

THE LAST ONE ;-)

JEUDI 12 JUIN 2025 - DURÉE 3H45

Les consignes suivantes sont valables pour l'intégralité de la partie physique du devoir :

- ★ Il sera tenu le plus grand compte du soin, de la présentation, et de la rédaction
- ★ Chaque réponse doit être justifiée
- ★ Même lorsque ce n'est pas explicitement demandé, toute application numérique doit être précédée d'une expression littérale
- ★ L'usage du téléphone portable n'est pas autorisé. Celui de la calculatrice est autorisé pour la composition de physique uniquement.

I. Épreuve de chimie - Mines-Ponts MP 2025

II. Autour de la luge

La luge est devenue un sport olympique en 1964 à Innsbruck (Autriche). Le lugeur est allongé, sur le dos et les pieds en avant, sur la luge qui glisse sur une piste de glace. Pour freiner, le lugeur ne peut compter que sur ses pieds car la luge ne comporte pas de frein. Les spécialistes peuvent atteindre des vitesses supérieures à 100 km/h.

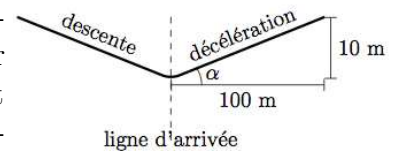
Pour la modélisation, on assimile l'ensemble {luge+lugeur} (désigné par la suite sous le terme simple de luge) à un point matériel M de masse $m = 100$ kg. La piste est considérée comme un référentiel galiléen. La norme de l'accélération de la pesanteur est prise égale à $g = 9,8 \text{ m.s}^{-2}$.

II.1 Dispositifs de freinage

La luge franchit la ligne d'arrivée à la vitesse $v_a = 30 \text{ m.s}^{-1}$. Les frottements sont négligés devant les autres forces en jeu.

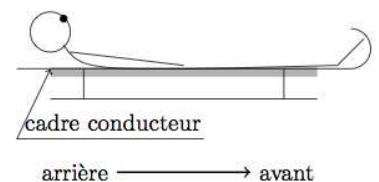
Ralentissement mécanique

- Le ralentissement à l'arrivée se fait sur une piste inclinée de 10% (la piste monte verticalement de 10 m quand la luge avance horizontalement de 100 m). On note l'angle d'inclinaison α . Déterminer, par une méthode énergétique, la longueur \mathcal{L} de la piste de ralentissement nécessaire pour que la luge passe de $v_a = 30 \text{ m.s}^{-1}$ à l'arrêt. Faire l'application numérique et conclure sur la faisabilité de cette méthode de ralentissement.

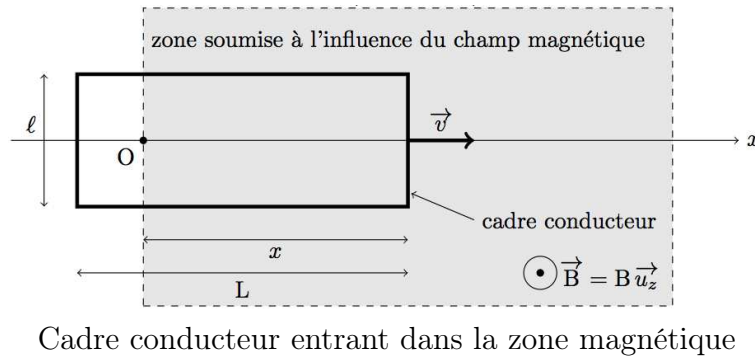


Freinage par induction

On cherche une autre solution que celle de la pente inclinée pour ralentir la luge : le freinage par induction. On fixe sous la luge un cadre métallique rigide, conducteur, rectangulaire, de résistance totale $R_c = 1,0 \cdot 10^{-3} \Omega$ et de côtés $\ell \times L$ ($\ell = 50,0$ cm et $L = 100$ cm) et de masse négligeable par rapport à m . La piste est horizontale et le long de l'axe Ox , dont l'origine O est fixée sur la ligne d'arrivée, avant la zone de freinage. L'origine des temps est également fixée au passage de la ligne d'arrivée. L'axe Oz désigne la verticale ascendante. On note $\vec{v} = v \vec{u}_x$.



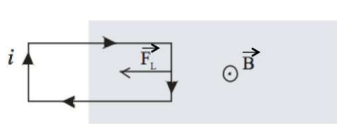
Un dispositif crée un champ magnétique $\vec{B} = B \vec{u}_z$ ($B = 1,00 \text{ T}$) sur toute la piste de décélération.



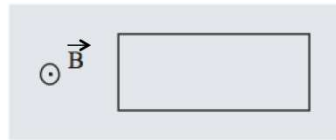
2. Que peut-on dire de la valeur du champ magnétique de ce dispositif par rapport à celle du champ magnétique terrestre ?

Les différentes phases sont les suivantes :

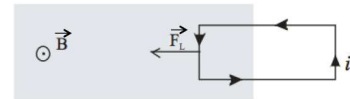
- Phase n°1 : lorsque le cadre entre dans la zone magnétique, le flux magnétique $|\phi|$ augmente, un courant induit i apparaît ainsi qu'une force s'opposant au mouvement (appliquée sur la barre avant du cadre). La luge ralentit.
- Phase n°2 : lorsque le cadre est entièrement dans la zone magnétique, le flux magnétique $|\phi|$ reste constant et le phénomène d'induction disparaît. La luge a un mouvement rectiligne uniforme en l'absence de force la ralentissant.
- Phase n°3 : lorsque le cadre sort de la zone magnétique, le flux magnétique $|\phi|$ diminue, un courant induit i apparaît (dans l'autre sens que lors de la phase n°1) ainsi qu'une force s'opposant au mouvement (appliquée sur la barre arrière du cadre). La luge ralentit.



Phase n°1



Phase n°2



Phase n°3

Étude de la phase n°1

On s'intéresse ici au mouvement du cadre lorsqu'il n'a pas entièrement pénétré dans la zone soumise à l'influence du champ magnétique \vec{B} .

Le phénomène d'induction est à l'origine d'une force \vec{F}_L , appelée force de Laplace, qui s'applique au centre de la tige avant du cadre. Elle est telle que $\vec{F}_L = -\frac{\ell^2 B^2}{R_c} v \vec{u}_x$.

3. Commenter le sens de cette force.
4. Déterminer l'équation différentielle (forme canonique) qui porte sur la vitesse v de la luge.
5. Résoudre cette équation différentielle. On introduira la constante τ , temps caractéristique du mouvement lorsque la luge pénètre dans la zone soumise au champ magnétique.

Exprimer τ en fonction de B , m , ℓ et R_c . Faire l'application numérique.

Pour toute la suite, on pourra laisser la grandeur τ dans les expressions littérales finales.

6. Exprimer la position $x(t)$ de la luge en fonction de t , τ et v_a .
7. Calculer la durée T que met le cadre pour pénétrer entièrement dans la zone magnétique.
8. En déduire l'expression de $v(T)$. Calculer numériquement la variation $\Delta v = v_a - v(T)$ de vitesse de la luge entre les instants $t = 0$ et T .

Étude de la phase n°2

9. Quelle est la vitesse de la luge une fois que le cadre est entièrement dans la zone soumise au champ magnétique? En déduire la longueur idéale de la zone soumise au champ magnétique.

Étude de la phase n°3

10. La zone soumise au champ magnétique n'occupe pas toute la piste de décélération mais est limitée à la longueur idéale déduite précédemment. Lorsque le cadre sort de cette zone (phase n°3), il subit de nouveau la force $\vec{F}_L = -\frac{\ell^2 B^2 v}{R_c} \vec{u}_x$. En déduire, en fonction de τ et L , la nouvelle variation de vitesse subie par la luge lors de cette phase.

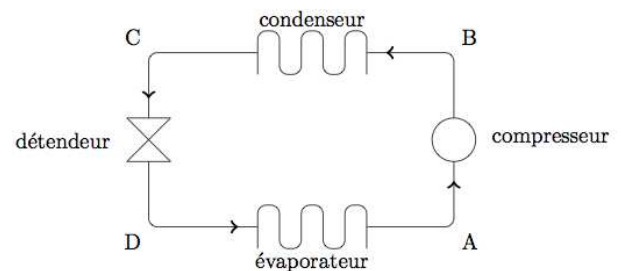
Longueur de la piste de ralentissement

11. On installe une alternance de zones magnétiques et non magnétiques. Combien de zones magnétiques sont nécessaires pour que la vitesse de la luge diminue jusqu'à environ 5 m.s^{-1} , vitesse à partir de laquelle le lugeur peut freiner avec ses pieds? Quelle est alors la longueur de la piste de ralentissement?

II.2 Réfrigération de la piste

Pour obtenir une qualité de glace optimale, la piste doit être réfrigérée. On fait ainsi circuler près de 50 tonnes d'ammoniac (NH_3) dans une centaine de kilomètres de canalisations pour assurer 10 cm de glace à -10°C sur l'ensemble de la piste. L'ammoniac a une masse molaire $M_{\text{NH}_3} = 17 \text{ g.mol}^{-1}$.

Pour la modélisation, on considère une masse $m_{\text{NH}_3} = 1,0 \text{ kg}$ d'ammoniac, dont la phase gazeuse est supposée parfaite, qui suit un cycle composé de quatre phases :



- $A \rightarrow B$: Compression adiabatique réversible : l'ammoniac, constitué uniquement de vapeur sèche, est comprimé de la pression de vapeur saturante $P_A = 2,8 \text{ bar}$ à la pression $P_B = 8,6 \text{ bar}$. Il passe de la température $T_A = -10^\circ\text{C}$ à la température T_B .
 - $B \rightarrow C$: Transformation isobare : le gaz est refroidi de manière isobare (état B') puis se liquéfie complètement, à la température $T_C = 20^\circ\text{C}$. La pression est maintenue constante : $P_B = P_C$.
 - $C \rightarrow D$: Détente adiabatique isenthalpique : l'ammoniac est détendu jusqu'à la pression $P_D = P_A$. On note x le titre massique en vapeur obtenu en D.
 - $D \rightarrow A$: Vaporisation isobare : sous la piste, l'ammoniac liquide se vaporise totalement sous la pression P_A .
12. Tracer le cycle dans un diagramme de Clapeyron. Faire figurer les points A, B, B', C, D, la courbe de rosée et la courbe d'ébullition.
13. Déterminer les transferts thermiques Q_{AB} et Q_{CD} .
14. Déterminer la température T_B . Application numérique.
15. Exprimer alors le transfert thermique $Q_{BB'}$ entre les états B et B' en fonction des données. Application numérique.
16. En déduire le transfert thermique Q_{BC} entre les états B et C. Application numérique.
17. Déterminer l'expression du titre massique en vapeur x au point D en fonction de c_ℓ , T_C , T_D et $\Delta_{\text{vap}}h$ (263 K). Application numérique.
18. En déduire le transfert thermique Q_{DA} lors de l'évaporation sous la piste. Application numérique.
19. Déterminer le travail total W fourni au fluide lors du cycle. Application numérique.

20. Définir, en justifiant soigneusement, l'efficacité e de la machine frigorifique puis l'exprimer en fonction de Q_{DA} et Q_{BC} . Application numérique. La comparer à l'efficacité maximale e_{\max} que l'on déterminera littéralement et numériquement.

DONNÉES :

- ★ Pressions de vapeur saturante de l'ammoniac à 20 °C et -10 °C :

$$P_{\text{sat}}(293 \text{ K}) = P_B = 8,6 \text{ bar} \quad \text{et} \quad P_{\text{sat}}(263 \text{ K}) = P_A = 2,8 \text{ bar}$$

- ★ Enthalpies massiques de vaporisation de l'ammoniac à 20 °C et -10 °C :

$$\Delta_{\text{vap}}h(293 \text{ K}) = 1,2 \cdot 10^3 \text{ kJ.kg}^{-1} \quad \text{et} \quad \Delta_{\text{vap}}h(263 \text{ K}) = 1,3 \cdot 10^3 \text{ kJ.kg}^{-1}$$

- ★ Capacité thermique massique à pression constante de l'ammoniac gazeux : $c_p = 2,1 \text{ kJ.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$

- ★ Capacité thermique massique de l'ammoniac liquide : $c_\ell = 4,7 \text{ kJ.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$

- ★ $\gamma = \frac{c_p}{c_v} = 1,3$;

- ★ Constante des gaz parfaits : $R = 8,3 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$.

