DS4 : Électricité et Chimie – corrigé

Durée 4h, ***calculatrices interdites****. Le DS est probablement trop long pour que vous puissiez tout faire, c'est normal, faites-en le maximum.*

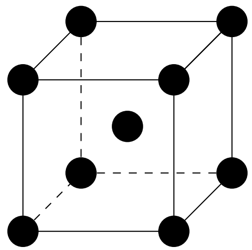
Exercice 1 : Le lithium

L'isotope le plus abondant (92,5 %) sur Terre est $^{7}_{3}$Li.

1. Un atome de lithium contient 3 protons, 4 neutrons et 3 électrons.
2. La masse d'un atome de lithium est environ $m_{\text{Li}} \simeq 7m_p = 11{,}9 \cdot 10^{-27}$ kg
3. Un isotope est un atome qui possède le même nombre de protons mais un nombre de neutrons différent
4. Le lithium se trouve dans la première colonne de la classification périodique, il s'agit de la famille des métaux alcalins. Dans la même colonne il y a la sodium, potassium.
5. La configuration électronique du lithium est $[\text{Li}] = 1s^2 2s^1$
6. Le lithium peut perdre un électron pour atteindre la configuration électronique du gaz noble le plus proche qui est l'hélium. Il forme donc l'ion Li^+.

À une température ordinaire, le lithium cristallise dans un système cubique centré. Il y a un atome de lithium à chaque coin d'un cube et un atome au centre du cube.

7. Maille du lithium :



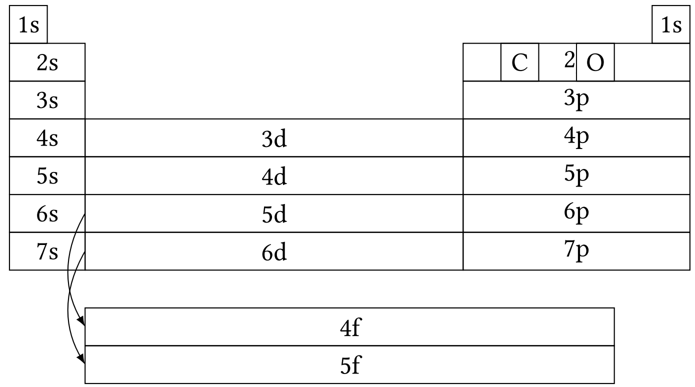
8. Le nombre d'atomes de lithium dans une maille est $n = 8 \times \frac{1}{8} + 1 = 2$
9. La longueur d'une diagonale du cube est $l = \sqrt{3}a$ et elle contient 4 rayons atomiques. Donc $r = a\frac{\sqrt{3}}{4}$

Données :

- Masse d'un proton : $m_p \simeq 1{,}7 \cdot 10^{-27}$ kg

Exercice 2 : Le monoxyde de carbone

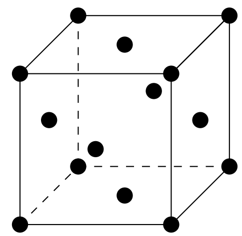
1. La configuration électronique du carbone est : $[_6\text{C}] = 1s^2 2s^2 2p^2$.
2. Pour établir la configuration électronique on utilise les 3 règles suivantes :
   - **principe d'exclusion de Pauli :** Une orbitale ne peut accepter au maximum que 2 électrons.
   - **règle de Klechkowski :** Les orbitales sont remplies à $n+l$ croissant et pour la même valeur de $n+l$ à n croissant.
   - **règle de Hund :** Une sous couche est remplie avec un maximum de spins identiques avant de former des doublets.
3. Les deux isotopes les plus fréquents sont le carbone 12 ^{12}C et le carbone 14 ^{14}C.
4. Classification périodique :



5. CO : $^{\oplus}|\text{O}\equiv\text{C}|^{\ominus}$
6. CO_2 : $\langle\text{O}=\text{C}=\text{O}\rangle$

Exercice 3 : La chromite

1. La chromite est un cristal ionique tout comme le sel de cuisine (chlorure de sodium)
2. Maille cristalline :



3.
   - n(Cr^{3+})$=1+4\times\frac{1}{4}=2$
   - n(O^{2-})$=8\times\frac{1}{8}+6\times\frac{1}{2}=4$
   - n(Fe^{q+})$=1$
4. La formule de la chromite est donc $FeCr_2O_4$.
5. Un cristal ne possède pas de charge électrique, il est neutre donc la charge d'une maille doit être nulle. C'est à dire $(-2)\times 4+3\times 2+q=0$, soit $q=2$

Exercice 4 : Ordres de grandeur (TD7)

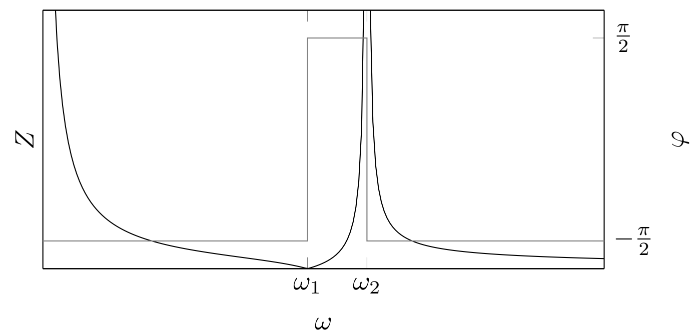
1. Un atome mesure de l'ordre de 10^{-10} m et le noyau mesure de l'ordre de 10^{-15} m
2. Un terrain de football mesure environ $100=10^2$ m, c'est à dire 10^{12} fois plus grand qu'un atome. Le noyau mesurerait alors $10^{-15}\times 10^{12}=10^{-3}$ m soit environ 1 mm.
3. Presque toute la masse de l'atome est contenue dans le noyau, entre le noyau et les électrons il n'y a que du vide !
4. Une bille mesure environ 1 cm $=10^{-2}$ m, la planète Terre a un diamètre d'environ 12 000 km soit environ 10^7 m. Il faut donc grossir la bille 10^9 fois, un atome mesurerait alors $10^9\times 10^{-10}=10^{-1}$ m soit environ 10 cm.
5. Un grain de sable a un diamètre d'environ $d=0{,}1$ mm $=10^{-4}$ m. Donc son volume est d'environ $V\simeq d^3=10^{-12}\,\mathrm{m}^3$. Le diamètre d'un atome est d'environ $d_a=10^{-10}$ m donc son volume d'environ $V_a=d_a^3=10^{-30}\,\mathrm{m}^3$. Dans un grain de sable il y a environ $n=V/V_a=10^{18}$. Soit un milliard de milliards d'atomes dans un grain de sable.
6. Prenons une plage longue de 1 km, large de 100 m et profonde de 10 m, son volume est donc d'environ $V_p=10^3\times 10^2\times 10=10^6\,\mathrm{m}^3$. On a vu que le volume d'un grain de sable est d'environ $V_g=10^{-12}\,\mathrm{m}^3$ donc la plage en contient $n_g=V_p/V_g=10^{18}$. C'est exactement le nombre d'atomes contenus dans un grain de sable obtenu plus haut.

   Calcule : Le volume d'un atome est d'environ $V_a=10^{-30}\,\mathrm{m}^3$ donc le volume occupé par n_g atome est d'environ $V=n_g\times V_a=10^{18}\times 10^{-30}=10^{-12}\,\mathrm{m}^3$ soit le volume du grain de sable !

   Si tous les grains de sable d'une plage avaient la taille d'un atome, ils occuperaient le volume d'un grain de sable !

Exercice 5 : Quartz piezo-électrique

1. En régime permanent, le condensateur se comporte comme un interrupteur ouvert et la bobine comme un fil. Le quartz est donc équivalent à un interrupteur ouvert en régime permanent.
2. L'impédance $\underline{Z_1}$ équivalente au dipôle formé par L et C est : $\underline{Z_1}=\dfrac{1}{jC\omega}+jL\omega$.
   L'impédance $\underline{Z}$ équivalente à C_0 et $\underline{Z_1}$ en parallèle est :
$$\frac{1}{\underline{Z}}=\frac{1}{\underline{Z_1}}+jC_0\omega=\frac{1}{jL\omega+\frac{1}{jC\omega}}+jC_0\omega=\frac{jC\omega}{1-LC\omega^2}+jC_0\omega \quad (1)$$
$$=j\frac{(C+C_0)\omega-LC\omega^2}{1-LCC_0\omega^2}=j\frac{(a+1)C_0\omega-aLC_0^2\omega^3}{1-aLC_0^2\omega^2} \quad (2)$$
   En prenant l'inverse, on trouve finalement l'expression demandée de l'impédance Z :
$$\underline{Z}=j\frac{aLC_0\omega^2-1}{(a+1)C_0\omega-aLC_0^2\omega^3} \quad (3)$$
3. $|\underline{Z}|=\dfrac{|aLC_0\omega^2-1|}{|(a+1)C_0\omega-aLC_0^2\omega^3|}$ et $\varphi=\pm\dfrac{\pi}{2}$ selon le signe de $\dfrac{aLC_0\omega^2-1}{(a+1)C_0\omega-aLC_0^2\omega^3}$ (S'il est positif, $\varphi=\dfrac{\pi}{2}$ sinon $\varphi=-\dfrac{\pi}{2}$)
4. $\lim\limits_{\omega\to 0} Z=\infty$ et $\lim\limits_{\omega\to\infty} Z=0$.
5. Z s'annule pour $1-aLC_0\omega_1^2=0$ soit $\omega_1=\dfrac{1}{\sqrt{aLC_0}}$ et $Z\to\infty$ lorsque le dénominateur s'annule donc pour $(a+1)C_0\omega_2-aLC_0^2\omega_2^3=0$ soit $\omega_2=\sqrt{(a+1)\dfrac{1}{aLC_0}}=\sqrt{a+1}\,\omega_1$
   Pour $\omega=\omega_1$, le quartz se comporte comme un fil, et pour $\omega=\omega_2$ il se comporte comme un interrupteur ouvert.
6. Représentation schématique de $Z(\omega)$ et de $\varphi(\omega)$



7.
   - Lorsque $\omega<\omega_1$, $\varphi=-\dfrac{\pi}{2}$
   - Lorsque $\omega_1<\omega<\omega_2$, $\varphi=\dfrac{\pi}{2}$
   - Lorsque $\omega>\omega_2$, $\varphi=-\dfrac{\pi}{2}$

8. Voir figure ci-dessus.

Exercice 6 : Caractéristique d'une bobine réelle

Étude rapide du bobinage

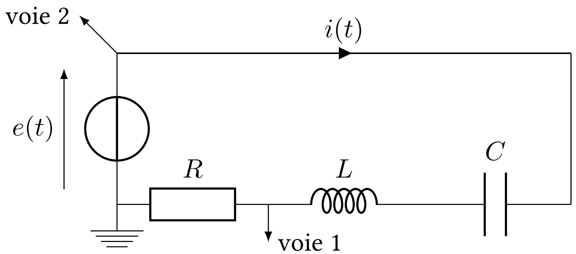
1. La longueur de fil utilisée est $\ell = \sigma R S = 480\,\mathrm{m}$
2. $\underline{Z} = R + jL\omega + \frac{1}{jC\omega} = R + j\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)$
3. On a $\underline{i} = \frac{\underline{e}}{\underline{Z}} = \frac{\underline{e}}{R+j\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)}$
4. L'amplitude I_0 du courant est $I_0 = |\underline{i}|$. En utilisant $|\underline{e}| = E_0$ on obtient bien :

$$I_0 = \frac{E_0}{\sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}}$$

5. Lorsque $\omega \to 0$, $I_0 \to 0$ et lorsque $\omega \to \infty$, $I_0 \to 0$. Entre les deux, I_0 présente un maximum, donc un phénomène de résonance en intensité. La pulsation pour laquelle I_0 est maximum est $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$. La présence d'une résistance r ne modifie pas cette fréquence car elle ne dépend pas de R.
6. À la pulsation de résonance, on a $\underline{Z} = R$. Donc $\underline{Z}$ est un nombre réel et l'intensité est en phase avec la tension ($\arg(\underline{Z}) = 0$).

Mise en pratique

7. On ne pourra pas visualiser les deux tensions avec le circuit ci-dessus car la résistance R n'est pas connectée au GBF. La masse de l'oscilloscope ne pourra donc pas être connectée à celle de l'oscilloscope. Pour faire cette mesure on pourra utiliser le circuit ci-dessous :



8. Pour déterminer rapidement la fréquence de résonance à l'oscilloscope on peut :
   - Modifier progressivement la fréquence et repérer le maximum de la tension sur la voie 1.
   - Modifier progressivement la fréquence et repérer la fréquence pour laquelle les tensions des voies 1 et 2 sont en phase. On peut utiliser l'oscilloscope en mode XY et repérer le moment ou la courbe affichée est une droite.
9. On a $\omega_0 = 2\pi f_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$. Donc $L = \frac{1}{4\pi^2 f_0^2 C} = 0{,}1\,\mathrm{H}$

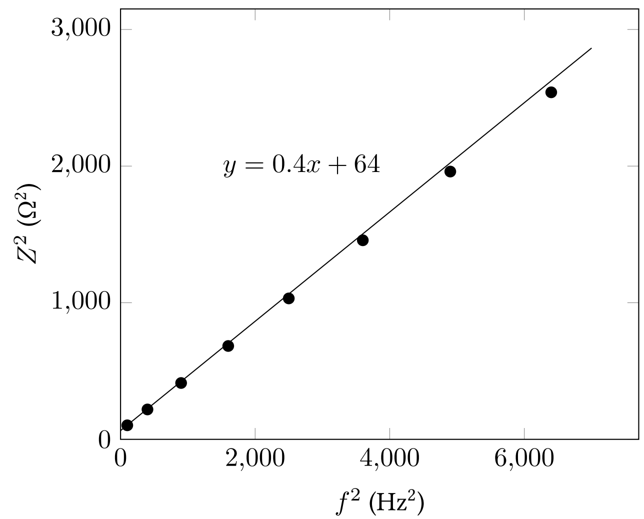
Comportement du bobinage à basse fréquence

10. La valeur efficace S d'un signal périodique $s(t)$ de période T est :

$$S = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T s(t)^2\,dt}$$

L'intérêt de mesurer la tension aux bornes de R est d'avoir accès à l'intensité du courant électrique.

11. On a $Z = R\frac{V_A}{V_B}$.



12. On modélise la bobine par $\underline{Z} = r + jL\omega$ donc on a $Z = \sqrt{r^2 + L^2\omega^2}$ et $Z^2 = r^2 + 4\pi^2 f^2 L^2$. D'après l'équation de la droite sur le graphique on en déduit que $r^2 \simeq 64$ soit $r \simeq 8\,\Omega$ et $4\pi^2 L^2 = 0.4$, soit $L^2 \simeq 0.01$ et donc $L \simeq 0{,}1\,\mathrm{H}$

    Ces résultats sont en en bon accord avec ceux obtenus dans la partie précédente.
13. Lorsqu'on utilise la bobine en régime sinusoïdal avec des fréquences *pas trop basses*, la partie inductive $L\omega$ de l'impédance est beaucoup plus grande que la partie résistive r. Plus précisément on pourra négliger r lorsque $L\omega \gg r$ soit $2\pi f L \gg r$ ou $f \gg \frac{r}{2\pi L} \simeq 12\,\mathrm{Hz}$. Or on utilise très souvent des fréquences bien plus élevées.