

DM5 : Mesure du champ magnétique terrestre

L'objectif du DM est de vous familiariser avec les notions vues en cours en les appliquant. Le travail en groupe est fortement encouragé et vous pouvez rendre une copie par groupe de 2 ou 3.

On souhaite mettre en œuvre une méthode de mesure de la composante horizontale \vec{B}_H du champ magnétique terrestre.

On considère une boussole constituée d'un aimant droit de moment magnétique \vec{M} fixé en son centre par une liaison pivot idéale à un axe Δ vertical.

L'aimant est plongé dans le champ magnétique terrestre \vec{B}_T uniforme. On décompose le champ magnétique terrestre en une composante horizontale \vec{B}_H et une composante verticale \vec{B}_V : $\vec{B}_T = \vec{B}_H + \vec{B}_V$

1. On choisit d'étudier le problème dans un système de coordonnées cartésiennes avec l'axe z vertical, et l'axe x dans la direction de \vec{B}_H . On note θ l'angle entre \vec{M} et \vec{B}_H . Faire un schéma dans le plan (x, y) faisant apparaître \vec{M} , \vec{B}_H , θ et les axes du repère.
2. Donner les composantes du vecteur \vec{B}_T selon les trois axes du repère en fonction de $B_H = \|\vec{B}_H\|$ et $B_V = \|\vec{B}_V\|$.
3. Exprimer le couple de forces Γ_Δ par rapport à l'axe δ subi par la boussole en fonction de $M = \|\vec{M}\|$, θ et B_H . On veillera à indiquer l'orientation choisie pour l'axe Δ .
4. On note J_Δ le moment d'inertie de l'aimant par rapport à l'axe Δ . Déterminer l'équation différentielle satisfaite par l'angle θ en fonction du temps lorsqu'on laisse évoluer le système.
5. Montrer que pour de faibles valeurs de θ la boussole va osciller autour de l'axe Δ à la fréquence :

$$f_0 = \frac{\sqrt{B_H}}{2\pi} \sqrt{\frac{M}{J_\Delta}}$$

6. On ajoute maintenant au système précédent une bobine parcourue par un courant i produisant un champ magnétique \vec{B}_B parallèle à \vec{B}_H . Exprimer la nouvelle fréquence f_+ des oscillations de la boussole.
7. On inverse le sens du courant qui circule dans la bobine. Donner l'expression de la fréquence f_- des oscillations de la bobine. (On a $B_B < B_H$).
8. On note $\alpha = \left(\frac{f_-}{f_+}\right)^2$. Montrer que la valeur de la composante horizontale du champ magnétique terrestre est donnée par :

$$B_H = B_B \frac{1 + \alpha}{1 - \alpha}$$

9. Le champ magnétique créé au centre d'une bobine plate circulaire de rayon R constituée de N spires est :

$$B_B = \frac{\mu_0 N I}{2R}$$

avec $\mu_0 = 4\pi 10^{-7} \text{ T A}^{-1} \text{ m}$

On utilise un courant d'intensité $I = 50 \text{ mA}$ et on mesure les fréquences d'oscillation $f_- = 0,3 \text{ Hz}$ et $f_+ = 1,4 \text{ Hz}$. Déterminer la valeur de B_H .