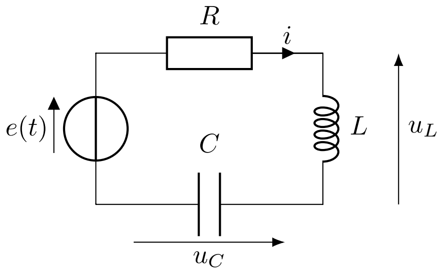
DS5 : Électricité – corrigé

Exercice 1 : Circuit RLC série

On s'intéresse au circuit ci-dessous dans lequel le générateur de tension délivre une tension variable dans le temps $e(t)$.

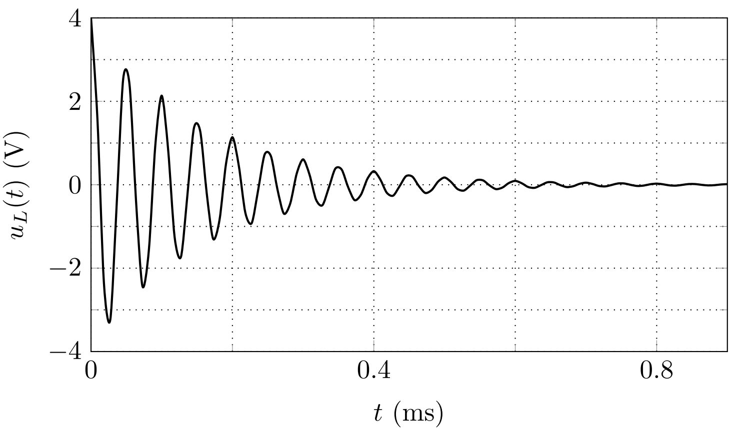


I - Réponse à un échelon de tension

Dans cette partie on considère que la tension $e(t)$ est telle que :

— $e(t) = 0$ pour $t < 0$;
— $e(t) = E$ pour $t > 0$.

1. Déterminer les valeurs de $i(0^-)$, $u_L(0^-)$ et $u_C(0^-)$ juste avant l'instant $t = 0$. Justifier précisément la réponse.
2. Déterminer les valeurs de $i(0^+)$, $u_L(0^+)$ et $u_C(0^+)$ juste après l'instant $t = 0$. Justifier précisément la réponse.
3. Déterminer l'équation différentielle satisfaite par la tension $u_L(t)$ pour $t > 0$.
4. Exprimer la pulsation propre ω_0 et le facteur de qualité Q du circuit en fonction de R, L et C.
5. On donne ci-dessous l'évolution de la tension $u_L(t)$ pour $t > 0$. Déterminer à partir de ce graphique une estimation des valeurs numériques de E, ω_0 et Q.



6. Quelles valeurs de R, L et C peut-on utiliser pour réaliser ce circuit ?

II - Régime sinusoïdal forcé

On étudie maintenant ce circuit en régime sinusoïdal forcé, la tension $e(t)$ est une tension alternative sinusoïdale :

$$e(t) = E\cos(\omega t)$$

7. Donner l'expression de la tension complexe $\underline{e}(t)$ associée à la tension réelle $e(t)$.
8. Monter que la tension complexe $\underline{u}_L$ est donnée par :

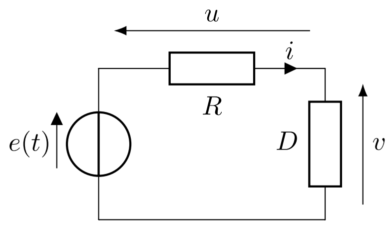
$$\underline{u}_L = \underline{e}\frac{jQ\frac{\omega}{\omega_0}}{1 + jQ\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)}$$

avec $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ et $Q = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$.

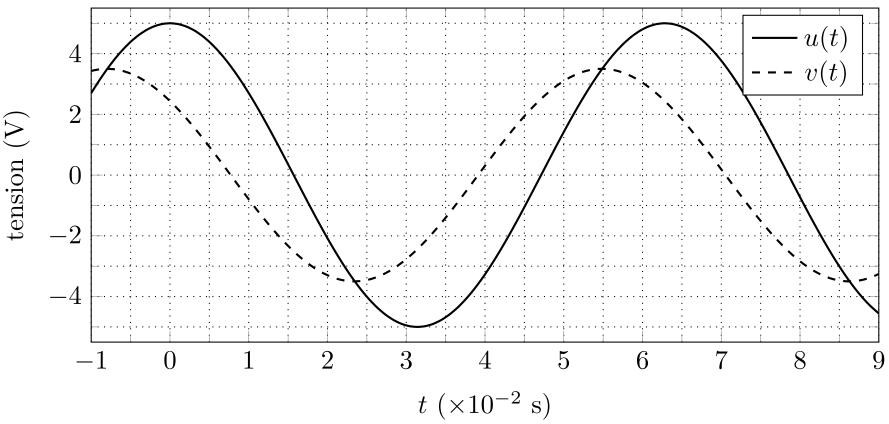
9. Déterminer l'amplitude $U(\omega)$ d'oscillation de la tension $u_L(t)$ aux bornes de la bobine en fonction de E, Q, ω et ω_0. Que vaut $U(\omega_0)$?
10. Comparer cette valeur à l'amplitude E de variation de la tension d'alimentation, comment s'appelle ce phénomène ?
11. Quelle est la valeur du déphasage φ entre la tension d'alimentation $e(t)$ et la tension aux bornes de la bobine lorsque $\omega = \omega_0$?

Exercice 2 : Dipôle inconnu

Dans le montage suivant, le GBF délivre une tension $e(t)$ sinusoïdale de pulsation ω, R est une résistance et D un dipôle inconnu. On note $u(t) = U_m \cos(\omega t)$ et $v(t) = V_m \cos(\omega t + \varphi)$ les tensions aux bornes respectivement de R et D.



On visualise à l'oscilloscope $v(t)$ et $u(t)$ et on obtient le graph suivant :



On cherche à utiliser ces résultats graphiques pour déterminer les caractéristiques de D sachant de $R = 100\,\Omega$.

1. Déterminer les amplitudes U_m et V_m.
2. Déterminer la pulsation ω des signaux mesurés.
3. La tension v est-elle en avance ou en retard sur la tension u ? En déduire le signe de φ.
4. Déterminer graphiquement le décalage temporel Δt entre les tensions u et v. En déduire la valeur de φ.

On note $\underline{Z} = X + jY$ l'impédance complexe du dipôle D.

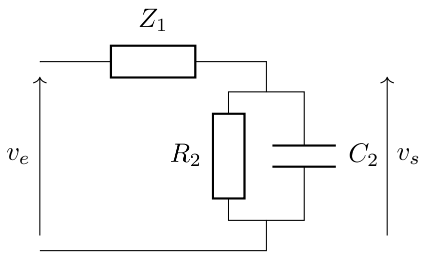
5. Exprimer l'intensité complexe $\underline{i}$ en fonction de la tension complexe $\underline{u}$ et de R.
6. Donner la relation entre la tension complexe $\underline{v}$, $\underline{i}$ et $\underline{Z}$. En déduire l'expression de $\underline{Z}$ en fonction des tensions complexes $\underline{u}$ et $\underline{v}$ et de R.
7. Montrer que le module et l'argument de $\underline{Z}$ sont donnés par :

$$Z = |\underline{Z}| = \frac{RV_m}{U_m} \quad \text{et} \quad \arg(\underline{Z}) = \varphi$$

8. Exprimer X et Y en fonction de Z et de φ, en déduire les valeurs numériques de X et de Y. Quel(s) composants peut-on utiliser pour fabriquer le dipôle D ?

Exercice 3 : Atténuateur

On souhaite atténuer la tension aux bornes d'un dipôle composé d'une résistance et d'un condensateur branchés en parallèle. Pour cela on le branche en série avec un autre dipôle d'impédance Z_1. (Voir la figure ci-contre). On souhaite obtenir $v_s = kv_e$ avec $k < 1$ et k indépendant de la fréquence du signal d'entrée.



1. On commence par considérer que $C_2 = 0$ (Le condensateur C_2 est absent). Montrer qu'il suffit que Z_1 soit une résistance que l'on exprimera en fonction de k et R_2.
2. On considère maintenant $C_2 \neq 0$. Montrer que l'atténuation obtenue en utilisant pour Z_1 la résistance trouvée à la question précédente dépend de la fréquence du signal.
3. Quel type de filtre réalise-t-on de cette manière ?
4. Montrer que si le dipôle Z_1 est composé d'une résistance R_1 en parallèle avec un condensateur C_1 on obtient l'effet d'atténuation recherché lorsque $R_1 = \dfrac{1-k}{k}R_2$ et $C_1 = \dfrac{k}{1-k}C_2$