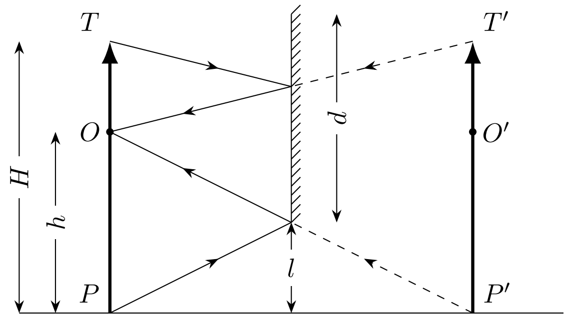
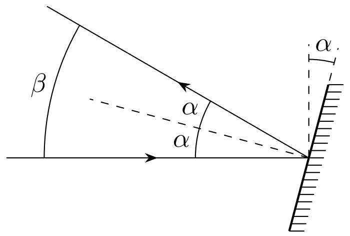
TD2 : Optique géométrique – Corrigé

Exercice 1 : Se voir dans un miroir



1. L'image de la personne par le miroir est virtuelle.
2. $l = h/2$
3. $d = H/2$
4. Ces valeurs ne dépendent pas de la distance entre la personne et le miroir.

Exercice 2 : Rotation d'un miroir plan

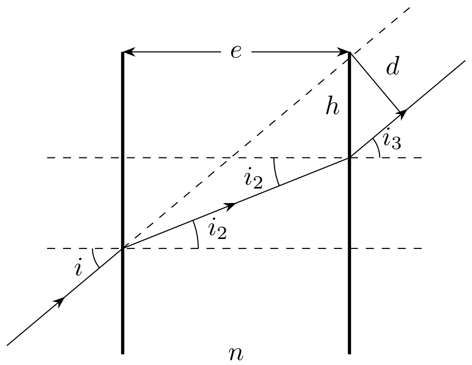


Lorsque l'on tourne le miroir de α le rayon est dévié de $\beta = 2\alpha$.

Exercice 3 : Coin de cube

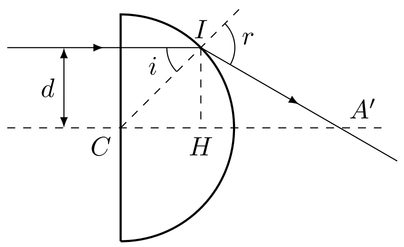
On représente la direction du rayon incident par un vecteur $I = (x\,, y\,, z)$. Un miroir perpendiculaire à l'axe x (miroir B) a pour effet de transformer la coordonnée suivant x en son opposée $-x$, le rayon réfléchi est représenté par le vecteur $I_1 = (-x\,, y\,, z)$. Après réflexion sur les deux autres miroirs, les coordonnées y et z sont également changées en leurs opposées. Le rayon réfléchi par le coin de cube est suivant la direction $I_3 = (-x\,, -y\,, -z)$ ce qui correspond à la direction exactement opposée à celle du rayon incident.

Exercice 4 : Rayon lumineux qui traverse une vitre



2. La seconde loi de Descartes aux deux interfaces donne : $\sin(i) = n\sin(i_2) = \sin(i_3)$. Donc $i_3 = i$.
3. Déviation latérale : $d = h\cos(i_3) \simeq h$. $h = e\tan(i) - e\tan(i_2) \simeq e(i - i_2)$. Or $\sin(i) \simeq i = n\sin(i_2) \simeq ni_2$, d'où $d \simeq i \times (1 - 1/n)e$.

Exercice 5 : Dioptre semi-cylindrique



1. $CA' = CH + HA' = R\cos(i) + R\sin(i)/\tan(r-i) = R(\cos(i) + \sin(i)/\tan(r-i))$
2. Conditions de Gauss=rayons paraxiaux. Donc $d \ll R$.
3. Dans ces conditions : $\cos(i) \simeq 1$, $\sin(i) \simeq i$ et $\tan(r-i) \simeq r - i$. La seconde loi de Descartes donne $n\sin(i) = r$ soit $ni = r$. On trouve finalement $CF' = R \times n/(n-1)$.
4. On a réflexion totale pour $r = \pi/2$ soit $n\sin(i_l) = 1$. Avec $\sin(i) = d/R$ on trouve $d_l = R/n$.
5. A.N. : $d \simeq 3{,}3\,\mathrm{cm}$

Exercice 6 : Prisme

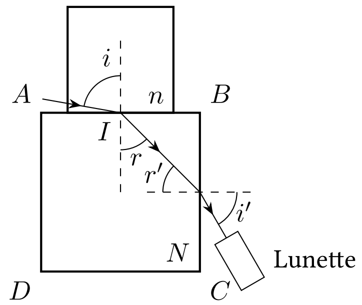
1. - $\sin(i) = n\sin(r)$, dans l'approximation des petits angles : $i = nr$
   - $\sin(i') = n\sin(r')$, dans l'approximation des petits angles : $i' = nr'$
2. $r + r' = A$
3. Le rayon incident subit une première déviation d'angle $(i - r)$ puis une seconde d'angle $(i' - r')$, donc la déviation totale est : $D = (i - r) + (i' - r')$.
4. En combinant les résultats obtenus aux 3 premières questions, on obtient : $D = (n-1)A$.

Exercice 7 : Clou planté dans un bouchon

1. On a réflexion totale si $n\sin(i) = 1$ (i : angle d'incidence du rayon issu de la pointe du clou à l'interface). Avec $\sin(i) = r/\sqrt{r^2 + l^2}$ ($r = d/2$)
   On trouve finalement $l_{\text{min}} = \sqrt{n^2 - 1} \times d/2$
2. Lorsqu'on plante un clou plus petit que l_{min} dans la rondelle, on ne peut pas le voir depuis la surface, on ne voit que le fond du récipient d'eau.

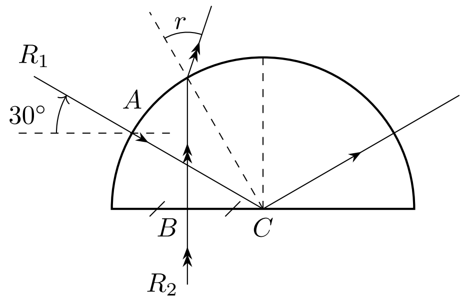
Exercice 8 : Refractomètre à angle limite

C'est un réfractomètre de Pulfrich.



1. L'angle de réfraction r en I est donné par $\sin(r) = n/N$ donc $r = \arcsin(n/N)$.
2. L'angle d'incidence sur la face BC est $r' = \pi/2 - r = \pi/2 - \arcsin(n/N)$
3. Pour qu'il y ait un rayon émergent par la face BC il ne faut pas qu'il y ait de réflexion totale sur cette face. Pour qu'il n'y ait pas réflexion totale il faut que $N\sin(r') < 1$. Et comme $\sin(r') = \sin(\pi/2 - r) = \cos(r) = \sqrt{1 - \sin^2(r)} = \sqrt{1 - (n/N)^2}$. On obtient la condition $\sqrt{N^2 - n^2} < 1$.
4. Il faut calculer l'angle minimum α atteint par un rayon lumineux. Il correspond à un angle i maximum soit $i = \pi/2$. Le calcul est exactement le même qu'à la question précédente et on trouve $\sin(\alpha) = \sqrt{N^2 - n^2}$
5. On peut clairement connaître n si on connait α et N. Pour être dans les conditions de l'exercice les valeurs de n que l'on peut mesurer sont $\sqrt{N^2 - 1} < n < N$.

Exercice 9 : Hémicylindre



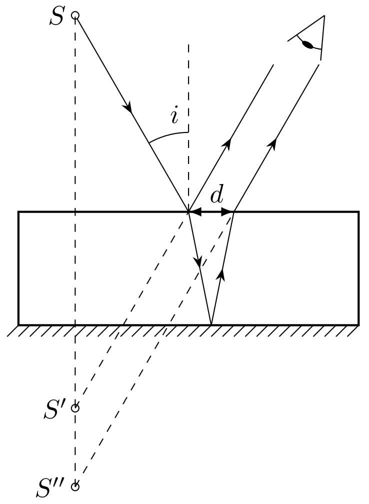
- Le premier rayon subit une réflexion totale car son angle d'incidence $i = 60°$ est supérieur à l'angle de réfraction limite qui vaut $\arcsin(1/1\,.5) = 41{,}8°$
- Le rayon 2 arrive sur la sphère avec un angle d'incidence i tel que $\sin(i) = \dfrac{R/2}{R} = \dfrac{1}{2}$ soit $i = 30°$ qui est inférieur à l'angle limite. Le rayon est réfracté et ressort avec un angle $r = 48{,}6°$

Exercice 10 : Pierre au fond d'une piscine

Après *un peu* de géométrie on trouve :

$$h_{\text{min}} = \frac{H - \frac{Yd}{X}}{1 - \frac{\cos(i)}{\sqrt{n^2 - \sin^2(i)}}}$$

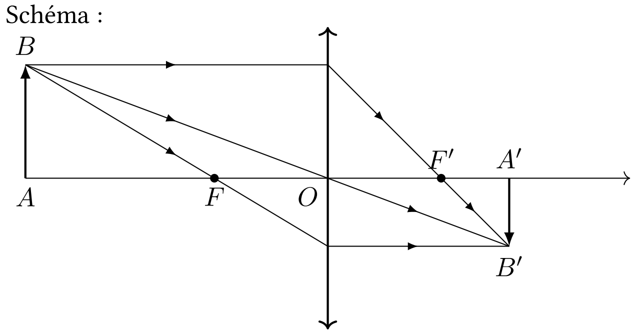
Exercice 11 : Double reflet



1. Il y a deux images, la première est donnée par la réflexion sur la face du dessus (intensité faible), la seconde est obtenue après deux réfractions et une réflexion sur la face du dessous.
2. Dans les conditions de Gauss, $i \ll 1$ donc $\sin(i) \simeq i$, $\tan(i) \simeq i$ et $\cos(i) \simeq 1$. On peut montrer que $S'S'' = \delta = \dfrac{d}{\tan(i)} = \dfrac{d}{i}$ Or dans les conditions de gauss on a $d = \dfrac{2ei}{n}$.
   Donc finalement $\delta = \dfrac{2e}{n} = 6{,}7$ mm

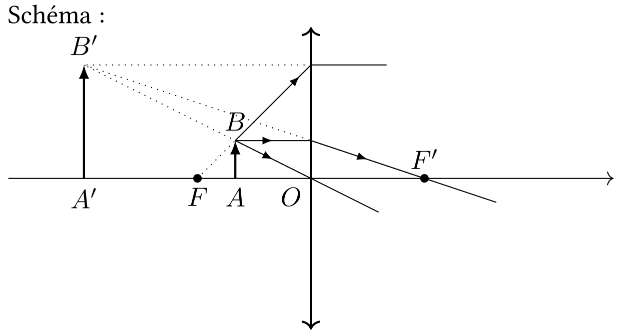
Exercice 12 : La loupe

1. Schéma :



2. $\dfrac{1}{\overline{OA'}} - \dfrac{1}{\overline{OA}} = \dfrac{1}{f'} \Rightarrow \overline{OA'} = 6{,}7$ cm

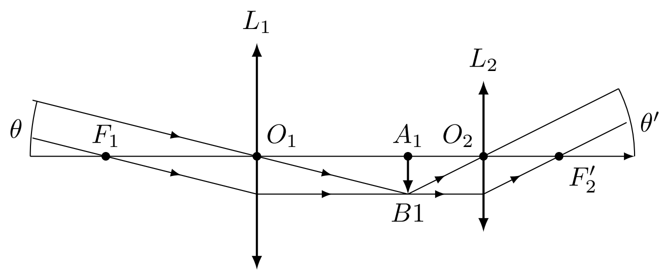
3. Schéma :



4. $G_t = \dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \dfrac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = \dfrac{f'}{f' + \overline{OA}} = 4$

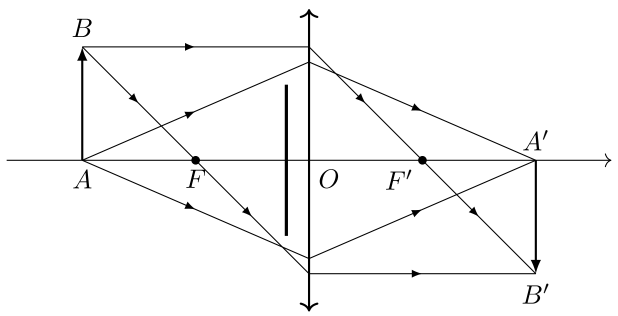
Exercice 13 : Lunette astronomique

1. Voir schéma.
2. Voir schéma. L'image se situe à l'infini.
3. $\tan(\theta') = \dfrac{AB}{f_2'} = \dfrac{f_1' \tan(\theta)}{f_2'}$. Dans l'approximation des petits angles : $\theta' = \dfrac{f_1'}{f_2'}\theta$.
4. 1 minute d'angle$= \dfrac{1}{60}$ degrés. Ici $G = 100$ donc $\theta' = 100$ minutes $\simeq 1{,}67°$

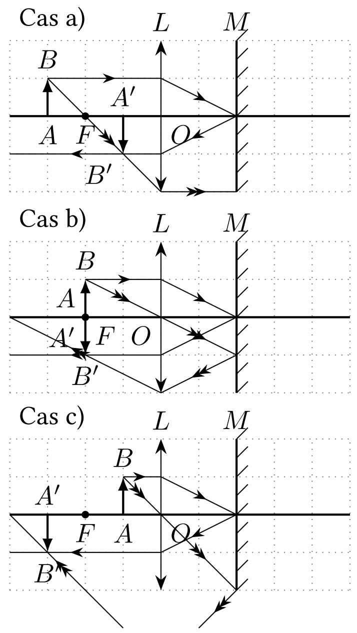


Exercice 14 : Cache sur lentille

Lorsque l'on cache une partie de la lentille, *on ne cache pas une partie de l'image !* Le schéma ci-dessous permet de s'en convaincre. Tous les points de l'image reçoivent des rayons lumineux provenant de l'objet, comme les rayons passant par le centre de la lentille sont bloqués l'image est moins lumineuse.



Exercice 15 : Autocollimation d'une lentille convergente



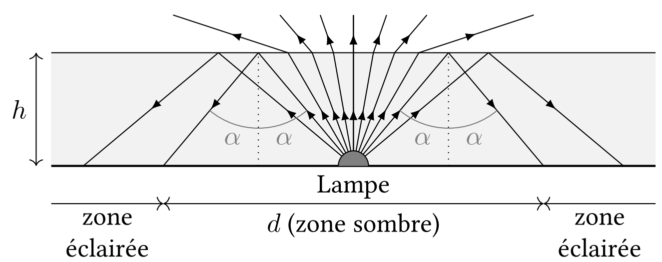
1. Par soucis de clarté on ne représente que l'image finale $A'B'$.
2.
   - $\dfrac{1}{\overline{OA_1}} - \dfrac{1}{\overline{OA}} = \dfrac{1}{f'} \Rightarrow \overline{OA_1} = 6$
   - A_2 symétrique de A_1 par rapport à M donc $\overline{OA_2} = -2$
   - **Attention :** maintenant les rayons se propagent dans le sens opposé, on inverse F et F' ainsi que le sens de l'axe optique, le signe des distances change. ($\overline{OA_2} = 2$) $\dfrac{1}{\overline{OA'}} - \dfrac{1}{\overline{OA_2}} = \dfrac{1}{f'} \Rightarrow \overline{OA'} = 1$
   - Le grandissement transversal est déterminé par le rayon qui part de B parallèlement à l'axe optique ($y = 1$) et qui ressort parallèlement à l'axe optique ($y = -1$). Il vaut donc toujours -1

4. Dans la configuration b), les rayons issus de la lentille sont tous parallèles à l'axe optique (l'image est à l'infini). Dans ces conditions, translater le miroir ne change rien au parcours de ces rayons. Lorsqu'on incline le miroir, les rayons qui reviennent vers la lentille sont toujours parallèles entre eux (objet à l'infini) mais inclinés par rapport à l'axe optique. L'image $A'B'$ reste dans le plan focal image (ou objet, ça dépend du sens de l'axe optique) de la lentille, elle est simplement translatée.
5. Il suffit de modifier la position de l'objet AB jusqu'à ce qu'il se trouve dans le même plan que son image $A'B'$. La distance entre l'objet et la lentille est égale à la distance focale de la lentille.

Exercice 16 : L'œil

1. $\tan(\alpha) = h/d \simeq (\alpha) \Rightarrow \alpha \simeq 3 \times 10^{-4}$ rad
2. Le plus petit objet a une dimension $l = PP \times \tan(\alpha) \simeq 75 \times 10^{-6}$ m$= 75\ \mu$m.
3. En utilisant les formules de conjugaison on trouve $r = R\dfrac{d}{D}$
4. Tant que $r < h$ il il n'y a qu'une cellule qui capte la lumière donc tout se passe comme si l'objet était un point. Pour $R = 1$ mm on prend $r = h$ ce qui donne $D_{\text{min}} = \dfrac{dR}{h} \simeq 3$ m.
5. Le PP et le PR son plus proches de l'œil. Il voit flou les objets éloignés mais il voit des objets plus proches. Il faut utiliser des lentilles divergentes.
6. Avec la relation de conjugaison et en prenant le PR positif, $\dfrac{1}{d} + \dfrac{1}{PR} = \dfrac{1}{f'}$ soit $PR = 1{,}11$ m. Cette personne est très myope !
7. Toujours avec la formule de conjugaison : $\dfrac{1}{d} + \dfrac{1}{PP} = \dfrac{1}{f_2'}$ soit $f_2' = 13{,}3$ mm.
   La plage d'accommodation est donc de $\Delta V = \dfrac{1}{f_2'} - \dfrac{1}{f'} \simeq 7{,}6\delta$.
8. Le PP est plus éloigné, le PR ne change pas car toujours à l'infini. Il faut utiliser des lentilles convergentes.

Exercice 17 : Un petit problème



L'effet observé est dû à une reflexion totale de la lumière du projecteur à la surface de l'eau. L'angle limite α au-delà duquel un rayon est totalement réfléchi est $\alpha = \arcsin\left(\frac{1}{n}\right)$, où n est l'indice de l'eau. Le diamètre de la tache sombre est donc $d = 4h\tan(\alpha)$. On en déduit que h est donné par

$$h = \frac{d}{4\tan(\alpha)}$$

Sur le schéma on voit que $d \approx 70$ cm (1/3 de la largeur du bassin). Avec $n = 1{,}33$, on en déduit que $h \approx 15$ cm