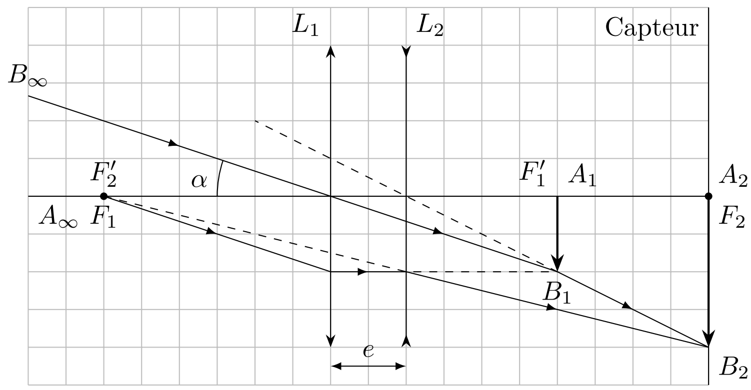
DM2 : Optique et Électricité – corrigé

Exercice 1 : Potentiomètre

1. On a un pont diviseur de tension et $U_{CB} = e\frac{R'}{R}$.
2. Lorsqu'on déplace le curseur du potentiomètre, R' varie entre 0 et R. Donc u_{CB} varie entre 0 et e.
3. Lorsque l'on ferme K. On note R_{eq} la résistance équivalente à r et R' en parallèle et on a à nouveau un pont diviseur de tension avec
$$U_{CB} = e\frac{R_{eq}}{R - R' + R_{eq}} = e\frac{rR'}{rR + R'R - R'^2} \tag{1}$$
4. La puissance absorbée par la résistance r est :
$$P_u = \frac{U_{CB}^2}{r} = e^2\frac{rR'^2}{(rR + R'R - R'^2)^2} \tag{2}$$
5. La puissance totale fournie par le générateur est $P_t = \frac{e^2}{R_{eq2}}$, où R_{eq2} est la résistance équivalente à toutes les résistances et vaut $R_{eq2} = R - R' + \frac{rR'}{r+R'}$. On trouve alors :
$$P_t = e^2\frac{r + R'}{rR + R'R - R'^2} \tag{3}$$
6. α et x sont des nombres sans unité. En substituant $R' = \alpha R$ et $r = xR$ dans l'expression de γ, on obtient :
$$\gamma(x) = \frac{\alpha^2 x}{x^2 + (2\alpha - \alpha^2)x + \alpha^2 - \alpha^3} \tag{4}$$
7. On calcule la dérivée de la fonction $\gamma(x)$ par rapport à x. On trouve :
$$\gamma'(x) = \alpha^2\frac{-x^2 + \alpha^2 - \alpha^3}{\left(x^2 + (2\alpha - \alpha^2)x + \alpha^2 - \alpha^3\right)^2} \tag{5}$$
$\gamma'(x)$ s'annule pour une seule valeur de x positive : $x = \alpha\sqrt{1-\alpha}$. Comme $\gamma(0) = 0$ et $\gamma(x) > 0$ pour tout x, on en conclut que $\gamma(x)$ passe par un maximum.
8. Le maximum est atteint pour $x = \alpha\sqrt{1-\alpha}$. En remplaçant α par $\frac{R'}{R}$ et x par $\frac{r}{R}$. On montre bien que le maximum est atteint pour $r = R'\sqrt{1 - \frac{R'}{R}}$.
9. Avec les valeurs numériques données, on trouve $r_0 = 354\,\Omega$. Et le rendement vaut alors $\gamma = 0{,}17$

Exercice 2 : Le téléobjectif

1.
2. Schéma :



3. Pour trouver d il faut déterminer la position de A_2B_2. A_2B_2 est l'image de F_1' par L_2, on peut donc utiliser la relation de conjugaison de Newton :

$$\overline{F_2'A_2}\,\overline{F_2F_1'} = -{f_2'}^2 \Leftrightarrow \overline{F_2'A_2} = -\frac{{f_2'}^2}{\overline{F_2F_1'}}$$

avec $f_2' = -8\,\text{cm}$ et $\overline{F_2F_1'} = -4\,\text{cm}$, on trouve $\overline{F_2'A_2} = 16\,\text{cm}$ et le point A_2 est superposé avec F_2. Il faudra donc prendre $d = 10\,\text{cm}$.

4. Sur la figure, on voit directement que $A_1B_1 = f_1' \tan(\alpha)$.
5. En utilisant la formule de conjugaison on trouve

$$\frac{1}{\overline{O_2A_2}} - \frac{1}{\overline{O_2A_1}} = -\frac{1}{f_2} \tag{1}$$

En multipliant tout par $\overline{O_2A_1}$ On obtient $\dfrac{\overline{O_2A_1}}{\overline{O_2A_2}} = 1 - \dfrac{\overline{O_2A_1}}{f_2} = 1 - \dfrac{f_1' - e}{f_2}$. Or le théorème de Thalès nous donne $\dfrac{\overline{A_2B_2}}{\overline{A_1B_1}} = \dfrac{\overline{O_2A_2}}{\overline{O_2A_1}}$ et donc finalement :

$$\overline{A_2B_2} = \frac{f_2 f_1' \tan(\alpha)}{f_2 - f_1' + e}$$

Pour $\alpha = 3 \times 10^{-4}\,\text{rad}$ on trouve $\overline{A_2B_2} = 36\,\mu\text{m}$

6. Pour qu'une lentille convergente simple donne une taille d'image identique il faudrait que $f' \tan(\alpha) = 36\,\mu\text{m}$ soit $f' = 12\,\text{cm}$ la distance d entre la lentille et le capteur serait $d = f' = 12\,\text{cm}$
7. Le montage de type téléobjectif permet donc d'avoir un plus faible encombrement car dans le cas du téléobjectif, la distance d n'est que de $10\,\text{cm}$

Exercice 3 : Construction de rayons

Construire les rayons émergents correspondant aux rayons incidents suivants (en faisant apparaître les traits de construction)