Oscillateurs et cinétique chimique

Jeudi 25 novembre 2021 - Durée 3h

- **La calculatrice est <u>autorisée</u>.**
- **Il sera tenu le plus grand compte du soin, de la présentation, et de la rédaction.**
- **Chaque réponse doit être justifiée.**
- **Par ailleurs, même lorsque ce n'est pas explicitement demandé, toute application numérique doit être précédée d'une expression littérale <u>en fonction des données de l'énoncé</u>.**

I. Différentes utilisations de condensateurs

On considère le circuit de la figure à gauche ci-dessous, constitué d'un générateur réel, modélisé par un générateur idéal de f.é.m E en série avec un résistor de résistance R, branché à une bobine réelle, modélisée par une bobine idéale d'inductance L en série avec un résistor de résistance r. L'interrupteur K permet de relier, lorsqu'il est fermé, un condensateur de capacité C en parallèle avec la bobine réelle et le générateur réel.

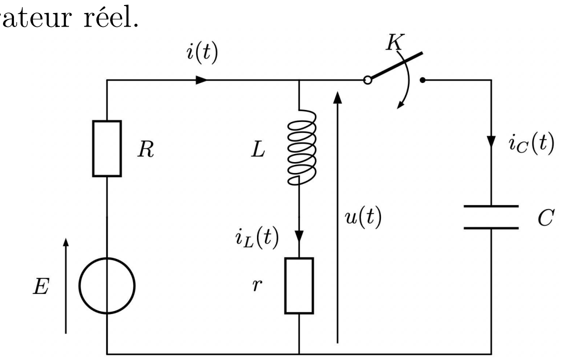


Figure 1 - Circuit complet

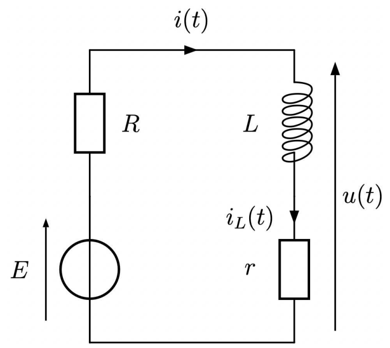


Figure 2 - Circuit simplifié pour la première partie

I.1 Établissement du courant dans le circuit RL

Dans un premier temps, l'interrupteur K est ouvert et le générateur est éteint depuis longtemps. La branche contenant le condensateur ne participe donc pas et on peut utiliser le circuit de la figure 2. On considère que la tension aux bornes du générateur idéal est nulle lorsqu'il est éteint. À $t = 0$, on allume le générateur et la f.é.m prend instantanément la valeur E.

1. Équations d'évolution et mesures expérimentales.

   a) Donner l'équation d'évolution d'une bobine idéale (avec un schéma pour définir vos notations).

   b) Quelle est l'équation d'évolution pour la bobine réelle avec les notations du problème (lien entre i_{L}, u_r et L) ?

   c) Représenter sur un schéma les branchements de l'oscilloscope (CH1 et masse) permettant de mesurer $u(t)$.

2. Valeurs limites.

   a) Déterminer, en justifiant précisément, les expressions de $i_{\mathrm{L}}(t < 0)$ et $u(t < 0)$.

   b) Déterminer, en justifiant précisément, les expressions de $i_{\mathrm{L}}(t = 0^+)$ et $u(t = 0^+)$.

   c) Déterminer, en justifiant précisément, les expressions de $i_{\mathrm{L}}(t \to \infty)$ et $u(t \to \infty)$.

3. Équation différentielle.
   a) Établir, $\forall t > 0$, l'équation différentielle qui régit l'évolution temporelle de $i_\mathrm{L}(t)$. Mettre cette équation différentielle sous forme canonique en faisant apparaitre un temps caractéristique que l'on notera τ.
   b) Vérifier explicitement, sans utiliser l'équation différentielle, que $[\tau] = \mathrm{T}$.
   c) Résoudre l'équation différentielle en tenant compte des conditions initiales.
   d) Tracer l'allure de la courbe $i_\mathrm{L}(t)$.

I.2 Réponse du circuit au branchement d'un condensateur

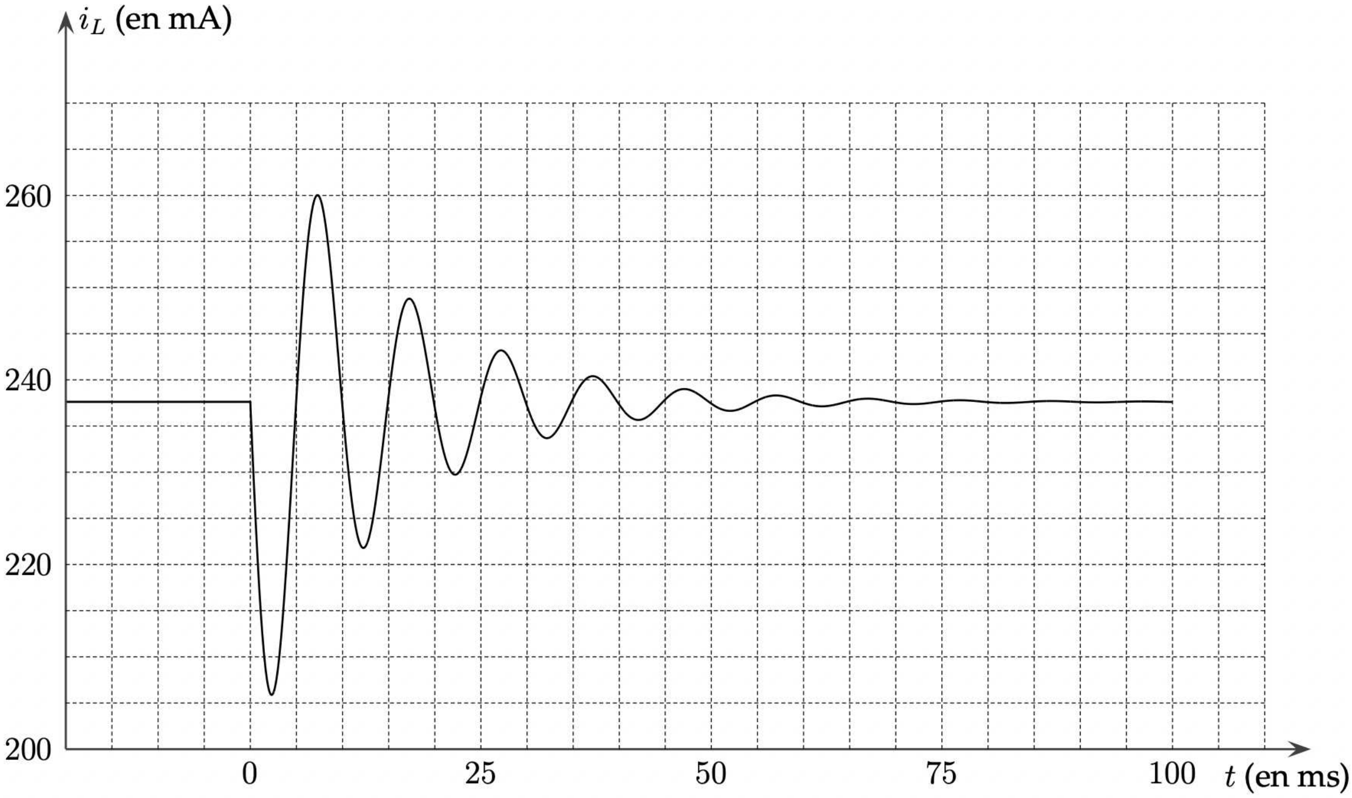
Dans cette partie, on étudie l'évolution du circuit lors du branchement du condensateur en parallèle de la bobine. Pour simplifier les expressions, on place la nouvelle origine des temps au moment où l'on ferme l'interrupteur K et on considère que le générateur était allumé depuis longtemps.

Le condensateur est initialement déchargé.

4. Déterminer (en justifiant précisément) les valeurs des grandeurs $u(t)$, $i(t)$, $i_\mathrm{L}(t)$ et $i_\mathrm{C}(t)$, définies sur le schéma :
   a) juste avant la fermeture de l'interrupteur,
   b) puis juste après la fermeture de l'interrupteur [1],
   c) et enfin au bout d'un temps suffisamment long.
5. a) Déterminer l'équation différentielle du second ordre vérifiée par $i_\mathrm{L}(t)$ et proposer la forme canonique associée en utilisant ω_0 et Q.
   b) Exprimer alors en fonction de r, R, L et C la pulsation propre ω_0 et le facteur de qualité Q de ce circuit.
6. Analyse dimensionelle.
   a) En utilisant la forme canonique de l'équation différentielle, déterminer les dimensions de Q et ω_0.
   b) Vérifier alors que les expressions de Q et ω_0 en fonction de r, R, L et C sont bien homogènes.
7. On s'intéresse maintenant au régime pseudo-périodique. Déterminer la pseudo-pulsation ω en fonction de ω_0 et Q.
8. Déterminer alors littéralement l'expression la plus « légère » possible de $i_\mathrm{L}(t)$.

1. Attention ! Le raisonnement de type « courant feignant » n'est pas applicable ici car la branche milieu contient une résistance et une bobine idéale.

9. On donne ci-après la courbe de $i_{\mathrm{L}}(t)$:



a) Sachant que $r = 0,5\ \Omega$ et $\mathrm{R} = 50\ \Omega$, déterminer la valeur de la f.é.m du générateur.

b) Mesurer la pseudo-période T en expliquant la méthode et en déduire la valeur de ω.

c) Facteur de qualité.

i. On définit δ le décrément logarithmique avec n un entier strictement positif :

$$\delta = \frac{1}{n} \ln \left(\frac{i_{\mathrm{L}}(t) - i_{\mathrm{L}}(\infty)}{i_{\mathrm{L}}(t + n\mathrm{T}) - i_{\mathrm{L}}(\infty)} \right)$$

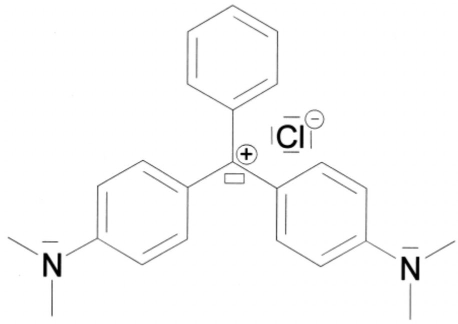
Montrer que $\delta \simeq \dfrac{\pi}{\mathrm{Q}}$ pour Q assez grand.

ii. En choisissant une valeur pour n, mesurer δ à partir de la courbe et en déduire Q.

iii. Vérifier que la valeur obtenue est cohérente avec le graphique.

II. Suivi cinétique de la décoloration du vert malachite en milieu basique

Le vert malachite ($M^+ + Cl^-$) représenté ci-contre - ou vert d'aniline - a été utilisé pour traiter les infections fongiques et bactériennes dans le poisson et les œufs de poisson, avant qu'il soit interdit en raison de sa toxicité. En milieu basique, les ions hydroxyde HO^- peuvent se fixer sur le carbocation M^+, entraînant la décoloration de la solution suivant une réaction supposée totale :



$$M^+ + HO^- \rightarrow MOH$$

Soit une cuve, remplie d'une solution contenant un unique soluté X absorbant la lumière, placée dans un spectrophotomètre. La loi de Beer-Lambert s'écrit, à une longueur d'onde λ donnée :

$$A = \varepsilon \, \ell \, [X]$$

- A désigne l'absorbance de la cuve, grandeur sans unité ;
- ℓ est la longueur optique de cette cuve, usuellement en cm ;
- [X] est la concentration, usuellement en $mol.L^{-1}$ du soluté X dans la solution, ici le vert malachite ;
- ε est le coefficient d'absorption molaire du soluté X à la longueur d'onde considérée. Son unité, compatible avec les unités précédentes, est le $L.mol^{-1}.cm^{-1}$.

On prépare initialement un mélange de volume supposé constant, en introduisant :

- $V_1 = 20,0$ mL d'une solution de vert malachite de concentration $C_1 = 7,50.10^{-5}$ $mol.L^{-1}$;
- $V = 75,0$ mL d'eau ;
- puis $V_2 = 5,0$ mL d'une solution d'hydroxyde de sodium ($Na^+ + HO^-$) à $C_2 = 1,00.10^{-1}$ $mol.L^{-1}$. On déclenche simultanément le chronomètre.

On mesure l'évolution temporelle de l'absorbance à $\lambda = 620$ nm. On considèrera dans la suite que seul le vert malachite absorbe de façon notable en solution. On suppose que la réaction admet un ordre α par rapport à l'ion hydroxyde HO^- et un ordre β par rapport à l'ion MB. α et β sont pris entiers. On admet par ailleurs que la vitesse volumique de réaction ne dépend pas d'autres concentrations que celles de ces deux réactifs.

1. Proposer une expression de la loi de vitesse, en notant k la constante de vitesse.
2. Déterminer les concentrations initiales après dilution en vert malachite et en ions hydroxyde, notées respectivement c_1 et c_2.
3. En déduire une expression simplifiée de la loi de vitesse, en notant k_{app} la constante de vitesse apparente.

L'absorbance a été mesurée au cours du temps. Les résultats sont regroupés dans le tableau ci-dessous.

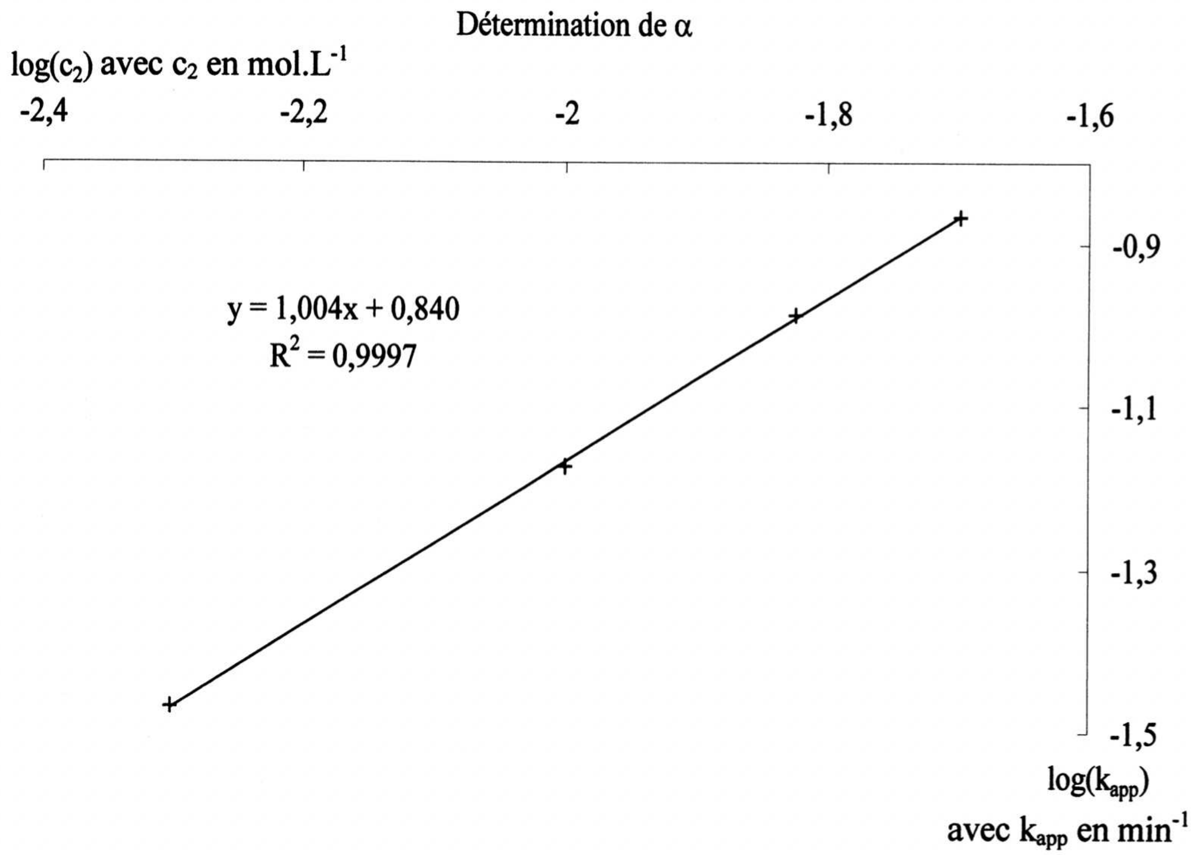
t (min)	0	2	4	6	8	10	12	14	16
A	0,858	0,801	0,749	0,698	0,652	0,612	0,571	0,532	0,498

4. En explicitant votre démarche, exploiter ce tableau de résultats afin de vérifier que $\beta = 1$ et trouver la valeur de k_{app}. *Une feuille de papier millimétré est jointe à la fin de ce sujet.*

De nouvelles expériences sont réalisées, en faisant varier la concentration C_2 en ions hydroxyde. Les résultats obtenus sont tabulés ci-dessous.

C_2 (mol.L^{-1})	$2,00.10^{-1}$	$3,00.10^{-1}$	$4,00.10^{-1}$
c_2 (mol.L^{-1})	$1,00.10^{-2}$	$1,50.10^{-2}$	$2,00.10^{-2}$
k_{app} (min^{-1})	$6,70.10^{-2}$	$10,3.10^{-2}$	$13,6.10^{-2}$

5. Montrer que la courbe ci-dessous permet de trouver les valeurs α et de k. Indiquer les résultats obtenus en précisant les unités.



Nom :

À RENDRE AVEC VOTRE COPIE