

## Concours blanc – Système récupérateur d'énergie en discothèque

De nombreux systèmes de récupération d'énergie sont aujourd'hui utilisés pour alimenter des capteurs ou des petits dispositifs électroniques. Ces systèmes récupèrent de l'énergie de l'activité humaine, de la chaleur ambiante, de la lumière ou des vibrations. On étudie dans cette partie un système conçu et mis en œuvre par des ingénieurs néerlandais afin de récupérer l'énergie issue de la danse, dans le contexte d'une discothèque. Ce système fait l'objet d'un brevet, publié en 2010 par l'entreprise Energy Floors®.

La piste de danse est composée d'un réseau de modules surmontés de dalles mobiles, convertissant une partie de l'énergie cinétique des danseurs en énergie électrique. Cette énergie est ensuite utilisée pour éclairer, entre autres, une assemblée de diodes électroluminescentes (LED) multicolores situées sur les dalles et autour de la piste de danse. Chaque module comprend également un système optique de miroirs permettant d'observer une multitude d'images de chaque LED, simulant un effet de « miroir infini ».

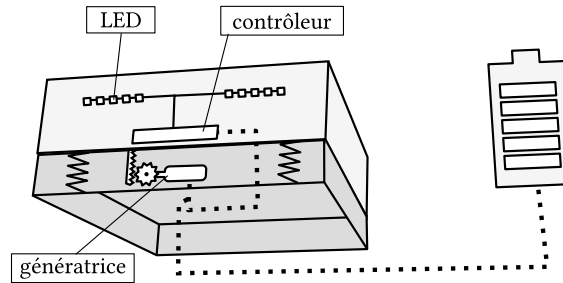


FIGURE 1 – Vue d'artiste du récupérateur d'énergie.

## 1 Modélisation de la conversion d'énergie

### 1.1 Mouvement de la dalle : mise en équation

Pour étudier le comportement mécanique du système récupérateur d'énergie, on se place à l'échelle d'un module unique, constitué d'une dalle de dimensions  $65\text{ cm} \times 65\text{ cm} \times 4,5\text{ cm}$  suspendue par des ressorts mécaniques. Pour simplifier, on la modélise par une masse  $m$  reliée à un ressort équivalent de longueur à vide  $\ell_0$  et de constante de raideur  $k$ , ainsi qu'à un amortisseur mécanique (frottement fluide) de coefficient  $D > 0$  (voir figure 2). On note  $\vec{g} = -g\vec{e}_x$  le champ de pesanteur supposé uniforme. La force de frottement fluide due à l'amortisseur mécanique est  $\vec{F}_D = -D\vec{v}$ .

La dalle est repérée par sa position  $x$  sur un axe vertical ascendant de vecteur unitaire  $\vec{e}_x$ , l'origine  $O$  étant liée au bâti. Son mouvement est étudié dans le référentiel terrestre  $\mathcal{R}$  supposé galiléen ; on note  $\vec{v} = \dot{x}\vec{e}_x$  son vecteur vitesse dans ce référentiel. Le déplacement linéaire vertical de la dalle est ensuite converti en mouvement de rotation par un engrenage de type pignon-crémaillère.

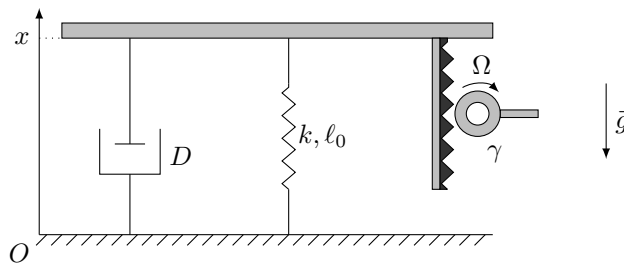


FIGURE 2 – Modèle mécanique de la dalle mobile : schéma et notations

1. Exprimer la force de rappel  $\vec{F}_r$  exercée par le ressort sur la dalle en fonction des données du problème
2. La dalle étant supposée au repos, déterminer sa position d'équilibre  $x_{eq}$  en fonction de  $\ell_0$ ,  $k$ ,  $m$  et  $g$ . Vérifier l'homogénéité dimensionnelle et la pertinence physique de l'expression obtenue.

Un danseur de masse  $M$  monte sur la dalle : cette dernière se met alors en mouvement, avant de se stabiliser à une nouvelle position d'équilibre  $x'_{eq}$ .

3. Exprimer littéralement  $x'_{eq}$ , puis l'affaissement de la dalle  $\delta = x_{eq} - x'_{eq}$ .
4. Il faut que la présence de la dalle ne modifie pas considérablement les sensations des personnes qui dansent dessus. Ainsi l'affaissement de la dalle ne doit pas dépasser quelques millimètres. En choisissant une valeur raisonnable pour  $M$ , proposer une valeur de constante de raideur permettant de répondre à cette contrainte.

On cherche à présent à décrire la dynamique du mouvement de la dalle. Outre son poids, la force de rappel du ressort et la force exercée par l'amortisseur mécanique, la dalle subit également :

- une force exercée par le danseur en mouvement, notée  $\vec{F} = F\vec{e}_x$  ;
  - une force d'amortissement électromagnétique  $\vec{F}_\alpha = -\alpha\vec{v}$ , avec  $\alpha > 0$  ; on justifiera son expression dans la partie suivante.
5. Après avoir posé  $X = x - x_{eq}$ , montrer que le mouvement de la dalle est régi par une équation différentielle de la forme

$$\ddot{X} + \left( \frac{D + \alpha}{m} \right) \dot{X} + a_0 X = b_0$$

où on donnera les expressions de  $a_0$  et  $b_0$  en fonction de  $k$ ,  $m$  et  $F$ .

## 1.2 Puissance électrique reçue par les LED

Le mouvement de translation de la dalle, de vitesse  $\dot{x}(t)$ , entraîne la rotation de la roue dentée schématisée sur la figure 2. On admet que sa vitesse angulaire de rotation s'exprime  $\Omega = \gamma\dot{x}(t)$ , avec  $\gamma$  le rapport de transmission. L'énergie cinétique de la roue dentée est par la suite convertie en énergie électrique au moyen d'une génératrice, servant alors à éclairer un réseau de LED disposées sur la partie supérieure des dalles.

On modélise dans un premier temps la génératrice par l'association série d'une force électromotrice (fem)  $u = K_t\Omega$ , d'une résistance  $R$  et d'une inductance propre  $L$ . On s'intéresse à la puissance débitée par ce dipôle dans le réseau de LED, assimilé à une résistance de charge  $R_L$  (voir figure 3).

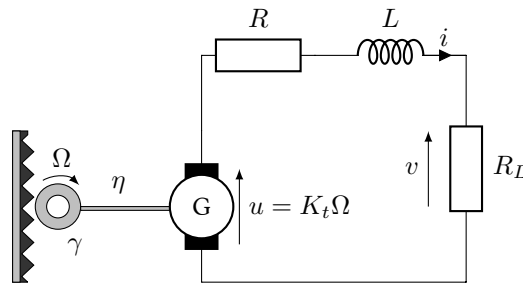


FIGURE 3 – Circuit électrique équivalent : schéma et notations

- Donner sans démonstration l'expression de l'impédance complexe d'un conducteur ohmique de résistance  $R$ , puis d'une bobine idéale d'inductance propre  $L$  en fonction de la pulsation d'excitation  $\omega$ .
- La pulsation étant celle imposée par les pas du danseur, estimer son ordre de grandeur.
- Sachant que  $R = 19,2 \Omega$ , justifier que l'on peut négliger l'inductance propre  $L \approx 2 \text{ mH}$  de la génératrice.
- Dans le cadre de l'approximation précédente, exprimer la tension  $v$  aux bornes de la résistance  $R_L$  en fonction de  $u$ ,  $R$  et  $R_L$ .
- Déduire de la question précédente que la puissance instantanée  $P_L(t)$  reçue par le réseau de LED peut s'écrire

$$P_L(t) = A[K_t\gamma\dot{x}(t)]^2$$

Avec  $A$  un facteur à exprimer en fonction de  $R$  et  $R_L$  uniquement.

La génératrice concède des pertes au cours de son fonctionnement. Son rendement est défini par

$$\eta = \frac{P_u(t)}{P_p(t)} \quad (0 < \eta < 1)$$

où  $P_u(t)$  et  $P_p(t)$  désignent respectivement la puissance instantanée fournie par la fem et la puissance instantanée prélevée par la génératrice à la dalle mobile.

- Exprimer  $P_u(t)$ , puis  $P_p(t)$  en fonction de  $K_t$ ,  $\gamma$ ,  $R$ ,  $R_L$ ,  $\dot{x}(t)$ , et  $\eta$ .
- Justifier de manière argumentée que cette puissance prélevée se traduit, d'un point de vue de la dalle, par une force de frottement de la forme  $\vec{F}_\alpha = -\alpha\vec{v}$  (voir partie 1.1), avec

$$\alpha = \frac{(K_t\gamma)^2}{\eta(R + R_L)}$$

- On donne  $\eta = 50 \%$ ,  $K_t = 7,28 \times 10^{-2} \text{ N m A}^{-1}$ . En prenant  $R_L = 150$  et  $\gamma = 2,2 \times 10^4 \text{ rad m}^{-1}$ , calculer la valeur de  $\alpha$ . Sachant que  $D = 10 \text{ N s m}^{-1}$ , justifier que l'on peut négliger l'amortissement mécanique de la dalle, c'est à dire que la majeure partie de l'amortissement est imposé par la génératrice.

### 1.3 Alimentation électrique des LED

On cherche ici à modéliser plus finement le circuit réel d'alimentation des LED. Dans le but d'obtenir une régulation linéaire de l'intensité lumineuse, on insère les LED, assimilées à une résistance de charge  $R_L$ , dans le montage représenté sur la figure 5 (à gauche), commandé par la tension  $u$  aux bornes de la génératrice. Les quatre diodes  $D_1$ ,  $D_2$ ,  $D_3$  et  $D_4$  sont supposées idéales. La caractéristique courant-tension d'une diode idéale est donnée sur la figure 4. On cherche à déterminer la tension  $v$  aux bornes de la résistance  $R_L$ .

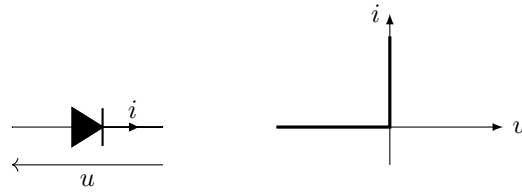


FIGURE 4 – Caractéristique courant-tension d'une diode idéale. Lorsque  $u$  est négatif,  $i = 0$ , la diode se comporte comme un interrupteur ouvert, on dit qu'elle est bloquante. Lorsque  $i$  est positif,  $u = 0$ , la diode se comporte comme un fil, on dit qu'elle est passante.

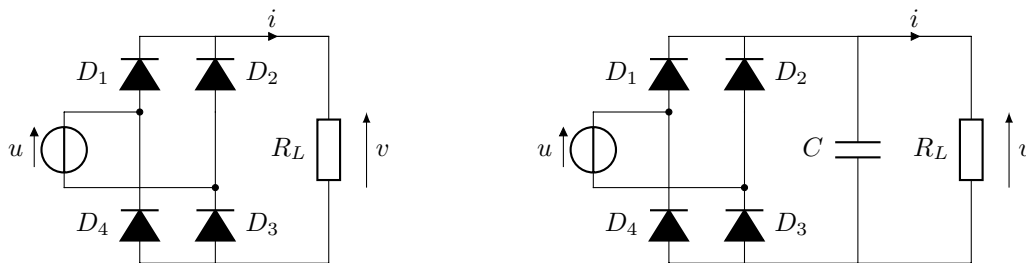


FIGURE 5 – Circuits électriques d'alimentation des LED : schémas et notations

14. Si la tension  $u$  est positive, décrire l'état des différentes diodes (bloquante ou passante) puis en déduire la relation entre  $v$  et  $u$ . Traiter de même le cas d'une tension  $u$  négative.

On considère une tension d'entrée du type  $u(t) = a \cos(\omega t)$ .

15. Représenter sur un même graphe l'évolution temporelle des tensions  $u$  et  $v$ . Quel est le rôle des diodes ?
16. En notant  $f_0 = \omega/2\pi$  la fréquence du signal  $u(t)$ , quelles fréquences sont susceptibles d'être présentes dans le signal  $v(t)$  ? Aucun calcul n'est attendu : on pourra remarquer que le signal  $v(t)$  est périodique, déterminer sa fréquence et remarquer qu'il n'est pas sinusoïdal.
17. Sachant que la luminosité des LED est directement liée au courant qui les traverse, quel pourrait être l'inconvénient visuel (voir médical) de ce montage ?

Afin de corriger ce problème, on rajoute dans le circuit un convertisseur, assimilé à un condensateur de capacité  $C$  connecté en parallèle avec la résistance  $R_L$  (voir figure 5, à droite). Ce condensateur de « découplage » permet de lisser la tension de sortie  $v(t)$ , à condition que son temps caractéristique  $\tau$  de décharge dans la résistance  $R_L$  soit grand devant la période du signal d'entrée.

18. Par analyse dimensionnelle (raisonnement sur les unités) donner l'expression de  $\tau$  en fonction de  $R_L$  et de  $C$ .
19. On donne  $R_L = 150$ . En considérant l'ordre de grandeur de  $\omega$  obtenu à la question 7, en déduire une condition numérique sur  $C$  permettant d'assurer un lissage satisfaisant de la tension  $v$ , et donc du courant  $i$  circulant dans le réseau de LED. Cette condition est-elle réalisable avec les condensateurs utilisés habituellement en TP ?

## 2 Simulations, optimisation des paramètres

Durant les phases de conception du dispositif, des simulations numériques ont été réalisées dans le but d'optimiser la conversion d'énergie cinétique en énergie électrique, tout en respectant les exigences de puissance et de sécurité.

### 2.1 Réponse indicielle

Dans cette partie, on impose à la dalle, initialement à sa position d'équilibre et immobile, un échelon de force  $F = F_0$  à partir de l'instant  $t = 0$ , et on cherche à quantifier la puissance fournie au réseau de LED. En utilisant les parties précédentes, l'équation du mouvement de la dalle peut être approchée par

$$\ddot{X} + \frac{\alpha}{m} \dot{X} + \frac{k}{m} X = \frac{F_0}{m}$$

où  $X = x - x_{eq}$  (voir partie 1.1). Cette équation différentielle peut se mettre sous la forme canonique suivante :

$$\ddot{X} + \frac{\omega_0}{Q} \dot{X} + \omega_0^2 X = \omega_0^2 \frac{F_0}{k}$$

On donne la valeur des paramètres mécaniques :  $m = 35 \text{ kg}$ ,  $k = 1,5 \times 10^5 \text{ N m}^{-1}$ . On prendra numériquement  $\alpha = 3,0 \times 10^4 \text{ N s m}^{-1}$ .

20. Donner les expressions de  $\omega_0$  et  $Q$  en fonction de  $k$ ,  $m$  et  $\alpha$ .
21. Préciser la signification physique de  $\omega_0$  et  $Q$ . Quel nom donne-t-on habituellement à ces paramètres ?
22. Exprimer une solution particulière de l'équation différentielle précédente.

Compte tenu des ordres de grandeur, on admet que la solution générale de l'équation différentielle peut s'écrire de façon approchée

$$X(t) \approx \frac{F_0}{k} \left[ 1 - \frac{1}{1 - Q^2} \left( e^{-\omega_0 Q t} - Q^2 e^{-\omega_0 t/Q} \right) \right]$$

23. Déterminer, en le justifiant, le type de régime transitoire d'évolution de  $X(t)$  parmi les adjectifs suivants : pseudo-périodique, critique, apériodique. Vérifier que cette solution satisfait aux conditions initiales précisées en début de partie.
24. En déduire la loi d'évolution de la vitesse  $\dot{x}(t)$  de la dalle.
25. Montrer finalement que dans le cadre du modèle développé à la question 10 la puissance électrique instantanée reçue par les LED s'écrit sous la forme

$$P_L(t) = K F_0^2 \left( e^{-\omega_0 Q t} - e^{-\omega_0 t/Q} \right)^2$$

avec  $K$  un facteur que l'on ne cherchera pas à déterminer.

26. Dans l'expression de  $P_L(t)$ , une exponentielle tend vers 0 beaucoup plus vite que l'autre : déterminer laquelle. Montrer alors qu'aux « temps longs »,  $P_L(t)$  décroît exponentiellement, selon un temps caractéristique  $\tau$  à exprimer en fonction de  $\omega_0$  et  $Q$ .

La figure 6, adaptée de la notice constructeur, représente l'évolution de la puissance électrique prédite (signal de sortie) sous l'effet de plusieurs échelons de force successifs d'intensité différente (signal d'entrée).

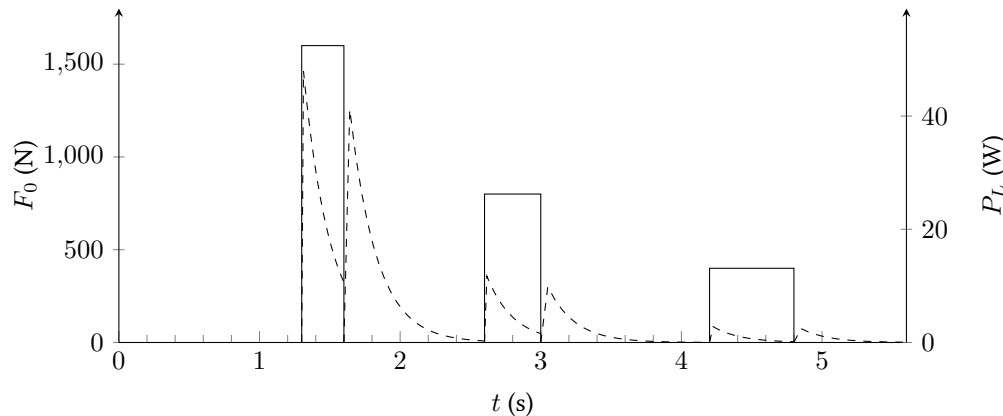


FIGURE 6 – Évolutions temporelles de la force et de la puissance électrique : simulations numériques.

27. Associer chaque courbe (en trait plein, en pointillés) à la grandeur correspondante :  $F_0$ ,  $P_L$ . Indiquer les intervalles temporels pendant lesquels sont appliqués des échelons de force, ainsi que les valeurs de  $F_0$  associés.
28. D'où vient la puissance produite lorsque la dalle remonte, c'est à dire à un moment où il n'y a plus de contact entre le danseur et la dalle ? Comment justifier que la puissance électrique tende vers zéro au bout d'un temps suffisamment long même en présence d'une force appliquée non nulle ?
29. Analyser l'influence de l'échelon de force  $F_0$  sur l'allure de  $P_L(t)$ , en lien avec la question 25
30. Le temps typique de décroissance  $\tau$  de la puissance électrique lors de l'application d'un échelon de force semble-t-il dépendre de  $F_0$  ? Estimer son ordre de grandeur, puis le comparer à la prédiction obtenue à la question 26

## 2.2 Forçage sinusoïdal

On teste à présent le système au plus proche de ses conditions réelles d'utilisation. Un expérimentateur danse sur la dalle et exerce sur elle une force  $\vec{F}$ , dont la norme mesurée au moyen d'un capteur de force placé sur celle-ci (voir figure 7). Le signal obtenu montre qu'en dansant, l'expérimentateur reste à tout instant en contact avec la dalle. On modélise ce signal de manière approximative par l'équation

$$F(t) = F_0 + F_1 \cos(\omega t + \varphi)$$

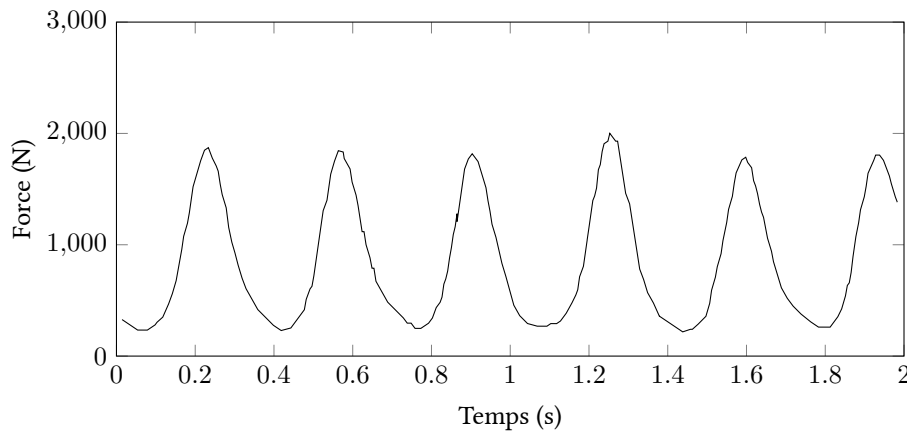


FIGURE 7 – Évolution expérimentale de la force  $F$  exercée par le danseur (de masse 83 kg) sur la dalle au cours du temps

31. Estimer la valeur des coefficients de modélisation  $F_0$ ,  $F_1$  et  $\omega$  pour le signal représenté sur la figure 7.

En redéfinissant  $X$  comme l'écart entre la position de la dalle et sa position d'équilibre atteinte lorsque le danseur est immobile, l'équation du mouvement de la dalle peut s'écrire

$$\ddot{X} + \frac{\omega_0}{Q} \dot{X} + \omega_0^2 X = \frac{F_1}{m} \cos(\omega t + \phi) \quad (1)$$

avec  $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$  et  $Q = \frac{\eta(R + R_L)\sqrt{km}}{(K_t\gamma)^2}$

On rappelle la valeur des paramètres mécaniques :  $m = 35$  kg,  $k = 1,5 \times 10^5$  N m<sup>-1</sup>. En régime établi, la solution de cette équation différentielle est de la forme

$$X(t) = X_0 \cos(\omega t + \phi)$$

On lui associe la grandeur complexe  $\underline{X}(t) = X_0 e^{j(\omega t + \phi)}$  telle que  $X(t) = \text{Re}(\underline{X}(t))$ . On a notera également que  $X_0 = |\underline{X}(t)|$

32. Écrire l'équation 1 en notation complexe.  
 33. En déduire l'expression de l'amplitude  $X_0$  de la dalle en fonction de  $\omega_0$ ,  $Q$ ,  $m$ ,  $\omega$  et  $F_1$ .  
 34. Exprimer l'amplitude de vitesse  $V_0 = |\dot{\underline{X}}(t)|$  de la dalle en fonction de  $X_0$  et  $\omega$ .

En utilisant les résultats de la partie précédente, il est possible de montrer (non demandé) que la moyenne temporelle de la puissance fournie aux LED s'exprime comme

$$\langle P_L \rangle = \frac{(\eta F_1 K_t)^2 R_L \gamma^2}{2K_t^4 \gamma^4 + 2\eta^2 k m (R + R_L)^2 [(\omega/\omega_0) - (\omega_0/\omega)]^2} \quad (2)$$

Dans la suite, on s'intéresse à l'influence de l'un des paramètres suivants,  $\omega$ ,  $\gamma$  ou  $R_L$ , sur la puissance moyenne récupérée  $\langle P_L \rangle$ , les autres paramètres étant maintenus constants.

35. Analyser les comportements asymptotiques de  $\langle P_L \rangle$  aux basses et aux hautes fréquences. Déterminer, littéralement puis numériquement, la pulsation  $\omega$  pour laquelle  $\langle P_L \rangle$  est maximale, ainsi que l'expression littérale de la puissance moyenne récupérée maximale notée  $\langle P_L \rangle_{\text{max}}$ . Tracer alors l'allure qualitative de  $\langle P_L \rangle$  en fonction de  $\omega$ .

Ce système a été testé en 2015 dans l'émission scientifique télévisée *On n'est pas que des cobayes*, à l'occasion de la Fête de la Science. Deux équipes, composées chacune de deux danseurs et deux danseuses, s'affrontent sur la piste de danse, avec pour objectif de générer le maximum d'énergie électrique pendant une durée fixée (30 secondes environ) :

- l'équipe 1 danse sur un morceau de salsa, de tempo 115 battements.min<sup>-1</sup> ;
- l'équipe 2 danse sur un morceau de disco, de tempo 125 battements.min<sup>-1</sup> .

36. En faisant l'hypothèse que les deux équipes ont la même masse totale et dansent de la même façon, quelle équipe a selon vous gagné ce duel, en vous fiant aux résultats établis à la question précédente ?

Dans les questions suivantes, on considère que la pulsation  $\omega$  imposée par le danseur est fixée. Le graphique 3D ci-dessous, montre que la puissance de sortie dépend fortement du rapport de transmission  $\gamma$  et de la résistance de charge  $R_L$ .

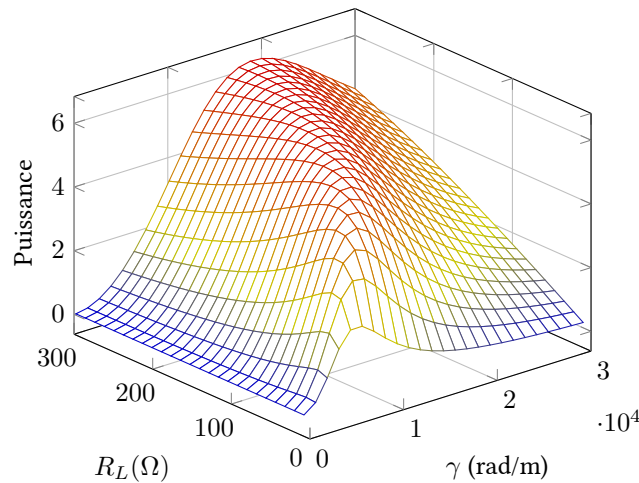


FIGURE 8 – Évolution de la puissance électrique de sortie en fonction du rapport de transmission et de la résistance de charge.

37. En exploitant l'expression de la puissance moyenne donnée par l'équation 2, tracer, en la justifiant, l'allure qualitative de  $\langle P_L \rangle$  en fonction de  $\gamma$ , les paramètres  $\omega$  et  $R_L$  étant fixés.
38. De la même manière, tracer, en la justifiant, l'allure qualitative de  $\langle P_L \rangle$  en fonction de  $R_L$ , les paramètres  $\omega$  et  $\gamma$  étant fixés.
39. Confronter vos prédictions d'évolution de  $\langle P_L \rangle$  en fonction de  $\gamma$  puis en fonction de  $R_L$  à la figure 8
40. Quel jeu de valeurs ( $\gamma, R_L$ ) proposeriez-vous pour dimensionner ce système? Justifier.

### 3 Étude du « miroir infini »

En association des LED situées sur son pourtour, chaque dalle est équipée d'une combinaison astucieuse de miroirs dans le but de maximiser leur effet lumineux. Une profondeur virtuelle variable peut être créée en faisant varier l'intensité lumineuse, permettant ainsi de visualiser jusqu'à une vingtaine d'images de chaque LED, comme représenté sur la figure 9.

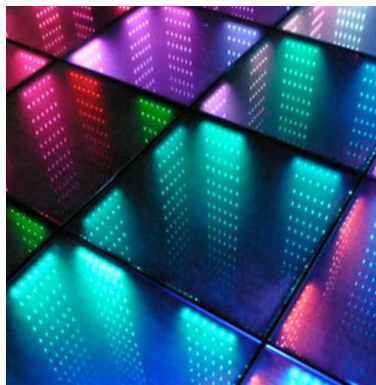


FIGURE 9 – Spectacle lumineux offert par les LED

#### 3.1 Éléments d'optique du dispositif

La système optique est modélisé par l'association de deux miroirs plans (voir figure 10) :

- un miroir ( $M$ ) totalement réfléchissant ;
- un miroir sans tain ( $M'$ ), réfléchissant une fraction de l'intensité lumineuse et laissant passer le reste, afin que le danseur puisse voir de multiples images de chaque LED.

Les miroirs sont disposés parallèlement ; la distance  $L$  qui les sépare est de l'ordre de quelques centimètre. Une LED, assimilée à une source ponctuelle monochromatique, est disposée entre les deux miroirs, à une distance  $\overline{OA} = \ell$  du miroir ( $M$ ).

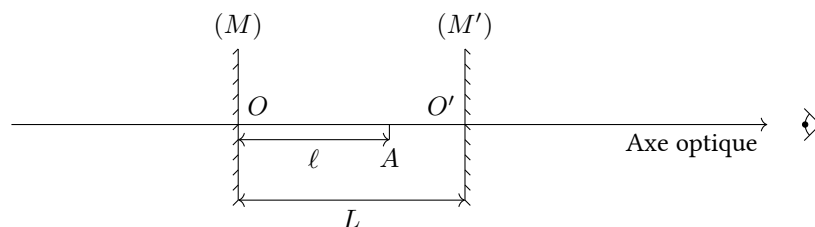


FIGURE 10 – Deux miroirs plans en configuration parallèle : schéma et notations.

41. Le miroir plan est un système optique rigoureusement stigmatique ; expliquer ce que cela signifie.
42. Faire un schéma montrant les rayons permettant de placer l'image  $A_1$  de  $A$  par le miroir  $(M)$ , ainsi que l'image  $A'_1$  de  $A$  par le miroir  $(M')$ . On choisira deux couleurs différentes pour le tracé des rayons, une pour chaque image.
43. Déterminer en fonction de  $\ell$  et  $L$  les longueurs algébriques  $\overline{OA_1}$  et  $\overline{OA'_1}$ .

L'image  $A_1$  joue à son tour le rôle d'objet pour le miroir  $(M')$ , qui en donne une image notée  $A'_2$ . De même, l'image  $A'_1$  joue le rôle d'objet pour le miroir  $(M)$  qui en donne une image  $A_2$ , et ainsi de suite... On admet l'expression généralisée de la position de l'image  $A_n$  ( $n \in \mathbb{N}^*$ ) située en amont du miroir  $(M)$  sur l'axe optique :

$$\overline{OA_n} = \begin{cases} \ell - nL & \text{si } n \text{ est pair} \\ -\ell - (n-1)L & \text{si } n \text{ est impair} \end{cases}$$

Pour que l'effet de « miroir infini » soit le plus spectaculaire possible, il faut que les images  $A_n$  sous la piste de danse apparaissent équidistantes aux yeux des danseurs, comme le montre la figure 9.

44. Déterminer rigoureusement la relation que doivent vérifier  $\ell$  et  $L$  pour que la condition énoncée ci-dessus soit réalisée ; exprimer alors la distance  $\overline{A_{n+1}A_n}$  entre deux images successives en fonction de  $L$ .
45. En pratique, les images  $A_n$  de chaque LED n'apparaissent pas toutes aussi lumineuses ; expliquer qualitativement pourquoi. Comment évolue la luminosité des images quand  $n$  augmente ?

### 3.2 L'aluminium du miroir

Pour produire un miroir, on dépose une fine couche métallique sur une plaque de verre. Si cette couche est suffisamment fine, le miroir peut laisser passer une partie de la lumière incidente, c'est un miroir sans tain.

46. Que représente le numéro atomique  $Z$  d'un élément ? Quelle est la configuration électronique de l'aluminium dans son état fondamental ?
47. Donner la position de l'aluminium dans la classification périodique en la justifiant.
48. Quel est l'ion le plus probable de l'aluminium ?

Lorsqu'on plonge une feuille d'aluminium préalablement chauffée dans un ballon contenant du dichlore,  $\text{Cl}_2$ , le métal s'enflamme et il se forme des fumées blanches de chlorure d'aluminium,  $\text{AlCl}_3$ .

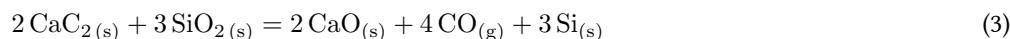
49. Écrire l'équation de la réaction.
50. Donner la structure de Lewis de  $\text{AlCl}_3$ . On précise que dans cette molécule, l'aluminium ne respecte pas la règle de l'octet, il possède une case quantique vide.

## 4 L'électronique à base de silicium

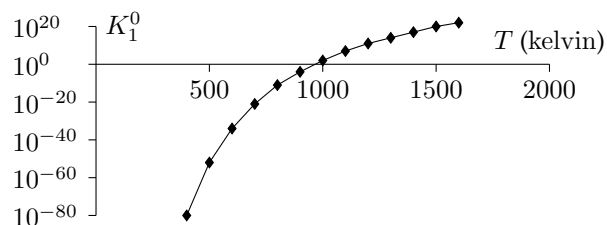
Le contrôleur utilisé pour piloter ce système est un système électronique dont une grande partie des composants sont fabriqués à base de silicium. On se propose dans cette partie d'étudier quelques aspects de la chimie du silicium.

Pour produire le silicium, on réduit le dioxyde de silicium  $\text{SiO}_2$  par le carbure de calcium  $\text{CaC}_{2(s)}$ . Pour  $T < 1683 \text{ K}$ , aucun changement d'état n'intervient.

L'équation de la réaction est :



Sa constante d'équilibre est noté  $K_1^0$ .



$$\text{Courbe } K_1^0 = f(T)$$

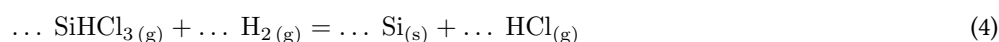
51. Quelle est l'influence d'une augmentation de la température à pression et composition constante? Justifier. En déduire si l'industriel a intérêt à travailler à basse ou haute température.

Dans un réacteur de volume constant 8 litres, préalablement vide, on introduit 18 g de  $\text{SiO}_2$  solide et 32 g de  $\text{CaC}_2$  solide. On opère à  $T = 1730 \text{ K} > 1683 \text{ K}$ . On suppose que la phase gazeuse est assimilable à un gaz parfait.

52. Écrire l'équation (3') en précisant les états physiques des espèces chimiques.  
 53. Sachant que la constante d'équilibre de la réaction (1') vaut :  $K_1^0(1730 \text{ K}) = 3,68 \times 10^{24}$ , calculer la pression du système si l'équilibre est atteint puis la quantité de matière de monoxyde de carbone formé. Conclure.  
 54. En déduire les quantités de matière des différents espèces chimiques à l'état final, la pression de la phase gazeuse (supposée parfaite) et déterminer la masse de silicium formée.

Le silicium obtenu est mis en réaction avec du chlorure d'hydrogène gazeux ( $\text{HCl}$ ) à  $300^\circ\text{C}$ . On forme majoritairement le trichlorosilane ( $\text{SiHCl}_3$ ) mais également le dichlorosilane  $\text{SiH}_2\text{Cl}_2$ . Après refroidissement à  $15^\circ\text{C}$ , on obtient un mélange liquide de  $\text{SiHCl}_3$  et de  $\text{SiH}_2\text{Cl}_2$  de composition molaire 80% en  $\text{SiHCl}_3$ . Une distillation fractionnée permet alors de purifier le trichlorosilane  $\text{SiHCl}_3$ .

Le trichlorosilane ultra-pur est réduit par l'hydrogène vers  $1000^\circ\text{C}$ , selon la réaction :



Le silicium ultra-pur, produit par cette réaction, est déposé sur un barreau de silicium. Le silicium obtenu est directement utilisable pour la fabrication des circuits électroniques.

55. Ajuster les nombres stœchiométriques de l'équation (4).  
 56. Donner la configuration électronique dans son état fondamental de l'atome de silicium et de l'atome de chlore en indiquant les électrons de cœur et de valence.  
 57. Donner la représentation de Lewis des molécules de dichlorosilane, trichlorosilane et du chlorure d'hydrogène.

## Données

Données à 298 K

### Constantes

Constante d'Avogadro  $N_A = 6,02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$

Constante des gaz parfaits  $R = 8,31 \text{ J K mol}^{-1}$

### Extrait du tableau périodique des éléments

	H	C	N	O	Al	Si	Cl	Ca
Numéro atomique	1	6	7	8	13	14	17	20
Masse molaire ( $\text{g mol}^{-1}$ )	1.01	12.0	14.0	16.0	27.0	28.1	35.5	40.1

### Données thermodynamiques

	Si	$\text{SiO}_2$	$\text{SiHCl}_3$	$\text{H}_2$	$\text{HCl}$	$\text{CaC}_2$	$\text{CaO}$
Température de fusion (K)	1683	1883	139	14	159	2430	2886

---

Fin du sujet

---