DS2 : Optique, électricité et chimie

- Durée : 2h.
- La calculatrice est autorisée.
- Chaque réponse doit être justifiée.
- Même lorsque ça n'est pas précisé, toute application numérique doit être précédée d'une expression littérale en fonction des données de l'énoncé.

Exercice 1 : La lunette astronomique

Sur internet, on trouve la lunette en photo ci-contre pour laquelle on donne les caractéristiques techniques suivantes :

- L'objectif est une lentille (L_1) de focale $f'_1 = 700\,\text{mm}$ et de diamètre $a_1 = 70\,\text{mm}$. On appelle O_1 son centre optique.
- L'oculaire est une lentille (L_2) de focale f'_2 qui peut faire l'objet d'un choix entre deux valeurs $10\,\text{mm}$ et $25\,\text{mm}$. On appelle O_2 son centre optique.
- Un chercheur 6×24 est ajouté sur le côté de la lunette.

On va étudier cette lunette et vérifier qu'elle est conçue correctement pour une utilisation par observation directement à l'œil des images qu'elle propose. La lunette est conçue pour observer des objets à grande distance dont on peut considérer qu'ils sont situés à l'infini. On considérera que les rayons provenant des objets observés satisfont aux conditions de Gauss.

Pour une lentille de centre O, de distance focale image f', de foyer principal objet F et de foyer principal image F', le grandissement transversal de l'image $A'B'$ d'un objet AB est donné par :

$$G_t = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = -\frac{\overline{F'A'}}{f'} = \frac{f'}{\overline{FA}} \tag{1}$$

1. Expliquer pourquoi il est préférable que l'observation se fasse sans accommodation de l'œil. Indiquer alors où doit se construire l'image finale A_2B_2 de l'objet observé si on suppose que l'observateur est emmétrope. À quelle catégorie de systèmes optiques centrés appartient la lunette astronomique ?
2. Indiquer alors où se forme l'image intermédiaire A_1B_1 produite par l'objectif (L_1) et où elle doit se situer en tant qu'objet pour l'oculaire (L_2). En déduire la distance $\Delta = \overline{O_1O_2}$ entre l'objectif L_1 et l'oculaire L_2. Faire les applications numériques (que l'on notera Δ_{10} et Δ_{25}) pour les deux oculaires.
3. Faire le schéma de la lunette et réaliser la construction complète du rayon issu de B passant par le foyer objet de l'objectif et la construction complète du rayon issu de B passant par le centre optique de l'objectif.

La lunette est caractérisée par son grossissement commercial $G = \alpha_2/\alpha$ où α_2 est l'angle que forment, avec l'axe optique, les rayons émergents de la lunette en direction de B_2 et α l'angle que forment, avec l'axe optique, les rayons incidents sur la lunette en provenance de B. On considérera que les angles α et α_2 sont orientés à partir de l'axe optique.

4. Placer α et α_2 sur le schéma précédent et déterminer le grossissement commercial de la lunette. Faire l'application numérique (les valeurs de grossissement seront notées G_{10} et G_{25}) pour les deux oculaires envisagés.
5. Quel peut être l'intérêt d'ajouter à cette lunette un «chercheur» ?

On appelle cercle oculaire l'image de la monture de l'objectif par l'oculaire et on note C la position de ce cercle oculaire le long de l'axe optique. Pour une bonne observation, on place son œil au niveau du cercle oculaire car c'est ici que la lumière est la plus concentrée sur l'axe optique de la lunette.

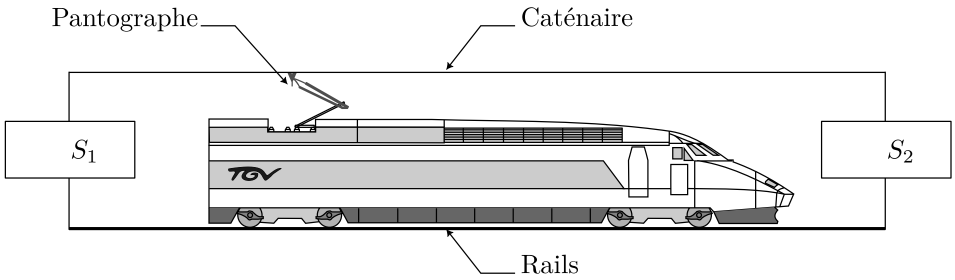
6. Déterminer la distance $\overline{F'_2C}$ le long de l'axe optique entre le foyer image de l'oculaire et le cercle oculaire en fonction de f'_1 et f'_2.
7. Puis déterminer le diamètre a_C de ce cercle oculaire en fonction de f_1, f'_2, a_1.

Pour que la lumière soit collectée correctement par l'œil humain, il faut au maximum que le cercle oculaire présente un diamètre correspondant au diamètre maximal de la pupille qui est de $a_{\max} = 6\,\text{mm}$ et au minimum que ce cercle oculaire présente un diamètre $a_{\min} = 0{,}4\,\text{mm}$.

8. Faire l'application numérique $a_{C,1}$ et $a_{C,2}$ pour le diamètre du cercle oculaire avec les deux oculaires et vérifier que la lunette est correctement conçue dans les deux cas.

Exercice 2 : Modélisation d'une locomotive électrique

Longtemps après son démarrage, on peut supposer que le train étudié fonctionne en régime stationnaire. La puissance électrique nécessaire à son fonctionnement est fournie à la motrice à partir de sous-stations électriques (S_1) et (S_2) implantées tout le long de la voie et espacées d'une distance $L \approx 20\,\mathrm{km}$. Elles sont reliées par un fil conducteur, la caténaire, suspendu au-dessus des rails. La motrice reçoit l'alimentation de la caténaire par un contact glissant appelé pantographe sur son toit. Tous les moteurs électriques de la locomotrice sont montés en parallèle entre le pantographe et les rails qui servent de liaison masse à la Terre, conformément au schéma de la figure 1 ci-dessous.



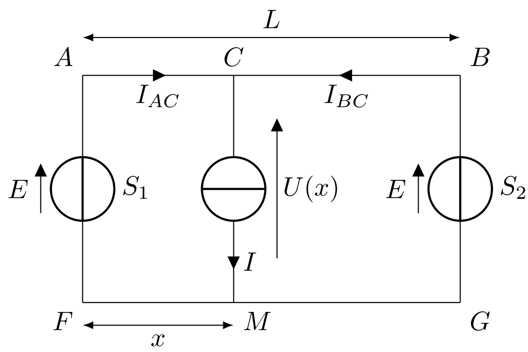


Figure 1 – Modélisation de l'alimentation de la motrice du train. Dans le schéma du dessous, les fils modélisant la caténaire et les rails ne sont *a priori* pas idéaux.

Les sous-stations électriques seront assimilées à des sources de tension idéales de f.é.m. $E = 1500\,\mathrm{V}$ constante et identique pour toutes les sous-stations. On admettra que les moteurs de la locomotive sont modélisables par une source idéale de courant, imposant un courant I constant orienté de la caténaire vers le sol.

Pour l'étude qui va suivre, on s'intéresse au trajet du train entre deux sous-stations S_1 et S_2. On supposera que la section transverse de la caténaire (surface transversale du fil) est de $s_C = 1{,}47\,\mathrm{cm}^2$. La caténaire est en cuivre, métal dont la conductivité est de $\sigma_C = 5{,}82 \times 10^7\,\Omega^{-1}\,\mathrm{m}^{-1}$. Le rail de section $s_R = 77{,}0\,\mathrm{cm}^2$ est constitué d'acier de conductivité $\sigma_R = 8{,}65 \times 10^6\,\Omega^{-1}\,\mathrm{m}^{-1}$.

La résistance d'un conducteur ohmique de section s, de conductivité σ et de longueur l s'exprime $R = \frac{l}{\sigma S}$

1. Estimer r la résistance par unité de longueur de la caténaire et r_R la résistance par unité de longueur du rail. Faire l'application numérique.

Dans la modélisation employée, les rails sont assimilés à un simple fil de résistance nulle.

2. Commenter la pertinence du modèle sur ce point.

On considère une section de ligne de longueur L alimentée par deux sous stations S_1 et S_2 et on néglige l'influence du reste de la ligne sur cette section. On note $x = AC$ la longueur de caténaire reliant la sous station S_1 et le pantographe. On note $U(x)$ la tension aux bornes de la motrice en convention récepteur.

3. Exprimer R_{AC} et R_{CB} en fonction de r, x et L.
4. En déduire les expressions de I_{AC} et de I_{BC} en fonction de $E, U(x), r, x$ et L.
5. Obtenir finalement la tension $U(x)$ aux bornes de la motrice en fonction de E, r, I, L et x

On définit la chute de tension $\Delta U(x) = E - U(x)$ le long du trajet du train.

6. Montrer que la chute de tension est maximale en $x = L/2$. Exprimer alors cette chute de tension maximale et évaluer la numériquement pour une intensité de $500\,\mathrm{A}$.

On s'intéresse maintenant à la puissance électrique P_F fournie par les stations au chemin de fer.

7. Exprimer la puissance électrique P_F fournie par les stations, la puissance P_m reçue par la motrice en x et la puissance P_J consommée par effet Joule dans la caténaire en fonction de E, I et $U(x)$.
8. Vérifier que $P_F = P_m + P_J$ et commenter cette égalité.

On suppose que le train roule à vitesse constante $v_0 = 100\,\mathrm{km\,h^{-1}}$.

9. Exprimer la position $x(t)$ du train en supposant qu'il est au point A de coordonnée $x_A = 0$ à l'instant initial. Déterminer alors t_B l'instant auquel le train passe en B.
10. Exprimer alors l'énergie E_F fournie par les stations pour amener le train de A en B puis l'énergie E_m reçue par la locomotive sur son trajet de A en B.
11. Déterminer alors le rendement $\eta = E_m/E_F$ de cette alimentation électrique et faire l'application numérique.

Exercice 3 : Oxydation de l'ammoniac

L'acide nitrique HNO_3 est produit en grande quantité, principalement pour être utilisé dans la fabrication des engrais de l'ammoniac :

$$4\,NH_3(g) + 5\,O_2(g) \rightleftharpoons 4\,NO(g) + 6\,H_2O(g) \tag{1}$$

La réaction est réalisée à la température 800 °C et à une pression constante $P = 1{,}0\,\mathrm{bar}$. À cette température, le logarithme népérien de la constante d'équilibre de cette réaction est $\ln(K^\circ) = 123$. Dans un réacteur opérant en système fermé a pression constante, on mélange un volume d'air avec un volume d'ammoniac. L'air contient, en proportions molaires, 20 % de O_2 et 80 % de N_2 (un gaz chimiquement inerte).

1. Si NH_3 et O_2 étaient apportés en proportions stochimétriques, quelles seraient les fractions molaires des gaz NH_3, O_2 et N_2 dans le mélange initial ?

On considère maintenant, et pour toute la suite du problème, un mélange gazeux contenant initialement $n_i = 100\,\mathrm{mol}$ de gaz avec une fraction molaire de NH_3 dans le mélange de $x_1 = 10\,\%$.

2. Calculer les quantités de matière initiales n_1, n_2 et n_3 (respectivement de NH_3, O_2 et N_2) .
3. Faire un tableau d'avancement.
4. Calculer le volume initial V_0 du système. Exprimer le volume à l'équilibre V_{eq} du système en fonction de V_0. ξ_{eq} et n_i la quantité initiale de gaz.
5. Écrire l'équation vérifiée par l'avancement ξ_{eq} å l'équilibre en fonction de $K^\circ, n_1, n_2, n_3, p^\circ$ et P. Justifier que la réaction peut être considérée comme totale. Que vaut ξ_{eq} dans ces conditions ?
6. En déduire les pressions partielles des gaz dans le mélange å l'équilibre.
7. Calculer l'ordre de grandeur de la pression partielle de NH_3.

Données :
$R = 8{,}314\,\mathrm{J\,K^{-1}\,mol^{-1}}$