

DM4 : Cinétique chimique et filtrage

Vous devez rendre une copie par groupe de 3 (ou 2, mais je préfère 3). Attention, tous les membres du groupe doivent avoir fait tout le DM ! Il ne s'agit pas de partager le travail.

Exercice 1 : BOIRE OU CONDUIRE...

Un homme boit 66 cl d'une bière forte. L'objet du problème sera de savoir combien de temps il devra attendre avant de reprendre sa voiture sachant qu'en France il n'est autorisé à conduire que si la teneur en alcool de son sang est inférieure à 0,5 g/ℓ.

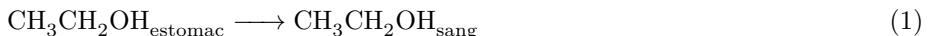
La cinétique de décomposition de l'alcool se fait en deux phases et peut être modélisée de la façon suivante :

- 1ère phase : passage de l'alcool à travers la paroi stomacale dans le sang.
- 2ème phase : oxydation de l'alcool dans le sang.

Nous allons étudier successivement ces deux phases avant d'en tirer les conclusions quant aux conseils à donner à cet automobiliste.

I — Passage de l'alcool à travers la paroi stomacale

La réaction peut se modéliser de la façon suivante :



On adopte les conventions suivantes :

- l'estomac est considéré comme un milieu réactionnel de volume constant V_1 égal pour chaque expérience au volume d'alcool absorbé ;
- on note $[\text{CH}_3\text{CH}_2\text{OH}_{\text{estomac}}] = C_1 = C_0 - x$; C_0 étant la concentration initiale, c'est à dire au moment de l'absorption.

On réalise l'expérience suivante : un homme boit 250 ml d'un apéritif contenant 1 mole d'éthanol. On mesure la concentration C_1 de l'éthanol dans l'estomac en fonction du temps. Les résultats sont regroupés dans le tableau ci-dessous

t (min)	0,00	1,73	2,80	5,50	18,0	22,0
C_1 (mol.ℓ ⁻¹)	4,0	3,0	2,5	1,6	0,2	0,1

- 1 Définir la vitesse volumique de disparition de l'alcool dans l'estomac. Cette vitesse sera notée v_1 .
- 2 Montrer que v_1 suit une loi cinétique d'ordre 1. Déterminer la valeur de la constante de vitesse k_1 (sans oublier son unité !)
- 3 Le sang et les autres liquides contenus dans le corps seront considérés comme un milieu réactionnel unique, dénommé "sang", de volume $V_2 = 40 \ell$ constant pour toutes les expériences. Calculer la concentration C_2 de l'alcool dans le sang à $t = 18$ min dans le cas où on admet qu'aucune oxydation de l'alcool ne s'est produite.
- 4 Démontrer que la vitesse volumique v_1 de disparition de l'alcool dans l'estomac et la vitesse volumique d'apparition, notée v , de l'alcool dans le sang sont reliées par la formule :

$$v = \frac{V_1}{V_2} v_1 \quad (2)$$

II — Oxydation de l'alcool dans le sang

On injecte directement une certaine quantité d'alcool dans le sang et on détermine la concentration en fonction du temps. (on suppose que l'injection est instantanée et que la concentration de l'alcool dans le sang est uniforme)

t (min)	0	120	240	360	480	600	720
C_2 (10 ⁻² mol/ℓ)	5,00	4,13	3,26	2,39	1,52	0,65	0,00

- 5 Définir la vitesse d'oxydation de l'alcool dans le sang (vitesse de disparition). Cette vitesse sera notée v_2 .
- 6 Montrer que l'oxydation suit une loi cinétique d'ordre 0, c'est à dire que $v_2 = k_2$. Déterminer k_2 (avec son unité !)

III — Boire ou conduire...

Pour déterminer le temps que la personne devra attendre avant de conduire, on est amené à étudier le phénomène absorption-oxydation de l'alcool dans son ensemble. On fait alors l'hypothèse simplificatrice que les lois de vitesse démontrées séparément restent valables.

7 Calculer la concentration maximale, en mol/ℓ, tolérée en France de l'alcool dans le sang. (La masse molaire de l'éthanol vaut 46 g/mol, et le taux maximal d'alcoolémie est fixé à 0,5 g/ℓ).

8 Exprimer la vitesse volumique d'apparition de l'alcool dans le sang, $\frac{dC_2}{dt}$, en fonction des vitesses v et v_2 puis en fonction de la concentration C_1 de l'alcool dans l'estomac au temps t , des constantes k_1 et k_2 , des volumes V_1 et V_2 .

9 En déduire que $C_2 = C_0 \frac{V_1}{V_2} (1 - \exp(-k_1 t)) - k_2 t$.

En buvant ses deux bières à 8%, le sujet absorbe 66 cl et 0,9 mol d'alcool.

10 Déterminer l'instant t_{\max} pour lequel la concentration en éthanol est maximale dans le sang.

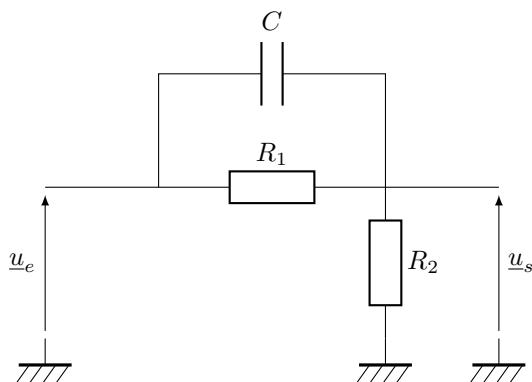
11 Calculer cette concentration. Peut-il conduire ?

12 On remarque que au delà de t_{\max} la courbe peut s'apparenter à une droite. Quelle est la pente de cette droite ?

En déduire le temps au bout duquel l'automobiliste pourra reprendre sa voiture.

Exercice 2 : ÉTUDE ET UTILISATION D'UN FILTRE

On s'intéresse au filtre représenté ci-dessous :



I – Étude du filtre

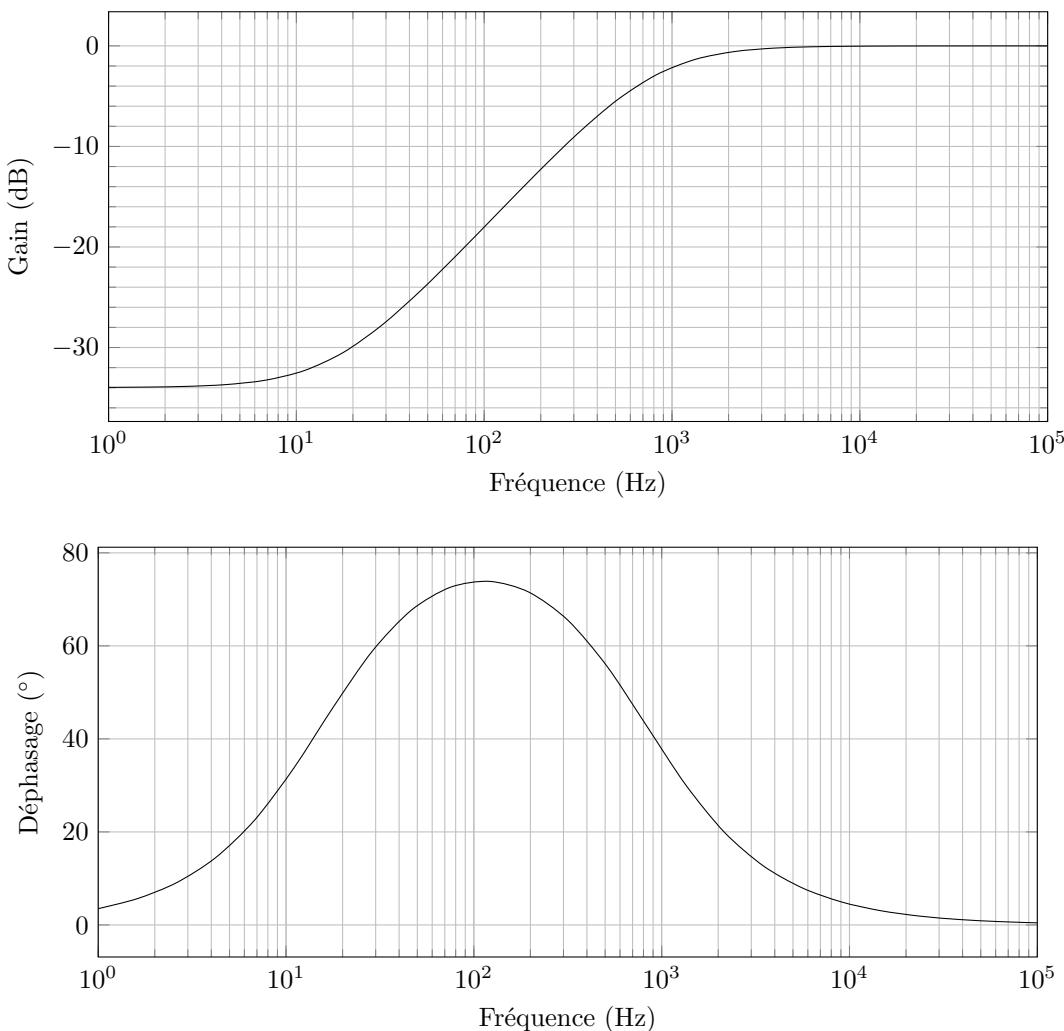
1. Étudier le comportement asymptotique du filtre lorsque $\omega \rightarrow 0$ et lorsque $\omega \rightarrow \infty$.
2. Calculer la fonction de transfert du filtre et montrer qu'elle se met sous la forme

$$\underline{H}(\omega) = \alpha \frac{1 + j \frac{\omega}{\omega_1}}{1 + j \frac{\omega}{\omega_2}} \quad (1)$$

Déterminer ω_1 , ω_2 et α en fonction de R_1 , R_2 et C .

3. Montrer que $\omega_1 = \alpha \omega_2$.
4. Montrer que $\omega_1 < \omega_2$. On supposera par la suite que $\omega_1 \ll \omega_2$.
5. Déterminer les asymptotes de la courbe du gain du diagramme de Bode pour $\omega \ll \omega_1$, $\omega_1 \ll \omega \ll \omega_2$ et $\omega \gg \omega_2$.
6. Montrer que le filtre a un caractère déivateur pour $\omega_1 \ll \omega \ll \omega_2$.
7. Déterminer les limites du déphasage à très basse et très haute fréquence.

Le diagramme de Bode du filtre, calculé numériquement est représenté ci-dessous



8. Quelle est la nature du filtre ?
9. Déterminer la fréquence de coupure à -3 dB de ce filtre.
10. Vérifier à partir de la fonction de transfert que la pulsation de coupure à -3 dB est quasiment égale à ω_2 . En déduire la valeur numérique de ω_2 .
11. Déterminer graphiquement la valeur numérique de α .
12. En déduire la valeur de ω_1 .
13. Retrouver les valeurs de ω_1 , ω_2 et α en utilisant la courbe de déphasage. (On pourra calculer le déphasage pour ω_1 et ω_2)
14. Dans le cadre de l'utilisation de ce filtre, on est amené à mettre une résistance du même ordre de grandeur que R_2 à la sortie du filtre. La bande passante du filtre est-elle plus large ou plus étroite que lorsque la sortie du filtre est ouverte ? Justifier précisément la réponse.

II – Utilisation du filtre

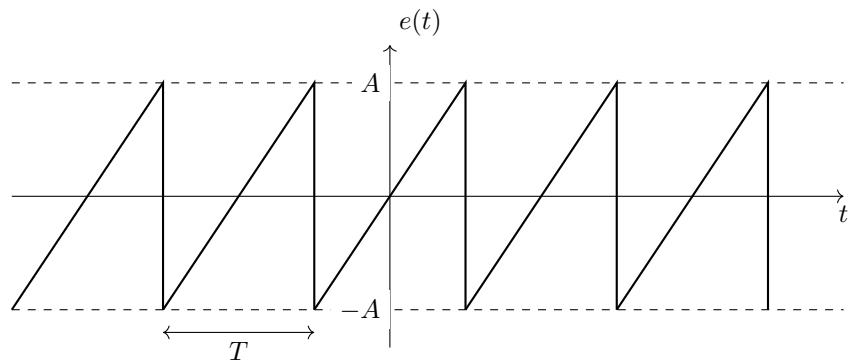
Dans cette partie, on s'appuiera sur le diagramme de Bode de la partie précédente pour répondre aux questions.

15. On envoie une somme de deux sinusoïdes de même amplitude à l'entrée du filtre, la première de fréquence 10 Hz, la seconde de fréquence 50 Hz. Quel signal obtient on à la sortie du filtre ?

On envoie à l'entrée du filtre, une sinusoïde de valeur efficace 8,00 V et de fréquence 100 Hz.

16. Déterminer l'amplitude de la sinusoïde en sortie du filtre et son déphasage par rapport au signal d'entrée.
17. Qu'obtient on en sortie si on ajoute à la sinusoïde d'entrée un offset de 5 V ?

On envoie en entrée du filtre un signal $e(t)$ en dents de scie comme présenté ci-dessous



18. Calculer la valeur efficace E_{eff} de $e(t)$.
19. Tracer les allures de $e(t)$ et $s(t)$, signal en sortie du filtre, pour $T = 1\text{ s}$, $T = 10\text{ }\mu\text{s}$ et $T = 10\text{ ms}$. On justifiera brièvement le tracé.