b) Loi de l'énergie cinétique.

On part du TMC : $\frac{dL_\Delta}{dt} = \Sigma \mathcal{M}_\Delta(\vec{F}) \Leftrightarrow J_\Delta \frac{d\Omega}{dt} = \Sigma \mathcal{M}_\Delta(\vec{F}) \Leftrightarrow J_\Delta \Omega \frac{d\Omega}{dt} = \Sigma \mathcal{M}_\Delta(\vec{F}) \times \Omega$

$\Omega \frac{d\Omega}{dt} = \frac{1}{2} \frac{d\Omega^2}{dt} \Rightarrow \frac{1}{2} J_\Delta \frac{d\Omega^2}{dt} = \Sigma \mathcal{M}_\Delta(\vec{F}).\Omega \Leftrightarrow \boxed{\underbrace{\frac{dE_c}{dt}}_{\text{variation d'Ec}} = \underbrace{\Sigma \mathcal{M}_\Delta(\vec{F}) \times \Omega}_{\text{puissance des forces appliquées}}}$

$\Rightarrow$ La puissance (en Watts) fournie par une force de moment $\mathcal{M}_\Delta$ par rapport à Δ est $P = \mathcal{M}_\Delta \times \Omega$.

Application au pendule simple :

$E_c = \frac{1}{2} J_\Delta \dot{\theta}^2 \qquad \mathcal{M}_\Delta(\vec{P}) = -mgl\sin\theta$

donc $\frac{1}{2} J_\Delta \frac{d\dot{\theta}^2}{dt} = -mgl\sin\theta \times \dot{\theta}$

$\frac{1}{\cancel{2}} J_\Delta \times \cancel{2}\ddot{\theta}\cancel{\dot{\theta}} = -mgl\sin\theta \times \cancel{\dot{\theta}}$

$\ddot{\theta} + \omega_0^2 \sin(\theta) = 0$

↳ on retrouve la même équation !

Induction et conversion électromécanique.

I] Le champ magnétique.

1) Définition.

Le champ magnétique est une grandeur vectorielle qui permet de caractériser les effets magnétiques (courants, aimants permanents). Le champ magnétique est généralement noté $\vec{B}$ et s'exprime en Tesla (T) (Nikola Tesla 1856-1943). Dans les unités SI :

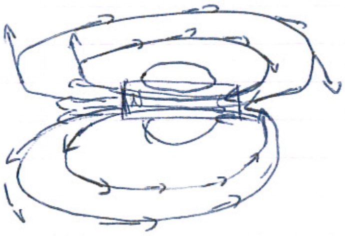
$1T = 1kg.A^{-1}.s^{-2} = 1V.s.m^{-2}$

Le champ magnétique $\vec{B}(\vec{r})$ est définit en tout point $\vec{r}$ de l'espace, c'est donc un champ vectoriel.

2) Représentation

On représente le champ magnétique dans l'espace par des lignes de champ qui sont en tout point tangentes au champ magnétique.
vecteur

exemple :



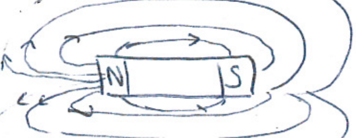
* Le champ mag. est uniforme lorsque les lignes de champ sont parallèles
* Plus les lignes de champ sont serrées, plus le champ est élevé
* Les lignes de champ magnétique sont des courbes fermées, elles ne se croisent jamais. Les boucles fermées par les lignes de champ entourent les sources.

3) Sources de champ magnétique.

a) Les aimants permanents.

Un aimant permanent est un matériau qui produit spontanément un champ magnétique. Il possède un pôle nord et un pôle sud, les lignes de champ vont du pôle nord vers le pôle sud (à l'extérieur)

* aimant droit :



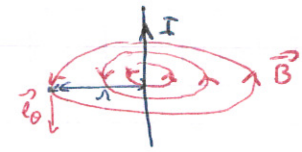
Le champ magnétique à proximité d'un aimant permanent peut aller jusqu'à environ 1T.

(29) Le champ mag est créé par l'alignement des moments magnétiques atomiques des atomes qui composent la matière de l'aimant.

b) Les courants électriques.

Une particule chargée en mouvement crée un champ magnétique donc un courant électrique aussi :

ex : un fil parcouru par une intensité I :

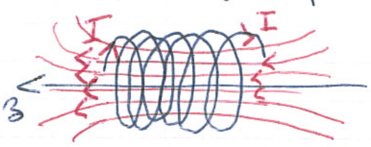


H.P. $\left\{ \vec{B}(r) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \vec{e_\theta} \right\}$

Plus I est élevé, plus $\|\vec{B}\|$ est élevée.
$\|\vec{B}\|$ prop à I.

$\mu_0 = 4\pi . 10^{-7}$ T m. A^{-1} - constante mag
- perméab du vide

* Pour créer un champ magnétique quasiment uniforme, on peut fabriquer un solénoïde :



À l'intérieur du solénoïde, le champ est presque uniforme $\{ \vec{B} = \mu_0 I n \vec{e_z} \}$
n nb de spires par mètre.

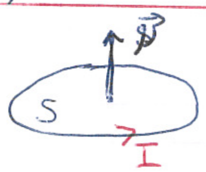
* Pour créer un champ mag dans une direction on peut faire une boucle de courant.

Au centre de la spire $\left\{ \vec{B}(0) = \frac{\mu_0 I}{2R} \vec{e_z} \right\}$

* On utilise des boucles de courant pour créer des champ magnétiques dans :
- Des machines électriques B ~ 1T
- Dans un appareil d'IRM B ~ 10T

* Le champ magnétique terrestre est aussi créé par des boucles de courant, $B \sim 47.10^{-6}$ T

4) Moment magnétique.



Soit une boucle de courant plane, de surface S parcourue par un courant I. On définit le moment mag. $\vec{\mu}$ associé à la boucle par :

$\vec{\mu} = I\vec{S} = IS\vec{n}$ μ en $A.m^2$

$\vec{S}$ est le vecteur surface de norme $\|\vec{S}\| = S$ et dont l'orientation est donnée par la "règle de la main droite" ou du "tire-bouchon"

* Par analogie, on associe également un moment magnétique à un aimant permanent.

II) Forces de Laplace

⇒ Champ magnétique uniforme et stationnaire.

1) Sur un fil.

* Observation. Lorsqu'on place un conducteur électrique parcouru par un courant dans un champ magnétique il subit une force.

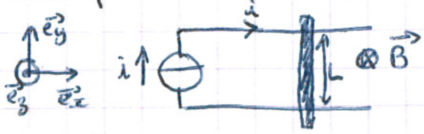
a) Résultats

un petit élément orienté $\vec{dl}$ du fil parcouru par un courant i subit une force

$\vec{F} = i\vec{dl} \wedge \vec{B}$

$\vec{B}$ est le champ mag extérieur, c'est à dire le champ mag créé par les sources autres que l'élément $\vec{dl}$

Application : rails de Laplace : une barre mobile posée sur deux rails fixes parcourue par un courant i. Le champ extérieur est uniforme et $\perp$ à la barre.



La force subie par la barre est :

$$\vec F = iL(-\vec e_y)\wedge(-B\vec e_z) = iLB\,\vec e_y\wedge\vec e_z$$

$$\vec F = iLB\,\vec e_x$$

Règle de la main droite pour connaître le sens de $\vec F$: * pouce suivant i, * index suivant B $\Rightarrow$ le majeur indique $\vec F$.

b) Puissance

Dans le système précédent, la puissance de la force de Laplace est :

$P_{Laplace} = \vec F_{Laplace}\cdot\vec v$ ← vitesse du point d'application.

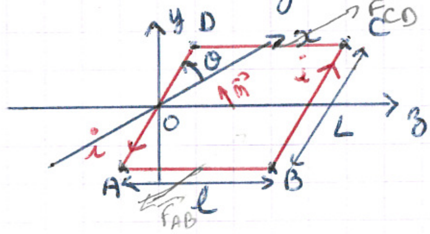
$\vec v = v\,\vec e_x$

$P_{Laplace} = iLBv = iB\frac{dS}{dt}$ ← aire balayée par unité de temps.

On peut noter $\Phi = B\times S$: flux du champ B à travers la surface balayée, la puissance de la force de Laplace est $\boxed{P = i\frac{d\Phi}{dt}}$

2) Sur une spire.

On considère une spire de courant rectangulaire plongée dans un champ magnétique uniforme :



$\vec B = B\vec e_y$

a) Résultante

La résultante des forces de Laplace appliquées à la spire est :

$$\vec F_{Lap.} = \vec F_{AB}+\vec F_{BC}+\vec F_{CD}+\vec F_{DA} = i\vec{AB}\wedge\vec B + i\vec{BC}\wedge\vec B + i\underbrace{\vec{CD}}_{-\vec{AB}}\wedge\vec B + i\underbrace{\vec{DA}}_{-\vec{BC}}\wedge\vec B$$

$$= i(\vec{AB}+\vec{BC}+\vec{CD}+\vec{DA})\wedge\vec B = 0$$

$\boxed{\vec F_{Laplace} = 0}$

La résultante des forces de Laplace d'un champ $\vec B$ homogène sur une boucle de courant est nulle.

b) Couple.

La résultante étant nulle les forces de Laplace produisent un couple. $\vec\Gamma_{Laplace}$.

$$\vec\Gamma_{Lapl.} = \mathcal M_{Oz}(\vec F_{AB}) + \mathcal M_{Oz}(\vec F_{BC}) + \mathcal M_{Oz}(\vec F_{CD}) + \mathcal M_{Oz}(\vec F_{DA})$$

$\vec F_{BC} = i\vec{BC}\wedge\vec B \Rightarrow \vec F_{BC} \parallel Oz \Rightarrow \mathcal M_{Oz}(\vec F_{BC}) = 0 = \mathcal M_{Oz}(\vec F_{DA})$

$\vec F_{AB} = i\vec{AB}\wedge\vec B = il\,\vec e_z\wedge B\vec e_y = -ilB\,\vec e_x = -\vec F_{CD}$

$$\vec\Gamma_{Laplace} = 2\mathcal M_{Oz}(\vec F_{AB}) = 2\,\vec{OA}\wedge\vec F_{AB} = 2\times\frac{L}{2}(-\cos\theta\,\vec e_x - \sin\theta\,\vec e_y)\wedge(-ilB\,\vec e_x)$$

$$\vec\Gamma_{Laplace} = -i\underbrace{lL}_{S}B\sin\theta\,\vec e_z \Rightarrow \boxed{\vec\Gamma_{Laplace} = \vec M\wedge\vec B}$$

$\vec M = iS\vec n$: moment magnétique de la spire

autre démo : $\vec\Gamma = 2\vec{OA}\wedge(i\vec l\wedge\vec B) = \vec{DA}\wedge(i\vec{AB}\wedge\vec B) = -\vec B\wedge(\underbrace{\vec{DA}\wedge i\vec{AB}}_{\vec M}) - \cancel{i\vec{AB}\wedge(\vec B\cdot\vec{DA})} = 0$

$\vec\Gamma = \vec M\wedge\vec B$

c) Puissance

La puissance fournie par les forces de Laplace est alors $P = \Gamma_{Laplace}\times\omega$

$\omega = \dot\theta$ vitesse angulaire

30

On peut ré-écrire P comme $P = -iLB\sin\theta \times \dot{\theta} = -iSB\dot{\theta}\sin\theta$

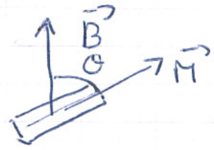
Soit $P = \frac{d}{dt}(iSB\cos\theta)$ or $SB\cos\theta = \phi$: flux de $\vec{B}$ à travers S

donc $\boxed{P = i\frac{d\phi}{dt}}$

3) Sur un aimant

a) Actions mécaniques

Un aimant peut être assimilé à un moment magnétique $\vec{M}$. Les résultats que nous venons de voir restent valables :



* résultante des forces magnétiques : $\vec{F} = 0$
* couple ——— $\vec{\Gamma} = \vec{M} \wedge \vec{B}$

$\|\vec{\Gamma}\| = MB\sin\theta$.

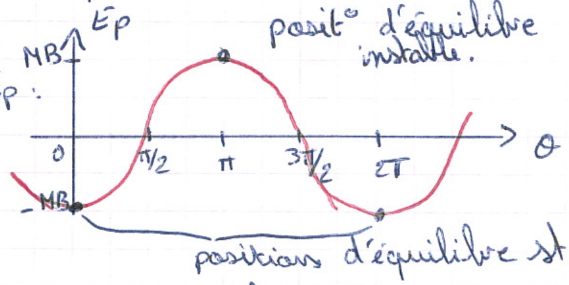
b) Energie potentielle.

on a vu que la puissance des forces magnétiques est $P = \frac{d}{dt}(iSB\cos\theta)$

donc $P = \frac{d}{dt}(\vec{M}.\vec{B}) = -\frac{d}{dt}(E_p)$ $\quad -\vec{M}.\vec{B}$ est donc l'énergie potentielle magnétique de l'aimant dans le champ $\vec{B}$.

$$\boxed{E_p = -\vec{M}.\vec{B} = -MB\cos\theta}$$

Graph d'E_p :



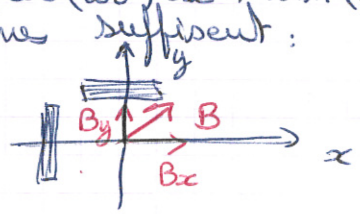
- $\theta = 0$ est une pos. d'équ. stable.
- $\theta = \pi$ ——— instable.

c) Application : Création d'un mouvement circulaire.

Pour créer un mouvement circulaire (moteur), on place un aimant dans un champ magnétique tournant de telle sorte que θ soit constant :

$\vec{B} = B(\cos(\omega t)\vec{e_x} + \sin(\omega t)\vec{e_y})$

$\Rightarrow$ 2 bobine suffisent :

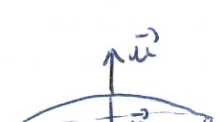


III] Lois de l'induction.

1) Flux d'un champ magnétique

a) Surface orientée

Soit S une surface, choisir une orientation de S, c'est choisir l'un des deux vecteurs unitaires directeurs de la normal à la surface

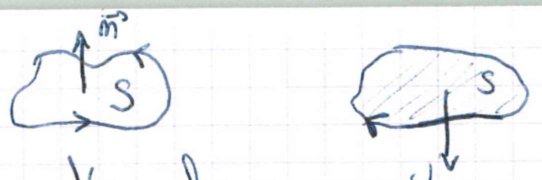


Il existe généralement exactement 2 orientations possibles pour une surface.

rem : Anneau de Möbius non orientable.

b) Orientation du contour

Le contour d'une surface S orientée, il doit être orienté de telle sorte que pour un observateur qui marche sur S (contour) (la normale va de ses pieds à sa tête) S se trouve à gauche

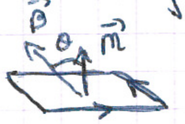


c) Flux d'un champ magnétique.

Si S est une surface orientée par sa normale $\vec{n}$, le flux Φ de $\vec{B}$ à travers S est

$$\Phi = \iint_S \vec{B} . \vec{n} \, dS$$

Pour une surface plane ($\vec{n}$ constant) dans un champ homogène ($\vec{B}$ constant)



$$\Phi = \iint_S \vec{B} . \vec{n} \, dS = \vec{B}.\vec{n} \iint_S dS = \vec{B}.\vec{n} \, S = B \cos\theta \, S .$$

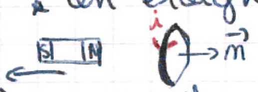
2) Loi de Faraday

a) Courant induit

expérience : * On approche une boucle conductrice du pôle nord d'un aimant. Le champ $\vec{B}$ augmente au cours du temps

=> On observe un courant i dans la b.

* On éloigne la boucle du pôle nord de l'aimant



=> le courant i change de sens.

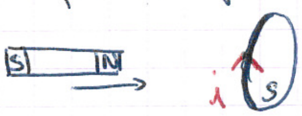
conclusion ~~Dans~~ un circuit électrique fermé plongé dans un champ magnétique variable il existe un courant induit i proportionnel à $\boxed{\propto -\frac{d\Phi}{dt}}$ où Φ est le flux de $\vec{B}$ à travers une surface orientée délimitée par le circuit.

⚠ Le sens positif de i est déterminé par l'orientation de la surface.

b) Loi de modération de Lenz

Autre manière de dire la même chose : "L'induction produit des effets qui s'opposent aux causes qui l'ont produite"

exemple

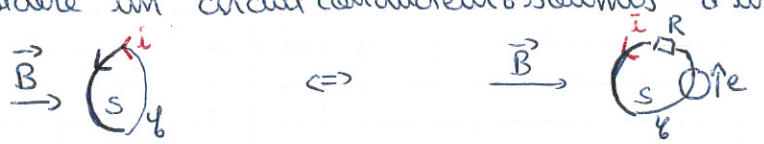


L'aimant s'approche => Φ augmente
⇓
i créé pour faire diminuer Φ.

* L'aimant s'éloigne => Φ diminue
⇓ i créé
pour faire augmenter Φ

c) Loi de Faraday.

On considère un circuit conducteur $\mathcal{C}$ soumis à un champ $\vec{B}$:



Lorsque le flux Φ de B à travers S varie, il apparait une force électromotrice (f.em) e telle que

$$\boxed{e = -\frac{d\Phi}{dt}}$$

Si le circuit a une résistance équivalente R, le courant qui y circule est $I = \frac{e}{R}$

⚠ Il faut toujours définir une orientation de $\mathcal{C}$ => signe de Φ, i et e ⚠

(31) IV) Circuit fixe dans un champ magnétique variable.

1) Auto-induction

a) Flux propre et flux extérieur.

Soit Φ le flux total du champ magnétique à travers un circuit $\mathcal{C}$, on peut décomposer Φ en deux contributions : $\Phi = \Phi_p + \Phi_e$

Φ_p : flux propre du champ magnétique créé par le circuit $\mathcal{C}$ lui-même.
Φ_e : flux extérieur du champ magnétique créé par d'autres sources.

b) Auto-induction

On considère que le champ magnétique est uniquement produit par le circuit $\mathcal{C}$, on a donc : $\Phi = \Phi_p$ et lorsque Φ varie, il apparait une f.e.m induite e dans le circuit $\mathcal{C}$: $\boxed{e = -\frac{d\Phi}{dt}}$

Or, le champ magnétique, et donc B est proportionnel à i (courant qui circule dans $\mathcal{C}$) donc $\Phi = Li$ L : inductance propre du circuit.

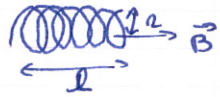
donc $\boxed{e = -L\frac{di}{dt}}$ On retrouve la loi de la tension aux bornes d'une bobine.

⚠ orientation $\vec{i}$ ⊙ e ≠

exemple : Pour une bobine longue, le champ magnétique est : $B = \mu_0 n i$ et le flux de B à travers le solénoïde est : $\Phi = N \times S \times B$

$S = \pi r^2$

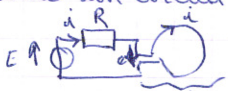
$n = \frac{N}{\ell}$



donc $\Phi = \frac{\mu_0 N^2 S}{\ell} i$ et $\boxed{L = \frac{\mu_0 N^2 S}{\ell}}$

c) Aspect énergétique.

On considère un circuit électrique siège d'un phénomène d'auto-induction :



auto induction

loi des mailles : $E = Ri - e = Ri + L\frac{di}{dt}$

Puissance fournie par le générateur :

$\underbrace{P = Ei}_{\text{fournie générateur}} = \underbrace{Ri^2}_{\text{effet Joule}} - ei = Ri^2 + \underbrace{Li\frac{di}{dt}}_{\text{stockée}}$

La puissance absorbée par le circuit auto-induit par est

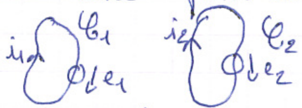
$P_L = Li\frac{di}{dt} = \frac{d}{dt}\left[\frac{1}{2}Li^2\right]$

Un circuit siège d'auto-induction stocke une énergie $\boxed{E_m = \frac{1}{2}Li^2}$ sous forme magnétique

2) Inductance mutuelle

a) Interaction entre deux bobines.

On considère deux circuits $\mathcal{C}_1$ et $\mathcal{C}_2$ parcourus par une intensité i_1 et i_2 dans lesquels il existe une fem induite e_1 et e_2 :



Le champ magnétique total $\vec{B}$ est la somme des champs magnétiques créés par $\mathcal{C}_1$ et $\mathcal{C}_2$

Et on peut décomposer le flux de $\vec{B}$ à travers $\mathcal{C}_1$ comme : $\Phi_1 = \Phi_{1\to1} + \Phi_{2\to1}$

$\Phi_{1\to1}$: flux du champ mag. créé par $\mathcal{C}_1$ à travers $\mathcal{C}_1$ ⟶ $\Phi_{1\to1} = L_1 i_1$
$\Phi_{2\to1}$: —— $\mathcal{C}_2$ —— ⟶ $\Phi_{2\to1} = M_{2\to1} i_2$

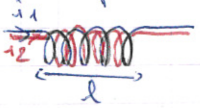
et $e_1 = -\frac{d\Phi_1}{dt} = -\frac{d\Phi_{1\to1}}{dt} - \frac{d\Phi_{2\to1}}{dt} = -L_1\frac{di_1}{dt} - M_{2\to1}\frac{di_2}{dt}$

de même $e_2 = -L_2\frac{di_2}{dt} - M_{1\to2}\frac{di_1}{dt}$

On peut montrer que $M_{1\to2} = M_{2\to1} = M$: inductance mutuelle entre $\mathcal{C}_1$ et $\mathcal{C}_2$

exemple : On considère deux bobines longues de même diamètre et même longueur l. La bobine 1 comporte N_1 spires, la bobine 2 en comporte N_2.

Le champ magnétique produit par une bobine de N spires de longueur l est $B = \mu_0 \frac{N}{l} i$



$$\Phi_{1\to 2} = \underbrace{\mu_0 \frac{N_1}{l} i_1}_{B_1} \times N_2 S = \overbrace{\mu_0 \frac{N_1 N_2}{l} S}^{M} i_1$$

S : Surface d'une spire

donc $M = \mu_0 \frac{N_1 N_2}{l} S$

On a aussi $\Phi_{1\to 1} = \mu_0 \frac{N_1^2}{l} S i_1 = L_1 i_1$

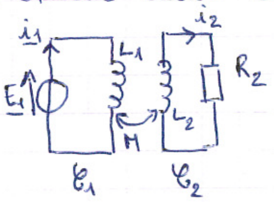
Donc $L_1 = \mu_0 \frac{N_1^2}{l} S$ et $L_2 = \mu_0 \frac{N_2^2}{l} S$

on a alors $M = \sqrt{L_1 L_2}$ ⇝ influence totale

en général $M = k\sqrt{L_1 L_2}$ $k < 1$: facteur de couplage.

b) Circuits électriques couplés

On étudie deux circuits électriques en régime sinusoïdal forcé avec couplage par inductance mutuelle.



Dans $\mathcal{C}_1$: $\underline{E_1} = L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt} = jL_1\omega \underline{i_1} + jM\omega \underline{i_2}$ (1)

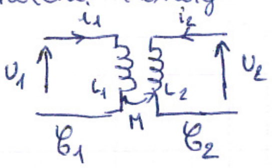
$\mathcal{C}_2$: $R_2 \underline{i_2} = -L_2 \frac{di_2}{dt} - M \frac{di_1}{dt} = -jL_2\omega \underline{i_2} - jM\omega \underline{i_1}$ (2)

$\Leftrightarrow \underline{i_2}(R_2 + jL_2\omega) = -jM\omega \underline{i_1} \Leftrightarrow \underline{i_2} = -\frac{jM\omega}{R_2 + jL_2\omega} \underline{i_1}$

dans (1) : $\underline{E_1} = \underline{i_1}\left(jL_1\omega + \frac{M^2\omega^2}{R_2 + jL_2\omega}\right)$ ⟹ influence de R_2 et L_2 dans $\underline{i_1}$!!

c) Aspect énergétique.

On rappelle que l'énergie magnétique stockée dans une bobine est $E_m = \frac{1}{2} L i^2$. On cherche l'énergie magnétique stockée dans 2 bobines couplées.



Puissance fournie à l'ensemble des deux circuits : $P = u_1 i_1 + u_2 i_2$

or $u_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt}$ et $u_2 = L_2 \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt}$

donc $P = L_1 i_1 \frac{di_1}{dt} + M i_1 \frac{di_2}{dt} + L_2 i_2 \frac{di_2}{dt} + M i_2 \frac{di_1}{dt} = \underbrace{\frac{d}{dt}\left[\frac{1}{2}L_1 i_1^2 + \frac{1}{2}L_2 i_2^2 + M i_1 i_2\right]}_{P_{mag}}$

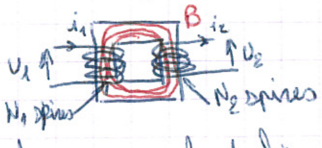
Toute la puissance fournie au circuit est stockée sous forme magnétique.

et $P_{mag} = \frac{d}{dt} E_{mag}$. donc $\boxed{E_{mag} = \frac{1}{2}L_1 i_1^2 + \frac{1}{2}L_2 i_2^2 + M i_1 i_2}$

} on peut mq $M \leq \sqrt{L_1 L_2}$: $x = \frac{i_1}{i_2}$ $\frac{E_{mag}}{i_2^2} \geq 0 = \frac{1}{2}L_1 x^2 + Mx + \frac{1}{2}L_2 \geq 0$ $\Delta \leq 0 \Leftrightarrow M^2 - L_1 L_2 \leq 0 \Leftrightarrow \boxed{M \leq \sqrt{L_1 L_2}}$

d) Application : Le transformateur de tension parfait.

Un transformateur de tension parfait est constitué d'un cadre en fer permettant de "canaliser" les lignes de champ magnétique (Le champ magnétique reste confiné dans le cadre), sur lequel on enroule 2 bobines comportant N_1 et N_2 spires



Le flux du champ magnétique est identique à travers toutes les spires et Φ_0.

- Le flux total à travers la bobine 1 est $\Phi_1 = N_1 \Phi_0$
  2 — $\Phi_2 = N_2 \Phi_0$

On a donc $u_1 = \frac{d\Phi_1}{dt} = N_1 \frac{d\Phi_0}{dt}$ et $u_2 = \frac{d\Phi_2}{dt} = N_2 \frac{d\Phi_0}{dt}$

d'où la loi des tensions $\boxed{u_2 = \frac{N_2}{N_1} u_1}$

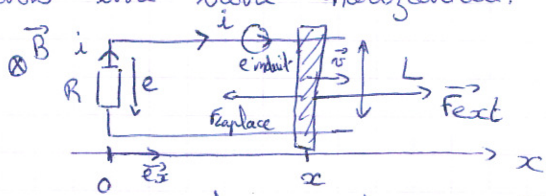
Un transformateur permet d'élever ou de baisser une tension alternative.

32 V] Circuit mobile dans un champ magnétique stationnaire.

1) Conversion de puissance mécanique en puissance électrique.

a) Principe

On considère un ~~soit~~ circuit fermé de deux rails parallèles sur lesquels glisse sans frottements une barre horizontale. Les rails sont reliés par une résistance R :



La vitesse de la barre est $\vec{v} = v\vec{e_x}$

Flux de $\vec{B}$ à travers le circuit :

$$\phi = BLx$$

x varie $\rightarrow$ ϕ varie $\rightarrow$ e induit

$$e_{induit} = e = -\frac{d\phi}{dt} = -BL\frac{dx}{dt} = -BLv$$

On tire la barre avec une force extérieure $\vec{F}_{ext}$

* La puissance dissipée par effet Joule dans R est :

$$P_{Joule} = ei = \frac{e^2}{R} = \frac{(BLv)^2}{R}$$

* puissance fournie par la force extérieure : $P_{ext} = \vec{F}_{ext} \cdot \vec{v} = \cancel{F_{ext} \times v}$.

$v = \text{cste} \Rightarrow \sum \vec{F} = 0 \Leftrightarrow \vec{F}_{ext} = -\vec{F}_{Laplace} = -iLB\vec{e_x} = -\frac{e}{R}LB\vec{e_x} = \frac{B^2L^2v}{R}\vec{e_x}$

$$P_{ext} = \vec{F}_{ext} \cdot \vec{v} = \frac{(BL)^2 v}{R}\vec{e_x} \cdot v\vec{e_x} = \frac{(BLv)^2}{R}$$

On a donc $\boxed{P_{Joule} = P_{ext}}$ La puissance dissipée par effet Joule est égale à la puissance fournie.

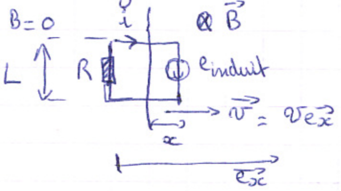
Puissance électrique dissipée

puissance mécanique fournie

$\Rightarrow$ Conversion de puissance mécanique en puissance électrique !

b) Application : freinage par induction.

On considère un cadre conducteur de résistance R qui passe d'une zone de champ magnétique nul à une zone où il existe un champ $\vec{B}$:



$$e_{induit} = -\frac{d\phi}{dt} = -BL\frac{dx}{dt} = -BLv$$

$$i = \frac{e_{induit}}{R} = -\frac{BLv}{R}$$

$\Rightarrow$ i dans un champ B : il existe une force de Laplace

i : courants de Foucault.

$$\vec{F}_L = i\vec{L} \wedge \vec{B} = iLB\vec{e_x} = -\frac{(BL)^2 v}{R}\vec{e_x} = -\frac{(BL)^2}{R}\vec{v}$$

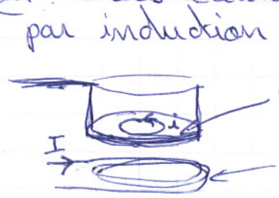
donc $\boxed{\vec{F}_L = -\alpha\vec{v}}$ $\alpha = \frac{(BL)^2}{R} > 0$

C'est une force de freinage !!

Généralisation : Lorsqu'un matériau conducteur bouge dans un champ magnétique non uniforme, les courants induits ont tendance à freiner le conducteur.

~~Ad~~ L'énergie mécanique est dissipée dans le conducteur par effet Joule.

* Autre application : Les courants de Foucault sont utilisés dans les systèmes de chauffage par induction.



courants de Foucault induits dans le fond de la casserole $\Rightarrow$ chauffent par effet Joule.

bobine créant un champ magnétique variable.

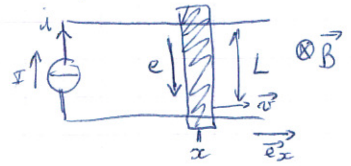
* On essaye de réduire les courants de Foucault dans le ~~fer~~ noyau en fer d'un transformateur car ils réduisent le rendement du transformateur

$\hookrightarrow$ utilisation de feuilles de métal isolées

2) Conversion de puissance électrique en puissance mécanique.

a) Principe

Rappel : Rails de Laplace dans un champ magnétique :



$\vec{F_l} = iLB\vec{e_x} \Rightarrow P_l = \vec{F_l}\cdot\vec{v} = iLBv = iLB\dot{x}$

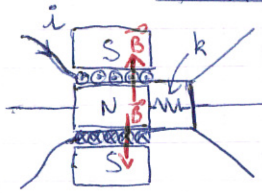
$P_{elec} = -ie = +i\dfrac{d\Phi}{dt} = iLBv$

donc $P_{elec} = P_{laplace}$

puissance électrique fournie ↗ ↖ puissance des forces de Laplace.

⇒ conversion de puissance électrique en puissance mécanique.

b) Application 1 : le haut-parleur électrodynamique.



Lorsqu'on fait passer un courant électrique dans la bobine, elle subit une force de Laplace qui a tendance à déplacer la membrane !

⇒ Un courant alternatif peut faire osciller la membrane pour produire un son.

Si la bobine comporte N tours de rayon a : La force de Laplace subie est

$\vec{F_l} = iB \times \underbrace{2\pi a}_{\text{longueur d'un tour}} \times \underbrace{N}_{\text{nb de tours}}\ \vec{e_x}$

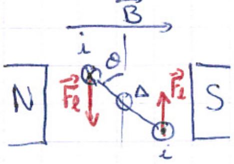
On obtient le déplacement de la membrane en fonction de i :

$\vec{F_l} + \vec{F_r} = \vec{0} \iff iB\times 2\pi a \times N - kx = 0 \Rightarrow x = \dfrac{2N\pi Ba}{N}\, i$

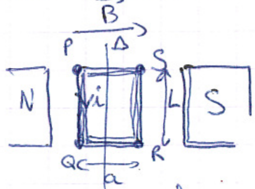
déplacement mécanique ↗ ↖ courant électrique.

c) Application 2 : moteur à courant continu.

Une bobine rectangulaire constituée de N spires est placée dans un champ magnétique permanent et peut tourner librement autour d'un axe Δ :



vue de dessus



vue de face

La force de Laplace qui s'exerce sur un segment PQ est :

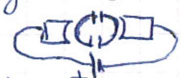
$\vec{F_{PQ}} = -iLB\vec{e_y}$, Sur un segment RS : $\vec{F_{RS}} = iLB\vec{e_y}$

La force totale exercée sur la portion PQ est $\vec{F_{PQ}} = -iNBL\vec{e_y}$
RS $\vec{F_{RS}} = iNBL\vec{e_y}$ || C'est un couple de forces !

Le moment de ce couple vaut $\mathcal{M}_\Delta(\vec{F}_{laplace}) = \vec{F_{PQ}} \wedge \vec{PS}$
$= F_{PQ} \times a \times \sin\theta$

$\mathcal{M}_\Delta = iNBLa\sin\theta$

Problème : $\mathcal{M}_\Delta$ change de signe lorsque θ change de signe. ⇒ on s'arrange pour que i change également de signe (système de patins)



La tension qui apparaît aux bornes de la bobine est : $e = -\dfrac{d\Phi}{dt} = -\dfrac{d}{dt}(BaLN\cos\theta)$

La puissance électrique fournie au moteur est : $e = -BNaL\dot{\theta}\sin\theta$; $P = e i = BNaL\dot{\theta}\sin\theta\, i$

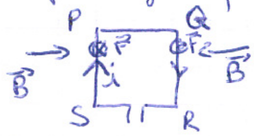
Soit $P_{elec} = \mathcal{M}_\Delta \times \dot{\theta} = \mathcal{M}_\Delta \times \omega = P_{meca}$

La puissance électrique fournie au moteur est égale à la puissance mécanique qu'il produit.

VI) Convertisseurs électromécaniques.

1) Moteur à courant continu

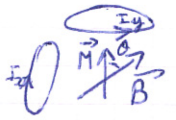
Bobine plongée dans un champ magnétique permanent (radial)



$\Rightarrow$ À chaque demi-tour de la bobine un système de balais change le sens du courant

2) Moteur synchrone

Principe : Placer un aimant permanent (ou électro-aimant) dans un champ magnétique tournant



$\vec{M}$: moment magnétique $\Rightarrow$ rotor.
$\vec{B} = B(\cos\omega t\, \vec{e_x} + \sin\omega t\, \vec{e_y})$: champ magnétique tournant.

Avantage : pas de balais $\rightsquigarrow$ plus endurant.

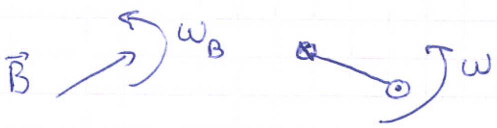
Le couple fourni par le moteur est $\vec{\Gamma} = \vec{M} \wedge \vec{B} \Rightarrow \|\vec{\Gamma}\| = MB \sin\theta$

Problème de démarrage, il faut garder $\theta = \pi/2$ pour avoir un couple de démarrage.

$\rightsquigarrow$ même principe qu'un moteur pas-à-pas.

3) Moteur asynchrone.

Principe : on place une bobine dans un champ magnétique tournant



Champ magnétique tournant $\Rightarrow$ courant induit dans le rotor $\Rightarrow$ moment magnétique $\vec{M}$. Le rotor subit un couple $\vec{\Gamma} = \vec{M} \wedge \vec{B}$

Si $\omega = 0$ $\quad i = \dfrac{e}{R} = -\dfrac{1}{R}\dfrac{d\phi}{dt} = -\dfrac{1}{R} \times SB \dfrac{d}{dt}\cos(\omega_B t) = \dfrac{\omega_B S B}{R}\sin(\omega_B t)$

$M = iS = \dfrac{\omega_B S^2 B}{R}\sin(\omega t) \qquad \Gamma = \vec{M} \wedge \vec{B} = MB\sin\omega_B t = \dfrac{\omega_B S^2 B^2}{R}\sin^2(\omega_B t)$

$$\langle \Gamma \rangle = \frac{\omega_B S^2 B^2}{2R} \neq 0$$