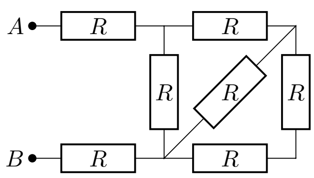
DS3 : Électricité

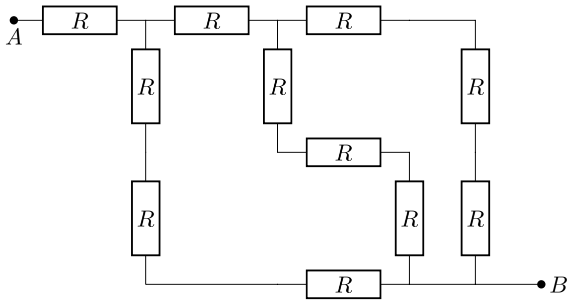
Durée 4h, calculatrices interdites. Le DS est probablement trop long pour que vous puissiez tout faire, c'est normal, faites-en le maximum.

Exercice 1 : Résistances équivalentes

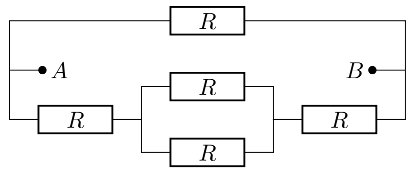
Exprimer en fonction de R les résistances équivalentes entre les points A et B dans les trois circuits suivants :



Circuit 1



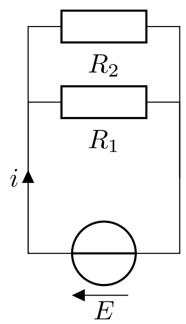
Circuit 2



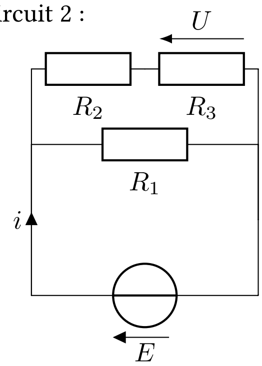
Circuit 3

Exercice 2 : Quelques circuits (TD4)

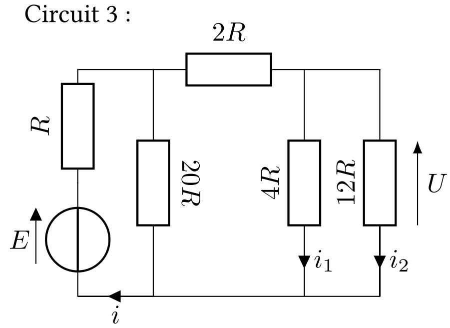
Circuit 1 :



Circuit 2 :



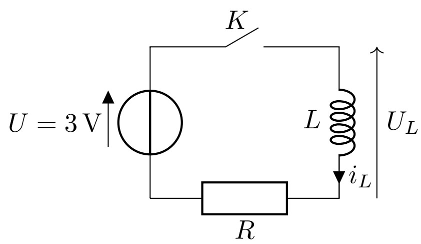
Circuit 3 :



Attention, les réponses aux questions suivantes devront être correctement justifiées.

1. Circuit 1 : Exprimer i en fonction de E, R_1 et R_2.
2. Circuit 2 : Exprimer i et U en fonction de E et des R_k.
3. Circuit 3 : Exprimer U, i, i_1 et i_2 en fonction de E et R.

Exercice 3 : Surtension aux bornes d'une bobine (TD5)



On considère le circuit ci-contre où une bobine est branchée à un générateur avec par l'intermédiaire d'une résistance en série. À $t = 0$ on ferme l'interrupteur K et on observe l'évolution de l'intensité du courant dans la bobine

1. Décrire qualitativement comment évolue l'intensité i_L au cours du temps. Justifier la réponse.
2. Écrire l'équation différentielle satisfaite par l'intensité $i_L(t)$
3. Résoudre l'équation différentielle précédente pour trouver l'évolution temporelle de $i_L(t)$.

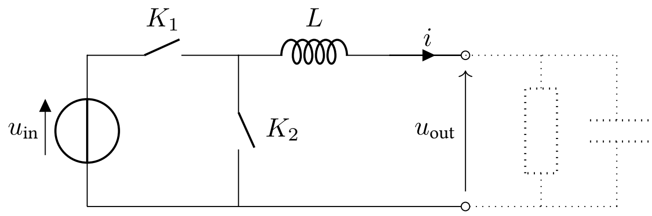
On suppose que l'interrupteur K reste fermé *suffisamment longtemps* pour que le régime permanent soit atteint. puis on ouvre l'interrupteur.

4. Préciser ce que signifie *suffisamment longtemps*. Donner, en fonction de R et L, une estimation du temps pendant lequel l'interrupteur doit rester fermé.

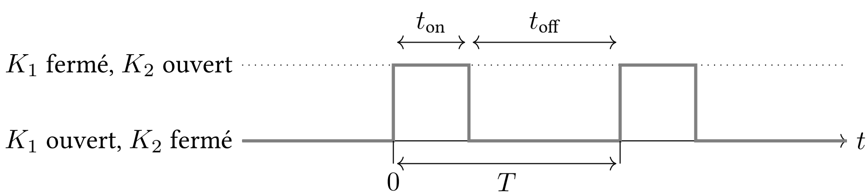
5. Exprimer l'énergie W_L emmagasinée dans la bobine.
6. L'intensité du courant qui traverse un interrupteur idéal ouvert est nulle. L'interrupteur K peut-il être considéré comme idéal ?
7. Justifier que lorsqu'on ouvre l'interrupteur K la tension aux bornes de L augmente considérablement. Quels problèmes cela peut-il poser ? À quoi ce phénomène peut-il servir ?

Exercice 4 : Convertisseur buck

On se propose d'étudier le circuit suivant qui représente un convertisseur de type *buck* dont le but est de convertir une tension continue u_{in} en une autre tension continue $u_{\text{out}} < u_{\text{in}}$. Ce circuit sert à abaisser une tension continue.



Les interrupteurs K_1 et K_2 sont commandés électroniquement, ils s'ouvrent et se ferment de manière cyclique. Pendant un temps noté t_{on}, K_1 est fermé et K_2 est ouvert, et pendant un temps noté t_{off}, K_1 est ouvert et K_2 est fermé. La période $t_{\text{on}} + t_{\text{off}}$ du cycle complet est notée T.

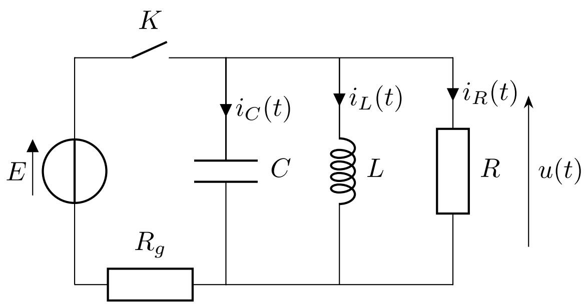


Le rapport $r = \dfrac{t_{\text{on}}}{T}$ est appelé le *rapport cyclique* du signal de commande de l'interrupteur.

On considère que le circuit fonctionne en régime permanent, c'est à dire que la tension de sortie u_{out} est **constante** au cours du temps, l'intensité i évolue de façon périodique.

1. Lors de la phase où K_1 est fermé et K_2 ouvert, exprimer le taux de variation $\dfrac{\mathrm{d}\,i}{\mathrm{d}\,t}$ en fonction de u_{in}, u_{out} et L.
2. En déduire l'expression de $i(t)$, on notera i_{min} l'intensité au moment où K_1 se ferme. Montrer qu'au moment où K_1 s'ouvre l'intensité vaut :
$$i_{\text{max}} = i_{\text{min}} + \frac{(u_{\text{in}} - u_{\text{out}})t_{\text{on}}}{L}$$
3. Déterminer $\dfrac{\mathrm{d}\,i}{\mathrm{d}\,t}$ lors de la phase où K_1 est ouvert et K_2 fermé en fonction de u_{out} et L.
4. En déduire l'expression de $i(t)$ lors de cette phase, c'est à dire pour $t \in [t_{\text{on}}, t_{\text{on}} + t_{\text{off}}]$.
5. Justifier que $i(t_{\text{on}} + t_{\text{off}}) = i(0) = i_{\text{min}}$. Tracer l'évolution temporelle de $i(t)$.
6. En déduire l'expression de u_{out} en fonction de u_{in} et r. On vérifiera que l'on a bien $u_{\text{out}} < u_{\text{in}}$

Exercice 5 : Circuit RLC parallèle (TD6)



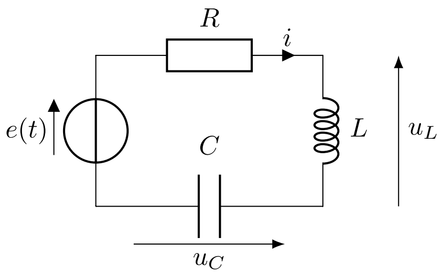
On étudie le circuit RLC parallèle ci-contre. L'interrupteur K est initialement fermé pendant un temps suffisamment long pour que le régime permanent soit atteint. À $t = 0$ on ouvre l'interrupteur et on observe l'évolution de la tension $u(t)$.

1. Donner les valeurs des intensités i_C, i_R, et i_L et de la tension u dans le circuit à $t = 0^-$, $t = 0^+$, et $t \to \infty$.
2. Tracer qualitativement l'allure de $u(t)$ après l'ouverture de K.
3. Comment le facteur de qualité Q du circuit dépend-il de R ? Proposer une expression de Q basée sur une analyse dimensionnelle.

4. Déterminer l'équation différentielle satisfaite par $u(t)$ pour $t > 0$.
5. En déduire les expressions de la fréquence propre w_0 et du facteur de qualité Q en fonction de R, L et C. Comparer l'expression de Q avec celle trouvée à la question précédente.
6. A.N. : On donne $R = 40\,$, $C = 200\,\mu\mathrm{F}$ et $L = 10\,\mathrm{m\,H}$. Calculer la pulsation propre du système et le facteur de qualité. Quelle est la durée du régime transitoire ?
7. Tracer l'allure du portrait de phase de la tension $u(t)$, c'est-à-dire le graphique représentant $\dfrac{\mathrm{d}\,u}{\mathrm{d}\,t}$ en fonction de u.

Exercice 6 : Circuit RLC série

On s'intéresse au circuit ci-dessous dans lequel le générateur de tension délivre une tension variable dans le temps $e(t)$.

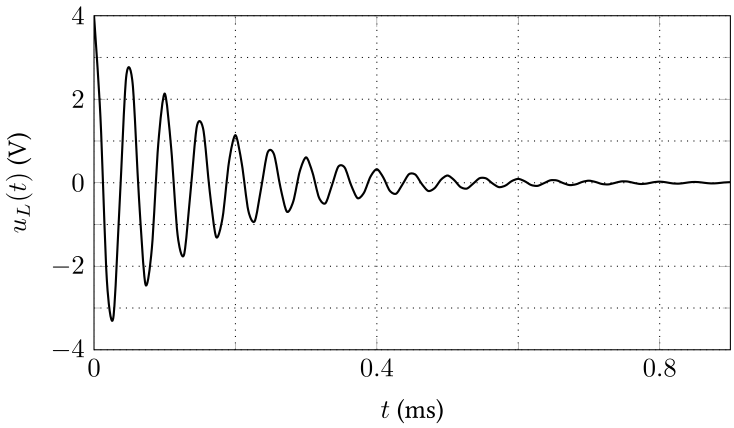


I - Réponse à un échelon de tension

Dans cette partie on considère que la tension $e(t)$ est telle que :

– $e(t) = 0$ pour $t < 0$;
– $e(t) = E$ pour $t > 0$.

1. Déterminer les valeurs de $i(0^-)$, $u_L(0^-)$ et $u_C(0^-)$ juste avant l'instant $t = 0$. Justifier précisément la réponse.
2. Déterminer les valeurs de $i(0^+)$, $u_L(0^+)$ et $u_C(0^+)$ juste après l'instant $t = 0$. Justifier précisément la réponse.
3. Déterminer l'équation différentielle satisfaite par la tension $u_L(t)$ pour $t > 0$.
4. Exprimer la pulsation propre ω_0 et le facteur de qualité Q du circuit en fonction de R, L et C.
5. On donne ci-dessous l'évolution de la tension $u_L(t)$ pour $t > 0$. Déterminer à partir de ce graphique une estimation des valeurs numériques de E, ω_0 et Q.



6. Quelles valeurs de R, L et C peut-on utiliser pour réaliser ce circuit ?

II - Régime sinusoïdal forcé

On étudie maintenant ce circuit en régime sinusoïdal forcé, la tension $e(t)$ est une tension alternative sinusoïdale :

$$e(t) = E\cos(\omega t)$$

7. Donner l'expression de la tension complexe $\underline{e}(t)$ associée à la tension réelle $e(t)$.
8. Monter que la tension complexe $\underline{u}_L$ est donnée par :

$$\underline{u}_L = \underline{e}\frac{jQ\frac{\omega}{\omega_0}}{1 + jQ\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)}$$

avec $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ et $Q = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$.

9. Déterminer l'amplitude $U(\omega)$ d'oscillation de la tension $u_L(t)$ aux bornes de la bobine en fonction de E, Q, ω et ω_0. Que vaut $U(\omega_0)$?
10. Comparer cette valeur à l'amplitude E de variation de la tension d'alimentation, comment s'appelle ce phénomène ?
11. Quelle est la valeur du déphasage φ entre la tension d'alimentation $e(t)$ et la tension aux bornes de la bobine lorsque $\omega = \omega_0$?