

Concours blanc – Physique-Chimie

Autour de la randonnée

Ce problème aborde différents aspects de la randonnée. Il est composé de 5 parties complètement indépendantes.

1 Marcher en montagne

Tout le monde en a fait l'expérience : marcher en montée est plus fatigant que marcher à plat. Le randonneur est un système articulé complexe dont l'étude dépasse le cadre de ce sujet. Nous nous contenterons ici de réfléchir aux différentes contributions énergétiques mises en jeu lorsqu'il se déplace.

On considère un randonneur de masse m , de centre d'inertie I , en mouvement dans le référentiel terrestre supposé galiléen muni d'un repère cartésien $(O, \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$.

L'accélération de la pesanteur, notée $\vec{g} = -g\vec{e}_z$, est supposée uniforme.

Le randonneur se déplace d'un point A situé en bas d'une colline à un point B situé en haut de la colline comme indiqué sur la figure 1.

On note h le dénivelé parcouru par le randonneur $h = z_B - z_A$, où z_A est la coordonnée du point A selon l'axe (O, \vec{e}_z) et z_B celle du point B .

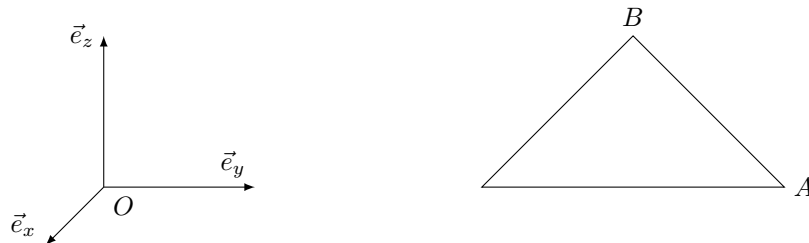


FIGURE 1 – Colline et base cartésienne

Les frottements de l'air sur le randonneur sont négligeables.

1. Lorsqu'il marche, le randonneur est soumis à la réaction \vec{R} du sol sur ses pieds. La réaction du sol s'applique en chaque instant à un point de vitesse nulle (le point d'appui du pied). On assimile le pied à un point matériel. Que vaut la puissance de la réaction du sol sur le pied ? Justifier.

On cherche la variation d'énergie mécanique du randonneur. Pour cela on assimile le randonneur à un point matériel placé en I de coordonnées (x_I, y_I, z_I) .

2. Le randonneur est soumis à son poids. Donner sans démonstration l'expression de l'énergie potentielle de pesanteur E_p du randonneur en fonction de m , g , z_I et d'une constante. Cette énergie potentielle est la seule prise en compte dans notre étude.
3. À l'instant initial, le randonneur est en A et a une vitesse nulle. Il s'arrête à l'arrivée en B pour contempler le paysage. Que vaut la variation de son énergie cinétique entre A et B ?
4. Rappeler la définition de l'énergie mécanique. Déterminer la variation d'énergie mécanique δE_m du randonneur entre A et B en fonction de m , g et h .
5. Lors d'une randonnée, un individu de 60 kg parcourt une distance de 7 km avec un dénivelé de 1 km. L'accélération de la pesanteur est approximée à 10 m s^{-2} . Calculer numériquement la variation de son énergie mécanique.
6. Calculer à nouveau la variation d'énergie mécanique pour une distance parcourue de 10 km sans dénivelé. Comparer les deux résultats précédents et justifier le début de l'introduction de cette partie.

L'énergie nécessaire à l'ascension du randonneur est apportée par les muscles (assimiler le randonneur à un point matériel n'est ici plus possible, on doit tenir compte des actions intérieures et du travail associé). Lors d'une journée *normale* sans randonnée, un individu consomme $E_n = 12 \text{ MJ}$ en moyenne (pour maintenir sa température à 37°C , bouger, réfléchir, ...).

7. Quel est le pourcentage d'énergie dépensée en plus par l'individu lors de l'ascension décrite à la question 5 par rapport à une journée *normale* ? Commenter sachant qu'une randonnée avec un dénivelé de 1 km dure en moyenne trois heures.

Cette énergie lui est apportée par ce qu'il mange : un joule ingurgité est supposé apporter un joule d'énergie pour le métabolisme de l'individu.

8. Combien de joules le randonneur doit-il ingurgiter le jour de son ascension pour compenser les dépenses totales de son organisme ? On attend une valeur numérique.
9. Sachant que 100 g de pâtes apportent 1,2 MJ d'énergie à l'organisme, quelle quantité supplémentaire de pâtes le randonneur doit-il manger le jour de son ascension ? Pourquoi le randonneur devra en réalité en manger plus que ça ?

2 Marcher à son rythme pour aller plus loin

Le pas pendulaire effectué à la période propre de la jambe est le plus économe en énergie. La gravité devient l'alliée naturel de nos muscles pour permettre le déplacement.

On se propose ici de déterminer la période propre d'oscillation d'une jambe adulte en utilisant un modèle mécanique simple.

Le référentiel d'étude est le référentiel terrestre supposé galiléen, muni d'un repère cartésien $(O, \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$.

On assimile la jambe à un solide *rigide* de masse m_0 et de longueur d en rotation autour d'un axe horizontal (O, \vec{e}_x) fixe dans le référentiel d'étude. (O, \vec{e}_x) passe par la hanche du randonneur (il est sortant sur la figure 2). La liaison pivot en O est supposée parfaite. Le moment d'inertie du solide par rapport à l'axe (O, \vec{e}_x) est noté J . On néglige tout frottement. On note H le centre d'inertie de la jambe situé à une distance d' de O . La jambe ne touche pas le sol dans cette étude. γ est l'angle entre la verticale passant par O et la droite (OH) .

L'accélération de la pesanteur est notée $\vec{g} = -g\vec{e}_z$ et supposée uniforme.

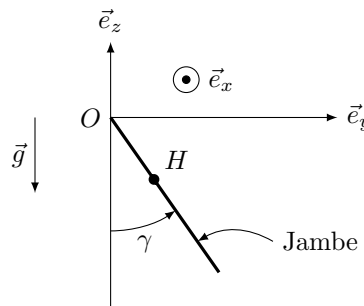


FIGURE 2 – Jambe et repère cartésien

10. Donner sans démonstration l'expression du moment cinétique scalaire, L_{Ox} , de la jambe par rapport à l'axe (O, \vec{e}_x) en fonction de γ et J .
11. Que vaut le moment par rapport à (O, \vec{e}_x) de l'action mécanique de la liaison en O ? Justifier.
12. Déterminer l'expression du moment Γ_{Ox} du poids de la jambe par rapport à (O, \vec{e}_x) en fonction de g , m_0 , d' et γ .
13. Établir l'équation différentielle vérifiée par γ caractérisant le mouvement de la jambe.

On souhaite retrouver cette équation à l'aide d'une méthode énergétique.

14. Donner sans démonstration l'expression de l'énergie cinétique de la jambe.

L'énergie potentielle de la jambe s'écrit :

$$E_p = -m_0 g d' \cos(\gamma) + \text{constante} \quad (1)$$

15. Justifier que l'énergie mécanique de la jambe se conserve au cours du temps.
16. En déduire l'équation différentielle d'ordre 2 vérifiée par γ caractérisant le mouvement de la jambe.
17. En se plaçant dans l'approximation des petites oscillations, montrer que la période propre T d'oscillation de la jambe est :

$$T = \frac{2\pi\sqrt{J}}{\sqrt{m_0 g d'}}. \quad (2)$$

18. Le moment d'inertie est de la forme : $J = k m_0 d^2$ où k est une constante positive. Le centre d'inertie H de la jambe est situé à mi-hauteur de la jambe. En déduire que la période T de la jambe est indépendante de la masse et qu'elle est proportionnelle à la racine carrée de la longueur de la jambe.
19. Un randonneur adulte a une jambe d'environ 90 cm. La période d'oscillation de sa jambe est de 1,6 s. Quelle est la période propre d'oscillation de la jambe d'un randonneur enfant dont la jambe mesure environ 40 cm ?
20. À l'aide d'une description simple du pas effectué, montrer que la vitesse du randonneur, lorsqu'il respecte sa période d'oscillation naturelle, est proportionnelle à la racine carrée de la longueur de la jambe. Montrer alors que la vitesse *naturelle* de l'enfant est environ 1,5 fois moins grande que celle de l'adulte.

3 Photographier la nature

Le randonneur se retrouve souvent face à des paysages magnifiques, il peut en profiter pour faire une petite pause et sortir son appareil photo pour immortaliser l'instant. Cette partie s'intéresse à l'étude de la partie optique d'un appareil photo numérique.

On rappelle la formule de conjugaison pour les lentilles minces qui relie la distance \overline{OA} entre l'objet et la lentille, la distance $\overline{OA'}$ entre l'image et la lentille et la distance focale image f' de la lentille :

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'} \quad (3)$$

3.1 Modélisation de l'appareil photo

On s'intéresse à un modèle simple d'appareil photo dont l'objectif est composé d'une lentille L_1 convergente de distance focale $f' = 50$ mm accolée à un diaphragme qui en limite l'ouverture, tous deux placés à une distance D du capteur de l'appareil photo. On représente l'appareil ainsi modélisé sur la figure 3.

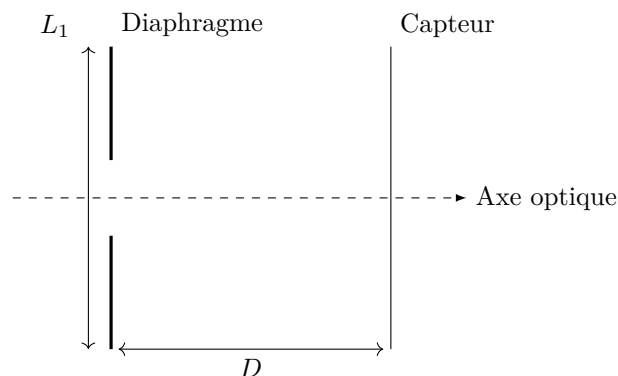


FIGURE 3 – Schéma de la partie optique de l'appareil photo numérique.

21. Le randonneur veut photographier un paysage composées de montagnes se situant de l'autre côté de la vallée à une distance $d = 5$ km. Quelle doit être la distance D entre la lentille L_1 et le capteur pour que l'image soit nette ? Justifier la réponse.
22. Représenter sur un schéma un point de l'objet photographié (hors de l'axe optique) et son image sur le capteur (sans respecter l'échelle).
23. On appelle h_1 la hauteur de l'image sur le capteur d'un arbre photographié dont la hauteur réelle est $h = 10$ m. Exprimer h_1 en fonction de f' , d et h puis calculer sa valeur numérique.

Le capteur de l'appareil photo utilisé possède une hauteur de 14,9 mm, une largeur de 22,3 mm et contient environ 18×10^6 pixels.

24. En supposant que les pixels qui composent le capteur sont carrés, montrer qu'un pixel mesure approximativement $4 \mu\text{m}$ de côté.
25. Quelle est la hauteur en pixels de l'arbre photographié à la question 23 ?

Lorsque l'appareil est réglé pour photographier un objet lointain comme à la question 21, l'image des objets qui se trouvent plus près ne sera pas sur le capteur. On cherche maintenant à déterminer la *profondeur de champ* de l'appareil photo, c'est à dire la position des objets les plus proches qui apparaîtront nets sur le cliché.

26. Représenter sur un schéma des rayons provenant d'un objet A situé à l'infini ainsi que ceux provenant d'un objet B situé plus près. On fera apparaître les positions A' et B' des images.
27. Expliquer pourquoi l'objet B apparaîtra flou sur le cliché. À quelle condition pourra-t-on considérer que son image est tout de même nette ?
28. Déterminer la distance minimale d_{\min} à laquelle peut se trouver l'objet B pour que son image reste nette sur le capteur. On exprimera d_{\min} en fonction de f' , du diamètre A d'ouverture du diaphragme et de la longueur l_p du côté d'un pixel puis on donnera sa valeur numérique pour $A = 20$ mm .

3.2 Objectif à lentille unique

L'objectif modélisé dans cette partie est composé d'une unique lentille convergente. On suppose qu'il s'agit d'une lentille de verre plan-convexe placée dans l'air comme représentée sur la figure 4

29. Reproduire la figure 4 et tracer la marche du rayon incident représenté dans et après la lentille. Justifier sommairement le tracé.

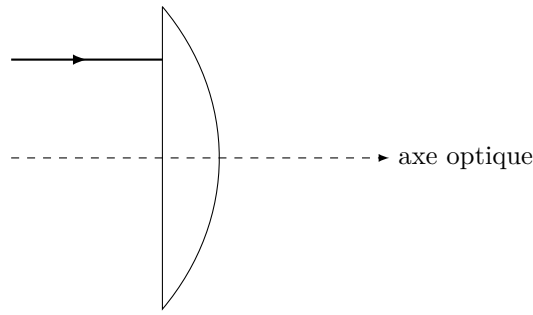


FIGURE 4 – Lentille utilisée pour construire l'objectif

30. Quelle est la nature de cette lentille ? Justifier.

31. Définir le foyer image d'un système optique, indiquer sur la figure le foyer image F' de la lentille.

L'indice de réfraction n du verre constituant la lentille dépend en réalité de la longueur d'onde λ de la radiation lumineuse qui la traverse. Ils sont reliés par la loi de Cauchy :

$$n(\lambda) = a + \frac{B}{\lambda^2} \quad (4)$$

où a et b sont des constantes positives qui ne dépendent que du milieu traversé.

32. Comparer r_R et r_B , angles réfractés en sortie de lentille pour une radiation rouge et pour une radiation bleue en considérant des rayons incidents parallèles à l'axe optique. Tracer alors les chemins suivis par ces deux radiations dans et après la lentille.

33. Expliquer le problème qui pourrait se poser si l'on réalisait un objectif avec une lentille unique.

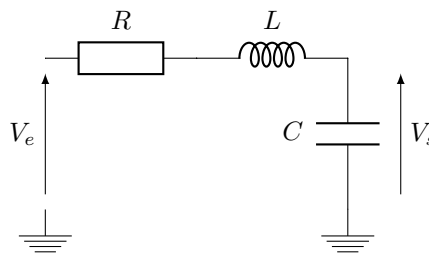
On peut s'affranchir de ce problème en réalisant un doublet, équivalent à une lentille convergente unique, constitué d'une lentille convergente accolée à une lentille divergente, les deux lentilles étant taillées dans des verres d'indices de réfraction différents.

4 Communiquer en pleine nature

Lors d'une longue randonnée loin de la civilisation, un groupe de randonneurs peut se trouver séparé en deux groupes trop éloignés pour permettre une communication directe. Dans ces conditions, ils peuvent communiquer par ondes radio avec des émetteurs-récepteurs.

Ces appareils fonctionnent avec des ondes UHF de fréquence $f = 100 \text{ Hz}$ et ont une portée de plusieurs kilomètres. Dans cette partie, on se propose d'en étudier uniquement le filtre électronique située dans la partie récepteur.

Le signal radio est capté par une antenne, amplifié puis placé en entrée du circuit RLC représenté sur la figure ??.

FIGURE 5 – Circuit RLC utilisé comme filtre de réception du signal radio.

34. Expliquer qualitativement de quel type de filtre il s'agit. Pourquoi choisit-on ce type de filtre pour filtrer le signal reçu ?

35. Déterminer l'expression de la fonction de transfert harmonique $\underline{H}(\omega)$ de ce filtre. On notera $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ et $Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$. Donner le nom et la signification physique de ces deux grandeurs.

36. La valeur de l'inductance est $L = 0,01 \text{ pH}$, donner la valeur de C permettant de filtrer correctement le signal reçu.

37. Exprimer le gain du filtre à la fréquence f en fonction de Q .

38. Donner la valeur de R permettant d'obtenir un gain de 20 dB.

5 Soigner de petites plaies

Le randonneur chevronné évolue souvent à travers un milieu inhospitalier, et il n'est pas rare qu'il se blesse légèrement (chute, griffures de ronces, ...). Afin d'éviter une infection de ses blessures il doit les désinfecter. L'eau oxygénée est un produit particulièrement efficace pour nettoyer de petites plaies.

5.1 concentration d'une eau oxygénée

L'eau oxygénée, aussi appelée peroxyde d'hydrogène, a pour formule H_2O_2 . C'est une espèce chimique soluble dans l'eau sous forme moléculaire : en solution aqueuse, on la note $\text{H}_2\text{O}_{2(\text{aq})}$. On donne les numéros atomiques Z , nombres de masse A et masses molaires M suivants :

- pour l'hydrogène H : $Z_H = 1$, $A_H = 1$, $M_H = 1,01 \text{ g mol}^{-1}$;
- pour l'oxygène O : $Z_O = 8$, $A_O = 16$, $M_O = 16,0 \text{ g mol}^{-1}$.

On donne également :

- masse du proton : $m_p = 1,673 \times 10^{-27} \text{ kg}$;
- masse du neutron : $m_n = 1,675 \times 10^{-27} \text{ kg}$;
- masse de l'électron : $m_e = 9,109 \times 10^{-31} \text{ kg}$;
- nombre d'Avogadro : $N_A = 6,022 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$;
- volume molaire d'un gaz à 20°C et sous 1 bar : $V_m = 24,4 \text{ l mol}^{-1}$;
- masse volumique de l'eau liquide, supposée incompressible et indilatable : $\mu_{\text{eau}} = 1,00 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}$

39. Donner, en justifiant, la composition précise (nombre et type de nucléons, nombre d'électrons) des atomes d'hydrogène et d'oxygène.
40. Écrire les configurations électroniques de ces deux atomes dans leurs états fondamentaux. Identifier leurs électrons de valence. En déduire les schémas de Lewis de l'hydrogène et de l'oxygène.
41. Déterminer les schémas de Lewis du dioxygène O_2 , de l'eau H_2O et de l'eau oxygénée H_2O_2 . Justifier, en prenant un exemple pour chaque atome, que les règles de l'octet et du duet sont vérifiées.
42. Déterminer les nombres d'oxydation de l'oxygène et de l'hydrogène dans le dioxygène O_2 , dans l'eau H_2O et dans l'eau oxygénée H_2O_2 . En déduire l'existence des couples oxydant-réducteur $\text{H}_2\text{O}_2/\text{H}_2\text{O}$ et $\text{O}_2/\text{H}_2\text{O}_2$.

Les potentiels standards de ces couples sont à 25°C :

- $E^0 \left(\text{O}_{2(\text{g})}/\text{H}_2\text{O}_{2(\text{aq})} \right) = 0,68 \text{ V}$;
- $E^0 \left(\text{H}_2\text{O}_{2(\text{aq})}/\text{H}_2\text{O}_{(\text{l})} \right) = 1,77 \text{ V}$;

43. Écrire les deux demi-réactions d'oxydo-réduction des couples où intervient l'eau oxygénée. Montrer que l'eau oxygénée peut réagir selon la réaction suivante :



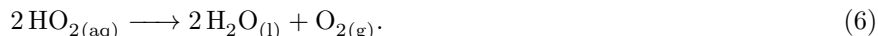
44. Après avoir défini les termes « dismutation » et « médiatisation », indiquer si la réaction 5 prise dans le sens direct est une dismutation ou une médiatisation.
45. En justifiant qualitativement, prévoir si la réaction 5 sera thermodynamiquement favorisée dans le sens direct ou indirect.

Une solution pharmaceutique d'eau oxygénée contient 3 % en masse d'eau oxygénée ; sa densité est $d = 1,04$.

46. Exprimer et calculer numériquement la concentration C , en mol l^{-1} , de cette solution pharmaceutique.

5.2 Décomposition de l'eau oxygénée

On s'intéresse à la décomposition de l'eau oxygénée :



Cette réaction est lente et sa loi de vitesse est d'ordre 1 par rapport à H_2O_2 . Une étude expérimentale sa constante cinétique à 25°C : $k = 2,01 \times 10^{-2} \text{ SI}$

On note $C(t)$ la concentration $[\text{H}_2\text{O}_{2(\text{aq})}]$ en eau oxygénée à l'instant t .

À l'instant $t = 0$, la concentration en eau oxygénée est $C_0 = C(t = 0) = 1,00 \times 10^3 \text{ mol m}^{-3}$

47. Exprimer la vitesse de disparition de l'eau oxygénée en fonction de k et de $C(t)$. En déduire par une analyse dimensionnelle l'unité SI de k .
48. Déterminer l'équation différentielle à laquelle obéit la concentration $C(t)$.
49. En déduire la loi horaire $C(t)$ donnant l'évolution de la concentration en fonction du temps.
50. Définir le temps de demi-réaction $t_{1/2}$ de cette réaction. L'exprimer littéralement et faire l'application numérique.
51. Dans certaines notices, on dit qu'une eau oxygénée, en flacon jamais ouvert, est stable pendant douze mois. Commenter cette information.