DS d'informatique N°1 bis – Quelques petits problèmes

Certaines questions demandent d'écrire du code python, vous veillerez autant que possible à utiliser une syntaxe valide et à indenter correctement le code (utilisez des lignes verticales pour marquer les différents niveaux d'indentation)

Exercice 1 : Statistiques sur les listes

1. Écrire une fonction `maximum(L)` qui prend en paramètre une liste `L` de flottants et qui renvoie la valeur du nombre le plus grand de la liste.
2. Écrire une fonction `minimum(L)` qui prend en paramètre une liste `L` de flottants et qui renvoie la valeur du nombre le plus petit de la liste.
3. Écrire une fonction `moyenne(L)` qui prend en paramètre une liste `L` de flottants et qui renvoie la valeur de la moyenne des nombres de la liste.
4. Écrire une fonction `ecartType(L)` qui prend en paramètre une liste de flottants `L` et qui renvoie la valeur de l'écart-type des nombres de la liste. On rappelle que l'écart-type σ d'une liste de nombre $x_i, i \in [1, \ldots, n]$ est donné par

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \mu)^2}$$

où μ désigne la valeur moyenne de la liste des x_i. On pourra utiliser la fonction moyenne définie à la question précédente.

Exercice 2 : Calculer une somme

Écrire une fonction `somme(n)` qui prend en paramètre un entier positif n et qui renvoie la valeur de la somme suivante :

$$4 \cdot \sum_{k=1}^{n} \frac{(-1)^{k+1}}{2k-1} = 4 \cdot (1 - 1/3 + 1/5 - 1/7 + 1/9 - 1/11 \ldots)$$

Exercice 3 : Suite de Syracuse

1. Écrire une fonction python `f(n)` qui renvoie la valeur de la fonction f définie sur $\mathbb{N}$ par :

$$f(n) = \begin{cases} \frac{n}{2} & \text{si } n \text{ est pair} \\ 3n+1 & \text{si } n \text{ est impair} \end{cases}$$

2. On définit une suite (u_n) par la donnée d'un entier $u_0 \in \mathbb{N}^*$ et la relation de récurrence $u_{n+1} = f(u_n)$ (c'est la suite de Syracuse). Ecrire une fonction `syracuse(u0, n)` qui prend en argument u_0 et n et qui retourne la valeur de u_n.
3. Calculer à la main les termes consécutifs de la suite (u_n) lorsque $u_0 = 17$. On vérifiera qu'à partir d'un certain rang, la suite devient périodique et que l'on rencontre le cycle $4, 2, 1, 4, 2, 1, \ldots$
4. On conjecture que quelle que soit la valeur initiale u_0, la suite devient périodique et que l'on rencontre le cycle $4, 2, 1$. On définit le temps de vol comme le premier indice n pour lequel $u_n = 1$ (bien défini si l'on suppose la conjecture vraie). Ecrire une fonction `vol(u0)` qui calcule le temps de vol en fonction de u_0.