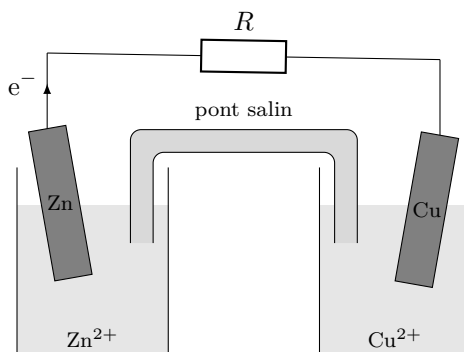


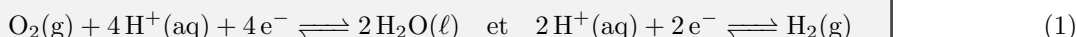
DS8 : Mécanique du point et chimie – corrigé

Exercice 1 : MOXIE (D'APRÈS CCINP TSI 2023)

1. Schéma de la pile :



2. Vu les potentiels standards, l'anode est constituée par la plaque de zinc et la cathode par la plaque de cuivre. Les équations qui ont lieu aux électrodes sont
 - Anode : $\text{Zn(s)} \longrightarrow \text{Zn}^{2+} + 2\text{e}^-$ (oxydation)
 - Cathode : $\text{Cu}^{2+} + 2\text{e}^- \longrightarrow \text{Cu(s)}$ (réduction)
3. Dans les fils électriques, les porteurs de charge sont les électrons chargés négativement, ils vont du zinc vers le cuivre.
4. Les porteurs de charge dans le pont salin sont des ions. Le pont salin sert à fermer le circuit électrique pour permettre de conserver l'électro-neutralité des deux demi-piles lors du fonctionnement de la pile.
5. L'espèce chimique qui est oxydée est H_2 car le potentiel standard du couple $\text{H}_2(\text{g}) / \text{H}_2\text{O}(\ell)$ est nul (ESH), c'est donc cette espèce qui constitue le combustible.
6. Les demi-équations électroniques sont



7. La formule de Nernst appliquée aux deux couples donne :

$$E(\text{O}_2 / \text{H}_2\text{O}) = E^\circ(\text{O}_2 / \text{H}_2\text{O}) + \frac{0,06}{4} \log \left(\frac{p(\text{O}_2)[\text{H}^+]^4}{p^\circ c^{\circ 4}} \right) \quad (2)$$

et

$$E(\text{H}_2\text{O} / \text{H}_2) = E^\circ(\text{H}_2\text{O} / \text{H}_2) + \frac{0,06}{2} \log \left(\frac{[\text{H}^+]^2 p^\circ}{p(\text{H}_2) c^{\circ 2}} \right) \quad (3)$$

8. La force électromotrice de la pile est la différence de potentiel entre les deux électrodes et vaut

$$e = E(\text{O}_2 / \text{H}_2\text{O}) - E(\text{H}_2\text{O} / \text{H}_2) = E^\circ(\text{O}_2 / \text{H}_2\text{O}) - E^\circ(\text{H}_2\text{O} / \text{H}_2) + \frac{0,06}{4} \log \left(\frac{p(\text{O}_2)p(\text{H}_2)^2}{p^{\circ 3}} \right) \quad (4)$$

9. ① : $\text{H}_2(\text{g})$; ② : air dont $\text{O}_2(\text{g})$; ③ : électrons; ④ : $\text{H}_2\text{O}(\ell) + \text{H}_2(\text{g})$; ⑤ : air appauvri; ⑥ : O^{2-} ; ⑦ : cathode; ⑧ : anode.

10. L'équation de l'électrolyse de l'eau est $2\text{H}_2\text{O}(\ell) \rightleftharpoons 2\text{H}_2(\text{g}) + \text{O}_2(\text{g})$

11. L'équation bilan de l'électrolyse du CO_2 de l'atmosphère martienne est $\overline{2\text{CO}_2(\text{g}) \rightleftharpoons 2\text{CO}(\text{g}) + \text{O}_2(\text{g})}$.
12. D'après l'équation de la réaction d'électrolyse de CO_2 obtenue à la question précédente, la quantité $n_{\text{O}_2,f}$ de O_2 formée est liée à la quantité $n_{\text{CO}_2,c}$ consommée par $n_{\text{CO}_2,c} = 2n_{\text{O}_2,f}$. Les masses $m_{\text{CO}_2,c}$ et $m_{\text{O}_2,f}$ sont donc reliées par $\frac{m_{\text{CO}_2,c}}{M_{\text{CO}_2}} = 2\frac{m_{\text{O}_2,f}}{M_{\text{O}_2}}$ et donc la masse de CO_2 consommée pour produire 1 g de O_2 est

$$m_{\text{CO}_2,c} = 2\frac{M_{\text{CO}_2}}{M_{\text{O}_2}}m_{\text{O}_2,f} = 2,8 \text{ g} \quad (5)$$

13. D'après l'énoncé, MOXIE a produit 5,4 g de O_2 en $\Delta t = 1 \text{ h}$. La quantité d'électrons ayant circulé dans l'électrolyseur est $n_{e^-} = 4n_{\text{O}_2}$ (d'après la figure 2). Donc l'intensité du courant qui a circulé est

$$I = \frac{Q}{\Delta t} = \frac{\mathcal{F}n_{e^-}}{\Delta t} = 4\mathcal{F}\frac{m_{\text{O}_2}}{M_{\text{O}_2}}\frac{1}{\Delta t} = 18 \text{ A} \quad (6)$$

Exercice 2 : LE SYSTÈME GPS (D'APRÈS E3A PC 2020)

1. La force de gravitation est $\overline{\vec{F}} = -G\frac{mM_T}{r^2}\vec{u}_r$
2. On sait que la force de gravitation est conservative, donc l'énergie mécanique est conservée. Pour montrer que la trajectoire est plane, il suffit de montrer que le moment cinétique $\vec{L}_O(M)$ du satellite par rapport au point O est constant. Le moment de la force \vec{F} par rapport à O est $\mathcal{M}_O(\vec{F}) = \overrightarrow{OM} \wedge \vec{F} = r\vec{u}_r \wedge F(r)\vec{u}_r = 0$. Et le théorème du moment cinétique appliqué à M dans le référentiel héliocentrique supposé galiléen donne $\frac{d\vec{L}_O(M)}{dt} = \mathcal{M}_O(\vec{F}) = 0$. Donc $\vec{L}_O(M)$ est constant, et comme le mouvement a lieu dans un plan perpendiculaire à ce vecteur, on en conclut que le mouvement est plan.
3. L'énergie mécanique du satellite est $E_m = E_c + E_p$ où E_p est son énergie potentielle et E_c son énergie cinétique. On a $E_c = \frac{1}{2}mv^2$.
- La vitesse v du satellite s'exprime en coordonnées polaires comme $\vec{v} = \dot{r}\vec{u}_r + r\dot{\theta}\vec{u}_\theta$, ce qui donne $v^2 = \dot{r}^2 + (r\dot{\theta})^2$. La constante des aires est $C = r^2\dot{\theta}$, on a donc finalement

$$E_c = \frac{1}{2}m\dot{r}^2 + \frac{1}{2}m\frac{C^2}{r^2} \quad (1)$$

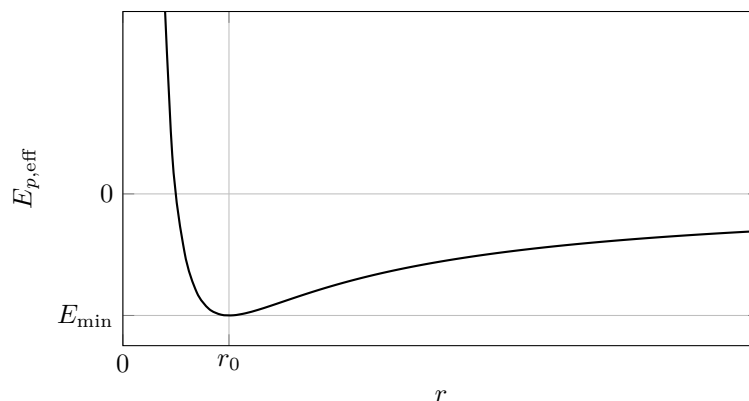
— L'énergie potentielle du satellite est

$$E_p = -G\frac{mM_T}{r} \quad (2)$$

Finalement, l'énergie mécanique du satellite s'écrit

$$E_m = \frac{1}{2}m\dot{r}^2 - \frac{GmM_T}{r} + \frac{1}{2}m\frac{C^2}{r^2} \quad \text{on a donc} \quad A = GmM_T \quad \text{et} \quad B = \frac{mC^2}{2} \quad (3)$$

4. La fonction $E_{p,\text{eff}}(r)$ est l'énergie potentielle effective. Elle a l'allure suivante :



Pour trouver r_0 , on dérive $E_{p,\text{eff}}(r)$ par rapport à r et on détermine l'expression de r pour que la dérivée s'annule. $\frac{dE_{p,\text{eff}}}{dr} = \frac{A}{r^2} - 2\frac{B}{r^3} = \frac{Ar-2B}{r^3}$. La dérivée s'annule pour $r = r_0 = \frac{2B}{A}$. r_0 est le rayon de l'orbite circulaire pour cette énergie mécanique. Pour un satellite NAVSTAR, on a $r_0 \approx 2,64 \times 10^4 \text{ km}$ (altitude + rayon terrestre)

5. On détermine la période T de révolution du satellite avec la troisième loi de Kepler $\frac{T^2}{r_0^3} = \frac{4\pi^2}{GM_T}$ donc

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 r_0^3}{GM_T}} \approx 42\,620 \text{ s} \approx 11 \text{ h } 50 \text{ min } 20 \text{ s} \quad (4)$$

Le satellite fait donc environ deux fois le tour de la Terre en un jour sidéral.

6. L'énergie mécanique du satellite sur son orbite basse à l'altitude h_1 est $E_{m,1} = -\frac{GmM_T}{2(h_1+R_T)} \approx -2,03 \times 10^{10} \text{ J}$
7. La valeur optimale de λ est la valeur pour laquelle l'énergie mécanique au sol est maximale, c'est-à-dire pour $\lambda = 0$. Dans ces conditions, on a $E_{m,0} = \alpha - \beta \approx -5,00 \times 10^{10} \text{ J}$. On a donc $E_{m,1} - E_{m,0} \approx 2,98 \times 10^{10} \text{ J}$, c'est l'énergie à fournir pour placer le satellite sur son orbite basse.
8. Le grand axe $2a$ de l'orbite de transfert est $2a = R_1 + R_2$. Donc l'énergie mécanique sur l'orbite de transfert est $E_{m,12} = -G\frac{mM_T}{2a} = -G\frac{mM_T}{R_1+R_2} \approx -9,31 \times 10^9 \text{ J}$
9. L'énergie potentielle du satellite ne varie pas pendant la durée d'allumage des fusées, donc la variation d'énergie mécanique est égale à la variation d'énergie cinétique. On a donc

$$E_{m,12} - E_{m,1} = \frac{1}{2}m(V_1^2 - V_0^2) \quad \text{donc} \quad V_1 = \sqrt{V_0^2 + \frac{2}{m}(E_{m,12} - E_{m,1})} \quad (5)$$

Or, la vitesse V_0 du satellite sur l'orbite circulaire de rayon R_1 est $V_0 = \sqrt{\frac{GM_T}{R_1}}$. Et on trouve finalement

$$\Delta V_1 = V_1 - V_0 = \sqrt{V_0^2 + \frac{2}{m}(E_{m,12} - E_{m,1})} - V_0 \approx 1,72 \times 10^3 \text{ m s}^{-1} \quad (6)$$

10. La durée Δt du transfert est la moitié de la période de révolution T_{12} sur l'orbite de transfert. On calcule T_{12} avec la troisième loi de Kepler : $T_{12} = \sqrt{\frac{4\pi^2}{GM_T} a^3}$. Donc

$$\Delta t = \frac{T_{12}}{2} = \sqrt{\frac{\pi^2}{GM_T} a^3} \approx 1,11 \times 10^4 \text{ s} \quad (7)$$

11. On commence par calculer la vitesse V'_1 du satellite à l'apogée de l'orbite de transfert (allumage des fusées) en utilisant la conservation du moment cinétique : $V'_1 R_2 = V_1 R_1$ donc $V'_1 = V_1 \frac{R_1}{R_2}$. Ensuite on détermine la vitesse V_2 sur l'orbite circulaire de rayon R_2 et on détermine ΔV_2 .

$$\Delta V_2 = V_2 - V'_1 = \sqrt{\frac{GM_T}{R_2}} - V'_1 \approx 1,25 \times 10^3 \text{ m s}^{-1} \quad (8)$$

Cette vitesse supplémentaire doit être donnée dans la direction du mouvement. 3×10^3 unité

12. Un satellite géostationnaire est un satellite qui reste en permanence à la verticale d'un point fixe à la surface de la Terre.
13. La période de révolution d'un satellite géostationnaire doit être la même que celle d'un jour sidéral et il doit se trouver sur une orbite circulaire. Il doit également se trouver à la verticale de l'équateur, donc il ne peut pas être à la verticale d'une ville de France métropolitaine.
14. On connaît la période de révolution du satellite géostationnaire, on utilise la troisième loi de Kepler pour déterminer le rayon de sa trajectoire : $r_g = \left(\frac{T_0^2 GM_T}{4\pi^2}\right)^{1/3} = 4,22 \times 10^7 \text{ m}$. Ce qui donne une altitude de $h_g = r_g - R_T = 3,58 \times 10^7 \text{ m}$.

15. Il n'est pas envisageable d'utiliser des satellites géostationnaires pour le système GPS car ils suivraient tous la même trajectoire à la verticale de l'équateur. Les points de latitude élevée ne seraient pas couverts et un récepteur n'aurait aucun moyen de déterminer s'il se trouve dans l'hémisphère nord ou dans l'hémisphère sud.

Exercice 3 : PHYSIQUE DANS LA SALLE DE BAIN (D'APRÈS CENTRALE PSI 2019)

- Lorsque le mitigeur est ouvert à fond, on peut imaginer qu'il remplit un verre d'eau de 200 ml (soit 200 g d'eau) en 1 s, ce qui donne un débit massique de $2,0 \times 10^2 \text{ g s}^{-1}$. (On pourrait éventuellement accepter $2,0 \times 10^1 \text{ g s}^{-1}$ pour un robinet très peu ouvert. Les deux autres réponses ne sont pas raisonnables.
- Par conservation de la masse d'eau qui entre dans le mitigeur, on a forcément $\underline{D_s = D_C + D_F}$.
- Avec un débit de 200 ml s^{-1} , vu que le volume interne du mitigeur semble inférieur à 100 ml, l'eau passe un temps $T_m < 0,5 \text{ s}$ dans le mitigeur, ce qui ne laisse pas le temps pour un transfert thermique notable.
- On considère un système constitué d'une masse m_C d'eau chaude et une masse m_F d'eau froide qui entrent dans le mitigeur pendant un temps Δt . En sortie du mitigeur, ce système est constitué d'une masse m_S d'eau tiède à la température T_S . Comme l'évolution dans le mitigeur est adiabatique et monobare, l'enthalpie du système est constante et on trouve que $m_S h_S = m_C h_C + m_F h_F$. En divisant par le temps Δt , on obtient la relation demandée $\underline{D_S h_S = D_C h_C + D_F h_F}$.
- On a $h_F = c_e T_F$, $h_C = c_e T_C$, et $h_S = c_e T_S$. Avec la relation précédente, et en utilisant le résultat de la question 2, on obtient finalement

$$T_S = \frac{D_C T_C + D_F T_F}{D_C + D_F} \quad (1)$$

- On reprend l'équation 1 et on note $x = \frac{D_C}{D_C + D_F}$. La grandeur x est déterminée par la position de la manette du mitigeur. On a alors $T_S = x T_C + (1 - x) T_F = T_F + x(T_C - T_F)$. On peut calculer la valeur x_0 de x lorsque le mitigeur est réglé, on trouve

$$x_0 = \frac{T_S - T_F}{T_C - T_F} = 0,75 \quad (2)$$

Puis on utilise cette valeur de x pour déterminer la température de sortie le matin : $\underline{T_S = T_F + x_0(T_C - T_F) = 57^\circ \text{C}}$. Il y a éventuellement un risque de brûlure pour un enfant, mais en réalité l'eau des tuyaux est froide le matin, et l'utilisateur aura largement le temps de sentir la température de l'eau monter avant d'être brûlé au troisième degré.

- On voit sur le schéma que lorsque la température de l'eau chaude augmente, la cire se dilate et la voie 1 aura tendance à être bouchée. On en conclut que l'eau chaude arrive par la voie 1.
- L'humidité absolue est donnée par

$$x = \frac{m_v}{m_{as}} = \frac{M_e n_v}{M_{as} n_{as}} = d \frac{p_v V / RT}{p_{as} V / RT} = d \frac{p_v}{p_{as}} = d \frac{p_v}{p - p_v} \quad (3)$$

On a utilisé le fait que l'air humide est un mélange de gaz parfaits.

- L'humidité absolue est maximale lorsque l'humidité relative est de 100 %, c'est à dire lorsque la pression partielle de vapeur d'eau p_v est égale à la pression de vapeur saturante p_{sat} . On utilise donc la figure 3 pour déterminer que $p_{\text{sat}}(20^\circ \text{C}) \approx 2350 \text{ Pa}$ et on détermine l'humidité absolue avec le résultat de la question précédente :

$$x = d \frac{p_{\text{sat}}(20^\circ \text{C})}{p - p_{\text{sat}}(20^\circ \text{C})} = 1,47 \% \quad (4)$$

- La masse totale de vapeur d'eau présente dans la pièce le matin est égale à la masse m_1 de vapeur d'eau présente le soir (température $T_1 = 18^\circ \text{C}$) plus la masse m_2 de vapeur d'eau dégagée par la personne au cours de la nuit ($T_N = 10 \text{ h}$). On a

$$\begin{aligned} \text{— } m_1 &= \frac{H R p_{\text{sat}}(T_1) V}{R T_1} M_e = 307 \text{ g} \\ \text{— } m_2 &= 10 \text{ h} \times 30 \text{ g h}^{-1} = 300 \text{ g} \end{aligned}$$

Donc la masse totale de vapeur d'eau dans l'air au matin est $m \approx 600 \text{ g}$, ce qui correspond à une pression partielle de vapeur d'eau de $p_v \approx 2002 \text{ Pa} > p_{\text{sat}}(16^\circ \text{C})$. Il y aura donc condensation de la vapeur d'eau.

11. La pression partielle de la vapeur d'eau dans l'air qui est entré dans la pièce est $p_{\text{sat}}(T_a)$. L'humidité relative une fois que l'air est revenu à la température T_i est $HR = \frac{p_{\text{sat}}(T_a)}{p_{\text{sat}}(T_i)} = 53\%$. Il n'y aura donc pas de condensation de la vapeur d'eau.
12. Un bilan de masse d'eau indique que la masse d'eau évaporée du tissu pendant le temps Δt est égale à la masse d'eau m_{vs} d'eau présente dans le système \mathcal{S} à $t + \Delta t$ moins la masse m_{ve} d'eau présente à t . On a alors :

$$m_{\text{ev}} = m_{\text{vs}} - m_{\text{ve}} = mx_{\text{sat}}(T_h) - mx_1 = m(x_{\text{sat}}(T_h) - x_1) \quad (5)$$

En divisant par Δt , et en notant que $D_{m,\text{as}} = m/\Delta t$, on obtient $\dot{m}_{\text{ev}} = D_{m,\text{as}}(x_{\text{sat}}(T_h) - x_1)$

13. Le système (\mathcal{S}_f) évolue de façon adiabatique à pression extérieure constante, son enthalpie est donc constante. On note $H_i = H(t)$ l'enthalpie du système avant le passage par le tissu mouillé, et $H_f = H(t + \Delta t)$ son enthalpie après le passage par le tissu mouillé. On a

$$\begin{aligned} - H_i &= \underbrace{mc_{p,\text{as}}T_1}_{\text{air sec}} + \underbrace{x_1 mc_{p,\text{v}}T_1}_{\text{vapeur d'eau}} + \underbrace{m_e c_e T_h}_{\text{tissu mouillé}} \\ - H_f &= \underbrace{mc_{p,\text{as}}T_h}_{\text{air sec}} + \underbrace{x_1 mc_{p,\text{v}}T_h}_{\text{vapeur d'eau initiale}} + \underbrace{m_e c_e T_h + m_{\text{ev}} L_v(T_h)}_{\text{tissu mouillé+évaporation}} \end{aligned}$$

On utilise $H_i = H_f$ et on divise l'égalité par Δt . En utilisant l'expression de $\dot{m}_{\text{ev}} = m_{\text{ev}}/\Delta t$ trouvée à la question précédente, on obtient finalement

$$x_1 = \frac{c_{p,\text{as}}(T_h - T_1) + x_{\text{sat}}(T_h)L_v(T_h)}{c_{p,\text{v}}(T_1 - T_h) + L_v(T_h)} \quad (6)$$

14. On estime que $T_1 - T_h < 20\text{ K}$, donc $c_{p,\text{v}}(T_1 - T_h) < 40\text{ kJ g}^{-1}$. On estime aussi que $T_h > 273\text{ K}$ et donc $L_v(T_h) > 2503\text{ kJ K}^{-1}$. Le premier terme est donc négligeable devant le second et on peut simplifier l'écriture de x_1 :

$$x_1 = x_{\text{sat}}(T_h) - \underbrace{\frac{c_{p,\text{as}}}{L_v(T_h)}}_A (T_1 - T_h) \quad (7)$$

15. On utilise la formule fournie, on trouve $HR = 59\%$
16. Oui, le diagramme confirme cette valeur car on trouve par lecture graphique $HR \approx 60\%$.

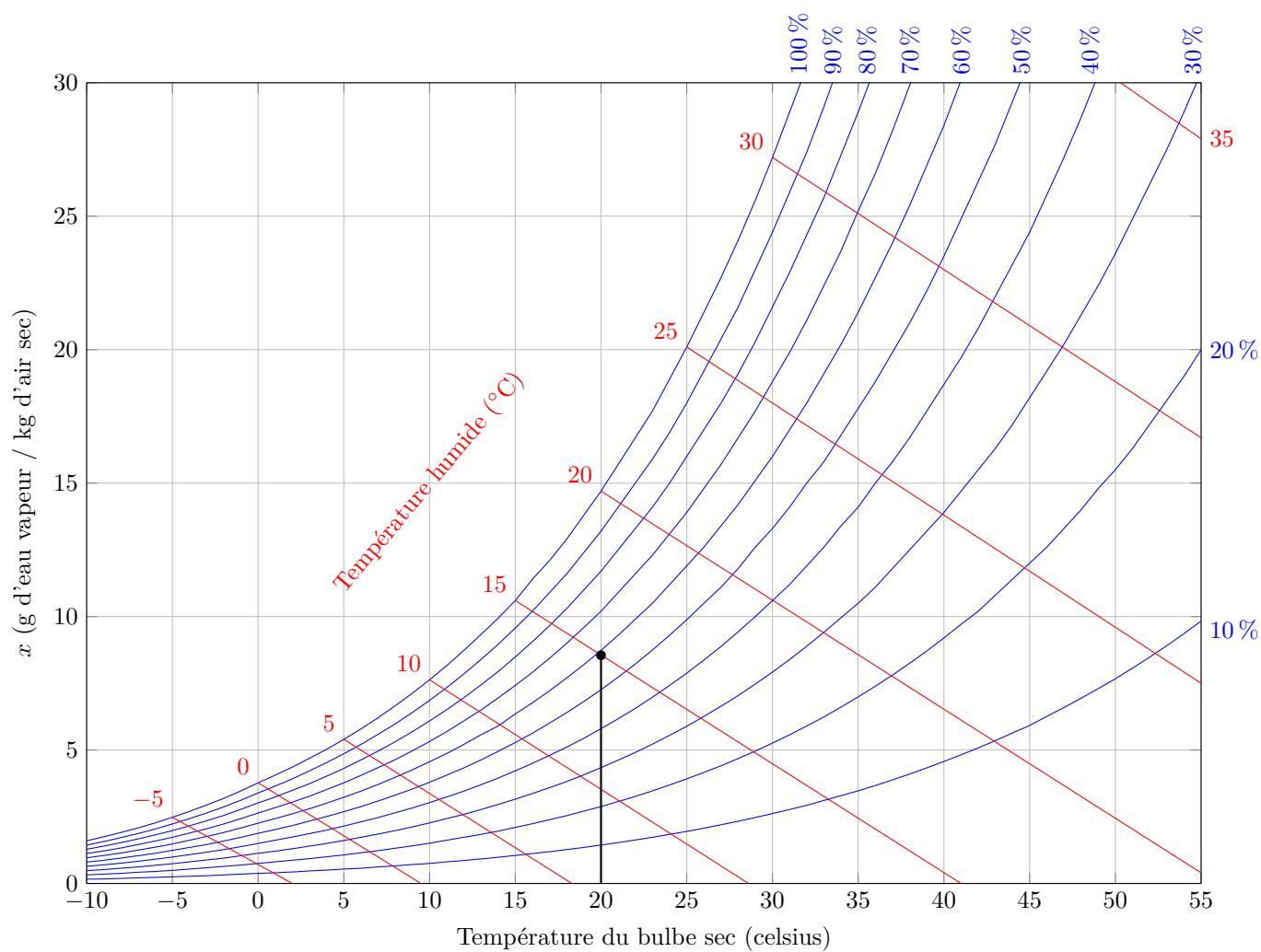


FIGURE 1 – Diagramme psychrométrique