

DM1 : Circuits électriques en régime transitoire

L'objectif du DM est de vous familiariser avec les notions vues en cours en les appliquant. Le travail en groupe est fortement encouragé et vous pouvez rendre une copie par groupe de 2 ou 3.

Problème : CHARGE D'UN CONDENSATEUR À TRAVERS UNE RÉSISTANCE (CCP 2005)

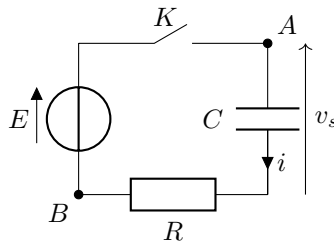
Première partie : Étude de la charge du condensateur

Un dipôle comporte entre deux bornes A et B une résistance R et un condensateur de capacité C placés en série.

On place aux bornes A et B du dipôle un générateur de tension idéal de force électromotrice constante E et un interrupteur K .

Initialement le circuit est ouvert et le condensateur déchargé. Soit v_s la tension aux bornes du condensateur.

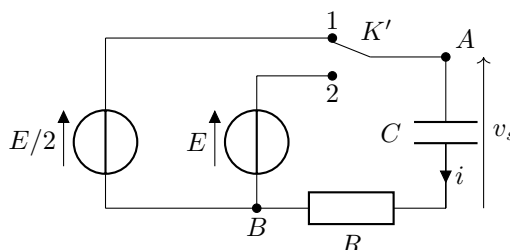
A l'instant $t = 0$, on ferme l'interrupteur K .



1. Quel est le comportement du condensateur au bout d'un temps très long (infini) après la fermeture de l'interrupteur ? En déduire les valeurs correspondantes de v_s et de l'intensité i dans le circuit au bout d'un temps très long.
2. On pose $\tau = RC$.
On se place à $t \geq 0$.
Quelle est l'unité de τ dans le système international ? Démontrer le résultat.
3. 3.1. Établir l'équation différentielle à laquelle obéit $v_s(t)$.
3.2. Établir l'expression de la tension $v_s(t)$ au cours du temps (pour $t \geq 0$). Trouver à partir de cette expression la valeur de $v_s(t)$ pour un temps très long. Vérifier que cette valeur correspond au comportement du condensateur prévu dans la question 1.
3.3. Donner l'allure de la courbe représentative de la fonction $v_s(t)$ en précisant son asymptote.
Calculer la valeur de la pente de la courbe à $t = 0$.
Tracer la tangente à l'origine et calculer les coordonnées du point d'intersection de cette tangente avec l'asymptote.
- 3.4. Déterminer en fonction de τ , l'expression du temps t_1 à partir duquel la charge du condensateur diffère de moins de 1% de sa charge finale.
4. Déterminer l'expression de l'intensité $i(t)$ du courant qui circule dans le circuit pour $t \geq 0$. (L'orientation de $i(t)$ est précisée sur le schéma)

Deuxième partie : Étude énergétique de la charge du condensateur

5. 5.1. Exprimer l'énergie E_c emmagasinée dans le condensateur lorsque sa charge est terminée en fonction de C et de E .
5.2. Déterminer, à partir des résultats de la partie précédente, que l'énergie E_g fournie par le générateur au cours de la charge est égale à $E_g = CE^2$.
Vérifier la conservation de l'énergie au cours de la charge du condensateur.
- 5.3. Définir le rendement énergétique ρ de la charge du condensateur par le générateur à travers une résistance non inductive.
6. Afin d'améliorer le rendement de la charge du condensateur, on effectue celle-ci en deux étapes. On considère pour cela le montage suivant :



À $t = 0$ le condensateur étant déchargé, on ferme K' dans la position 1 (phase 1). Lorsque la charge sous la tension $E/2$ est terminée, on bascule K' dans la position 2 (phase 2) et on procède à la charge du condensateur sous la tension E .

6.1. Quelle est l'énergie E_{g1} fournie par le générateur au cours de la première phase de charge ?

Quelle est l'énergie E_{c1} emmagasinée par le condensateur au cours de la première phase de charge ?

Ces résultats pourront être déduits des questions précédentes.

6.2. Quelle est l'équation différentielle vérifiée par la tension v_s au cours de la deuxième phase de charge ?

En prenant pour origine des temps ($t = 0$) la date à laquelle on bascule l'interrupteur de la position 1 à la position 2, déterminer l'expression de $v_s(t)$ en fonction du temps au cours de la deuxième phase de charge.

6.3. En déduire, en fonction du temps, l'expression de l'intensité $i(t)$ qui traverse le circuit au cours de la deuxième phase de charge.

6.4. En utilisant les expressions de v_s et de i en fonction du temps, déterminer :

- l'expression de l'énergie E_{g2} fournie par le générateur au cours de la deuxième phase de charge en fonction de C et E ;
- l'expression de l'énergie E_{c2} emmagasinée par le condensateur au cours de la deuxième phase de charge en fonction de C et E .

6.5. Calculer le rendement ρ' de la charge du condensateur lorsque cette dernière est effectuée en deux étapes.

7. Compte tenu des rendements obtenus lors de la charge du condensateur avec les deux méthodes précédentes, indiquer comment il faudrait procéder pour faire tendre le rendement de la charge du condensateur vers 1. Aucun calcul n'est demandé dans cette question.