

Chapitre 1

Optique géométrique

1 sources de lumière

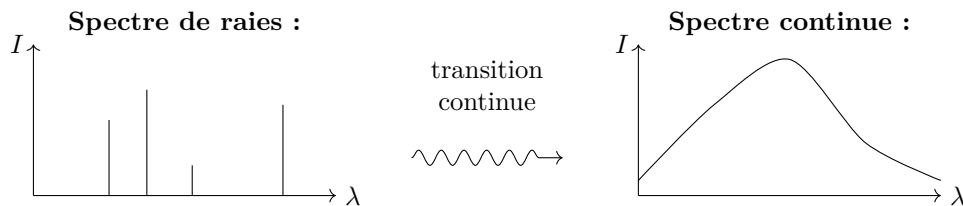
Définitions :

Une **source de lumière** est un objet qui émet de la lumière

Une **source primaire** est une source qui produit la lumière qu'elle émet

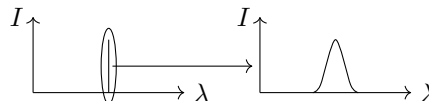
Une **source secondaire** est une source qui diffuse la lumière qu'elle reçoit

Une source lumineuse peut émettre plusieurs longueurs d'onde (couleurs) simultanément. Le **spectre** de la lumière correspond à l'intensité de l'ensemble des longueurs d'onde émises : $I(\lambda)$.



Une **source ponctuelle monochromatique** est une source idéale réduite à un point dont le spectre ne contient qu'une seule longueur d'onde.

Attention ! : C'est un modèle, les raies d'une source réelle ont toujours une certaine largeur :



2 Indice d'un milieu

Dans l'ensemble de ce chapitre on étudiera des milieux **transparents**, **homogènes** et **isotropes**.

transparent : La lumière traverse le milieu sans que son intensité ne soit atténuée ;

homogène : les propriétés de propagation de la lumière sont les mêmes en tout point de l'espace ;

isotrope : les propriétés de propagation de la lumière sont les mêmes dans toutes les directions.

Dans le vide, la lumière se propage à la vitesse $c = 299\,792\,458 \text{ m/s} \simeq 3 \times 10^8 \text{ m/s}$. Dans un matériau transparent homogène et isotrope, elle se propage à $v = \frac{c}{n}$

n est l'**indice de réfraction** du milieu.

eau	air	diamant	verre
1.33	1.0003	2.42	1.46

Lorsqu'une onde lumineuse passe du vide à un milieu, sa fréquence reste inchangée mais sa longueur d'onde change :

$$\lambda_m = \frac{v}{f} = \frac{c}{nf} = \frac{\lambda}{n} \quad \text{donc} \quad \lambda_m = \frac{\lambda}{n}$$

— λ_m : longueur d'onde dans le milieu

— λ : longueur d'onde dans le vide

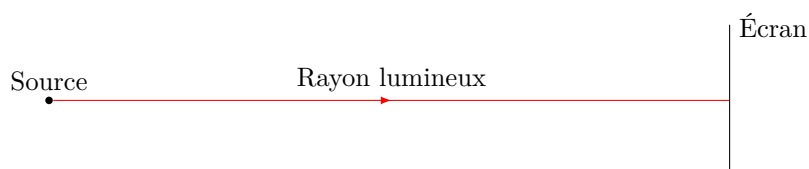
3 Approximation de l'optique géométrique

3.a Observation

Dans un milieu transparent, homogène, isotrope, la lumière se propage en ligne droite

3.b Modèle

On symbolise le trajet de la lumière par un **rayon lumineux** d'épaisseur nulle représenté par une droite orientée.



Attention : C'est un modèle, un rayon lumineux n'existe pas, la diffraction interdit d'isoler un rayon lumineux unique.

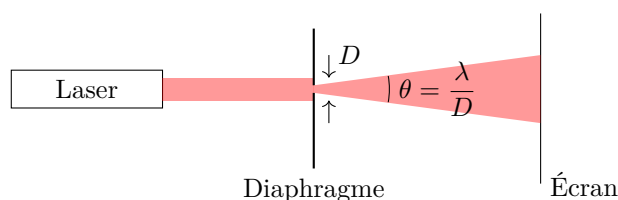


FIGURE 1.1 – Diffraction d'un faisceau lumineux par une ouverture.

4 Réflexion - réfraction

4.a Réflexion

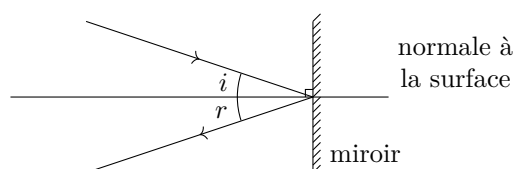


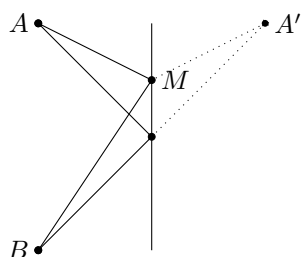
FIGURE 1.2 – Réflexion d'un rayon lumineux par un miroir. i est l'angle d'incidence et r l'angle de réflexion

Le **plan d'incidence** est le plan défini par le rayon incident et la normale à la surface.

Première loi de Snell-Descartes

- Le rayon réfléchi appartient au plan d'incidence ;
- $i = r$.

Remarque : Le principe de Fermat (principe de moindre temps) affirme que la lumière emprunte le chemin le plus rapide pour aller d'un point A à un point B .



Le chemin le plus rapide est aussi le plus court, c'est celui pour lequel les points A' , M et B sont alignés (car $AM = A'M$). On en déduit la première loi de Descartes.

4.b Réfraction

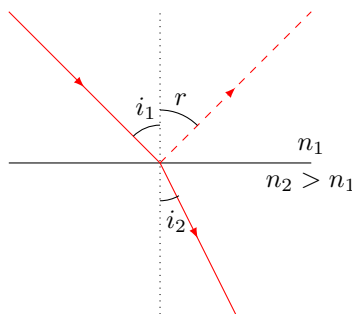


FIGURE 1.3 – Réfraction d'un rayon lumineux sur un dioptré entre un milieu d'indice n_1 et un milieu d'indice n_2 . i_1 est l'angle d'incidence, i_2 est l'angle de réfraction et r l'angle de réflexion.

À l'interface entre deux milieux d'indices différents, un rayon lumineux est dévié et une partie de la lumière est réfléchi.

Seconde loi de Descartes

- Le rayon réfracté appartient au plan d'incidence ;
- $n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$.

Remarques :

- Si $n_2 > n_1$: Le rayon réfracté se rapproche de la normale. Il existe un angle de réfraction maximum lorsque $i_1 = \pi/2$: $i_{2\max} = \arcsin\left(\frac{n_1}{n_2}\right)$.
- Si $n_2 < n_1$: Le rayon réfracté s'éloigne de la normale. Lorsque $i_2 = \pi/2$, $i_{1l} = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$. Si $i_1 > i_{1l}$ il y a **réflexion totale** sur l'interface qui se comporte comme un miroir.

5 Systèmes optiques

5.a Définitions

Système optique : Ensemble de milieux transparents homogènes, isotropes séparés par des surface réfringentes ou réfléchissantes.

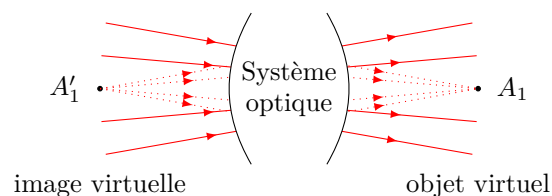
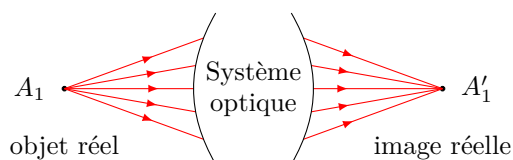
Objet : Source (primaire ou secondaire) qui envoie des rayons lumineux vers le système optique.

Image : Point d'intersection des rayons issus du système optique et provenant d'un objet.

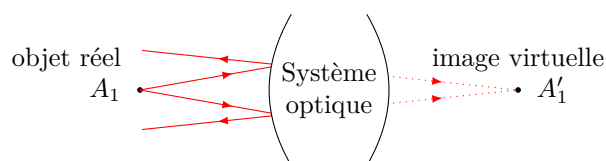
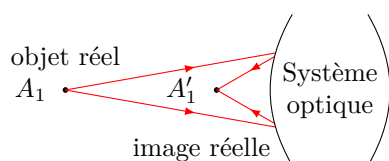
Réel ou virtuel : Un objet (une image) est réel(le) si les rayons qui entrent (sortent) du système optique passent effectivement par lui (elle). S'il faut prolonger les rayons pour trouver leur intersection, l'objet (l'image) est virtuel(le).

Exemples :

- Systèmes optiques en transmission (dioptriques) :



- Systèmes optiques en réflexion (catoptriques) :



Axe optique : Axe de symétrie d'un système optique

Stigmatisme : Un système est rigoureusement stigmatique si tous les rayons issus d'un point A de l'objet passent par un même point A' de l'image. Lorsque les rayons issus de A passent tous *près* de A' , on parle de stigmatisme approché.

5.b Le miroir plan

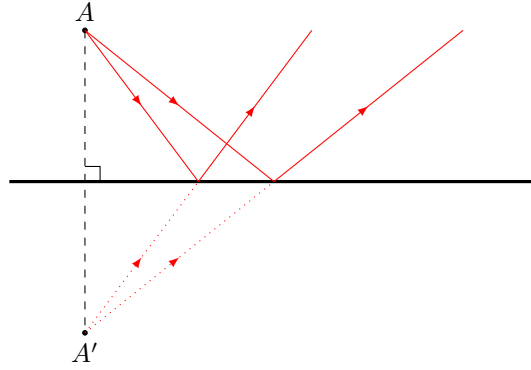
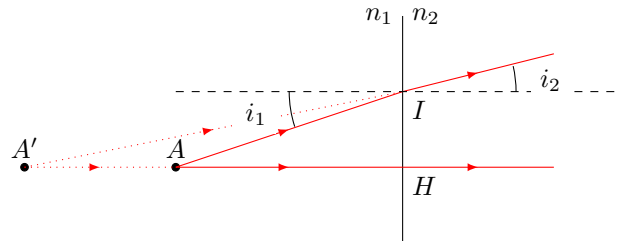


FIGURE 1.4 – Construction de l'image d'un point par un miroir plan.

Tous les rayons issus de A passent par un même point A' , le système est rigoureusement stigmatique. A est un objet réel et A' est son image virtuelle.

5.c Le dioptre plan

FIGURE 1.5 – Construction de l'image A' (virtuelle) d'un point A (réel) par un dioptre plan.

On a

$$\tan(i_1) = \frac{HI}{HA} \quad \text{et} \quad \tan(i_2) = \frac{HI}{HA'} \quad (1.1)$$

donc

$$\frac{\tan(i_1)}{\tan(i_2)} = \frac{HA'}{HA} = \underbrace{\frac{\sin(i_1)}{\sin(i_2)} \frac{\cos(i_2)}{\cos(i_1)}}_{=n_2/n_1} \quad \text{soit} \quad \frac{HA'}{HA} = \frac{n_2 \cos(i_2)}{n_1 \cos(i_1)} \quad (1.2)$$

Or

$$\cos(i_2) = \sqrt{1 - \sin^2(i_2)} = \sqrt{1 - \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 \sin^2(i_1)} \quad (1.3)$$

Donc $\frac{HA'}{HA} = f(i_1)$, la position de A' dépend de i_1 il n'y a donc pas stigmatisme rigoureux.

5.d Stigmatisme approché, conditions de Gauss

Pour des rayons peu inclinés par rapport à l'axe optique et proche de celui-ci (rayons **paraxiaux**) on a toujours stigmatisme approché. Ce sont les **conditions de Gauss**.

Dans le cas du dioptre plan : $i_1 \ll 1$ et $i_2 \ll 1$ donc $\tan(i_1) \simeq i_1$ et $\tan(i_2) \simeq i_2$ et donc

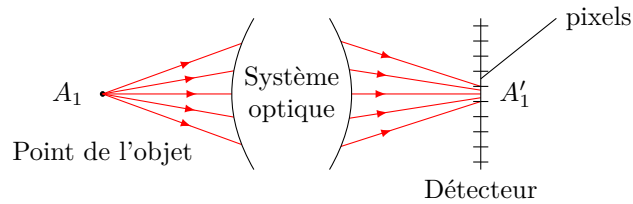
$$\frac{HA'}{HA} = \frac{n_2}{n_1} = \text{constante}$$

(1.4)

on a donc bien stigmatisme approché.

Critère de stigmatisme approché

Généralement un système optique sert à former l'image d'un objet sur un détecteur (capteur CCD, rétine, ...) qui possède une certaine résolution (taille d'un pixel)



L'image A' de A peut être aussi étendue que la taille d'un *pixel* du détecteur. La condition de stigmatisme approché est fixée par la résolution du détecteur.

6 Lentilles sphériques minces

6.a Définition

Une lentille sphérique est un milieu transparent, homogène, isotrope limité par deux dioptries, l'un sphérique et le second plan ou sphérique. On dit que la lentille est *mince* si son épaisseur est faible par rapport au rayon de courbure des faces.

exemples :

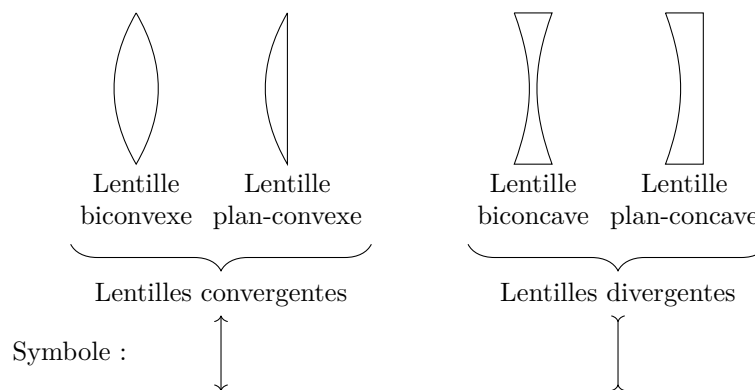
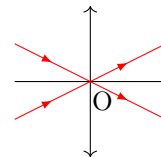


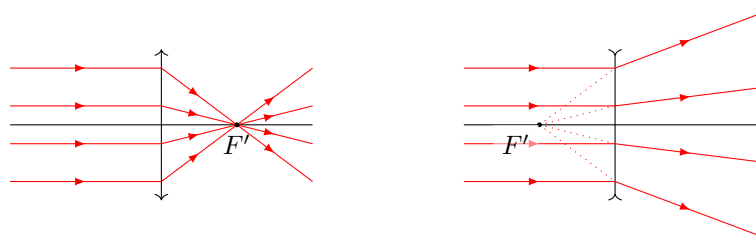
FIGURE 1.6 – Différents types de lentilles et leurs symboles.

6.b Propriétés des lentilles minces

— Les rayons passant par le **centre optique** O de la lentille ne sont pas déviés.



— Les rayons parallèles à l'axe optique sortent de la lentille en passant par un même point F' appelé **foyer principal image**.



— Inversement, tous les rayons passant par le **foyer principal objet** F ressortent parallèlement à l'axe optique.

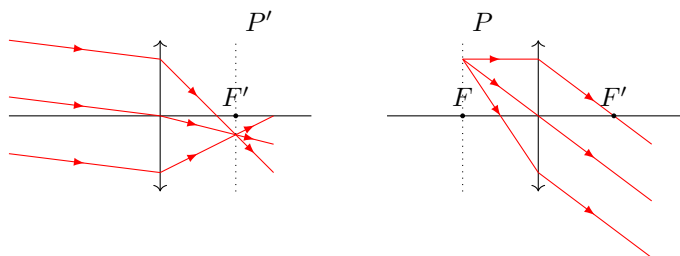


- Le plan P (P') perpendiculaire à l'axe optique et passant par F (F') est le **plan focal objet (image)**.
- Un point de P (P') est un **foyer secondaire objet (image)**;
- La longueur algébrique $f = \overline{OF}$ est la **distance focale objet**;
- La longueur algébrique $f' = \overline{OF'}$ est la **distance focale image**; $f' = -f$
- La **vergence** C d'une lentille est $C = \frac{1}{f'}$, on la mesure en **dioptries** ($\delta \Leftrightarrow \text{m}^{-1}$)

Pour une lentille convergente, $f' > 0$ donc $C > 0$. Pour une lentille divergente, $f' < 0$ donc $C < 0$.

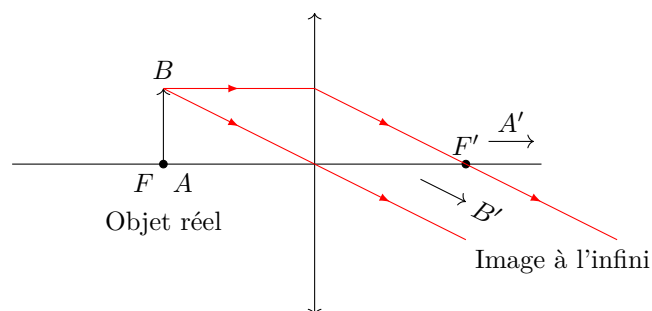
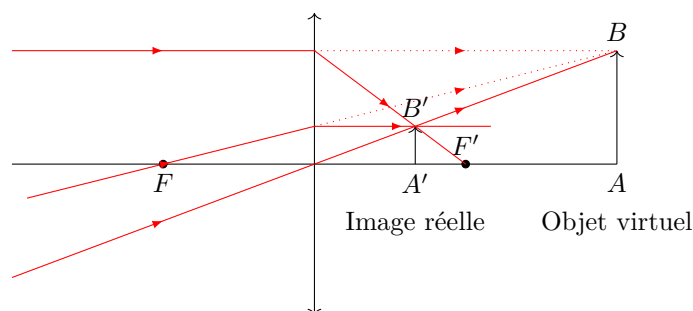
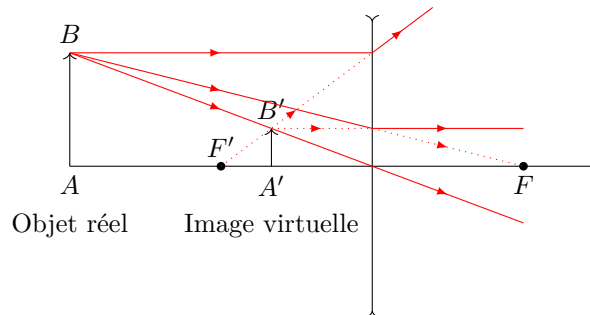
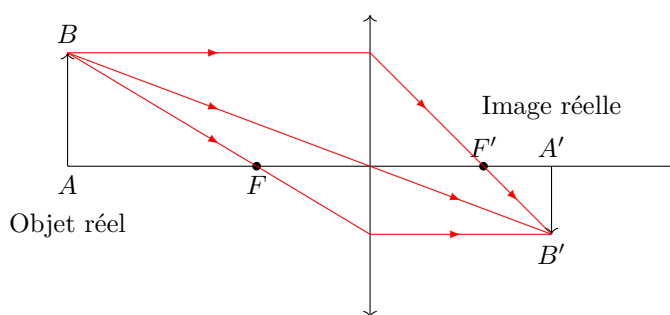
remarques :

- Une lentille mince est approximativement stigmatique dans les conditions de Gauss.
- Tous les rayons qui passent pas un foyer secondaire objet ressortent parallèles entre eux.
- Un faisceau de rayons parallèles ressortent en passant par un foyer secondaire image.



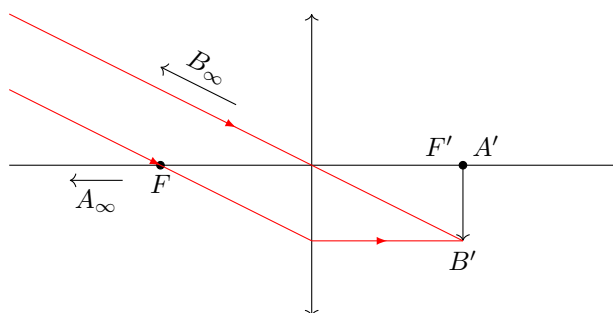
6.c construction des images

Objet à distance finie



objet à l'infini :

Les rayons provenant d'un point situé à l'infini sont tous parallèles entre eux

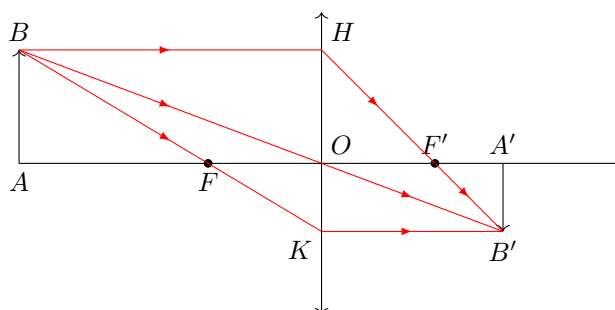


L'image d'un objet situé à l'infini est dans le plan focal image de la lentille.

Dans tous les cas, pour construire l'image, on utilise les propriétés particulières des rayons passant par O, F et F' .

6.d Formules de conjugaison

On cherche une relation mathématique entre les positions de A et de son image A' , tous deux étant sur l'axe optique.



On applique le théorème de Thalès : $\frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} = \frac{\overline{OA}}{\overline{OA'}} = \frac{\overline{FA}}{\overline{FO}}$ avec $\overline{FA} = \overline{FO} + \overline{OA}$, on obtient : $\frac{\overline{OA}}{\overline{OA'}} = 1 + \frac{\overline{OA}}{\overline{FO}}$.
D'où :

Formule de conjugaison de Descartes

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'} \quad (1.5)$$

En appliquant le théorème de Thalès de chaque côté de la lentille, on obtient aussi :

$$\underbrace{\frac{\overline{FA}}{\overline{FO}}}_{f'} = \frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} \quad \text{et} \quad \underbrace{\frac{\overline{F'A'}}{\overline{F'O}}}_{-f'} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$$

Formule de conjugaison de Newton

$$\overline{FA} \cdot \overline{F'A'} = -f'^2 \quad (1.6)$$

Grandissement transversal

Le grandissement transversal relatif à une objet AB et son image $A'B'$ est défini comme

$$G_t = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} \quad (1.7)$$

Et on a les relations

$$G_t = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} \quad \text{et} \quad G_t = \frac{f'}{\overline{FA}} = -\frac{\overline{F'A'}}{f'} \quad (1.8)$$

Considérons un objet A réel dont l'image A' par une lentille convergente est réelle. On note D la distance $\overline{AA'}$ et x la distance \overline{AO} . En appliquant la formule de conjugaison de Descartes, on a :

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'} \text{ soit } \frac{1}{D-x} + \frac{1}{x} = \frac{1}{f'}$$

On cherche où doit être placée la lentille pour que l'image de A soit en A' . il faut donc déterminer x , l'équation précédente devient :

$$\frac{x + (D-x)}{x(D-x)} = \frac{1}{f'} \Leftrightarrow \frac{D}{x(D-x)} = \frac{1}{f'} \Leftrightarrow x^2 - Dx + f'D = 0$$

On obtient une équation du second degré. Il existe une solution réelle à condition que $\Delta = D^2 - 4f'D \geq 0$ soit $D \geq 4f'$. Un objet réel possède donc une image réelle par une lentille convergente à condition que l'objet et l'image soit séparés d'au moins

$$D \geq 4f' \quad (1.9)$$

C'est la distance minimale entre un objet et l'écran sur lequel on veut projeter son image par une lentille convergente.

7 Quelques dispositifs optiques

7.a L'œil

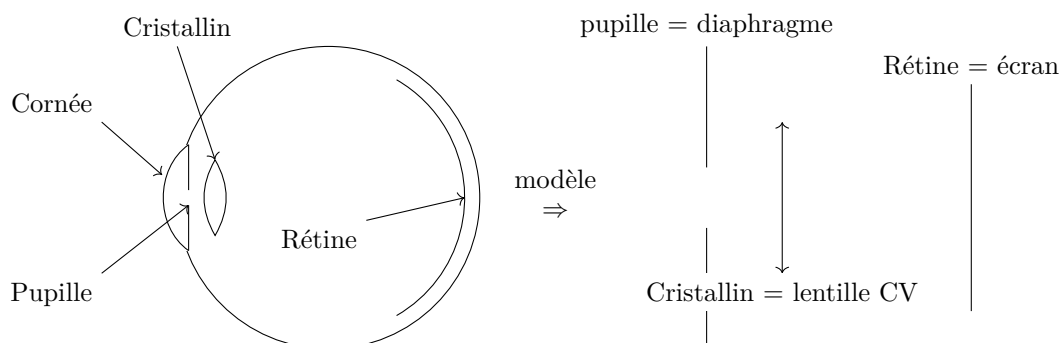


FIGURE 1.7 – Principe de fonctionnement de l'œil et modélisation.

Le cristallin forme l'image des objets sur la rétine.

Le cristallin est une lentille convergente de vergence variable qui se déforme pour former l'image de l'objet observé sur la rétine. C'est l'**accommodation**.

- Au repos le cristallin n'accomode pas, les objets dont l'image est nette sont au **punctum remotum** (PR). Pour un œil normal, $PR = \infty$.
- Quand il accomode au maximum, le cristallin forme sur la rétine l'image des objets situés au **punctum proximum** (PP). Pour un œil normal, $PP \simeq 25$ cm.

L'accommodation permet de voir nets les objets situés entre (PP) et (PR).

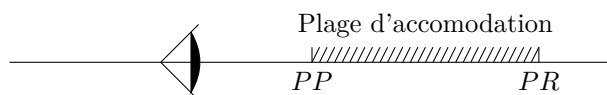
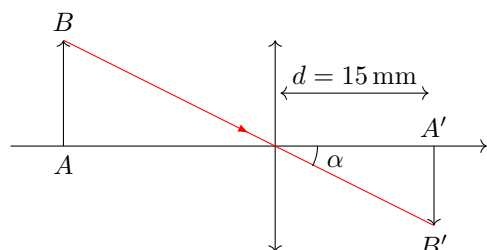


FIGURE 1.8 – Définition de la plage d'accommodation.

Le pouvoir de résolution de l'œil détermine la taille du plus petit objet que l'on puisse discerner.



Pour être distingués, les points A et B doivent être séparés d'au moins une cellule soit $\simeq 5 \mu\text{m}$

$$\alpha \approx \tan(\alpha) = \frac{A'B'}{d} = \frac{5 \mu\text{m}}{15 \times 10^{-3} \text{ m}} \simeq 3 \times 10^{-4} \text{ rad.}$$

L'œil ne peut distinguer des objets séparés angulairement de moins de 3×10^{-4} rad. Cela correspond à une distance de :

- $3 \times 10^{-4} \times 25 \text{ cm} = 75 \mu\text{m}$ au (PP) ;
- $3 \times 10^{-4} \times 400\,000 \text{ km} = 120 \text{ km}$ au sur la Lune ;

7.b L'appareil photographique

On peut modéliser un appareil photographique par l'association d'une lentille convergente, d'un diaphragme et d'un capteur. L'objectif forme sur le capteur l'image de l'objet photographié.

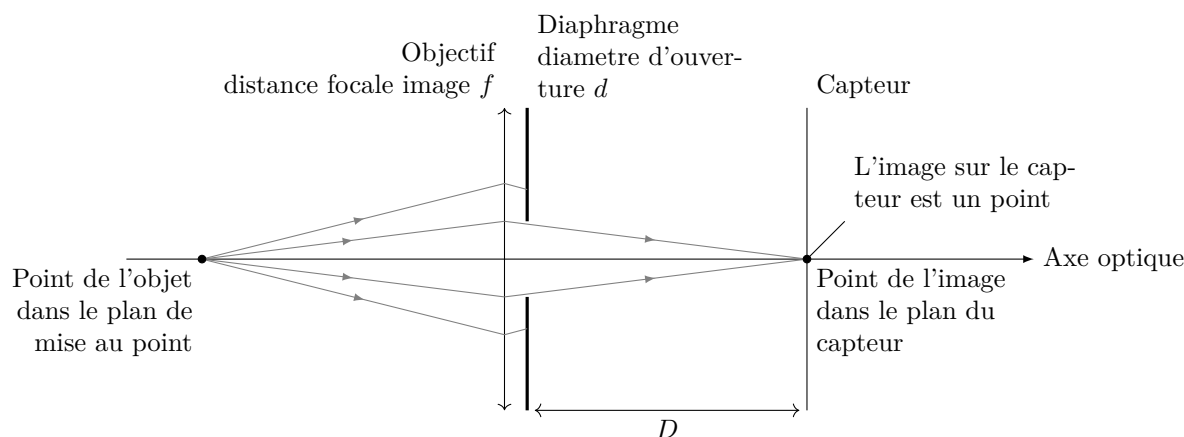


FIGURE 1.9 – Principe de fonctionnement d'un appareil photographique.

La distance focale de l'objectif détermine le *zoom* de l'appareil (ou la largeur de champ). L'ouverture du diaphragme joue principalement sur la quantité de lumière reçue par le capteur, mais aussi sur la **profondeur de champ**, qui correspond à la zone dans laquelle peut se trouver un objet pour que son image soit nette.

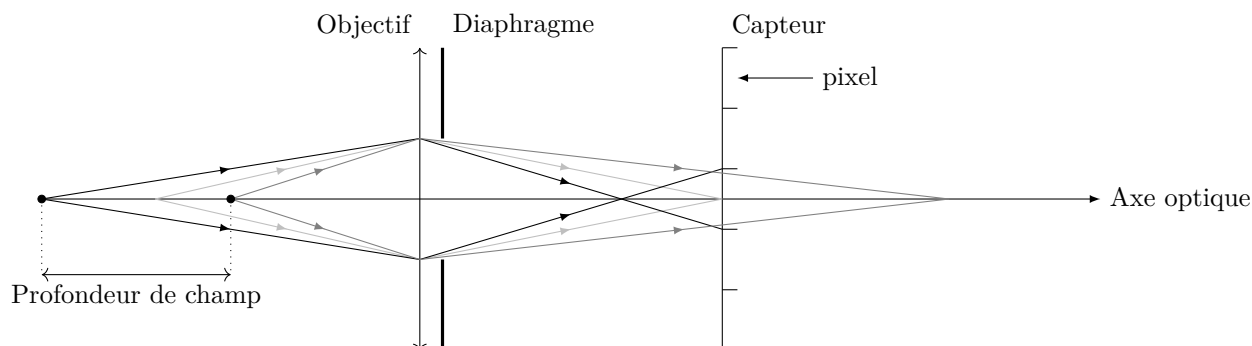


FIGURE 1.10 – Construction géométrique de la profondeur de champ d'un appareil photographique pour un réglage donné.

7.c La fibre optique à saut d'indice

Une fibre optique permet de guider la lumière en lui faisant subir une succession de réflexions totales à l'intérieur d'un milieu d'indice n_1 entouré d'un milieu d'indice $n_2 < n_1$.

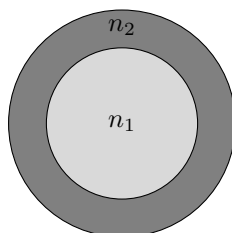


FIGURE 1.11 – Coupe transversale d'une fibre optique à saut d'indice.

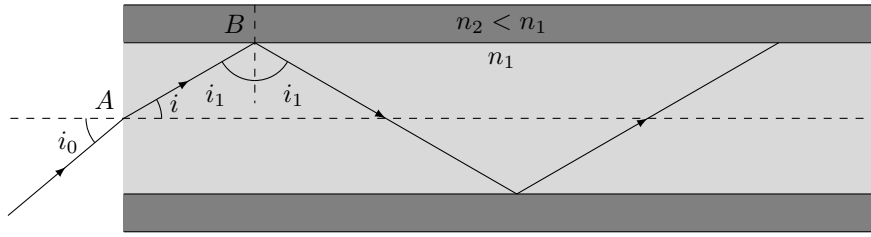


FIGURE 1.12 – Coupe longitudinale d'une fibre optique à saut d'indice et rayon lumineux limite confiné à l'intérieur de la fibre.

Pour une fibre optique à saut d'indice, le **cône d'acceptance** correspond au cône dans lequel doit se trouver un rayon lumineux incident pour subir des réflexions totales à l'intérieur de la fibre.

Il s'agit de déterminer l'angle d'incidence i_0 limite pour lequel un rayon lumineux subit une réflexion totale en B .

Les lois de la réfraction en A donnent

$$\sin(i_0) = n_1 \sin(i) = n_1 \cos(i_1) \quad (1.10)$$

Or l'angle i_1 limite pour lequel il y a réflexion totale est donné par

$$n_1 \sin(i_1) = n_2 = n_1 \sqrt{1 - \cos^2(i_1)} \quad \text{donc} \quad \cos(i_1) = \sqrt{1 - \frac{n_2^2}{n_1^2}} \quad (1.11)$$

et finalement

$$\sin(i_0) = \sqrt{n_1^2 - n_2^2} \quad (1.12)$$

Les rayons arrivant avec une incidence plus importante se seront pas guidés dans la fibre.

On voit alors que si l'on envoie sur la fibre deux rayons lumineux, l'un arrivant en incidence normale et l'autre avec l'incidence maximale, les temps de parcours des deux rayons dans une fibre de longueur L seront différents.

La différence de temps par unité de longueur entre le temps de parcours le plus long et le temps de parcours le plus faible dans la fibre est appelée **dispersion intermodale** et notée Δt_{im} (en s m^{-1}). On peut montrer que

$$\Delta t_{\text{im}} = \frac{t(i_0) - t(0)}{L} = \frac{\frac{Ln_1}{c \cos(i)} - \frac{Ln_1}{c}}{L} = \frac{n_1}{c \cos(i)} - \frac{n_1}{c} = \frac{n_1}{c} \left(\frac{1}{\cos(i)} - 1 \right) \quad (1.13)$$

Or on a

$$\cos(i) = \sqrt{1 - \sin^2(i)} = \sqrt{1 - \frac{\sin^2(i_0)}{n_1^2}} = \sqrt{1 - \frac{n_1^2 - n_2^2}{n_1^2}} = \frac{n_2}{n_1} \quad (1.14)$$

et donc on obtient

$$\Delta t_{\text{im}} = \frac{n_1}{c} \frac{n_1 - n_2}{n_2} \quad (1.15)$$

La dispersion intermodale limite le débit maximum des données qui peuvent circuler dans la fibre.