

## TD23 : Physique quantique

### Exercice 1 : L’ATOME D’HYDROGÈNE

Un atome d’hydrogène est constitué d’un seul électron autour d’un noyau constitué d’un proton. Les orbites permises pour l’électron ont des énergies  $E_n = \frac{E_1}{n^2}$   $n \in \mathbb{N}^*$ . Avec  $E_1 = -13,6 \text{ eV}$ .

1. Quelle est l’énergie la plus basse que puisse avoir l’électron ? Quelle est l’énergie la plus élevée ?
2. Un électron passe d’un niveau  $E_{n \neq 1}$  vers le niveau  $E_1$ . Quelle est l’énergie minimale du photon émis ? À quelle longueur d’onde dans le vide cela correspond-t-il ?
3. Dans quelle gamme spectrale se trouve un photon émis lors d’une transition vers  $E_1$  ? (Série Lyman)
4. Montrez que la longueur d’onde  $\lambda$  dans le vide d’un photon émis par un atome d’hydrogène peut se mettre sous la forme :

$$\frac{1}{\lambda} = R \left( \frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

Exprimez  $R$  en fonction de  $h$ ,  $c$  et  $E_1$ .  $R$  S’appelle la constante de Rydberg. Donnez la valeur numérique de  $R$ .

5. Montrez que les seules transitions produisant de la lumière visible sont les transitions vers le niveau  $E_2$ . On appelle cela la série Balmer.
6. Dessinez l’allure du spectre de la lumière émise par un atome d’hydrogène.
7. Lorsque l’on observe la nébuleuse d’Orion, on constate qu’elle a une couleur rouge correspondant à une longueur d’onde de 657 nm. Justifier pourquoi on peut penser que le gaz qui compose Orion est de l’hydrogène.
8. Que se passe-t-il si un atome d’hydrogène absorbe un photon dont l’énergie est supérieurs à  $E_1$  ?

On donne :  $h = 6,63 \times 10^{-34} \text{ J s}$ ,  $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$ ,  $1 \text{ eV} = 1,6 \times 10^{-19} \text{ J}$ .

### Exercice 2 : FAISCEAU LASER

Un laser hélium-néon émet un faisceau de lumière monochromatique de longueur d’onde dans le vide  $\lambda = 633 \text{ nm}$ . Le faisceau est cylindrique de rayon  $r = 1 \text{ mm}$  et sa puissance lumineuse totale est de  $5 \text{ mW}$ .

1. Donnez l’énergie d’un des photons émis par le laser en Joules puis en électron-volts.
2. Combien de photons sont émis par le laser en une seconde ?
3. En supposant l’intensité lumineuse homogène sur la section du laser, donnez la densité de photons dans le faisceau (nombre de photons par  $\text{m}^3$ ).

### Exercice 3 : FLUX DE PHOTONS ÉMIS PAR UNE ANTENNE RADIO

Une antenne de diffusion radio émet un rayonnement à une fréquence de  $f = 100 \text{ MHz}$  avec une puissance de  $1 \text{ kW}$ .

1. Calculer le nombre de photons émis à chaque seconde par l’antenne.
2. Pourquoi peut-on se passer de la mécanique quantique pour décrire le fonctionnement de l’antenne ?

### Exercice 4 : MICROSCOPE ÉLECTRONIQUE

En microscopie optique conventionnelle on ne peut pas distinguer des détails dont la dimension est plus petite que la longueur d’onde de la lumière qui éclaire l’objet. Un microscope électronique utilise un faisceau d’électrons à la place de la lumière. La résolution est encore limitée par la longueur d’onde associée aux électrons.

1. Quel phénomène est responsable de la limite de résolution ?
2. Donnez un ordre de grandeur de la dimension des plus petits détails observables à l’aide d’un microscope optique.
3. Quelle doit être la vitesse des électrons dans un microscope électronique pour qu’il ait la même résolution qu’un microscope optique ? Quelle est alors l’énergie des électrons ?
4. LE VIH est le virus responsable du SIDA, il a une forme sphérique avec un diamètre d’environ  $145 \text{ nm}$ . Quelle doit-être l’énergie minimale des électrons pour l’observer au microscope électronique ?
5. En pratique on utilise des énergies de l’ordre de  $1 \text{ keV}$ . Calculer la longueur d’onde correspondante. La résolution du microscope électronique n’est en réalité pas limitée par la diffraction, quel autre phénomène peut être responsable de cette limite ?

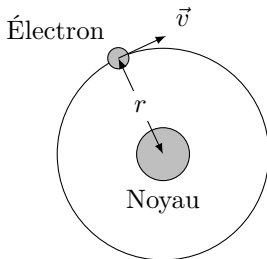
Données : Constante de Planck :  $h = 6,63 \times 10^{-34} \text{ J s}$ , masse de l’électron :  $m_e = 9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}$

### Exercice 5 : L’ATOME DE BOHR

L’atome d’hydrogène est constitué d’un électron de masse  $m$  de charge  $-q$  qui orbite sur une trajectoire circulaire de rayon  $r$  autour d’un proton de charge  $q$ . La

vitesse de l’électron est donnée par :  $v = \sqrt{\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{mr}}$  et son énergie totale est donnée

par  $E = -\frac{q^2}{8\pi\epsilon_0 r}$ . Où  $\epsilon_0$  est la permittivité du vide.



1. Exprimer la longueur d’onde  $\lambda_e$  associée à l’électron lorsqu’il orbite à la distance  $r$  du noyau en fonction de  $h$ ,  $\epsilon_0$   $m$  et  $q$ .
2. On impose la condition de quantification suivante : lorsque l’électron fait un tour complet autour du noyau, il doit parcourir un nombre  $n$  entier de fois cette longueur d’onde. Exprimer les rayons  $r_n$  des orbites permises par cette condition.
3. Calculer l’énergie  $E_n$  associée à l’orbite de rayon  $r_n$ . Montrer que  $E_n$  se met sous la forme proposée dans l’exercice 1, exprimer  $E_1$  en fonction des données du problème.
4. Démontrer la formule de Rydberg donnant les longueurs d’onde émises par un atome d’hydrogène (*cf* Exercice 1) :

$$\frac{1}{\lambda} = R \left( \frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

exprimer  $R$  en fonction des données du problème.

5. A.N. : Calculer les valeurs numériques de  $R$  et  $E_1$ . On donne :  $m = 9,31 \times 10^{-31} \text{ kg}$ ,  $q = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$ ,  $\epsilon_0 \simeq 8,85 \times 10^{-12} \text{ kg}^{-1} \text{ m}^{-3} \text{ A}^2 \text{ s}^4$ ,  $h = 6,6 \times 10^{-34} \text{ J s}$  et  $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$
6. Pour aller plus loin : Démontrer les formules données dans l’énoncé pour  $E$  et  $v$ .

### Exercice 6 : DIFFRACTION DE NEUTRONS

Le réacteur nucléaire de l’Institut von Laue–Langevin (I.L.L.) à Grenoble est conçu pour fournir un puissant flux de neutrons (masse :  $m_n = 1,67 \times 10^{-27} \text{ kg}$ ) utilisés dans de nombreuses techniques expérimentales. On y trouve trois sources de neutrons, d’énergies différentes suivant la température du milieu où les neutrons sont amenés à l’équilibre thermique (par collisions successives avec les atomes de ce milieu) :

- la source ordinaire, constituée par le modérateur (eau lourde) à la température  $T_0 = 300 \text{ K}$  ;
- la source chaude, constituée d’un bloc de graphite à  $T_c = 2000 \text{ K}$  ;
- la source froide, constituée de deutérium liquide à  $T_f = 25 \text{ K}$ .

Dans un gaz à l’équilibre thermique à la température  $T$ , les particules ont une énergie cinétique moyenne  $E_c = \frac{3}{2} k_B T$ , où  $k_B = 1,38 \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$  est la constante de Boltzmann.

1. Calculer pour chacune de ces sources l’énergie moyenne (en eV) et la longueur d’onde moyenne (en nm) des neutrons émis.
2. Quelle source doit-on utiliser pour effectuer des expériences de diffraction de neutrons par un cristal ? (la distance entre les atomes est de l’ordre de  $1 \text{ nm}$ )

### Exercice 7 : UN PETIT PROBLÈME

Jim dirige son pointeur laser vert vers la Lune où se trouve son ami Bob. Sachant qu’un œil humain à besoin d’un flux minimum de  $150 \text{ photons/s}$  pour détecter une lumière verte, Bob pourra-t-il voir le laser de Jim ?

La réponse devra être correctement argumentée et les hypothèses faites devront être expliquées.