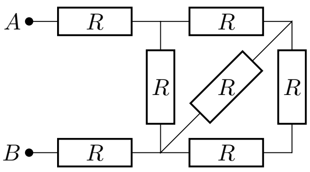
DS4 : Électricité

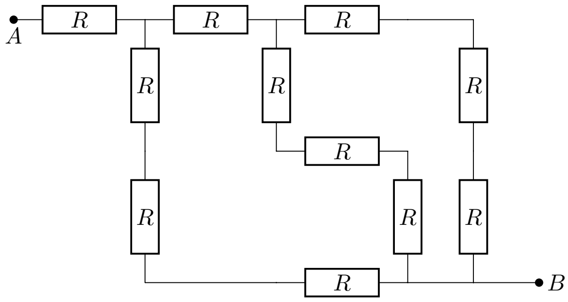
Durée 2h, calculatrices autorisées. Le DS est probablement trop long pour que vous puissiez tout faire, c'est normal, faites-en le maximum.

Exercice 1 : Résistances équivalentes

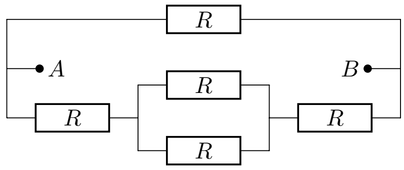
Exprimer en fonction de R les résistances équivalentes entre les points A et B dans les trois circuits suivants :



Circuit 1



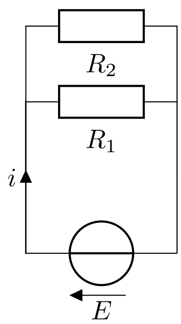
Circuit 2



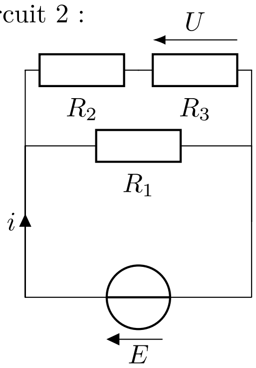
Circuit 3

Exercice 2 : Quelques circuits (TD4)

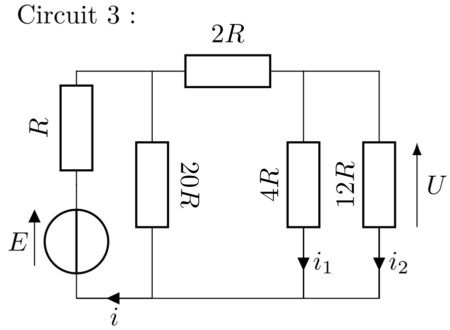
Circuit 1 :



Circuit 2 :



Circuit 3 :

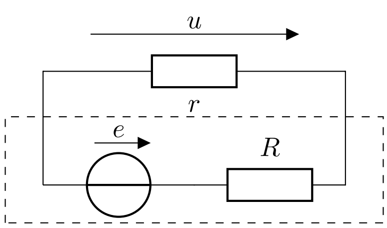


Attention, les réponses aux questions suivantes devront être correctement justifiées.

1. Circuit 1 : Exprimer i en fonction de E, R_1 et R_2.
2. Circuit 2 : Exprimer i et U en fonction de E et des R_k.
3. Circuit 3 : Exprimer U, i, i_1 et i_2 en fonction de E et R.

Exercice 3 : Adaptation d'impédance

On considère le montage ci-dessous où une résistance r variable est branchée aux bornes d'un générateur réel modélisé par un générateur idéal de tension e en série avec une résistance R.



Générateur réel

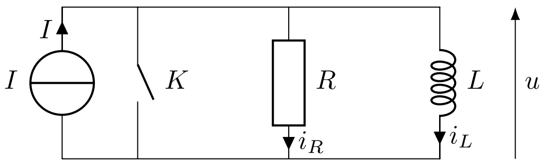
1. Exprimer la tension u en fonction de e, R, et r.
2. Exprimer la puissance P dissipée dans la résistance r en fonction de e, R, et r.
3. Que vaut P lorsque $r = 0$? Lorsque $r \to \infty$?

4. En étudiant la fonction $P(r)$, montrer que la puissance dissipée dans la résistance r passe par un maximum lorsque $r = R$. Déterminer alors l'expression de la puissance dissipée dans r. Dans ces conditions, on dit qu'il y a *adaptation d'impédance*.

Exercice 4 : Circuit RL parallèle

On s'intéresse au circuit ci-dessous constitué d'un générateur de courant I en parallèle avec une bobine d'inductance L, une résistance R et un interrupteur K.

L'interrupteur est fermé pour $t < 0$ et on l'ouvre à $t = 0$.

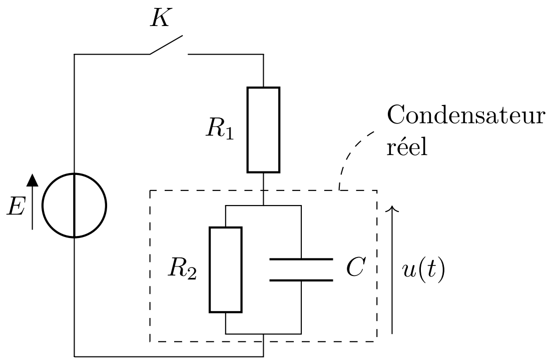


1. Tracer qualitativement l'évolution des courant $i_L(t)$ et $i_R(t)$ entre $t = -\infty$ et $t = +\infty$. La réponse devra être correctement justifiée.
2. Montrer que pour $t > 0$, l'équation différentielle satisfaite par le courant $i_L(t)$ a la forme suivante :
$$\frac{\mathrm{d}\,i_L}{\mathrm{d}\,t} + \frac{1}{\tau} i_L = \frac{1}{\tau} I$$
Donner l'expression de τ en fonction de R et L.
3. Déterminer l'énergie E_L stockée dans la bobine lorsque $t \to \infty$.
4. Déterminer les expressions $i_L(t)$ et $u(t)$ pour $t > 0$.
5. Montrer que la puissance $P_g(t)$ fournie par le générateur pour $t > 0$ est :
$$P_g(t) = RI^2 e^{-t/\tau}$$
6. En déduire l'expression de l'énergie totale fournie par le générateur entre $t = 0$ et $t = +\infty$.
7. En calculant l'énergie E_J dissipée par effet joule dans la résistance R, montrer qu'il y a bien conservation de l'énergie dans ce circuit.

Exercice 5 : Résistance de fuite d'un condensateur (TD5)

Dans un condensateur réel, le matériau qui sépare les armatures métalliques n'est pas un isolant parfait et il est traversé par un courant de fuite. On modélise un condensateur réel par un condensateur idéal C en parallèle avec une résistance R_2.

À $t = 0$ le condensateur est déchargé et on ferme l'interrupteur K. On étudie la charge du condensateur par un générateur de tension E à travers la résistance R_1.



1. Tracer qualitativement l'évolution de la tension $u(t)$ aux bornes du condensateur entre $t = -\infty$ et $t = +\infty$. La réponse devra être correctement justifiée.
2. Quelle doit être la valeur de R_2 pour un condensateur idéal ? Tracer sur le même graphique l'évolution de $u(t)$ dans le cas d'un condensateur idéal.
3. Déterminer l'équation différentielle satisfaite par la tension $u(t)$.
4. Résoudre l'équation différentielle précédente et trouver l'expression de $u(t)$ en fonction de E, R_1, R_2 et t.
5. Donner l'expression du temps nécessaire pour que la tension aux bornes de C soit divisée par 100 lorsque l'alimentation électrique est coupée. Donner une estimation de ce temps pour $C = 100\,\mu\mathrm{F}$ et $R_2 = 100\,\mathrm{M\Omega}$.