DS5 : Électricité et architecture de la matière – corrigé

Exercice 1 : Ordres de grandeur (TD7)

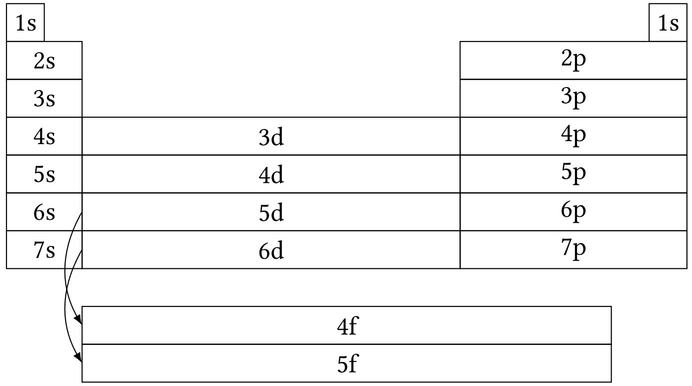
1. Un atome mesure de l'ordre de 10^{-10} m et le noyau mesure de l'ordre de 10^{-15} m
2. Un terrain de football mesure environ $100 = 10^2$ m, c'est à dire 10^{12} fois plus grand qu'un atome. Le noyau mesurerait alors $10^{-15} \times 10^{12} = 10^{-3}$ m soit environ 1 mm.
3. Presque toute la masse de l'atome est contenue dans le noyau, entre le noyau et les électrons il n'y a que du vide !
4. Une bille mesure environ 1 cm $= 10^{-2}$ m, la planète Terre a un diamètre d'environ 12 000 km soit environ 10^7 m. Il faut donc grossir la bille 10^9 fois, un atome mesurerait alors $10^9 \times 10^{-10} = 10^{-1}$ m soit environ 10 cm.
5. Un grain de sable a un diamètre d'environ $d = 0{,}1$ mm $= 10^{-4}$ m. Donc son volume est d'environ $V \simeq d^3 = 10^{-12}\,\mathrm{m}^3$. Le diamètre d'un atome est d'environ $d_a = 10^{-10}$ m donc son volume d'environ $V_a = d_a^3 = 10^{-30}\,\mathrm{m}^3$. Dans un grain de sable il y a environ $n = V/V_a = 10^{18}$. Soit un milliard de milliards d'atomes dans un grain de sable.
6. Prenons une plage longue de 1 km, large de 100 m et profonde de 10 m, son volume est donc d'environ $V_p = 10^3 \times 10^2 \times 10 = 10^6\,\mathrm{m}^3$. On a vu que le volume d'un grain de sable est d'environ $V_g = 10^{-12}\,\mathrm{m}^3$ donc la plage en contient $n_g = V_p/V_g = 10^{18}$. C'est exactement le nombre d'atomes contenus dans un grain de sable obtenu plus haut.

   Calcule : Le volume d'un atome est d'environ $V_a = 10^{-30}\,\mathrm{m}^3$ donc le volume occupé par n_g atome est d'environ $V = n_g \times V_a = 10^{18} \times 10^{-30} = 10^{-12}\,\mathrm{m}^3$ soit le volume du grain de sable !

   Si tous les grains de sable d'une plage avaient la taille d'un atome, ils occuperaient le volume d'un grain de sable !

Exercice 2 : Classification périodique

1. L'état fondamental d'un atome est son état de plus basse énergie.
2. Règle de Klechkowski : on remplit les sous-couches à $n + l$ croissant et pour la même valeur de $n + l$ on les remplit à n croissant.
3. On remplit les sous-couches dans l'ordre suivant :
   $1s, 2s, 2p, 3s, 3p, 4s, 3d, 4p, 5s, 4d, 5p$
4. Les éléments qui ont la même configuration électronique de valence ont sensiblement les mêmes propriétés chimiques car ce sont les électrons de valence qui participent à la réaction chimique.
5. Schéma :

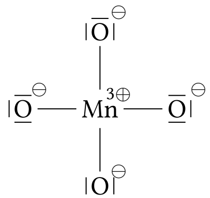


6. L'hélium ne fait pas partie du bloc s car sa couche de valence est pleine, il possède donc les propriétés d'un gaz noble. On le place avec les autres gaz nobles dans la dernière colonne.
7. Par exemple :
   — Les métaux alcalins, première colonne, dont le Sodium (Na) réagissent violemment avec l'eau.
   — Les halogènes, 17ème colonne, dont l'iode ou le chlore, forment des gaz diatomiques.
   — Les gaz nobles, 18ème colonne, dont le xénon, réagissent très peu.
8. La troisième colonne et la seizième colonne correspondent au remplissage de la couche $3p$, la configuration électronique de l'état fondamental du soufre est donc $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^4$

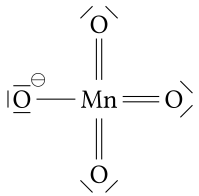
Exercice 3 : Représentations de Lewis

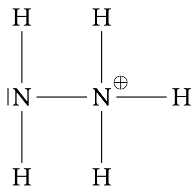
1. La configuration électronique du manganèse est : $[_{25}\mathrm{Mn}] = 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6\, \underbrace{4s^2 3d^5}_{\text{valence}}$.

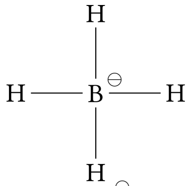
   L'atome de manganèse possède 7 électrons de valence.
2. Pour l'ion permanganate on peut proposer la représentation de Lewis suivante :

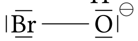


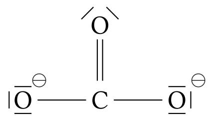
3. Le manganèse se trouve dans le bloc d, il lui manque donc 11 électrons de valence pour avoir la configuration électronique du krypton. Il ne respecte donc pas forcément la règle de l'octet.
4. On peut minimiser les charges portées par les atomes avec la représentation de Lewis suivante :

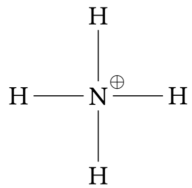


5. $N_2H_5^+$: 

6. BH_4^- : 

7. BrO^- : 

8. CO_3^{2-} : 

9. NH_4^+ : 

Exercice 4 : Dipôle inconnu

1. On trouve graphiquement $U_m = 5\,\mathrm{V}$ et $V_m = 3{,}5\,\mathrm{V}$.
2. La période du signal est $T = 6{,}3 \times 10^{-2}\,\mathrm{s}$ et donc la pulsation est $\omega = \frac{2\pi}{T} = 100\,\mathrm{rad/s}$.
3. La tension v augmente avant la tension u donc elle est en avance et φ est positif.
4. Graphiquement on trouve $\Delta t = 0{,}8 \times 10^{-2}\,\mathrm{s}$ et le déphasage est $\varphi = 2\pi\frac{0.8}{6.3} \simeq 0{,}8\,\mathrm{rad}$.
5. La loi d'Ohm donne directement $\underline{u} = R\underline{i}$.
6. Aux bornes du dipôle D on a $\underline{v} = \underline{Zi}$. En utilisant l'expression de $\underline{i}$ de la question précédente, on obtient : $\underline{Z} = R\frac{\underline{v}}{\underline{u}}$.
7. La question précédente donne directement $|\underline{Z}| = R\frac{|\underline{v}|}{|\underline{u}|} = R\frac{V_m}{U_m} = 70\,\Omega$. Et $\arg(\underline{Z}) = \arg(R) + \arg(\underline{v}) - arg(\underline{u}) = \arg(\underline{v}) - arg(\underline{u}) = \varphi$.
8. On a $X = Z\cos\varphi = 48{,}8\,\Omega$ et $Y = Z\sin\varphi = 50{,}2\,\Omega$. Pour fabriquer ce dipôle on peut utiliser une résistance de $48{,}8\,\Omega$ en série avec une bobine d'inductance L telle que $L\omega = 50{,}2\,\Omega$ soit $L \simeq 0{,}5\,\mathrm{H}$ (C'est une grosse bobine !).

Exercice 5 : Atténuateur

1. Si le condensateur C_2 est absent et Z_1 est une résistance R_1, on a un pont diviseur de tension et $v_s = \dfrac{R_2}{R_1 + R_2}v_e$. Donc $k = \dfrac{R_2}{R_1+R_2}$ et on trouve finalement $R_1 = \dfrac{1-k}{k}R_2$
2. Si on garde $Z_1 = R_1$. L'impédance Z_2 équivalente au dipôle formé par R_2 et C_2 en parallèle est $Z_2 = \dfrac{R_2}{1 + jR_2C_2\omega}$. On a toujours un pont diviseur de tension formé par Z_1 et Z_2 et $v_s = \dfrac{Z_2}{R_1 + Z_2}v_e = \dfrac{R_2}{R_1 + R_2 + jR_1R_2C_2\omega}v_e$. L'atténuation de la tension d'entrée dépend donc de la pulsation ω (quelle que soit la valeur de R_1).
3. Lorsque $\omega \to 0$ on retrouve le résultat de la première question : $v_s = \dfrac{R_2}{R_1+R_2}v_e$ (On s'y attend, car à basse fréquence le condensateur se comporte comme un interrupteur ouvert, tout se passe comme s'il était absent).
   Lorsque $\omega \to \infty$, $v_s \to 0$. On a donc un filtre passe-bas.
4. L'impédance du dipôle Z_1 est $Z_1 = \dfrac{R_1}{1 + jR_1C_1\omega}$.
   Pont diviseur de tension : $v_s = \dfrac{Z_2}{Z_1 + Z_2}v_e = kv_e$ donc $k = \dfrac{Z_2}{Z_1+Z_2}$.
   De manière similaire à la question 1 on trouve $Z_1 = \dfrac{1-k}{k}Z_2$, ou $\dfrac{1}{Z_1} = \dfrac{k}{1-k}\dfrac{1}{Z_2}$ soit $\dfrac{1}{R_1} + jC_1\omega = \dfrac{k}{1-k}\left(\dfrac{1}{R_2} + jC_2\omega\right)$ En identifiant les parties réelles et imaginaires, on trouve le résultat demandé soit : $R_1 = \dfrac{1-k}{k}R_2$ et $C_1 = \dfrac{k}{1-k}C_2$.

Exercice 6 : Création d'un signal sinusoïdal

On souhaite créer une tension oscillant sinusoïdalement à la fréquence f_0 à partir d'un signal créneau dont la pulsation propre est également f_0.

1. On peut décomposer un signal carré en série de Fourrier et montrer que son spectre possède la fréquence fondamentale f_0 ainsi que toutes les harmoniques $k \times f_0$. Si on fait passer ce signal à travers un filtre passe-bas qui coupe toutes les fréquences supérieures à f_0 il restera en sortie uniquement un signal sinusoïdal de fréquence f_0.
2. Représentation du spectre (figure 1)

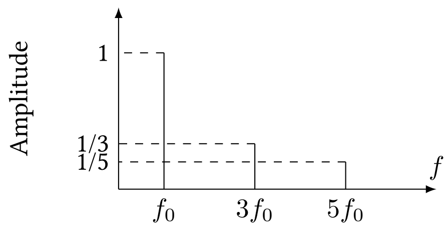


FIGURE 1 – Spectre du signal carré

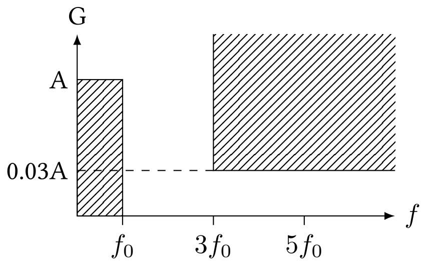
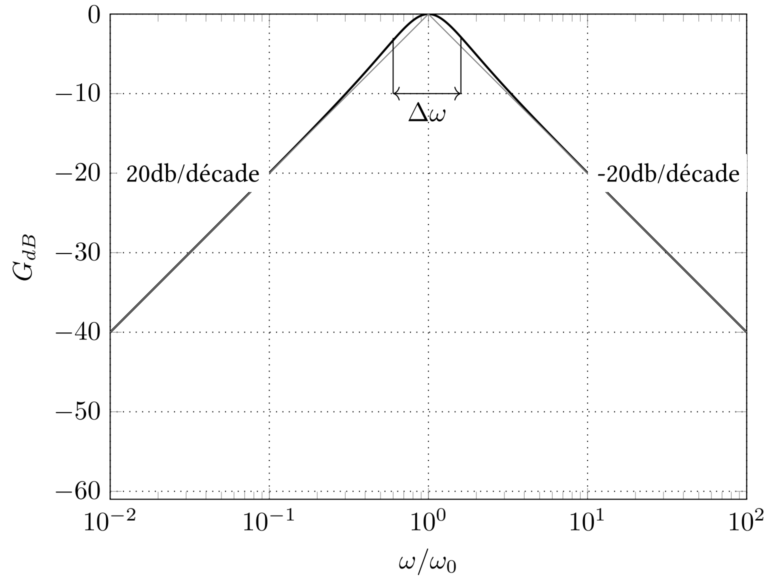


FIGURE 2 – Gabarit du filtre nécessaire à produire le signal souhaité

3. Soit $G(f)$ le gain du filtre à la fréquence f, à la sortie du filtre, on a $Q_1 = G(f_0) \times 1$ car la décomposition en série de Fourier montre que l'amplitude du fondamental est de 1 et $Q_3 = G(3f_0) \times \frac{1}{3}$ car l'amplitude de la troisième harmonique est de $\frac{1}{3}$.
   Donc $T = \dfrac{\frac{1}{3}G(3f_0)}{G(f_0)} < 1\%$ Soit finalement $\frac{G(3f_0)}{G(f_0)} < 0.03$.
4. Le gabarit du filtre en question est présenté sur la figure 2
5. Pour construire un filtre passe-bas, il faut mettre le condensateur et la résistance en série et prendre la tension aux bornes du condensateur.
6. La fonction de transfert du filtre est : $H(\omega) = \dfrac{1}{1 + j\frac{\omega}{\omega_c}}$ avec $\omega_c = \dfrac{1}{RC}$ (voir cours)
   donc le gain du filtre est $G = \dfrac{1}{\sqrt{1 + \frac{\omega^2}{\omega_c^2}}} = \dfrac{1}{\sqrt{1 + \frac{f^2}{f_c^2}}}$
7. On a donc $T(x) = \dfrac{G(3f_0)}{G(f_0)} = \sqrt{\dfrac{1+x}{1+9x}}$.
8. On a $T(x)^2 - 1/9 = \frac{8}{9+81x} > 0$. Donc, quelque soit x, $T(x)^2 > 1/9$ donc $T(x) > 1/3$ ce qui est incompatible avec le gabarit ci-dessus qui impose $T(x) < 0.03$.

Exercice 7 : DIAGRAMME DE BODE

1. Il s'agit d'un filtre passe-bande car $|\underline{H}(\omega \to 0)| = 0$ et $|\underline{H}(\omega \to \infty)| = 0$
2. On calcule $G_{\text{dB}}(\omega) = 20\log(|\underline{H}(\omega)|) = -10\log\left(1 + Q^2\left(\dfrac{\omega}{\omega_0} - \dfrac{\omega_0}{\omega}\right)^2\right)$
3.
   - Lorsque $\omega \to 0$, $G_{\text{dB}}(\omega) \simeq -20\log(Q\omega_0) + 20\log(\omega)$, ce qui correspond à une pente de 20dB/décade
   - Lorsque $\omega \to \infty$, $G_{\text{dB}}(\omega) \simeq -20\log(Q/\omega_0) - 20\log(\omega)$, ce qui correspond à une pente de -20dB/décade.
   - On a également $G_{\text{dB}}(\omega = 0) = 0$
4.
5. Diagramme de Bode tracé avec $Q = 1$:



6. On cherche ω_1 et ω_2 telles que $G(\omega_1) = G(\omega_2) = \frac{1}{\sqrt{2}}$. On trouve que $\omega_2 - \omega_1 = \Delta\omega = \frac{\omega_0}{Q}$ (fait dans le cours)