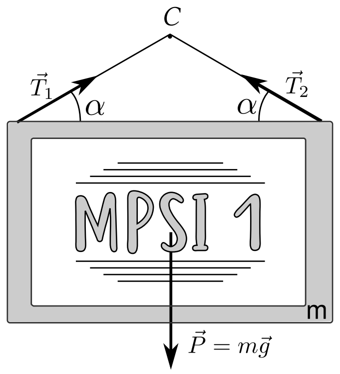
TD11 : Dynamique du point – corrigé

Exercice 1 : Accrocher un cadre

1. Les forces qui s'appliquent au cadre sont :
   — Son poids $\vec{P} = m\vec{g}$
   — La tension du fil aux deux points d'accroche $\vec{T}_1$ et $\vec{T}_2$. On a $||\vec{T}_1|| = ||\vec{T}_2|| = T$.
2. Le cadre étant immobile, la somme des forces appliquées doit être nulle. En projetant sur l'axe vertical, on obtient :

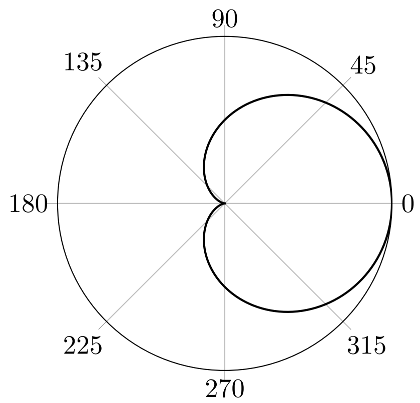


$$\boxed{mg = 2T\sin(\alpha) \Leftrightarrow T = \frac{mg}{2\sin(\alpha)}} \quad (1)$$

3. Le fabriquant indique que le fil peut supporter une charge de 5 kg, ce qui signifie que la tension T maximale vaut $T = 5g$ (la tension exercée par une masse de 5 kg). On obtient donc

$$\boxed{\alpha_{\min} = \arcsin\left(\frac{mg}{2T}\right) \simeq 11{,}5°} \quad (2)$$

Exercice 2 : Forces en coordonnées polaires



1. Voir graphique ci-contre.
2. On commence par calculer l'accélération du point matériel :

$$\vec{a} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\vec{e}_r + (r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta})\vec{e}_\theta = -A\omega^2(1 + 2\cos(\omega t))\vec{e}_r - 2A\omega^2\sin(\omega t)\vec{e}_\theta$$

D'après le PFD, la résultante des force subie par le point matériel est

$$\boxed{\vec{F} = m\vec{a} = -mA\omega^2(1 + 2\cos(\omega t))\vec{e}_r - 2mA\omega^2\sin(\omega t)\vec{e}_\theta} \quad (1)$$

Exercice 3 : Tir balistique

1. La seule force qui s'exerce sur l'obus une fois qu'il a quitté le canon est son poids $\vec{P} = m\vec{g}$.
2. On choisit un repère $(0, \vec{e}_x, \vec{e}_y)$ tel que O est sur la sortie du canon, $\vec{e}_x$ est horizontal vers la droite et $\vec{e}_y$ vertical vers le haut.
   On applique le principe fondamental de la dynamique et on trouve finalement :

$$\boxed{\begin{cases} x(t) = v_0\cos(\alpha)t \\ y(t) = v_0\sin(\alpha)t - \frac{1}{2}gt^2 \end{cases}} \quad (1)$$

3. D'après la première équation on a $t = \frac{x}{v_0\cos(\alpha)}$ que l'on injecte dans la seconde équation pour obtenir :

$$\boxed{y = \tan(\alpha)x - \frac{g}{2v_0^2\cos^2(\alpha)}x^2 = x\left(\tan(\alpha) - \frac{g}{2v_0^2\cos^2(\alpha)}x\right)} \quad (2)$$

4. L'obus touche le sol lorsque $y(x) = 0$ ce qui en dehors de la solution évidente $x = 0$ (à la sortie du canon) on trouve

$$\boxed{\tan(\alpha) - \frac{g}{2v_0^2\cos^2(\alpha)}x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{2v_0^2\cos(\alpha)\sin(\alpha)}{g} = \frac{v_0^2\sin(2\alpha)}{g}} \quad (3)$$

5. La distance maximale est atteinte lorsque $\boxed{\alpha = \frac{\pi}{4}}$ et vaut $\boxed{x_{\max} = \frac{v_0^2}{g}}$
6. Le calcul donne une portée maximale d'environ $\boxed{11\,315\,\mathrm{m}}$.
7. La portée réelle du canon est inférieure à la portée théorique que nous venons de calculer à cause des frottements de l'air qui freinent l'obus lors de son parcours.

Exercice 4 : Rayon de courbure

1. En appliquant le PFD au projectile dans le référentiel terrestre que l'on suppose galiléen, on obtient les équations du mouvement que l'on peut intéger :

$$\begin{cases} \ddot{x} = 0 \\ \ddot{z} = -g \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dot{x} = v_0\cos(\alpha) \\ \dot{z} = -gt + v_0\sin(\alpha) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = v_0\cos(\alpha)t \\ z = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0\sin(\alpha)t \end{cases} \quad (1)$$

L'altitude maximale est atteinte au temps t_1 lorsque $\dot{z}(t_1) = 0$, soit $t_1 = \frac{v_0\sin(\alpha)}{g}$, ce qui donne une altitude maximale

$$\boxed{h_{\max} = z(t_1) = \frac{v_0^2\sin^2(\alpha)}{2g}} \quad (2)$$

2. On utilise l'expression de l'accélération dans le repère de Frenet $\vec{a} = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\vec{T} + \frac{v^2}{R}\vec{N}$. Au sommet de la trajectoire, la vitesse est horizontale et vaut $v = v_0\cos(\alpha)$. L'accélération est constante et vaut toujours g. Comme l'accélération est perpendiculaire à la trajectoire, on a $a_N = \frac{v^2}{R} = g$. Donc le rayon de courbure est

$$\boxed{R = \frac{v^2}{g} = \frac{(v_0\cos(\alpha))^2}{g}} \quad (3)$$

3. On a directement $\boxed{\frac{R}{h_{\max}} = \frac{2}{\tan^2(\alpha)}}$

Exercice 5 : Freinage et distance d'arrêt

1. Le PFD projeté sur l'axe Ox donne $ma_x = -F_0$ En l'intégrant une fois, on trouve la vitesse de la voiture en fonction du temps : $v_x = v_1 - \frac{F_0}{m}t$. Le temps nécessaire à l'arrêt complet du véhicule est de T=7 s, donc $v_x(T) = 0 = v_1 - \frac{F_0}{m}T$ ce qui donne $\boxed{F_0 = \frac{mv_1}{T} \simeq 5160\,\mathrm{N}}$
2. La force de freinage est la composante tangentielle T de la réaction de la route sur la voiture. La composante normale N compense le poids mg de la voiture. Comme il n'y a pas glissement entre les roues et la route on en conclut que $\frac{T}{N} \leq \mu_s$ et donc $\boxed{\mu_s \geq \frac{F_0}{mg} \simeq 0{,}4}$
3. On intègre la vitesse trouvée à la question 1) pour trouver la position en fonction du temps : $x(t) = v_1 t - \frac{F_0}{2m}t^2$ en considérant que à $x(t) = 0$. On trouve alors $\boxed{x(T) \simeq 97\,\mathrm{m}}$.
4. Le temps au bout duquel la voiture s'arrête est (en reprenant la question 1) : $T = \frac{mv_1}{F_0}$ et en reprenant la question précédente, on trouve que la distance d'arrêt est :

$$\boxed{d = v_1 T - \frac{F_0}{2m}T^2 = \frac{mv_1^2}{F_0} - \frac{1}{2}\frac{mv_1^2}{F_0} = \frac{1}{2}\frac{mv_1^2}{F_0}} \quad (1)$$

d est proportionnelle à v_1^2 donc si la vitesse est multipliée par 2, la distance d'arrêt est multipliée par 4.

5. La vitesse V, exprimée en km/h, est reliée à v_1 en m/s par la formule : $V = \frac{v_1}{3{,}6}$. l'expression de d devient :

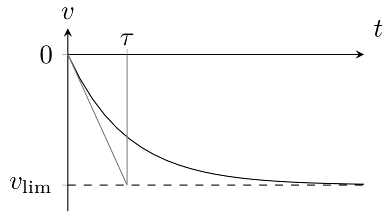
$$\boxed{d = \frac{1}{2}\frac{mV^2}{3{,}6^2F_0} = \frac{mV^2}{2\times 3{,}6^2\times F_0} \simeq \frac{V^2}{103} \simeq \left(\frac{V}{10}\right)^2} \quad (2)$$

C'est la formule que l'on enseigne dans les auto-écoles.

Exercice 6 : Chute d'une goutte d'eau

1. La goutte d'eau est soumise à son poids $\vec{P} = m\vec{g}$ et la la force $\vec{f} = -6\pi r\eta\vec{v}$. Le PFD donne donc $m\vec{a} = \vec{P} + \vec{f}$, projeté sur l'axe z orienté par le vecteur $\vec{e}_z$ dirigé vers le bas donne, il devient $\boxed{m\frac{d^2z}{dt^2} = -mg - 6\pi r\eta\frac{dz}{dt}}$.
2. Lorsque la goutte atteint sa vitesse limite, la résultante des forces qu'elle subit est nulle et $f = mg$. Ce qui donc $\boxed{v_{lim} = \frac{mg}{6\pi r\eta}}$. A.N : $\boxed{v_{lim} \simeq 0{,}29\,\mathrm{m/s}}$
3. L'équation différentielle devient : $\frac{d^2z}{dt^2} = -g - \frac{g}{v_{lim}}\frac{dz}{dt}$ soit $\frac{d^2z}{dt^2} + \frac{g}{v_{lim}}\frac{dz}{dt} = -g$. On note $v = \frac{dz}{dt}$ et on résout l'équation différentielle $\frac{dv}{dt} + \frac{g}{v_{lim}}v = g$. Par la méthode classique (equation homogène, solution particulière, conditions initiales) on trouve :

$$\boxed{v(t) = -v_{lim}\left(1 - \exp\left(-\frac{g}{v_{lim}}t\right)\right) = -v_{lim}\left(1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right)} \quad (1)$$



   τ est le temps caractéristique au bout duquel la goutte atteint sa vitesse limite. Numériquement, on trouve $\boxed{\tau = 0{,}03\,\mathrm{s}}$
4. La vitesse limite est atteinte à 1% près lorsque $(1 - \exp(-t/\tau)) = 0{,}99$ soit $\exp(-t/\tau) = 1/100$. Ce qui donne $t = \ln(100)\tau \simeq 0{,}14\,\mathrm{s}$.
   Pour trouver la distance parcourue, on intègre l'expression de la vitesse : $\boxed{d = \int_0^{5\tau} v(t)\mathrm{d}t = 5\tau v_{\mathrm{lim}} + v_{\mathrm{lim}}\tau\exp(-5) - \tau \simeq 35\,\mathrm{cm}}$

Exercice 7 : Circuit de voitures

1. $\frac{1}{2}mv_B^2 = mgh$ donc $v_B = \sqrt{2gh}$. Comme il n'y a pas de frottements, $v_C = v_B$.
2. Encore une fois on néglige les frottements, donc la piste n'exerce pas de réaction tangentielle, la force est uniquement normale.
3. L'accélération au sommet de la piste est $a = \frac{v_S^2}{R}$ et elle est reliée à la somme des forces appliquées à la voiture. Donc $mg + R_N = m\frac{v_S^2}{R}$ d'où $\boxed{R_N = m\frac{v_S^2}{R} - mg}$
4. L'énergie mécanique de la voiture est conservée, donc $mg(h - 2R) = \frac{1}{2}mv_S^2$. La hauteur $h_{\min}$ est donnée par $\frac{v_S^2}{R} = g \Leftrightarrow 2g(h_{\min} - 2R) = Rg$, donc $\boxed{h_{\min} = \frac{5}{2}R}$

Exercice 8 : Luge sur un igloo

1. L'accélération normale de la luge est $\vec{a}_N = -R\dot{\theta}^2\vec{e}_r = -\frac{v^2}{R}\vec{e}_r$. Le PFD donne $m\vec{a} = \vec{P} + \vec{F}$ où $\vec{F} = F\vec{e}_r$ est la force exercée par l'igloo sur la luge. En projetant sur $\vec{e}_r$ on obtient :

$$\boxed{-m\frac{v^2}{R} = -mg\cos(\theta) + F \Leftrightarrow F = m\left(g\cos(\theta) - \frac{v^2}{R}\right)} \quad (1)$$

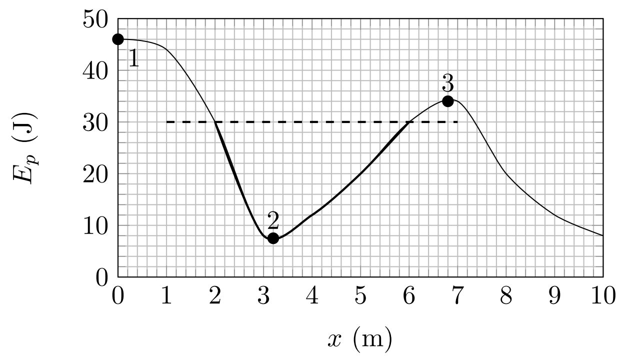
2. La conservation de l'énergie mécanique de la luge donne : $mgR = mgR\cos(\theta) + \frac{1}{2}mv^2$, ce qui donne $\boxed{v^2 = 2gR(1 - \cos(\theta))}$
3. La luge décolle de l'igloo lorsque $F = 0$, soit $v^2 = Rg\cos(\theta) = 2Rg(1 - \cos(\theta))$. Ce qui donne finalement :

$$\boxed{\cos(\theta) = \frac{2}{3} \Leftrightarrow \theta \simeq 48{,}2°} \quad (2)$$

4. Cette question ne pose pas de problème conceptuel, il faut calculer la trajectoire dans le champ de pesenteur terrestre en tenant compte des conditions initiales. Les calculs sont assez fastidieux. On trouve finalement une distance d entre le bord de l'igloo et le point d'impact d'impact de $\boxed{d \simeq 0{,}12R}$.

Exercice 9 : Étude énergétique

Le graphique ci-contre représente l'énergie potentielle d'un point matériel M astreint à se déplacer suivant l'axe x.



1. Les positions 1 et 3 sont des positions d'équilibre instables, la position 2 est une position d'équilibre stable.
2. Les valeurs de x accessibles sont $\boxed{x \in [2\,\mathrm{m}, 6\,\mathrm{m}]}$
3. L'énergie mécanique de M est de $\boxed{30\,\mathrm{J}}$.
4. Pour que la trajectoire de M ne soit pas bornée en $x > 0$, il faudrait que son énergie mécanique soit supérieure à $\boxed{46\,\mathrm{J}}$. Donc son énegie cinétique doit être plus grande que $\boxed{26\,\mathrm{J}}$.

Exercice 10 : Petits problèmes

1. L'objet est soumis uniquement à son poids et subit une accélération $\vec{g} = -g\vec{e}_z$ vers le bas. Si on note $\vec{v}_0 = v_0\vec{e}_z$ la vitesse initiale de l'objet, on trouve par intégrations successives que sa vitesse est $v(t) = -gt + v_0$ et son altitude est $z(t) = v_0t - \frac{1}{2}gt^2$. Les temps t_1 et t_2 auxquels l'objet passe par l'altitude h sont donc solutions de l'équation :

$$-\frac{1}{2}gt^2 + v_0t = h \quad \text{soit} \quad -\frac{1}{2}gt^2 + v_0t - h = 0$$

   On peut résoudre cette équation, exprimer t_1 et t_2 en fonction de g, h et v_0. On obtiendrait deux équations dont les inconnues seraient v_0 et h et on en déduirait h.
   On peut également utiliser le fait que pour une équation de degré 2 $ax^2 + bx + c = 0$, les solutions x_1 et x_2 vérifient la relation : $x_1x_2 = \frac{c}{a}$. Ce qui dans ce problème se traduit par $t_1t_2 = \frac{2h}{g}$. On en déduit beaucoup plus facilement l'expression de h :

$$\boxed{h = \frac{gt_1t_2}{2} \quad \text{soit} \quad h \simeq 100\,\mathrm{m}} \quad (1)$$

2. On commence par estimer la force exercée par un humain qui saute. On estime la hauteur de saut à $h \approx 0{,}5\,\mathrm{m}$, la vitesse initiale v_0 est donnée par $\frac{1}{2}mv_0^2 = mgh$ soit $v_0 = \sqrt{2gh}$. Si l'impulsion dure $\Delta t = 0{,}5\,\mathrm{s}$, l'accélération subie par la personne qui saute est $a = \frac{v_0}{\Delta t}$ et la force appliquée est $F = ma = \frac{mv_0}{\Delta t} = \frac{m\sqrt{2gh}}{\Delta t}$ avec $m = 60\,\mathrm{kg}$ on trouve $F \approx 400\,\mathrm{N}$.
   En considérant $N = 6 \times 10^9$ humains, la force totale exercée sur la Terre est $F_T \approx 24 \times 10^{11}\,\mathrm{N}$ pendant $\Delta t \approx 0{,}5\,\mathrm{s}$. La Terre subit alors une accélération $a_T = \frac{F_T}{m_T}$, avec $m_T \approx 5 \times 10^{24}\,\mathrm{kg}$. La distance parcourue pendant le temps Δt est alors $l = \frac{1}{2}a_T(\Delta t)^2$. On trouve alors $\boxed{l \approx 6 \times 10^{-14}\,\mathrm{m}}$ soit 10000 fois plus petit que la taille d'un atome !
3. On considère que la vitesse initiale du saut est la même sur la Terre et sur la Lune, on la note v_0. La hauteur maximum atteinte h est donnée par $\frac{1}{2}mv_0^2 = mgh$ (conservation de l'énergie mécanique). On a donc $h = \frac{v_0^2}{2g}$. Et donc

$$\frac{h_{\text{Lune}}}{h_{\text{Terre}}} = \frac{g_{\text{Terre}}}{g_{\text{Lune}}} \quad \text{soit} \quad h_{\text{Lune}} = h_{\text{Terre}}\frac{g_{\text{Terre}}}{g_{\text{Lune}}}$$

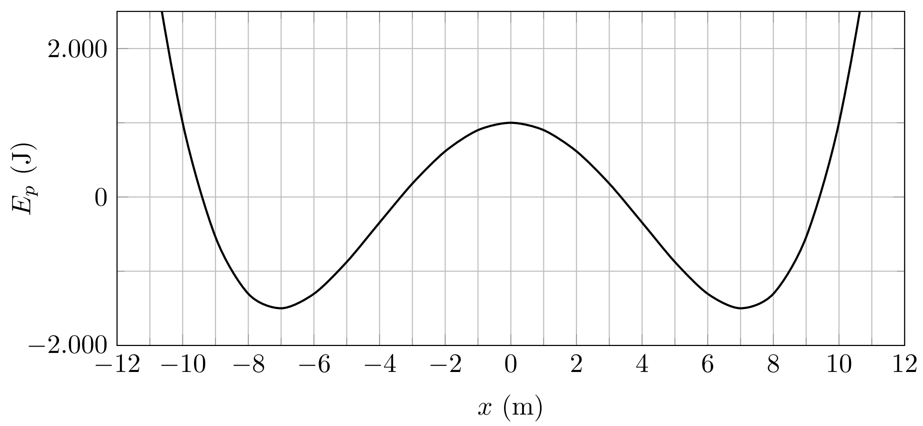
   Si on prend $h_{\text{Terre}} \approx 0{,}5\,\mathrm{m}$, on trouve $\boxed{h_{\text{Lune}} \approx 3\,\mathrm{m}}$.
4. Considérons que les visiteurs montent en moyenne jusqu'au 3ème étage, soit une hauteur d'environ 10 m. On considère également que la masse moyenne des visiteurs est de 60 kg. L'énergie nécessaire pour faire monter les visiteurs au cours d'une année est alors :

$$\boxed{E = mgh \approx 1{,}5 \times 10^{11}\,\mathrm{J} = 40\,\mathrm{MW\,h}} \quad (2)$$

   Le prix moyen du kW h d'électricité étant de l'ordre de 0,15 €, cela revient à environ 6000 € par an pour faire fonctionner les escalators.

Exercice 11 : Puits double

1. On obtient le graphique suivant :

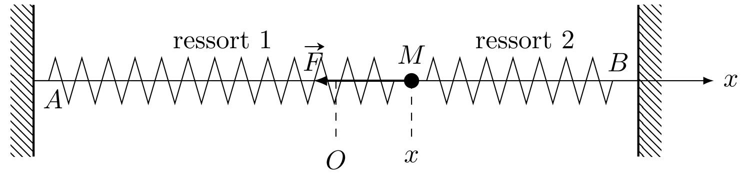


2. On cherche les positions d'équilibre en cherchant les points pour lesquels $\frac{\mathrm{d}E_p}{\mathrm{d}x} = 0$, on en trouve 3 : $x_1 = -7{,}07\,\mathrm{m}$, $x_2 = 0\,\mathrm{m}$, $x_3 = 7{,}07\,\mathrm{m}$. On voit directement sur le graphique que x_1 et x_3 sont des positions d'équilibre stable et x_2 est une position d'équilibre instable.
3. Il faut que le point M puisse franchir la barrière de potentiel, il faut lui donner une énergie cinétique supérieure à $\boxed{E_p(0) - E_p(x_1) = 1000 - (-1500) = 2500\,\mathrm{J}}$.
4.
   - La trajectoire 1 correspond à des oscillations anharmoniques dans le puits de gauche, sans frottements.
   - La trajectoire 2 correspond à des oscillations anharmoniques dans le puits de gauche, avec amortissement dû aux frottements, le point M se stabilise au fond du puits.
   - La trajectoire 3 correspond à des oscillations anharmoniques dans les deux puits, avant que l'énergie du point M soit suffisamment dissipée par les frottements et qu'il se stabilise au fond du puits de droite.
   - La trajectoire 4 correspond à des oscillations anharmoniques dans les deux puits, sans frottements.

Exercice 12 : Vibrations de la molécule de monoxyde de carbone

1. L'argument de l'exponentielle ne peut pas avoir d'unité donc $\boxed{\beta \text{ est en } \mathrm{m}^{-1}}$.
2. r_0 correspond à la position du minimum d'énergie potentielle, V_0 à la limite de $V(r)$ lorsque $r \to \infty$ et β et relié à la largeur du puits de potentiel ($\frac{1}{\beta}$ est la largeur caractéristique du puits).
3. Si son énergie mécanique est inférieurs à V_0, l'oxygène oscillera autour de sa position d'équilibre.
4. En r_0 on se trouve au minimum d'énergie potentielle ($\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}r} = 0$) et on va chercher à approximer l'énergie potentielle par une parabole. On fait un développement limité à l'ordre 2 en r_0 :
$$V(r) \approx V(r_0) + (r - r_0)\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}r}(r_0) + \frac{1}{2}(r - r_0)^2\frac{\mathrm{d}^2V}{\mathrm{d}r^2}(r_0)$$
Comme $\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}r}(r_0) = 0$, il reste à calculer $\frac{\mathrm{d}^2V}{\mathrm{d}r^2}(r_0)$. On trouve
$$\frac{\mathrm{d}^2V}{\mathrm{d}r^2}(r_0) = 2\beta^2 V_0$$
On peut dont modéliser l'interaction entre les deux atomes par la force de rappel d'un ressort de raideur $\boxed{k = 2\beta^2 V_0}$.
5. La pulsation des oscillations d'une masse m accrochée à un ressort de raideur k est $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$. Donc la pulsation des oscillations de la molécule de monoxyde de carbone est
$$\boxed{\omega_0 = \beta\sqrt{\frac{2V_0}{m}}} \qquad (1)$$
6. Si l'énergie mécanique de l'atome d'oxygène est supérieur à V_0, il peut s'échapper de l'attraction de l'atome de carbone et $\boxed{\text{la liaison C−O sera brisée}}$.

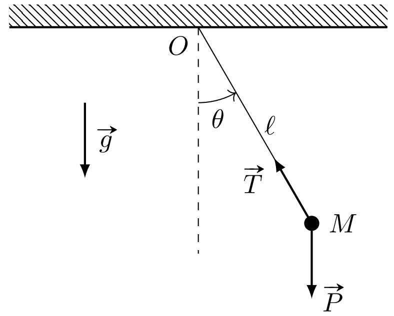
Exercice 13 : Oscillateur à deux ressorts



1. La force $\vec{F}$ subie par la masse m lorsqu'elle est déplacée de x par rapport à sa position d'équilibre est
$$\vec{F} = (-k(\underbrace{\ell_{\text{éq}} + x - \ell_0}_{\text{longueur du ressort 1}}) + k(\underbrace{\ell_{\text{éq}} - x - \ell_0}_{\text{longueur du ressort 2}}))\,\vec{e}_x = -2kx\,\vec{e}_x$$
Le principe fondamental de la dynamique projeté sur l'axe $\vec{e}_x$ donne l'équation différentielle :
$$\ddot{x} + \frac{2k}{m}x = 0$$
2. On reconnait l'équation différentielle d'un oscillateur harmonique de pulsation propre $\omega_0 = \sqrt{\frac{2k}{m}}$. La période des oscillations est $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{2k}}$
3. La solution générale est $x(t) = A\cos(\omega_0 t + \varphi)$. Les conditions initiales sont $x(0) = x_0 = A\cos(\varphi)$, et $\dot{x}(0) = -A\omega_0\sin(\varphi) = 0$. On en déduit que $\varphi = 0$ et $A = x_0$. On obtient donc
$$x(t) = x_0\cos(\omega_0 t)$$
4. L'énergie mécanique totale du système est la somme des énergies potentielles des ressorts et de l'énergie cinétique de la masse. On obtient
$$\begin{aligned}E = E_{p1} + E_{p2} + E_c &= \frac{1}{2}k(\ell_{\text{éq}} + x - \ell_0)^2 + \frac{1}{2}k(\ell_{\text{éq}} - x - \ell_0)^2 + \frac{1}{2}m\dot{x}^2 = kx^2 + k(\ell_{\text{éq}} - \ell_0)^2 + \frac{1}{2}m\dot{x}^2\\ &= k(\ell_{\text{éq}} - \ell_0)^2 + kx_0^2\cos^2(\omega_0 t) + \frac{1}{2}mx_0^2\omega_0^2\sin^2(\omega_0 t)\\ &= k(\ell_{\text{éq}} - \ell_0)^2 + kx_0^2\cos^2(\omega_0 t) + kx_0^2\sin^2(\omega_0 t)\\ &= k(\ell_{\text{éq}} - \ell_0)^2 + kx_0^2\end{aligned}$$
On trouve bien une expression qui ne dépend pas du temps, l'énergie mécanique totale est donc constante.

Exercice 14 : Pendule simple

1. Les forces qui s'exercent sur la masse M sont le poids $\vec{P} = m\vec{g}$ et la tension $\vec{T}$ du fil.



2. La trajectoire est circulaire car le fil reste tendu et le point M reste à une distance constante du point O.
3. L'énergie totale reste constante car on néglige les frottements de l'air. Comme l'altitude h du point M est donnée par $h = -\ell\cos\theta$, on obtient :
$$E = \frac{1}{2}m(\ell\dot{\theta})^2 - mg\ell\cos\theta = \text{constante}$$
En dérivant l'équation précédente par rapport à t, on obtient :
$$m\ell^2\dot{\theta}\ddot{\theta} + mg\ell\sin\theta\dot{\theta} = 0$$
Comme cette équation est valable quel que soit t et comme $\dot{\theta}$ n'est pas identiquement nul, on en déduit que
$$\ddot{\theta} + \frac{g}{\ell}\sin\theta = 0$$

4. Cette équation différentielle n'est pas celle d'un oscillateur harmonique à cause du terme $\sin\theta$.
5. Dans ces conditions, l'équation différentielle devient

$$\ddot{\theta} + \frac{g}{\ell}\theta = 0$$

6. La pulsation propre de cet oscillateur est $\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}}$ et la période des oscillations est

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$