

## DS2 : Optique, circuits électriques

- Durée : 2h.
- La calculatrice est autorisée.
- Chaque réponse doit être justifiée.
- Même lorsque ça n'est pas précisé, toute application numérique doit être précédée d'une expression littérale en fonction des données de l'énoncé.

### Exercice 1 : CAMÉRA DE CONTRÔLE DE PLAQUES D'IMMATRICULATION

/37

Pour diminuer le nombre de véhicules circulant dans le centre ville et réduire ainsi les embouteillages, la pollution et le bruit qu'ils engendrent, plusieurs grandes agglomérations (Londres, Singapour, Stockholm) utilisent un système de péage urbain.

Différentes technologies sont mises en oeuvre pour détecter les véhicules entrant dans la zone de circulation taxée. Le système londonien, appelé London Congestion Charge (mis en place en 2003) utilise un réseau de 500 caméras installées à chaque point permettant d'entrer ou de sortir de la zone payante. Les images obtenues sont ensuite analysées par un algorithme LAPI (Lecture Automatique des Plaques d'Immatriculation) qui génère une liste des véhicules ayant circulé dans le centre ville, ce qui déclenche la facturation d'une taxe.

Ces systèmes doivent être robustes, peu coûteux, ne nécessiter aucun réglage et être fonctionnels dans des conditions de luminosité très variées. Le modèle retenu (ci-dessous) comporte deux caméras identiques : l'une enregistrant dans le domaine visible et l'autre dans le proche infrarouge grâce à un filtre stoppant les radiations visibles. Un ensemble de diodes électroluminescentes (DEL) émettant des flashes de longueur d'onde respective 810 nm et 950 nm entoure les caméras et permet d'illuminer la plaque d'immatriculation.

Les spécifications du constructeur sont les suivantes : Le capteur CCD (Charge Coupled Device) de ces caméras est un rectangle de diagonale notée  $e = 0,635$  cm et découpé en  $752 \times 582$  pixels (largeur  $\times$  hauteur) ; les pixels sont des carrés tous identiques, de côté  $a$ . Pour réduire le coût, les risques de panne et les réglages lors de l'installation, ces caméras ont une distance focale image fixe. Le constructeur propose différents modèles destinés à enregistrer les plaques d'immatriculation à une distance de mesure déterminée  $L$ . Le tableau suivant résume les modèles disponibles :

Modèle de caméra	1	2	3	4	5
Focale (mm)	35,0	25,0	16,0	12,0	8,00
Distance de mesure $L$ (m)	20,0	14,5	9,0	7,0	4,5

TABLE 1 – Paramètres des différentes caméras

Selon la norme britannique les plaques doivent mesurer 110 mm de hauteur et 520 mm de largeur. Les caractères doivent avoir une hauteur de 79 mm et une largeur de 50 mm, l'épaisseur du trait étant fixée à 14 mm.



On rappelle les formules de conjugaison de Descartes et de Newton pour une lentille mince de centre  $O$ , de distance focale  $f'$  :

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'} \quad \text{et} \quad \overline{F'A'} \cdot \overline{FA} = -f'^2, \quad (1)$$

où  $F$  est le foyer principal objet,  $F'$  le foyer principal image,  $A$  un objet sur l'axe optique et  $A'$  son image par la lentille.

Le grandissement transverse pour un objet  $AB$  perpendiculaire à l'axe optique d'image  $A'B'$  est donné par

$$G_t = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = -\frac{\overline{F'A'}}{f'} = \frac{f'}{\overline{FA}} \quad (2)$$

### I – Dimensionnement des caméras

Les caméras sont identiques et constituées d'une lentille d'objectif de distance focale image qui forme sur le capteur CCD une image de la plaque d'immatriculation. La figure 1 illustre cette configuration (les échelles relatives ne sont pas respectées).

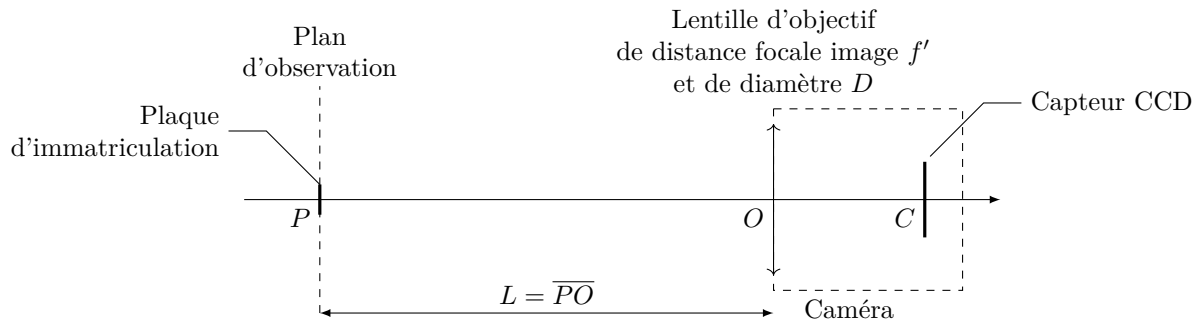


FIGURE 1 – Schéma représentant la plaque d'immatriculation ainsi que la caméra.

- /1 1. Donner la condition que doivent vérifier  $f'$  (distance focale image de la lentille) et  $PC$  (distance entre l'objet réel et son image réelle) pour que cette opération soit possible.
  - /3 2. Etablir l'expression de la distance algébrique  $\overline{OC}$  en fonction de  $L = \overline{PO}$  et  $f'$ . Justifier pourquoi la lentille doit nécessairement être convergente.
  - /2 3. Ecrire le grandissement  $\gamma$  en fonction de  $L$  et  $f'$ .
  - /2 4. En tenant compte des ordres de grandeurs des valeurs numériques de la table 1, simplifier l'expression de  $\overline{OC}$  obtenue à la question 1. Commenter.
  - /3 5. Simplifier de même l'expression de  $\gamma$ . Calculer la valeur numérique du grandissement  $\gamma$  pour ces cinq modèles de caméras (répondre avec 3 chiffres significatifs). Commenter.
- Pour les questions suivantes,  $\gamma$  sera pris égal  $-1,75 \times 10^{-3}$ .
- /3 6. À partir des spécifications du constructeur, déterminer la valeur numérique de la longueur  $a$  du côté d'un pixel de ce capteur en  $\mu\text{m}$ . En déduire la largeur  $l$  et la hauteur  $h$  du capteur CCD en millimètres.
  - /2 7. En déduire les dimensions  $L_v \times H_v$  du champ de vue dans le plan d'observation. Est-il suffisant d'installer une caméra par rue permettant d'accéder au centre-ville?
  - /2 8. Déterminer la taille de l'image d'un des caractères de la plaque d'immatriculation sur le capteur CCD en micromètres, puis en pixels.
  - /2 9. Quels problèmes se poseraient si le dispositif ne filmait que dans le domaine visible? Quels sont les avantages à filmer une seconde image en infrarouge?

## II – Profondeur de champ

Bien que ces caméras ne disposent pas de dispositif de mise au point (leur distance focale est fixe), il est néanmoins possible de visualiser des plaques d'immatriculation qui ne sont pas rigoureusement situées à la distance  $L$  spécifiée par le constructeur.

Le but de cette partie est de déterminer la profondeur de champ  $Z$ , c'est-à-dire la longueur de la zone de l'espace où l'objet peut être placé afin que la caméra en fournisse une image considérée comme nette.

Le document-réponse "Optique", à rendre avec la copie, comporte différentes figures sur lesquelles un objet ponctuel est situé sur l'axe optique (les constructions ne sont pas à l'échelle et ont pour seul but d'illustrer le phénomène). Le diamètre de la lentille est  $D = 1,00 \text{ cm}$ .

Sur la première figure, l'objet est situé en  $P_0$ , à la distance  $L$  spécifiée par le constructeur.

- /2 10. Compléter cette figure en représentant le trajet des deux rayons lumineux issus de  $P_0$  et frappant la lentille en deux points extérieurs diamétralement opposés. Représenter la position de l'image  $C_0$  de ce point  $P_0$  par la lentille d'objectif. (Un soin particulier est attendu dans la réalisation de la construction dont la démarche doit être rigoureusement justifiée.)

Le capteur CCD est positionné dans le plan perpendiculaire à l'axe optique et passant par  $C_0$ . L'objet ponctuel  $P_1$  est maintenant placé à une distance  $\Delta_1 = \overline{P_0 P_1} > 0$  de  $P_0$ .

11. Compléter la seconde figure du document-réponse en y représentant :
  - /2 (a) le plan du capteur CCD (en reportant le point  $C_0$  de la construction de la question 10;
  - (b) le trajet des deux rayons lumineux issus de  $P_1$  et frappant la lentille en deux points extérieurs diamétralement opposés. Son image est notée  $C_1$ .

Ce faisceau ne forme pas une image ponctuelle sur le capteur mais un disque de diamètre  $d_1 > 0$ .

12. Placer  $d_1$  sur la figure précédente, puis montrer que le diamètre de la tache image, noté  $d_1$ , peut s'exprimer sous la forme

$$d_1 = \beta \frac{f' \Delta_1}{(L - f')(L - \Delta_1)} \quad (3)$$

où  $\beta$  est un facteur à expliciter.

13. Compléter la troisième figure dans le cas où  $\overline{P_0 P_2} = -\Delta_2 < 0$  ( $\Delta_2 > 0$  est une distance). Le diamètre de la tache image peut alors s'exprimer sous la forme

$$d_2 = \beta \frac{f' \Delta_2}{(L - f')(L + \Delta_2)} \quad (4)$$

14. Simplifier les expressions de  $d_1$  et  $d_2$  sachant que  $f' \ll L$ .

On conservera le cas  $f' \ll L$  dans la fin du problème.

15. Exprimer, en fonction de  $a$ ,  $L$ ,  $D$  et  $f'$  les distances  $\Delta_{1,\text{lim}}$  et  $\Delta_{2,\text{lim}}$  telles que la tache image sur le capteur ait un diamètre égal à la taille d'un pixel.

16. Calculer les valeurs numériques de  $\Delta_{1,\text{lim}}$  et  $\Delta_{2,\text{lim}}$  pour la caméra 3, en prenant  $a = 7,00 \mu\text{m}$ .

17. Déterminer l'expression de la profondeur de champ  $Z = \Delta_{1,\text{lim}} + \Delta_{2,\text{lim}}$  en fonction de  $D$ ,  $f'$ ,  $a$  et  $L$  puis la calculer.

## Exercice 2 : ÉTUDE D'UNE PHOTORÉSISTANCE /22

Une photoresistance est composant électronique (comme photographie ci-contre) de type conducteur ohmique, dont la résistance décroît lorsque l'intensité lumineuse augmente.



### I – Étude d'un dipôle résistif

Soit le dipôle  $AB$  schématisé ci-dessous contenant la photorésistance de résistance  $R'$  et des conducteurs ohmiques de résistances  $R$

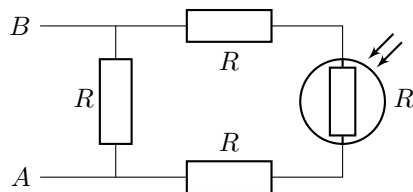


FIGURE 1 – Schéma du dipôle  $AB$

1. Établir l'expression de la résistance équivalente  $R_{\text{eq}}$  au dipôle  $AB$  ci-dessus en fonction de  $R$  et  $R'$ .
2. On souhaite que  $R_{\text{eq}}$  soit égale à la résistance  $R'$ . Déterminer l'expression de  $R'$  en fonction de  $R$  pour qu'il en soit ainsi.
3. On suppose que la photorésistance a été placée sur un banc d'optique. On donne ci-dessous la courbe d'étalonnage de la photorésistance en fonction de l'intensité lumineuse avec doubles échelles logarithmiques.
- On suppose que  $R = 10 \text{ k}\Omega$ . Quelle doit être la valeur de l'intensité lumineuse pour que la résistance équivalente  $R_{\text{eq}}$  soit égale à la résistance  $R'$ ? Quelle serait l'allure de la caractéristique courant-tension ( $u = f(i)$ ) du dipôle  $AB$ ? Quelles sont ses propriétés?

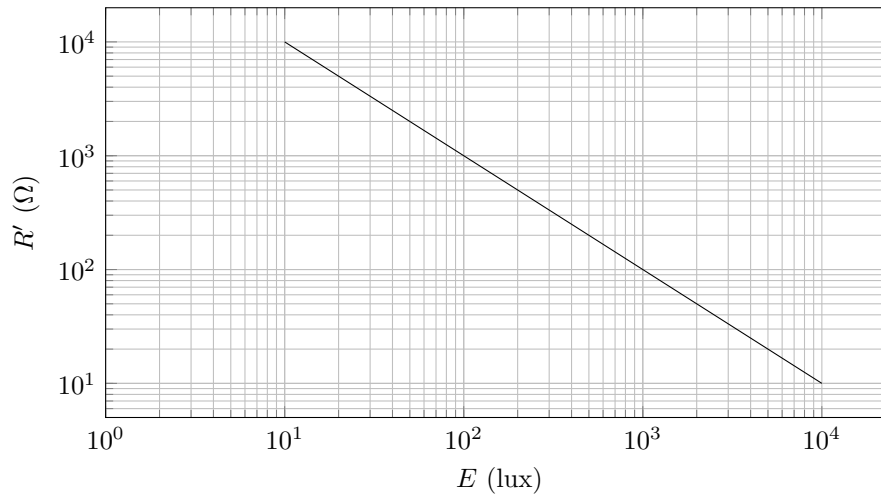


FIGURE 2 – Résistance de la photorésistance en fonction de l'intensité lumineuse reçue.

## II – Étude d'un réseau linéaire

On considère le réseau linéaire ci-dessous, dans cette partie, on ne considère plus que  $R_{eq} = R'$ .

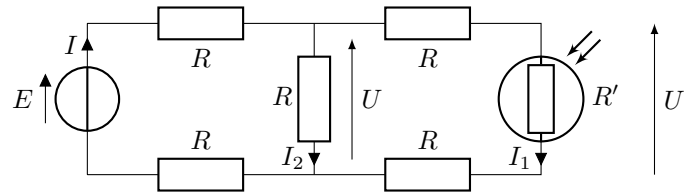


FIGURE 3 – Schéma du réseau linéaire

- /2 4. En utilisant le pont diviseur de courant, exprimer  $I_1$  en fonction de  $I$ ,  $R$  et  $R'$ .
- /2 5. En utilisant le pont diviseur de tension, exprimer  $U'$  en fonction de  $U$ ,  $R$  et  $R'$ .
- /3 6. Exprimer  $I_1$  en fonction de  $E$ ,  $R$  et  $R'$ .
- /2 7. Déterminer l'expression de la puissance  $P$  reçue par la photorésistance en fonction de  $E$ ,  $R$  et  $R'$ .
- /3 8. Montrer qu'il existe une valeur de  $R'$  et donc de l'intensité lumineuse reçue par la photorésistance telle que la puissance reçue soit maximale. Exprimer cette valeur  $R'_m$  en fonction de  $R$ .
- /3 9. La photorésistance fonctionne correctement lorsqu'elle reçoit une puissance électrique inférieure à  $P_{max} = 100 \text{ mW}$ . Déterminer la valeur minimale de  $R$  qui assure que la photorésistance ne sera pas détruite quel que soit l'intensité lumineuse qu'elle reçoit pour  $E = 12 \text{ V}$ .

### Exercice 3 : DISSOCIATION DE L'IODURE D'HYDROGÈNE /10

Dans cet exercice, les gaz sont assimilés à des gaz parfaits. On étudie l'équilibre en phase gazeuse suivant :



à la température constante  $T = 900 \text{ K}$ . Dans un récipient vide, de volume  $V = 6,00 \text{ l}$ , on introduit  $n_0 = 2,00 \text{ mol}$  d'iodure d'hydrogène gazeux,  $\text{HI}(\text{g})$ . À l'équilibre, la pression partielle en dihydrogène  $P_{\text{H}_2}$  est égale à  $3,10 \text{ bar}$ . On donne la constante des gaz parfaits  $R = 8,31 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$

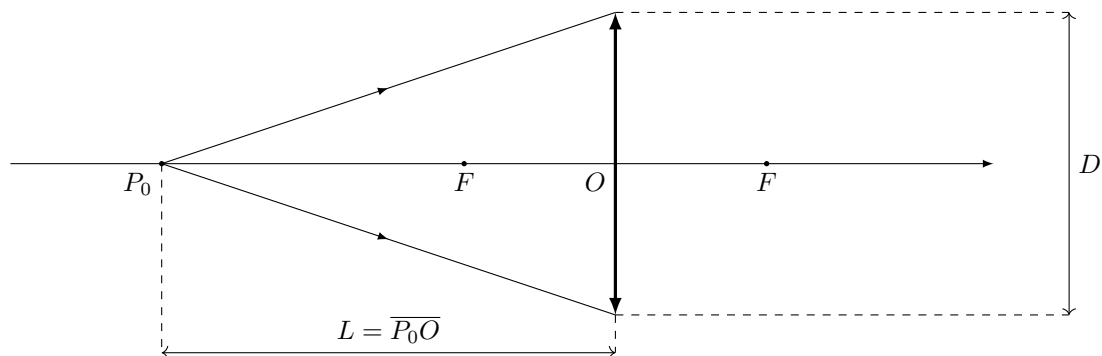
- /2 1. Calculer la pression initiale  $P_i$  dans le récipient.
- /3 2. Faire un tableau d'avancement. Comment évolue la quantité de matière de gaz dans le système ? En déduire la pression totale à l'équilibre  $P_{\text{tot}}$ .
- /3 3. Exprimer la constante d'équilibre  $K_1^\circ$  à la température  $T_1$  en fonction de  $P_{\text{H}_2}$  et  $P_{\text{tot}}$ . Faire l'application numérique.
- /2 4. Calculer la valeur du coefficient de dissociation noté  $\alpha$  de l'iodure d'hydrogène  $\text{HI}$  à l'équilibre. (le coefficient de dissociation d'une espèce est le rapport de la quantité de matière qui a réagi sur la quantité de matière initiale).

## Document réponse à rendre avec la copie

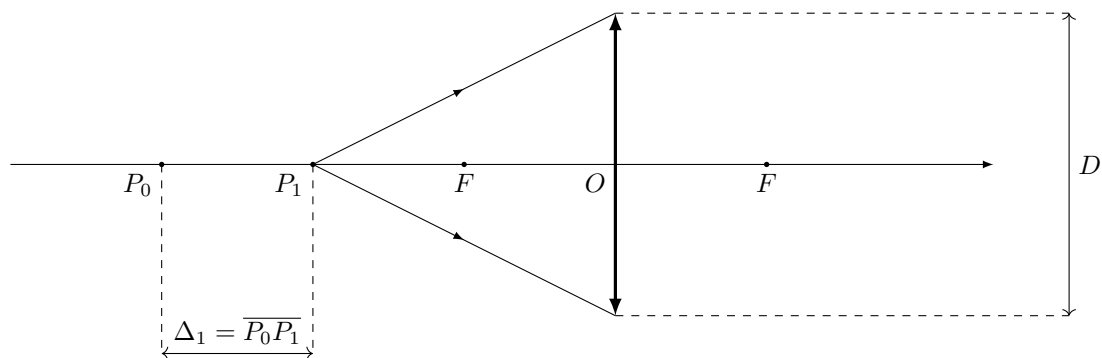
Nom :

Prénom :

Question 10 :



Question 11 :



Question 13 :

