ，……10分  
   所以.  
   因为线段的中点为，所以.……12分
4. （12）  
   水污染现状与工业废水排放密切相关，某工厂深人贯彻科学发展观，努力提高污水收集处理水平，其污水处理程序如下：原始污水必先经过*A*系统处理，处理后的污水（*A*级水）达到环保标准（简称达标）的概率为*p*（0<*p*<1）.经化验检测，若确认达标便可直接排放；若不达标则必须进行*B*系统处理后直接排放.  
   某厂现有4个标准水量的*A*级水池，分别取样、检测，多个污水样本检测时，既可以逐个化验，也可以将若干个样本混合在一起化验，混合样本中只要有样本不达标，则混合样本的化验结果必不达标，若混合样本不达标，则该组中各个样本必须再逐个化验；若混合样本达标，则原水池的污水直接排放  
   现有以下四种方案：  
   方案一：逐个化验；  
   方案二：平均分成两组化验；方案三；三个样本混在一起化验，剩下的一个单独化验；  
   方案四：四个样本混在一起化验.  
   化验次数的期望值越小，则方案越"优".  
   （1）若，求2个*A*级水样本混合化验结果不达标的概率；  
   （2）①若，现有4个*A*级水样本需要化验，请问：方案一、二、四中哪个最“优"？②若“方案三”比“方案四"更“优”，求*p*的取值范围.  
   【解析】(I)该混合样本达标的概率是，……2分  
   所以根据对立事件原理，不达标的概率为.……4分  
   (II)（i）方案一：逐个检测，检测次数为4.  
   方案二：由(1)知，每组两个样本检测时，若达标则检测次数为1，概率为；若不达标则检测次数为3，概率为.故方案二的检测次数记为*ξ*2，*ξ*2的可能取值为2,4,6.  
   其分布列如下，

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |

可求得方案二的期望为  
方案四：混在一起检测，记检测次数为*ξ*4，*ξ*4可取1,5.  
其分布列如下，

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
|  |  |  |

可求得方案四的期望为.  
比较可得，故选择方案四最“优”．……9分  
(ii)方案三：设化验次数为，可取2,5.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
|  |  |  |

；  
方案四：设化验次数为，可取

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
|  |  |  |

；  
由题意得.  
故当时，方案三比方案四更“优”．……12分

1. （12分）  
   已知函数.  
   （1）求的最大值；  
   （2）若恒成立，求实数*b*的取值范围.  
   【解析】(I)，定义域，  
   ，  
   由，在增，在减，……4分(II) ……6分  
   令，  
   令，在单调递增，，  
   在存在零点，即  
   ……9分  
   由于在单调递增，故即  
   在减，在增，  
   所以.……12分

**（二）选考题：共10分，请考生在第22，23题中任选一题做答，如果多做，则按所做的第题记分.**

1. [选修4-4：坐标系与参数方程]（10分）  
   在平面直角坐标系*xOy*中，已知曲线*E*经过点P，其参数方程（为参数），以原点*O*为极点，*x*轴的正半轴为极轴建立极坐标系.  
   （1）求曲线E的极坐标方程；  
   （2）若直线交*E*于点*A*，*B*，且*OAOB*，求证：为定值，并求出这个定值.  
   【解析】(I)将点代入曲线*E*的方程，  
   得解得，……2分  
   所以曲线的普通方程为,  
   极坐标方程为.……5分  
   (Ⅱ)不妨设点的极坐标分别为  
     
   则  
   即……8分  
   ,即……10分
2. [选修4-5不等式选讲]（10分）  
   已知函数.  
   （1）求不等式的解集；  
   （2）若恰好存在4个不同的整数*n*，使得，求*m*的取值范围.  
   【解析】(I)由，得，  
   不等式两边同时平方，得，……3分  
   即，解得.  
   所以不等式的解集为．……5分  
   (Ⅱ)设*g*(*x*)＝|*x*－1|－|2*x*＋1|



……8分

因为，  
又恰好存在4个不同的整数*n*，使得，  
所以  
故的取值范围为. ……10分