

14h15: Distribution du sujet de chimie (ci-joint)

15h50: Distribution du sujet de physique

16h05: Rendu des copies de chimie (merci de déposer votre copie sur le coin de votre table pour faciliter le ramassage)

18h15: Rendu des copies de physique



**ÉCOLE DES PONTS PARISTECH,
ISAE-SUPAERO, ENSTA PARIS,
TÉLÉCOM PARIS, MINES PARIS,
MINES SAINT-ÉTIENNE, MINES NANCY,
IMT ATLANTIQUE, ENSAE PARIS,
CHIMIE PARISTECH - PSL.**

**Concours Mines-Télécom,
Concours Centrale-Supélec (Cycle International).**

CONCOURS 2022

ÉPREUVE DE CHIMIE

*Les candidats sont priés de mentionner de façon apparente
sur la première page de la copie :*

CHIMIE - MP

L'énoncé de cette épreuve comporte 5 pages de texte.

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

Les sujets sont la propriété du GIP CCMP. Ils sont publiés sous les termes de la licence Creative Commons Attribution - Pas d'Utilisation Commerciale - Pas de Modification 3.0 France. Tout autre usage est soumis à une autorisation préalable du Concours commun Mines Ponts.



Chimie et énergie

Ce problème comporte trois parties indépendantes.

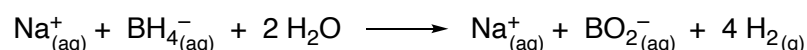
Les données utiles à la résolution du problème sont fournies à la fin de l'énoncé (page 5).

Partie 1. La filière hydrogène

Production de dihydrogène par hydrolyse catalytique du tétrahydruoborate de sodium

« L'hydrogène est un des vecteurs énergétiques de demain même si les complications liées à sa production et à son stockage limitent son développement. L'hydrolyse, catalysée du tétrahydruoborate de sodium (NaBH_4), est une alternative intéressante pour le stockage et la production embarqués d'hydrogène car, en présence d'eau et d'un catalyseur, cet hydrure chimique produit de façon contrôlée de l'hydrogène pur et du métaborate de sodium.¹ »

En présence d'un catalyseur adapté, le tétrahydruoborate de sodium est décomposé par l'eau pour produire du dihydrogène selon l'équation suivante :



Q1- Donner la configuration électronique du bore dans son état fondamental. Identifier les électrons de valence et donner des quadruplets de nombres quantiques pouvant caractériser ces électrons.

Q2- Donner la représentation de Lewis de l'ion tétrahydruoborate BH_4^- . En déduire sa géométrie. Justifier.

Q3- Déterminer le volume $V(\text{H}_2)$ de dihydrogène que l'on peut générer à partir de $V = 1,0 \text{ L}$ de solution aqueuse de concentration $C = 1,0 \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$ en ions sodium $\text{Na}^+_{(\text{aq})}$ et en ions tétrahydruoborate $\text{BH}_4^-_{(\text{aq})}$ (on se placera dans les conditions standard de température et de pression : $T = 25 \text{ }^\circ\text{C}$ et $P = 1 \text{ bar}$).

Q4- La réaction d'hydrolyse peut être catalysée par des catalyseurs à base de platine. Le volume de dihydrogène obtenu serait-il plus élevé si on réalise la réaction en présence de platine ? Justifier.

Stockage du dihydrogène

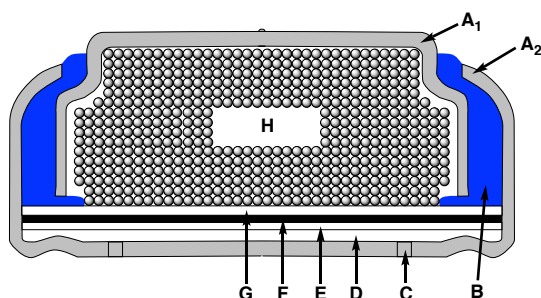
S'il n'est pas préparé « à la demande » comme avec l'hydrolyse du tétrahydruoborate de sodium, un des problèmes de l'utilisation du dihydrogène comme vecteur énergétique est son stockage. Des alliages à base de fer et de titane permettent le stockage du dihydrogène. Dans ces composés, l'hydrogène est stocké sous forme atomique (H) et non pas moléculaire (H_2). L'alliage utilisé ici a une structure cubique dans laquelle les atomes de fer occupent les sommets de la maille cubique et un atome de titane son centre. Les sites octaédriques de la structure sont de deux types : type A (situés au milieu de chaque arête) et type B (situés au centre de chaque face).

¹ U. B. Demirci, *Actualité Chimique* **2008**, 316, 22–27.

- Q5-** Représenter la maille cubique de l'alliage de fer/titane.
- Q6-** Calculer le paramètre de maille a associé à cette maille sachant que les atomes de fer et de titane sont en contact mais pas les atomes de fer entre eux.
- Q7-** Les sites octaédriques de type B sont-ils des octaèdres réguliers ? Justifier. Ces derniers seront-ils déformés après introduction d'un atome d'hydrogène ? Justifier.
- Q8-** Des atomes d'hydrogène occupent la totalité des sites octaédriques de type B. Indiquer le nombre d'atomes de fer, de titane et d'hydrogène par maille. Justifier. En déduire la formule de cet « alliage hydrogéné ».
- Q9-** Calculer le volume molaire V_m' du dihydrogène H_2 stocké dans ce composé en supposant qu'il en occupe tout le volume (on prendra pour valeur de a celle trouvée à la question 6). Comparer au volume molaire V_m d'un gaz parfait à $T = 25^\circ C$ et $P = 1$ bar. Conclure.

Partie 2. Piles zinc-air

Les piles zinc-air sont des accumulateurs tirant leur énergie de l'oxydation du zinc avec le dioxygène de l'air ambiant (Figure 1). Ces piles possèdent de hautes densités énergétiques et sont peu chères. Leur format varie des piles boutons pour les audioprothèses à des formats intermédiaires, pouvant être utilisés dans des appareils tels les caméras, jusqu'aux grands formats utilisables dans les véhicules électriques.

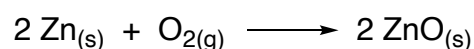


A₁ et A₂ : revêtements métalliques, B : joint isolant, C : orifice d'entrée d'air, D : membrane semi-perméable, E : dioxygène (air), F : membrane hydrophobe, G : séparateur, H : poudre de zinc et électrolyte (solution gélifiée de potasse).

Caractéristiques :

Force électromotrice : $e \approx 1,6$ V.

Réaction de fonctionnement :



Masse de zinc dans la pile : 0,65 g.

Masse de la pile : 1,0 g.

Intensité de fonctionnement : 0,80 mA.

Tension de fonctionnement : 1,5 V.

Figure 1. Schéma et caractéristiques d'une pile bouton zinc-air.

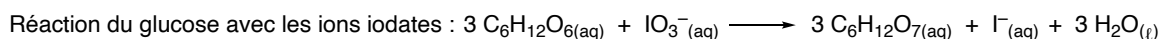
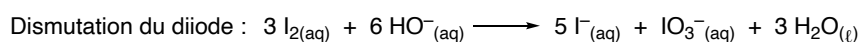
- Q10-** Identifier l'anode et la cathode de cette pile et déterminer la polarité de la pile. Justifier.
- Q11-** Calculer la force électromotrice standard e° de cette pile à partir des valeurs des potentiels standards E° des couples redox.
- ~~**Q12-** Calculer l'enthalpie libre standard $\Delta_r G^\circ$ de la réaction de fonctionnement de la pile à 298 K en utilisant les grandeurs thermodynamiques fournies (Annexe 3, page 5). En déduire la valeur de la constante K° de cette même réaction. Conclure.~~
- ~~**Q13-** Calculer la valeur de la force électromotrice standard à l'aide de la valeur de $\Delta_r G^\circ$.~~
- Q14-** Calculer la durée théorique pendant laquelle cette pile peut fonctionner sans être déchargée.
- Q15-** Calculer l'énergie que peut fournir cette pile.

Partie 3 – Energie du sportif

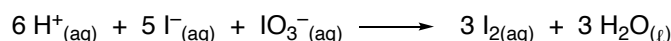
Le glucose, un sucre de formule brute $C_6H_{12}O_6$, est stocké chez les plantes sous forme d'amidon et chez les animaux sous forme de glycogène, qui peuvent être hydrolysés à tout moment pour redonner des molécules de glucose prêtes à être dégradées en fournissant de l'énergie dès que la cellule en a besoin. Nous allons nous intéresser au titrage du glucose dans un jus d'orange selon le protocole proposé dans le Document 1.

Document 1. Dosage du glucose présent dans du jus d'orange.

- Presser une demi-orange et filtrer sur Büchner sous pression réduite pour récupérer le jus.
- Diluer 5 fois le jus d'orange. Cette solution est nommée (S1).
- En se plaçant en milieu basique, oxyder le glucose présent dans $V_G = 20,0$ mL de la solution (S1) à l'aide de 20,0 mL de solution aqueuse de diiode de concentration $C = 5,00 \times 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$. Dans cette étape il se produit deux réactions :



- Revenir en milieu acide pour reformer du diiode par une réaction de médismutation :



- Titrer le diiode présent par une solution de thiosulfate de sodium à $0,100 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$. On obtient un volume équivalent $V_{\text{eq}} = 8,8$ mL.

Q16- Déterminer le nombre d'oxydation de l'iode dans les trois espèces qui ont pour formules I_2 , I^- et IO_3^- .

Q17- Attribuer à chaque domaine **A**, **B**, **C** du diagramme potentiel- $p\text{H}$ (E - $p\text{H}$) de l'iode (Figure 2, $C_{\text{tracé}} = 1,0 \times 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ en élément iode) aux 3 espèces données dans la question précédente. Justifier.

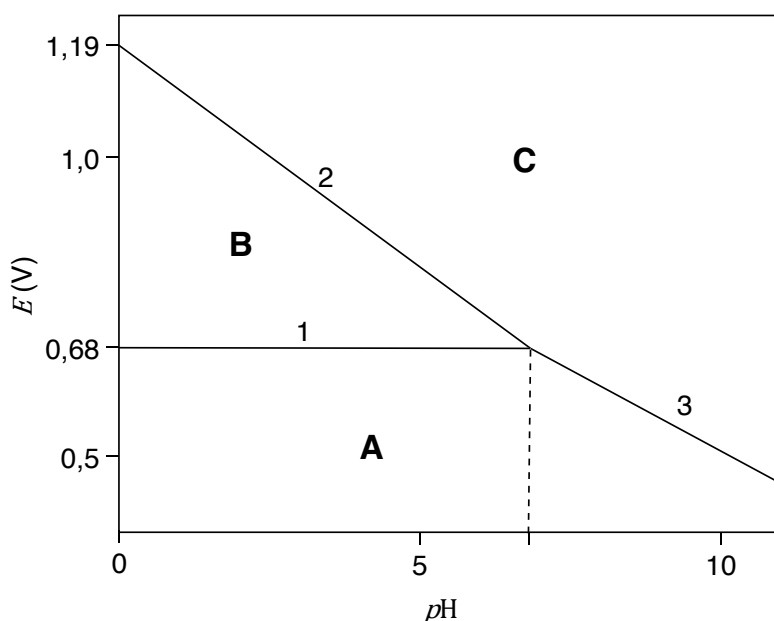


Figure 2. Diagramme potentiel- $p\text{H}$ de quelques espèces de l'iode.

Q18- Déterminer le coefficient directeur de la droite 2 à l'aide de la formule de Nernst.

Q19- Écrire la réaction de titrage du diiode I_2 par les ions thiosulfate $S_2O_3^{2-}$. Comment repère-t-on l'équivalence du titrage ?

Q20- Calculer la concentration massique en glucose dans un jus d'orange.

Fin de l'épreuve

Annexes

Annexe 1. Constantes usuelles et approximations de calcul.

Constante de Faraday : $\mathcal{F} \approx 10^5 \text{ C}\cdot\text{mol}^{-1}$.

Constante d'Avogadro : $\mathcal{N}_A \approx 6.10^{23} \text{ mol}^{-1}$.

Constante des gaz parfaits : $R \approx 8 \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{mol}^{-1}$.

Annexe 2. Données numériques.

Volume molaire d'un gaz parfait à $T = 25 \text{ }^\circ\text{C}$ et $P = 1 \text{ bar}$: $V_m = 24 \text{ L}\cdot\text{mol}^{-1}$.

Numéro atomique : $Z(\text{B}) = 5$; $Z(\text{Fe}) = 26$ et $Z(\text{Ti}) = 22$.

Rayons métalliques : $R(\text{Fe}) = 125 \text{ pm}$ et $R(\text{Ti}) = 145 \text{ pm}$.

Rayon atomique de l'hydrogène : $R(\text{H}) = 35 \text{ pm}$.

Masses molaires : $M(\text{Zn}) = 65 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$; $M(\text{glucose}) = 180 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$.

Annexe 3. Données thermodynamiques à 298 K (valeurs arrondies).

	Zn(s)	O₂(g)	ZnO(s)	H₂O(l)
$\Delta_f H^\circ \text{ (kJ}\cdot\text{mol}^{-1}\text{)}$	0	0	-350	-300
$S^\circ \text{ (J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{mol}^{-1}\text{)}$	40	200	40	70

Potentiels redox standards à $p\text{H} = 0$: $E^\circ(\text{O}_2/\text{H}_2\text{O}) = 1,23 \text{ V}$; $E^\circ(\text{ZnO}/\text{Zn}) = -0,43 \text{ V}$; $E^\circ(\text{S}_4\text{O}_6^{2-}/\text{S}_2\text{O}_3^{2-}) = 0,08 \text{ V}$.

THE LAST ONE ;-)

JEUDI 15 JUIN 2023 - DURÉE 4H

- ★ La calculatrice est autorisée.
- ★ Il sera tenu le plus grand compte du soin, de la présentation, et de la rédaction.
- ★ Chaque réponse doit être justifiée. Par ailleurs, même lorsque ce n'est pas explicitement demandé, toute application numérique doit être précédée d'une expression littérale.

I. Chimie et énergie (d'après Mines-Ponts MP 2022)**II. Le moteur Stirling** (d'après CCP MP 2011)

cf. page 3

III. On m'embobine !

En physique des particules, les faisceaux sont déviés à l'aide de bobines magnétiques. La déviation est proportionnelle à l'intensité du champ magnétique créé par la bobine, c'est pourquoi on souhaite réaliser des champs magnétiques intenses afin de dévier au mieux les faisceaux.

1. Pourquoi faut-il normalement limiter l'intensité du courant électrique parcourant la bobine ?

Pour circonvenir à cette limitation, la bobine est plongée dans un bain d'hélium liquide (4 K). Le fil du bobinage est constitué de niobure d'étain (Nb_3Sn) dont la résistivité devient nulle à cette température.

2. Comment appelle-t-on un tel matériau ?
3. Connaissant la longueur $\ell = 0,50$ km du fil du bobinage, le diamètre $D = 2,0$ cm des spires jointives et la longueur $L = 40$ cm du solénoïde, déterminez le nombre de spires n par mètre de la bobine.
4. Quelle est l'intensité I du courant électrique qui doit traverser la bobine pour générer un champ magnétique de $B = 10$ T au centre du solénoïde ? ($B = \mu_0 n I$).
5. Comparez la valeur précédemment calculée aux intensités électriques domestiques usuelles. Conclure.
6. On cherche pour finir à déterminer la puissance \mathcal{P} qui aurait été dissipée par un bobinage de mêmes caractéristiques géométriques, parcouru par ce même courant I , si on l'avait choisi en cuivre, de résistivité $\rho = 1,7 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$.

La résistance R d'une portion rectiligne de fil peut s'écrire en fonction de sa résistivité ρ , sa longueur h et de sa section S sous la forme : $R = \rho^\alpha h S^\beta$.

- a) Donner les valeurs de α et β . En déduire l'expression de R en fonction de ρ , h et S .
- b) Déterminer, en fonction de n , le diamètre D_{fil} du fil si on suppose que bobinage ne possède qu'une couche d'enroulements.
- c) En déduire l'expression de \mathcal{P} en fonction de ρ , ℓ , B et μ_0 . Faire l'application numérique et conclure.

DONNÉE : Perméabilité du vide : $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H} \cdot \text{m}^{-1}$

IV. Une boisson fraîche (d'après Banque PT 2018)

Un appartement est chauffé à $\theta_a = 20\text{ °C}$. On sert dans un verre un volume de whisky¹ $V_w = 10\text{ cL}$ à température ambiante, et on y ajoute un glaçon de masse $m_g = 15\text{ g}$ à la température $\theta_g = -18\text{ °C}$.

Il est indiqué sur la bouteille de whisky que le degré d'alcool est de $d = 40^\circ$. Le degré d'alcool (ou degré volumétrique) d'une boisson est le rapport, exprimé en % : $d = \frac{V_e}{V}$ où V_e est le volume d'éthanol à l'état pur contenu dans le volume V de boisson, à la température de 20 °C .

La pression atmosphérique vaut $P_a = 1013\text{ hPa}$.

On négligera dans tous les cas la capacité thermique du verre.

1. Déterminer la masse m_w de whisky servie.
2. Déterminer la masse m_e d'éthanol contenue dans le volume V_w de whisky.
3. En déduire la masse m_ℓ d'eau contenue dans le volume V_w de whisky.
4. On utilise d'abord un verre ordinaire, assurant le contact thermique avec l'air de la pièce.
 - a) Préciser, parmi les qualificatifs ci-dessous, celui ou ceux qui s'applique(nt) à la transformation subie par le contenu du verre.

isochore / isobare / monobare / isotherme / monotherme / adiabatique

- b) Déterminer l'état d'équilibre du contenu du verre.
 - c) Déterminer la variation d'entropie du contenu du verre.
 - d) Déterminer l'entropie échangée et l'entropie créée. Commenter.
5. On utilise ensuite un verre isolant à double paroi, dont on considérera qu'il est également fermé sur le dessus, de sorte qu'il empêche tout contact thermique avec l'air de la pièce sur la durée de l'expérience (tout en permettant un contact mécanique).
 - a) Préciser, parmi les qualificatifs ci-dessous, celui ou ceux qui s'applique(nt) à la transformation subie par le contenu du verre.

isochore / isobare / monobare / isotherme / monotherme / adiabatique

- b) Déterminer l'état d'équilibre du contenu du verre (on admettra que toute la glace a fondu).
 - c) Déterminer la variation d'entropie du contenu du verre.
 - d) Déterminer l'entropie échangée et l'entropie créée.

DONNÉES :

- ★ masse volumique de l'éthanol pur à 20 °C : $\rho_e = 789\text{ kg.m}^{-3}$
- ★ masse volumique du whisky à 20 °C : $\rho_w = 948\text{ kg.m}^{-3}$
- ★ le mélange d'un volume V_1 d'éthanol et d'un volume V_2 d'eau a un volume $V_{\text{mél}} < V_1 + V_2$
- ★ capacité thermique massique de l'eau liquide : $c_\ell = 4,185\text{ kJ.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$
- ★ capacité thermique massique de l'eau solide : $c_s = 2,060\text{ kJ.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$
- ★ capacité thermique massique de l'éthanol liquide : $c_e = 2,460\text{ kJ.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$
- ★ enthalpie massique de fusion de l'eau à $\theta_0 = 0\text{ °C}$: $\ell_f = 333,55\text{ kJ.kg}^{-1}$
- ★ entropie d'une phase condensée, de capacité thermique C , à la température T : $S = C \ln(T) + C^{\text{te}}$
- ★ température de fusion d'un mélange eau-éthanol à 28% en masse : $\theta_{\text{fus}} \approx -15\text{ °C}$

1. À consommer avec modération, l'alcool étant dangereux pour la santé.

II. Le moteur Stirling (d'après CCP MP 2011)



CONCOURS COMMUNS POLYTECHNIQUES

EPREUVE SPECIFIQUE - FILIERE MP

PHYSIQUE 1

Le moteur de Stirling est constitué de deux chambres, une chaude, une froide, reliées par un régénérateur de volume constant pouvant être constitué de fils de cuivre tressés. Le gaz, en circuit fermé, reçoit un transfert thermique d'une source chaude et cède un transfert thermique à la source froide. Le rôle du régénérateur, base de l'invention de Stirling, est fondamental pour obtenir une bonne efficacité. Dans son brevet original de 1816, Stirling explique que le gaz chaud entre dans la partie chaude du régénérateur et est progressivement refroidi durant son parcours pour ressortir par l'autre extrémité à une température presque identique à la température de la source froide. Dans le parcours inverse, le gaz est progressivement réchauffé. Cette astuce technologique permet d'avoir une partie des échanges thermiques internes au moteur.

Ce problème comporte 2 parties. La première partie permet de comprendre l'intérêt du régénérateur dans le calcul de l'efficacité. La seconde partie analyse le rôle du volume et des pertes thermiques dans un régénérateur réel.

Constante du problème :

Constante des gaz parfaits : $R = 8,314 \text{ J.mol}^{-1}.\text{K}^{-1}$

Données sur le dihydrogène (H_2)

Masse molaire : $M_{\text{H}_2} = 2,00.10^{-3} \text{ kg.mol}^{-1}$

Rapport des capacités thermiques $\gamma = \frac{C_p}{C_v} = 1,40$

Données sur le cuivre

Masse volumique : $\rho = 8913 \text{ kg.m}^{-3}$

Chaleur spécifique massique : $c = 387 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$

Description du cycle de Stirling

Le cycle associé à un moteur de Stirling est constitué de 2 isothermes et de 2 isochores. Il est décrit comme suit :

1→2 : compression isotherme à $T_f = 313 \text{ K}$

2→3 : transformation isochore de la température $T_f = 313 \text{ K}$ à la température $T_C = 1173 \text{ K}$

3→4 : détente isotherme à $T_C = 1173 \text{ K}$

4→1 : transformation isochore de la température $T_C = 1173 \text{ K}$ à la température $T_f = 313 \text{ K}$

Ce cycle est représenté figure 1 :

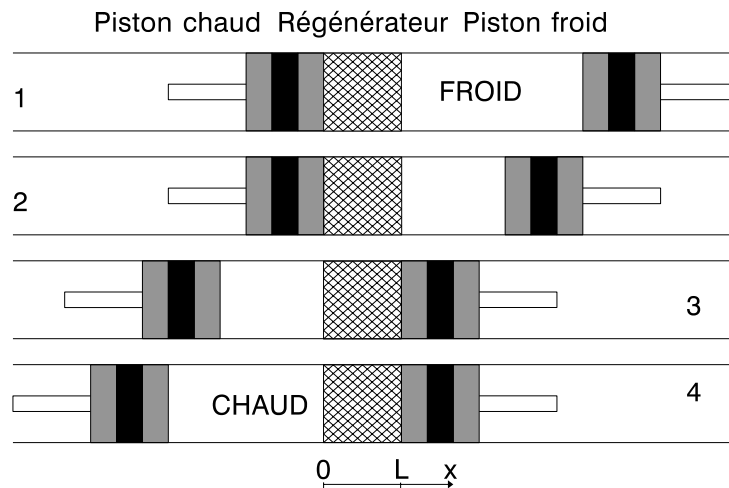


Figure 1 : déplacement des pistons

Caractéristiques du moteur de Stirling retenu

Température de la source chaude : 1173 K

Température de la source froide : 313 K

Volume minimum du gaz libre (uniquement chambre chaude et/ou froide) : $V_m = 1,0$ L

Volume maximum du gaz libre (uniquement chambre chaude et/ou froide) : $V_M = 2,0$ L

Volume du régénérateur accessible au gaz quand il est pris en compte : $V_r = 0,2$ L

Volume du régénérateur occupé par du cuivre : 0,6 L

Masse de dihydrogène, traitée comme un gaz parfait, contenue dans le moteur : 0,010 kg.

I - Moteur de Stirling avec un régénérateur parfait

Les questions I.1 à I.9 ne tiennent pas compte de la présence du régénérateur. Dans toutes les questions de cette partie I, le volume du régénérateur est nul ($V_r = 0$), comme indiqué sur la figure 2.

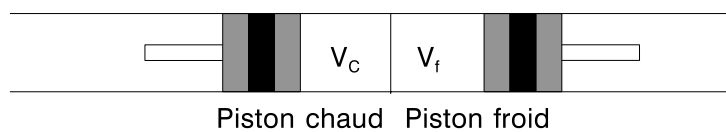


Figure 2 : volumes à considérer pour le régénérateur parfait

- I.1. À partir des caractéristiques du moteur de Stirling, déterminer numériquement le nombre de moles n de gaz et les pressions p_1 , p_2 , p_3 et p_4 .
- I.2. Représenter le cycle moteur de Stirling sur un diagramme $p(V)$.
- I.3. Exprimer algébriquement la variation d'énergie interne ΔU_{ab} et les transferts énergétiques, W_{ab} et Q_{ab} , entre un état a et un état b pour une transformation isotherme.
- I.4. Exprimer algébriquement la variation d'énergie interne ΔU_{cd} et les transferts énergétiques, W_{cd} et Q_{cd} , entre un état c et un état d pour une transformation isochore.
- I.5. Calculer numériquement les travaux W_{1-2} , W_{2-3} , W_{3-4} , W_{4-1}
- I.6. Calculer numériquement les transferts thermiques Q_{1-2} , Q_{2-3} , Q_{3-4} , Q_{4-1}

I.7. Que valent les transferts thermiques Q_C et Q_f provenant des thermostats chaud et froid si aucun dispositif supplémentaire n'intervient (pas de régénérateur) en fonction des transferts thermiques Q_{1-2} , Q_{2-3} , Q_{3-4} et Q_{4-1} ? Effectuer l'application numérique.

I.8. Que vaut le travail W sur le cycle ? Effectuer l'application numérique.

I.9. En déduire numériquement l'efficacité sans régénérateur (e_{sr}).

En présence d'un régénérateur parfait (volume négligeable, transfert parfait), les transferts thermiques Q_{2-3} et Q_{4-1} sont internes.

I.10. Vérifier que les transferts thermiques Q_{2-3} et Q_{4-1} se compensent.

$$\text{L'efficacité est alors calculée à partir de } e = - \frac{W_{1 \rightarrow 2} + W_{3 \rightarrow 4}}{Q_{3 \rightarrow 4}}.$$

I.11. Justifier cette expression.

I.12. Calculer algébriquement et numériquement l'efficacité (e).

I.13. Comparer l'efficacité (e) à l'efficacité de Carnot (e_C).

II - Régénérateur non idéal

Le régénérateur peut être constitué d'un empilement de disques de fils de cuivre tressés. On suppose que la température dans le régénérateur varie linéairement avec l'abscisse selon la loi :

$$T(x) = T_C + \frac{x}{L}(T_f - T_C). \text{ On prendra pour origine des abscisses la frontière chambre}$$

chaude/régénérateur. L représente la longueur du régénérateur. On ne tiendra nullement compte des aspects dynamiques. Il n'y a pas d'échange thermique entre les tranches élémentaires de fluide. Le volume accessible au gaz dans le régénérateur V_r est aussi appelé volume mort.

II.1. Influence du volume mort du régénérateur

Dans le régénérateur, le gradient de température conduit à une distribution de densité moléculaire en fonction des abscisses.

Il est donc intéressant de remplacer cette distribution liée au gradient de température par un système équivalent d'un point de vue mécanique : le régénérateur sera alors supposé occupé par n_r moles de dihydrogène à la température effective T_r , quelle que soit l'abscisse. Le volume mort du régénérateur vaut $V_r = 0,2 \text{ L}$.

II.1 a) Dans le régénérateur, en considérant que la pression est homogène, montrer¹ que la température effective moyenne T_r s'exprime selon :

$$T_r = \frac{T_C - T_f}{\ln\left(\frac{T_C}{T_f}\right)}$$

II.1 b) Calculer numériquement T_r .

Pour les questions **c** à **f**, toutes les molécules présentes dans le régénérateur seront supposées être à la température T_r .

II.1 c) À partir d'un bilan de matière, exprimer la pression p en fonction de n , R , des températures T_r , T_C , T_f et des volumes V_r , V_C et V_f , volumes associés au régénérateur, au piston chaud et au piston froid (voir figure 3). On considérera la pression identique dans le régénérateur et les deux chambres.

1. Cette question est très difficile: ne pas « perdre » trop de temps dessus.

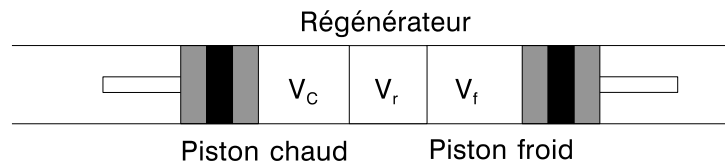


Figure 3 : différents volumes pris en compte

- II.1 d)** Exprimer littéralement le travail W_{1-2} puis effectuer l'application numérique.
- II.1 e)** Exprimer littéralement le travail W_{3-4} puis effectuer l'application numérique.
- II.1 f)** Comparer la valeur numérique du travail sur le cycle avec un volume mort de régénérateur de $V_r = 0,2 \text{ L}$ ($W_{V_r \neq 0}$) à sa valeur obtenue sans volume mort ($W_{V_r = 0}$). Commenter.
- Pour les transferts thermiques, il est impératif de considérer le gradient de température dans le régénérateur.
- II.1 g)** En discrétisant l'ensemble du système en fines tranches, chaque tranche de gaz est toujours à la température du thermostat local aussi bien dans les chambres que dans le régénérateur. Y a-t-il création d'entropie au cours d'un cycle ? En déduire sans calcul l'efficacité.

II.2. Perte thermique dans le régénérateur

Soit x la fraction de chaleur non échangée dans le régénérateur par le gaz lors de la transformation isochore (x varie de 0 à 1). Cette fraction est supposée identique dans les 2 sens de passage. Dans cette partie, le volume mort est supposé nul ($V_r = 0$).

- II.2 a)** Donner une raison qui pourrait expliquer que le transfert thermique n'est pas idéal.
- II.2 b)** Exprimer l'efficacité sous la forme :

$$e = \frac{1 - \frac{T_f}{T_C}}{1 + C_2 \left(1 - \frac{T_f}{T_C} \right)},$$

C_2 étant une constante à exprimer en fonction de x , γ , V_M et V_m .

- II.2 c)** Calculer numériquement C_2 et l'efficacité qui en résulte, en considérant un transfert non idéal correspondant à $x = 0,1$.
- II.2 d)** Le volume de cuivre nécessaire à la construction du régénérateur vaut 0,6 L. Estimer la variation de température du cuivre induite par le passage du gaz du piston froid au piston chaud (2→3) dans le cas non idéal $x = 0,1$.