DS1 : Optique géométrique

- Durée : 2h.
- La calculatrice est autorisée.
- Chaque réponse doit être justifiée.
- Même lorsque ça n'est pas précisé, toute application numérique doit être précédée d'une expression littérale en fonction des données de l'énoncé.

Exercice 1 : Analyse dimensionnelle

On considère une corde inextensible fixée à ses deux extrémités que l'on fait vibrer à l'aide d'un moteur.

Les paramètres du problème sont : la masse linéïque μ (en $\mathrm{kg\,m^{-1}}$) et la tension F (en newton) de la corde ainsi que la longueur d'onde λ de l'onde.

On rappelle que la propagation d'une onde est dispersive si la célérité de l'onde dépend de sa fréquence (ou de sa longueur d'onde).

1. Exprimer la célérité d'une onde à la surface de la corde, notée c, sous la forme $c = k\mu^\alpha\lambda^\beta F^\gamma$, où k est un facteur sans dimension.
2. La propagation des ondes sur la corde est-elle dispersive ?

On s'intéresse aux vagues se propageant à la surface de l'eau. Plus particulièrement aux *ondes de gravité* qui sont les ondes de grande longueur d'onde pour lesquelles on peut négliger la tension superficielle de l'eau.

3. Donner l'expression de la célérité c de la vague à la surface de l'eau sous la forme $c = k\rho^\alpha g^\beta\lambda^\gamma$, où ρ est la masse volumique de l'eau, g l'accélération de la pesanteur, λ la longueur d'onde de l'onde et k est un facteur sans dimension.
4. La propagation des vagues est-elle dispersive ?

Exercice 2 : Autour du prisme

On se propose d'étudier deux façons de dévier la lumière à l'aide d'un prisme. Dans ce problème, on travaille avec des angles positifs (non orientés).

1 Double prisme

1. Énoncer les lois de Snell-Descartes pour la réflexion et la réfraction. Illustrer par un schéma annoté.
2. Calculer l'angle limite pour lequel il y a une réflexion totale pour une interface verre ($n_{\text{verre}} = 1{,}5$) – air ($n_{\text{air}} = 1$).

Deux prismes identiques rectangles d'angle A et d'indice $n = 1{,}5$ ont une face commune. Un faisceau de rayons parallèles arrive perpendiculaire à une face.

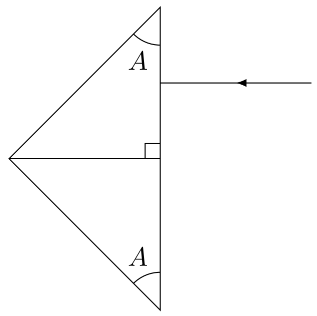

Figure 1 – Deux prismes identiques accolés.

3. Comment choisir A pour que les rayons repartent en sens inverse ? Justifier.
4. Que se passe-t-il si l'on plonge le prisme dans l'eau ($n = 1{,}33$) ?

2 Prisme présent dans un vidéoprojecteur

Afin d'augmenter la compacité des vidéoprojecteurs, on utilise un prisme pour renvoyer la lumière de la lampe d'éclairage vers un miroir. Ce miroir permet ensuite de renvoyer la lumière vers une lentille de projection (non représentée sur la figure).

Le plan du miroir est incliné d'un angle $\alpha = 10°$ par rapport à la face AB. Le prisme est en verre, d'indice $n = 1{,}5$. Il est placé dans l'air, d'indice 1. On précise que l'angle $\widehat{BAC}$ n'est pas un angle droit. La trajectoire du faisceau lumineux est représentée ci-dessous.

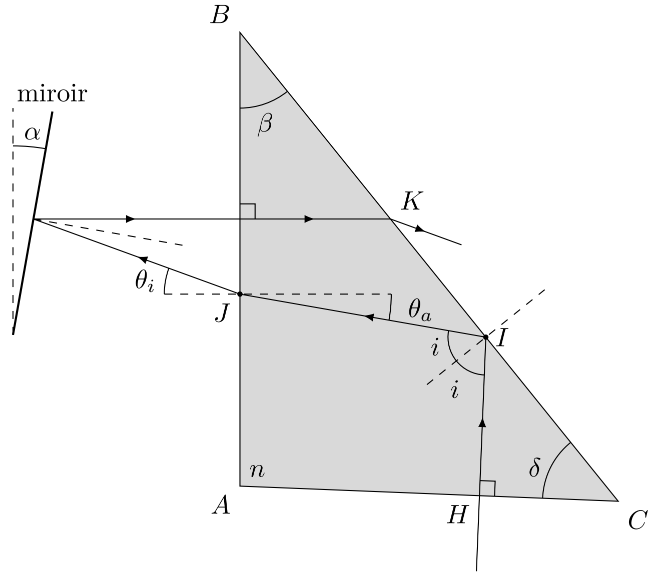

Figure 2 – Schéma du prisme, du miroir et trajet du rayon lumineux. L'angle $\widehat{BAC}$ n'est pas un angle droit.

5. Déterminer l'expression de l'angle d'arrivée θ_a du faisceau sur la face AB pour que le rayon soit réfléchi par le miroir horizontalement (et donc perpendiculairement à la face AB). Faire l'application numérique.
6. De plus, exprimer θ_a en fonction des angles i et β.
7. Quelle est la condition sur i pour que le faisceau incident subisse une réflexion totale sur la face BC (au point I) ? Montrer qu'il faut alors que $\beta > \beta_1$. Déterminer l'expression de β_1 et faire l'application numérique.

8. Montrer que pour que le faisceau réfléchi par le miroir traverse bien l'interface BC (au point K), il faut que $\beta < \beta_2$. Déterminer l'expression de β_2 et faire l'application numérique.
9. On choisit d'imposer $i = 45°$. Calculer β et δ.
10. L'image finale apparaît "irisée". À quoi ce phénomène est-il dû ?

Exercice 3 : Microscope optique

Le microscope est modélisé par un système de deux lentilles minces convergentes (voir figure ci-dessous), l'une constituant l'objectif (lentille L_1 de centre O_1 et de distance focale image $f'_1 = 5{,}0\,\text{mm}$), et l'autre constituant l'oculaire (lentille L_2, de centre O_2 et de distance focale image $f'_2 = 5{,}0\,\text{mm}$).

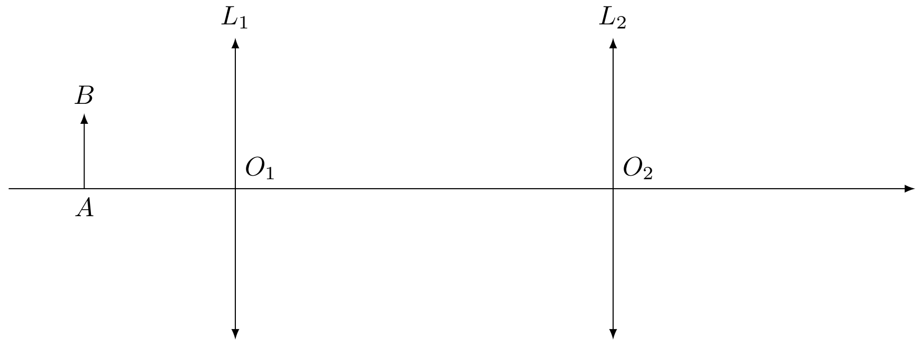

Figure 1 – Représentation schématique du microscope.

On fixe $\overline{O_1O_2} = D_0 = 120\,\text{mm}$. On choisit le sens positif dans le sens de propagation de la lumière.

1. Donner la formule de conjugaison de Descartes pour une lentille mince qui relie les distances $\overline{OA}$, $\overline{OA'}$ et f', où A est un point objet situé sur l'axe optique, A' son image, O le centre optique de la lentille et f' sa distance focale image.
2. Si F'_1 est le foyer image de L_1 et F_2 le foyer objet de L_2, on définit l'intervalle optique par la grandeur algébrique $\Delta = \overline{F'_1F_2}$. Exprimer Δ en fonction de f'_1, f'_2 et D_0, puis calculer sa valeur.

Un objet réel AB perpendiculaire à l'axe optique est éclairé et placé à une distance d de L_1, à sa gauche, de façon que l'image $A'B'$ donnée par l'objectif, appelée image intermédiaire se trouve dans le plan focal objet de l'oculaire. L'observation se fait à l'œil placé au contact de l'oculaire.

3. En justifiant votre construction, réaliser le schéma optique du microscope en représentant un objet, son image par le microscope, l'image intermédiaire et les rayons lumineux correspondants.
4. Exprimer d en fonction de f'_1 et Δ, puis calculer sa valeur.
5. Exprimer le grandissement γ_1 induit par l'objectif en fonction de f'_1 et Δ, puis calculer sa valeur.
6. Quel est l'intérêt pour l'observateur de cette position de l'objet ?

Le grossissement commercial du microscope est défini par $G = \left|\dfrac{\alpha'}{\alpha}\right|$ où α' est l'angle sous lequel est vu l'objet après l'oculaire, et α l'angle maximum sous lequel serait vu l'objet à l'œil nu à la distance D_m la plus courte possible de l'œil garantissant une vision nette.

7. Quelle est la valeur approximative de D_m pour un œil normal ? Comment s'appelle le point correspondant ?
8. En supposant que l'on reste dans les conditions de Gauss, exprimer G en fonction de Δ, f'_1, f'_2 et D_m, puis calculer sa valeur.
9. On considère comme objet un réseau constitué de fines graduations séparées de $5\,\mu\text{m}$. Peut-on distinguer ces graduations à l'œil nu ? Peut-on les observer au microscope ? Justifier les réponses à l'aide de valeurs numériques.