DS5 : Électricité et architecture de la matière

Durée : 4h. Les calculatrices sont autorisées. Le devoir est probablement trop long pour être terminé, faites-en le maximum.

Exercice 1 : Ordres de grandeur (TD7)

Dans les questions suivantes, il peut vous manquer quelques données, à vous de faire des estimations raisonnables ! Toutes les réponses doivent être correctement justifiées.

1. Donner l'ordre de grandeur de la dimension d'un atome et de celle de son noyau.
2. Quelle serait la taille du noyau de l'atome si celui-ci avait la taille d'un terrain de football ?
3. De quoi est composée la majeur partie du volume d'un atome ?
4. Si une bille était grossi jusqu'à avoir la taille de la planète Terre, quelle serait la taille des atomes qui la composent ?
5. Donner un ordre de grandeur du nombre d'atomes qui composent un grain de sable ?
6. Combien y a-t-il de grains de sable sur une plage (estimer sa dimension) ? Quel volume occuperait le même nombre d'atomes.

Exercice 2 : Classification périodique

L'objectif de cet exercice est de construire la classification périodique des éléments.

1. Qu'est-ce que l'état fondamental d'un atome ?
2. Énoncer la règle qui permet de déterminer l'ordre de remplissage des sous-couches électroniques d'un atome dans son état fondamental. (Question bonus : donner le nom de la personne associée à cette règle)
3. Donner l'ordre de remplissage des sous-couches électroniques jusqu'à la sous-couche $5p$
4. Expliquer pourquoi des éléments ayant des sous-couches de valences similaires ont des propriétés chimiques similaires.
5. Dessiner une représentation schématique de la classification périodique en indiquant pour chaque *bloc* la sous-couche en cours de remplissage.
6. Pourquoi l'hélium qui dont la sous-couche de valence est $1s$ ne se trouve-t-il pas dans le bloc s ?
7. Citer 2 familles de la classification périodique en indiquant pour chacune : la colonne dans laquelle elle se trouve, une propriété chimique et un élément qui en fait partie.
8. Application : Le soufre appartient à la troisième période et la seizième colonne. En déduire la configuration électronique d'un atome de soufre dans son état fondamental.

Exercice 3 : Représentations de Lewis

1. Déterminer la configuration électronique du Manganèse ($_{25}Mn$). Combien d'électron de valence possède un atome de manganèse ?
2. Donner une représentation de Lewis de l'ion permanganate (MnO_4^-) respectant la règle de l'octet pour tous les atomes. Indiquer les charges portées par chaque atome.
3. La position du manganèse dans la classification périodique indique qu'il peut s'entourer de plus de 8 électrons de valence lorsqu'il forme une molécule. Proposer une explication à ce phénomène.
4. Donner une seconde représentation de Lewis de l'ion permanganate qui minimise la charge portée par chaque atome.

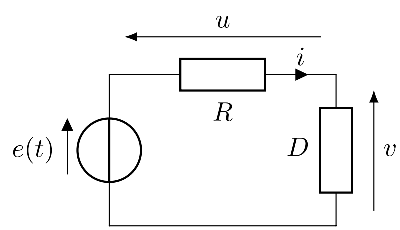
Déterminer la représentation de Lewis des molécules suivantes, pour chaque molécule indiquer le nombre d'éléctrons de valence et le nombre de doublets.

5. $N_2H_5^+$
6. BH_4^-
7. BrO^-
8. CO_3^{2-}
9. NH_4^+

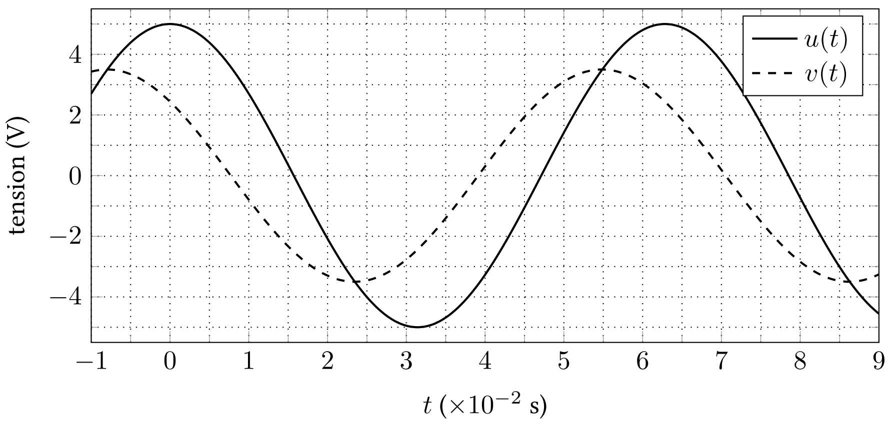
Données : $_5B$, $_{35}Br$, $_7N$, $_8O$, $_{16}S$

Exercice 4 : Dipôle inconnu

Dans le montage suivant, le GBF délivre une tension $e(t)$ sinusoïdale de pulsation ω, R est une résistance et D un dipôle inconnu. On note $u(t) = U_m \cos(\omega t)$ et $v(t) = V_m \cos(\omega t + \varphi)$ les tensions aux bornes respectivement de R et D.



On visualise à l'oscilloscope $v(t)$ et $u(t)$ et on obtient le graph suivant :



On cherche à utiliser ces résultats graphiques pour déterminer les caractéristiques de D sachant de $R = 100\,\Omega$.

1. Déterminer les amplitudes U_m et V_m.
2. Déterminer la pulsation ω des signaux mesurés.
3. La tension v est-elle en avance ou en retard sur la tension u ? En déduire le signe de φ.
4. Déterminer graphiquement le décalage temporel Δt entre les tensions u et v. En déduire la valeur de φ.

On notes $\underline{Z} = X + jY$ l'impédance complexe du dipôle D.

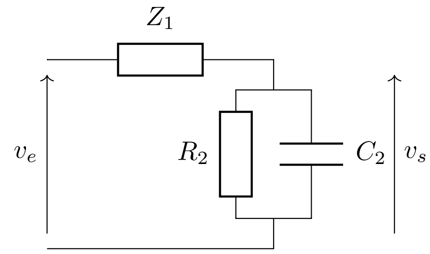
5. Exprimer l'intensité complexe $\underline{i}$ en fonction de la tension complexe $\underline{u}$ et de R.
6. Donner la relation entre la tension complexe $\underline{v}$, $\underline{i}$ et $\underline{Z}$. En déduire l'expression de $\underline{Z}$ en fonction des tensions complexes $\underline{u}$ et $\underline{v}$ et de R.
7. Montrer que le module et l'argument de $\underline{Z}$ sont donnés par :

$$Z = |\underline{Z}| = \frac{RV_m}{U_m} \quad \text{et} \quad \arg(\underline{Z}) = \varphi$$

8. Exprimer X et Y en fonction de Z et de φ, en déduire les valeurs numériques de X et de Y. Quel(s) composants peut-on utiliser pour fabriquer le dipôle D ?

Exercice 5 : Atténuateur

On souhaite atténuer la tension aux bornes d'un dipôle composé d'une résistance et d'un condensateur branchés en parallèle. Pour cela on le branche en série avec un autre dipôle d'impédance Z_1. (Voir la figure ci-contre). On souhaite obtenir $v_s = kv_e$ avec $k < 1$ et k indépendant de la fréquence du signal d'entrée.



1. On commence par considérer que $C_2 = 0$ (Le condensateur C_2 est absent). Montrer qu'il suffit que Z_1 soit une résistance que l'on exprimera en fonction de k et R_2.
2. On considère maintenant $C_2 \neq 0$. Montrer que l'atténuation obtenue en utilisant pour Z_1 la résistance trouvée à la question précédente dépend de la fréquence du signal.
3. Quel type de filtre réalise-t-on de cette manière ?
4. Montrer que si le dipôle Z_1 est composé d'une résistance R_1 en parallèle avec un condensateur C_1 on obtient l'effet d'atténuation recherché lorsque $R_1 = \frac{1-k}{k}R_2$ et $C_1 = \frac{k}{1-k}C_2$

Exercice 6 : Création d'un signal sinusoïdal

On souhaite créer une tension oscillant sinusoïdalement à la fréquence f_0 à partir d'un signal carré dont la pulsation propre est également f_0.

1. Expliquer pourquoi un filtre passe-bas convenablement choisi peut transformer le signal carré en signal sinusoïdal.
2. La décomposition en série de Fourrier du signal carré est :

$$s(t) = \sin(2\pi f_0 t) + \frac{1}{3}\sin(6\pi f_0 t) + \frac{1}{5}\sin(10\pi f_0 t) + \dots$$

représenter graphiquement le spectre de ce signal.

On souhaite que le signal sinusoïdal produit ait un taux de distorsion harmonique T inférieur à 1%. Le taux de distorsion harmonique mesure l'importance relative des harmoniques de rang $h \geq 2$ par rapport au fondamental. On fera l'approximation que :

$$T = \frac{Q_3}{Q_1}$$

où Q_1 est l'amplitude du fondamental et Q_3 l'amplitude de l'harmonique de rang 3.

3. On note $G(f)$ le gain du filtre à la fréquence f. Montrer que l'on doit avoir

$$\frac{G(3f_0)}{G(f_0)} < 3 \times 10^{-2}$$

4. Représenter le gabarit d'un filtre permettant d'obtenir le signal sinusoïdal souhaité.
5. Comment construire un filtre passe-bas du premier ordre à l'aide d'un condensateur C et d'une résistance R ?
6. Montrer que le gain de ce filtre à la fréquence f s'écrit

$$G(f) = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{f}{f_c}\right)^2}}$$

avec $f_c = \frac{1}{2\pi RC}$

7. On pose $x = \left(\frac{f_0}{f_c}\right)^2$, montrer que le taux de distorsion harmonique que l'on obtient avec ce filtre est :

$$T(x) = \sqrt{\frac{1+x}{1+9x}}$$

8. Montrer que, quel que soit x, $T(x) > 1/3$ (on pourra montrer que $T(x)^2 - 1/9 > 0$). Un filtre du premier ordre est-il compatible avec le gabarit spécifié ci-dessus ?

Exercice 7 : Diagramme de Bode

On souhaite étudier un filtre dont la fonction de transfert est :

$$\underline{H}(\omega) = \frac{1}{1 + jQ\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)}$$

1. De quel type de filtre s'agit-il ?
2. Donner l'expression du gain en décibel $G_{dB}(\omega)$ de ce filtre.
3. Donner une approximation de $G_{dB}(\omega)$ lorsque $\omega \to 0$ et $\omega \to \infty$.
4. Tracer le diagramme de Bode de ce filtre en faisant apparaître les droites asymptotiques en $\omega \to 0$ et $\omega \to \infty$ pour $Q = 1$.
5. Faire apparaître sur le graphique la bande passante à -3 dB, notée $\Delta\omega$.
6. On rappelle que lorsque $G_{dB} = -3$ dB, $G = \frac{1}{\sqrt{2}}$. Montrer que $\Delta\omega = \frac{\omega_0}{Q}$.