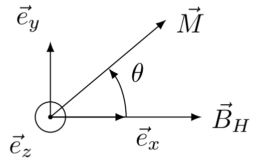
DM5 : Mesure du champ magnétique terrestre

1. Schéma :



2. On a $\vec{B}_T = B_H\vec{e}_x + B_V\vec{e}_z$
3. On choisit l'axe Δ orienté suivant $\vec{e}_z$. Dans ces conditions, on a :
$$\Gamma_\Delta = \vec{M} \wedge \vec{B} \cdot \vec{e}_z = -MB_H \sin(\theta)$$
4. On applique le théorème du moment cinétique :
$$\frac{\mathrm{d}\,L_\Delta}{\mathrm{d}\,t} = \Gamma_\Delta = J_\Delta\ddot{\theta} = -MB_H \sin\theta$$
On obtient donc l'équation différentielle :
$$\ddot{\theta} + \frac{MB_H}{J_\Delta}\sin\theta = 0$$
5. Pour de faibles valeurs de θ, on a $\sin\theta \simeq \theta$ et l'équation différentielle précédente devient :
$$\ddot{\theta} + \frac{MB_H}{J_\Delta}\theta = 0$$
C'est l'équation différentielle d'un oscillateur harmonique de pulsation propre $\omega_0^2 = \frac{MB_H}{J_\Delta}$. On en déduit donc que la fréquence d'oscillations est
$$f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{\sqrt{B_H}}{2\pi}\sqrt{\frac{M}{J_\Delta}}$$
6. Le champ magnétique horizontal total est maintenant $\vec{B}_H + \vec{B}_B$. La fréquence d'oscillations devient donc :
$$f_+ = \frac{\sqrt{B_H + B_B}}{2\pi}\sqrt{\frac{M}{J_\Delta}}$$
7. Lorsqu'on inverse le champ magnétique de la bobine, on remplace B_B par $-B_B$ et on obtient :
$$f_- = \frac{\sqrt{B_H - B_B}}{2\pi}\sqrt{\frac{M}{J_\Delta}}$$
8. Avec la définition de α on a :
$$\alpha = \left(\frac{f_-}{f_+}\right)^2 = \frac{B_H - B_B}{B_H + B_B}$$
ce qui donne en isolant B_H :
$$B_H = B_B\frac{1+\alpha}{1-\alpha}$$
9. Il manquait N et R pour répondre à cette question. Si on prend en plus $N = 100$ et $R = 0{,}1\,\mathrm{m}$, on trouve $B_H \simeq 17\,\mu\mathrm{T}$.