DS1 : Optique géométrique et quantique

Exercice 1 : Réfractomètres

1 Questions préliminaires

1. – **homogène :** Milieu identique en tout point.
   – **isotrope :** Toutes les directions sont équivalentes.
   – **indice :** Dans un milieu d'indice n, la célérité de la lumière est $v = \frac{c}{n}$
2. – **réflexion :** Le rayon réfléchi est dans le plan d'incidence et $i = r$ (angle d'incidence=angle réflechi)
   – **réfraction :** Le rayon réfracté est dans le plan d'incidence et $n_1 \sin(i_1) = n_2 \sin(i_2)$ (faire un petit schéma pour indiquer ce que sont i_1, i_2, n_1 et n_2)

2 Le réfractomètre de Pulfrich

1. $n \sin(\pi/2) = N \sin(r)$ donc $r = \arcsin\left(\frac{n}{N}\right)$
2. $r' + r = \pi/2$
3. La seconde loi de Snell-Descartes donne $\sin(\theta) = N \sin(r) = N \sin(\pi/2 - r) = N \cos(r)$. En utilisant $\cos(r) = \sqrt{1 - \sin^2(r)}$, on obtient $\sin(\theta) = N\sqrt{1 - \frac{n^2}{N^2}}$. Et finalement $\sin(\theta) = \sqrt{N^2 - n^2}$
4. On trouve $\theta = 62{,}80°$
5. Les valeurs extrêmes de l'indice sont celles pour lesquelles $\theta = 0$ ou $\theta = \pi/2$. Pour $\theta = 0$ On a $n_{\text{max}} = N$ et pour $\theta = \pi/2$ on a $n_{\text{min}} = \sqrt{N^2 - 1} = 1.25$

3 Le réfractomètre d'Abbe

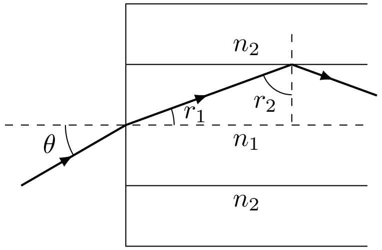
1. La somme des angles du triangle de sommet A vaut π. Donc $\pi/2 - r_0 + \pi/2 - r'_0 + \theta = \pi$ d'où $r_0 + r'_0 = \theta$
2. La seconde loi de Descartes donne : $n \sin(\pi/2) = N \sin(r_0)$ donc $\sin(r_0) = \frac{n}{N}$.
3. $\sin(i'_0) = N \sin(r'_0)$ donc $r'_0 = \arcsin(\sin(i'_0)/N)$. Or

$$n = N \sin(r_0) = N \sin(\theta - r'_0) = N \sin\Big(\theta - \arcsin\big(\sin(i'_0/N)\big)\Big)$$

4. A.N. : $n = 1.238$

Exercice 2 : Fibre optique à saut d'indice

Une fibre optique à saut d'indice est composée d'un cœur d'indice n_1 entouré d'une gaine d'indice n_2. On considère un rayon qui entre dans le cœur de la fibre avec un angle d'incidence θ.



1. Pour qu'il puisse y avoir réflexion totale à l'interface, il faut que $n_1 > n_2$
2. Un rayon qui subit une réflexion totale arrive de l'autre côté avec le même angle d'incidence et subit donc à son tour une réflexion totale.
3. L'angle d'incidence r_2 pour que le rayon subisse une réflexion totale est $r_2 = \arcsin(n_2/n_1)$. Or on a $r_1 = \pi/2 - r_2$ donc

$$\sin(\theta_m) = n_1 \sin(r_1) = n_1 \sin(\pi/2 - r_2) = n_1 \cos(r_2)$$
$$\sin(\theta_m) = n_1 \cos\left[\arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right)\right].$$

Donc

$$\theta_m = \arcsin\left[n_1 \cos\left(\arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right)\right)\right] = \arcsin\left[n_1\sqrt{1 - \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2}\right] = \arcsin\left(\sqrt{n_1^2 - n_2^2}\right).$$

A.N. : $\theta_m = 39°$

4. Les rayons inclinés par rapport à l'axe de la fibre parcourent un chemin plus long que ceux qui sont parallèles à l'axe. À la sortie de la fibre, le rayons inclinés arrivent en dernier.
5. Les signaux parallèles à l'axe optique parcourent une distance $d_1 = L$, ceux qui sont inclinés parcourent une distance $d_2 = L/\cos(r_1)$. Le temps τ qui les sépare à l'arrivée est $\tau = \frac{d_2 - d_1}{c} = \frac{L}{c}(1/\cos(r_1) - 1)$ donc $\tau = \frac{L}{c}(n_1/n_2 - 1)$. Cela influence le débit maximum des données car si on envoie deux impulsions séparées de moins de τ dans la fibre elles se superposeront à sa sortie rendant le signal inutilisable.

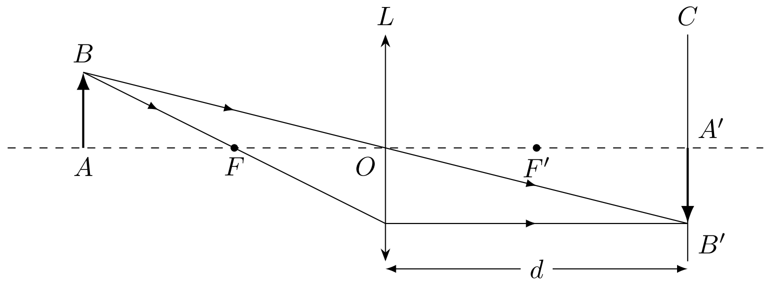
6. Plus la fibre est longue, moins le débit de données pourra être important.

Exercice 3 : Mesure de la distance Terre-Lune

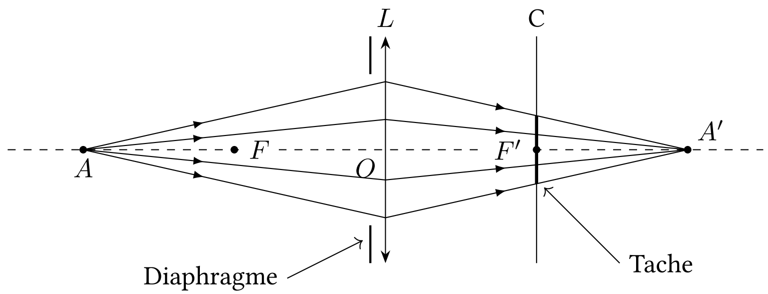
1. La durée d'un aller retour est $\tau = \frac{2D}{c} \simeq 2{,}56\,\mathrm{s}$
2. Le laser émet une énergie $E = 0{,}3\,\mathrm{J}$ pendant un temps $\delta t = 0{,}3\,\mathrm{ns}$, cela correspond à une puissance instantanée $P = E/\delta t \simeq 1{,}00 \cdot 10^9\,\mathrm{W}$
   Le nombre de photons émis dans une impulsion est $N = \frac{E}{E_{ph}} = \frac{E}{h\nu} = \frac{E\lambda}{hc} \simeq 8{,}0 \cdot 10^{17}$
3. L'angle de diffraction est donné par $\theta_1 = \frac{\lambda}{d} \simeq 3{,}55 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{rad}$
4. Le rayon de la tâche lumineuse sur la Lune est $r_L = D\tan(\theta_1/2) \simeq 6{,}8 \cdot 10^2\,\mathrm{m}$. La surface couverte sur la Lune est $S_L = \pi r_L^2 \simeq 1{,}46 \cdot 10^6\,\mathrm{m}^2$
5. La surface du réflecteur de diamètre $d_R = 0{,}1\,\mathrm{m}$ est $S_R = \frac{\pi d_R^2}{4}$. Le nombre de photons qui atteignent le réflecteur à chaque impulsion est $N_r = N\frac{S_R}{S_L} \simeq 4{,}32 \cdot 10^9$
6. L'angle de diffraction du faisceau après réflexion sur un élément de dimension $a = 1\,\mathrm{cm}$ est $\theta_2 = \frac{\lambda}{a} \simeq 5{,}32 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{rad}$
7. Le rayon de la tache lumineuse qui revient sur la Terre est $r_T = D\tan(\theta_2/2)$. La surface couverte est $S_T = \pi r_T^2 \simeq 3{,}28 \cdot 10^8\,\mathrm{m}^2$. Le nombre de photons captés par le téléscope sera alors $N_c = N_r\frac{\pi d^2/4}{S_T} \simeq 23$. Ce nombre est assez faible mais pas indétectable. La détection nécessite un détecteur très sensible.
8. Le calcul que nous avons fait montre que l'on doit détecter de l'ordre de 23 photons par impulsion, ce qui est 2300 fois plus important qu'un photon toutes les 100 impulsions. La différence peut s'expliquer par plusieurs causes :
   — L'angle de diffraction n'est pas exactement égal à $\frac{\lambda}{a}$, il y a un facteur multiplicatif que l'on n'a pas pris en compte.
   — L'atmosphère perturbe le faisceau émis et augmente l'angle de diffraction
   — Le détecteur ne capte pas tous les photons de retour. Le rendement du détecteur peut être de l'ordre de 20 %.
9. Si on veut une précision sur la distance de $\delta x = 1{,}00\,\mathrm{cm}$, la précision δt sur le temps doit être $\delta t = \delta x/c \simeq 3{,}3 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{s} = 33{,}3\,\mathrm{ps}$.

Exercice 4 : L'appareil photo numérique

1. L'objectif de l'appareil forme l'image de l'objet photographié sur le capteur de l'appareil dont chacun des pixels enregistre la couleur et l'intensité de la lumière qu'il reçoit.



2. L'image d'un objet situé à l'infini se trouve dans le plan focal image de la lentille. Il faut donc placer le capteur en F' à une distance $d = 55\,\mathrm{mm}$ de l'objectif.
3. On a $\overline{OA} = -1{,}20\,\mathrm{m}$ et $d = \overline{OA'}$ grâce à la formule de conjugaison on trouve $d = 57{,}6\,\mathrm{mm}$
4. Pour faire la mise au point de l'appareil photo il faut faire varier la distance entre l'objectif et le capteur.
5. Dans ces conditions, on a $\overline{OA} = -100\,\mathrm{m}$ et la formule de conjugaison donne $\overline{OA'} = 55{,}03\,\mathrm{mm} \simeq 55\,\mathrm{mm} = f'$(comme la distance à l'objet est grande, son image se trouve dans le plan focal image de l'objectif). Le théorème de Thalès donne $\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$ donc $\overline{A'B'} = \overline{AB}\frac{f'}{\overline{OA}}$. D'où finalement $\overline{A'B'} = -2{,}75\,\mathrm{cm}$. La taille algébrique de l'objet est négative car l'image est inversée sur le capteur.
6. En utilisant la même méthode dans l'autre sens, on trouve que l'objet a une hauteur maximale de 43,6 m.
7. Le diaphragme ne fait que limiter la quantité de lumière qui entre dans l'appareil photo, lorsqu'on le ferme, l'image est plus sombre et lorsqu'on l'ouvre elle est plus lumineuse.
8. Pour que l'image enregistrée par le capteur reste nette, il faut que la dimension de la tache soit inférieure à celle d'un pixel.



9. Appelons δ la taille de la tache lumineuse sur l'écran et D le diamètre d'ouverture

du diaphragme. Le théorème de Thalès donne directement :

$$\frac{\delta}{D} = \frac{A_0'F'}{A_0'O} = 1 - \frac{f'}{A_0'O}$$

(A_0' est l'image du point A_0 par l'objectif). En utilisant la formule de conjugaison, on trouve finalement $\frac{\delta}{D} = \frac{f'}{A_0O}$ soit $A_0O = \frac{Df'}{\delta}$.

— Pour $D = 20\,\text{mm}$ on trouve $A_0O = 110\,\text{m}$
— Pour $D = 5\,\text{mm}$ on trouve $A_0O = 27{,}5\,\text{m}$

10. Plus le diaphragme est fermé plus la profondeur de champ est importante. On voit très clairement sur la figure que lorsque le diaphragme est fermé, la dimension de la tache sur l'écran est réduite.
11. Le diaphragme est le plus ouvert pour la photo en haut à gauche (faible profondeur de champ) puis il est de plus en plus fermé jusqu'à la photo en bas à droite (grande profondeur de champ).