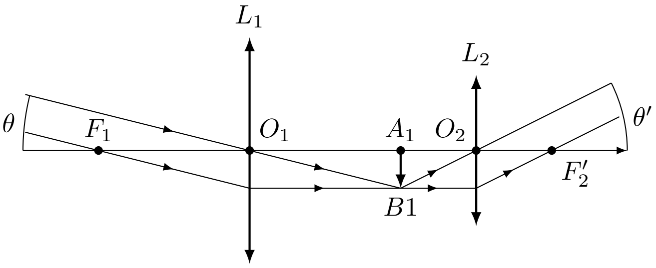
DS3 : Optique et quantique – corrigé

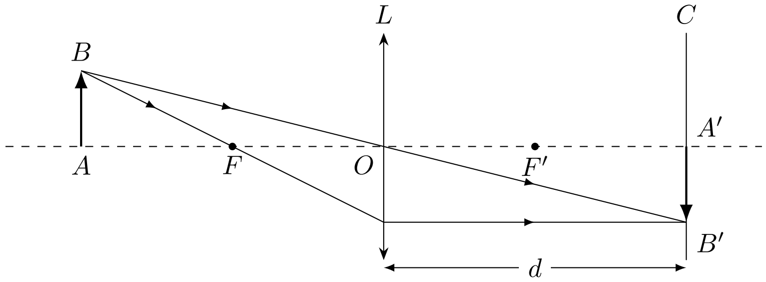
Exercice 1 : Lunette astronomique (TD2)

1. Voir schéma. L'image se situe dans le plan focal de la première lentille.
2. Voir schéma. L'image se situe à l'infini.
3. $\tan(\theta') = \dfrac{AB}{f_2'} = \dfrac{f_1' \tan(\theta)}{f_2'}$.
4. Dans l'approximation des petits angles : $\theta' = \frac{f_1'}{f_2'}\theta$. Donc $G = \frac{f_1'}{f_2'}$
5. 1 minute d'angle= $\frac{1}{60}$ degrés. Ici $G = 200$ donc $\theta' = 200$ minutes $\simeq 3{,}33°$

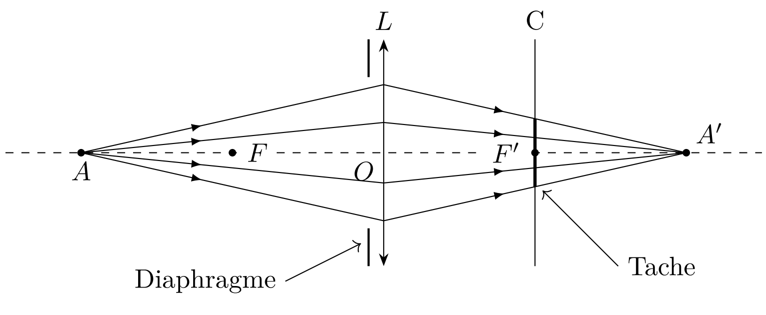


Exercice 2 : L'appareil photo numérique

1. L'objectif de l'appareil forme l'image de l'objet photographié sur le capteur de l'appareil dont chacun des pixels enregistre la couleur et l'intensité de la lumière qu'il reçoit.



2. L'image d'un objet situé à l'infini se trouve dans le plan focal image de la lentille. Il faut donc placer le capteur en F' à une distance $d = 55\,\text{mm}$ de l'objectif.
3. On a $\overline{OA} = -1{,}20\,\text{m}$ et $d = \overline{OA'}$ grâce à la formule de conjugaison on trouve $d = 57{,}6\,\text{mm}$
4. Pour faire la mise au point de l'appareil photo il faut faire varier la distance entre l'objectif et le capteur.
5. Dans ces conditions, on a $\overline{OA} = -100\,\text{m}$ et la formule de conjugaison donne $\overline{OA'} = 55{,}03\,\text{mm} \simeq 55\,\text{mm} = f'$(comme la distance à l'objet est grande, son image se trouve dans le plan focal image de l'objectif). Le théorème de Thalès donne $\dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \dfrac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$ donc $\overline{A'B'} = \overline{AB}\dfrac{f'}{\overline{OA}}$. D'où finalement $\overline{A'B'} = -2{,}75\,\text{cm}$. La taille algébrique de l'objet est négative car l'image est inversée sur le capteur.
6. En utilisant la même méthode dans l'autre sens, on trouve que l'objet a une hauteur maximale de $43{,}6\,\text{m}$.
7. Le diaphragme ne fait que limiter la quantité de lumière qui entre dans l'appareil photo, lorsqu'on le ferme, l'image est plus sombre et lorsqu'on l'ouvre elle est plus lumineuse.
8. Pour que l'image enregistrée par le capteur reste nette, il faut que la dimension de la tache soit inférieure à celle d'un pixel.



9. Appelons δ la taille de la tache lumineuse sur l'écran et D le diamètre d'ouverture du diaphragme. Le théorème de Thalès donne directement :
$$\frac{\delta}{D} = \frac{A_0'F'}{A_0'O} = 1 - \frac{f'}{A_0'O}$$

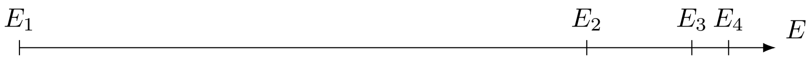
(A'_0 est l'image du point A_0 par l'objectif). En utilisant la formule de conjugaison, on trouve finalement $\dfrac{\delta}{D} = \dfrac{f'}{A_0O}$ soit $A_0O = \dfrac{Df'}{\delta}$.

— Pour $D = 20\,\text{mm}$ on trouve $A_0O = 110\,\text{m}$

— Pour $D = 5\,\text{mm}$ on trouve $A_0O = 27{,}5\,\text{m}$

10. Plus le diaphragme est fermé plus la profondeur de champ est importante. On voit très clairement sur la figure que lorsque le diaphragme est fermé, la dimension de la tache sur l'écran est réduite.
11. Le diaphragme est le plus ouvert pour la photo en haut à gauche (faible profondeur de champ) puis il est de plus en plus fermé jusqu'à la photo en bas à droite (grande profondeur de champ).

Exercice 3 : Spectre solaire

1. 

2. On lit sur le graphique les longueurs d'onde des raies de l'hydrogène : $\lambda_\alpha \simeq 656\,\text{nm}$, $\lambda_\beta \simeq 486\,\text{nm}$ et $\lambda_\gamma \simeq 434\,\text{nm}$. Qui correspondent aux énergies $E = \frac{hc}{\lambda}$. Soit $E_\alpha = 3{,}03 \times 10^{-19}\,\text{J} = 1{,}9\,\text{eV}$, $E_\beta = 4{,}09 \times 10^{-19}\,\text{J} = 2{,}56\,\text{eV}$ et $E_\gamma = 4{,}58 \times 10^{-19}\,\text{J} = 2{,}86\,\text{eV}$.
3. On a $E = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$ Donc $\lambda = \frac{hc}{E}$
4. L'énergie d'un photon émis lors du passage d'un niveau n à un niveau n' ($n > n'$) est :
$$E = E_n - E'_n = E_1\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n'^2}\right) = \frac{hc}{\lambda}$$
donc
$$\frac{1}{\lambda} = \frac{-E_1}{hc}\left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2}\right) \quad \text{et} \quad R = \frac{-E_1}{hc} \simeq 1{,}1 \times 10^7\,\text{m}^{-1}$$
5. La longueur d'onde est maximale lorsque l'énergie est minimale. Or, l'énergie est minimale lorsque le photon effectue la transition $E_2 \to E_1$. Dans ce cas, l'énergie du photon émis est $E = -13.6 \times (1/4 - 1) = 10{,}2\,\text{eV}$. Cela correspond à une longueur d'onde dans le vide $\lambda = 122\,\text{nm}$. (ultraviolet)
6. La longueur d'onde est minimale lorsque l'énergie est maximale, donc lorsqu'on effectue une transition $E_\infty \to E_3$. Dans ce cas l'énergie du photon émis est $E = 13.6/9 = 2{,}42\,\text{eV}$. Celà correspond à une longueur d'onde dans le vide $\lambda = 822\,\text{nm}$ (infrarouge).
7. Donc toutes les transitions vers le niveau E_1 auront une longueur d'onde plus courte que 122 nm et seront dans l'ultraviolet. Et toutes les transitions vers le niveau E_3 auront une longueur d'onde plus grande que 833 nm et seront dans l'infrarouge. Seules les transitions vers le niveau E_2 peuvent produire des photons visibles.
8. On trouve numériquement que les raies H_α, H_β et H_γ correspondent respectivement aux transitions $E_3 \to E_2$, $E_4 \to E_2$ et $E_5 \to E_2$.

Exercice 4 : Un petit problème

On considère que le pointeur laser de Jim a une puissance $P = 1\,\text{W}$, une longueur d'onde $\lambda = 532\,\text{nm}$ et son faisceau a un diamètre $d = 2\,\text{mm}$. La Lune se trouve à une distance $D \approx 4 \times 10^8\,\text{m}$. La pupille de Bob par laquelle entrent les photons a un rayon $r = 2\,\text{mm}$

Le nombre de photons émis par le laser est $n = \frac{P}{h\nu} = \frac{P\lambda}{hc}$. L'angle de diffraction du laser est $\theta = \frac{\lambda}{d}$ et donc le diamètre de la tache du laser au niveau de la Lune est $L = D\theta = \frac{D\lambda}{d}$.

Le nombre de photons par mètre carré et par seconde qui atteint la lune est $\Phi = \frac{n}{S}$ où $S = \frac{\pi L^2}{4}$ est la surface de la tache du laser au niveau de la Lune.

Le nombre de photons qui entrent dans l'œil de Bob par seconde est
$$N = \Phi\pi r^2 = \frac{n\pi r^2}{S} = \frac{P\lambda\pi r^2}{hc\pi L^2/4} = \frac{4Pr^2d^2}{hcD^2\lambda} \approx 4 \times 10^3\,\text{photons/s}$$
Ce résultat est au dessus de la limite de visibilité de l'œil humain, cependant il est fort probable que cette intensité soit bien plus faible que des lumières parasites environnantes (éclairage publique, face ensoleillée de la Terre, diffusion par l'atmosphère) et donc que Bob ne puisse pas discerner le laser de Jim au milieu de cette pollution lumineuse.