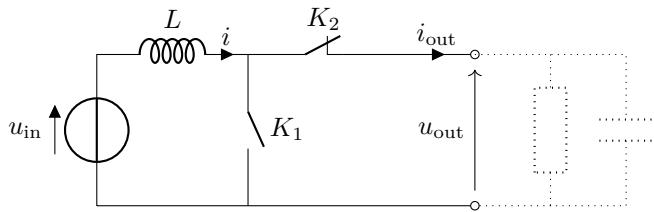


DM3 : Régimes transitoires

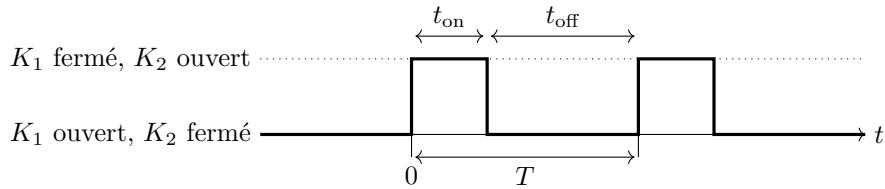
Vous devez rendre une copie par groupe de 3 (ou 2, mais je préfère 3). Attention, tous les membres du groupe doivent avoir fait tout le DM ! Il ne s'agit pas de partager le travail.

Exercice 1 : CONVERTISSEUR BOOST

On se propose d'étudier le circuit suivant qui représente un convertisseur de type *boost* dont le but est de convertir une tension continue u_{in} en une autre tension continue $u_{\text{out}} > u_{\text{in}}$. Ce type de circuit est notamment utilisé pour générer des tensions élevées dans les appareils fonctionnant sur batterie.



Les interrupteurs K_1 et K_2 sont commandés électriquement, ils s'ouvrent et se ferment de manière cyclique. Lorsque K_1 est ouvert, K_2 est fermé et lorsque K_1 est fermé, K_2 est ouvert. K_1 est fermé pendant un temps noté t_{on} et est ouvert pendant un temps noté t_{off} . La période $t_{\text{on}} + t_{\text{off}}$ du cycle complet est notée T .



Le rapport $r = \frac{t_{\text{on}}}{T}$ est appelé le *rapport cyclique* du signal de commande de l'interrupteur.

On considère que le circuit fonctionne en régime permanent, c'est à dire que la tension de sortie u_{out} est **constante** au cours du temps, l'intensité i évolue de façon périodique.

1. Lors de la phase où K_1 est fermé, exprimer le taux de variation $\frac{di}{dt}$ en fonction de u_{in} et L .
2. En déduire l'expression de $i(t)$, on notera i_{min} l'intensité au moment où l'interrupteur K_1 se ferme. Montrer qu'au moment où K_1 s'ouvre l'intensité vaut :

$$i_{\text{max}} = i_{\text{min}} + \frac{u_{\text{in}} t_{\text{on}}}{L}$$

3. Lorsque l'interrupteur K_1 est ouvert, déterminer $\frac{di}{dt}$ en fonction de u_{in} , u_{out} et L .
4. En déduire l'expression de $i(t)$ lors de cette phase, c'est à dire pour $t \in [t_{\text{on}}, t_{\text{on}} + t_{\text{off}}]$.
5. Justifier que $i(t_{\text{on}} + t_{\text{off}}) = i(0) = i_{\text{min}}$. Tracer l'évolution temporelle de $i(t)$.
6. En déduire l'expression de u_{out} en fonction de u_{in} et r . On vérifiera que l'on a bien $u_{\text{out}} > u_{\text{in}}$
7. Montrer que lors de la phase où l'interrupteur K_1 est fermé on peut écrire :

$$i(t) = i_{\text{min}} + \frac{\Delta i}{t_{\text{on}}} t$$

et pendant la phase où l'interrupteur K_1 est ouvert :

$$i(t) = i_{\text{min}} + \frac{\Delta i(T - t)}{t_{\text{off}}}$$

avec $\Delta i = i_{\text{max}} - i_{\text{min}}$

8. Déterminer les expressions de l'énergie E_{on} fournie par le générateur pendant la phase où K_1 est fermé et de l'énergie E_{off} fournie par le générateur pendant la phase où K_1 est ouvert, en fonction de u_{in} , i_{min} , t_{on} , t_{off} et Δi .

Exprimer l'énergie totale fournie par le générateur sur un cycle complet.

9. Déterminer de même l'énergie E_{out} consommée par le circuit alimenté par le convertisseur pendant un cycle complet, en déduire la valeur du rendement de ce convertisseur. Commenter.

Exercice 2 : DÉCHARGE D'UN CONDENSATEUR DANS UN CIRCUIT RC PARALLÈLE

On considère le circuit représenté sur la figure 1. Pour les applications numériques, on prendra $E = 15,0 \text{ V}$, $r = 10 \Omega$, $R_2 = R_3 = R = 10 \text{ k}\Omega$, $C_1 = 30 \text{ nF}$.

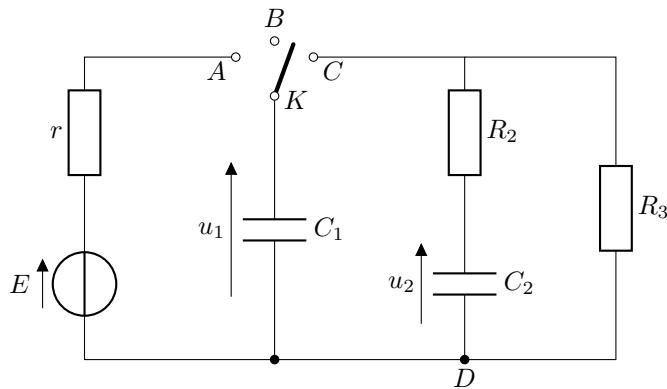


FIGURE 1 – Schéma du circuit étudié

Au départ, l'interrupteur est en position B depuis longtemps et tous les condensateurs sont déchargés. À l'instant $t = 0$, on le place dans la position A .

1. Déterminer l'équation différentielle vérifiée par la tension u_1 pour $t > 0$.
2. Résoudre cette équation ; on exprimera $u_1(t)$ en fonction de E , r et C_1 .
3. Tracer sans justification l'allure de $u_1(t)$. On fera en particulier figurer sur ce graphique les éventuelles asymptotes, ainsi que la tangente à l'origine (leurs équations ne sont pas demandées).
4. Déterminer la durée t_1 au bout de laquelle on peut considérer que le condensateur est chargé (il a alors atteint 99,9 % de sa charge maximale).
5. On laisse l'interrupteur en position A pendant $t_2 = 1,0 \text{ ms}$. Déduire des questions précédentes la valeur de $u_1(t_2)$.

Lorsque $t = t_2$, on bascule l'interrupteur en position C . Pour toutes les questions qui suivent, on effectuera un décalage de l'origine des temps : on posera $t' = t - t_2$ et, afin d'alléger l'écriture, on écrira t au lieu de t' .

6. Déterminer l'équation différentielle vérifiée par u_2 pour $t > 0$. On vérifiera qu'on peut la mettre sous la forme :

$$\frac{d^2 u_2}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q} \frac{du_2}{dt} + \omega_0^2 u_2 = \omega_0^2 U, \quad (1)$$

et on indiquera les expressions de Q , ω_0 et U en fonction de C_1 , C_2 et R .

7. Montrer que, quelles que soient les valeurs des composants, on n'obtiendra jamais d'oscillations.

Dans la suite du problème, on posera $C_1 = 3C$, $C_2 = 2C$ et $\tau = 6RC$.

8. Déterminer les valeurs de C et de τ .
9. Résoudre l'équation différentielle vérifiée par u_2 ; on exprimera $u_2(t)$ en fonction de E et τ .
10. En déduire l'expression de $u_1(t)$ en fonction de E et τ .
11. Faire l'étude des variations des fonctions u_1 et u_2 , et tracer l'allure des graphes des deux fonctions sur une même figure (ne pas effectuer les applications numériques).
12. En exploitant la loi des noeuds au point D , établir un bilan de puissance, et expliquer ce qu'il advient de l'énergie initialement emmagasinée dans le condensateur de capacité C_1 .
13. En déduire à quel composant parmi les condensateurs de capacités C_1 et C_2 , ainsi que le résistor de résistance R_3 , correspond chacune des courbes représentées sur la figure 2.
14. Quel commentaire peut-on faire quant au comportement énergétique du condensateur de capacité C_2 ?

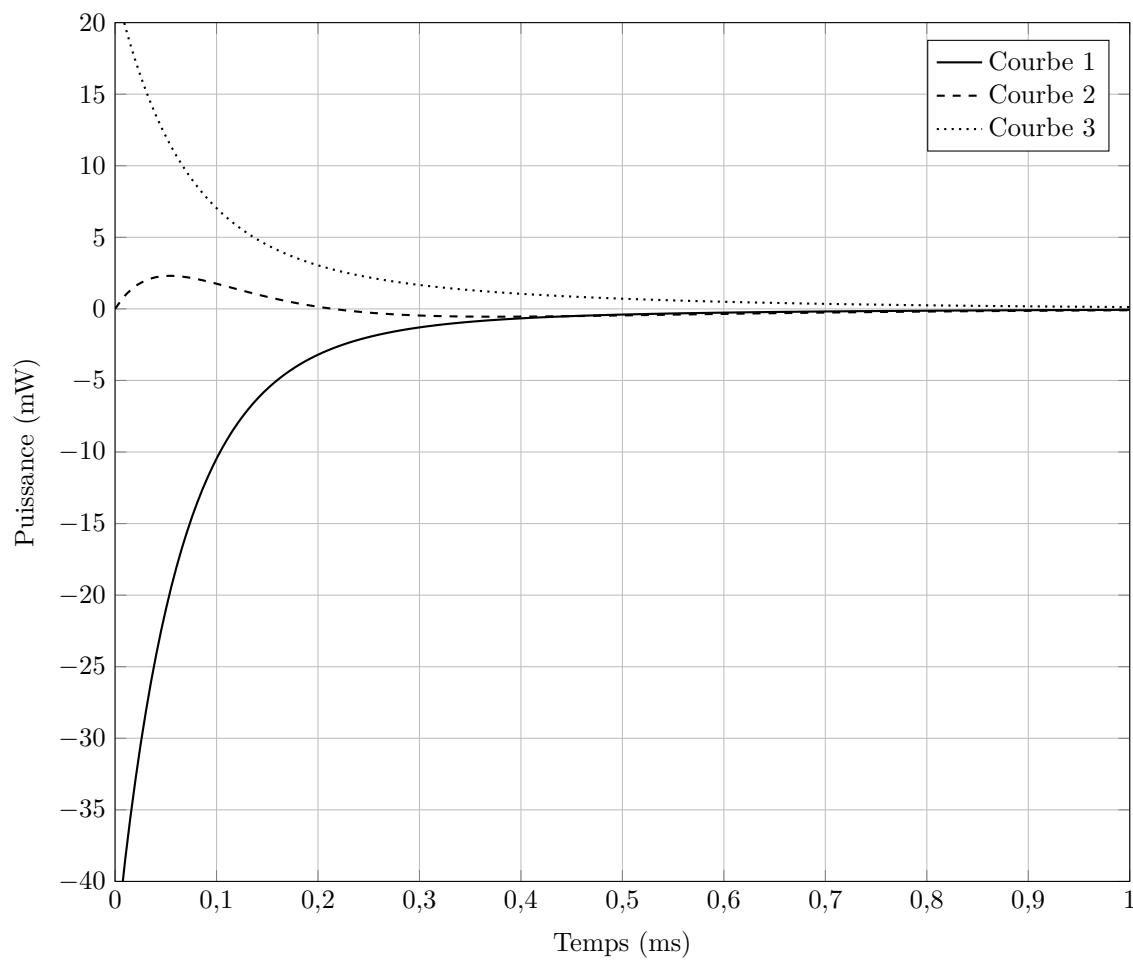


FIGURE 2 – Puissance consommée en fonction du temps par les deux condensateurs et la résistance R_3