# DS1 : ondes

*Durée 2h, calculatrices autorisées. Le DS est probablement trop long pour que vous puissiez tout faire, c'est normal, faites-en le maximum.*

## Exercice 1 : Représentations d'onde

On tend une corde entre deux points $A$ et $B$ situés sur l'axe $x$ et dont les coordonées sont $x_A = 0$ et $x_B = 10\,\text{m}$. L'extrémité $A$ de la corde peut bouger suivant l'axe $y$ (coordonnée $y_A$) et l'extrémité $B$ de la corde est fixe ($y_B = 0\,\text{m}$).

On impose à l'extrémité $A$ le mouvement suivant :

— pour $t < 0$ : $y_A = 0$ ;

— pour $0 < t < 0{,}1\,\text{s}$ : $y_A$ augmente à vitesse constante jusqu'à $y_A = 20\,\text{cm}$ ;

— pour $0{,}1\,\text{s} < t < 0{,}2\,\text{s}$ : $y_A = 20\,\text{cm}$ ;

— pour $0{,}2\,\text{s} < t < 0{,}4\,\text{s}$ : $y_A$ diminue à vitesse constante jusqu'à $y_A = 0$ ;

— pour $t > 0{,}4\,\text{s}$ $y_A = 0$ ;

1. Représenter graphiquement l'évolution de $y_A(t)$ pour $t$ compris entre 0 et 1 s.
2. Quelle est la vitesse du point $A$ à $t = 0{,}12\,\text{s}$, $t = 0{,}3\,\text{s}$ et $t = 0{,}5\,\text{s}$ ?

On suppose que la perturbation de la hauteur de la corde introduite par le mouvement du point $A$ se propage suivant l'axe $x$ avec la célérité $c = 10\,\text{m/s}$.

3. Représenter la forme de la corde à $t_1 = 0{,}3\,\text{s}$, $t_2 = 0{,}5\,\text{s}$ et $t_3 = 1\,\text{s}$.
4. Représenter l'évolution temporelle de l'onde aux points $C$ d'abscisse $x_c = 5\,\text{m}$ et $D$ d'abscisse $x_D = 7\,\text{m}$.

On suppose que l'impulsion créée en $A$ qui se propage suivant l'axe $x$ est réfléchie au point $B$ (elle retourne vers $A$). On suppose également qu'au moment où l'impulsion revien en $A$, une nouvelle impulsion est émise vers $B$, et le cycle se poursuit ainsi.

5. À quelle fréquence les impulsions sont-elles émises par le point $A$.
6. Comment est modifiée cette fréquence lorsqu'on modifie la longueur de la corde ? Lorsque la célérité $c$ est modifiée ?
7. Indiquer quels sont les paramètres qui peuvent influencer la célérité d'une onde qui se propage le long d'une corde.

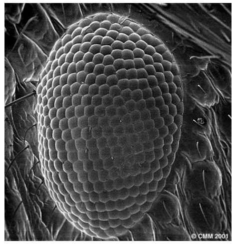
## Exercice 2 : Le sonar

Un sonar (acronyme de ***so**und **na**vigation and **r**anging*) est un appareil qui utilise la propagation du son dans l'eau pour détecter les objets sous l'eau. Il est particulièrement utilisé par les militaires pour la détection de sous-marins.

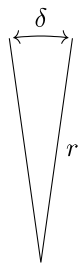
On considère le problème à une dimension où un bateau $B$ (équipé d'un sonar) qui se trouve en $x = 0$ émet une onde sonore de célérité $c$ vers un objet (sous-marin) $S$ qui se trouve en $x = d$ (l'axe $x$ est horizontal). L'onde sonore est réflechie par le sous-marin et revient vers le bateau qui peut la capter. (Le bateau reçoit l'écho du son qu'il a émis)

1. Faire un schéma du problème en plaçant les points $B$ et $S$.
2. Pour détecter le sous-marin, le bateau émet 5 périodes d'une onde sonore sinusoïdale à la fréquence $f$. Tracer l'évolution temporelle de l'onde émise.
3. Exprimer la durée $\tau$ (cette lettre est un *tau*, pas un $T$, c'est la durée totale de l'onde et non sa période !) de l'onde sonore en fonction de $f$.
4. Exprimer le temps $\Delta t$ mis par l'onde pour faire un aller-retour entre le bateau et le sous-marin.
5. Un bateau capte une onde réfléchie qui revient $\Delta t = 3{,}5\,\text{s}$ après avoir été émise. Calculer la distance à laquelle se trouve le sous-marin. (On prendra $c = 1500\,\text{m}\,\text{s}^{-1}$).
6. Cette méthode ne permet pas de connaître la direction dans laquelle se trouve le sous-marin. Pour lever l'ambiguïté le bateau dispose d'un autre sonar $C$ situé en $x = a \ll d$ ($a > 0$). Refaire un schéma du problème en indiquant la position du second sonar.
7. Le sonar $C$ reçoit-t-il l'onde réfléchie par le sous-marin avant ou après le sonar $B$ ?
8. Si $a = 2\,\text{m}$ calculer le temps $\delta t$ qui sépare la réception de l'onde réfléchie par les deux sonars.

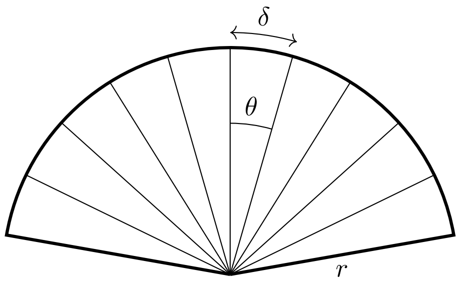
## **Exercice 3** : l'Œil composé



Dans ce problème on se propose d'étudier l'œil composé (ou œil à facettes) très répandu chez les insectes, par exemple chez la guêpe (voir photo ci-contre). Un œil à facettes est composé d'un grand nombre de cellules sensibles à la lumière appelées *ommatidies* de forme approximativement conique formant une portion de sphère de rayon $r$. Une omatidie est composée à son sommet d'une surface transparente qui laisse passer la lumière et la guide vers une fibre étroite où elle est détectée. Une omatidie correspond à un *pixel* de l'œil composé.




Une omatidie




L'œil composé

La figure ci-dessus représente schématiquement une omatidie et un œil composé. On suppose que la lumière se propage en ligne droite lorsqu'elle entre dans l'omatidie et que la détection de la lumière se produit au fond de l'omatidie (point $O$). Nous allons chercher à déterminer la taille $\delta$ de l'omatidie qui procure à l'œil une résolution maximale.

1. Une abeille voit essentiellement dans le bleu ou l'ultraviolet. Donner une valeur typique de la longueur d'onde $\lambda$ de la lumière vue par l'abeille.
2. Exprimer l'angle $\theta$ en radians en fonction de $r$ et $\delta$.
3. La résolution angulaire d'une omatidie correspond à l'angle maximum formé par deux rayons lumineux détectés par l'omatidie. Expliquer pourquoi on peut dire que la résolution angulaire de l'œil composé dans le cas simple où on ignore les effets de la diffraction est $\Delta\theta_g = \theta$.
4. Comment doit-on choisir $\theta$ pour que l'acuité visuelle de l'abeille soit maximale ?
5. On prend maintenant en compte les effets de la diffraction. La lumière captée par une omatidie provient alors d'un angle identique à celui qu'aurait la lumière diffractée par l'ouverture de l'omatidie. Expliquer pourquoi la diffraction limite l'acuité visuelle maximale de l'œil de l'abeille.
6. Exprimer l'élargissement angulaire $\Delta\theta_d$ dû à la diffraction de la lumière reçue par une omatidie en fonction de $\lambda$ et $\delta$.
7. On suppose que ces deux effets sur la résolution angulaire s'additionnent, montrer que la résolution angulaire totale est : $\Delta\theta = \dfrac{\delta}{r} + \dfrac{\lambda}{\delta}$. Tracer l'allure de la fonction $\Delta\theta(\delta)$. (Expliquer pourquoi les deux effets s'additionnent)
8. Montrer que la valeur de $\delta$ pour laquelle la résolution angulaire est la meilleur ($\Delta\theta$ minimum) est donnée par $\delta = \sqrt{\lambda r}$.
9. Calculer un ordre de grandeur de $\delta$ pour $r = 3$ mm. Des mesures sur un œil d'abeille montre que $\delta$ vaut environ 30 µm. La sélection naturelle a-t-elle été efficace pour sélectionner la valeur optimale de $\delta$ ?