

TP11 : Oscillateur harmonique amorti – Corrigé

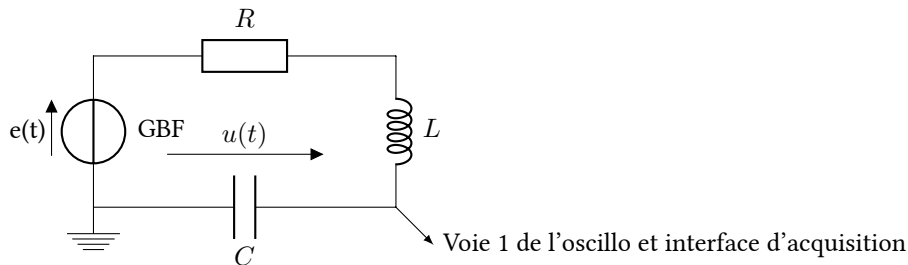
Ce qui suit est une proposition de correction du TP11, elle n'est probablement pas parfaite et elle n'est pas la seule possible. Il est possible de faire un bon compte-rendu de TP de plusieurs manières différentes. Elle ne doit être prise que comme un exemple dont il faut s'inspirer sans le reproduire à l'identique

1 Position du problème

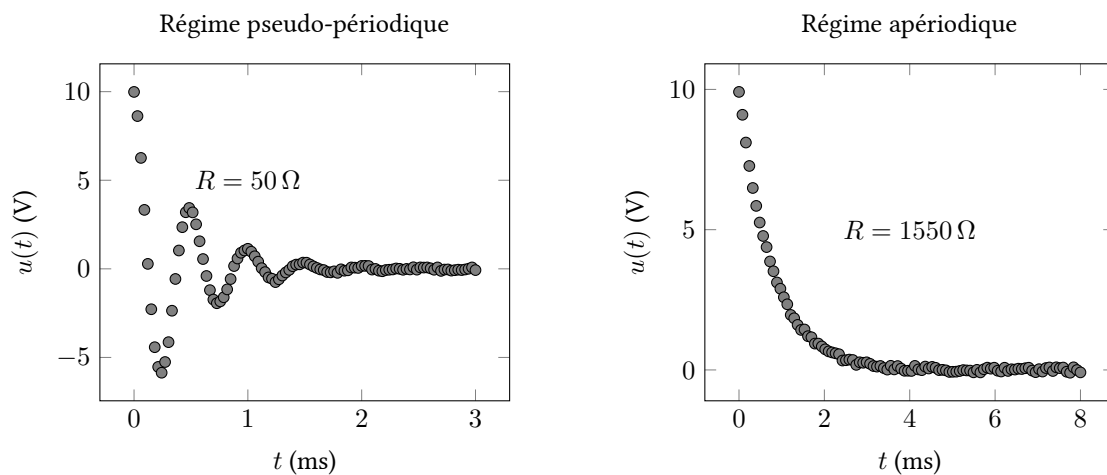
L'objectif de ce TP est d'étudier le comportement d'un circuit RLC série en régime transitoire, en particulier d'observer les différents régimes (pseudo-périodique, critique, apériodique). Pour cela on fait l'acquisition de la tension aux bornes du condensateur pour la comparer aux expressions théoriques correspondant aux différents régimes.

2 Mesure des différents régimes

On utilisera le circuit schématisé ci-dessous. Le GBF fournit un signal carré entre 0 V et 10 V, de fréquence $f = 50$ Hz. On utilise un condensateur de capacité $C = 0,5 \text{ F} \pm 10 \%$, une résistance variable R précise à 0,5 % et une bobine de 1000 tours dont on ignore l'inductance L . Il faut préciser qu'une partie de la résistance R provient de la résistance de sortie du GBF qui est de l'ordre de 50Ω (on estime l'incertitude associée à $\pm 10 \%$).



En changeant la valeur de R , on observe à l'oscilloscope et on fait l'acquisition informatique des différents régimes de l'oscillateur harmonique amorti. On représente ci-dessous les différents régimes observés pour différentes valeurs de R .



La courbe de gauche est obtenue en utilisant uniquement la résistance de sortie du GBF, pour celle de droite on a ajouté une résistance externe de 1500Ω . On note aussi que le régime critique marquant la frontière entre régime apériodique et régime pseudo-périodique est obtenu pour une résistance comprise entre 300Ω et 320Ω . Ce qui correspond à une résistance

$$R_{\text{crit}} = 310 \Omega \pm 10 \Omega$$

3 Analyse

On peut commencer par utiliser la valeur de R_{crit} pour en déduire une estimation de la valeur de l'inductance L de la bobine. En effet, dans ces conditions on a $Q = \frac{1}{2}$. On obtient

$$\frac{1}{R_{\text{crit}}} \sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow L = \frac{C R_{\text{crit}}^2}{4} = 1,20 \cdot 10^{-2} \text{ H} = 12,0 \text{ mH} \pm 1,4 \text{ mH}$$

Les évolutions temporelles des régimes pseudo-périodique et apériodique peuvent aussi être comparées aux expressions théoriques.

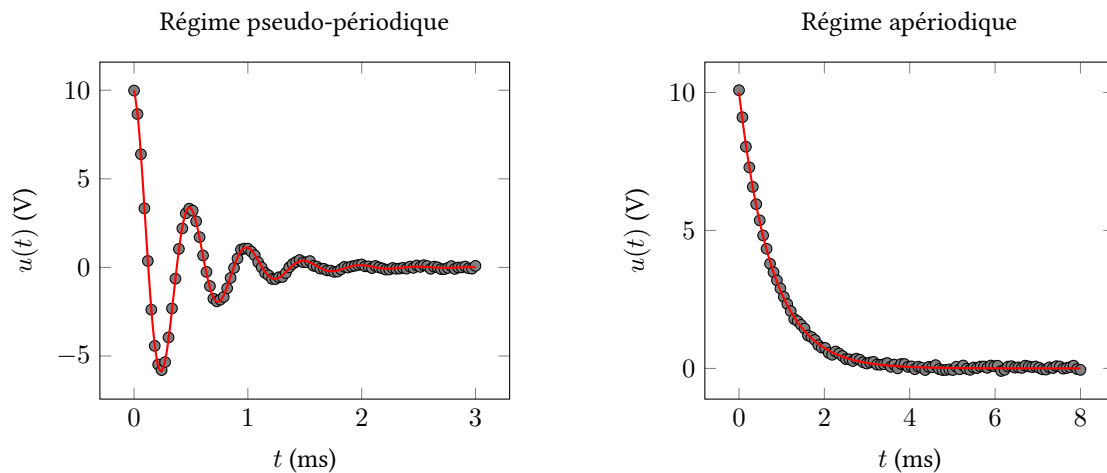
Pour un régime pseudo-périodique, l'évolution temporelle de $u(t)$ est donnée par

$$u(t) = Ae^{-\frac{\omega_0 t}{2Q}} \cos\left(\omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}} t + \varphi\right)$$

Pour un régime apériodique, $u(t)$ est donnée par

$$u(t) = Ae^{-\frac{\omega_0}{2Q}(1+\sqrt{1-4Q^4})t} + Be^{-\frac{\omega_0}{2Q}(1-\sqrt{1-4Q^4})t}$$

Nous avons utilisé la fonction *modélisation* du logiciel *atelier scientifique* pour tester si ces expressions théoriques représentaient correctement nos mesures. Sur les graphiques ci-dessous, on montre les courbes mesurées avec les modélisations correspondantes.



Pour le régime pseudo-périodique, la modélisation nous donne les paramètres suivants :

$$\omega_0 = 12,7 \cdot 10^3 \text{ rad/s} \pm 0,5 \cdot 10^3 \text{ rad/s} \quad \text{et} \quad Q = 2,85 \pm 0,1$$

Les incertitudes sur les valeurs ont été déterminées en faisant varier manuellement les paramètres de la modélisation et en repérant les limites au-delà desquelles la courbe modélisée s'écarte notablement des données mesurées.

Les valeurs théoriques, calculées avec la valeur de L déterminée grâce au régime critique sont :

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 1,29 \cdot 10^4 \text{ rad/s} \pm 1,4 \cdot 10^3 \text{ rad/s} \quad \text{et} \quad Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} = 3,10 \pm 0,65$$

Et pour le régime apériodique, la modélisation donne :

$$\omega_0 = 12,8 \cdot 10^3 \text{ rad/s} \pm 0,5 \cdot 10^3 \text{ rad/s} \quad \text{et} \quad Q = 0,100 \pm 0,005$$

Les valeurs théoriques, calculées avec la valeur de L déterminée grâce au régime critique sont :

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 1,29 \cdot 10^4 \text{ rad/s} \pm 1,4 \cdot 10^3 \text{ rad/s} \quad \text{et} \quad Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} = 0,10 \pm 0,01$$

Dans les deux cas, les valeurs obtenues pour ω_0 et Q par le biais de la modélisation sont compatibles avec les expressions théoriques.

4 Conclusion

Dans ce TP nous avons observé les différents régimes d'un oscillateur harmonique amorti et nous avons pu vérifier que les expressions théoriques de ω_0 et Q sont compatibles avec les expressions théoriques pour un circuit RLC série.

On peut noter que nous avons une incertitude relativement élevée sur les valeurs de ω_0 et Q théoriques dues principalement à l'incertitude de 10 % sur la valeur de la résistance interne du GBF et sur celle du condensateur. On pourrait améliorer la précision de ces résultats en mesurant ces deux valeurs avec une précision plus importante.