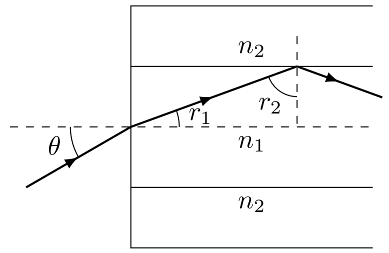
# DS3 : Physique quantique et Optique géométrique – corrigé

## Exercice 1 : Fibre optique à saut d'indice

Une fibre optique à saut d'indice est composée d'un cœur d'indice $n_1$ entouré d'une gaine d'indice $n_2$. On considère un rayon qui entre dans le cœur de la fibre avec un angle d'incidence $\theta$.




1. Pour qu'il puisse y avoir réflexion totale à l'interface, il faut que $n_1 > n_2$
2. Un rayon qui subit une réflexion totale arrive de l'autre côté avec le même angle d'incidence et subit donc à son tour une réflexion totale.
3. L'angle d'incidence $r_2$ pour que le rayon subisse une réflexion totale est $r_2 = \arcsin(n_2/n_1)$. Or on a $r_1 = \pi/2 - r_2$ donc

$$\sin(\theta_m) = n_1 \sin(r_1) = n_1 \sin(\pi/2 - r_2) = n_1 \cos(r_2)$$
$$\sin(\theta_m) = n_1 \cos\left[\arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right)\right].$$

Donc

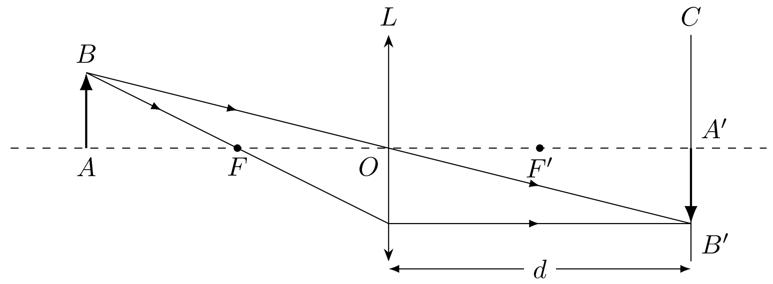
$$\theta_m = \arcsin\left[n_1 \cos\left(\arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right)\right)\right] = \arcsin\left[n_1\sqrt{1-\left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2}\right] = \arcsin\left(\sqrt{n_1^2-n_2^2}\right).$$

A.N. : $\theta_m = 39°$

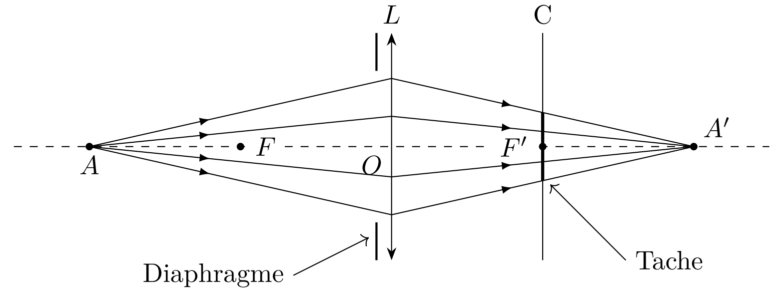
4. Les rayons inclinés par rapport à l'axe de la fibre parcourent un chemin plus long que ceux qui sont parallèles à l'axe. À la sortie de la fibre, le rayons inclinés arrivent en dernier.
5. Les signaux parallèles à l'axe optique parcourent une distance $d_1 = L$, ceux qui sont inclinés parcourent une distance $d_2 = L/\cos(r_1)$. Le temps $\tau$ qui les sépare à l'arrivée est $\tau = \frac{d_2 - d_1}{c} = \frac{L}{c}(1/\cos(r_1) - 1)$ donc $\tau = \frac{L}{c}(n_1/n_2 - 1)$. Cela influence le débit maximum des données car si on envoie deux impulsions séparées de moins de $\tau$ dans la fibre elles se superposeront à sa sortie rendant le signal inutilisable.
6. Plus la fibre est longue, moins le débit de données pourra être important.

## Exercice 2 : L'appareil photo numérique

1. L'objectif de l'appareil forme l'image de l'objet photographié sur le capteur de l'appareil dont chacun des pixels enregistre la couleur et l'intensité de la lumière qu'il reçoit.




2. L'image d'un objet situé à l'infini se trouve dans le plan focal image de la lentille. Il faut donc placer le capteur en $F'$ à une distance $d = 55$ mm de l'objectif.
3. On a $\overline{OA} = -1{,}20$ m et $d = \overline{OA'}$ grâce à la formule de conjugaison on trouve $d = 57{,}6$ mm
4. Pour faire la mise au point de l'appareil photo il faut faire varier la distance entre l'objectif et le capteur.
5. Dans ces conditions, on a $\overline{OA} = -100$ m et la formule de conjugaison donne $\overline{OA'} = 55{,}03$ mm $\simeq 55$ mm $= f'$(comme la distance à l'objet est grande, son image se trouve dans le plan focal image de l'objectif). Le théorème de Thalès donne $\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$ donc $\overline{A'B'} = \overline{AB}\frac{f'}{\overline{OA}}$. D'où finalement $\overline{A'B'} = -2{,}75$ cm. La taille algébrique de l'objet est négative car l'image est inversée sur le capteur.
6. En utilisant la même méthode dans l'autre sens, on trouve que l'objet a une hauteur maximale de 43,6 m.
7. Le diaphragme ne fait que limiter la quantité de lumière qui entre dans l'appareil photo, lorsqu'on le ferme, l'image est plus sombre et lorsqu'on l'ouvre elle est plus lumineuse.
8. Pour que l'image enregistrée par le capteur reste nette, il faut que la dimension de la tache soit inférieure à celle d'un pixel.



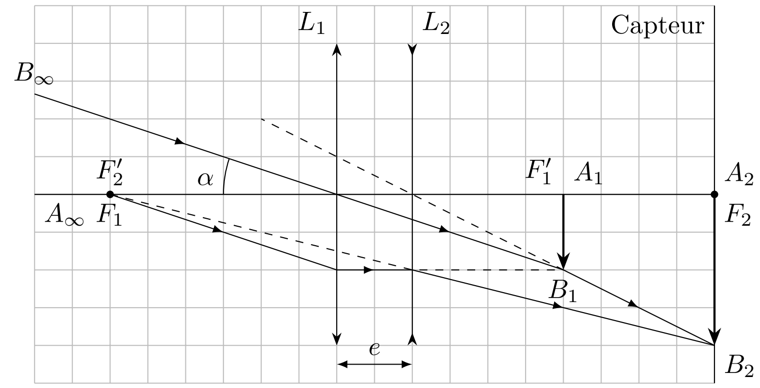

9. Appelons $\delta$ la taille de la tache lumineuse sur l'écran et $D$ le diamètre d'ouverture du diaphragme. Le théorème de Thalès donne directement :

$$\frac{\delta}{D} = \frac{A_0'F'}{A_0'O} = 1 - \frac{f'}{A_0'O}$$

($A_0'$ est l'image du point $A_0$ par l'objectif). En utilisant la formule de conjugaison, on trouve finalement $\frac{\delta}{D} = \frac{f'}{A_0O}$ soit $A_0O = \frac{Df'}{\delta}$.
   — Pour $D = 20$ mm on trouve $A_0O = 110$ m
   — Pour $D = 5$ mm on trouve $A_0O = 27{,}5$ m
10. Plus le diaphragme est fermé plus la profondeur de champ est importante. On voit très clairement sur la figure que lorsque le diaphragme est fermé, la dimension de la tache sur l'écran est réduite.
11. Le diaphragme est le plus ouvert pour la photo en haut à gauche (faible profondeur de champ) puis il est de plus en plus fermé jusqu'à la photo en bas à droite (grande profondeur de champ).

## Exercice 3 : Le téléobjectif

1.
2. Schéma :




3. Sur la figure, on voit directement que $A_1B_1 = f_1' \tan(\alpha)$.
4. En utilisant la formule de conjugaison on trouve

$$\frac{1}{O_2A_2} - \frac{1}{O_2A_1} = -\frac{1}{f_2} \quad (1)$$

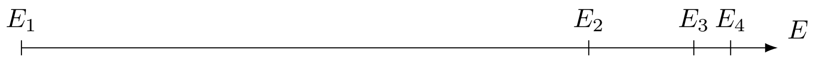
En multipliant tout par $O_2A_1$ On obtient $\frac{O_2A_1}{O_2A_2} = 1 - \frac{O_2A_1}{f_2} = 1 - \frac{f_1' - e}{f_2}$. Or le théorème de Thalès nous donne $\frac{A_2B_2}{A_1B_1} = \frac{O_2A_2}{O_2A_1}$ et donc finalement :

$$A_2B_2 = \frac{f_2 f_1' \tan(\alpha)}{f_2 - f_1' + e}$$

Pour $\alpha = 3 \times 10^{-4}$ rad on trouve $A_2B_2 = 36\,\mu\mathrm{m}$

5. Pour qu'une lentille convergente simple donne une taille d'image identique il faudrait que $f' \tan(\alpha) = 36\,\mu\mathrm{m}$ soit $f' = 12\,\mathrm{cm}$ la distance $d$ entre la lentille et le capteur serait $d = f' = 12\,\mathrm{cm}$
6. Le montage de type téléobjectif permet donc d'avoir un plus faible encombrement car dans le cas du téléobjectif, la distance $d$ n'est que de $10\,\mathrm{cm}$

## Exercice 4 : Spectre solaire

1. 

2. On lit sur le graphique les longueurs d'onde des raies de l'hydrogène : $\lambda_\alpha \simeq 656\,\mathrm{nm}$, $\lambda_\beta \simeq 486\,\mathrm{nm}$ et $\lambda_\gamma \simeq 434\,\mathrm{nm}$. Qui correspondent aux énergies $E = \frac{hc}{\lambda}$. Soit $E_\alpha = 3{,}03 \times 10^{-19}\,\mathrm{J} = 1{,}9\,\mathrm{eV}$, $E_\alpha = 4{,}09 \times 10^{-19}\,\mathrm{J} = 2{,}56\,\mathrm{eV}$ et $E_\alpha = 4{,}58 \times 10^{-19}\,\mathrm{J} = 2{,}86\,\mathrm{eV}$.
3. On a $E = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$ Donc $\lambda = \frac{hc}{E}$
4. L'énergie d'un photon émis lors du passage d'un niveau $n$ à un niveau $n'$ $(n > n')$ est :

$$E = E_n - E_n' = E_1 \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n'^2}\right) = \frac{hc}{\lambda}$$

donc

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{-E_1}{hc}\left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2}\right) \quad \text{et} \quad R = \frac{-E_1}{hc} \simeq 1{,}1 \times 10^{-7}\,\mathrm{m}$$

5. La longueur d'onde est maximale lorsque l'énergie est minimale. Or, l'énergie est minimale lorsque le photon effectue la transition $E_2 \to E_1$. Dans ce cas, l'énergie du photon émis est $E = -13.6 \times (1/4 - 1) = 10{,}2\,\mathrm{eV}$. Cela correspond à une longueur d'onde dans le vide $\lambda = 122\,\mathrm{nm}$. (ultraviolet)
6. La longueur d'onde est minimale lorsque l'énergie est maximale, donc lorsqu'on effectue une transition $E_\infty \to E_3$. Dans ce cas l'énergie du photon émis est $E = 13.6/9 = 2{,}42\,\mathrm{eV}$. Celà correspond à une longueur d'onde dans le vide $\lambda = 822\,\mathrm{nm}$ (infrarouge).
7. Donc toutes les transitions vers le niveau $E_1$ auront une longueur d'onde plus courte que $122\,\mathrm{nm}$ et seront dans l'ultraviolet. Et toutes les transitions vers le niveau $E_3$ auront une longueur d'onde plus grande que $833\,\mathrm{nm}$ et seront dans l'infrarouge. Seules les transitions vers le niveau $E_2$ peuvent produire des photons visibles.
8. On trouve numériquement que les raies $H_\alpha$, $H_\beta$ et $H_\gamma$ correspondent respectivement aux transitions $E_3 \to E_2$, $E_4 \to E_2$ et $E_5 \to E_2$.

## Exercice 5 : Construction de rayons

Construire les rayons émergents correspondant aux rayons incidents suivants (en faisant apparaître les traits de construction)