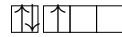
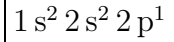


THE LAST ONE ;-)

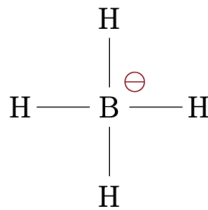
I. Chimie et énergie (d'après Mines-Ponts MP 2022)**I.1** Configuration électronique de ${}_5\text{B}$:

Les quadruplets de nombres quantiques pouvant caractériser les électrons de valence sont

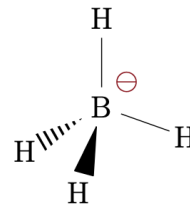
$(\underbrace{n=2, \ell=0}_{\text{niveau d'énergie } 2s}, m_\ell=0, m_s=+\frac{1}{2}); (\underbrace{n=2, \ell=0}_{\text{niveau d'énergie } 2s}, m_\ell=0, m_s=-\frac{1}{2}); (\underbrace{n=2, \ell=1}_{\text{niveau d'énergie } 2p}, m_\ell=-1, m_s=+\frac{1}{2})$

I.2 Le nombre d'électrons de valence à répartir est $N_e = 3 + 4 - (-1) = 8$. Ainsi, il faut répartir $D = 4$ doublets. L'ion BH_4^- possède 4 doublets liants et zéro doublets non liants. Il peut donc se mettre sous la forme AX_4E_0 .

BH_4^- est de géométrie tétraédrique.



Schémas de Lewis



Structure VSEPR

I.3 D'après l'équation bilan $n_f(\text{H}_2) = 4n_i(\text{BH}_4^-)$ avec $n_i(\text{BH}_4^-) = \text{CV}$

Dans l'hypothèse où $\text{H}_{2(g)}$ se comporte comme un gaz parfait, l'équation d'état des gaz parfaits appliquée à $\text{H}_{2(g)}$ à T et P s'écrit :

$$PV(\text{H}_2) = n_f(\text{H}_2)RT \quad \text{avec } PV_m = RT$$

On en déduit
$$n_f(\text{H}_2) = \frac{V(\text{H}_2)}{V_m}$$

Ainsi
$$\frac{V(\text{H}_2)}{V_m} = 4\text{CV} \quad \text{et} \quad \boxed{V(\text{H}_2) = 4\text{CV}V_m}$$

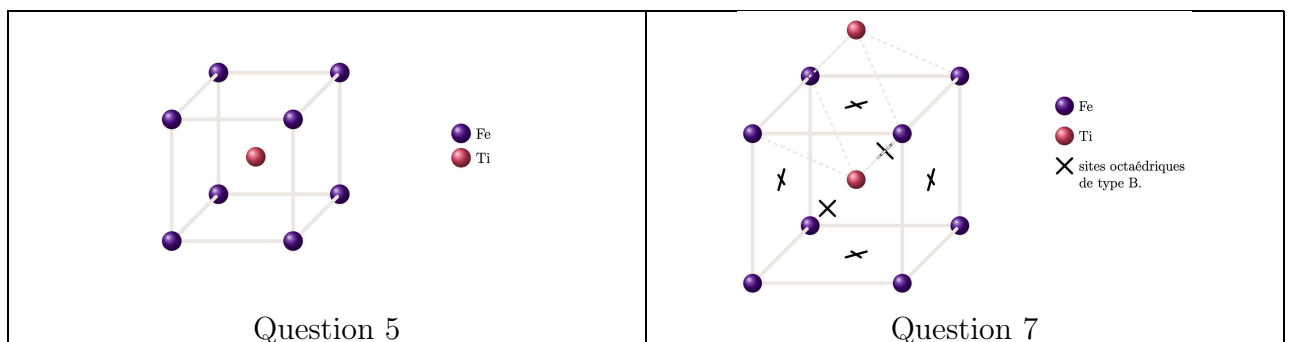
Application numérique :

$V(\text{H}_2) = 96 \text{ L}$

I.4 Le catalyseur accélère la réaction, il agit sur sa vitesse sans modifier l'état final de la réaction.

Le volume de digydropène obtenu sera la même en présence de platine.

I.5 La maille cubique de l'alliage fer/titane est représentée à gauche ci-dessous :



- I.6** Le contact s'effectue suivant la diagonale du cube de longueur $a\sqrt{3}$, et on compte deux rayons de titane et deux rayons de fer.

D'où

$$a = \frac{2R(\text{Ti}) + 2R(\text{Fe})}{\sqrt{3}} \quad \text{Application numérique : } a = 312 \text{ pm}$$

- I.7** Les sites octaédriques sont représentés sur la figure à droite ci-dessus.

On constate que les 8 faces des octaèdres ne sont pas toutes des triangles équilatéraux. Autrement dit, les arêtes ne sont pas de même longueur (4 arêtes de longueur a et 8 arêtes de longueur $a\sqrt{3}/2$).

Les sites octaédriques de B ainsi représentés ne sont pas des octaèdres réguliers.

Par ailleurs, le rayon R_0 du site octaédrique est la valeur la plus petite des deux valeurs $R_{0,1}$ et $R_{0,2}$ telles que :

$$2R(\text{Fe}) + 2R_{0,1} = a\sqrt{2} \quad \text{et} \quad 2R(\text{Ti}) + 2R_{0,2} = a$$

$$\text{D'où} \quad R_{0,1} = \frac{a\sqrt{2} - 2R(\text{Fe})}{2} = 95,4 \text{ pm} \quad \text{et} \quad R_{0,2} = \frac{a - 2R(\text{Ti})}{2} \approx 10,9 \text{ pm}$$

On en déduit que

$$R_0 = R_{0,2}$$

Comme $R_0 < R(\text{H})$, les sites octaédriques seront déformés après l'introduction d'un atome d'hydrogène.

I.8

Atomes	Fe	Ti	H
Nombre par maille	$N_{\text{Fe}} = 8 \times 1/8 = 1$	$N_{\text{Ti}} = 1 \times 1/1 = 1$	$N_{\text{H}} = 6 \times 1/2 = 3$

La formule de l'alliage hydrogéné est donc $\text{FeTiH}_{3(\text{s})}$.

- I.9** Le volume $V = a^3$ de la maille contient 3 atomes d'hydrogène, soit $3/2$ molécules de H_2 .

Comme \mathcal{N}_A molécules correspondent à 1 mol de H_2 , $3/2$ molécules de H_2 correspondent à :

$$n_{\text{H}_2} = \frac{3}{2} \frac{1}{\mathcal{N}_A}$$

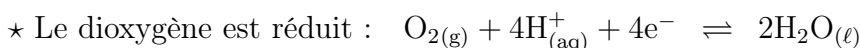
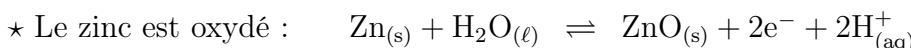
Le volume molaire $V'_m = V/n_{\text{H}_2}$ de H_2 associé est donc : $V'_m = \frac{2}{3} \mathcal{N}_A a^3$.

Application numérique :

$$V'_m = 1,2 \cdot 10^{-2} \text{ L} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$V'_m \ll V_m$: le stockage de H_2 par l'alliage FeTi est très intéressant.

- I.10** Les couples mis en jeu sont $\text{ZnO}_{(\text{s})}/\text{Zn}_{(\text{s})}$ et $\text{O}_{2(\text{g})}/\text{H}_2\text{O}_{(\ell)}$. Compte-tenu de la réaction de fonctionnement, on en déduit que :



L'oxydation a toujours lieu à l'anode, qui, pour une pile, correspond au pôle \ominus .

La réduction a toujours lieu à la cathode, qui, pour une pile, correspond au pôle \oplus .

Ainsi, la poudre de zinc en contact avec A_1 constitue l'anode (\ominus) et A_2 constitue la cathode (\oplus).

- I.11** La force électromotrice standard e^0 est : $e^0 = E_{\oplus} - E_{\ominus} = E^0(\text{O}_2/\text{H}_2\text{O}) - E^0(\text{ZnO}/\text{Zn})$.

Application numérique :

$$e^0 = 1,66 \text{ V}$$

I.12 Hors programme

I.13 Hors programme

I.14 Le dioxygène est issu de l'air : la quantité de $O_{2(g)}$ est quasiment illimitée. Quant au zinc, il est stocké dans la pile : sa quantité est forcément assez faible par rapport au dioxygène, donc le zinc constitue le réactif limitant. Notons n_0 la quantité de matière initiale en zinc solide :

$$n_0 = \frac{m(\text{Zn})}{M(\text{Zn})} \quad (= 1,0 \cdot 10^{-2} \text{ mol})$$

Le tableau d'avancement de la réaction de fonctionnement est le suivant :



On a donc

$$\xi_f = \frac{n_0}{2}$$

La quantité de charges débitées pendant la durée de fonctionnement Δt est :

$$Q = 4\xi_f \mathcal{F} = 2n_0 \mathcal{F} = \frac{2m(\text{Zn}) \cdot \mathcal{F}}{M(\text{Zn})}$$

On en déduit $\Delta t = \frac{Q}{I}$:

$$\Delta t = \frac{2m(\text{Zn}) \cdot \mathcal{F}}{M(\text{Zn}) I}$$

Application numérique : $\Delta t = 2,5 \cdot 10^6 \text{ s}$

I.15 L'énergie \mathcal{E} que peut fournir cette pile est : $\mathcal{E} = UI\Delta t = UQ$.

D'où

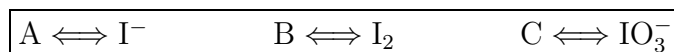
$$\mathcal{E} = \frac{2m(\text{Zn}) \cdot \mathcal{F} U}{M(\text{Zn})}$$

Application numérique : $\mathcal{E} = 3,0 \cdot 10^3 \text{ J}$

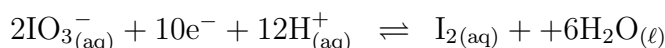
I.16 Tableau des n.o. :

Espèce	I_2	I^-	IO_3^-
n.o(I)	0	-I	+V

I.17 Le potentiel E augmente avec le nombre d'oxydation de l'iode dans l'espèce considérée. Ainsi :



I.18 La droite 2 est la droite frontière relative au couple IO_3^-/I_2 , de demi-équation électronique :

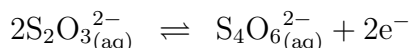


À 298K :

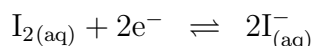
$$E(\text{IO}_3^-/\text{I}_2) = E^0(\text{IO}_3^-/\text{I}_2) + \frac{0,06}{10} \log \left(\frac{[\text{IO}_3^-]^2 [\text{H}^+]^{12}}{[\text{I}_2] (c^0)^{13}} \right)$$

Ainsi, le coefficient directeur de la droite 2 est $-0,072 \text{ V.pH}^{-1}$.

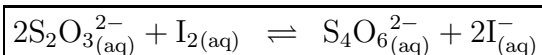
I.19 L'ion thiosulfate est l'ion $\text{S}_2\text{O}_3^{2-}$. Il s'agit du réducteur du couple $\text{S}_4\text{O}_6^{2-}/\text{S}_2\text{O}_3^{2-}$. Le diiode est donc réduit et le deuxième couple impliqué est le couple I_2/I^- . Les deux demi-équations électroniques sont :



et



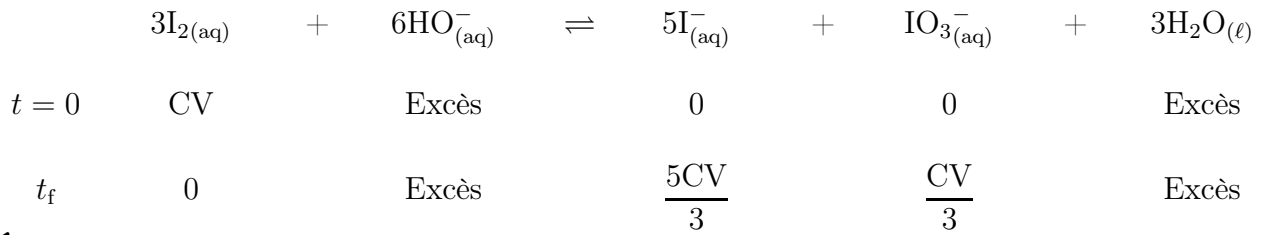
Par sommation de ces deux demi-équations électroniques, on obtient l'équation de réaction du dosage :



L'empois d'amidon est l'indicateur coloré permettant de repérer la présence de diiode (couleur bleue). En présence de cet indicateur coloré, on repèrera donc l'équivalence au changement de couleur du bleu à l'incolore.

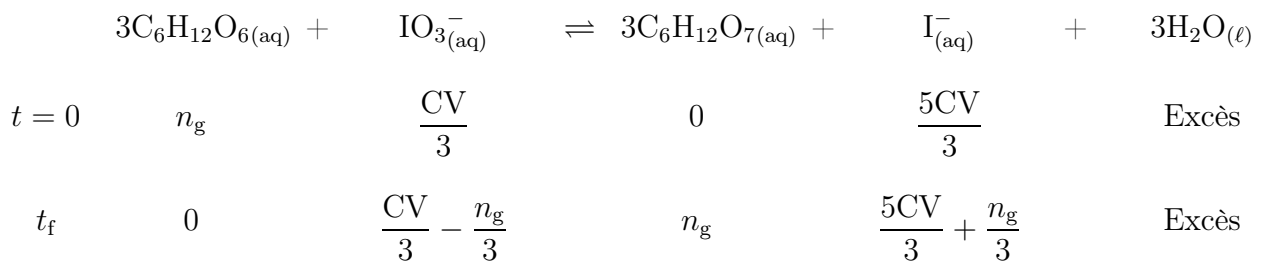
I.20 Le titrage étudié est un dosage indirect.

★ **Étape n°1 :**



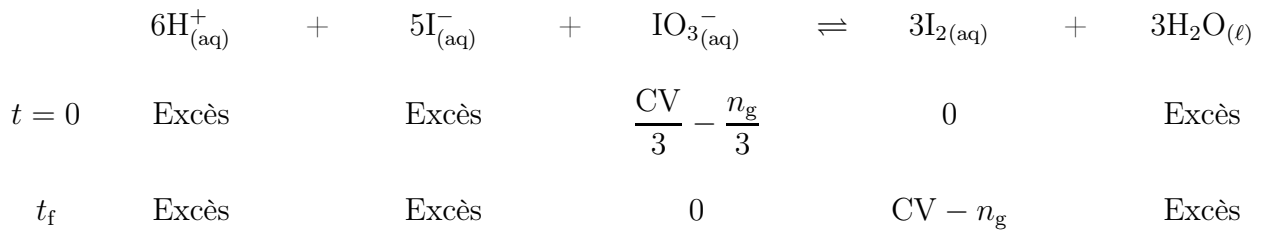
★ **Étape n°2 :**

Pour remonter à la quantité de matière du glucose qu'on veut titrer, on suppose que ce dernier est en défaut par rapport à IO_3^- :



★ **Étape n°3 :**

La quantité de IO_3^- réagit avec les ions I^- venant des deux réactions précédentes (excès) :



La solution de diiode est titrée par le thiosulfate de sodium ($\text{Na}^+ + \text{S}_2\text{O}_3^{2-}$). A l'équivalence, on a donc

$$\frac{\text{CV} - n_g}{1} = \frac{\text{C}_{\text{S}_2\text{O}_3^{2-}} V_{\text{éq}}}{2}$$

D'où
$$n_g = \text{CV} - \frac{\text{C}_{\text{S}_2\text{O}_3^{2-}} V_{\text{éq}}}{2}$$

La concentration molaire du glucose du jus d'orange s'écrit :

$$\text{C}_g = 5\text{C}_{g, \text{ solution S1}} = \frac{5}{V_G} \left(\text{CV} - \frac{\text{C}_{\text{S}_2\text{O}_3^{2-}} V_{\text{éq}}}{2} \right)$$

La concentration massique est donc :

$$c_g = \text{C}_g M_g = \frac{5M_g}{V_G} \left(\text{CV} - \frac{\text{C}_{\text{S}_2\text{O}_3^{2-}} V_{\text{éq}}}{2} \right)$$

Application numérique :

$$c_g = 25 \text{ g.L}^{-1}$$

II. Le moteur Stirling (d'après CCP MP 2011)

II.1 Moteur de Stirling avec un régénérateur parfait

II.1 Le système étudié est le dihydrogène, considéré comme un gaz parfait.

On a
$$n = \frac{m}{M}$$

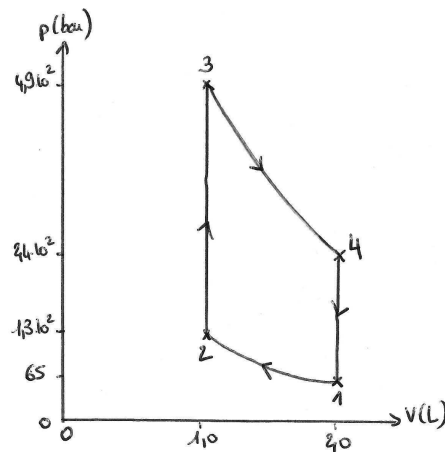
Application numérique :

$$n = 5,0 \text{ mol}$$

L'application de l'équation d'état des gaz parfaits donne :

Pression	p_1	p_2	p_3	p_4
Expression littérale	$\frac{nRT_f}{V_M}$	$\frac{nRT_f}{V_m}$	$\frac{nRT_c}{V_m}$	$\frac{nRT_c}{V_M}$
AN (bar)	65	$1,3 \cdot 10^2$	$4,9 \cdot 10^2$	$2,4 \cdot 10^2$

II.2 Les isochores sont des verticales et les isothermes des branches d'hyperboles :



Le cycle est parcouru dans le sens horaire. Il s'agit bien d'un cycle moteur.

II.3 Application du premier principe au dihydrogène sur la transformation $a \rightarrow b$:

$$\underbrace{\Delta E_{m,ab}}_{=0} + \Delta U_{ab} = W_{ab} + Q_{ab}$$

La 1^{ère} loi de Joule donne

$$\Delta U_{ab} = 0$$

On en déduit

$$W_{ab} + Q_{ab} = 0$$

Par ailleurs

$$W_{ab} = - \int_a^b P_{\text{ext}} dV$$

$$\text{avec } P_{\text{ext}} = P = \frac{nRT}{V}$$

On a donc

$$W_{ab} = - \int_a^b nRT \frac{dV}{V}$$

Finalement

$$W_{ab} = -nRT \ln \left(\frac{V_b}{V_a} \right) \quad \text{et} \quad Q_{ab} = nRT \ln \left(\frac{V_b}{V_a} \right)$$

II.4 Application du premier principe au dihydrogène sur la transformation $c \rightarrow d$:

$$\underbrace{\Delta E_{m,cd}}_{=0} + \Delta U_{cd} = W_{cd} + Q_{cd}$$

Comme la transformation est isochore $\boxed{W_{cd} = 0}$

On en déduit $\Delta U_{cd} = Q_{cd}$

La 1^{ère} loi de Joule s'écrit ici $\Delta U_{cd} = C_v \Delta T$

d'où

$$\boxed{\Delta U_{cd} = \frac{nR}{\gamma - 1} (T_d - T_c) = Q_{cd}}$$

II.5 On en déduit directement :

Travail	$W_{1 \rightarrow 2}$	$W_{2 \rightarrow 3}$	$W_{3 \rightarrow 4}$	$W_{4 \rightarrow 1}$
Expression littérale	$-nRT_f \ln \left(\frac{V_m}{V_M} \right)$	/	$-nRT_c \ln \left(\frac{V_M}{V_m} \right)$	/
AN (kJ)	9,0	0	-34	0

II.6 Et de la même façon :

Transfert thermique	$Q_{1 \rightarrow 2}$	$Q_{2 \rightarrow 3}$	$Q_{3 \rightarrow 4}$	$Q_{4 \rightarrow 1}$
Expression littérale	$nRT_f \ln \left(\frac{V_m}{V_M} \right)$	$\frac{nR}{\gamma - 1} (T_c - T_f)$	$nRT_c \ln \left(\frac{V_M}{V_m} \right)$	$\frac{nR}{\gamma - 1} (T_f - T_c)$
AN (kJ)	-9,0	89	34	-89

II.7 La source chaude est à l'origine des transferts thermiques pendant le chauffage $2 \rightarrow 3$ puis le maintien isotherme $3 \rightarrow 4$.

On en déduit $\boxed{Q_c = Q_{2 \rightarrow 3} + Q_{3 \rightarrow 4}}$

Application numérique : $\boxed{Q_c = 1,2 \cdot 10^5 \text{ J}}$

La source froide est à l'origine des transferts thermiques pendant le refroidissement $4 \rightarrow 1$ puis le maintien isotherme $1 \rightarrow 2$.

On en déduit $\boxed{Q_f = Q_{4 \rightarrow 1} + Q_{1 \rightarrow 2}}$

Application numérique : $\boxed{Q_f = -9,8 \cdot 10^4 \text{ J}}$

II.8 Le travail total W est la somme de tous les travaux. Ainsi, comme $W_{2 \rightarrow 3} = W_{4 \rightarrow 1} = 0$

$$\boxed{W = W_{1 \rightarrow 2} + W_{3 \rightarrow 4}}$$

Application numérique : $\boxed{W = -25 \text{ kJ}}$

II.9 L'efficacité sans régénérateur est

$$e_{\text{sr}} = \frac{-W}{Q_c}$$

Application numérique :

$$e_{\text{sr}} = 0,20$$

II.10 cf. Question 6 :

$$Q_{2 \rightarrow 3} + Q_{4 \rightarrow 1} = 0$$

II.11 La source chaude (externe) n'est plus sollicitée pour le transfert thermique $Q_{2 \rightarrow 3}$ mais seulement pour le transfert thermique $Q_{3 \rightarrow 4}$, ce qui explique le nouveau choix du dénominateur de l'efficacité. Le numérateur est en revanche inchangé.

II.12 *Application numérique :*

$$e = 0,73$$

II.13 Dans un cycle de Carnot (ditherme réversible), les relations

$$W + Q_c + Q_f = 0 \quad \text{et} \quad \frac{Q_c}{T_c} + \frac{Q_f}{T_f} = 0$$

permettent d'aboutir à

$$e_c = 1 - \frac{T_f}{T_c}$$

On a donc

$$e_c = 0,73 = e$$

II.2 Régénérateur non idéal

II.1 Influence du volume mort du régénérateur.

II.1.a La concentration volumique molaire est $C_m = \frac{n_r}{V_r}$. En considérant que la pression est homogène et que la température effective moyenne est T_r , on a

$$pV_r = n_r RT_r \quad \Leftrightarrow \quad C_m = \frac{p}{RT_r}$$

Par ailleurs, notons $S = V_r/L$ la section effectivement ouverte au gaz. En prenant en compte la distribution réelle, la quantité de matière totale s'écrit :

$$n_r = \int_0^L c(x) S \, dx \quad \text{avec} \quad c(x) = \frac{p}{RT(x)}$$

On a ainsi

$$n_r = \int_0^L \frac{p}{RT(x)} \frac{V_r}{L} \, dx$$

$$n_r = \frac{pV_r}{RL} \int_0^L \frac{dx}{T_c + \frac{x}{L}(T_f - T_c)}$$

D'où

$$n_r = \frac{pV_r}{R(T_f - T_c)} \left[\ln \left(T_c + \frac{x}{L}(T_f - T_c) \right) \right]_0^L$$

ou encore

$$n_r = \frac{pV_r}{R(T_f - T_c)} \ln \left(\frac{T_f}{T_c} \right)$$

Finalement

$$T_r = \frac{T_c - T_f}{\ln \left(\frac{T_c}{T_f} \right)}$$

II.1.b Application numérique :

$$T_r = 6,5 \cdot 10^2 \text{ K}$$

II.1.c La quantité de matière totale n est la somme des quantités $n_i = \frac{pV_i}{RT_i}$ présentes dans les trois compartiments :

$$n = \frac{p}{R} \left(\frac{V_c}{T_c} + \frac{V_f}{T_f} + \frac{V_r}{T_r} \right)$$

d'où

$$p = \frac{nR}{\frac{V_c}{T_c} + \frac{V_f}{T_f} + \frac{V_r}{T_r}}$$

II.1.d Lors de la compression $1 \rightarrow 2$, la pression p augmente, le volume V_c reste nul et le volume V_f passe de V_M à V_m (cf. figure 1 de l'énoncé).

Ainsi

$$W_{1 \rightarrow 2} = - \int_{V_M}^{V_m} p dV_f$$

D'où

$$W_{1 \rightarrow 2} = - \int_{V_M}^{V_m} \frac{nR dV_f}{\frac{V_f}{T_f} + \frac{V_r}{T_r}}$$

L'intégration donne $W_{1 \rightarrow 2} = -nRT_f \left[\ln \left(\frac{V_f}{T_f} + \frac{V_r}{T_r} \right) \right]_{V_M}^{V_m}$

d'où

$$W_{1 \rightarrow 2} = -nRT_f \ln \left(\frac{\frac{V_m}{T_f} + \frac{V_r}{T_r}}{\frac{V_M}{T_f} + \frac{V_r}{T_r}} \right)$$

Application numérique :

$$W_{1 \rightarrow 2} = 8,4 \text{ kJ}$$

II.1.e Lors de la détente $3 \rightarrow 4$, la pression p diminue, le volume V_f reste nul et le volume V_c passe de V_m à V_M . Le même calcul que ci-avant donne

$$W_{3 \rightarrow 4} = -nRT_c \ln \left(\frac{\frac{V_M}{T_c} + \frac{V_r}{T_r}}{\frac{V_m}{T_c} + \frac{V_r}{T_r}} \right)$$

Application numérique :

$$W_{3 \rightarrow 4} = -27 \text{ kJ}$$

II.1.f Le travail total reçu par cycle est

$$W_{1 \rightarrow 2} + W_{3 \rightarrow 4} = -18 \text{ kJ}$$

On a donc

$$|W_{V_r \neq 0}| < |W_{V_r = 0}|$$

La compression ne modifie jamais le volume mort donc les volumes accessibles aux variations sont plus faibles et l'aire totale du cycle est moins importante : il était prévisible que le travail fourni diminue.

II.1.g Puisqu'on fait l'hypothèse d'une absence de toute différence de température entre gaz et sources de chaleur, l'évolution est partout thermiquement réversible. Elle est aussi mécaniquement réversible (isobare) donc il n'y a pas de création d'entropie et l'efficacité est celle d'un cycle de Carnot :

$$e = e_c = 0,733$$

II.2 Perte thermique dans le régénérateur.

II.2.a Le transfert thermique n'est pas idéal parce que le gaz passe rapidement dans le régénérateur et ne peut pas atteindre exactement la même température.

II.2.b Par définition
$$e = \frac{-W}{Q_c} \quad \text{où } Q_c = Q_{2 \rightarrow 3, \text{ext}} + Q_{3 \rightarrow 4}$$

Si le système fonctionnait de façon idéale, $Q_{2 \rightarrow 3}$ serait entièrement interne et on retrouverait le rendement de Carnot avec $Q_{2 \rightarrow 3, \text{ext}} = 0$.

Par hypothèse, on a défini $Q_{2 \rightarrow 3, \text{ext}} = x Q_{2 \rightarrow 3}$. Donc

$$Q_c = Q_{c, \text{idéal}} + x \frac{nR}{\gamma - 1} (T_c - T_f) \quad \text{avec } Q_{c, \text{idéal}} = nRT_c \ln \left(\frac{V_M}{V_m} \right)$$

Ou encore
$$Q_c = Q_{c, \text{idéal}} \left[1 + \frac{x}{\gamma - 1} \frac{T_c - T_f}{T_c} \frac{1}{\ln \left(\frac{V_M}{V_m} \right)} \right]$$

Ainsi, l'efficacité prend la forme proposée par l'énoncé avec

$$C_2 = \frac{x}{\gamma - 1} \frac{1}{\ln \left(\frac{V_M}{V_m} \right)}$$

II.2.c Application numérique : $C_2 = 0,36$ et $e = 0,58$

II.2.d Lors de cette transformation, le gaz reçoit du cuivre la chaleur $(1-x)Q_{2 \rightarrow 3}$. Le cuivre reçoit donc l'opposé :

$$\Delta T_{\text{Cu}} = \frac{(x-1)Q_{2 \rightarrow 3}}{\rho_{\text{Cu}} V_{\text{Cu}} c_{\text{Cu}}}$$

Application numérique :

$$\Delta T_{\text{Cu}} = -39 \text{ K}$$

III. On m'embobine !

III.1 Il faut normalement limiter l'intensité du courant électrique parcourant la bobine car la dissipation d'énergie par effet Joule pourrait être à l'origine de l'échauffement des structures parcourues par le courant. Il pourrait en découler leur destruction partielle ou totale.

Il s'agit donc ici de diminuer les pertes par effet Joule.

III.2 Un tel matériau est qualifié de supraconducteur.

III.3 On a immédiatement
$$n = \frac{\ell}{\pi D L}$$
 Application numérique : $n = 2,0 \cdot 10^4 \text{ m}^{-1}$

III.4 Compte-tenu des caractéristiques du solénoïde, on peut utiliser considérer que l'on a affaire ici à un solénoïde infini.

Ainsi
$$B = \mu_0 n I$$

d'où
$$I = \frac{B \pi D L}{\mu_0 \ell}$$
 Application numérique : $I = 40 \cdot 10^1 \text{ A}$

III.5 Il s'agit d'un courant très important ! En effet, les courants usuels domestique sont de l'ordre de quelques ampères (au max de l'ordre de la dizaine d'ampères).

III.6 Bobinage en cuivre.

III.6.a On a immédiatement $\alpha = 1$ et $\beta = -1$ d'où
$$R = \frac{\rho h}{S}$$

III.6.b Si le bobinage ne possède qu'une couche d'enroulements (ce qui donnera une valeur maximale pour \mathcal{P} mais qui n'est pas le cas réel), on peut écrire que la longueur L est due à la contribution de $\ell/(\pi D)$ spires. Le diamètre D_{fil} s'écrit donc

$$D_{\text{fil}} = \frac{L}{\ell/(\pi D)} = \frac{1}{n}$$

III.6.c En appliquant la formule de la question 6. a) avec les notations de l'énoncé $h = \ell$, il vient

$$\mathcal{P} = R I^2 = \frac{\rho \ell I^2}{S} \quad \text{avec} \quad S = \frac{\pi D_{\text{fil}}^2}{4} \quad \text{et} \quad D_{\text{fil}} \neq D = \text{diamètre de la spire}$$

Comme $D_{\text{fil}} = \frac{L}{\ell/(\pi D)} = \frac{1}{n}$

$$\mathcal{P} = \frac{4 \rho B^2 \ell}{\pi \mu_0^2}$$

Application numérique :
$$\mathcal{P} = 6,9 \cdot 10^8 \text{ W}$$

À titre de comparaison, la puissance pouvant être distribuée par le réacteur de type EPR est de $1,6 \cdot 10^9 \text{ W}$, soit environ le double de \mathcal{P} . Un tel fil n'est pas conçu pour supporter une telle puissance !

IV. Une boisson fraîche (d'après Banque PT 2018)

IV.1 Masse m_w de whisky servie

$$m_w = \rho_w V_w$$

Application numérique : $m_w = 95 \text{ g}$

IV.2 Masse m_e d'éthanol

$$m_e = \rho_e V_e$$

D'où

$$m_e = \rho_e dV_w$$

Application numérique : $m_e = 32 \text{ g}$

IV.3 Masse m_ℓ d'eau

$$m_\ell = m_w - m_e$$

D'où

$$m_\ell = (\rho_w - d\rho_e) V_w$$

Application numérique : $m_\ell = 63 \text{ g}$

IV.4 Verre ordinaire.

IV.4.a On est au contact thermique et mécanique avec l'air de la pièce, donc la transformation est monotherme, monobare et isobare.

IV.4.b D'après la question précédente, dans l'état final le contenu du verre est à l'équilibre thermique et mécanique avec l'air ambiant. Comme $\theta_a > \theta_0$, toute l'eau a fondu et on a donc dans le verre :

$$m_\ell + m_g = 83 \text{ g d'eau liquide et } m_e = 32 \text{ g d'éthanol à } \theta_a = 20^\circ\text{C et sous } P_a = 1013 \text{ hPa}$$

IV.4.c L'entropie est une fonction d'état, donc on peut envisager le chemin que l'on souhaite menant du même état initial au même état final pour calculer ΔS :

$$\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 + \Delta S_3$$

avec

- ★ ΔS_1 relative au réchauffement de la masse m_g d'eau solide de θ_g à θ_0 ;
- ★ ΔS_2 relative à la fusion de la masse m_g d'eau solide à θ_0 ;
- ★ ΔS_3 relative au réchauffement de la masse m_g d'eau devenue liquide de θ_0 à θ_a .

On en déduit

$$\Delta S = m_g c_s \ln \left(\frac{T_0}{T_g} \right) + \frac{m_g \ell_f}{T_0} + m_g c_\ell \ln \left(\frac{T_a}{T_0} \right)$$

Application numérique :

$$\Delta S = 24,9 \text{ J.K}^{-1}$$

$\Delta S > 0$ donc le désordre a augmenté.

IV.4.d Entropie échangée

- ★ La transformation est monotherme donc $S_e = \frac{Q}{T_a}$.
- ★ La transformation est monobare donc, d'après le premier principe : $\Delta H = Q$.
- ★ Comme H est une fonction d'état, on peut calculer ΔH en imaginant le chemin suivi ci-dessus.

$$\text{On a alors } \Delta H = m_g c_s (\theta_0 - \theta_g) + m_g \ell_f + m_g c_\ell (\theta_a - \theta_0)$$

Finalement on a

$$S_e = \frac{m_g}{T_a} [c_s (\theta_0 - \theta_g) + \ell_f + c_\ell (\theta_a - \theta_0)]$$

Application numérique :

$$S_e = 23,3 \text{ J.K}^{-1}$$

Entropie créée

Le 2^{ème} principe appliqué à l'eau s'écrit : $\Delta S = S_e + S_c$.

Ainsi $S_c = \Delta S - S_e$

Application numérique : $S_c = 1,6 \text{ J.K}^{-1}$

$S_c > 0$: la transformation est irréversible.

IV.5 Verre à double paroi.

IV.5.a On est au contact mécanique avec l'air de la pièce, donc la transformation est monobare et isobare, et le système est parfaitement calorifugé, donc la transformation est adiabatique.

IV.5.b Notons $\theta_f > \theta_{\text{fus}}$ la température finale (tout a fondu). Le premier principe appliqué à la transformation s'écrit :

$$\Delta H = Q = 0$$

En suivant le même raisonnement qu'aux questions 4.c et 4.d, on envisage le chemin suivant :

- ★ ΔH_1 relative au réchauffement de la masse m_g d'eau solide de θ_g à θ_0 ;
- ★ ΔH_2 relative à la fusion de la masse m_g d'eau solide à θ_0 ;
- ★ ΔH_3 relative aux changements de température de la masse m_g d'eau devenue liquide de θ_0 à θ_f , de la masse m_ℓ d'eau liquide de θ_a à θ_f et de la masse d'éthanol de θ_a à θ_f .

$$\Delta H = m_g c_s (\theta_0 - \theta_g) + m_g \ell_f + m_g c_\ell (\theta_f - \theta_0) + m_e c_e (\theta_f - \theta_a) + m_\ell c_\ell (\theta_f - \theta_a)$$

d'où

$$\theta_f = \frac{m_g c_\ell \theta_0 + (m_e c_e + m_\ell c_\ell) \theta_a - m_g \ell_f + m_g c_s (\theta_g - \theta_0)}{(m_g + m_\ell) c_\ell + m_e c_e}$$

Application numérique : $\theta_f = 3,18 \text{ }^\circ\text{C}$

IV.5.c Avec le même raisonnement qu'à la question 4.c :

$$\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 + \Delta S_3$$

$$\Delta S = m_g c_s \ln \left(\frac{T_0}{T_g} \right) + \frac{m_g \ell_f}{T_0} + m_g c_\ell \ln \left(\frac{T_f}{T_0} \right) + (m_e c_e + m_\ell c_\ell) \ln \left(\frac{T_f}{T_a} \right)$$

Application numérique : $\Delta S = 0,919 \text{ J.K}^{-1}$

$\Delta S > 0$ donc le désordre a augmenté, mais moins que dans la question 4, d'où la valeur moindre.

IV.5.d La transformation est adiabatique $S_e = 0$

Le 2^{ème} principe appliqué à l'eau s'écrit : $\Delta S = S_e + S_c$.

Ainsi $S_c = \Delta S - S_e = \Delta S$

Application numérique : $S_c = 0,919 \text{ J.K}^{-1}$

