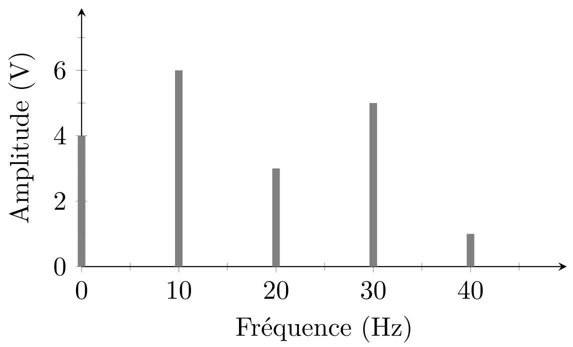
TD7 : Filtrage linéaire

Exercice 1 : Filtre RL

On étudie un filtre formée par l'association en série d'une bobine d'inductance L et d'une résistance R. La tension de sortie est prise aux bornes de la bobine.

1. Représenter le circuit en faisant apparaître les tensions d'entrée et de sortie.
2. Déterminer sans calcul la nature de ce filtre.
3. Déterminer la fonction de transfert de ce filtre.
4. Tracer les diagrammes de Bode en amplitude et en phase du filtre en faisant apparaître les asymptotes.
5. Déterminer l'expression de la pulsation de coupure à $-3\,\mathrm{dB}$.

Exercice 2 : Spectre d'un signal périodique



On représente ci-contre le spectre d'un signal périodique.

1. Combient vaut la valeur moyenne de ce signal ?
2. Quelle est la fréquence fondamentale du signal ?
3. Donner l'amplitude et la fréquence de chacune des harmoniques.
4. Utiliser la calculatrice pour tracer l'allure de ce signal (en supposant que toutes les harmoniques sont en phase)

Exercice 3 : Diagramme de Bode

On souhaite étudier un filtre dont la fonction de transfert est :

$$\underline{H}(\omega) = \frac{1}{1 + jQ\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)}$$

1. De quel type de filtre s'agit-il ?
2. Donner l'expression du gain en décibel $G_{dB}(\omega)$ de ce filtre.
3. Donner une approximation de $G_{dB}(\omega)$ lorsque $\omega \to 0$ et $\omega \to \infty$.
4. Tracer le diagramme de Bode en amplitude de ce filtre en faisant apparaître les droites asymptotiques en $\omega \to 0$ et $\omega \to \infty$ pour $Q = 1$.
5. Faire apparaître sur le graphique la bande passante à $-3\,\mathrm{dB}$, notée $\Delta\omega$.
6. On rappelle que lorsque $G_{dB} = -3\,\mathrm{dB}$, $G = \frac{1}{\sqrt{2}}$. Montrer que $\Delta\omega = \frac{\omega_0}{Q}$.

Exercice 4 : Filtre moyenneur

On désire réaliser un filtre moyenneur avec un circuit RC, de fonction de transfert $\underline{H}(\omega) = \frac{1}{1+jRC\omega}$.

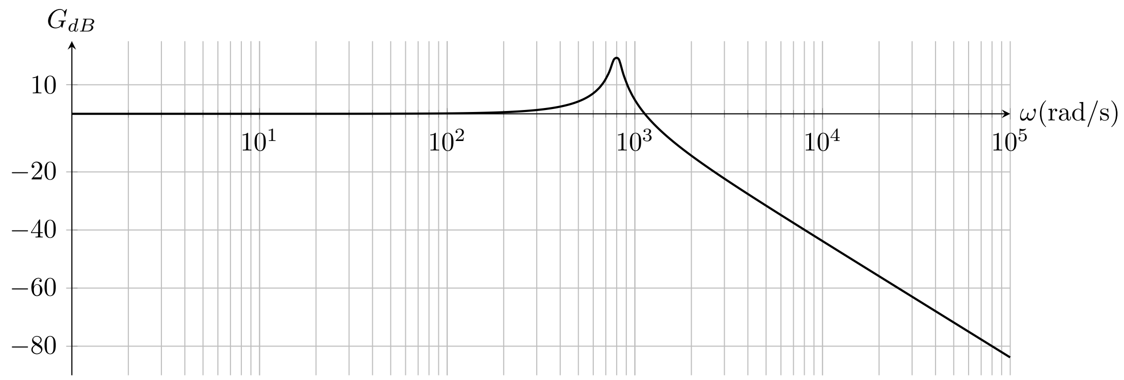
1. Compte tenu de la fonction de transfert, et simplement par une étude du comportement asymptotique du filtre, déterminer si la tension de sortie du filtre est prise aux bornes de la résistance ou du condensateur.
2. Indiquer, pour réaliser un moyenneur, quelle(s) composante(s) doive(nt) être transmise(s) et laquelle(lesquelles) éliminée(s).
3. On considère que la condition d'élimination est réalisée pour une composante si elle est atténuée d'au moins $40\,\mathrm{dB}$ en sortie du filtre. Sachant qu'en pratique, les signaux à traiter ont des fréquences supérieures à $1\,\mathrm{kHz}$, déterminer une limite pour la fréquence de coupure. En déduire une limite pour la valeur de R, sachant que $C = 1{,}0\,\mu\mathrm{F}$.
4. Le filtre précédent (filtre *limite*) est réalisé est fonctionne parfaitement. Déterminer (sans calculs) une valeur approchée du signal de sortie si le signal d'entrée est (tout en unités S.I.) :

$$u_e(t) = 2 + 1 \times \cos\left(2\pi \times 1000\,t + \frac{\pi}{3}\right) + 5 \times \cos\left(2\pi \times 2000\,t\right)$$

5. À quelle condition ce filtre se comporte-t-il comme un intégrateur ?
6. Dans l'optique de vérifier le bon fonctionnement du filtre, on l'alimente avec un signal créneau évoluant entre 0 et $4\,\mathrm{V}$ à la fréquence $1\,\mathrm{kHz}$. Qu'observe-t-on à la sortie ?
7. Un étudiant étourdi n'a pas vu le symbole $\sim$ à côté de la voie 2, et fait l'observation en mode AC. Il n'observe rien : expliquer.
8. Il modifie le calibre en diminuant le nombre de volts par division. Il observe alors un signal triangulaire de fréquence $1\,\mathrm{kHz}$. Expliquer sans faire de calcul.

Exercice 5 : Filtre inconnu

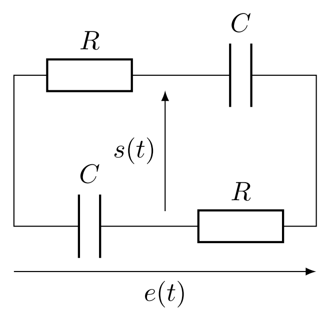
On donne ci-dessous le diagramme de Bode en amplitude d'un filtre :



1. De quel type de filtre s'agit-il ?
2. Déterminer graphiquement sa pulsation propre ω_0 .
3. Que se passe-t-il autour de ω_0 ? Parmi les trois valeurs suivantes, quelle est la valeur de Q possible ? $Q = 0{,}1$, $Q = 1$, $Q = 10$
4. Comment fabriquer ce filtre avec un circuit RLC ? Donner les valeurs des composants utilisés.
5. Tracer le diagramme de Bode pour la phase de ce filtre.

Exercice 6 : Un filtre particulier

On se propose d'étudier le filtre suivant :

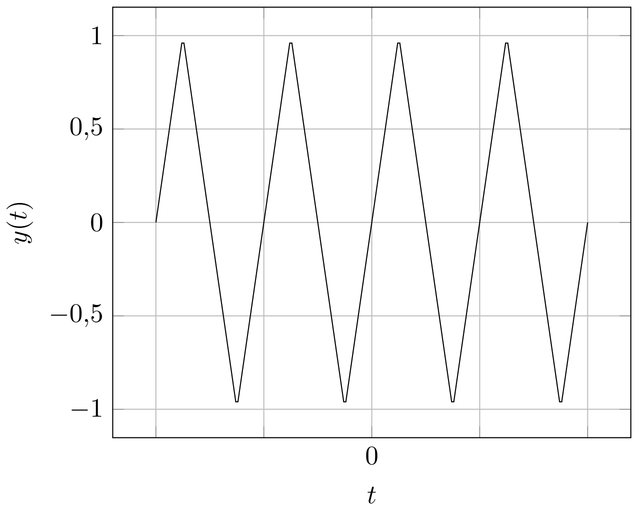


1. Déterminer la fonction de transfert du filtre.
2. Quelle est la fonction de ce filtre ?
3. Déterminer les valeurs de R et C pour que le filtre déphase de $\pi/2$ une signal sinusoïdal de fréquence $f = 1\,\mathrm{kHz}$.

Exercice 7 : Conception d'un filtre

On donne ci-dessous l'allure de la décompoosition en série de Fourier d'une fonction triangle et sa représentation temporelle :

$$y(t) = \frac{8}{\pi^2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)^2} \sin\left(\frac{(2n+1)\pi t}{\tau}\right)$$



1. Déterminer l'expression de la période T et de la fréquence f du signal en fonction de τ.
2. On cherche l'allure du spectre de $y(t)$. Pour cela, on mettra $y(t)$ sous la forme

$$y(t) = \sum_{p=0}^{\infty} a_p \cos(2\pi f p t + \varphi_p) \tag{1}$$

   en précisant les expressions des constantes a_p (que l'on choisira positives) et φ_p. Tracer l'allure de a_p/a_1 en fonction de la fréquence.

On filtre le signal $y(t)$ par un filtre passe-bas d'ordre 1, de gain à basse fréquence égal à 1 et de fréquence de coupure $f_c = 1{,}00\,\text{kHz}$. La fréquence du signal $y(t)$ est $f = 400\,\text{Hz}$.

3. Déterminer l'amplitude et la phase des 3 premières composantes de Fourier non nulles du signal filtré. On donnera les rapports a'_p/a_1 de l'amplitude a'_p de la composante filtrée divisée par l'amplitude a_1 de la fondamentale non filtrée.
4. En déduire l'allure du signal filtré à partir de ces 3 harmoniques (utiliser la calculatrice, python, ...)