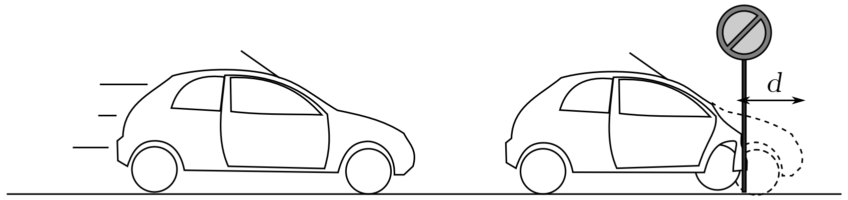
TD13 – Cinématique

Exercice 1 : Accident de voiture

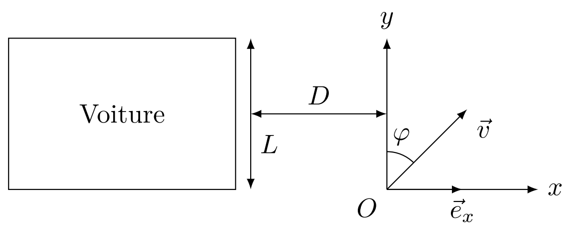


Lorsqu'une voiture subit un choc violent par l'avant, elle se déforme progressivement sur une longueur d pour *encaisser le choc.*

1. En estimant des valeurs raisonnables relatives à un choc frontal lors d'un trajet en ville, estimer la décélération subie par la voiture et donc par ses occupants.
2. Même question pour un choc frontal sur l'autoroute.
3. Commenter sur l'intérêt de construire des voitures *pas trop solides*

Exercice 2 : Un piéton traverse la rue

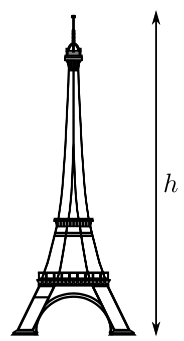
Une voiture de largeur L suit un mouvement rectiligne à vitesse constante $\vec{V} = V\vec{e}_x$. À une distance D de la voiture, un piéton décide de traverser la rue en marchant suivant une ligne droite formant un angle φ par rapport à l'axe Oy à une vitesse constante $\vec{v}$.



1. Dans le cas où $\varphi = 0$ (le piéton traverse perpendiculairement au trottoir) quelle doit être la vitesse v du piéton pour que la collision soit évitée ?
2. Dans le cas où l'angle φ est quelconque, exprimer les coordonnées (x, y) du piéton en fonction du temps. En déduire une condition sur L, D, v, V et φ pour que la collision soit évitée.
3. En déduire quelle est l'angle optimal que doit choisir le piéton pour traverser la rue. (Pour qu'il puisse traverser avec la vitesse la plus faible possible)

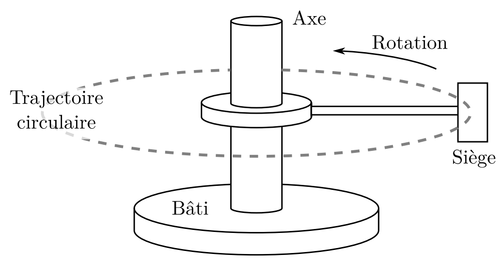
Exercice 3 : Temps de chute

On lâche, sans vitesse initiale, un objet du sommet de la tour Eiffel (hauteur : $h = 324\,\text{m}$). L'objet subit une accélération égale à $\vec{g} = -9{,}8\,\text{m/s}^2\vec{e}_z$ avec le vecteur $\vec{e}_z$ dirigé verticalement vers le haut.



1. Déterminer la vitesse de l'objet en fonction du temps.
2. Déterminer la position de l'objet en fonction du temps. En déduire le temps au bout duquel l'objet touchera le sol et la vitesse atteinte.
3. Discuter la réalité physique du modèle utilisé.
4. Comment déterminer la profondeur d'un puits en y jetant un caillou. Expliciter et discuter les hypothèses faites pour trouver le résultat.

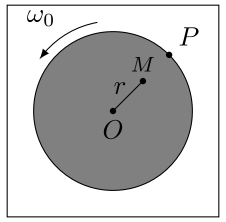
Exercice 4 : La centrifugeuse



Pour entraîner les astronautes aux fortes accélérations subies lors du décollage et lors de la rentrée dans l'atmosphère, on les place dans un siège situé à l'extrémité d'un bras en rotation. Un point M du sujet (par exemple son œil gauche) décrit dans le référentiel lié au sol un cercle de rayon $R = 5{,}0\,\text{m}$ à la vitesse angulaire ω.

1. Pourquoi l'énoncé précise-t-il *un point du sujet*, et non pas simplement *le sujet* ?
2. Quelle est la valeur de la vitesse angulaire $\omega = \omega_0$ (en tour/seconde) pour laquelle l'accélération du point M dans le référentiel lié au sol est égale à $30\,\text{m/s}^2$?
3. Quelle est alors la vitesse du point M dans le référentiel lié au sol ? (Donner la valeur en m/s et en km/h)
4. Quelle est alors l'accélération du point M dans le référentiel lié au siège ?
5. Partant de la vitesse nulle, la valeur ω_0 est atteinte au bout de 10 s, et on suppose que entre $t = 0$ et $t = 10\,\text{s}$, la vitesse angulaire est une fonction linéaire du temps. Déterminer le vecteur accélération à la date $t_1 = 5\,\text{s}$.

Exercice 5 : Tourne-disque



Un tourne-disque, posé sur une table fixe (choix du référentiel du laboratoire $\mathcal{R}$) comporte un plateau de centre O, de rayon $R = 16$ cm tournant à la vitesse de 33 tours.min^{-1} supposée constante.

1. Quel est le mouvement, dans $\mathcal{R}$, d'un point M du plateau tel que $OM = r = 10\,\text{cm}$?
2. Quelle est la vitesse angulaire ω_0 de rotation du point M en rad.s^{-1} ou en °.s^{-1} dans $\mathcal{R}$?
3. Quelle est la vitesse instantanée du point M et celle d'un point P de la périphérie du plateau dans $\mathcal{R}$?
4. Quelle est la distance parcourue par le point M en t_1=2min30s dans $\mathcal{R}$? Quelle est la valeur de l'angle balayé par le rayon OM pendant ces 2min30s ?
5. Quel est le vecteur accélération du point M à la date t_1 dans $\mathcal{R}$?
6. A l'instant t_1, une phase de freinage débute et le plateau s'immobilise à t_2=2min40s. Dans cette phase, ω est donné par $\omega = \alpha - \beta t$. Déterminer les paramètres de freinage α et β.
7. Quels sont la vitesse instantanée du point M et le vecteur accélération en fonction de t durant la période de freinage dans $\mathcal{R}$?

Exercice 6 : Mouvement hélicoïdal

On considère un point M dont les coordonnées cartésiennes au cours du temps dans un référentiel $\mathcal{R}$ sont :

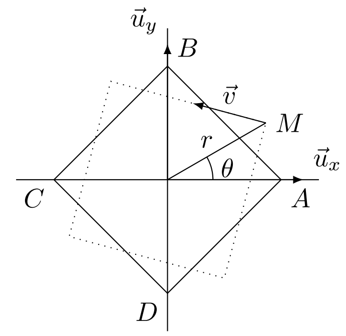
$$\begin{cases} x(t) = R\cos(\omega t) \\ y(t) = R\sin(\omega t) \\ z(t) = at \end{cases}$$

où R, a, et ω sont des constantes positives.

1. Donner les coordonnées cylindriques de M.
2. Décrire la trajectoire de M dans le plan (x, y) et suivant l'axe z.
3. La trajectoire de M dans l'espace forme une hélice, quelle est le pas p de cette hélice ?
4. Exprimer l'accélération de M dans le référentiel $\mathcal{R}$. Commenter.

Exercice 7 : Course poursuite

Quatre chiens sont placés aux sommets A, B, C et D d'un carré de centre O et de côté a , selon la configuration représentée ci-contre. À partir de l'instant $t = 0$ s, chaque chien court vers son voisin avec une vitesse de norme v_0 constante. On repère la position d'un chien M initialement en A par ses coordonnées polaires $(r(t), \theta(t))$. Pour des raisons de symétrie, on admettra que les quatres chiens forment à tout instant $t \geq 0$ un carré.

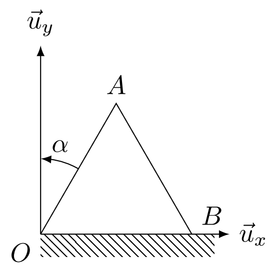


1. Exprimer en fonction de v_0 les composantes du vecteur vitesse $\vec{v}$ du chien M dans la base polaire $(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta)$.
2. En déduire les deux équations différentielles faisant intervenir $r(t)$ et $\theta(t)$ sont :

$$\dot{r} = -\frac{v_0}{\sqrt{2}} \qquad \text{et} \qquad r\,\dot{\theta} = \frac{v_0}{\sqrt{2}}$$

3. Etablir les lois horaires $r(t)$ et $\theta(t)$ en fonction de a et v_0. A quelle date t_f les quatres chiens se rejoignent-ils ?
4. Déterminer l'équation polaire $r(\theta)$ de la trajectoire suivie. Dessiner son allure.

Exercice 8 : Échelle double



Une double échelle OAB ($OA = AB = l$) est posée sur le sol, le point O restant constamment en contact avec le coin d'un mur. La position de l'échelle à l'instant t est repéré par l'angle $\alpha(t)$ formé par la portion OA de l'échelle avec le mur. L'extrémité B de l'échelle glisse sur le sol.

1. On repère le point A dans la base polaire $(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta)$ de centre O et d'axe Ox. Déterminer la relation entre α et θ.
2. Déterminer les composantes des vecteurs vitesse $\vec{v}_A$ et accélération $\vec{a}_A$ du point A dans la base polaire $(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta)$ de centre O et d'axe Ox, en fonction de l, α, $\dot{\alpha}$, $\ddot{\alpha}$.
3. Déterminer les coordonnées du point B en fonction de l et α.
4. En déduire, dans la base cartésienne $(\vec{u}_x, \vec{u}_y)$, les composantes des vecteurs vitesse $\vec{v}_B$ et accélération $\vec{a}_B$ du point B, en fonction de l, α, $\dot{\alpha}$, $\ddot{\alpha}$.