DM2 : Optique géométrique et circuits électriques

Le travail en groupe est fortement encouragé, vous pouvez rendre une copie par groupe de 3. Attention, tous les membres du groupe doivent avoir fait tout le DM ! Il ne s'agit pas de partager le travail.

Exercice 1 : Observation de Jupiter

On s'intéresse à quelques éléments du matériel d'un astronome amateur adepte de l'imagerie numérique et désirant photographier Jupiter lors d'une période favorable à son observation. Dans un premier temps, on modélisera simplement les éléments optiques de son instrument d'observation, puis on abordera un dispositif antibuée équipant l'objectif de la lunette, enfin on étudiera mécaniquement le système de mise au point des images.

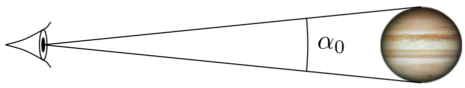


Figure 1

1. Pour un observateur terrestre, Jupiter est vue sous un angle α qui varie suivant la distance Terre-Jupiter. Les orbites de la Terre et de Jupiter sont assimilées à des cercles dans un même plan, ayant pour centre le Soleil, de rayons respectifs $R_T = 150 \cdot 10^6$ km et $R_J = 780 \cdot 10^6$ km et décrits dans le même sens. Jupiter est modélisée par une sphère de diamètre $d_J = 140\,000$ km.
   (a) Calculer sous quel angle maximal α_0 on voit Jupiter depuis la Terre.
   (b) Cette situation, la plus favorable à l'observation, porte le nom d'opposition de Jupiter. Proposer une explication pour ce nom.
2. On admet que chacune des orbites est décrite à vitesse constante (pas la même pour la Terre et Jupiter) et que les périodes de révolution (temps pour décrire une orbite) T_T et T_J vérifient la troisième loi de Kepler : $T_T^2 = KR_T^3$ et $T_J^2 = KR_J^3$ où K est une constante (la même pour les deux planètes). On donne T_T=365,25 jours. Calculer T_J et le temps qui s'écoule entre deux oppositions de Jupiter.

À cause des imperfections du modèle, la valeur de α_0 n'est pas exactement celle trouvée au 1, mais $\alpha_0 = 50''$ ($3600'' = 1°$). On adoptera cette valeur dans toute la suite du problème.

L'astronome amateur désire photographier la planète Jupiter vue depuis la Terre à l'opposition. Il utilise une lunette astronomique (voir figure 2 en haut) dont l'objectif est assimilé à une lentille mince convergente L_1 de diamètre $d_1 = 235$ mm et de distance focale $f'_1 = 2350$ mm, monté sur un tube $\mathcal{T}_1$. Une caméra CCD est fixée sur un tube $\mathcal{T}_2$ appelé « porte oculaire ». La mise au point est faite en faisant coulisser $\mathcal{T}_2$. Dans toute la suite, on se placera dans le cadre de l'optique géométrique et dans les conditions de Gauss.

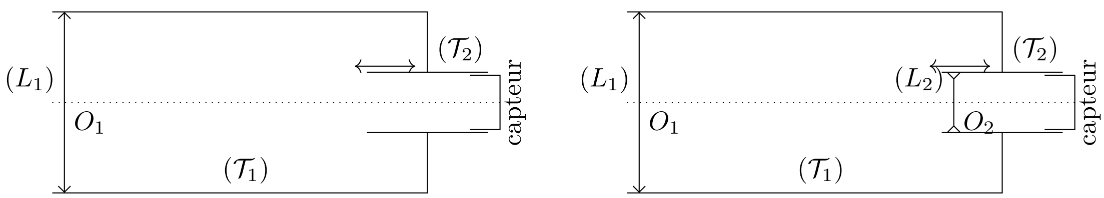


Figure 2

Le fabricant de la caméra donne les caractéristiques techniques suivantes pour le capteur : modèle ICX618, type CCD, noir et blanc, rectangulaire de diagonale $d_c = 4{,}48$ mm, surface $S_c = 9{,}63\,\text{mm}^2$, comptant $N = 307200$ pixels de forme carrée.

3. Calculer la largeur ℓ_c et la hauteur h_c du capteur, ainsi que la largeur ε_c d'un pixel.
4. Expliquer pourquoi il est très raisonnable de considérer que Jupiter est située à l'infini, ce qu'on supposera pour toute la suite.
5. Représenter sur un schéma la construction de l'image A_1B_1 de Jupiter formée sur le capteur par la lentille (L_1). On fera apparaître l'angle α_0 sur le schéma.
6. À quelle distance de L_1 faut-il placer le capteur pour y obtenir une image nette de Jupiter ? Quelle est alors la largeur, exprimée en nombre de pixels, de l'image de Jupiter sur le capteur ?

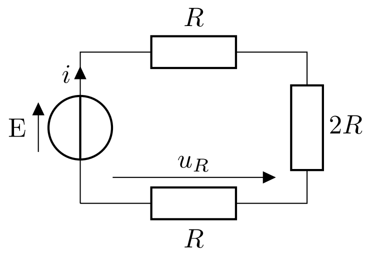
7. Pour estimer la précision avec laquelle on doit faire la mise au point, on suppose que l'ensemble ($\mathcal{T}_2$-capteur) se trouve à une distance ε_0 de la position assurant une image parfaitement nette.
   En raisonnant sur les rayons issus du point de Jupiter situé sur l'axe optique de L_1, expliquer physiquement (faire un schéma) que l'image de ce point sur le capteur n'est plus ponctuelle et forme une tache de largeur ε_t. On distinguera les deux sens possibles de décalage du porte oculaire.
8. À quelle condition sur ε_t et ε_c cette non ponctualité ne se remarquera pas sur le capteur utilisé ? En déduire la valeur maximale autorisée pour ε_0 sans qu'il y ait d'incidence sur la netteté de l'image formée sur le capteur (tolérance sur la mise au point).

Pour obtenir une image plus grande de la planète, on intercale une lentille de Barlow, modélisée ici par une lentille mince (L_2) divergente, de distance focale f_2', placée à la distance $D_{2c} = 200\,\mathrm{mm}$ du capteur (figure 2 en bas). La mise au point se fait en translatant l'ensemble (L_2-capteur), fixé sur le tube porte oculaire. On notera D_{12} la distance entre (L_1) et (L_2) et on admettra que F_1' est situé entre (L_2) et le capteur.

9. Représenter sur un schéma la construction de l'image $A'B'$ de Jupiter formée par les deux lentilles (L_1) et (L_2). On fera apparaître l'image intermédiaire A_1B_1 formée par la lentille (L_1) et les distances f_1', D_{12}, et D_{2c}.
10. Comment faut-il choisir f_2' et à quelle valeur doit-on régler D_{12} pour que le dispositif produise sur le capteur de la caméra une image de Jupiter trois fois plus large que précédemment ?
11. Le dispositif de Barlow est alors qualifié de *tripleur de focale*. Proposer une justification à ce terme.

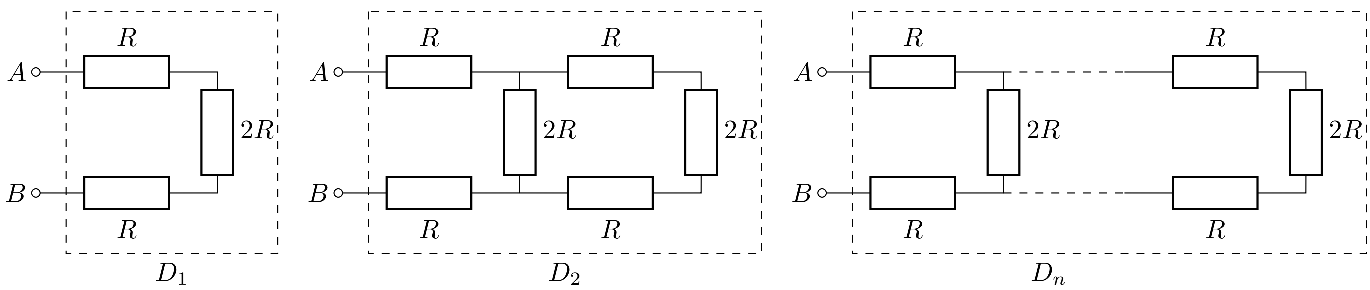
Exercice 2 : Réseau infini de résistors

On considère le circuit ci contre composé d'un générateur idéal de tension (f.e.m. E) et de trois résistors. Pour les applications numériques, on prendra $E = 6\,\mathrm{V}$ et $R = 1\,\mathrm{k\Omega}$.



1. Exprimer la tension u_R en fonction de E puis réaliser l'application numérique.
2. Établir ensuite l'expression de la puissance reçue P_r par le résistor de tension u_R (celui du bas) en fonction de E et de R puis réaliser l'application numérique.
3. En déduire ensuite le rendement du système $\eta = P_r/P_f$ avec P_f, la puissance fournie par le générateur idéal de tension et commenter le résultat.

On souhaite alors ajouter d'autre résistors à la suite de ce circuit pour modifier son comportement.



Le dipôle (D_n) est ainsi composé de n cellules (D_1).

4. Établir les expressions des résistances équivalents R_1 et R_2 associées aux dipôles D_1 et D_2.
5. Donner l'expression de R_n, résistance équivalente du circuit (D_n) en fonction de R_{n-1}, résistance équivalente du circuit D_{n-1}.
6. On admet que la suite (R_n) tend vers une limite finie lorsque $n \to +\infty$. Déterminez $R_{+\infty} = \lim\limits_{n\to+\infty} R_n$, puis effectuer l'application numérique.