Filtrage, propagation d'un signal et atomistique

Jeudi 26 janvier 2023 - Durée 4h

- ⋆ **Les exercices sont indépendants, et peuvent être traités dans le désordre.**
- ⋆ **La calculatrice est autorisée.**
- ⋆ **Il sera tenu le plus grand compte du soin, de la présentation, et de la rédaction.**
- ⋆ **Chaque réponse doit être justifiée. Par ailleurs, même lorsque ce n'est pas explicitement demandé, toute application numérique doit être précédée d'une expression littérale.**

I. Pickup de guitare électrique

On étudie le comportement fréquentiel d'un « pickup » de guitare électrique, c'est-à-dire du composant qui génère le signal électrique reproduisant les vibrations mécaniques de la corde.

I.1 Étude générale

On considère un filtre amplificateur de tension dont le diagramme de Bode du gain en décibel est représenté sur la figure 1.

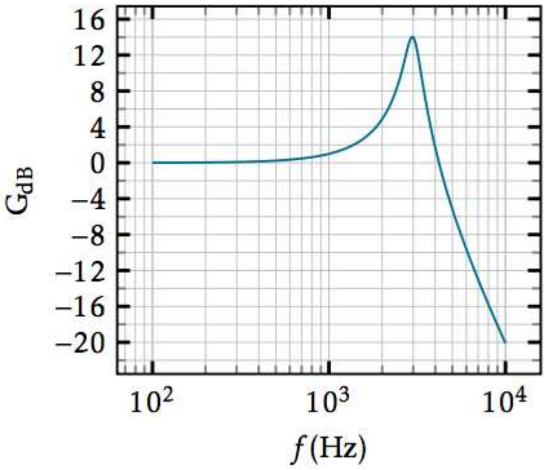

Figure 1 - Diagramme de Bode d'un filtre

1. a) Déterminer sa nature et son ordre.

   b) Déterminer graphiquement les équations de ses asymptotes (G_{dB} en fonction de $\log(f)$) à basse et haute fréquence. On pourra, pour cette dernière asymptote, introduire la fréquence f_0, fréquence pour laquelle les deux asymptotes se coupent.

2. a) On donne ci-dessous quatre fonctions de transfert dans lesquelles Q et H_0 sont des réels positifs sans dimension, ω_0 est une pulsation positive.

$$\underline{H}_1 = \frac{H_0}{1 + j\dfrac{\omega}{\omega_0}} \qquad \underline{H}_2 = \frac{H_0}{1 + j\dfrac{\omega}{Q\,\omega_0} - \left(\dfrac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$$

$$\underline{H}_3 = 1 + \frac{\omega}{\omega_0} - \left(\frac{\omega}{Q\,\omega_0}\right)^2 \qquad \underline{H}_4 = \frac{H_0\,\dfrac{\omega}{\omega_0}}{\dfrac{\omega}{\omega_0} - j\,Q\left(\dfrac{\omega}{\omega_0}\right)^2 - 1}$$

   Déterminer, parmi ces fonctions de transfert, laquelle peut correspondre au diagramme de la figure 1. On justifiera soigneusement en précisant pourquoi chacune des autres fonctions de transfert ne peut correspondre.

   b) On travaille dans toute la suite avec la fonction de transfert choisie.
   Déterminer les équations de ses asymptotes à basse et haute fréquence (G_{dB} en fonction de $\log(\omega)$) ainsi que la valeur de $\underline{H}$ pour $\omega = \omega_0$.

   c) En déduire, pour le diagramme de la figure 1, les valeurs de H_0, Q puis f_0 (fréquence déjà définie à la question I.1.b et correspondant également à la pulsation ω_0).

   d) Déterminer la phase φ et le gain G_{dB} pour $f = f_0$ pour le filtre choisi à la question I.1.2.a).

I.2 Filtrage d'un signal

3. On envoie en entrée du filtre de la figure 1 un signal sinusoïdal noté $u_e(t)$, d'amplitude $U_e = 1$ V et de fréquence variable. Déterminer l'amplitude, notée U_{si} ($i = 1, 2, \text{ou } 3$), de la tension en sortie, notée $u_s(t)$, pour :
   - $f_1 = 300$ Hz
   - $f_2 = 3$ kHz
   - $f_3 = 8$ kHz

4. On considère un signal électrique périodique dont le spectre est donné sur la figure 2, caractéristique de la vibration d'une corde de guitare.

   a) Déterminer la fréquence du mode fondamental ainsi que les amplitudes, en V, du fondamental et des 3 harmoniques suivantes.

   b) Ce signal est filtré par le filtre de la figure 1. Déterminer les amplitudes, en dB, des raies du spectre obtenu. On s'intéressera uniquement au fondamental, à l'harmonique la plus proche de 3 kHz et à celle la plus proche de 8 kHz.

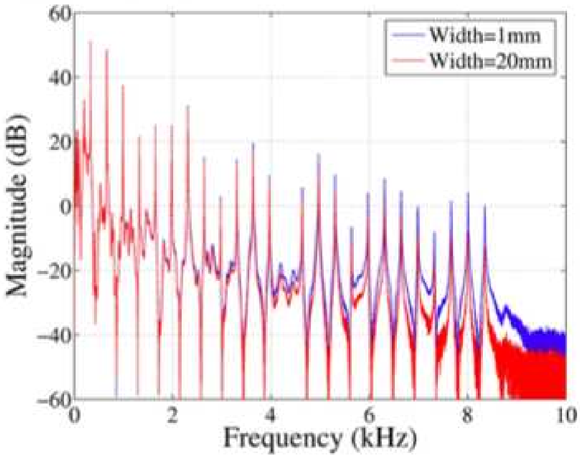

FIGURE 2 - Spectre d'une corde de guitare

   NB : L'abscisse représente la fréquence de ses composantes sinusoïdales et l'ordonnée représente $20\log(U/U_{ref})$ avec U l'amplitude et $U_{ref} = 10$ mV. On ne prêtera pas attention aux différences entre les deux courbes correspondant à deux manières différentes de gratter la corde.

5. On envoie un signal sinusoïdal $u_e(t)$ sur un filtre du type choisi à la question I.1.2.a), de valeurs de Q et f_0 inconnues, et de caractéristique $H_0 = 1$. On obtient le signal u_s en sortie.

   a) Déterminer le gain et la phase de la fonction de transfert correspondant aux signaux u_e et u_s représentés ci-contre. En déduire les valeurs de Q et f_0 pour le filtre choisi à la question I.1.2.a).

   b) On envoie sur le même filtre un signal de fréquence $0,25$ kHz puis un signal de fréquence 25 kHz. Décrire dans les deux cas l'allure de $u_s(t)$ en comparaison à $u_e(t)$.

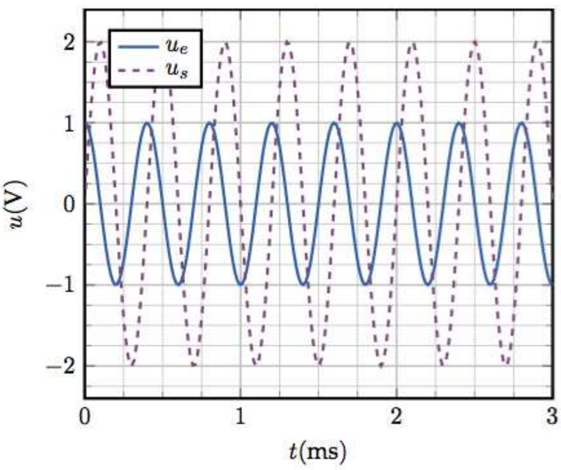

FIGURE 3 - $u_e(t)$ et $u_s(t)$

I.3 Modèle électrocinétique du pickup

On peut modéliser le « pickup » branché sur un amplificateur de guitare par le circuit de la figure 4 dans lequel la source de tension sinusoïdale e génère un signal d'amplitude constante E quelle que soit la fréquence.

La bobine L, le résistor R et le condensateur C caractérisent le « pickup » ; le condensateur $\mathrm{C_c}$ caractérise la capacité du câble reliant la guitare à l'amplificateur et le résistor $\mathrm{R_a}$ caractérise la résistance d'entrée de l'amplificateur.

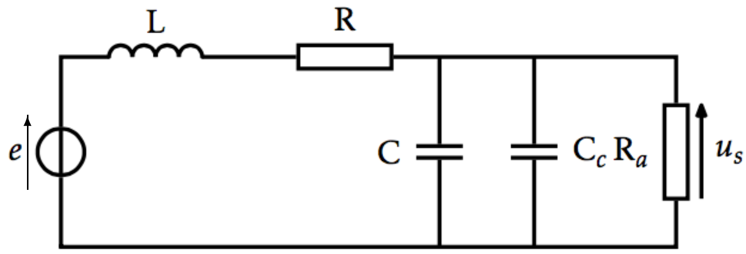

FIGURE 4 - Modélisation d'un « pickup » branché par un câble à un amplificateur de guitare. La source de tension est sinusoïdale. Son association avec L, R et C représente le « pickup ». $\mathrm{C_c}$ représente la capacité du câble et $\mathrm{R_a}$ la résistance d'entrée de l'amplificateur.

6. Vérifier (il n'est pas nécessaire de calculer la fonction de transfert) que ce circuit a la même nature que le filtre dont le gain est donné à la figure 1.
7. Les figures 5 et 6 représentent les diagrammes de Bode du circuit précédent, quand on fait varier $\mathrm{R_a}$(avec $\mathrm{C_c} = 470$ pF) pour l'une et quand on fait varier $\mathrm{C_c}$ (avec $\mathrm{R_a} = 10$ MΩ) pour l'autre. Proposer des valeurs pour $\mathrm{R_a}$ et $\mathrm{C_c}$ donnant une résonance à $2,5$ kHz (le son est alors dit « brillant ») avec une surtension d'un facteur 5 à la résonance.

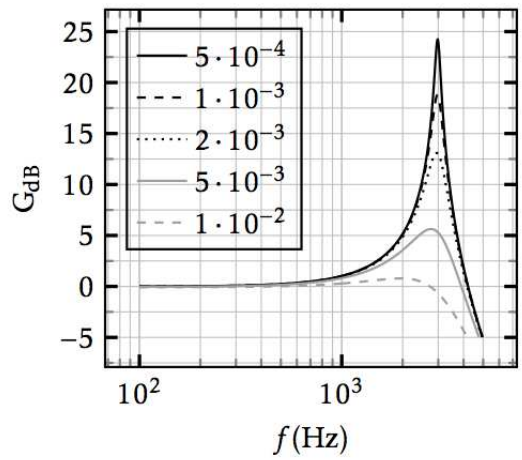

FIGURE 5 - $\mathrm{C_c} = 470$ pF, la légende donne la valeur du rapport $\mathrm{R/R_a}$

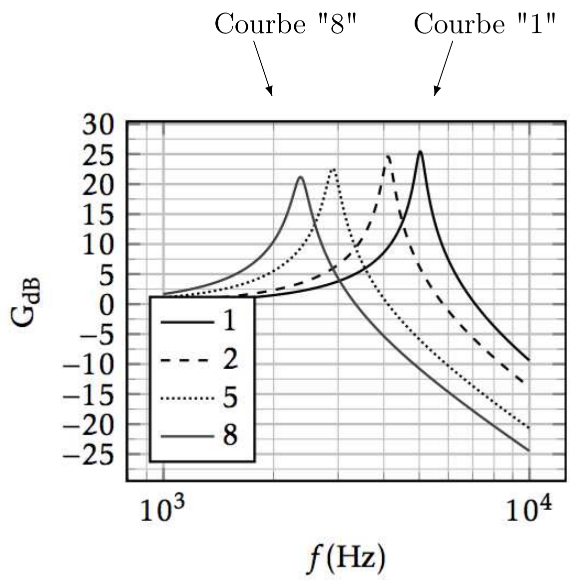

FIGURE 6 - $\mathrm{R_a} = 10$ MΩ, la légende donne la valeur du rapport $\mathrm{C_c/C}$

8. a) Établir l'expression de la fonction de transfert du circuit de la figure 4 et la mettre sous la forme choisie à la question I.1.2.a).

   b) Simplifier les expressions du facteur de qualité Q et de la pulsation propre ω_0 correspondant aux diagrammes de la figure 6 et justifier le sens de variation de ω_0 avec $\mathrm{C_c}$.

DONNÉES :

- ⋆ Capacité du pickup C = 100 pF
- ⋆ Autoinductance du pickup L = 5 H
- ⋆ Résistance du pickup R = 6 kΩ

II. Relations structure/propriétés

Les halogènes

1. Écrire la configuration électronique d'un atome de fluor dans son état fondamental.
2. À partir de la configuration électronique du fluor, déterminer la position (période et numéro de colonne) du fluor dans la classification périodique des éléments.
3. Les éléments de cette colonne sont appelés halogènes. Il s'agit, dans l'ordre croissant de numéro atomique, du fluor (F), du chlore (Cl), du brome (Br) et de l'iode (I).
   Combien ces éléments ont-ils d'électrons de valence ? Écrire la configuration électronique du brome et identifier ces électrons de valence. Quel est le numéro atomique du brome ?
4. Les ions les plus courants des halogènes sont les ions halogénure, de formule X^-. Expliquer pourquoi ces ions sont rencontrés couramment.
5. Rappeler la signification de la polarisabilité et justifier qualitativement l'évolution de la polarisabilité des ions halogénure.

La molécule d'eau

6. Rappeler la structure de Lewis d'une molécule d'eau..
7. La molécule d'eau est telle que l'angle $\widehat{\text{HOH}} = \alpha = 104,5\ °$ et son moment dipolaire vaut $\mu = 1,86$ D.
   a) Proposer une explication au caractère coudé de la molécule et dessiner la molécule d'eau dans le plan de la feuille.
   b) Représenter sur le schéma ci-avant les moments dipolaires $\overrightarrow{\mu}_1$ et $\overrightarrow{\mu}_2$ de chacune des liaisons $O-H$ ainsi que le moment dipolaire $\overrightarrow{\mu}$.
   c) En déduire les normes $||\overrightarrow{\mu}_1||$ et $||\overrightarrow{\mu}_2||$ des moments dipolaires des deux liaisons $O-H$ en fonction de μ et α. Applications numériques (valeurs à donner en Debye).
8. Schématiser deux molécules d'eau liées par liaison hydrogène dans la glace (la liaison hydrogène est alignée avec la liaison covalente correspondante). La distance entre deux atomes d'oxygène dans la glace est de $d = 276$ pm. En déduire la longueur ℓ de la liaison hydrogène.
9. Comparer l'énergie $\mathscr{D}_{O--H}$ de la liaison hydrogène dans l'eau avec l'énergie de la liaison covalente $\mathscr{D}_{OH}$ de la liaison $O-H$. Quelle est la liaison qui se rompt lorsque la glace se sublime ? Déterminer une estimation de l'énergie nécessaire $\mathscr{D}_{sub}$ pour sublimer une mole de glace.

Données :

⋆ Numéros atomiques et électronégativité de Pauling :

	H	B	C	N	O	F	Cl
Z	1	5	6	7	8	9	17
χ_P	2,20	2,04	2,55	3,04	3,44	3,98	3,16

⋆ Longueur de la liaison covalente $O-H$: $\ell_{OH} = 96$ pm.

⋆ Rayon de Van des Waals

Atome X	F	Cl	Br	I
r_X (pm)	155	180	190	198

⋆ Polarisabilité des ions halogénures

Ion halogénure	F^-	Cl^-	Br^-	I^-
Polarisabilité β (10^{-30}.m^3)	13	46	60	89

⋆ Énergie de liaison de la liaison covalente $O-H$ dans l'eau : $\mathscr{D}_{OH} \approx 459$ kJ.mol^{-1}.

⋆ Énergie de liaison de la liaison hydrogène $O--H$ dans l'eau : $\mathscr{D}_{O--H} \approx 25$ kJ.mol^{-1}.

III. Ecoute musicale et interférences

La qualité de l'écoute musicale que l'on obtient avec une chaine hi-fi dépend de la manière dont les enceintes sont disposées par rapport à l'auditeur. On dit qu'il faut absolument éviter la configuration représentée sur la figure ci-dessous : présence d'un mur à distance D, trop courte derrière l'auditeur.

Comme représenté sur la figure, l'onde issue de l'enceinte se réfléchit sur le mur. La réflexion sur le mur ne s'accompagne d'aucun déphasage pour la surpression acoustique, grandeur à laquelle l'oreille est sensible.

On note $c = 3,4 \times 10^2$ m.s^{-1} la célérité du son dans l'air.

1. Une source sonore vibre à une pulsation ω en imposant une surpression à son voisinage $p_s(t) = p_0 \cos(\omega\, t)$. On néglige l'atténuation de l'onde.
   En déduire la forme de l'onde après avoir parcourue une distance r, notée $p(r, t)$. On veillera à ne faire apparaître que des paramètres définis dans l'énoncé.
2. On se place en un point M atteint par deux ondes issues de la source sonore (onde directe et onde réfléchie), mais ayant parcouru des distances r_1 et r_2 différentes.
   a) Montrer que l'onde résultante peut se mettre sous la forme
   $$p_r(\mathrm{M}, t) = 2p_0 \times h(r_2 - r_1) \times g(t, r_1 + r_2)$$
   où h et g sont des fonctions à expliciter.
   b) En déduire qu'il existe des endroits où l'amplitude sonore résultante est nulle et d'autres où elle est maximale. Exprimer les différentes conditions en fonction de r_1, r_2 et de la longueur d'onde λ, après avoir explicité cette dernière en fonction des données de l'énoncé.
   Comment qualifie-t-on les interférences dans chaque cas ?
3. Dans le cas décrit au début de l'énoncé, que vaut $r_2 - r_1$?
4. Expliquer pourquoi il y a un risque d'atténuation de l'amplitude de l'onde pour certaines fréquences f_p. Exprimer ces fréquences en fonction d'un entier p, de c et de D.
5. Quelles fréquences correspondent au domaine de l'audible ? Quelle condition devrait vérifier D pour qu'aucune de ces fréquences f_p ne soit dans ce domaine ? Est-elle réalisable ?
6. Expliquer qualitativement pourquoi, en pratique, on évite l'effet nuisible en éloignant l'auditeur du mur.

♫