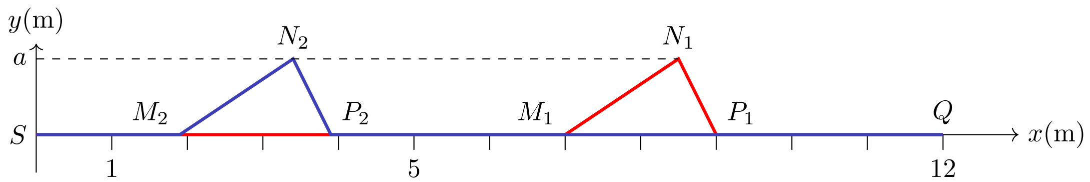
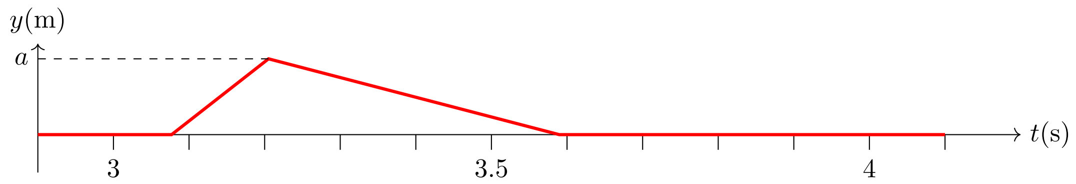
TD5 : Ondes – corrigé

Exercice 1 : Onde progressive le long d'une corde

1. Au bout de 2,3 s le front d'onde a parcouru 9 m (P_1). Donc $c = 9/2{,}3 \simeq 3{,}9\,\mathrm{m\,s^{-1}}$
2. La partie de la corde perturbée à une longueur de $\delta l = 2\,\mathrm{m}$ (M_1P_1), donc un point de la corde sera mis en mouvement pendant $\delta t = \delta l/c = 2/3{,}9 \simeq 0{,}51\,\mathrm{s}$.
3. Au temps t_1, les points qui s'élèvent sont situés entre N_1 et P_1, ceux qui descendent sont ceux entre M_1 et N_1.
4. À $t_2 = 1s$, les points M, N, P se trouvent $(t_1 - t_2)c = 1{,}3 \times 3{,}9 \simeq 5{,}1\,\mathrm{m}$ plus à gauche.

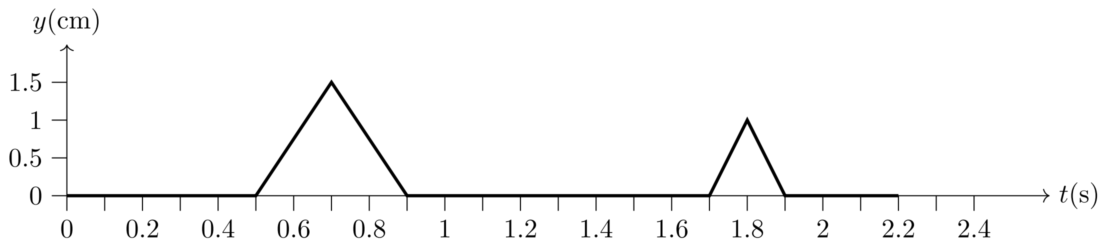


5. Évolution temporelle de la position de la corde au point Q(x=12m).

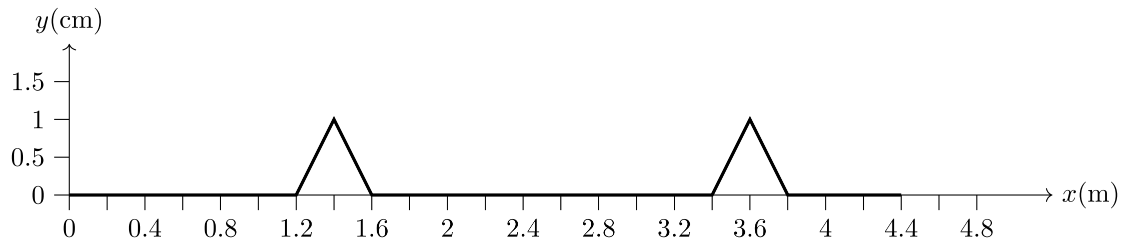


Exercice 2 : Impulsions sur une corde tendue

1. Pour déterminer la longueur d'une perturbation, on multiplie sa durée par la vitesse de propagation de l'onde :
   - Perturbation 1 : $l_1 = 0{,}8\,\mathrm{m}$
   - Perturbation 1 : $l_1 = 0{,}4\,\mathrm{m}$
2. La première perturbation arrive au point M au bout de $t_1 = 0{,}2\,\mathrm{s}$, elle a donc parcouru une distance $d = vt_1 = 0{,}4\,\mathrm{m}$.
3. Les deux fronts sont séparés par un temps $\Delta t = 1{,}2\,\mathrm{s}$, ce qui correspond à une distance $l = v\Delta t = 2{,}4\,\mathrm{m}$.
4. Au point M', l'évolution temporelle est la même que celle du point M, sauf que le premier front d'onde arrive au bout d'un temps $t' = 0{,}5\,\mathrm{s}$:



5. Au temps $t = 2\,\mathrm{s}$, le premier front d'onde a parcouru une distance de 4,0 m, et le second une distance de 1,6 m



Exercice 3 : Ondes sismiques

1. Soit d la distance à l'épicentre, l'onde P arrive à $t_P = d/c_p$, l'onde S arrive à $t_s = d/c_s$ donc $t_s - t_p = d(1/c_s - 1/c_p)$ et $d = (t_s - t_p)/(1/c_p - 1/c_s)$. A.N. : $d \simeq 1851\,\mathrm{km}$
2. Pour localiser précisément l'épicentre on utilise plusieurs sismographe à différentes positions. La connaissance de la distance de l'épicentre à chacun de ces sismographes permet de *trianguler* sa position.

Exercice 4 : Effet Doppler

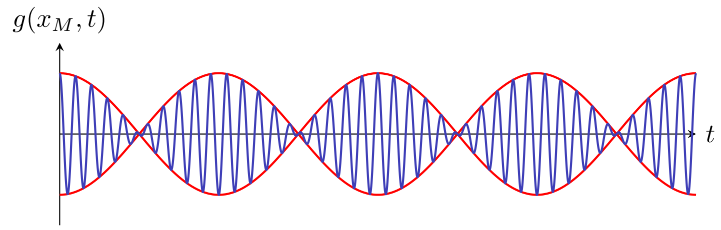
1. $f(x,t) = A\cos(\omega t - kx)$
2. Pour l'observateur $x = x_0 + vt$ donc $f(x,t) = A\cos(\omega t - kx_0 - kvt) = A\cos((\omega - kv)t - kx_0)$
3. $f' = \frac{\omega'}{2\pi} = \frac{\omega - kv}{2\pi} = f - v/\lambda = f(1 - v/c)$
4. Lorsque l'on s'approche de la source sonore, $v < 0$ donc $f' > f$, le son perçu est plus aigu. La situation est symétrique lorsque la source est en mouvement, si elle s'approche de l'observateur, le son perçu est plus aigu alors que si elle s'éloigne il est plus grave (cause de changement de ton de la sirène d'une ambulance qui passe à proximité).

Exercice 5 : Interférences dans un tube triangulaire

1. En M, on reçoit deux sons : l'un a parcouru le trajet L, l'autre le trajet $2L$. Il existe donc une différence de phase entre ces deux sons. Comme ils proviennent de la même source (qui est donc cohérente avec elle-même !), il y a interférence.
2. En S est émis le signal $s(S,t) = A\sin(\omega t)$. En M, on observe l'onde qui était en S à l'instant $t - \Delta t$ avec $\Delta t = \frac{L}{v_s}$. On en déduit :
$$s(M,t) = s(S, t - \Delta t) = A\sin(\omega(t - \Delta t)) = A\sin\left(\omega t - \omega\frac{L}{v_s}\right) = A\sin(\omega t - kL)$$
Finalement $\Delta\varphi_1 = kL = \frac{2\pi L}{\lambda}$.
3. Le trajet est égal à $2L$ donc $\Delta\varphi_{SM} = k \times 2L = \frac{4\pi L}{\lambda}$.
4. $\Delta\varphi_2 = \Delta\varphi_{SM} + \Delta\varphi_r = \frac{4\pi L}{\lambda} + \pi$.
5.
   - Maximum d'intensité pour : $\Delta\varphi_2 - \Delta\varphi_1 = 2p\pi$ avec $p \in \mathbb{Z}$.
   - Minimum d'intensité pour : $\Delta\varphi_2 - \Delta\varphi_1 = (2p+1)\pi$ avec $p \in \mathbb{Z}$.
6. La condition est donc ici : $\Delta\varphi_2 - \Delta\varphi_1 = 2p\pi \Leftrightarrow 2kL + \pi - kL = 2p\pi$, donc $k = \frac{(2p-1)\pi}{L}$.
Par ailleurs : $|k| = 2\pi\frac{\nu}{v_s}$.
On en déduit : $\nu = |2p - 1|\frac{v_s}{2L}$.
La plus basse fréquence correspond à $p = 1$, donc $\nu = 600\,\mathrm{Hz}$.

Exercice 6 : Battements

1. En utilisant $\omega = 2\pi f$, on obtient :
$g_1(x,t) = A\cos(2\pi f_1 t - k_1 x)$ et $g_2(x,t) = A\cos(2\pi f_2 t - k_2 x)$.
2. $g(x_M,t) = g_1(x_M,t) + g_2(x_M,t) = A\cos\left(2\pi\frac{f_1+f_2}{2}t - \frac{k_1+k_2}{2}x_M\right)\cos\left(2\pi\frac{f_2-f_1}{2}t - \frac{k_2-k_1}{2}x_M\right)$
3. Le son perçu est un son à la fréquence moyenne $\bar{f} = (f_1 + f2)/2$ donc l'intensité varie sinusoïdalement à la fréquence $\Delta f = f_2 - f_1$ (Lorsque le second cosinus vaut -1, l'intensité est aussi maximale donc la fréquence de variation de l'intensité est le double de celle du second cosinus).
4. Allure de l'onde (En réalité il y a beaucoup plus d'oscillations dans chaque battement) :



Exercice 7 : Stroboscopie

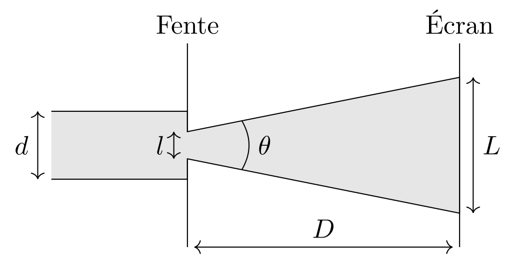
1. Pour déterminer le sens de rotation de la roue, on règle le stroboscope à une fréquence légèrement inférieure à la fréquence pour laquelle la roue est immobile, le sens de rotation réel de la roue est alors le même que le sens de rotation apparent.
2. Notons f_r la fréquence exacte de la roue et f_s la fréquence du stroboscope. Pendant le temps T_A, la roue a fait un tour de plus que le nombre de flashs du stroboscope. On peut donc écrire :
$$T_A f_r = T_A f_s + 1$$
On en déduit que $f_r = f_s + \frac{1}{T_A} = 40{,}033\,\text{Hz}$
3. Les fréquences qui permettent de stabiliser la roue sont toutes les fréquence $f_i = \frac{f_r}{i}$ avec $i \in \mathbb{N}^*$. Pour être sûr que la fréquence f_s obtenue correspond à la fréquence maximale, on doit pouvoir augmenter progressivement la fréquence jusqu'à $2f_s$, sans observer de nouvelle stabilisation de la roue.

Exercice 8 : Corde excitée par un vibreur

1. En $x = 0$, on a $y(0,t) = y_v(t)$ et en $x = L$ on a $y(L,t) = 0$
2. Il s'agit d'une onde stationnaire car x et t ne sont pas dans la même fonction trigonométrique.
3. En utilisant les conditions aux limites précédentes, on trouve $\varphi = 0$, $\psi = \pi - kL$ et $A = \frac{y_0}{\sin kL}$. On trouve finalement :
$$y(x,t) = \frac{y_0}{\sin(kL)} \sin(\omega t) \sin\big(k(L-x)\big)$$
4. L'amplitude de la vibration devient très grande pour $\sin(kL) = 0$ c'est-à-dire pour $kL = p\pi$ avec $p \in \mathbb{N}$. Soit $L = p\lambda$. Il faut que la longueur de la corde soit un multiple de la longueur d'onde.
5. Lorsque l'amplitude des oscillations devient très grande, elle devient très supérieure à y_0 et donc la condition $y(0,t) = y_0$ devient quasiment identique à $y(0,t) = 0$. En $x = 0$ on est très proches d'un nœud de vibration.
6. En réalité il y a des frottements et de la dissipation d'énergie qui ne permet pas à l'amplitude des oscillations de croitre indéfiniment.

Exercice 9 : Épaisseur d'un cheveu

1. Schéma :



2. La tache a une forme approximativement rectangulaire de dimension a dans la direction de la fente (très peu de diffraction) et $L = 2D\tan(\theta/2) + l \simeq \lambda D/l$ dans la direction perpendiculaire.
3. La surface de la tache sur l'écran est $S_e = L \times a$ alors que la surface éclairée de la fente est $S_f = l * a$. La puissance lumineuse est constante donc $I \times S_f = I_e \times S_e$ soit $I_e = I \times S_f/S_e = I \times l/L = I \times l^2/(\lambda D)$.
4. $l = \lambda D/L$
5. $l \simeq 63{,}3\,\mu\text{m}$.

Exercice 10 : Quelques petits problèmes

1. La Lune se trouve à environ $d \approx 400\,000\,\text{km}$, la vitesse du son dans l'air est de l'ordre de $340\,\text{m/s}$, prenons $v \approx 400\,\text{m/s}$ pour simplifier les calculs. Pour faire un aller-retour, le son mettra $\Delta t = \frac{2d}{v} \approx 2 \times 10^6\,\text{s}$. Une journée durant $86\,400\,\text{s} \approx 1 \times 10^5\,\text{s}$, la réponse arrivera au bout d'environ 20 jours.
La Lune tourne autour de la Terre en 29 jours, la question arrivera sur la Lune au bout de 10 jours, il faudra donc bien faire attention à la crier dans la bonne direction (pas vers la Lune au moment où on la pose).
2. Lors d'un match de tennis, le temps qui sépare deux coups est de l'ordre de $\Delta t \approx 2\,\text{s}$. Pendant ce temps le son parcours une distance de $d \approx 700\,\text{m}$ (à la vitesse de $v \approx 340\,\text{m/s}$). Il faudra donc se trouver à environ $700\,\text{m}$ du cours pour observer l'effet décrit. À noter que l'on a considéré que la lumière se propage instantanément. Cela se justifie par le fait que la vitesse de la lumière dans l'air est de l'ordre de $c = 3 \times 10^8\,\text{m/s}$, soit une vitesse un million de fois plus grande que celle du son.
3. On considère un pointeur laser vert de longueur d'onde $\lambda = 532\,\text{nm}$ (mais on pourrait faire un autre choix). La largeur du laser à la sortie du laser est de l'ordre de $d \simeq 2\,\text{mm}$. L'angle de divergence du faisceau est donc $\theta \simeq \frac{\lambda}{d} \simeq 260 \times 10^{-6}\,\text{rad}$, la Lune se trouve à une distance de l'ordre de $D \approx 400 \times 10^3\,\text{km}$ de la Terre. Donc le diamètre de la tache sur la Lune sera de l'ordre de $L \approx D\theta \approx 100\,\text{km}$