

Chapitre 2

Circuits électriques

1 Le courant électrique

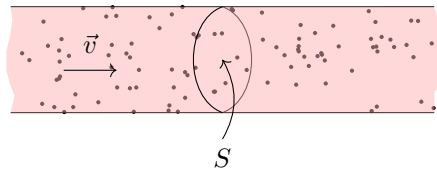
1.a Définitions

Le courant électrique correspond à un déplacement ordonné de charges électriques.

- Les charges peuvent être des particules élémentaires (électrons, protons, ...) ou des entités plus grosses (ions + ou -). La charge est quantifiée, elle est toujours un multiple de e (charge d'un proton)
- L'origine du courant est aussi variable :
 - Présence d'un champ électrique ;
 - déplacement du milieu dans lequel se trouvent les charges ;
 - charges libres dans le vide.

1.b Intensité du courant

L'intensité du courant électrique correspond au **débit** de la charge électrique à travers une surface S .



On définit l'intensité du courant comme

$$I = \frac{Q}{t}$$

avec

- Q : Quantité de charge qui traverse la surface S (en Coulombs),
- t : pendant le temps t .

En faisant tendre le temps t vers 0, on obtient la relation

$$I = \frac{dQ}{dt}$$

 (2.1)

Par exemple, s'il y a n charges q par m^3 , avançant à la vitesse v , l'intensité du courant est :

$$I = \frac{dQ}{dt} = \frac{nqSvdt}{dt} = \underbrace{nq}_{\rho} Sv$$

ρ est la *densité volumique de charges*

remarques :

- L'intensité du courant est une valeur algébrique (il faut définir un sens positif avant de pouvoir la calculer)
 - Pour une même valeur de I , les charges + et - se déplacent dans des directions opposées.
- L'intensité du courant se mesure en Ampères (A) = Cs⁻¹.

Ordres de grandeur :

- Dans une montre à quartz : $I \simeq 1 \mu\text{A}$;
- LED de faible puissance : $I \simeq 10 \text{ mA}$;
- Lampe halogène $I \simeq 1 \text{ A}$;
- foudre $I \simeq 30 \text{ kA}$

Nous avons vu que la charge électrique est transportée par des électrons ayant chacun une charge électrique de $-e = -1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$. On peut donc se demander s'il est bien légitime de parler de courant continu. Prenons par exemple une montre à quartz dans laquelle circule un courant de $i = 1 \mu\text{A} = 1 \times 10^{-6} \text{ C s}^{-1}$. Le nombre d'électrons qui traversent une section du fil à chaque seconde est donc

$$n = \frac{1 \times 10^{-6}}{1,6 \times 10^{-19}} \approx 6 \times 10^{13} \text{ electrons/s} \quad (2.2)$$

Le nombre d'électrons qui traversent la section du fil à chaque seconde est tellement élevé qu'il paraît légitime de considérer que les électrons forment un flux continu.

1.c Régime continu

En régime continu, l'intensité I du courant, et la densité volumique de charge ρ sont des constantes.

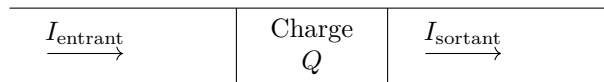


FIGURE 2.1 – Intensité du courant dans une portion de conducteur en régime continu.

Pendant le temps dt : $dQ = I_{\text{entrant}} dt - I_{\text{sortant}} dt = (I_{\text{entrant}} - I_{\text{sortant}}) dt$.

Or $\frac{dQ}{dt} = 0 = I_{\text{entrant}} - I_{\text{sortant}}$.

Donc $I_{\text{entrant}} = I_{\text{sortant}}$. L'intensité du courant est la même en tout point d'un fil conducteur parcouru par un courant continu.

1.d Régime variable

I est une fonction du temps $I(t)$. On suppose que les variations de I se propagent à la vitesse de la lumière c (en tout cas elles ne peuvent pas aller plus vite)

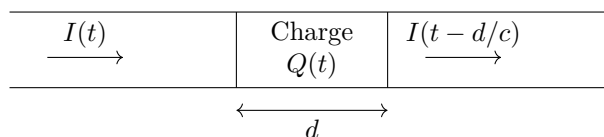


FIGURE 2.2 – Intensité du courant dans une portion de conducteur en régime variable.

Si $I(t) \neq I(t-d/c)$ alors $\frac{dQ}{dt} \neq 0$.

Approximation des régimes quasi-stationnaires (ARQS) : I varie assez lentement pour que $I(t) = I(t-d/c)$. Dans ce cas $\frac{dQ}{dt} = 0$ et I est le même en tout point d'un fil conducteur.

Déterminons pour un circuit réel les conditions nécessaires pour pouvoir appliquer l'ARQS :

- d : dimension du circuit ;
- $\tau \simeq \frac{1}{f}$: temps typique de variation de I (f est la fréquence typique de variation de $I(t)$).

Le temps de propagation d'une variation d'intensité à travers le circuit est $t_I = \frac{d}{c}$. Pour être dans les conditions d'application de l'ARQS, il faut que $t_I \ll \tau$, on doit donc avoir :

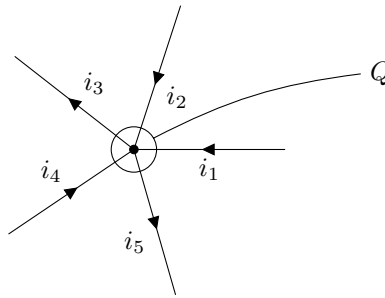
Condition d'application de l'ARQS

$$d \ll \frac{c}{f} \quad \text{ou} \quad df \ll c \quad (2.3)$$

L'ARQS est donc applicable à des circuits assez petit pour des fréquences de fonctionnement suffisamment faibles.

1.e La loi des nœuds

Dans les conditions de l'ARQS : $\frac{dQ}{dt} = 0$. On définit un nœud comme la jonction d'au moins 2 fils conducteurs :



On note Q la charge totale comprise dans le nœud, dans ce cas, on a : $\frac{dQ}{dt} = i_1 + i_2 - i_3 + i_4 - i_5 = 0$.

Loi des nœuds

La somme algébrique de tous les courants entrants dans un nœud est nulle.

$$\sum_{\text{courants entrants}} i_k - \sum_{\text{courants sortants}} i_k = 0 \quad (2.4)$$

2 La tension électrique

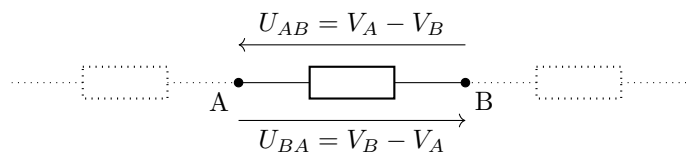
2.a Le potentiel électrique

Dans un circuit électrique, les charges circulent en perdant de l'énergie potentielle (elles *descendent une pente*). Une charge q possède une énergie potentielle $E_p = qV$; V est le **potentiel électrique** au point considéré. Le potentiel électrique se mesure en Volts (V).

L'origine de l'énergie potentielle est choisie arbitrairement, donc celle de V aussi. Le point du circuit où V est choisi nul est la **référence de potentiel**.

2.b La tension électrique

La tension électrique U_{AB} entre deux points A et B d'un circuit est la différence de potentiel entre ces deux points :



Remarques :

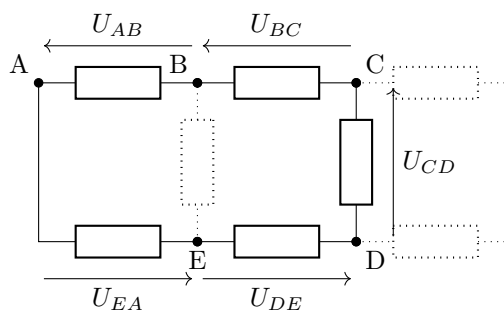
- La tension est une grandeur algébrique : $U_{BA} = V_B - V_A = -U_{AB}$
- La tension se mesure en Volts (V) (d'après Alessandro Volta (1745–1827) qui a inventé la première pile électrique)

Ordres de grandeur :

- Petits appareils électroniques $\simeq 5 \text{ V}$;
- électroménager $\simeq 220 \text{ V}$;
- lignes haute-tension $\simeq 400 \text{ kV}$;
- foudre $\simeq 10^8 \text{ V}$.

2.c La loi des mailles

Une **maille** est une portion de circuit formant une boucle fermée :



On a : $U_{AB} + U_{BC} + U_{CD} + U_{DE} + U_{EA} = V_A - V_B + V_B - V_C + \dots + V_E - V_A = 0$.

Loi des mailles

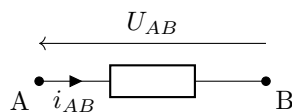
La somme des tensions (orientées dans le même sens de rotation) d'une maille est nulle.

La loi des nœuds et la loi des mailles constituent les **lois de Kirchhoff**.

3 Le dipôle électrique

3.a Définition

Un dipôle est un composant qui comporte 2 bornes.



3.b Puissance reçue

Le puissance électrique **reçue** par le dipôle AB est :

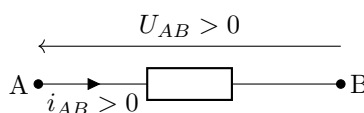
$$P = U_{AB} \times i_{AB} \quad (2.5)$$

La puissance se mesure en Watts ($W=J/s$), d'après le physicien écossais James WATT (1736–1819).

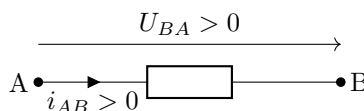
Remarque : Si le dipôle produit de l'énergie, $P < 0$.

3.c Convention récepteur ou générateur

Un récepteur convertit l'énergie électrique qu'il reçoit en une autre forme d'énergie (mécanique, thermique). On a $P_{\text{reçue}} > 0$ donc u et i ont des sens opposés (**convention récepteur**)



Un générateur fournit de l'énergie électrique donc $P_{\text{reçue}} < 0$, u et i sont dans le même sens (**convention générateur**)



3.d Caractéristique d'un dipôle

Dans un dipôle il existe une relation entre la tension u à ses bornes et l'intensité i qui le traverse. On peut parfois mettre cette relation sous la forme $u = f(i)$ ou $i = g(u)$. Cette relation entre u et i est la **caractéristique statique du dipôle**.

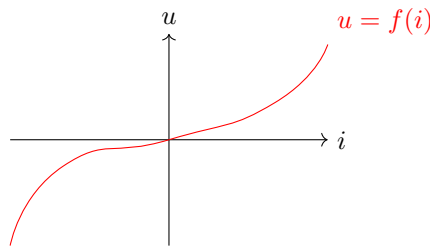


FIGURE 2.3 – Courbe représentative de la caractéristique statique tension-courant d'un dipôle.

Remarques :

- Si la caractéristique passe par $(0, 0)$, c'est un dipôle **passif**, sinon il est **actif**.
- Si c'est une droite, on dit que le dipôle est **linéaire**.
- Le point de la caractéristique où se trouve le dipôle (sa tension et son intensité) est le **point de fonctionnement**

4 Le dipôle résistance

4.a Généralités

Symbole : (ou)

On utilise la convention récepteur : A \bullet \xrightarrow{i} \bullet B

La caractéristique d'une résistance est

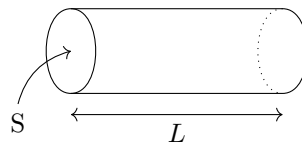
$$u = Ri$$

(2.6)

c'est la **loi d'Ohm**. R est la valeur (résistance) du dipôle en Ohm (Ω) (Georg Simon Ohm 1789–1854)

On définit aussi la conductance $G = \frac{1}{R}$ en Ω^{-1} ou Siemens (S).

fabrication : On utilise un matériau de résistivité ρ de longueur L et de section S :



La résistance de ce conducteur est $R = \frac{\rho L}{S}$.

4.b Effet Joule

Une résistance convertit l'intégralité de la puissance électrique reçue en chaleur (effet Joule)

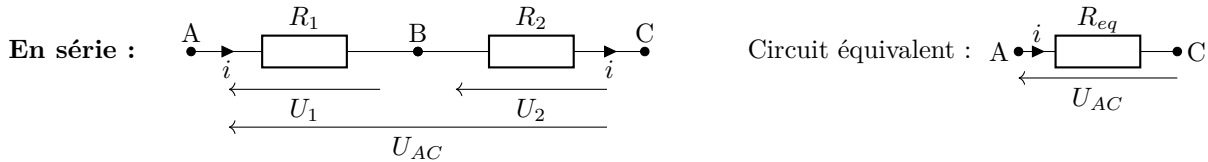
A \bullet \xrightarrow{i} \bullet B $P_{\text{reçue}} = u \cdot i = Ri \cdot i$ donc

Puissance reçue par effet Joule par une résistance

$$P_{\text{reçue}} = Ri^2 = \frac{u^2}{R} \quad (2.7)$$

Remarque : L'énergie reçue par la résistance entre les instants t_1 et t_2 est : $E = \int_{t_1}^{t_2} P(t) dt = \int_{t_1}^{t_2} Ri(t)^2 dt$

4.c Association de résistances



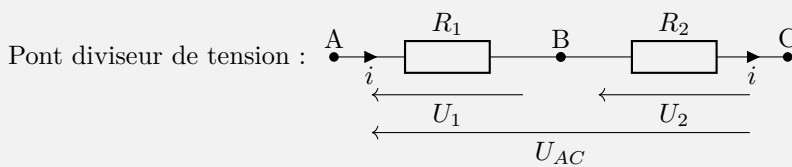
La loi des mailles donne : $U_1 + U_2 - U_{AC} = 0$ donc $U_{AC} = U_1 + U_2$. D'après la loi d'Ohm, on a $U_1 = R_1 i$ et $U_2 = R_2 i$. D'où finalement $U_{AC} = R_1 i + R_2 i = (R_1 + R_2) i$.

La résistance équivalente à deux résistances branchées en série est : $R_{eq} = R_1 + R_2$

On généralise ce résultat à n résistances R_1, R_2, \dots, R_n branchées en série :

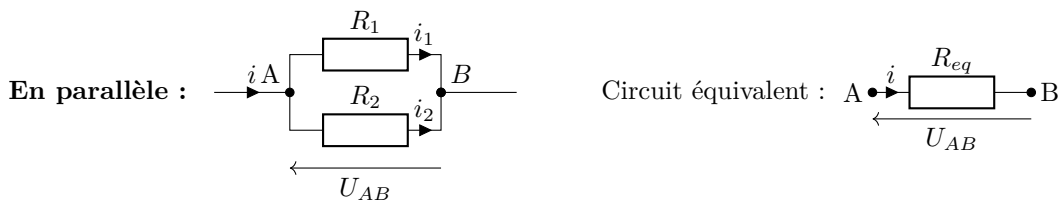
$$R_{eq} = \sum_{i=1}^n R_i \quad (2.8)$$

Application



$$U_{AC} = R_{eq} i \text{ donc } i = \frac{U_{AC}}{R_{eq}}.$$

$$U_2 = R_2 i = \frac{R_2}{R_{eq}} U_{AC} \text{ donc finalement } U_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} U_{AC} < U_{AC}$$



$$\text{Loi des nœuds : } i = i_1 + i_2 = \frac{U_{AB}}{R_1} + \frac{U_{AB}}{R_2} = U_{AB} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = \frac{U_{AB}}{R_{eq}}$$

Deux résistances R_1 et R_2 branchées en parallèle sont équivalentes à une résistance R_{eq} de valeur : $\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$

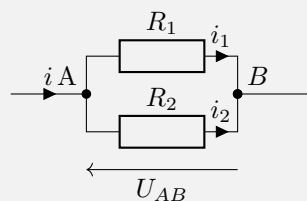
La conductance équivalente est $G_{eq} = G_1 + G_2$.

On généralise ce résultat à n résistances R_1, R_2, \dots, R_n branchées en parallèle :

$$\frac{1}{R_{eq}} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i} \quad \text{ou} \quad G_{eq} = \sum_{i=1}^n G_i \quad (2.9)$$

Application

Pont diviseur de courant :

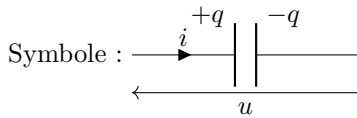


$$i = G_{eq} U_{AB} \quad \text{et} \quad i_1 = G_1 U_{AB} \quad \text{soit} \quad i_1 = \frac{G_1}{G_1 + G_2} i < i \quad (2.10)$$

5 Le condensateur

5.a Généralités

Un condensateur est un dipôle formé par 2 armatures métalliques séparées par un matériau isolant.



Les armatures stockent des charges électriques. En régime continu, $i = 0$ (le condensateur se comporte comme un isolant).

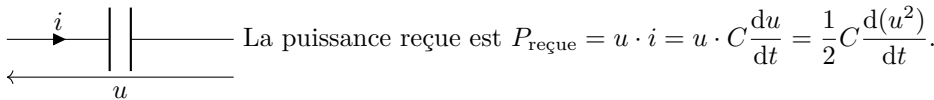
En régime variable, $i = \frac{dq}{dt}$ et $q = Cu$, donc

$$i = C \frac{du}{dt} \quad (2.11)$$

C est une constante, c'est la **capacité** du condensateur, on la mesure en farad ($F = A \cdot s \cdot V^{-1} = s \cdot \Omega^{-1}$)

remarque : $u(t_2) - u(t_1) = \int_{t_1}^{t_2} \frac{i(t)}{C} dt$, à la limite où $t_1 \rightarrow t_2$, on a $u(t_1) = u(t_2)$ donc la tension est continue aux bornes d'un condensateur.

5.b Énergie stockée



Donc l'énergie stockée dans le condensateur est : $E = \int_{t=0}^T \frac{1}{2} C \frac{d(u^2)}{dt} dt$, soit

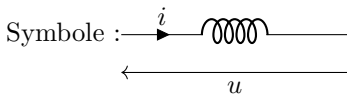
$$E = \frac{1}{2} Cu^2 \quad \text{en joules} \quad (2.12)$$

L'énergie est stockée dans le champ électrique créé entre les armatures.

6 La bobine

6.a Généralités

C'est un dipôle formé par l'enroulement d'un fil conducteur.



En régime continu, $u = 0$ car c'est un fil conducteur.

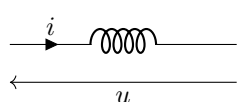
En régime variable :

$$u(t) = L \frac{di}{dt} \quad (2.13)$$

L est l'**inductance** de la bobine en henry ($1 H = 1 V \cdot s \cdot A^{-1}$).

remarque : $i(t_2) = i(t_1) + \frac{1}{L} \int_{t_1}^{t_2} u(t) dt$ donc l'intensité $i(t)$ est continue dans une bobine.

6.b Énergie stockée


 La puissance reçue est $P_{reue} = u \cdot i = L \frac{di}{dt} = L \frac{d(i^2)}{dt}$.

Donc l'énergie stockée dans la bobine est : $E = \int_{t=0}^T \frac{1}{2} L \frac{d(i^2)}{dt} dt$, soit

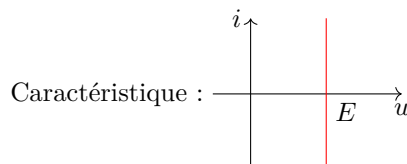
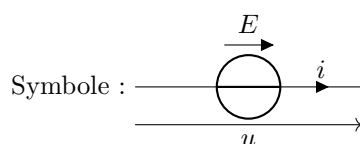
$$E = \frac{1}{2} L i^2 \quad \text{en joules} \quad (2.14)$$

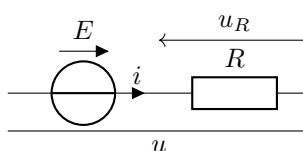
L'énergie est stockée dans le champ magnétique créé par la bobine.

7 Générateurs

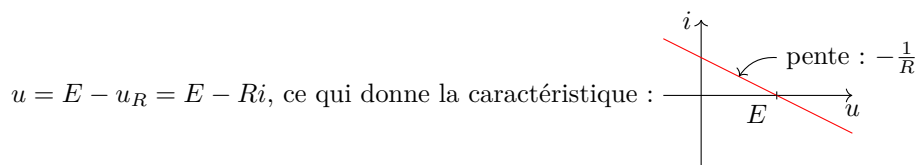
7.a Source de tension

Une source idéale de tension est un dipôle électrique dont la tension aux bornes ne dépend pas de l'intensité du courant qui le traverse.



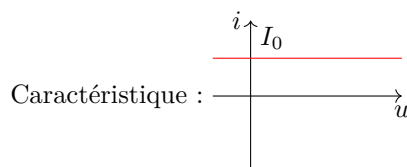
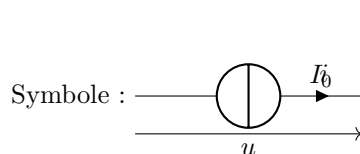
Une source de tension non idéale (modèle linéaire) est modélisée par : 

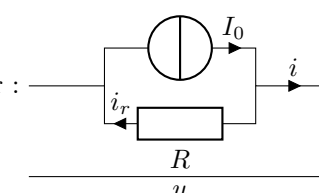
E est la force électromotrice (fém) de la source de tension, et R sa résistance interne.

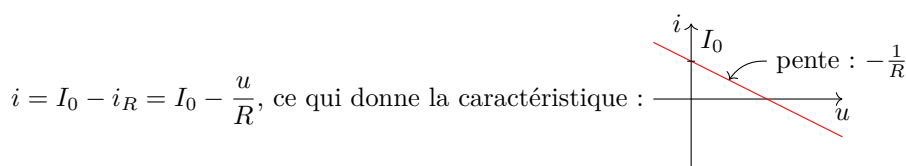


7.b Source de courant

Une source idéale de courant est un dipôle parcouru par un courant constant quelle que soit la tension à ses bornes.

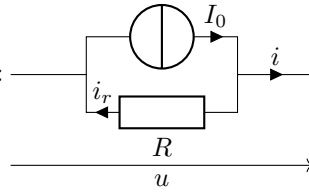


Une source de courant non idéale (modèle linéaire) est modélisée par : 



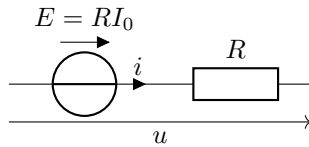
7.c Équivalence entre sources non idéales linéaires

On considère la source de courant non idéale suivante :



(représentation de Norton)

$i = I_0 - i_R = I_0 - \frac{u}{R} \Rightarrow u = \underbrace{RI_0}_E - Ri$ qui est la caractéristique d'une source de tension non idéale de fém $E = RI_0$ et de résistance interne R :



(représentation de Thévenin)