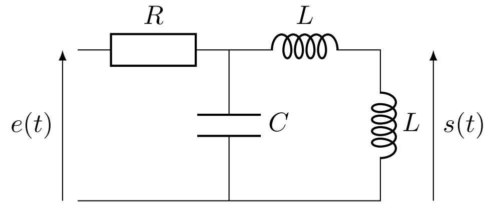
DM5 : Filtrage

Le travail en groupe est fortement encouragé, vous rendrez une copie par groupe de 3. Attention, tous les membres du groupe doivent avoir fait tout le DM ! Il ne s'agit pas de partager le travail.

Exercice 1 : Filtre de Hartley

On étudie le circuit ci-dessous. Dans tout le problème on prendra $L = 1{,}0\,\mathrm{mH}$, $C = 0{,}1\,\mu\mathrm{F}$ et $R = 10\,\mathrm{k\Omega}$.

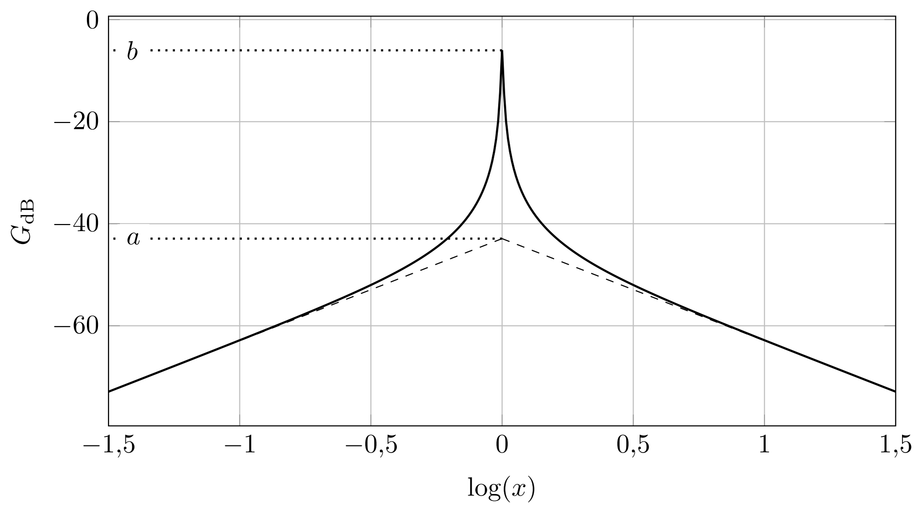


1. Déterminer sans calcul, la nature de ce filtre.
2. Déterminer la fonction de transfert $\underline{H}(\omega)$ du filtre en fonction de ω, R, L et C.
3. Montrer que la fonction de transfert peut se mettre sous la forme :

$$\underline{H}(\omega) = \frac{H_0}{1 + jQ\left(x - \frac{1}{x}\right)} \tag{1}$$

Où on a noté $x = \frac{\omega}{\omega_0}$ la pulsation réduite. Donner les expression de H_0, de la pulsation propre ω_0 et du facteur de qualité Q en fonction de R, L et C. Donner également les valeurs numériques.

On donne le diagramme de Bode du filtre sur la figure suivante :

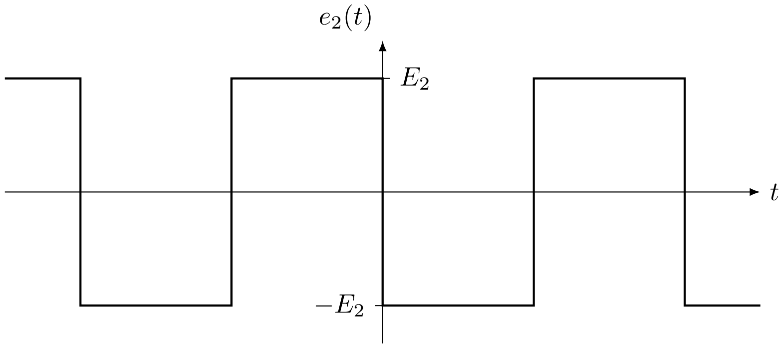


4. Déterminer par le calcul la pente des asymptotes. Vérifier que la valeur trouvée et compatible avec le graphique.
5. Déterminer par le calcul les valeurs numériques de a et b définies sur le diagramme de Bode.
6. Ce filtre peut-il être utilisé comme dérivateur ou intégrateur ? Si oui, dans quelle gamme de fréquences ?

On étudie la sortie $s_1(t)$ lorsqu'on applique à l'entrée le signal $e_1(t) = E_0 + E_1 \cos(\omega_1 t)$ avec $\omega_1 = \omega_0$.

7. Comment réaliser expérimentalement ce signal ?
8. Déterminer l'expression littérale du signal de sortie $s_1(t)$.

On applique maintenant un créneau $e_2(t)$, de pulsation $\omega_2 = \omega_0/3$ et d'amplitude $E_2 = 1\,\mathrm{V}$ (voir figure ci-dessous)



9. Calculer la valeur efficace $E_{2,\text{eff}}$ de $e_2(t)$.

Le signal $e_2(t)$ est décomposable en série de Fourier :

$$e_2(t) = \frac{4E_2}{\pi}\left[\sin(\omega_2 t) + \frac{1}{3}\sin(3\omega_2 t) + \frac{1}{5}\sin(5\omega_2 t) + \frac{1}{7}\sin(7\omega_2 t) + ...\right] \tag{2}$$

10. Tracer l'allure du spectre de $e_2(t)$. Préciser les valeurs numériques des pulsations des trois premiers pics d'amplitude non nulle.
11. Calculer les valeurs numériques des amplitudes de ces pics dans le signal de sortie. Justifier alors le nom de « tripleur de fréquence » donné à ce filtre.
12. Quelle serait approximativement l'allure et les caractéristiques du signal de sortie $s_3(t)$ si l'on appliquait en entrée un signal triangulaire de pulsation $\omega_3 = \omega_0$ et d'amplitude $E_3 = 1\,\text{V}$ dont la décomposition en série de Fourier s'écrit :

$$e_3(t) = \frac{4E_3}{\pi^2}\left[\sin(\omega_3 t) - \frac{1}{3^2}\sin(3\omega_3 t) + \frac{1}{5^2}\sin(5\omega_3 t) - \frac{1}{7^2}\sin(7\omega_3 t) + ...\right] \tag{3}$$