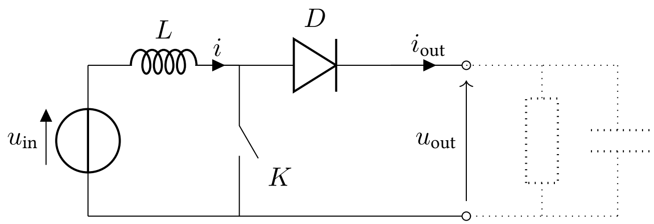
DS3 : Électricité

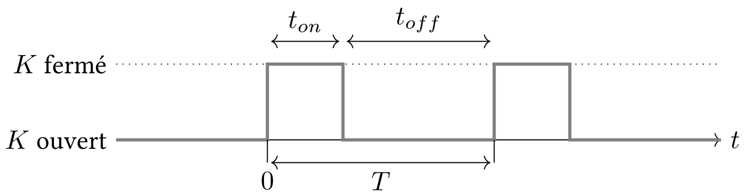
Durée 2h, calculatrices interdites. Le DS est probablement trop long pour que vous puissiez tout faire, c'est normal, faites-en le maximum.

Exercice 1 : Convertisseur boost

On se propose d'étudier le circuit suivant qui représente un convertisseur de type *boost* dont le but est de convertir une tension continue u_{in} en une autre tension continue $u_{\text{out}} > u_{\text{in}}$.



L'interrupteur K est commandé électroniquement, il s'ouvre et se ferme de manière cyclique, il est ouvert pendant un temps noté t_{on} et est fermé pendant un temps noté t_{off}. La période $t_{\text{on}} + t_{\text{off}}$ du cycle complet est notée T.



Le rapport $r = \dfrac{t_{\text{on}}}{T}$ est appelé le *rapport cyclique* du signal de commande de l'interrupteur.

On considère que le circuit fonctionne en régime permanent, c'est à dire que la tension de sortie u_{out} est **constante** au cours du temps, l'intensité i évolue de façon périodique.

La diode D ne laisse passer le courant que dans un sens (de la gauche vers la droite sur le schéma)

1. Lors de la phase où K est fermé, la diode D est bloquante, elle se comporte comme un interrupteur ouvert. Exprimer le taux de variation $\dfrac{\mathrm{d}\,i}{\mathrm{d}\,t}$ en fonction de u_{in} et L.
2. En déduire l'expression de $i(t)$, on notera i_{min} l'intensité au moment où l'interrupteur se ferme. Montrer qu'au moment où l'interrupteur s'ouvre l'intensité vaut :
$$i_{\text{max}} = i_{\text{min}} + \frac{u_{\text{in}} t_{\text{on}}}{L}$$
3. Lorsque l'interrupteur K est ouvert, la diode est passante et se comporte comme un fil. Déterminer $\dfrac{\mathrm{d}\,i}{\mathrm{d}\,t}$ lors de cette phase en fonction de u_{in}, u_{out} et L.
4. En déduire l'expression de $i(t)$ lors de cette phase, c'est à dire pour $t \in [t_{\text{on}}, t_{\text{on}}+t_{\text{off}}]$.
5. Justifier que $i(t_{\text{on}} + t_{\text{off}}) = i(0) = i_{min}$. Tracer l'évolution temporelle de $i(t)$.
6. En déduire l'expression de u_{out} en fonction de u_{in} et r. On vérifiera que l'on a bien $u_{\text{out}} > u_{\text{in}}$
7. Montrer que lors de la phase où l'interrupteur est fermé on peut écrire :
$$i(t) = i_{\text{min}} + \frac{\Delta i}{t_{\text{on}}} t$$
et pendant la phase où l'interrupteur est ouvert :
$$i(t) = i_{\text{min}} + \frac{\Delta i (T - t)}{t_{\text{off}}}$$
avec $\Delta i = i_{\text{max}} - i_{\text{min}}$
8. Montrer que l'énergie fournie par le générateur pendant la phase où l'interrupteur est fermé est :
$$E_{\text{on}} = u_{\text{in}} i_{\text{min}} t_{\text{on}} + \frac{1}{2} u_{\text{in}} t_{\text{on}} \Delta i \tag{1}$$
et que l'énergie fournie par le générateur pendant la phase où l'interrupteur est ouvert est :
$$E_{\text{off}} = u_{\text{in}} i_{\text{min}} t_{\text{off}} + \frac{1}{2} u_{\text{in}} t_{\text{off}} \Delta i \tag{2}$$
Exprimer l'énergie totale fournie par le générateur sur un cycle complet.
9. Déterminer de même l'énergie E_{out} consommée par le circuit alimenté par le convertisseur pendant un cycle complet, en déduire la valeur du rendement de ce convertisseur. Commenter.

Exercice 2 : Diagramme de Bode

On souhaite étudier un filtre dont la fonction de transfert est :

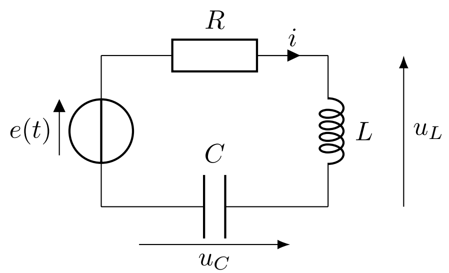
$$\underline{\text{H}}(\omega) = \frac{1}{1 + jQ\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)}$$

1. De quel type de filtre s'agit-il ?

2. Donner l'expression du gain en décibel $G_{dB}(\omega)$ de ce filtre.
3. Donner une approximation de $G_{dB}(\omega)$ lorsque $\omega \to 0$ et $\omega \to \infty$.
4. Tracer le diagramme de Bode de ce filtre en faisant apparaître les droites asymptotiques en $\omega \to 0$ et $\omega \to \infty$ pour $Q = 1$.
5. Faire apparaître sur le graphique la bande passante à -3 dB, notée $\Delta\omega$.
6. On rappelle que lorsque $G_{dB} = -3$ dB, $G = \frac{1}{\sqrt{2}}$. Montrer que $\Delta\omega = \frac{\omega_0}{Q}$.

Exercice 3 : Circuit RLC série

On s'intéresse au circuit ci-dessous dans lequel le générateur de tension délivre une tension variable dans le temps $e(t)$.

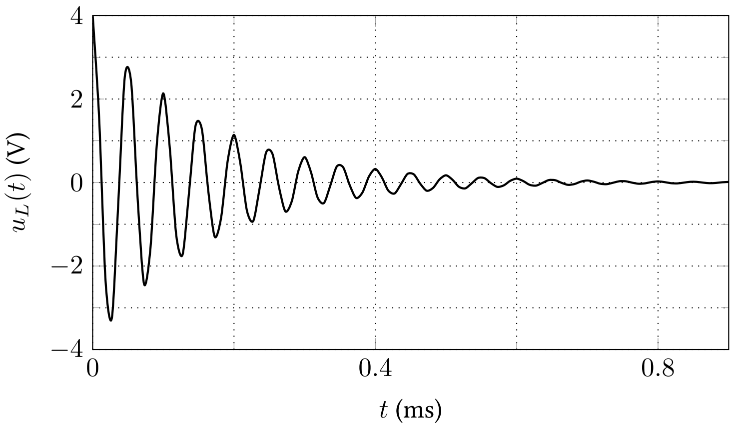


I - Réponse à un échelon de tension

Dans cette partie on considère que la tension $e(t)$ est telle que :

- $e(t) = 0$ pour $t < 0$;
- $e(t) = E$ pour $t > 0$.

1. Déterminer les valeurs de $i(0^-)$, $u_L(0^-)$ et $u_C(0^-)$ juste avant l'instant $t = 0$. Justifier précisément la réponse.
2. Déterminer les valeurs de $i(0^+)$, $u_L(0^+)$ et $u_C(0^+)$ juste après l'instant $t = 0$. Justifier précisément la réponse.
3. Déterminer l'équation différentielle satisfaite par la tension $u_L(t)$ pour $t > 0$.
4. Exprimer la pulsation propre ω_0 et le facteur de qualité Q du circuit en fonction de R, L et C.
5. On donne ci-dessous l'évolution de la tension $u_L(t)$ pour $t > 0$. Déterminer à partir de ce graphique une estimation des valeurs numériques de E, ω_0 et Q.



6. Quelles valeurs de R, L et C peut-on utiliser pour réaliser ce circuit ?

II - Régime sinusoïdal forcé

On étudie maintenant ce circuit en régime sinusoïdal forcé, la tension $e(t)$ est une tension alternative sinusoïdale :

$$e(t) = E\cos(\omega t)$$

7. Donner l'expression de la tension complexe $\underline{e}(t)$ associée à la tension réelle $e(t)$.
8. Monter que la tension complexe $\underline{u}_L$ est donnée par :

$$\underline{u}_L = \underline{e}\frac{jQ\frac{\omega}{\omega_0}}{1 + jQ\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)}$$

avec $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ et $Q = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$.

9. Déterminer l'amplitude $U(\omega)$ d'oscillation de la tension $u_L(t)$ aux bornes de la bobine en fonction de E, Q, ω et ω_0. Que vaut $U(\omega_0)$?
10. Comparer cette valeur à l'amplitude E de variation de la tension d'alimentation, comment s'appelle ce phénomène ?
11. Quelle est la valeur du déphasage φ entre la tension d'alimentation $e(t)$ et la tension aux bornes de la bobine lorsque $\omega = \omega_0$?