

DS2 : Ondes et optique géométrique

Durée 3h, **calculatrices autorisées**. Le DS est probablement trop long pour que vous puissiez tout faire, c'est normal, faites-en le maximum.

Exercice 1 : REPRÉSENTATIONS D'UNE ONDE

On tend une corde entre deux points A et B situés sur l'axe x et dont les coordonnées sont $x_A = 0$ et $x_B = 10$ m. L'extrémité A de la corde peut bouger suivant l'axe y (coordonnée y_A) et l'extrémité B de la corde est fixe ($y_B = 0$ m).

On impose à l'extrémité A le mouvement suivant :

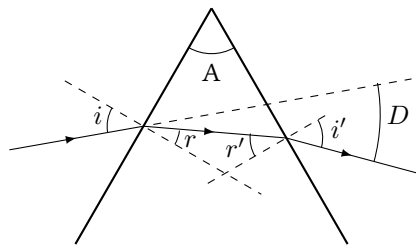
- pour $t < 0$: $y_A = 0$;
- pour $0 < t < 0,1$ s : y_A augmente à vitesse constante jusqu'à $y_A = 10$ cm ;
- pour $0,1 \text{ s} < t < 0,2$ s : y_A augmente à vitesse constante jusqu'à $y_A = 15$ cm ;
- pour $0,2 \text{ s} < t < 0,4$ s : y_A reste constant ;
- pour $0,4 \text{ s} < t < 0,5$ s : y_A diminue à vitesse constante jusqu'à $y_A = 0$;
- pour $t > 0,5$ s : $y_A = 0$;

1. Représenter graphiquement l'évolution de $y_A(t)$ pour t compris entre 0 et 1 s.
2. Quelle est la vitesse du point A à $t = 0,05$ s, $t = 0,13$ s et $t = 0,45$ s ?

On suppose que la perturbation de la hauteur de la corde introduite par le mouvement du point A se propage suivant l'axe x avec la célérité $c = 10$ m/s.

3. Représenter la forme de la corde à $t_1 = 0,5$ s, $t_2 = 0,7$ s et $t_3 = 1$ s.
4. Représenter l'évolution temporelle de l'onde aux points C d'abscisse $x_C = 5$ m et D d'abscisse $x_D = 7$ m.

Exercice 2 : LE PRISME



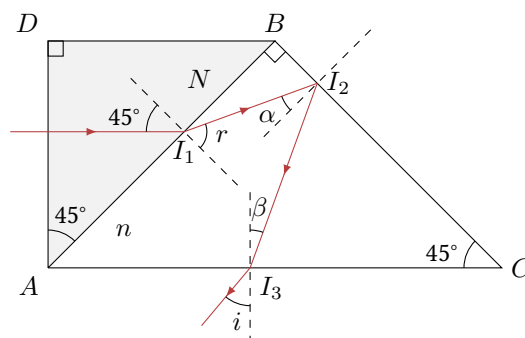
Un rayon incident entre dans un prisme d'angle A et d'indice n avec un angle d'incidence i . Le rayon émergent a subi une déviation D . Tous les angles indiqués sur la figure sont positifs. Le prisme est dans l'air d'indice 1.

1. Écrire les lois de la réfraction aux deux interfaces, et donner leurs approximations aux petits angles.
2. Écrire la relation entre r , r' et A .
3. Exprimer D en fonction de i , r , i' et r' .
4. En déduire l'expression de D en fonction de n et A dans l'approximation des petits angles.
5. Expliquer pourquoi un milieu dispersif en forme de prisme permet d'observer le spectre d'une lumière.

Exercice 3 : DEUX PRISMES ACCOLÉS

Deux morceaux de verre taillés sous forme de triangles isocèles rectangles d'indices respectifs N et n ont leur face AB commune. Un rayon incident frappe AD sous une incidence normale, se réfracte en I_1 , subit une réflexion en I_2 puis ressort en I_3 sous une incidence i .

Les valeurs de N et n sont telles que la réflexion soit totale en I_2 .



1. Écrire la relation de Snell-Descartes aux points I_1 et I_3 .

- Quelles relations vérifient les angles r et α ? α et β ?
- Montrer que la valeur limite N_0 de N pour que la réflexion soit totale en I_2 vérifie :

$$N_0^2 = 2(n^2 - 1)$$

- Pour que la réflexion soit totale en I_2 la valeur de N doit-elle être supérieure ou inférieure à N_0 ? Justifier la réponse.
- Écrire la relation vérifiée par N et n pour que l'angle i soit nul.

Exercice 4 : OBSERVATION D'UNE PLANÈTE

On s'intéresse à quelques éléments du matériel d'un astronome amateur adepte de l'imagerie numérique et désirant photographier Jupiter lors d'une période favorable à son observation.

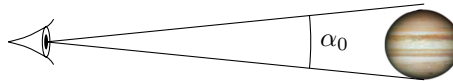


FIGURE 1

- Pour un observateur terrestre, Jupiter est vue sous un angle α qui varie suivant la distance Terre-Jupiter. Les orbites de la Terre et de Jupiter sont assimilées à des cercles dans un même plan, ayant pour centre le Soleil, de rayons respectifs $R_T = 150 \cdot 10^6$ km et $R_J = 780 \cdot 10^6$ km et décrits dans le même sens. Jupiter est modélisée par une sphère de diamètre $d_J = 140\,000$ km.
 - Calculer sous quel angle maximal α_0 on voit Jupiter depuis la Terre.
 - Cette situation, la plus favorable à l'observation, porte le nom d'opposition de Jupiter. Proposer une explication pour ce nom.
- On admet que chacune des orbites est décrite à vitesse constante (pas la même pour la Terre et Jupiter) et que les périodes de révolution (temps pour décrire une orbite) T_T et T_J vérifient la troisième loi de Kepler : $T_T^2 = K R_T^3$ et $T_J^2 = K R_J^3$ où K est une constante (la même pour les deux planètes). On donne $T_T = 365,25$ jours. Calculer T_J et le temps qui s'écoule entre deux oppositions de Jupiter.

À cause des imperfections du modèle, la valeur de α_0 n'est pas exactement celle trouvée au 1, mais $\alpha_0 = 50''$ ($3600'' = 1^\circ$). On adoptera cette valeur dans toute la suite du problème.

L'astronome amateur désire photographier la planète Jupiter vue depuis la Terre à l'opposition. Il utilise une lunette astronomique (voir figure 2 en haut) dont l'objectif est assimilé à une lentille mince convergente L_1 de diamètre $d_1 = 235$ mm et de distance focale $f'_1 = 2350$ mm, monté sur un tube \mathcal{T}_1 . Une caméra CCD est fixée sur un tube \mathcal{T}_2 appelé *porte oculaire*. La mise au point est faite en faisant coulisser \mathcal{T}_2 . Dans toute la suite (sauf question 12), on se placera dans le cadre de l'optique géométrique et dans les conditions de Gauss.

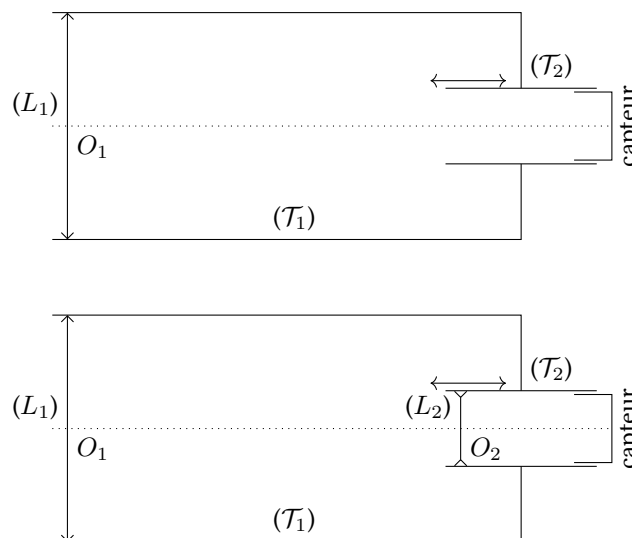


FIGURE 2

Le fabricant de la caméra donne les caractéristiques techniques suivantes pour le capteur : modèle ICX618, type CCD, noir et blanc, rectangulaire de diagonale $d_c = 4,48$ mm, surface $S_c = 9,63$ mm², comptant $N = 307200$ pixels de forme carrée.

- Calculer la largeur ℓ_c et la hauteur h_c du capteur, ainsi que la largeur ε_c d'un pixel.
- Expliquer pourquoi il est très raisonnable de considérer que Jupiter est située à l'infini, ce qu'on supposera pour toute la suite.

5. Représenter sur un schéma la construction de l'image A_1B_1 de Jupiter formée sur le capteur par la lentille (L_1). On fera apparaître l'angle α_0 sur le schéma.
6. À quelle distance de L_1 faut-il placer le capteur pour y obtenir une image nette de Jupiter? Quelle est alors la largeur, exprimée en nombre de pixels, de l'image de Jupiter sur le capteur?
7. Pour estimer la précision avec laquelle on doit faire la mise au point, on suppose que l'ensemble (\mathcal{T}_2 -capteur) se trouve à une distance ε_0 de la position assurant une image parfaitement nette.
En raisonnant sur les rayons issus du point de Jupiter situé sur l'axe optique de L_1 , expliquer physiquement (faire un schéma) que l'image de ce point sur le capteur n'est plus ponctuelle et forme une tache de largeur ε_t . On distinguera les deux sens possibles de décalage du porte oculaire.
8. À quelle condition sur ε_t et ε_c cette non ponctualité ne se remarquera pas sur le capteur utilisé? En déduire la valeur maximale autorisée pour ε_0 sans qu'il y ait d'incidence sur la netteté de l'image formée sur le capteur (tolérance sur la mise au point).

Pour obtenir une image plus grande de la planète, on intercale une lentille de Barlow, modélisée ici par une lentille mince (L_2) divergente, de distance focale f'_2 , placée à la distance $D_{2c} = 200$ mm du capteur (figure 2 en bas). La mise au point se fait en traduisant l'ensemble (L_2 -capteur), fixé sur le tube porte oculaire. On notera D_{12} la distance entre (L_1) et (L_2) et on admettra que F'_1 est situé entre (L_2) et le capteur.

9. Représenter sur un schéma la construction de l'image $A'B'$ de Jupiter formée par les deux lentilles (L_1) et (L_2). On fera apparaître l'image intermédiaire A_1B_1 formée par la lentille (L_1) et les distances f'_1 , D_{12} , et D_{2c} .
10. Comment faut-il choisir f'_2 et à quelle valeur doit-on régler D_{12} pour que le dispositif produise sur le capteur de la caméra une image de Jupiter trois fois plus large que précédemment?

On rappelle la relation de conjugaison de Descartes pour une lentille mince $\frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} = \frac{1}{f'}$.

11. Le dispositif de Barlow est alors qualifié de *tripleur de focale*. Proposer une justification à ce terme.
12. Jusqu'à présent, on a négligé les effets de la diffraction, qui produit un étalement des images. En supposant que l'effet dominant est la diffraction à travers l'ouverture délimitant L_1 , estimer (ordre de grandeur) la largeur ε_d sur le capteur de l'image d'un objet ponctuel situé à grande distance suivant l'axe optique, dans le cas de la lunette munie du tripleur de focale.

On considérera que la mise au point est parfaite et que l'ensemble de la chaîne optique est assimilable à une lentille de diamètre d_1 et de focale $3f'_1$. Les candidats introduiront une longueur d'onde et en proposeront un ordre de grandeur raisonnable.

Commenter le résultat obtenu.

Exercice 5 : CONSTRUCTION DE RAYONS

Construire les rayons émergents correspondant aux rayons incidents suivants (en faisant apparaître les traits de construction). **N'oubliez pas de rendre cette feuille avec votre copie !**

