# DM1 : Optique géométrique

*Vous devez rendre une copie par groupe de 3 (ou 2, mais je préfère 3). Attention, tous les membres du groupe doivent avoir fait tout le DM ! Il ne s'agit pas de partager le travail.*

## **Exercice 1** : Bombe atomique

Trinity est le nom de code du premier essai nucléaire de l'histoire. L'explosion eut lieu le 16 juillet 1945 à Alamogordo au Nouveau Mexique, dans une zone désertique nommée Jornada del Muerto.

Étant l'ultime étape du projet Manhattan, lancé par les États-Unis durant la seconde guerre mondiale, les données concernant ce projet était classées ultra-secrètes par la CIA.

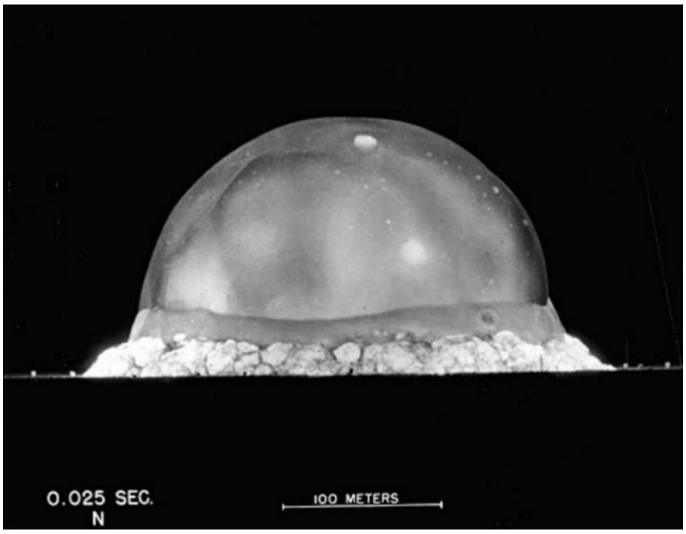


Figure 1 – Photographie de l'explosion.

Pourtant, le physicien anglais G. I. Taylor a pu estimer l'ordre de grandeur de l'énergie dégagée par cette explosion par une analyse dimensionnelle judicieuse sur la base d'un film qui permet de suivre au cours du temps le rayon $R(t)$ du « nuage » formé par l'explosion. Cet exercice propose de reproduire le raisonnement de Taylor.

Des connaissances en mécanique des fluides et thermodynamique suggèrent que les paramètres influant sur le rayon du nuage sont évidemment le temps $t$ s'étant écoulé depuis l'explosion et l'énergie $E$ libérée par l'explosion, mais aussi la masse volumique de l'air $\rho = 1\,\mathrm{kg\,m^{-3}}$.

1. Établir la dimension d'une énergie en fonction des dimensions de bases du système international.
2. Taylor a supposé que le rayon du nuage s'écrit en fonction des paramètres cités ci-dessus sous la forme $R(t) = E^a t^b \rho^c$, où $a$, $b$ et $c$ sont trois constantes. Déterminer, par analyse dimensionnelle, les constantes $a$, $b$ et $c$.
3. Déduire de la question précédente l'expression de l'énergie libérée en fonction de $R$, $\rho$ et $t$.
4. Estimer l'ordre de grandeur de sa valeur numérique à partir de la photographie.
5. Plusieurs années plus tard, la CIA a révélé que les mesures réalisées sur place permettaient d'estimer que l'énergie libérée par la bombe était d'environ 20 kilotonnes de TNT. Sachant que l'explosion de 1 kg de TNT libère environ $4 \cdot 10^6$ J, calculer l'énergie libérée par l'explosion Trinity et commenter la qualité du résultat obtenu par analyse dimensionnelle.

**Exercice 2** : LOCALISATION D'UNE ÉPAVE

## I – Découverte de l'épave

Lors d'une expédition en mer, alors que le soleil est au zénith à la verticale du lieu où il se trouve, un pécheur de coquillages se trouvant à une hauteur $H = 1\,\text{m}$ au-dessus de la surface aperçoit un éclat brillant au fond de l'eau, lequel se trouve à une profondeur $h = 20\,\text{m}$. Il décide donc de plonger et découvre une épave du XVIII$^e$ siècle. L'éclat brillant aperçu provient d'un miroir abandonné dans le carré des officiers, à la verticale d'un puits de lumière, incliné de telle sorte que la lumière réfléchie a été renvoyée par une large brèche percée plus loin dans le pont.

La situation est modélisée sur la figure 1, qu'il est inutile de reproduire sur la copie. On notera $n_e = 1{,}34$ l'indice de réfraction de l'eau de mer, et $n_a = 1{,}00$ celui de l'air.

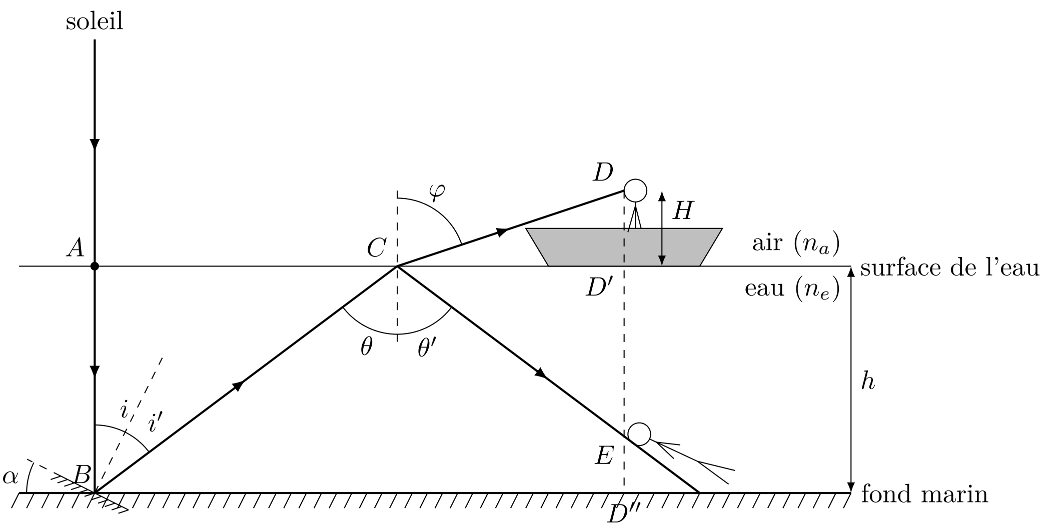


FIGURE 1 – Schéma de la situation, l'épave n'a pas été représentée.

1. Rappeler la définition de l'indice de réfraction $n$ d'un milieu transparent.
2. Justifier le tracé du rayon lumineux lorsqu'il frappe l'eau au point $A$ (incidence normale).
3. Exprimer l'angle $i$ d'incidence sur le miroir au point $B$ en fonction de l'angle $\alpha$ que fait le miroir avec le fond de la mer.
4. Exprimer l'angle $i'$ de réflexion sur le miroir en fonction de l'angle $i$ d'incidence sur le miroir, puis en fonction de $\alpha$.
5. En déduire l'angle $\theta$ d'incidence à la surface de l'eau au point $C$ du rayon réfléchi par le miroir, en fonction de $i$ et $i'$ dans un premier temps, puis en fonction de $\alpha$.
6. Que se passe-t-il au point $C$ ?
7. Exprimer les angles $\varphi$ et $\theta'$, d'abord en fonction de $\theta, n_a$ et $n_e$, puis en fonction de $\alpha, n_a$ et $n_e$.
8. On note $D$ la position du pêcheur sur son bateau, $D'$ le projeté orthogonal de $D$ sur la surface de l'eau, et $D''$ le projeté orthogonal de $D$ sur le fond marin. Déterminer :
   (a) En fonction de $\varphi$ et $H$, la distance $CD'$.
   (b) En fonction de $\theta$ et $h$, la distance $AC$.
   (c) En fonction de $\alpha$, $h$, $H$, $n_e$ et $n_a$ la distance $BD''$. Effectuer l'application numérique pour $\alpha = 20°$. A priori, le plongeur peut-il parcourir cette distance en apnée ?
9. À quelle profondeur $D'E$ le pêcheur, plongeant à la verticale de son bateau, aurait-il dû se trouver pour apercevoir l'éclat lumineux dû au rayon réfléchi en $C$ ?

## II – Pourquoi l'épave n'a-t-elle pas été détectée auparavant ?

Le pêcheur va toujours pêcher sensiblement dans la même zone. Pourtant jamais auparavant il n'a aperçu depuis son bateau l'éclat brillant... Pourquoi ? La réponse est due à un crabe, qui s'est abrité sous le miroir, et l'a fait bouger !

10. Expliquer pourquoi il n'existe pas toujours, au point $C$, un rayon émergent hors de l'eau. Comment appelle-t-on ce phénomène ?

11. Déterminer, en fonction de $n_a$ et $n_e$, l'angle limite $\alpha_{\text{lim}}$ au-dessus duquel le rayon émergent n'existe plus. Effectuer l'application numérique.
12. L'angle $\alpha$ était-il plus grand ou plus petit avant que le crabe fasse bouger le miroir ?

## III – Où le pêcheur voit-il le bateau lorsqu'il est hors de l'eau ?

Le pêcheur ayant localisé l'épave, il amène à présent son bateau juste au-dessus pour effectuer les plongées et tenter de trouver un trésor, qui lui rapporterait bien davantage que les coquillages qu'il pêche habituellement ! Mais il est intrigué par un étrange phénomène : l'épave ne lui apparaît pas à la même profondeur avant qu'il plonge et une fois qu'il est dans l'eau...

Pour expliquer ce phénomène, considérons que le pécheur se trouve à présent à la verticale du point $B$, et considérons deux rayons lumineux très proches l'un de l'autre, issus de $B$ : le premier est confondu avec la droite $(BA)$, le second forme un petit angle $\varepsilon$ avec le premier (voir figure 2). Ces deux rayons pénètrent dans l'œil du pêcheur, et lui permettent de voir le point $B$. Cependant, entre le point $B$ et l'œil, ils ont traversé le dioptre eau de mer/air, de sorte qu'ils ne se coupent pas en $B$, mais en $B'$ image de $B$ par le dioptre.

On notera bien qu'on ne se préoccupe plus des propriétés réfléchissantes du miroir ici ; le point B est par exemple un point du cadre du miroir.

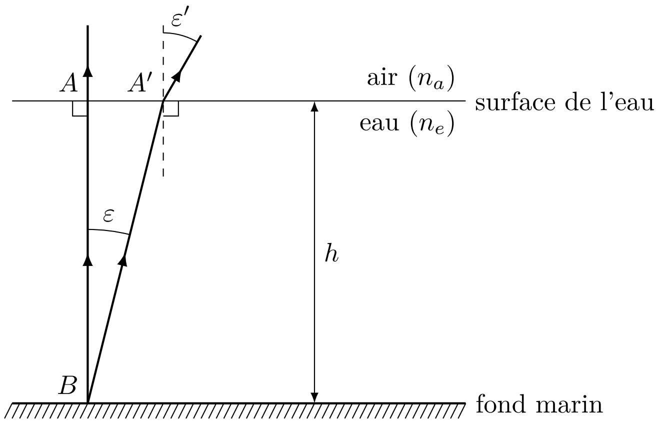


FIGURE 2 – Schéma des deux rayons issus de $B$ qui pénètrent dans l'œil du pêcheur. L'angle $\varepsilon$ a été exagéré pour les besoins du dessin

13. Reproduire le schéma de la figure 2, et déterminer graphiquement la position du point $B'$.
14. Déterminer la relation qui existe entre $\varepsilon, \varepsilon', n_a$ et $n_e$, puis la simplifier en tenant compte du fait que ces angles sont très petits.
15. En déterminant d'abord $AA'$, déterminer en fonction de $h, n_a$ et $n_e$ la profondeur $AB'$ à laquelle le plongeur voit l'épave avant de plonger. Effectuer l'application numérique et conclure.