

DS1 : Analyse dimensionnelle, optique

- Durée : 2h.
- La calculatrice est autorisée.
- Chaque réponse doit être justifiée.
- Même lorsque ça n'est pas précisé, toute application numérique doit être précédée d'une expression littérale en fonction des données de l'énoncé.

Exercice 1 : INTERACTION GRAVITATIONNELLE

L'interaction gravitationnelle se manifeste par l'apparition d'une force F entre deux masses m_1 et m_2 séparées par une distance d . L'expression scalaire de cette force est :

$$F = \mathcal{G} \frac{m_1 m_2}{d^2} \quad (1)$$

\mathcal{G} étant la constante de gravitation universelle.

1. Quelle est la dimension de \mathcal{G} ?
2. Vérifier l'homogénéité de la loi suivante :

$$\frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{\mathcal{G}M_S}, \quad (2)$$

où T est la période de rotation d'une planète autour du soleil, a le demi-grand axe de l'ellipse (à peu près le rayon dans le cas général) et M_S est la masse du soleil.

3. A l'aide d'une analyse dimensionnelle, retrouver la relation liant l'accélération de pesanteur g_0 à la masse de la terre M_t , la constante de gravitation universelle \mathcal{G} ainsi qu'au rayon de la terre R_t .
4. Cette expression est-elle cohérente avec l'expression générale de la force de gravité exercée entre deux masses ?

Exercice 2 : ÉTUDE D'UN PRISME

I – Lois de Snell – Descartes.

On considère un rayon lumineux incident situé dans un milieu 1 d'indice de réfraction n_1 , venant frapper un dioptre plan qui le sépare du milieu 2 d'indice de réfraction n_2 .

1. Énoncer les lois de la réflexion, accompagnées d'un schéma succinct.
2. Énoncer les lois de la réfraction, accompagnées également d'un schéma.
3. Expliquer brièvement les phénomènes de réflexion totale et d'angle de réfraction limite.

I.1 – Réfraction dans un prisme – Mesure de l'indice d'un verre

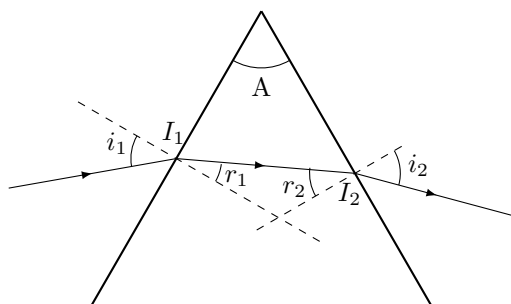


FIGURE 1 – Vue en coupe du prisme perpendiculairement à son arête.

On considère un prisme d'angle A , transparent, homogène et isotrope d'indice n plongé dans l'air d'indice supposé exactement égal à 1 (voir figure 1). Les angles apparaissent sur la figure 1 correspondent aux conventions traditionnelles.

4. Montrer qu'un rayon incident pénètre forcément dans le prisme.
5. Écrire les lois de Snell-Descartes aux points I_1 et I_2 .
6. Déterminer la relation entre les angles A , r_1 et r_2 .

L'angle de déviation, noté D , correspond à l'angle entre le rayon qui entre dans le prisme en I_1 et celui qui en ressort en I_2 .

7. Le dessiner sur un schéma et l'exprimer en fonction des angles A , i_1 et i_2 .

On constate expérimentalement que l'angle D prend une valeur minimale D_m lorsque l'on fait varier l'angle d'incidence i_1 . Un argument de symétrie permet de montrer qu'on a alors $i_1 = i_2$, noté i_m .

8. Démontrer que l'indice n est dans ce cas donné par la relation

$$n = \frac{\sin\left(\frac{D_m + A}{2}\right)}{\sin\left(\frac{A}{2}\right)}$$

I.2 – Application à la mesure de l'indice d'un verre

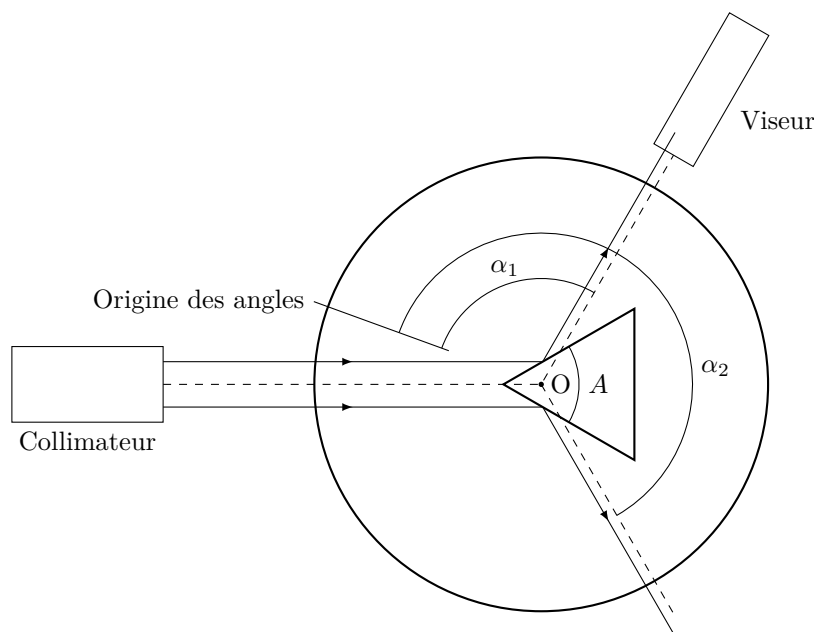


FIGURE 2 – Goniomètre – Mesure de A .

La technique du minimum de déviation permet de mesurer expérimentalement l'indice du verre d'un prisme. Cette mesure est effectuée à l'aide d'un goniomètre (voir figure 2) constitué d'un plateau gradué en degrés et en minutes, sur lequel est placé le prisme. Un collimateur, constitué d'une source lumineuse ponctuelle monochromatique, placée au foyer d'une lentille convergente, permet d'envoyer sur le prisme un faisceau de rayons lumineux parallèles. Une lunette de visée, réglée à l'infini et placée sur un bras mobile, permet l'observation des faisceaux émergent ou réfléchi.

1.2.1 Mesure de l'angle A du prisme

Le prisme est placé vis-à-vis du collimateur de façon à ce que ses deux faces reçoivent à peu près autant de lumière (figure 2). Avec le viseur on relève les angles α_1 et α_2 que forment les directions des faisceaux réfléchis par les deux faces avec une direction arbitraire fixant l'origine des angles. Les directions des faisceaux réfléchis et incident sont représentées par des pointillés sur le schéma. On notera que dans l'expérience, le angle d'incidence du faisceau incident n'est pas forcément le même sur les deux faces du prisme.

9. Exprimer A en fonction de α_1 et α_2 .

10. A.N. : expérimentalement on relève $\alpha_1 = 119^\circ 58'$ et $\alpha_2 = 240^\circ 4'$; calculer A . On rappelle que une minute d'angle vaut $1' = \frac{1}{60}^\circ$.

1.2.2 Mesure de D_m

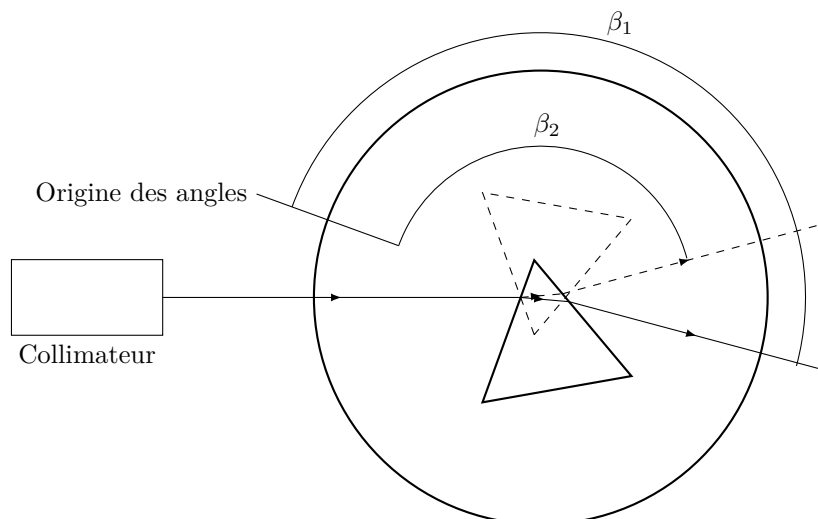


FIGURE 3 – Mesure de D_m .

On dispose l'ensemble plateau-prisme de façon à observer le minimum de déviation ; on relève alors l'angle β_1 indiqué sur la figure 3. On recommence la même opération en faisant entrer le faisceau incident par l'autre face du prisme ; on relève alors l'angle β_2 .

11. Exprimer D_m en fonction de β_1 et β_2 .
12. A.N. : $\beta_1 = 218^\circ 42'$ et $\beta_2 = 141^\circ 16'$; calculer D_m .
13. En déduire l'indice n du verre utilisé pour fabriquer le prisme.

I.3 – Loi de Cauchy

En effectuant des mesures similaires pour plusieurs longueurs d'onde différentes à l'aide d'une lampe à vapeurs de mercure, on obtient les résultats suivants.

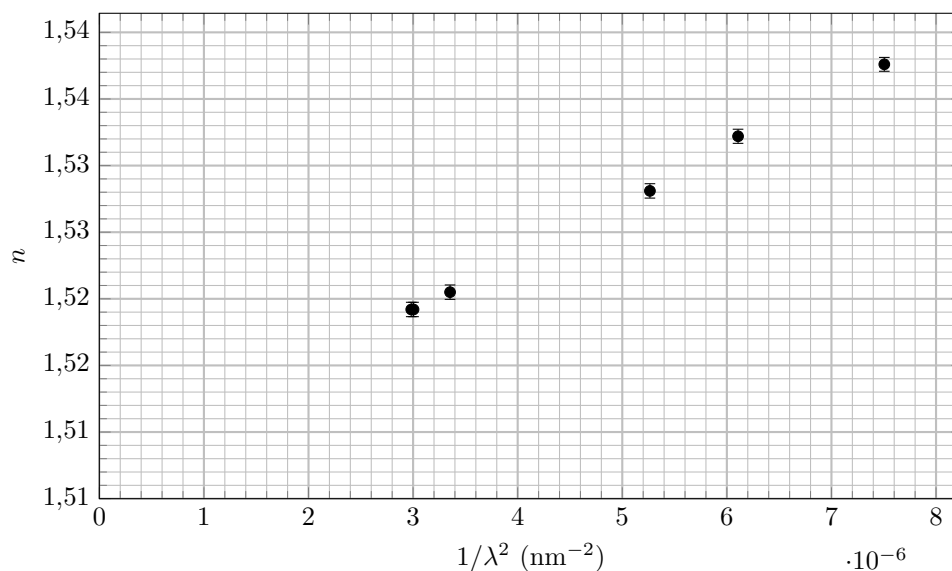
Longueur d'onde (nm)	365,015	404,656	435,833	546,074	576,960	579,066
Indice de réfraction n	1,5376	1,5322	1,5251	1,5200	1,5192	1,5192
Incertitude-type $u(n)$ ($\times 10^{-4}$)	5,2	5,3	5,4	5,4	5,4	5,4

TABLE 1 – Longueurs d'onde des raies du mercure et indices de réfraction du verre associés avec estimation de l'incertitude-type

14. Les valeurs sont-elles compatibles entre elles si on suppose l'indice comme indépendant de la longueur d'onde ? La loi de Cauchy, stipule que l'indice du verre doit évoluer avec la longueur d'onde comme

$$n(\lambda) = a + \frac{b}{\lambda^2} \quad (1)$$

On a représenté sur la figure 4 l'évolution de $n(\lambda)$ en fonction de $\frac{1}{\lambda^2}$.

FIGURE 4 – Évolution de l'indice de réfraction du verre en fonction de $1/\lambda^2$.

15. Les données sont-elles compatibles avec la loi de Cauchy ?
16. Déterminer les valeurs de a et b .
17. On envoie un étroit faisceau parallèle de lumière blanche sur un prisme comme sur la figure 5. En sortie du prisme, on observe un faisceau lumineux composé de plusieurs couleurs. Indiquer à quelle couleur correspondent les couleurs *couleur 1*, *couleur 2* et *couleur 3* parmi les couleurs (vert, rouge, bleu). La réponse doit être justifiée.

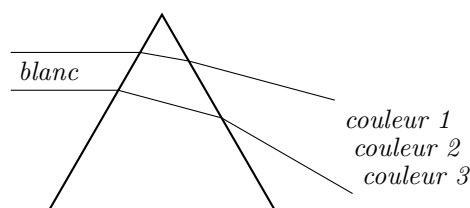


FIGURE 5 – Dispersion de la lumière blanche par le prisme.