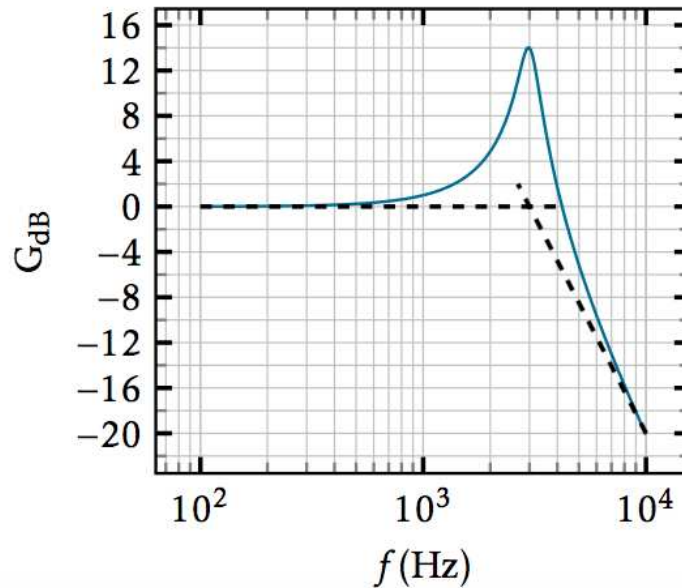


FILTRAGE, PROPAGATION D'UN SIGNAL ET ATOMISTIQUE

I. Pickup de guitare électrique

I.1 Étude graphique du filtre

I.1.a Il s'agit d'un filtre passe bas. La pente de l'asymptote à grande fréquence (voir figure ci-après) vaut -40 dB par décade : il est donc du deuxième ordre.



I.1.b On lit sur la figure précédente :

$$f \ll 3 \text{ kHz} : G_{dB} = 0 \quad \text{et} \quad f \gg 3 \text{ kHz} : G_{dB} = -40 \log(f) + 140$$

L'asymptote à haute fréquence peut aussi s'écrire $G_{dB} = -40 \log(f/f_0)$, avec f_0 la fréquence pour laquelle l'asymptote à G_{dB} à haute fréquence coupe l'asymptote à basse fréquence. On note que $f_0 = 3 \text{ kHz}$.

I.2 Étude de la fonction de transfert

- I.2.a**
- la première proposition est bien un filtre passe bas, mais du premier ordre
 - la troisième diverge pour $\omega \rightarrow \omega_0$
 - la quatrième constitue un passe bande

L'unique proposition est donc la deuxième :

$$\underline{H}_2 = \frac{H_0}{1 + j \frac{\omega}{Q \omega_0} - \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^2}$$

I.2.b Tableau récapitulatif :

ω	$\ll \omega_0$	ω_0	$\gg \omega_0$
$\underline{H}_2(j\omega)$	H_0	$-j Q H_0$	$-\left(\frac{\omega_0}{\omega}\right)^2 H_0$
$ \underline{H}_2(j\omega) $	H_0	$Q H_0$	$\left(\frac{\omega_0}{\omega}\right)^2 H_0$
$G_{dB}(\omega)$	$20 \log(H_0) :$ asymptote horizontale	$20 \log(Q) + 20 \log(H_0)$	$-40 \log(\omega) + 20 \log(H_0 \omega_0^2) :$ asymptote de pente -40 dB/dec
$\varphi(\omega) \text{ (rad)}$	0	$-\frac{\pi}{2}$	$-\pi$

- I.2.c**
- L'asymptote à basse fréquence donne $H_0 = 10^0 = 1$.
 - On lit ensuite $20 \log(Q) = G_{dB}(\omega_0) = 14$, soit $Q = 10^{14/20} = 5$.
 - On vérifie sur les expressions précédentes que les deux asymptotes à haute et basse fréquence se coupent en $\omega = \omega_0$, soit en $f = f_0$. On lit $f_0 = 3,0 \text{ kHz}$.

I.2.d Pour la pulsation $\omega = \omega_0$, on a vu dans le tableau précédent :

$$\varphi(\omega_0) = -\frac{\pi}{2} \text{ rad} \quad \text{et} \quad G_{dB}(f_0) = 20 \log(Q) + 20 \log(H_0)$$

- I.3**
- $f_1 = 300 \text{ Hz}$: le gain vaut $G_{dB} = 0$, soit $|\underline{H}| = 1,0$. On aura donc $U_{s1} = 1,0 \text{ V}$.
 - $f_2 = 3 \text{ kHz}$: le gain vaut $G_{dB} = 14$, soit $|\underline{H}| = 5,0$. On aura donc $U_{s2} = 5,0 \text{ V}$.
 - $f_3 = 8 \text{ kHz}$: le gain vaut $G_{dB} = -16$, soit $|\underline{H}| = 10^{-16/20} = 0,16$. On aura donc $U_{s3} = 0,16 \text{ V}$.

I.4 Étude à partir du spectre

I.4.a On distingue des pics régulièrement espacés. Comme les fréquences des harmoniques sont les multiples de la fréquence fondamentale, l'intervalle de fréquence donne la fréquence f_0 du fondamental.

On compte 18 intervalles entre 0 kHz et 6 kHz, soit $f_{\text{fond}} = 3,3 \cdot 10^2 \text{ Hz}$.

- fondamental : $20 \log(U/U_{\text{ref}}) = 50$ donc $U = 3,2 \text{ V}$
- 2^{ème} harmonique : $20 \log(U/U_{\text{ref}}) = 48$ donc $U = 2,5 \text{ V}$
- 3^{ème} harmonique : $20 \log(U/U_{\text{ref}}) = 38$ donc $U = 0,79 \text{ V}$
- 4^{ème} harmonique : $20 \log(U/U_{\text{ref}}) = 20$ donc $U = 0,10 \text{ V}$

I.4.b Notons G_{dB_e} la valeur lue sur la courbe, correspondant à $20 \log (U/U_{ref})$. On a :

$$U_s = |H| U = 10^{G_{dB}/20} \times 10^{G_{dB_e}/20} \times U_{ref} = 10^{(G_{dB}+G_{dB_e})/20} \times U_{ref}$$

L'amplitude en dB du signal dans le spectre est donc $G_{dB_e} + G_{dB}$.

- **fondamental** : on est dans le domaine passant, où le gain vaut $G_{dB} = 0$.
L'amplitude en dB du fondamental reste donc de 50.
- **harmonique le plus proche de $f = 3$ kHz** : il s'agit du 9^{ème}, avec $f = 3,0$ kHz, d'amplitude 2 dB. Le gain à cette fréquence est celui à la résonance : on a $G_{dB} = 14$, et l'amplitude en dB devient 16 : cette portion du signal est très amplifiée.
- **harmonique le plus proche de $f = 8$ kHz** : il s'agit du 24^{ème}, avec $f = 8,0$ kHz, d'amplitude 2 dB. Le gain à cette fréquence est $G_{dB} = -16$, l'amplitude en dB sera donc -14. Cette partie est fortement atténuée.

I.5 Étude d'un signal de sortie à partir d'un signal d'entrée

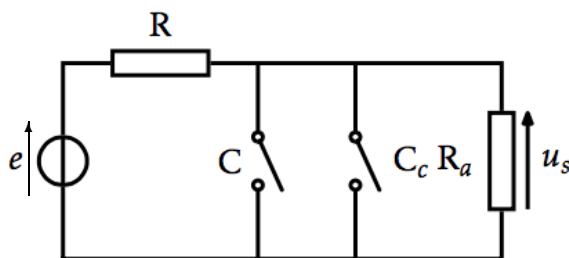
I.5.a Les signaux ont pour période $T = 3,0 \cdot 10^{-3} / 7,5 = 0,40$ ms et une fréquence $f = 1/T = 2,5$ kHz. On constate que le signal u_s est en quadrature retard par rapport à u_e donc $\varphi = -\pi/2$ rad, ce qui correspond à une excitation à la fréquence propre f_0 . On a donc $f_0 = 2,5$ kHz.

Par ailleurs, le rapport des amplitudes est $U_s/U_e = 2$. Le gain est donc égal à 2. Pour $H_0 = 1$, on a donc $|H(f = f_0)| = Q = 2$.

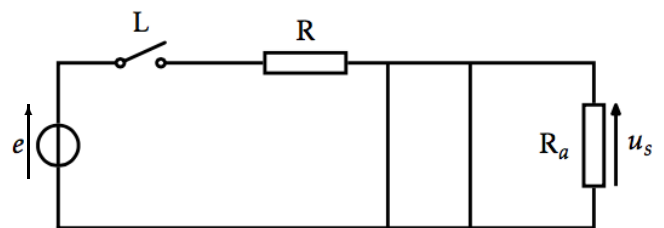
I.5.b On calcule la fonction de transfert dans les deux cas :

- $f = 0,25$ kHz : on a $f/f_0 = 0,10$. On est suffisamment dans la bande passante pour approximer $H \approx 1$. L'entrée et la sortie sont indiscernables.
- $f = 25$ kHz : on a $f/f_0 = 10$. On est suffisamment dans la bande coupée pour utiliser l'approximation asymptotique $\underline{H}(j\omega) \approx -\omega_0^2 H_0^2 / \omega^2 = -1,0 \cdot 10^{-2}$. La sortie est donc en opposition de phase, avec une amplitude de 1,0% de celle de l'entrée.

I.6 Les modèles à haute et basse fréquences sont représentés sur les deux figures ci-dessous :



Modèle équivalent pour $f \ll f_0$



Modèle équivalent pour $f \gg f_0$

- $f \ll f_0$: un pont diviseur de tension assure que

$$\frac{u_s}{e} = \frac{R_a}{R_a + R}$$

On est dans le domaine passant.

- $f \gg f_0$: la résistance R_a est court-circuitée par les condensateurs et on a $u_s \rightarrow 0$: on est dans la bande coupée.

Il s'agit donc bien d'un filtre passe-bas.

NB : contrairement au filtre de la figure 1, le gain en dB en bande passante sera ici toujours négatif puisque $R_a/(R_a + R) < 1$.

I.7 Pour avoir une résonance à 2,5kHz, la figure 6 indique qu'il faut C_c/C entre 5 et 8. Ceci n'est rigoureusement valable que pour $R_a = 10 \text{ M}\Omega$ mais la courbe de la figure 5 illustre que la fréquence de résonance ne varie pas de manière significative quand $R/R_a \ll 1$.

Une surtension de 5 à la résonance correspond à $G_{\text{dB, résonance}} = 20 \log(5) = 14,0$, soit à R/R_a légèrement inférieur à 2.10^{-3} .

On peut finalement choisir :

$$C_c \approx 6 C = 600 \text{ pF} \quad \text{et} \quad R_a \approx \frac{R}{2.10^{-3}} = 3 \text{ M}\Omega$$

I.8 Étude de la modélisation du pickup

- I.8.a**
- l'association parallèle des deux condensateurs est équivalente à un condensateur de capacité $C_{\text{tot}} = C + C_c$,
 - son association parallèle avec R_a est équivalent à un dipôle d'impédance :

$$\underline{Z}_{\text{éq}} = \frac{R_a}{1 + j R_a C_{\text{tot}} \omega}$$

- un pont diviseur de tension donne enfin :

$$\frac{\underline{u}_s}{\underline{e}} = \frac{\underline{Z}_{\text{éq}}}{j L \omega + R + \underline{Z}_{\text{éq}}}$$

Soit :

$$\frac{\underline{u}_s}{\underline{e}} = \frac{R_a}{R_a + R + j L \omega + j R R_a C_{\text{tot}} \omega - L R_a C_{\text{tot}} \omega^2} = \frac{R_a / (R_a + R)}{1 + j \left(\frac{L + R_a R C_{\text{tot}}}{R + R_a} \right) \omega - \frac{R_a}{R + R_a} L C_{\text{tot}} \omega^2}$$

de la forme demandée, avec

$$H_0 = \frac{R_a}{R_a + R} \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{R + R_a}{L C_{\text{tot}} R_a}} \quad Q = \frac{\sqrt{(R_a + R) R_a L C_{\text{tot}}}}{L + R_a R C_{\text{tot}}}$$

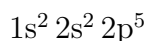
I.8.b Pour $R_a \gg R$, on peut simplifier en :

$$H_0 \approx 1 \quad \omega_0 \approx \frac{1}{\sqrt{L C_{\text{tot}}}} \quad Q \approx \frac{R_a \sqrt{L C_{\text{tot}}}}{L + R_a R C_{\text{tot}}}$$

On observe que f_0 décroît quand C_c/C croît, en accord avec la décroissance de $\omega_0 \propto 1/\sqrt{C + C_c}$ avec C_c à C fixée.

II. Relations structure/propriétés

II.1 Configuration électronique du fluor ($Z = 9$) :



II.2 La couche électronique la plus élevée à contenir des électrons est la couche $n = 2$ (niveaux d'énergie 2s et 2p).

$n_{\max} = 2$: le fluor appartient à la deuxième période (ligne) de la classification.

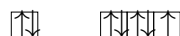
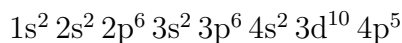
La configuration électronique se termine par p^5 : le fluor est donc dans la 5^{ème} colonne du bloc p.

Le fluor appartient à la 17^{ème} colonne du tableau.

II.3 Les électrons de valence du fluor sont ceux des niveaux d'énergie 2s et 2p. Le fluor possède donc 7 électrons de valence, et il en est de même pour tous les halogènes, car ils font partie d'une même colonne.

Les halogènes ont 7 électrons de valence.

Le brome étant le troisième halogène, on déduit que sa configuration électronique se termine par $4p^5$ (puisque le fluor, situé deux périodes au-dessus, se termine par $2p^5$). On se rappelle également que, dans l'ordre de remplissage des niveaux d'énergie (règle de Klechkowski), le niveau d'énergie de type 3d se remplit après le niveau d'énergie 4s. On en déduit la configuration du brome dans son état fondamental :



Le numéro atomique du brome s'obtient en comptant les électrons de la configuration électronique de l'atome neutre.

$$Z = 35$$

II.4 Les halogènes étant situés très à droite dans la classification périodique, ils ont une électronégativité relativement élevée. Ils tendent donc à capter des électrons provenant d'atomes moins électronégatifs qu'eux.

Ce faisant, ils peuvent compléter leur niveau d'énergie de type np . Il leur faut pour cela un seul électron, puisqu'ils acquièrent alors la configuration électronique d'un gaz noble (fin en np^6) qui est particulièrement stable.

Les halogènes donnent donc couramment des ions halogénure X^- .

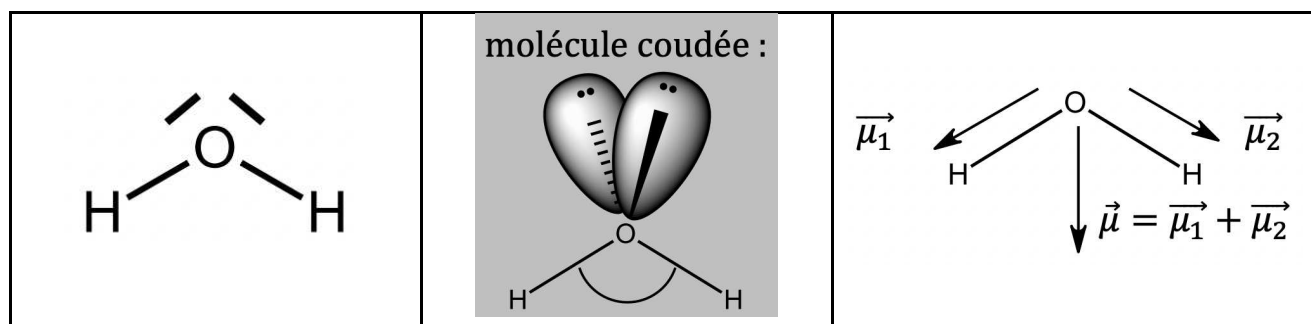
II.5 La polarisabilité est un paramètre caractérisant l'aptitude qu'a le nuage électronique d'une entité à se déformer sous l'action d'un champ électrique extérieur.

Plus on descend dans la colonne des halogènes, plus la taille de l'ion halogénure augmente ; les électrons de valence occupent en effet des niveaux d'énergie de n plus élevé. On constate ce phénomène dans le tableau « rayon de Van der Waals » des atomes X ; l'évolution est similaire pour les ions X^- .

Or plus l'ion X^- est gros, plus les électrons de valence sont éloignés de leur noyau, et donc moins sensibles à l'attraction de celui-ci. Ils sont donc davantage sensibles aux effets d'un moment dipolaire extérieur :

La polarisabilité augmente selon : $\beta(F^-) < \beta(Cl^-) < \beta(Br^-) < \beta(I^-)$

II.6 La structure de Lewis de l'eau est représentée à gauche dans le tableau ci-après.



II.7 Géométrie de la molécule d'eau.

II.7.a La molécule est coudée, avec un angle $\widehat{\text{HOH}} = \alpha = 104,5^\circ$, en raison du caractère plus répulsif des doublets non liants par rapport aux doublets liants (cf. schéma milieu du tableau ci-avant). La molécule d'eau est représentée dans le plan de la feuille et sans visualisation de ses doublets non liants à droite dans le même tableau.

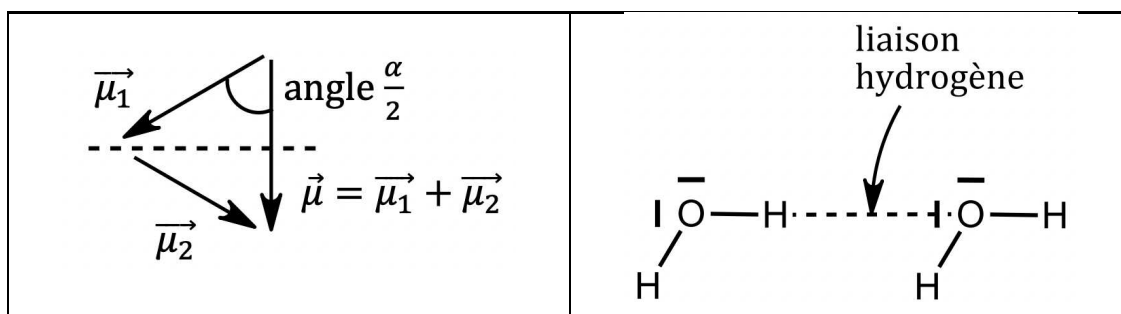
II.7.b Le vecteur moment dipolaire $\vec{\mu}$ de la molécule d'eau est la somme des vecteurs moment dipolaire $\vec{\mu}_1$ et $\vec{\mu}_2$ de chaque liaison O – H (cf. figure de droite ci-avant).

II.7.c Les vecteurs $\vec{\mu}_1$ et $\vec{\mu}_2$ étant dirigés selon les liaisons O – H correspondants, ils forment entre eux l'angle α , ce qui donne la construction à gauche ci-dessous :

On a donc
$$\mu = 2 \times \|\vec{\mu}_1\| \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) = 2 \times \|\vec{\mu}_2\| \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)$$

On en déduit

$$\|\vec{\mu}_1\| = \|\vec{\mu}_2\| = \frac{\mu}{2 \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)} = 1,52 \text{ D}$$



II.8 La liaison covalente et la liaison hydrogène étant alignées, le schéma est le suivant :

La distance $d = 276 \text{ pm}$ entre les deux atomes d'oxygène est donc la somme de la longueur de la liaison covalente $\ell_{\text{OH}} = 96 \text{ pm}$, que l'on trouve dans les données, et de la longueur de la liaison hydrogène ℓ .

$$\ell = d - \ell_{\text{OH}} = 180 \text{ pm}$$

II.9 D'après les données

$$\mathcal{D}_{\text{O} \cdots \text{H}} \approx 20 \mathcal{D}_{\text{OH}}$$

Lorsque l'eau se sublime (c'est-à-dire passe l'état solide de glace à l'état gazeux), ce sont donc ces liaisons hydrogène qui sont rompues : les molécules se séparent ainsi les unes des autres. Les liaisons covalentes ne sont pas affectées.

Chaque molécule d'eau partage deux liaisons hydrogène. Ainsi, pour sublimer une mole de glace, il faut fournir

$$\mathcal{D}_{\text{sub}} = 2 n \mathcal{D}_{\text{O} \cdots \text{H}}$$

$$n = 1 \text{ mol}$$

Application numérique :

$$\mathcal{D}_{\text{sub}} = 50 \text{ kJ}$$

III. Ecoute musicale et interférences

III.1 On doit prendre en compte de retard dû à la propagation :

$$p(r, t) = p_s\left(t - \frac{r}{c}\right)$$

On en déduit

$$p(r, t) = p_0 \cos(\omega(t - r/c))$$

III.2 En un point M

III.2.a En M, on somme les deux signaux :

$$p_r(M, t) = p(r_1, t) + p(r_2, t)$$

$$p_r(M, t) = p_0 \cos\left(\omega\left(t - \frac{r_1}{c}\right)\right) + p_0 \cos\left(\omega\left(t - \frac{r_2}{c}\right)\right)$$

Soit
$$p_r(M, t) = 2p_0 \cos\left(\omega \frac{r_2 - r_1}{2c}\right) \cos\left(\omega\left(t - \frac{r_1 + r_2}{2c}\right)\right)$$

De la forme

$$p_r(M, t) = 2p_0 \times h(r_2 - r_1) \times g(t, r_1 + r_2)$$

D'où

$$h : u \mapsto \cos\left(\omega \frac{u}{2c}\right) \quad \text{et} \quad g : t, u \mapsto \cos\left(\omega\left(t - \frac{u}{2c}\right)\right)$$

III.2.b La fonction g oscille au cours du temps, mais est multipliée par h qui dépend de la position uniquement. En fonction de la position, l'amplitude des oscillations perçues est donc plus ou moins grande.

Les zones où l'amplitude est nulle sont celles pour lesquelles $h = 0$ et celle où l'amplitude est maximale sont celles où $|h| = |h|_{\max} = 1$.

On utilisera la relation

$$\lambda = c T = \frac{2\pi c}{\omega}$$

★ $h = 0$ correspond aux interférences destructives :

$$\begin{aligned} \cos\left(\omega \frac{r_2 - r_1}{2c}\right) = 0 &\Leftrightarrow \exists m \in \mathbb{Z} / \omega \frac{r_2 - r_1}{2c} = \frac{\pi}{2} + m\pi \\ &\Leftrightarrow \boxed{\exists m \in \mathbb{Z} / \frac{r_2 - r_1}{\lambda} = m + \frac{1}{2}} \end{aligned}$$

★ $|h| = 1$ correspond aux interférences constructives :

$$\begin{aligned} \cos\left(\omega \frac{r_2 - r_1}{2c}\right) = \pm 1 &\Leftrightarrow \exists n \in \mathbb{Z} / \omega \frac{r_2 - r_1}{2c} = n\pi \\ &\Leftrightarrow \boxed{\exists n \in \mathbb{Z} / \frac{r_2 - r_1}{\lambda} = n} \end{aligned}$$

III.3 Par rapport à l'onde directe, l'onde réfléchi parcourt en plus deux fois la distance entre l'auditeur et le mur, soit $2D$.

D'où la différence de marche

$$r_2 - r_1 = 2D$$

III.4 Ce retard est la seule cause de déphasage et donc d'interférence car la réflexion sur le mur ne s'accompagne d'aucun déphasage.

On en déduit les conditions d'interférences destructives :

$$\frac{2D}{\lambda} = p + \frac{1}{2} \quad \text{avec } p \in \mathbb{Z}$$

Or $\lambda = \frac{c}{f}$ donc les fréquences f_p pour lesquelles on a atténuation vérifient

$$\frac{2Df_p}{c} = p + \frac{1}{2}$$

$$\iff \boxed{f_p = \frac{c}{4D}(2p+1)} \quad \text{avec } p \in \mathbb{Z}$$

III.5 Le domaine audible s'étend de $f_{\min} = 20 \text{ Hz}$ à $f_{\max} = 20 \text{ kHz}$.

On veut qu'aucune des fréquences f_p ne soit dans le domaine audible. On peut imaginer trois cas :

- ★ ① Toutes les fréquences sont telles que $\forall p \in \mathbb{Z}, f_p < f_{\min}$. Ce cas est **impossible** étant donné que la suite f_p tend vers l'infini.
- ★ ② Toutes les fréquences sont telles que $\forall p \in \mathbb{Z}, f_p > f_{\max}$.
- ★ ③ Il existe des fréquences telles $f_p > f_{\max}$ et d'autres telles que $f_p < f_{\min}$, mais aucune fréquence dans l'audible. Ce cas est **impossible**. En effet, s'il existe parmi les f_p des fréquences inférieures à 20 Hz, alors c'est que $f_{p=0} < 20 \text{ Hz}$. Or l'écart entre les fréquences f_p successives sera de $2f_{p=0} < 40 \text{ Hz}$. Cet écart est donc inférieur à la bande passante de l'audible et il existera donc forcément des fréquences dans l'audible (on ne peut pas "sauter" l'audible en passant d'une fréquence à la suivante puisque l'écart entre deux fréquences est trop faible par rapport à la "largeur" de l'audible).

Il ne reste donc que le cas ② : toutes les fréquences sont plus grandes que le maximum audible, et en particulier la plus petite de ces fréquences :

$$f_{p=0} > f_{\max}$$

$$\frac{c}{4D} > f_{\max} \quad \iff \quad \boxed{D < \frac{c}{4f_{\max}}}$$

On obtient

$$\boxed{D < 4,3 \text{ mm}}$$

Ce n'est pas réalisable, il faudrait que l'oreille soit tout contre le mur.

III.6 En pratique, il faut prendre en compte la diminution de l'amplitude de l'onde en fonction de la distance de propagation.

Si l'auditeur s'éloigne du mur, l'onde réfléchie par le mur aura une amplitude très faible devant l'onde directe. L'auditeur subit donc moins l'effet nuisible de la réflexion puisque l'amplitude minimale est la différence des amplitudes.

