

DS4 : Régime sinusoïdal forcé et chimie

- Durée : 3h.
- La calculatrice est autorisée.
- Chaque réponse doit être justifiée.
- Même lorsque ça n'est pas précisé, toute application numérique doit être précédée d'une expression littérale en fonction des données de l'énoncé.

Exercice 1 : PERTURBATION DE L'OSCILLOSCOPE SUR LE FONCTIONNEMENT D'UN CIRCUIT

L'observation d'un signal à l'oscilloscope nécessite de prendre certaines précautions. En effet, l'insertion de l'oscilloscope dans le circuit risque de modifier le fonctionnement du circuit, et donc la tension à mesurer. L'objet de ce problème est d'étudier les perturbations de l'oscilloscope sur un circuit et de voir comment en limiter les conséquences.

L'entrée d'un oscilloscope peut être modélisée par l'association parallèle d'une résistance d'entrée $R_e = 1,0\text{ M}\Omega$ et d'une capacité d'entrée $C_e = 15\text{ pF}$.

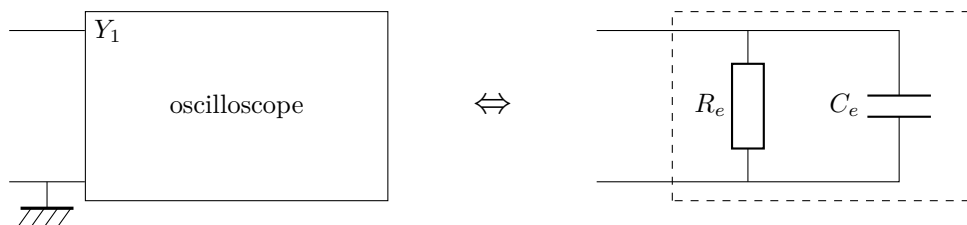


FIGURE 1 – Modélisation de l'entrée de l'oscilloscope.

Dans tout le problème, on notera U_0 une tension dans un circuit **sans mesure à l'oscilloscope** et U_m cette même tension **mesurée à l'oscilloscope**. On adoptera le critère suivant : un oscilloscope a une influence négligeable sur un circuit si l'erreur relative e_r sur la tension, induite par la présence de l'oscilloscope, est inférieure à un seuil α :

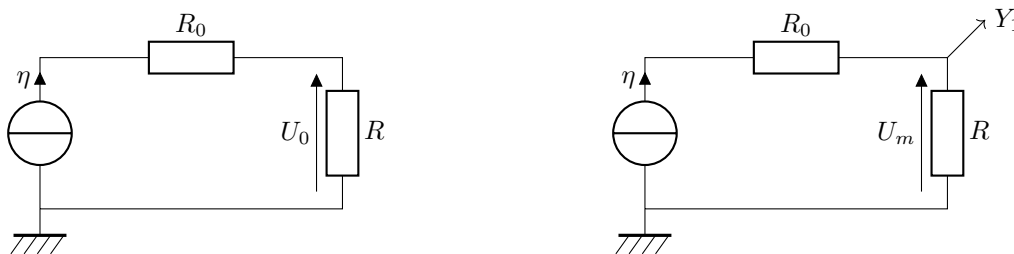
$$e_r = \left| \frac{U_0 - U_m}{U_m} \right| \leq \alpha \quad (1)$$

1 Perturbation en régime continu

Dans cette partie, on étudie les perturbations induites par l'oscilloscope en régime continu.

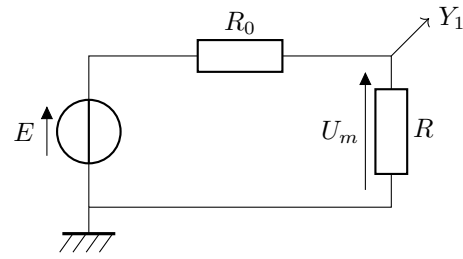
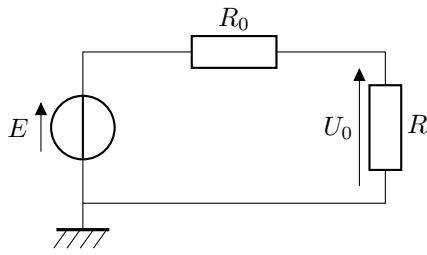
1. Donner le circuit équivalent de l'entrée de l'oscilloscope en régime continu.

On s'intéresse à la tension aux bornes d'une résistance R dans le circuit ci-dessous, alimentée par un générateur de courant idéal, de courant η . On réalise le circuit sans oscilloscope (à gauche) et avec l'oscilloscope (à droite).



2. Déterminer la tension U_0 .
3. Déterminer l'expression de U_m en fonction de R , R_e et η .
4. En déduire l'erreur relative e_r en fonction de R et R_e .
5. On note R_c la valeur maximale de R au-delà de laquelle l'oscilloscope perturbe le circuit. Déterminer R_c en fonction de R_e et α .

On considère désormais un circuit similaire, dans lequel le générateur de courant idéal est remplacé par un générateur de tension idéal.



6. Déterminer la tension U_0 aux bornes de cette résistance en fonction de E , R et R_0 .
7. Déterminer la tension U_m mesurée par l'oscilloscope en fonction de E , R , R_0 et R_e .
8. Montrer que l'erreur relative a pour expression

$$e_r = \frac{RR_0}{R_e(R_0 + R)} \quad (2)$$

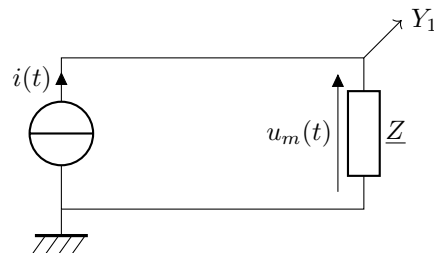
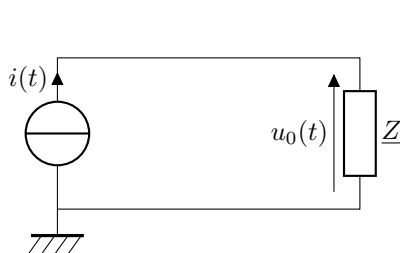
9. Montrer que si $R_0 < \alpha R_e$, l'oscilloscope ne perturbe pas le circuit quelle que soit la valeur de R .
10. Montrer que si $R_0 > \alpha R_e$, la condition $R < \alpha R_e$ permet d'assurer que l'oscilloscope ne perturbe pas le circuit.
11. Quelle condition unique permet de s'assurer que l'oscilloscope ne perturbe pas le circuit dans les deux exemples précédents? Faire l'application numérique avec $\alpha = 1,0\%$. Discuter le choix d'une valeur de $1,0\text{ M}\Omega$ pour R_e .
12. Y a-t-il un risque de perturbation lorsqu'on remplace la résistance par une bobine? Par un condensateur? Justifier.

2 Perturbation en régime sinusoïdal forcé

On étudie maintenant les perturbations induites par l'oscilloscope en régime sinusoïdal forcé. On note ω la pulsation du signal sinusoïdal.

13. Déterminer l'impédance d'entrée \underline{Z}_e de l'oscilloscope en fonction de R_e , C_e et ω .
14. Déterminer les limites de $|\underline{Z}_e|$ à très basse et très haute fréquence. Expliquer qualitativement ce comportement.
15. Par analogie avec l'étude réalisée en régime continu, comment doit être la valeur de $|\underline{Z}_e|$ pour que l'oscilloscope minimise sa perturbation sur le circuit? Dans quel domaine de fréquence les perturbations seront-elles les plus importantes?

Pour appréhender quantitativement l'influence de l'oscilloscope en fonction de la fréquence, on s'intéresse à la tension aux bornes d'un dipôle d'impédance \underline{Z} alimenté par un générateur de courant idéal produisant le courant $i(t) = I_0 \cos(\omega t)$. Dans le premier cas (figure de gauche), il n'y a pas d'oscilloscope, dans le second cas (figure de droite), on place un oscilloscope aux bornes de \underline{Z} .



16. Donner l'expression du signal complexe $\underline{i}(t)$ associé à $i(t)$.
17. Donner l'expression de $\underline{u}_0(t)$, signal complexe associé à la tension $u_0(t)$ en fonction de \underline{Z} et $\underline{i}(t)$. En déduire l'amplitude U_0 du signal réel en fonction de \underline{Z} et I_0 .
18. Donner l'expression de $\underline{u}_m(t)$, signal complexe associé à la tension $u_m(t)$ en fonction de \underline{Z} , \underline{Z}_e et $\underline{i}(t)$. En déduire l'amplitude U_m du signal réel en fonction de \underline{Z} , \underline{Z}_e et I_0 .
19. L'erreur relative e_r est définie en considérant les amplitudes U_0 et U_m des signaux. Montrer que :

$$e_r = \left| \left| \frac{\underline{Z} + \underline{Z}_e}{\underline{Z}_e} \right| - 1 \right| \quad (3)$$

20. À quelle condition sur $|\underline{Z}|$ et $|\underline{Z}_e|$ peut-on considérer que $e_r \approx 0$? Est-ce cohérent avec la réponse qualitative donnée à la question 15

On considère que l'impédance \underline{Z} est une résistance R .

21. On suppose de plus que $R < \alpha R_e$. Montrer que la fréquence f_c , à partir de laquelle l'oscilloscope induit une perturbation du circuit a pour expression

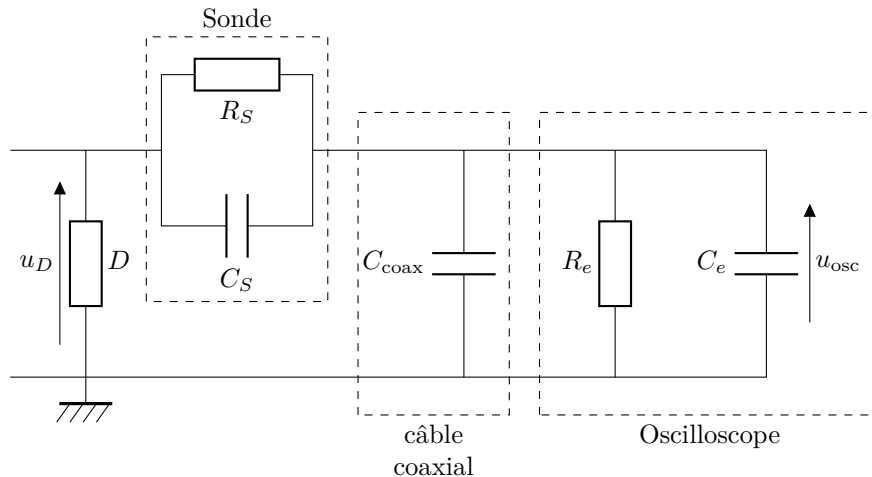
$$f_c = \frac{\sqrt{(1 + \alpha)^2 - \left(1 + \frac{R}{R_e}\right)^2}}{2\pi RC_e} \quad (4)$$

Faire l'application numérique pour $\alpha = 1,0\%$ et $R = 1,0\text{ k}\Omega$.

22. Donner l'expression de l'avance de phase φ de $u_m(t)$ sur $u_0(t)$ en fonction de R , R_e , C et ω .

3 Limitation des perturbations par utilisation d'une sonde atténuatrice

Pour diminuer la perturbation de l'oscilloscope à très haute fréquence, on peut utiliser une sonde atténuatrice qu'on intercale entre le dipôle D dont on veut connaître la tension et l'entrée de l'oscilloscope. En outre, à très haute fréquence, les fils de connexion doivent être remplacés par des câbles coaxiaux, qui limitent les pertes d'énergie par rayonnement. En contrepartie, ceux-ci présentent une capacité C_{coax} d'autant plus grande que le câble est long. On obtient ainsi le montage présenté ci-dessous.



La sonde est un dipôle constitué par l'association en parallèle d'une résistance $R_S = 9,0\text{ M}\Omega$ et d'un condensateur de capacité C_S réglable. On considérera que le câble coaxial a une capacité $C_{\text{coax}} = 100\text{ pF}$.

23. Montrer que l'impédance équivalente de deux condensateurs de capacités C_1 et C_2 associés en parallèle est celle d'un condensateur de capacité $C_{\text{eq}} = C_1 + C_2$.
24. Déterminer l'expression de la tension complexe $\underline{u}_{\text{osc}}$ en fonction de la tension complexe \underline{u}_D . On écrira le résultat sous la forme :

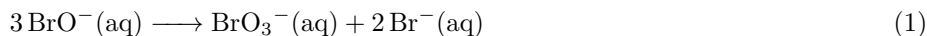
$$\underline{u}_{\text{osc}} = k \frac{1 + j\beta_1\omega}{1 + j\beta_2\omega} \underline{u}_D \quad (5)$$

On considère que la sonde est réglée lorsque $u_{\text{osc}} = k u_D$.

25. Déterminer l'expression de C_S en fonction de R_S , R_e , C_e et C_{coax} permettant que la sonde soit réglée. Faire l'application numérique.
26. Calculer la valeur de k . Justifier le terme de sonde *atténuatrice*. Lors de l'utilisation de la sonde, on active une fonction de l'oscilloscope qui multiplie le signal mesuré par 10. Expliquer pour quelle raison.
27. Pourquoi est-il nécessaire de régler la sonde ?
28. Déterminer l'impédance d'entrée \underline{Z}_e de l'oscilloscope vue depuis le dipôle D en l'absence de sonde. On exprimera \underline{Z}_e en fonction de R_e , C_e , C_{coax} et ω .
29. Déterminer l'impédance d'entrée \underline{Z}'_e de l'oscilloscope vue depuis le dipôle D en présence de la sonde préalablement réglée. On exprimera \underline{Z}'_e en fonction de k , R_e , C_e , C_{coax} et ω .
30. Comparer \underline{Z}_e et \underline{Z}'_e . Conclure sur l'intérêt d'utiliser une sonde atténuatrice.

Exercice 2 : CINÉTIQUE DE LA DISMUTATION DE L'ION BROMITE

L'ion hypobromite BrO^- se dismute spontanément en ion bromure Br^- et en ion bromate BrO_3^- selon la réaction suivante :



1. Donner les configurations électroniques de l'état fondamental du brome et de l'oxygène. Indiquer quels sont les électrons de cœur et les électrons de valence
2. Donner, à partir de leur configuration électronique, la position de ces deux éléments dans la classification périodique (ligne et colonne) en justifiant précisément la réponse.
3. Expliquer pourquoi le brome forme préférentiellement l'ion bromure Br^- .
4. Établir la représentation de Lewis de l'ion hypobromite BrO^- .
5. Le brome peut être hypervalent, il est aussi l'atome central de l'ion bromate BrO_3^- . En déduire deux configurations de Lewis possibles de cet ion, une où la charge négative est portée par le brome et l'autre où elle est portée par un oxygène.
6. Expliquer comment les électronégativités de Br et O permettent de conclure sur la représentation de Lewis de BrO_3^- .

On donne ci-dessous l'évolution de la concentration en ions bromite d'une solution aqueuse à 25 °C en fonction du temps :

Temps (min)	0	30	60	90	120	150	180
$[\text{BrO}^-]$ ($\text{mol } \ell^{-1}$)	1,07	0,20	0,11	0,08	0,06	0,05	0,04

7. Montrer que ces résultats sont compatibles avec une réaction d'ordre 2 par rapport à BrO^- et déterminer la valeur numérique de la constante de vitesse k de la réaction à cette température.
8. Établir l'expression du temps de demi-réaction $\tau_{1/2}$ de la réaction (1) en fonction de k et C_0 la concentration initiale en ion hypobromite. Calculer sa valeur numérique.
9. Combien de temps devra-t-on attendre pour qu'il ne reste plus que 0,1 % de la concentration initiale en BrO^- ?

Données :

- Numéros atomiques : $Z_{\text{O}} = 8$, $Z_{\text{Br}} = 35$.
- Électronégativités : $\chi_{\text{O}} = 3,44$, $\chi_{\text{Br}} = 2,96$