DS8 : Thermodynamique et induction

Durée 2h, ***calculatrices interdites****. Le DS est probablement trop long pour que vous puissiez tout faire, c'est normal, faites-en le maximum. Pour les applications numériques, on donnera le résultat avec un chiffre significatif*

Exercice 1 : Transformations d'un gaz parfait

On considère n moles de gaz parfait monoatomique enfermé dans un cylindre fermé par un piston mobile. Initialement, le volume du cylindre est V_1, la pression du gaz est P_1 et sa température T_1, c'est l'état ①.

Le gaz subit la série de transformations suivante :

— Compression isotherme quasistatique jusqu'au volume $V_2 < V_1$: état ②;

— Augmentation isobare du volume jusqu'au volume V_1 : état ③;

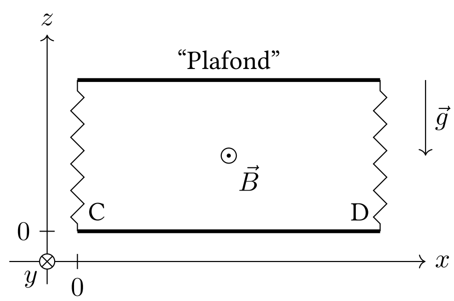
— Diminution isochore de la pression pour revenir à l'état ①.

1. Représenter les transformations subies par le gaz dans un diagramme (P, V).
2. Exprimer la relation entre n, T_1, P_1 et V_1. Préciser l'unité de chacune des grandeurs intervenant dans la formule.
3. Donner l'expression de l'énergie interne U_1 du gaz dans l'état ①.
4. Donner l'expression de la pression P_2 du gaz dans l'état ②.
5. Calculer le travail $W_{1\to 2}$ des forces de pression reçu par le gaz lors de la transformation ① → ②.
6. Que peut-on dire de l'énergie interne U_2 du gaz dans l'état ② ?
7. Déterminer la température T_3 du gaz dans l'état ③. Donner l'expression de son énergie interne U_3.
8. Calculer le travail $W_{2\to 3}$ des forces de pression reçu par le gaz lors de la transformation ② → ③.
9. Que peut-on dire du travail reçu par le gaz lors de la transformation ③ → ① ?
10. Calculer le travail total reçu par le gaz au cours d'un cycle. Est-ce un cycle moteur ou récepteur ?

Exercice 2 : Induction et oscillateur

Une tige CD de cuivre de masse m et de longueur L est suspendue par ses deux extrémités à deux ressorts identiques de constante de raideur k et de longueur à vide ℓ_0. Le courant électrique peut circuler à travers les ressorts et le "plafond". On note R la résistance électrique de tout le circuit et on négligera le phénomène d'induction dans les ressorts et d'auto-induction dans le circuit. On appelle g l'accélération de la pesanteur.

Un champ magnétique uniforme et constant $\vec{B}$ est appliqué orthogonalement au plan de la figure.



1. Le système étant au repos, indiquer quelle est la longueur des ressorts.

On placera l'origine de l'axe (Oz) au niveau de la barre lorsqu'elle est à l'équilibre

2. Exprimer le flux du champ $\vec{B}$ à travers le circuit en fonction de la longueur ℓ des ressorts, de L et de B. La tige est orientée de C vers D.
3. On note $z(t)$ l'altitude de la barre à l'instant t. Exprimer la force électromotrice induite e_{ind} dans la barre en fonction des données du problème et de $\dot{z}(t)$.
4. On note $i(t)$ l'intensité du courant électrique parcourant le circuit et orienté dans le sens de C vers D. Calculer la force de Laplace qui s'exerce sur la tige en fonction de $i(t)$, B, L et du vecteur unitaire $\vec{e}_z$.
5. En appliquant le principe fondamental de la dynamique à la barre et en posant $\dfrac{B^2L^2}{mR} = 2\alpha$ et $\dfrac{2k}{m} = \omega_0^2$. Monter que $z(t)$ vérifie l'équation différentielle :
$$\ddot{z} + 2\alpha\dot{z} + \omega_0^2 z = 0$$
6. Exprimer le facteur de qualité Q de l'oscillateur en fonction de ω_0 et α.

7. On supposera que $\omega_0^2 - \alpha^2 = \gamma^2 > 0$. Quel est le régime obtenu ?
8. Dans ces conditions, on a $z(t) = A\exp(-\alpha t)\sin(\omega_0 t + \varphi)$. On donne les conditions initiales : $z(0) = 0$ et $\dot{z}(0) = V_0$. En déduire les expressions de A et φ. Tracer l'allure de $z(t)$.
9. Appliquer le théorème de l'énergie cinétique à la barre entre l'instant initial et l'instant ($t \to \infty$) où la barre s'arrête pour déterminer le travail de la force de Laplace. Sous quelle forme retrouve-t-on ce travail lorsque la barre s'arrête ?

Exercice 3 : Équilibre liquide-vapeur de l'eau

Dans le tableau ci-dessous, on donne pour plusieurs températures les valeurs de :

- La pression de saturation p_{sat}, c'est la pression du mélange liquide-vapeur ;
- Le volume massique du liquide à ébullition v_L, c'est le volume massique de la courbe d'ébullition ;
- Le volume massique de la vapeur saturante v_V, c'est le volume massique de la courbe de rosée.

T (°C)	p_{sat} (Pa)	v_L ($\mathrm{m^3\,kg^{-1}}$)	v_V ($\mathrm{m^3\,kg^{-1}}$)
30	4247	0.001004	32.9
45	9595	0.001008	19.5
60	19950	0.001017	7.7
75	38595	0.001026	4.1

1. Représenter schématiquement sur un diagramme (P, v) les domaines d'existence du liquide, et de la vapeur en indiquant les positions de la courbe d'ébullition et de la courbe de rosée.

On place dans une enceinte de volume $V_1 = 1\,\ell$ une masse m d'eau à la température $T_1 = 30$ °C et à pression ambiante (1 bar). Le volume massique de l'eau est donc $v_1 = V_1/m$.

2. Faire apparaître sur le diagramme précédent le point qui représente l'état de la masse d'eau.
3. On augmente progressivement le volume de l'enceinte à température constante jusqu'à atteindre une pression de 4250 Pa. Qu'observe-t-on lorsqu'on atteint cette pression ?
4. Pourquoi peut-on considérer que le volume d'eau a très peu varié lors de cette transformation ? En déduire la valeur de m.
5. Décrire l'évolution du système lorsque l'on continue d'augmenter le volume. Représenter cette évolution sur le diagramme (P, v) précédent.
6. On augmente le volume de l'eau jusqu'à un volume $V_2 = 7{,}7\,\mathrm{m^3}$. Déterminer les masses de liquide et de vapeur à cet instant.
7. On élève alors la température de l'eau jusqu'à $T_2 = 45$ °C en maintenant le volume constant. Représenter cette transformation sur le diagramme précédent et déterminer les nouvelles masses de liquide et de vapeur.
8. Quelle température doit-on atteindre pour que la totalité de l'eau se trouve sous forme de vapeur ?