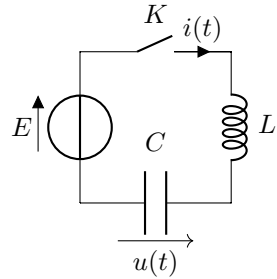


TD6 : Circuits linéaires du deuxième ordre, oscillateurs, filtrage

Exercice 1 : CIRCUIT LC



On considère le circuit ci-contre dans lequel l'interrupteur est initialement ouvert et le condensateur C est déchargé. À $t = 0$ on ferme l'interrupteur K .

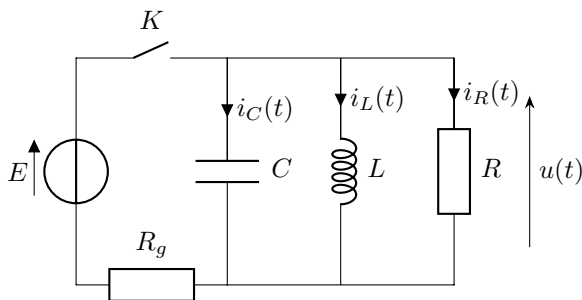
1. Quelles sont les valeurs de $u(0^+)$ et de $i(0^+)$?
2. Établir l'équation différentielle de la tension aux bornes du condensateur. Exprimer la pulsation propre ω_0 en fonction de L et C .

3. Résoudre l'équation différentielle pour obtenir les expressions de $u(t)$ et $i(t)$
4. Représenter ces évolutions temporelles.
5. Donner les expressions $E_C(t)$ et $E_L(t)$ des énergies stockées dans le condensateur et dans la bobine. L'énergie totale du système se conserve-t-elle ? Commenter.
6. Décrire les transferts d'énergie qui ont lieu entre les différents dipôles.
7. Ce système peut-il représenter un système réel ? Pourquoi ?

Exercice 2 : ANALOGIE ENTRE OSCILLATEUR MÉCANIQUE ET OSCILLATEUR ÉLECTRIQUE

1. On considère une masse m accrochée à un ressort de raideur k et astreinte à se déplacer suivant un axe x horizontal. Déterminer l'équation différentielle de son mouvement.
2. Écrire l'équation différentielle satisfaite par la charge q portée par le condensateur dans un circuit comportant un condensateur de capacité C et une bobine d'inductance L branchés en parallèle.
3. Expliciter l'analogie qui existe entre les oscillateurs mécanique et électrique.

Exercice 3 : CIRCUIT RLC PARALLÈLE

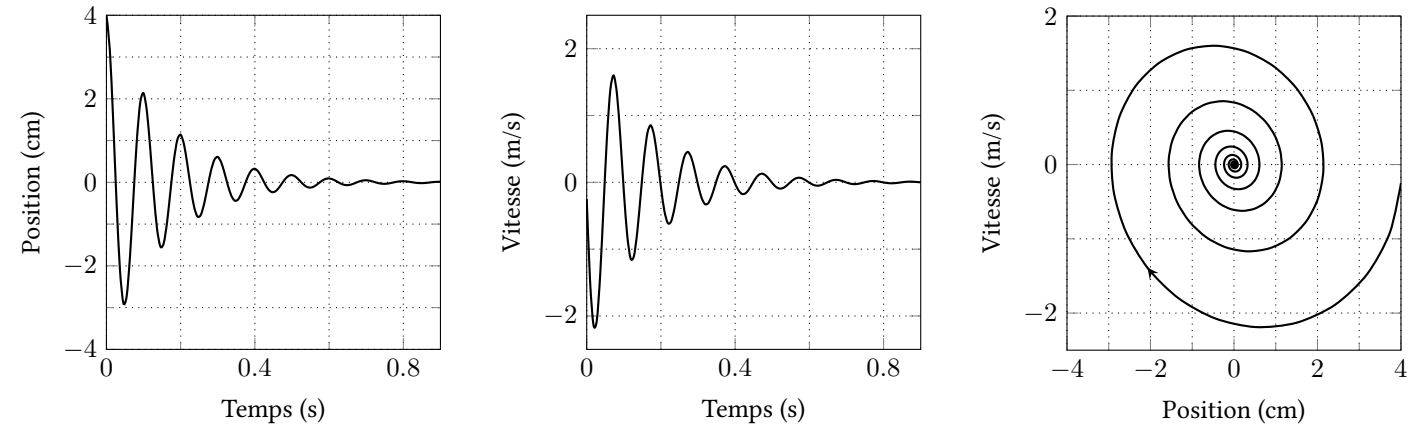


On étudie le circuit RLC parallèle ci-contre. L'interrupteur K est initialement fermé pendant un temps suffisamment long pour que le régime permanent soit atteint. À $t = 0$ on ouvre l'interrupteur et on observe l'évolution de la tension $u(t)$.

1. Donner les valeurs des intensités et de la tension u dans le circuit à $t = 0^-$, $t = 0^+$, et $t \rightarrow \infty$.
2. Décrire qualitativement ce qu'il se passe lorsqu'on ouvre K . Comment le facteur de qualité Q du circuit dépend-il de R ? Proposer une expression de Q basée sur une analyse dimensionnelle.
3. Déterminer l'équation différentielle satisfaite par $u(t)$ pour $t > 0$. La mettre sous forme canonique pour faire apparaître la fréquence propre ω_0 et le facteur de qualité Q . Comparer l'expression de Q avec celle trouvée à la question précédente.
4. A.N. : On donne $R = 40 \Omega$, $C = 200 \mu\text{F}$ et $L = 10 \text{ mH}$. Calculer la pulsation propre du système et le facteur de qualité. Quelle est la durée du régime transitoire ? Tracer le portrait de phase de la tension et de l'intensité aux bornes de C .

Exercice 4 : OSCILLATEUR MÉCANIQUE AMORTI

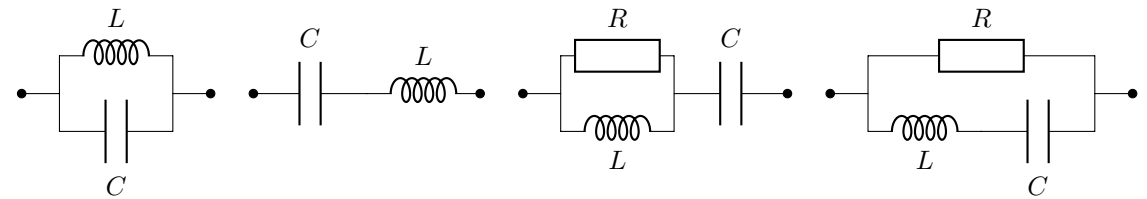
On étudie le mouvement d'une masse m accrochée à un ressort de raideur k et soumise à une force de frottement visqueux $\vec{f} = -\gamma \vec{v}$ (v est la vitesse de la masse). Le mouvement a lieu suivant l'axe x . On donne le portrait de phase du mouvement de la masse :



1. Faire un schéma du système décrit en représentant les différentes forces qui s'appliquent sur m .
2. Déterminer graphiquement la pulsation propre ω_0 et le facteur de qualité Q de l'oscillateur
3. L'équation différentielle satisfaite par la position $x(t)$ de la masse est : $\ddot{x} + \frac{\gamma}{m}\dot{x} + \frac{k}{m}x = 0$. Exprimer le facteur de qualité et la fréquence propre de l'oscillateur en fonction de m , k et γ .
4. On donne $m = 1 \text{ g}$. Déterminer k et γ .

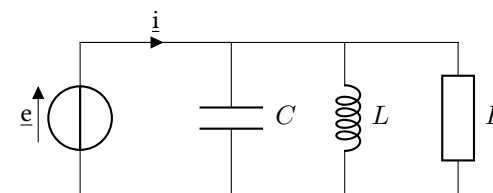
Exercice 5 : ASSOCIATIONS D'IMPÉDANCES COMPLEXES

Calculer l'impédance complexe équivalente des dipôles suivants :



Exercice 6 : CIRCUIT RLC PARALLÈLE EN RÉGIME FORCÉ

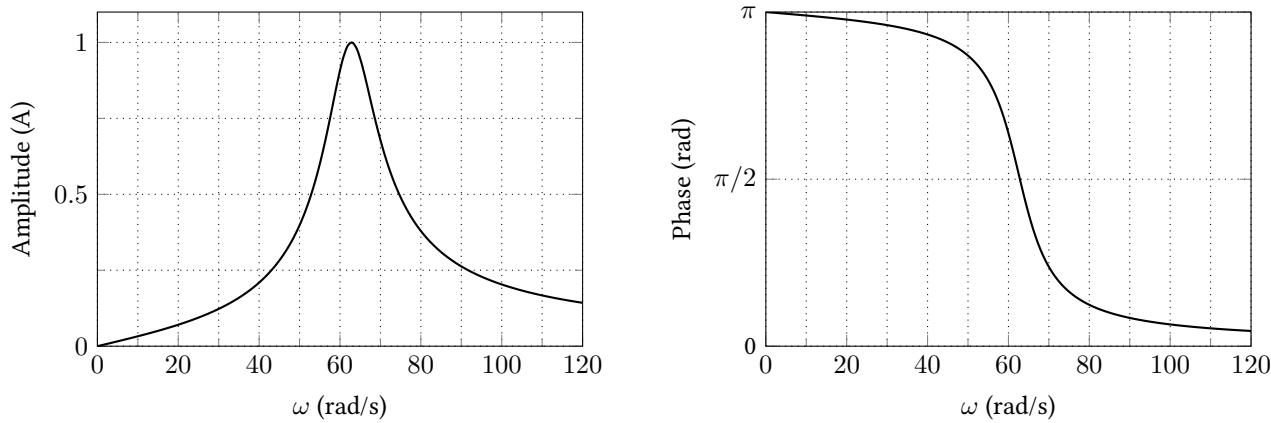
On étudie le circuit ci-contre où le générateur fournit une tension sinusoïdale de fréquence ω .



1. À l'aide de la méthode des complexes, déterminer l'intensité complexe \underline{i} en fonction de \underline{e} . Faire apparaître la pulsation propre ω_0 et le facteur de qualité Q du circuit.
2. Que vaut l'amplitude de l'intensité ?
3. Que vaut le déphasage ϕ entre la tension \underline{e} et l'intensité \underline{i} ?
4. La tension réelle est $e(t) = E_0 \cos(\omega t)$. Écrire l'expression de l'intensité réelle.

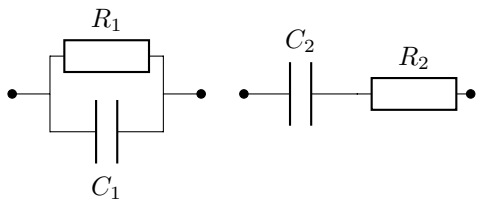
Exercice 7 : DÉTERMINER LES PARAMÈTRES D’UN OSCILLATEUR

Les graphiques ci-dessous montrent l’amplitude et la phase d’un oscillateur en fonction de la pulsation de l’excitation.



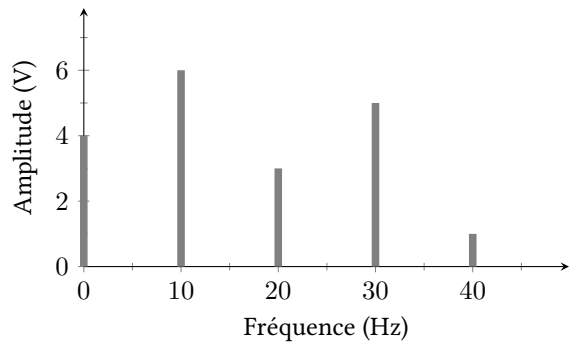
- Déterminer graphiquement la pulsation propre ω_0 et le facteur de qualité Q de cet oscillateur.
- Quelles sont les valeurs des composants que l’on doit choisir pour fabriquer cet oscillateur avec un circuit RLC série ($\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ et $Q = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$)
- Quel constante de raideur de ressort doit-on choisir pour faire osciller une masse $m = 1$ g à la fréquence ω_0 ? On pourra retrouver la pulsation propre d’un système {masse + ressort} par analyse dimensionnelle.

Exercice 8 : ÉQUIVALENCE DE COMPOSANTS



Les deux dipôles suivants sont utilisés dans un circuit en régime sinusoïdal à la fréquence ω . Exprimer R_2 et C_2 en fonction de R_1 , C_1 et ω pour que les deux dipôles soient équivalents.

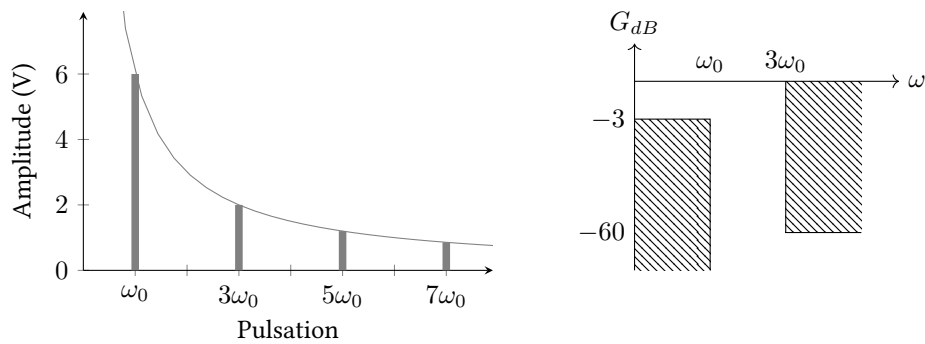
Exercice 9 : SPECTRE D’UN SIGNAL PÉRIODIQUE



On représente ci-contre le spectre d’un signal périodique.

- Combient vaut la valeur moyenne de ce signal ?
- Quelle est la fréquence fondamentale du signal ?
- Donner l’amplitude et la fréquence de chacune des harmoniques.
- Utiliser la calculatrice pour tracer l’allure de ce signal (en supposant que toutes les harmoniques sont en phase)

Exercice 10 : FILTRAGE D’UN SIGNAL



La figure ci-dessus représente l’allure du spectre d’un signal carré ainsi que le gabarit du filtre dans lequel on fait passer ce signal.

- Quelle est la fréquence fondamentale du signal carré ?
- Donner la pulsation et l’amplitude des 3 premières harmoniques.
- Quel est le type du filtre à travers lequel on fait passer le signal ?
- Comment peut-on fabriquer simplement un filtre de ce type avec une résistance et un condensateur ? Est-ce que le filtre décrit par ce gabarit vous semble réalisable de cette manière ?
- Tracer l’allure du spectre du signal carré à la sortie du filtre.
- Tracer l’allure du signal à l’entrée et à la sortie du filtre.

Exercice 11 : DIAGRAMME DE BODE

On souhaite étudier un filtre dont la fonction de transfert est :

$$\underline{H}(\omega) = \frac{1}{1 + jQ \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)}$$

- De quel type de filtre s’agit-il ?
- Donner l’expression du gain en décibel $G_{dB}(\omega)$ de ce filtre.
- Donner une approximation de $G_{dB}(\omega)$ lorsque $\omega \rightarrow 0$ et $\omega \rightarrow \infty$.
- Tracer le diagramme de Bode de ce filtre en faisant apparaître les droites asymptotiques en $\omega \rightarrow 0$ et $\omega \rightarrow \infty$ pour $Q = 1$.
- Faire apparaître sur le graphique la bande passante à -3 dB, notée $\Delta\omega$.
- On rappelle que lorsque $G_{dB} = -3$ dB, $G = \frac{1}{\sqrt{2}}$. Montrer que $\Delta\omega = \frac{\omega_0}{Q}$.