

DE L'OPTIQUE, DE LA CHIMIE ET DE L'ÉLEC

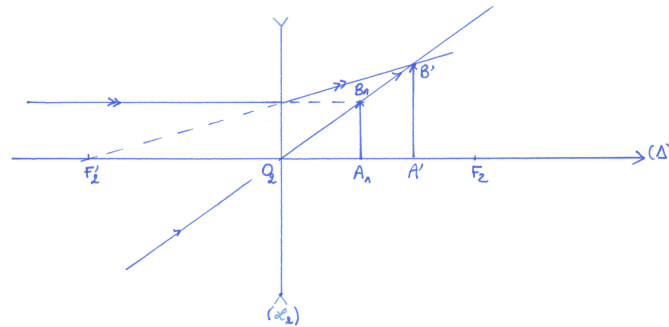
I. Latitude de mise au point

I.1 Se placer dans les conditions de Gauss signifie que l'on ne considère que les rayons paraxiaux, c'est-à-dire proches de l'axe optique et peu inclinés par rapport à cet axe. On obtient alors un stigmatisme approché.

I.2 Le diagramme objet-image est $A_1B_1 \xrightarrow{\mathcal{L}_2} A'B'$

I.2.a Comme A_1B_1 est situé après la lentille dans le sens de propagation de la lumière, il s'agit d'un objet virtuel pour \mathcal{L}_2 .

I.2.b La construction demandée est la suivante :



I.2.c L'image obtenue est réelle car située après la lentille dans le sens de propagation de la lumière.

I.2.d L'image se trouve après l'objet.

I.3 Avec la formule de conjugaison de Newton pour \mathcal{L}_2 (cf. diagramme objet-image de la question **I.2**) :

$$\overline{F'_2A'} \times \overline{F_2A_1} = -f_2'^2$$

On a donc, les points introduits étant alignés sur l'axe optique :

$$\overline{A_1A'} = \overline{A_1F_2} + \overline{F_2F'_2} + \overline{F'_2A'} = \frac{f_2'^2}{\overline{F'_2A'}} + 2f_2' + \overline{F'_2A'}$$

soit
$$\overline{F'_2A'} \times \overline{A_1A'} = f_2'^2 + 2f_2'\overline{F'_2A'} + \overline{F'_2A'}^2 = (f_2' + \overline{F'_2A'})^2 > 0$$

Comme $\overline{F'_2A'} > 0$

$$\overline{A_1A'} > 0$$

I.4 Dans le cas de la mise au point à l'infini, l'image A_1 de A par \mathcal{L}_1 se trouve par définition du foyer image d'une lentille en F'_1 : $A_1 = F'_1$.

I.5 L'image $A'B'$ doit être réelle puisqu'elle est recueillie sur une écran. Il faut donc, d'après les questions **II.2** et **II.3** que les points O_2 , A_1 et A' soient dans cet ordre sur l'axe.

De plus, comme $A_1 = F'_1$, $O_1A_1 = f_1'$. On a donc : $f_1' \leq \overline{O_1A'}$, avec $\overline{O_1A'} = D$.

On en déduit

$$D - f_1' \geq 0$$

I.6 La relation de Descartes pour \mathcal{L}_2 s'écrit, en tenant compte du fait que $A_1 = F'_1$:

$$\frac{1}{\overline{O_2A'}} - \frac{1}{\overline{O_2F'_1}} = \frac{1}{f_2'}$$

avec, dans ce cas (tous les points considérés étant alignés sur l'axe optique) :

$$\overline{O_2 A'} = d_\infty \quad \text{et} \quad \overline{O_2 F'_1} = \overline{O_2 A'} + \overline{A' O_1} + \overline{O_1 F'_1} = d_\infty - D + f'_1$$

Soit
$$d_\infty^2 + (f'_1 - D) d_\infty - f'_1 (f'_1 - D) = 0$$

Le discriminant Δ de cette équation du second degré est :

$$\Delta = (f'_1 - D)^2 + 4 f'_1 (f'_1 - D) = (D - f'_1) (D - f'_1 - 4 f'_1)$$

Comme par ailleurs, $D - f'_1 \geq 0$ et $f'_2 < 0$, alors $\Delta \geq 0$.

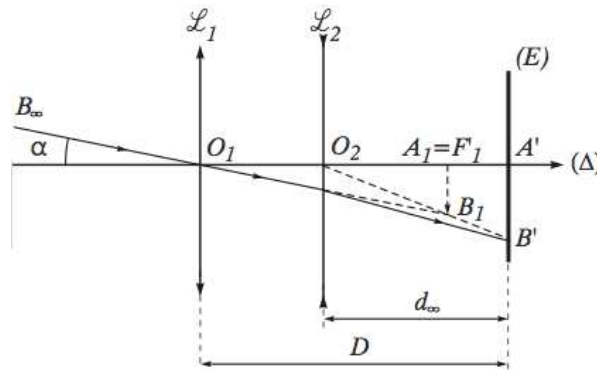
Il y a donc deux solutions dont une seule est positive, la seule acceptable :

$$d_\infty = \frac{1}{2} \left[D - f'_1 + \sqrt{(D - f'_1) (D - f'_1 - 4 f'_1)} \right]$$

I.7 Application numérique :

$$d_\infty = 3,0 \text{ cm}$$

La construction attendue est présentée ci-après. Comme un rayon passant par O_2 n'est pas dévié, on a O_2 , B_1 et B' alignés. Par ailleurs, on note que le triangle $O_2 A' B'$ est rectangle en A' .



I.8 En raisonnant sur le schéma de la question précédente, et sachant que l'on est dans les conditions de Gauss :

$$\overline{A_1 B_1} = -\alpha f'_1 \quad \text{et} \quad \overline{A' B'} = \frac{\overline{O_2 A'}}{\overline{O_2 F'_1}} \overline{A_1 B_1}$$

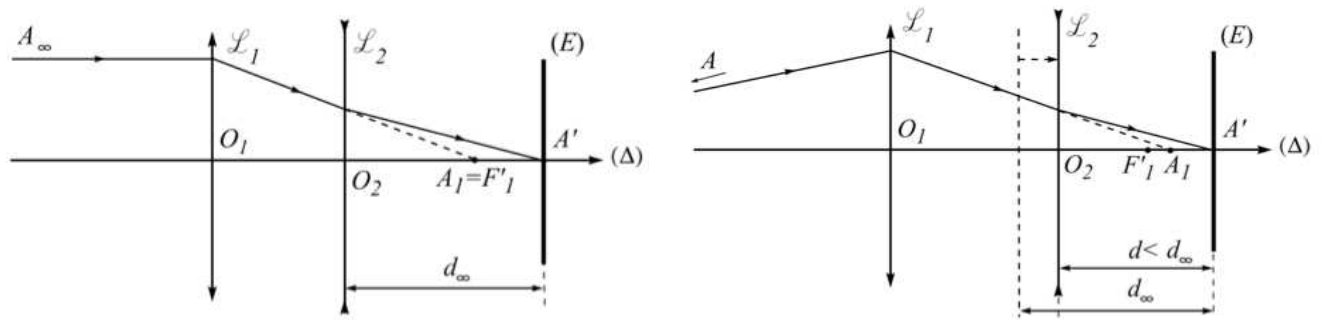
d'où

$$\overline{A' B'} = -\alpha \frac{d_\infty f'_1}{f'_1 + d_\infty - D}$$

I.9 Dans cette question, l'objet AB est à une distance finie de \mathcal{L}_1 . Pour que \mathcal{L}_1 donne de l'objet réel AB une image $A_1 B_1$ réelle, il faut que l'objet soit avant le foyer objet F_1 . Dans ce cas, l'image $A_1 B_1$ est après le foyer image F'_1 .

Cette image $A_1 B_1$ est objet virtuel pour \mathcal{L}_2 qui, dans le cas précédent, conjugait $A_1 = F'_1$ avec A' . Maintenant que A_1 est après F'_1 , il faut rapprocher \mathcal{L}_2 de A_1 (donc de l'écran) pour à nouveau conjuguer A_1 avec un point image A' sur l'écran immobile.

$$\text{Il faut donc diminuer la distance } d : d < d_\infty.$$



I.10 Si $d_\infty = D$, cela signifie que les deux lentilles sont accolées pour conjuguer un point à l'infini A_∞ avec un point A' sur l'écran. Deux lentilles minces accolées étant équivalentes à une seule lentille mince, l'écran matérialise alors le plan focal image de cette lentille équivalente.

Donc
$$d_\infty = D = f'_{\text{eq}} = \frac{1}{V_{\text{eq}}} = \frac{1}{V_1 + V_2} \quad \text{avec } V_1 = \frac{1}{f'_1} \text{ et } V_2 = \frac{1}{f'_2}$$

Soit

$$d_\infty = D = \frac{f'_1 f'_2}{f'_1 + f'_2}$$

Application numérique :

$$d_\infty = 12 \text{ cm}$$

I.11 La profondeur de mise au point du système est associée aux positions limites de la lentille \mathcal{L}_2 :

- le cas limite $d = D$ correspond à la question précédente : l'objet A est à l'infini ;
- dans le cas limite où $d = 0$, $A_1 B_1$ est confondu avec $A' B'$ car $O_2 = A_1 = A'$.

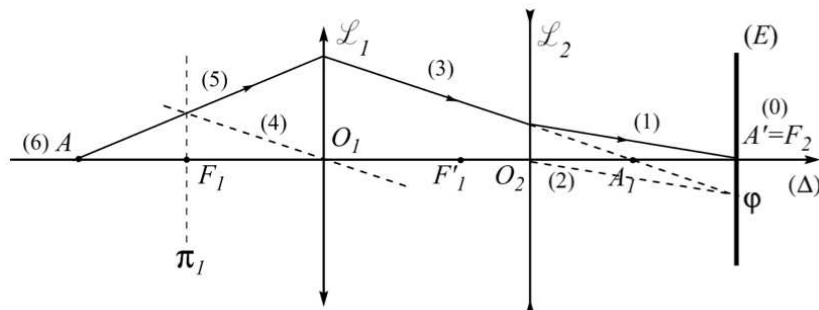
La formule de conjugaison de \mathcal{L}_1
$$\frac{1}{\overline{O_1 A_1}} - \frac{1}{\overline{O_1 A}} = \frac{1}{f'_1}$$

conduit à
$$\overline{O_1 A} = f'_2 = -6,0 \text{ cm} \quad \text{car} \quad \frac{1}{\overline{O_1 A_1}} = \frac{1}{D} = \frac{1}{f'_1} + \frac{1}{f'_2}$$

La plage de mise au point est donc de l'infini à 6 cm en avant de \mathcal{L}_1 .

I.12 On a ici $D = 12 \text{ cm}$ et $d = \overline{O_2 A'} = +6 \text{ cm}$

- La construction est la suivante :



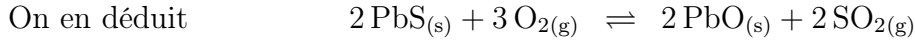
• Par le calcul :
$$\frac{1}{\overline{O_2 A'}} - \frac{1}{\overline{O_2 A_1}} = \frac{1}{f'_2} \Rightarrow \overline{O_2 A_1} = 3,0 \text{ cm}$$

On a alors
$$\overline{O_1 A_1} = \overline{O_1 O_2} + \overline{O_2 A_1} = D - d + \overline{O_2 A_1} = 9,0 \text{ cm}$$

Donc
$$\frac{1}{\overline{O_1 A_1}} - \frac{1}{\overline{O_1 A}} = \frac{1}{f'_1} \Rightarrow \overline{O_1 A} = -7,2 \text{ cm}$$

II. Grillage de la galène

II.1 Les nombres stœchiométriques permettent de rendre compte de la conservation de la charge ainsi que de la conservation de chaque élément chimique dans une réaction chimique.



donc

$$\alpha = 3 \quad \beta = 2 \quad \gamma = 2$$

II.2 On a directement

$$n_{\text{PbS},0} = \frac{m_0}{M}$$

En supposant le volume occupé par le solide négligeable, on peut déterminer la quantité de matière totale d'espèces moléculaires en phase gazeuse en appliquant la loi des gaz parfaits :

$$n_{\text{air},0} = \frac{p^0 V_0}{R T}$$

L'air initial étant modélisé par un mélange de dioxygène et de diazote, on en déduit les quantités respectives de ces deux espèces dans la phase gazeuse :

$$n_{\text{O}_2,0} = x_{\text{O}_2,0} n_{\text{air},0} = \frac{x_{\text{O}_2,0} p^0 V_0}{R T} \quad \text{et} \quad n_{\text{N}_2,0} = x_{\text{N}_2,0} n_{\text{air},0} = \frac{x_{\text{N}_2,0} p^0 V_0}{R T}$$

Le système contient initialement $n_{\text{PbS},0} = 0,418$ mol de galène solide et une phase gazeuse contenant $n_{\text{O}_2,0} = 2,47$ mol de dioxygène et $n_{\text{N}_2,0} = 9,89$ mol de diazote.

II.3 Quotient réactionnel :

$$Q = \frac{a_{\text{PbO}_{(s)}}^2 a_{\text{SO}_{2(g)}}^2}{a_{\text{PbS}_{(s)}}^2 a_{\text{O}_{2(g)}}^3}$$

En remplaçant l'activité des corps condensés purs par 1 et celle des gaz parfaits par leur pression partielle divisée par la pression standard, on trouve :

$$Q = \frac{P_{\text{SO}_2}^2 p^0}{P_{\text{O}_2}^3}$$

À l'instant initial, le système ne contient pas de gaz SO_2 , donc $P_{\text{SO}_2} = 0$.

Ainsi

$$Q_i = 0$$

$Q_i < K^0$: la réaction n'est donc pas à l'équilibre chimique et évoluera dans le sens direct.

II.4 On réalise un tableau d'avancement entre l'état initial et l'état final, où l'avancement est noté ξ_f :

	$2 \text{PbS}_{(s)}$	$3 \text{O}_{2(g)}$	$2 \text{PbO}_{(s)}$	$2 \text{SO}_{2(g)}$	$n_{\text{tot gaz}}$
$t = 0$	$n_{\text{PbS},0}$	$n_{\text{O}_2,0}$	0	0	$n_{\text{O}_2,0} + n_{\text{N}_2,0}$
t_f	$n_{\text{PbS},0} - 2 \xi_f$	$n_{\text{O}_2,0} - 3 \xi_f$	$2 \xi_f$	$2 \xi_f$	$n_{\text{O}_2,0} + n_{\text{N}_2,0} - \xi_f$

Par ailleurs :

$$\frac{n_{\text{PbS},0}}{2} = \frac{0,418}{2} < \frac{n_{\text{O}_2,0}}{3} = \frac{2,47}{3}$$

Si réactif limitant il y a, ce sera $\text{PbS}_{(s)}$ et l'avancement maximal sera

$$\xi_{\text{max}} = \frac{n_{\text{PbS},0}}{2} = 0,209 \text{ mol}$$

Si l'état final est un état d'équilibre : $Q_f = K^0$

Soit
$$\frac{P_{\text{SO}_2}^2}{P_{\text{O}_2}^3} p^0 = \frac{x_{\text{SO}_2}^2}{x_{\text{O}_2}^3} = K^0 \quad (1)$$

La résolution de (1) donne $\xi_f > \xi_{\text{max}}$. L'état final n'est donc pas un état d'équilibre.

Ainsi, à l'état final, le système se comporte de deux phases :

- ★ Le solide pur $\text{PbO}_{(s)}$: $n_{\text{PbO},f} = 0,418 \text{ mol}$;
- ★ Une phase gazeuse, mélange de $\text{O}_{2(g)}$, $\text{SO}_{2(g)}$ et $\text{N}_{2(g)}$ aux pressions partielles :

$$P_{\text{O}_2} = \frac{n_{\text{O}_2,0} - 3\xi_f}{n_{\text{tot gaz}}} p^0 = 0,152 \text{ bar} \quad P_{\text{SO}_2} = \frac{2\xi_f}{n_{\text{tot gaz}}} p^0 = 0,0344 \text{ bar}$$

$$P_{\text{N}_2} = p^0 - P_{\text{O}_2} - P_{\text{SO}_2} = 0,814 \text{ bar}$$

NB : Comme $K^0 = 3,0 \cdot 10^{46} \gg 1$, on aurait pu très rapidement préciser que la réaction était quantitative.

- II.5** • La quantité maximale de $\text{PbS}_{(s)}$ que l'on peut convertir est limitée par la quantité de dioxygène initialement présente. Dans le cas où O_2 est limitant, l'avancement maximal sera

$$\xi_{\text{max}} = \frac{n_{\text{O}_2,0}}{3}$$

La réaction étant quasi-totale, la quantité de $\text{PbS}_{(s)}$ convertie est alors égale à :

$$n_{\text{PbS}} = 2\xi_{\text{max}} = \frac{2}{3} n_{\text{O}_2,0}$$

La masse de $\text{PbS}_{(s)}$ que l'on peut convertir au maximum avec cette quantité de dioxygène est

$$m'_0 = \frac{2}{3} n_{\text{O}_2,0} \times M = 394 \text{ g.}$$

- En excès de $\text{PbS}_{(s)}$, la réaction est quasi-totale. Un gaz dans un mélange ne peut en effet disparaître totalement. Il reste alors des traces de dioxygène et il s'est formé $2\xi_{\text{max}} = \frac{2}{3} n_{\text{O}_2,0} = 1,65 \text{ mol}$ de $\text{PbO}_{(s)}$ et de $\text{SO}_{2(g)}$.

La phase gazeuse est alors constituée de 1,65 mol de SO_2 et des 9,89 mol de N_2 initiaux (et de traces négligeables de dioxygène). On peut alors calculer la pression partielle de $\text{SO}_{2(g)}$ par :

$$P_{\text{SO}_2} = \frac{1,65}{1,65 + 9,89} p^0 = 0,143 \text{ bar}$$

Tous les constituants étant présents dans l'état final, la loi de l'équilibre chimique est valide, le quotient réactionnel est alors égal à la constante d'équilibre K^0 :

$$Q = \frac{P_{\text{SO}_2}^2 p^0}{P_{\text{O}_2}^3} = K^0$$

On en déduit

$$P_{\text{O}_2} = \left(\frac{P_{\text{SO}_2}^2 p^0}{K^0} \right)^{1/3} \approx 9 \cdot 10^{-17} \text{ bar}$$

Cette pression partielle est bien, comme prévu, absolument négligeable devant celle des autres gaz, ce qui valide l'hypothèse de la réaction quasi-totale.

III. Recharge d'un smartphone à l'aide d'une batterie de voiture

- III.1** On applique le résultat du pont diviseur de tension. Pour cela, il faut regrouper les deux résistances en parallèle en une résistance équivalente que l'on note R_{eq} avec ($1/R_{eq} = 1/R_C + 1/R_2$). On en déduit :

$$U_C = \frac{R_{eq}}{R_1 + R_{eq}} U_S \quad \Longleftrightarrow \quad U_C = \frac{U_S}{1 + R_1/R_{eq}}$$

Pour obtenir $U_C = U_S/2$, il convient de choisir $R_{eq} = R_1$.

d'où

$$\frac{1}{R_1} = \frac{1}{R_C} + \frac{1}{R_2}$$

Si $R_C \gg R_2$, cette relation devient simplement : $1/R_1 \approx 1/R_2$.

d'où

$$R_1 \approx R_2$$

- III.2** La puissance fournie par la source est $P_S = U_S I_S$ (orientation générateur pour le générateur)

Comme $R_{eq} = R_1$, on a simplement $U_S = 2R_1 I_S$

Ou encore

$$P_S = \frac{U_S^2}{2R_1}$$

Quant à la puissance reçue par la charge, elle s'écrit

$$P_C = U_C I_C = U_C^2 / R_C \quad \Longleftrightarrow \quad P_C = \frac{U_S^2}{4R_C} \quad \Longleftrightarrow \quad \eta = \frac{P_C}{P_S} = \frac{R_1}{2R_C}$$

- III.3** Applications numériques :

III.3.a Avec les valeurs numériques, on trouve $R_{eq} = 0,91 \, \Omega$ et donc $U_C = 5,71 \, V$. Or on voulait $U_C = 6 \, V$. On observe que l'écart relatif est de $4,8 \%$ (ou 5% en fonction du sens dans lequel on fait l'écart) : on réalise donc bien la fonction souhaité avec une précision d'au moins 5% .

III.3.b Le rendement correspondant vaut $\eta = 5 \%$ ($4,3 \%$ sans les approximations). Il est très faible car le courant circulant dans R_2 est beaucoup plus important que celui circulant dans R_C donc les pertes par effet Joule dans R_2 sont importantes et inutiles pour la recharge du téléphone.

- III.4** Le nouveau circuit ne comporte qu'une seule branche donc $I_S = I_C = I$. On peut ainsi appliquer le résultat du pont diviseur de tension :

$$U_C = \frac{R_C}{R_1 + R_C} U_S$$

Avec les valeurs numériques ($R_C = R_1$), on a $\frac{U_C}{U_S} = \frac{1}{2}$.

- III.5** Pour calculer le rendement, on repasse par le calcul de P_C et P_S qui est plus immédiat cette fois.

On trouve $P_C = U_C I$ et $P_S = U_S I$

On en déduit que

$$\eta = \frac{P_C}{P_S} = \frac{U_C I}{U_S I} = 50 \%$$

