DM3 : L'accéléromètre – Corrigé

1. Lorsqu'une tablette ou un appareil photo est au repos (ou animé d'un mouvement rectiligne uniforme), il reste soumis à la gravité, et l'accéléromètre enregistre cette force comme une accélération $\vec{g}$. L'accéléromètre fournissant une valeur vectorielle de l'accélération, on peut déterminer la direction et le sens de $\vec{g}$ et donc le haut et le bas.
2. Dans un accéléromètre de type MEMS, une masse mobile est reliée par un ressort de raideur k à un châssis fixé à l'objet dont on veut mesurer l'accélération. Lorsque l'objet accélère, la masse mobile se déplace par rapport au châssis. Ce déplacement étant proportionnel à l'accélération, sa mesure (mesure la capacité du condensateur formé par la masse et le châssis) permet d'accéder à l'accélération. Il faut généralement 3 accéléromètres pour mesurer l'accélération suivant les 3 directions.
3. On applique le PFD à la masse sismique dans le référentiel du laboratoire supposé gallileén. On a donc

$$m\ddot{x}_c\vec{e}_x = -2k(x_c - x_b)\vec{e}_x - 2f(\dot{x}_c - \ddot{x}_b)\vec{e}x$$

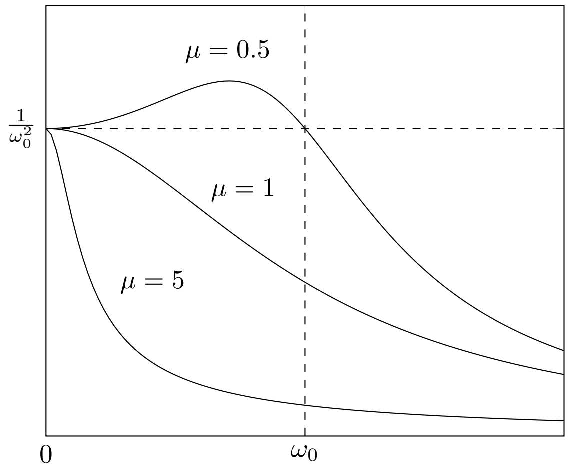
Or on a $L = x_c - x_b$, donc $x_c = x_b + L$. De plus on a $\dot{x}_b = a(t)$ (accélération du support). On obtient alors :

$$m(a(t) + \ddot{L}) = -2kL - 2f\dot{L}$$

D'où finalement l'équation demandée :

$$\frac{\mathrm{d}^2 L}{\mathrm{d}\, t^2} + \frac{2f}{m}\frac{\mathrm{d}\, L}{\mathrm{d}\, t} + \frac{2kL}{m} = -a(t),$$

4. Le capteur se comporte comme un filtre car dans le cas où l'accélération oscille sinusoïdalement, l'amplitude du signal fourni dépend de la fréquence d'oscillation de l'accélération. L'équation 2 du document 3 montre qu'il s'agit d'un filtre passe-bas. Car $\frac{L}{a}$ est non nulle $\omega = 0$ et le signal fourni par l'accéléromètre tend vers 0 lorsque $\omega \to \infty$. Cependant selon la valeur de μ on peut observer un phénomène de résonance à une fréquence intermédiaire.
5. Courbe représentant $\left|\frac{\underline{L}}{\underline{a}}\right|$ pour les différentes valeurs de μ :



6. Si $\omega \ll \frac{\omega_0}{2\mu}$ et $\omega^2 \ll \omega_0^2$ alors on a $\left|\frac{\underline{L}}{\underline{a}}\right| \simeq \frac{1}{\omega_0^2}$. Lorsque μ est faible, ($\mu < 0.5$), la première condition est plus restrictive que la seconde et lorsque μ est élevé, c'est la seconde qui est plus restrictive. Les courbes ci-dessus montrent qu'il faut avoir $\mu \simeq 0.7$ pour que le déplacement soit proportionnel à l'accélération sur la plus large gamme de fréquences possible.
7. D'après le document 2, on peut estimer que les dimensions de la masse sismique sont : 20µm×15µm×1µm, soit un volume de 300µm^3=3×10^{-10} cm^3. La masse de ce morceau de silicium est donc $m \simeq 3 \times 10^{-10} \times 2.33 \simeq 7 \times 10^{-10}$ g $= 7 \times 10^{-13}$ kg. Connaissant la valeur de $f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = 5{,}5\,\mathrm{kHz}$, avec $\omega_0 = \sqrt{\frac{2k}{m}}$, on trouve $k = \frac{m\omega_0^2}{2} = \frac{7\times10^{-13}\times(2\pi\times5500)^2}{2} \simeq 4 \times 10^{-4}\,\mathrm{kg/s^2}$ (ou $\mathrm{N\,m^{-1}}$)
8. Pour s'assurer que le signal électrique est proportionnel à l'accélération, il faut se trouver à basse fréquence (la signification de *basse* étant donnée à la question 5.). Pour s'assurer de ne conserver que les signaux dans cette gamme de fréquence on peut utiliser un filtre électrique passe-bas avec une fréquence de coupure *suffisamment* basse.