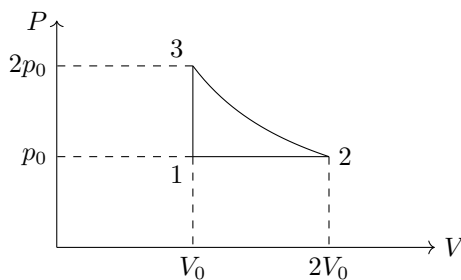


DS9 : Thermodynamique

Exercice 1 : BILAN D'ÉNERGIE DU CYCLE DE LENOIR

1. L'équation des gaz parfaits donne $T_0 = \frac{p_0 V_0}{nR} \approx 433 \text{ K}$
2. On cherche la température T_1 après la détente isobare. $T_1 = \frac{p_0 V_1}{nR} = \frac{2p_0 V_0}{nR} = 2T_0 \approx 866 \text{ K}$. La valeur maximale de la pression est à la fin de la compression, on a alors $p_2 V_0 = 2p_0 V_0$ donc $p_2 = 2p_0 \approx 4 \times 10^5 \text{ Pa}$
3. Dans le diagramme de Watt, on a la représentation suivante :



Le cycle est parcouru dans le sens trigonométrique donc le travail reçu au cours d'un cycle est positif, c'est un cycle récepteur.

4. Pour les 3 étapes, on a :
 - $1 \rightarrow 2$: $W_1 = -p_0 V_0 \approx -3600 \text{ J}$ et $\Delta U_1 = C_v \Delta T = \frac{3}{2} nRT_0 \approx 5400 \text{ J}$. On en déduit $Q_1 = \Delta U_1 - W_1 \approx 9000 \text{ J}$
 - $2 \rightarrow 3$: $\Delta U_2 = 0$ donc $Q_2 = -W_2$. On trouve donc d'abord W_2 :

$$W_2 = - \int_{2V_0}^{V_0} p dV = - \int_{2V_0}^{V_0} nRT_1/V dV = nRT_1 \ln(2) \approx 4991 \text{ J}$$

- $3 \rightarrow 1$: Transformation isochore donc $W_3 = 0$ et donc $\Delta U_3 = Q_3 = C_v \Delta T = -\frac{3}{2} nRT_0 \approx -5400 \text{ J}$.

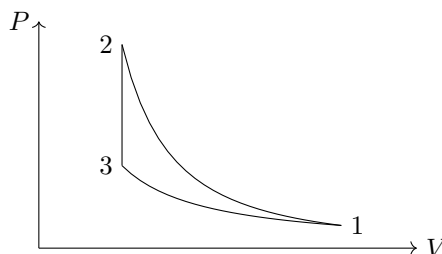
5. Au cours d'un cycle, on obtient : $W = W_1 + W_2 + W_3 \approx 1391 \text{ J}$. Et $Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 \approx -1391 \text{ J}$. On a bien $W > 0$, ce qui est compatible avec un cycle moteur.
6. Pour effectuer le cycle une fois par seconde, la puissance mécanique nécessaire est $P = \frac{W}{t} \approx 1391 \text{ W}$
7. Si on fait subir ce cycle au gaz avec une fréquence trop élevée, la transformation $2 \rightarrow 3$ ne pourra plus être isotherme et ressemblera de plus en plus à une transformation adiabatique.

Exercice 2 : TRANSFORMATION CYCLIQUE D'UN GAZ PARFAIT

1. Pour un système au repos, la variation d'énergie interne ΔU d'un système thermodynamique entre deux états d'équilibre est donnée par $\Delta U = W + Q$, où W est le travail reçu par le système et Q la chaleur reçue par le système au cours de la transformation.
2. Au cours d'une transformation adiabatique, il n'y a pas d'échange de chaleur entre le système et le milieu extérieur. Les transformations adiabatiques sont des transformations rapides.
3. Au cours d'une transformation isotherme, la température du système reste constante. Les transformations isothermes sont des transformations lentes pour que les échanges de chaleur aient le temps de se faire.
4. La transformation $1 \rightarrow 2$ est adiabatique, on a donc $P_1 V_1^\gamma = P_2 V_2^\gamma$ et donc $P_2 = P_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^\gamma$
5. Dans l'état 2 on peut écrire l'équation d'état des gaz parfait : $P_2 V_2 = nRT_2$ avec $P_1 V_1 = nRT_1$ on a

$$T_2 = \frac{P_2 V_2}{nR} = \frac{P_2 V_2}{P_1 V_1} T_1 = \frac{P_2}{P_1} \frac{V_2}{V_1} T_1 = \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^\gamma \frac{V_2}{V_1} T_1 = \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} T_1$$

6. Diagramme (P, V) :



7. On choisit d'utiliser le premier principe entre 1 et 2. On a $\Delta U = W_{12} = \frac{3}{2}nR(T_2 - T_1)$. Soit

$$W_{12} = \frac{3}{2}nRT_1 \left(\left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} - 1 \right) = \frac{3}{2}P_1V_1 \left(\left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} - 1 \right)$$

8. La transformation 2 \rightarrow 3 est isochore donc $W_{23} = 0$. Dans ces conditions, on a $\Delta U_{23} = Q_{23} = \frac{3}{2}nR(T_1 - T_2)$. Soit

$$Q_{23} = -W_{12} = \frac{3}{2}P_1V_1 \left(1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} \right)$$

9. Au cours de la transformation 3 \rightarrow 1, la température reste constante donc $\Delta U_{31} = 0$ et $W_{31} = -Q_{31}$. On a aussi :

$$W_{31} = - \int_{V_2}^{V_1} P dV = -nRT_1 \int_{V_2}^{V_1} \frac{1}{V} dV = -P_1V_1 \ln \left(\frac{V_1}{V_2} \right) \quad \text{et} \quad Q_{31} = P_1V_1 \ln \left(\frac{V_1}{V_2} \right)$$

10. Au cours d'un cycle $\Delta U = 0$ donc $W = -Q$. Et

$$W = W_{12} + W_{23} + W_{31} = P_1V_1 \left[\frac{3}{2} \left(\left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} - 1 \right) - \ln \frac{V_1}{V_2} \right]$$

11. On remarque sur le graphique de la question 6 que le cycle est parcouru dans le sens trigonométrique, donc le travail reçu par le système au cours d'un cycle est positif. Q est donc négatif. Le système reçoit du travail et fournit de la chaleur au milieu extérieur.
12. À chaque cycle l'eau du réservoir reçoit un peu de chaleur de la part du gaz, elle va donc s'échauffer. On ne pourra plus considérer le réservoir comme un thermostat.

Exercice 3 : ÉQUILIBRE LIQUIDE-VAPEUR

- Le point critique se trouve à $p_C = 75 \text{ bar}$ et $V_C = 0,15 \ell$
- On a les états physiques suivants :
 - $V = 0,6 \ell$ et $T = 110^\circ\text{C}$: uniquement de la vapeur.
 - $p = 110 \text{ bar}$ et $T = 200^\circ\text{C}$: du fluide dans un état supercritique : on ne peut pas dire s'il s'agit de liquide ou de vapeur.
 - $V = 0,2 \ell$ et $T = 125^\circ\text{C}$: un mélange liquide-vapeur avec des titres massiques $x_V \approx 0,7$ et $x_L \approx 0,3$
- On détermine graphiquement l'aire sous la courbe (sans oublier que le graphique est tronqué vers le bas). On compte approximativement 5 gros carreaux, soit un travail de $W = 5 \times 30 \times 10^5 \times 0,2 \times 10^{-3} \approx 3000 \text{ J}$
- Ce fluide ne peut pas être de l'eau car sa température d'ébullition à pression atmosphérique (1 bar) est bien inférieure à 100°C .
- La pression de vapeur saturante de ce fluide à 100°C est d'environ 37 bar. (C'est 1 bar pour l'eau)

Exercice 4 : CALORIMÉTRIE

- On effectue la transformation à pression constante, donc $\Delta H = Q$ et comme le système est calorifugé, $Q = 0 = \Delta H$. On a donc $M c_l(T_f - T_1) + m c_l(T_f - T_2) + C(T_f - T_1) = 0$, on en déduit que $C = c_l(m \frac{T_2 - T_f}{T_f - T_1} - M)$. On trouve $C \approx 1272 \text{ J K}^{-1}$.
- La masse en eau μ équivalente est telle que $\mu c_l = C$ soit $\mu \approx 304,3 \text{ g}$.
- De la même manière, on trouve $\underbrace{(M + \mu)c_l(T_f' - T_1')}_{\Delta H_{\text{eau+calorimetre}}} + \underbrace{m'c_l(T_f' - T_2')}_{\Delta H_{\text{métal}}} = 0$.

Ce qui donne finalement $c = c_l \frac{M' + \mu}{m'} \frac{T_f' - T_1'}{T_2' - T_f'} \approx 1,05 \text{ J K}^{-1} \text{ g}^{-1}$

4. Supposons que la glace fonde totalement et qu'à l'équilibre il ne reste plus que de l'eau liquide. On écrit comme pour les questions précédentes $\Delta H = 0$. Soit :
- $m_g c_g(0 - T_g) + m_g h_f + m_g c_l(T_f - 0) + (m_l + \mu)c_l(T_f - T_l) = 0$. Ce qui donne en isolant T_f :

$$T_f = \frac{m_g c_g T_g - m_g h_f + (m_l + \mu)c_l T_l}{c_l(m_g + m_l + \mu)} \approx 35,2^\circ\text{C}$$

On trouve une température positive, ce qui indique que notre hypothèse de départ était correcte (si elle ne l'avait pas été nous aurions trouvé une température d'équilibre négative).

5. Cette fois, on suppose que toute l'eau liquide se transforme en glace (vu les quantités mises en jeu). On a alors

$$\Delta H = 0 = m_g c_g(T_f - T_g) + m_l c_l(0 - T_l) - h_f m_l + m_l c_g(T_f - 0) + C(T_f - T_l)$$

On en déduit l'expression de T_f :

$$T_f = \frac{m_g c_g T_g + m_l c_l T_l + h_f m_l + C T_l}{m_g c_g + m_l c_g + C} \approx 17,2^\circ\text{C}$$

Le résultat est clairement impossible, ce qui signifie que l'hypothèse de départ est fausse. Toute l'eau liquide ne devient donc pas solide. On fait donc l'hypothèse qu'une masse m_1 de l'eau liquide se solidifie, à l'équilibre, on a un mélange eau-glace dont la température est de 0°C . Déterminons m_1 :

$$\Delta H = 0 = m_g c_g (T_f - T_g) + m_l c_l (0 - T_l) - h_f m_1 + C (T_f - T_l)$$

Soit :

$$m_1 = \frac{m_g c_g (T_f - T_g) + m_l c_l (0 - T_l) + C (T_f - T_l)}{h_f} = 7,4 \text{ g}$$

Cette fois le résultat est cohérent, car m_l est positif et inférieur à la masse totale d'eau liquide. Donc à l'équilibre, on a un mélange eau-glace comportant 207,4 g de glace et 12,6 g d'eau liquide.