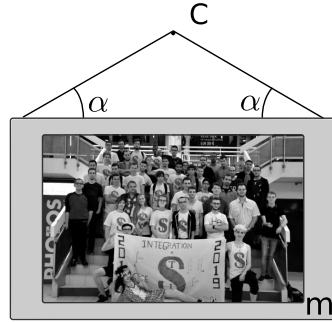


TD14 : Dynamique du point

Exercice 1 : ACCROCHER UN CADRE

On souhaite suspendre un cadre de masse m par un fil accroché à deux de ses extrémités et passant autour d'un clou C planté dans le mur. (voir schéma ci-contre).

1. Faire un bilan des forces qui s'exercent sur le cadre et les représenter sur un schéma.
2. Déterminer la tension du fil de suspension en fonction de la masse m et de l'angle α .
3. A.N. On souhaite suspendre un cadre de masse $m = 2$ kg avec un fil dont le fabricant indique qu'il peut supporter au maximum une charge de 5 kg. Déterminer l'angle α minimum que l'on peut utiliser.



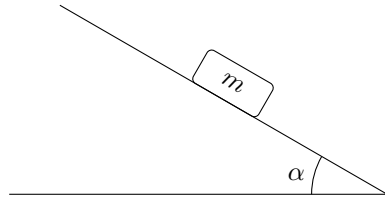
Exercice 2 : GLISSEMENT SUR UN PLAN INCLINÉ

Un mobile de masse m assimilé à un point matériel glisse sans frottement le long d'un plan incliné d'un angle α par rapport à l'horizontale.

1. Faire un bilan des forces qui s'appliquent au mobile et les dessiner sur le schéma.
2. Déterminer l'équation du mouvement du mobile matériel lorsque sa vitesse initiale est nulle (dans le référentiel du plan incliné). On prendra soin de définir correctement le système de coordonnées utilisé.

On considère maintenant qu'il existe des frottements solides entre le mobile et le plan incliné caractérisés par un coefficient de frottement statique μ_s et un coefficient de frottement dynamique μ_d

3. Déterminer l'angle α_m minimum pour que le mobile initialement immobile se mette spontanément en mouvement.
4. Pour un angle $\alpha > \alpha_m$ déterminer l'équation du mouvement du mobile.



Exercice 3 : FORCES EN COORDONNÉES POLAIRES

Un point matériel de masse m suit un mouvement dont l'équation horaire en coordonnées polaires est :

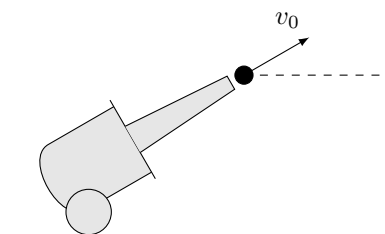
$$\begin{cases} r(t) = A(1 + \cos(\omega t)) \\ \theta(t) = \omega t \end{cases}$$

1. Tracer l'allure de la trajectoire suivie par le point matériel.
2. Déterminer la résultante des forces qu'il doit subir pour suivre cette trajectoire.

Exercice 4 : TIR BALISTIQUE

Un canon d'artillerie tire des obus de masse m avec une vitesse initiale v_0 dans une direction faisant un angle α avec l'horizontale. On négligera les frottements de l'air.

1. Faire un bilan des forces appliquées à l'obus au moment où il quitte le canon.
2. Déterminer l'équation horaire de la trajectoire de l'obus dans le référentiel terrestre supposé galiléen. (On choisira un repère (\vec{e}_x, \vec{e}_y) astucieusement)
3. Déterminer l'équation de la trajectoire de l'obus sous la forme $y = f(x)$
4. Exprimer la distance à laquelle l'obus touche le sol en fonction de α et v_0 .
5. Déterminer la distance maximale d'un objectif atteignable par le canon en fonction de v_0 et l'angle α correspondant.
6. A.N. : Lors de la première guerre mondiale, l'armée allemande utilisa un canon surnommé "La grosse Bertha" qui tirait des obus de 800 kg avec une vitesse initiale de 333 m s^{-1} . Calculer la portée maximale de ce canon.
7. La portée effective était en réalité de 9300 m. Commenter la différence avec la valeur obtenue à la question précédente.



Exercice 5 : FREINAGE ET DISTANCE D'ARRÊT

Lors d'un test de freinage, une voiture, assimilée à un point matériel G de masse $m = 1300$ kg, roule sur une route horizontale et freine alors que sa vitesse est $v_1 = 100 \text{ km h}^{-1}$. Le temps nécessaire à l'arrêt complet du véhicule est $T = 7$ s.

On suppose que la force de freinage F_0 est constante. Le référentiel lié au sol est supposé galiléen. La position de la voiture est repérée par son abscisse $x(t)$ mesurée sur l'axe (Ox) du mouvement. On choisit comme origine des temps l'instant du début du freinage, pour lequel la position de G est $x = 0$.

1. Exprimer la force de freinage F_0 en fonction des données. Calculer F_0 .
2. Estimer une limite inférieure pour le coefficient de frottement statique entre les roues de la voiture et la route.
3. Calculer la distance d'arrêt d .
4. Exprimer la distance d'arrêt d en fonction de la vitesse initiale v_1 , ainsi que de F_0 et de m . Que se passe-t-il si la vitesse initiale est multipliée par deux ?
5. Montrer que si la vitesse V est exprimée en km h^{-1} , la distance d'arrêt est approximativement : $d \simeq \left(\frac{V}{10}\right)^2$

Exercice 6 : CHUTE D'UNE GOUTTE D'EAU

On considère la chute verticale d'une goutte d'eau sphérique dans l'atmosphère. Au cours de sa chute, la goutte est soumise à une force de frottement visqueux proportionnelle à sa vitesse v de valeur $f = 6\pi r \eta v$, avec r le rayon de la goutte et η la viscosité dynamique de l'air.

1. Établir l'équation différentielle de mouvement de la goutte.
2. Déterminer la vitesse limite v_{lim} atteinte par la goutte.
3. La goutte étant initialement au repos, exprimer la vitesse $v(t)$ à un instant t quelconque en fonction de v_{lim} , t et $\tau = \frac{v_{\text{lim}}}{g}$. Tracer l'allure de $v(t)$. Que représente τ ? Calculer sa valeur numérique.
4. Au bout de quelle durée la vitesse limite est-elle atteinte à 1% près ? Calculer la distance parcourue par la goutte pendant ce temps.

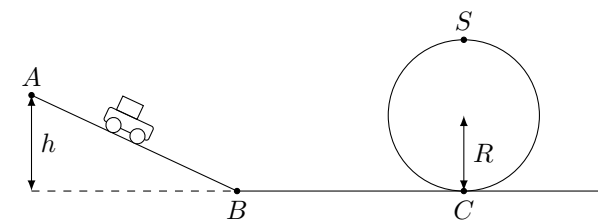
Données : masse volumique de l'eau $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$, $r = 50 \text{ }\mu\text{m}$, $\eta = 18,5 \times 10^{-6} \text{ Nsm}^{-2}$, $g = 9,8 \text{ m s}^{-2}$

Exercice 7 : JEU DE CONSTRUCTION

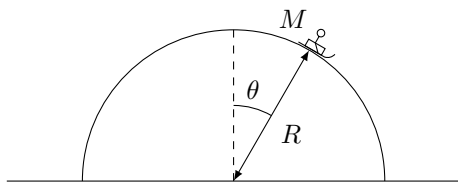
On souhaite empiler 10 cubes de masse m et de côté a initialement éparpillés sur le sol. Quelle est l'énergie minimale qu'il faut fournir.

Exercice 8 : CIRCUIT DE VOITURES

Un circuit comporte deux tronçons rectilignes AB et BC . Le premier a pour hauteur h et le second se poursuit par un looping CS de rayon R . La voiturette utilisée est assimilée à un point matériel de masse m . Elle est lâchée sans vitesse initiale. On note g l'intensité du champ de pesanteur et on néglige tous les frottements.



1. Exprimer la vitesse v_B de la voiture au point B en fonction de g et h . Quelle est la vitesse de la voiture en C ?
2. Justifier que la force exercée par la piste sur la voiture est dirigée uniquement suivant la normale à la piste.
3. Exprimer la valeur R_N de la force normale exercée par la piste au sommet S du looping en fonction de m , g , R et v_S la vitesse au sommet.
4. La voiture perd contact avec la piste lorsque R_N s'annule. Déterminer en fonction de R la hauteur h_{min} pour laquelle la voiturette peut passer le looping.

Exercice 9 : LUGE SUR UN IGLOO

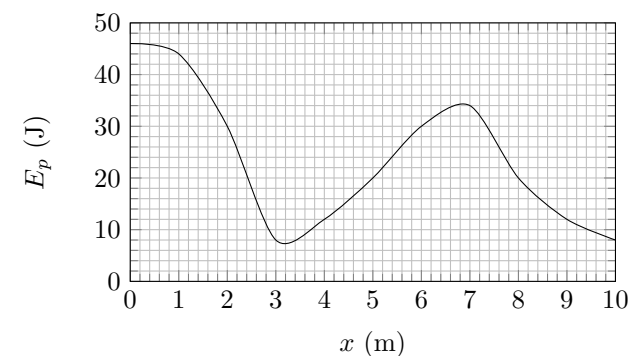
Une personne de masse m assimilable à un point matériel se laisse glisser en luge depuis le sommet de son igloo qui a une forme sphérique de rayon R . Sa position sur l'igloo est repérée par l'angle θ avec la verticale. On néglige tous les frottements.

1. Exprimer la force exercée par l'igloo sur la luge en fonction de m , g , R , θ et de la vitesse v correspondant à cet angle.
2. En utilisant le théorème de l'énergie cinétique (ou la conservation de l'énergie mécanique), déterminer la vitesse v en fonction de g , R et θ .
3. Quelle est la valeur de l'angle θ_0 pour lequel la luge décolle de l'igloo ?
4. Déterminer en fonction de R la distance entre le bord de l'igloo et le point d'impact de la luge avec le sol.

Exercice 10 : ÉTUDE ÉNERGÉTIQUE

Le graphique ci-contre représente l'énergie potentielle d'un point matériel M astreint à se déplacer suivant l'axe x .

1. Indiquer sur le graphique les valeurs de x correspondant à des positions d'équilibre. Indiquer s'il s'agit de positions d'équilibre stable ou instable.
2. À $t = 0$ le point M se trouve en $x = 5$ m. Sachant que son énergie cinétique vaut 10 J, indiquer les valeurs de x accessibles.
3. Combien vaut l'énergie mécanique de M ?
4. Quelle devrait être la valeur de son énergie cinétique pour que sa trajectoire ne soit pas bornée pour $x > 0$?

**Exercice 11 : PETITS PROBLÈMES**

1. Un objet lancé verticalement vers le haut passe par la même altitude h aux temps $t = 2$ s et $t = 10$ s. Déterminer h .
2. Tous les êtres humains vivant sur la Terre se regroupent au même endroit et sautent au même moment. Déterminer le déplacement subi par la Terre pendant le saut.
3. Le champ de gravitation à la surface de la Lune est de $1,6 \text{ m/s}^2$. Déterminer la hauteur maximale à laquelle vous seriez capable de sauter sur la Lune.
4. Les galeries Lafayette du boulevard Haussmann de Paris reçoivent environ 25 millions de visiteurs par an et comptent 6 étages. Estimer l'énergie électrique annuelle utilisée par le magasin pour faire fonctionner ses escalators.

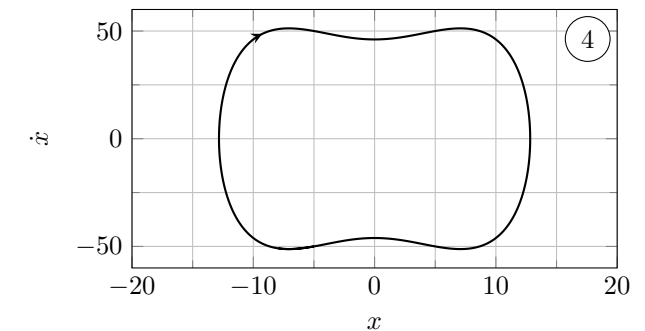
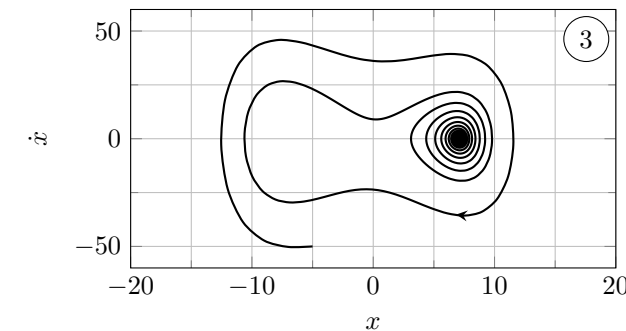
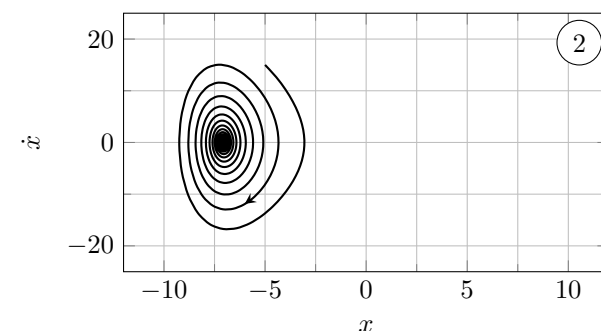
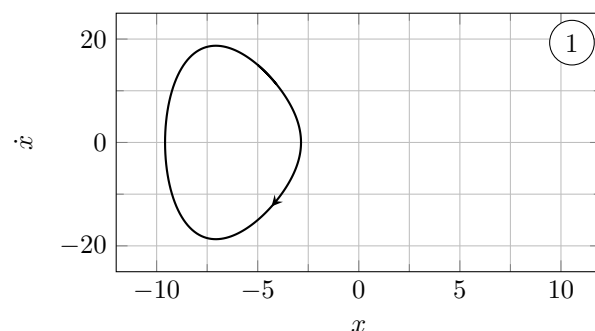
Exercice 12 : Puits DOUBLE

On considère un point matériel M de masse m ne pouvant se déplacer que suivant un axe Ox dont l'énergie potentielle est

$$E_p(x) = ax^4 + bx^2 + c$$

où x est l'abscisse de M

1. Tracer le graphique représentant $E_p(x)$ pour $a = 1$, $b = -100$ et $c = 1000$ (unité SI).
2. Quelles sont les positions d'équilibre ? Discuter leur stabilité.
3. Le point M se trouve initialement en $x = -7,07$. Quelle énergie cinétique faut-il lui communiquer pour qu'il puisse explorer le puits de droite. On suppose les frottements très faibles.
4. On donne 4 portraits de phase correspondant aux trajectoires du point M . Décrire pour chacun le mouvement du point M .

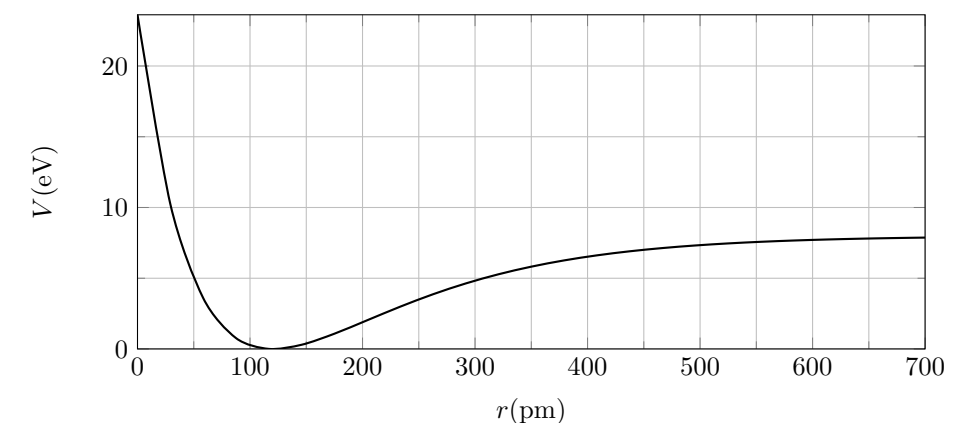
**Exercice 13 : VIBRATIONS DE LA MOLÉCULE DE MONOXYDE DE CARBONE**

Une molécule de monoxyde de carbone CO est modélisée par deux masses ponctuelles m_1 pour l'atome de carbone et m_2 pour l'atome d'oxygène. Pour simplifier le problème on considérera que l'atome de carbone est fixe dans un référentiel galiléen et que l'atome d'oxygène ne peut subir que des déplacements rectilignes suivant l'axe (Ox) .

L'énergie potentielle d'interaction entre les deux atomes est bien représentée par l'équation empirique

$$V(r) = V_0 \left(1 - e^{-\beta(r-r_0)} \right)^2$$

où r est la distance entre les noyaux des deux atomes et r_0 , V_0 et β sont des constantes. On donne le graph de $V(r)$ ci-dessous :



1. Quelle est la dimension de β ?
2. Que représentent physiquement r_0 , V_0 , et β ? Faire apparaître r_0 et V_0 sur le graphique et donner leurs valeurs.
3. Quel sera le mouvement de l'atome d'oxygène si son énergie mécanique est inférieure à V_0 ?
4. Montrer qu'autour de la position $r = r_0$, l'interaction entre les deux atomes peut être modélisée par la force de rappel d'un ressort de raideur k dont on donnera l'expression.
5. En déduire la pulsation des petites oscillations de la molécule de monoxyde de carbone autour de sa position d'équilibre.
6. Que se passe-t-il si l'énergie mécanique de l'atome d'oxygène est supérieure à V_0 ?