Concours blanc – Physique-Chimie – Corrigé

Autour de la randonnée

Ce problème aborde différents aspects de la randonnée. Il est composé de 5 parties complètement indépendantes.

1 Marcher en montagne

1. La puissance de la réaction du sol est nulle car le point d'application de la force est immobile dans le référentiel d'étude.
2. $E_p = mgz_I + K$.
3. Son énergie cinétique est nulle au départ et à l'arrivée, donc la variation d'énergie cinétique est nulle.
4. L'énergie mécanique est la somme de l'énergie cinétique et de l'énergie potentielle $E_m = E_c + E_p$. Comme la variation d'énergie cinétique est nulle, on a $\Delta E_m = \Delta E_p = mg(z_B - z_A) = mgh$.
5. La variation d'énergie mécanique est $\Delta E_m = 6 \times 10^5$ J
6. Si le dénivelé est nulle, la variation d'énergie mécanique est nulle. Il est donc plus fatiguant de marcher en montée que de marcher à plat.
7. Le randonneur dépense 0,6 MJ de plus ce qui correspond à 5 % de 12 MJ. Le randonneur dépensera donc 5 % de plus sur la journée. L'énergie supplémentaire est cependant dépensée durant les 3 h de la randonnée, temps pendant lequel l'organisme aurait eu besoin de 1,5 MJ d'énergie, l'effort supplémentaire représente donc une hausse de 40 % sur cette période.
8. Le randonneur doit ingurgiter 12,6 MJ d'énergie.
9. Le randonneur devra manger 50 g de pâtes supplémentaires le jour de son ascension. En réalité il devra en manger plus que ça car le rendement de l'organisme est plus petit que 1 et toute l'énergie supplémentaire ingurgité n'est pas convertie en énergie mécanique.

2 Marcher à son rythme pour aller plus loin

10. $L_{Ox} = J\dot{\gamma}$
11. La liaison en O est une liaison pivot idéale, donc le moment des force appliquées par rapport à l'axe de rotation $(O, \vec{e}_x)$ est nul.
12. On a $\Gamma_{Ox} = \overrightarrow{OH} \wedge \vec{P} \cdot \vec{e}_x = -d' m_0 g \sin(\gamma)$
13. On applique le théorème du moment cinétique à la jambe :

$$\frac{\mathrm{d}\, L_{Ox}}{\mathrm{d}\, t} = \Gamma_{Ox} \Leftrightarrow J\ddot{\gamma} = -d' m_0 g \sin\gamma \Leftrightarrow \ddot{\gamma} + \frac{d' m_0 g}{J} \sin\gamma = 0$$

14. L'énergie cinétique de la jambe est $E_c = \frac{1}{2} J\dot{\gamma}^2$
15. On néglige tous les frottements donc l'énergie mécanique de la jambe est conservée.
16. On a $E_m = E_c + E_p = \frac{1}{2} J\dot{\gamma}^2 - m_0 g d' \cos\gamma + \text{constante}$. Comme l'énergie mécanique est constante, sa dérivée temporelle est nulle, et on trouve :

$$\frac{\mathrm{d}\, E_m}{\mathrm{d}\, t} = 0 = J\dot{\gamma}\ddot{\gamma} + d' m_0 g \sin(\gamma)\dot{\gamma} \Leftrightarrow \ddot{\gamma} + \frac{d' m_0 g}{J} \sin\gamma = 0$$

17. Dans l'approximation des petits angles, on a $\sin(\gamma) \approx \gamma$ et l'équation différentielle précédente devient

$$\ddot{\gamma} + \frac{d' m_0 g}{J} \gamma = 0$$

On reconnait l'équation différentielle d'un oscillateur harmonique avec $\omega_0^2 = \frac{d' m_0 g}{J}$. On a donc

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{J}{m_0 g d'}} = \frac{2\pi\sqrt{J}}{\sqrt{m_0 g d'}}$$

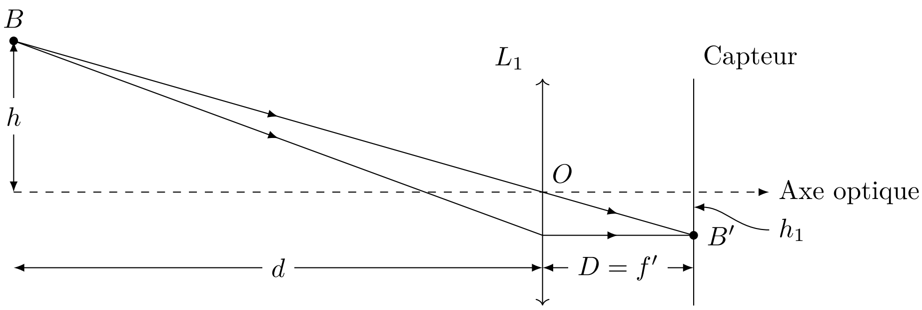
18. En remplaçant J par l'expression donnée dans l'expression de T, avec $d' = \frac{d}{2}$ on obtient :
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{2kd}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{2k}{g}}\sqrt{d}$$
19. La longueur de la jambe de l'enfant est $\frac{4}{9}$ de la longueur de la jambe de l'adulte, donc sa période propre d'oscillation est $\sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}$ de celle de l'adulte, soit environ 1,1 s.
20. Une oscillation naturelle de la jambe correspond à 2 pas. La longueur d'un pas est proportionnelle à la longueur d de la jambe. Donc la vitesse de marche est proportionnelle à $\frac{d}{T}$, comme T est proportionnelle à $\sqrt{d}$ on trouve bien que la vitesse de marche est proportionnelle à $\sqrt{d}$.

    La jambe de l'adulte étant $\frac{9}{4}$ plus grande que celle de l'enfant, la vitesse de l'adulte est $\sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2} = 1{,}5$ fois plus grande que celle de l'enfant.

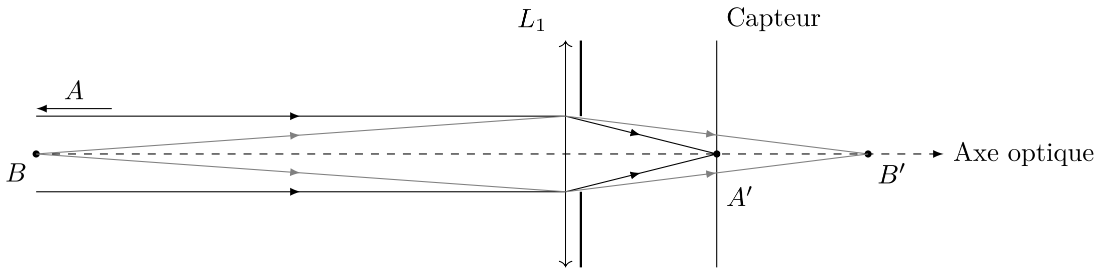
3 Photographier la nature

3.1 Modélisation de l'appareil photo

21. Les montagnes se trouvent très loin de l'objectif (par rapport à la distance focale de l'objectif), on peut donc les considérer à l'infini. Le capteur doit donc être dans le plan focal image de la lentille, donc à une distance $D = f' = 50\,\mathrm{mm}$
22.



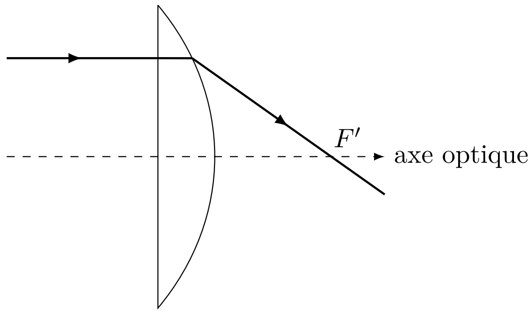
23. On applique le théorème de Thalès sur le schéma précédent, on obtient $h_1 = h\frac{f'}{d}$. Avec les valeurs numériques fournies, on a $h_1 = 0{,}1\,\mathrm{mm}$.
24. Soit l_p la longueur d'un côté d'un pixel. Le nombre N de pixels du capteur est égal à la surface S_c du capteur divisée par la surface $S_p = l_p^2$ d'un pixel. Donc $N = \frac{S_c}{l_p^2}$, soit $l_p = \sqrt{\frac{S_c}{N}} \approx 4 \times 10^{-6}\,\mathrm{m}$.
25. L'arbre photographié a une hauteur d'environ 23 pixels.
26.



27. Comme on le voit sur le schéma précédent, la lumière venant de B forme une tache sur le capteur, le point B n'apparaîtra donc pas sur un pixel unique et son image sera floue sur le capteur. L'image restera tout de même nette si la tache formée sur le capteur est plus petite que la taille d'un pixel.
28. Lorsque l'objet B se trouve à une distance $d_{\min}$ de la lentille, la tache formée sur le capteur a un diamètre égal à la taille d'un pixel, soit e. Le capteur se trouve à une distance f' de la lentille et le diamètre du diaphragme est A. Le théorème de Thalès donne $\frac{l_p}{A} = \frac{B'A'}{B'O} = \frac{B'O-f'}{B'O} = 1 - \frac{f'}{B'O}$. En utilisant la formule de conjugaison, on a $\frac{1}{B'O} = \frac{1}{f'} - \frac{1}{d_{\min}}$. Donc on obtient finalement $\frac{l_p}{A} = \frac{f'}{d_{\min}}$. Soit $d_{\min} = \frac{Af'}{l_p}$. Numériquement, on trouve $d_{\min} = 233\,\mathrm{m}$.

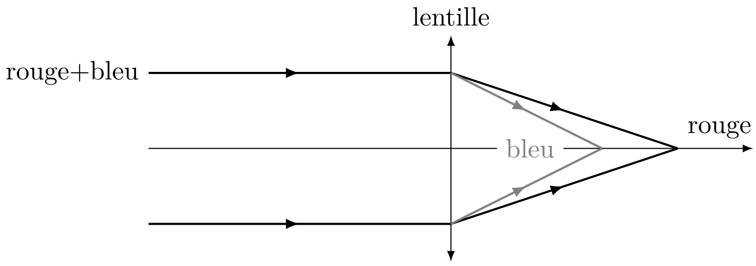
3.2 Objectif à lentille unique

29.



Le rayon arrive perpendiculairement au premier dioptre, il n'est pas dévié. Sur le second dioptre il passe d'un milieu d'indice $n > 1$ à l'air d'indice 1, il s'éloigne donc de la normale à l'interface.

30. Cette lentille est convergente car des rayons qui arrivent parallèles à l'axe optique ressortent en convergeant vers l'axe optique.
31. Le foyer image d'une système optique est le point par lequel passent des rayons qui arrivent sur le système parallèles à l'axe optique.
32. Vu la forme de $n(\lambda)$, on remarque que $n(\text{rouge}) < n(\text{bleu})$. On en déduit que les rayons bleus sont plus déviés que les rayons rouges et donc $r_R < r_B$.



33. On voit que les rayons bleus et rouges ne sont pas déviés de la même manière, on peut donc voir apparaître des couleurs sur l'image. On appelle cela des aberration chromatiques.

4 Communiquer en pleine nature

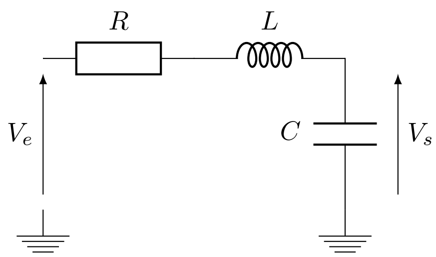


FIGURE 1 – Circuit RLC utilisé comme filtre de réception du signal radio.

34. Il s'agit d'un filtre passe-bande, on peut s'en convaincre en remarquant qu'il coupe les hautes et basses fréquences.
35. On remarque un pont diviseur de tension, et la fonction de transfert harmonique est donnée par

$$\underline{H}(\omega) = \frac{\underline{V}_s}{\underline{V}_e} = \frac{\underline{Z}_C}{\underline{Z}_R + \underline{Z}_L + \underline{Z}_C} = \frac{1/jC\omega}{R + jL\omega + 1/jC\omega} = \frac{1}{1 + jRC\omega - LC\omega^2} = \frac{1}{j\frac{1}{Q}\frac{\omega}{\omega_0} + 1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$$

ω_0 est la pulsation propre, c'est la pulsation pour laquelle le gain est maximum, Q est le facteur de qualité, il est relié à la bande passante du filtre, plus Q est grand, plus la bande passante est étroite.

36. Pour une inductance de 0,1 µH et une fréquence de 100 MHz, on obtient $C = \frac{1}{(2\pi f)^2 L} \approx 3 \times 10^{-11}\,\text{F}$.
37. À la fréquence f, on a $\omega = \omega_0$ et le gain du filtre est $G = |\underline{H}(\omega_0)| = Q$
38. Un gain de 20 dB correspond à $20\log(G) = 20$ soit $G = 10 = Q$. Soit $R = \frac{1}{Q}\sqrt{\frac{L}{C}} \approx 6\,\Omega$

5 Soigner de petites plaies

Le randonneur chevronné évolue souvent à travers un milieu inhospitalier, et il n'est pas rare qu'il se blesse légèrement (chute, griffures de ronces, ...). Afin d'éviter un infection de ses blessures il doit les désinfecter. L'eau oxygénée est un produit particulièrement efficace pour nettoyer de petites plaies.

5.1 concentration d'une eau oxygénée

39. L'atome d'hydrogène possède 1 proton, 0 neutron et 1 électron. L'atome d'oxygène possède 8 protons, 8 neutrons et 8 électrons.

40. — ${}_1\mathrm{H}$: $\underbrace{1s^1}_{\text{électrons de valence}}$ $\dot{\mathrm{H}}$

    — ${}_8\mathrm{O}$: $\underbrace{1s^2}_{\text{électrons de cœur}}$ $\underbrace{2s^2 2p^4}_{\text{électrons de valence}}$ $\cdot\overline{\underline{\mathrm{O}}}\cdot$

41. — O_2 : $\langle \mathrm{O}{=}\mathrm{O} \rangle$

    — H_2O : $\mathrm{H}—\overline{\underline{\mathrm{O}}}—\mathrm{H}$

    — H_2O_2 : $\mathrm{H}—\overline{\underline{\mathrm{O}}}—\overline{\underline{\mathrm{O}}}—\mathrm{H}$

42.

Espèce	no(O)	no(H)
O_2	0	–
H_2O	-II	+I
H_2O_2	-I	+I

43. — $O_{2(g)}/H_2O_{2(aq)}$: $O_2 + 2\,H^+ + 2\,e^- \rightleftharpoons H_2O_2$;

    — $H_2O_{2(aq)}/H_2O_{(l)}$: $H_2O_2 + 2\,H^+ + 2\,e^- \rightleftharpoons 2\,H_2O$;

    En combinant ces deux équations, on obtient bien celle demandée par l'énoncé.

44. — Au cours d'une « dismutation », une espèce chimique se transforme en deux espèces chimiques avec deux nombres d'oxydation différents, l'un supérieur et l'autre inférieur au nombre d'oxydation d'origine.

    — Au cours d'une « médiamutation », deux espèces chimiques se transforment en une espèce chimique avec un nombre d'oxydation compris entre les deux nombres d'oxydation d'origine.

45. Il suffit de comparer les potentiels standards des deux couples en présence et d'utiliser la « règle du gamma »pour montrer que la réaction se fera naturellement dans le sens direct.

46. D'après l'énoncé $\frac{m_{H_2O_2}}{m_{\text{tot}}} = 3 \times 10^{-2}$. La densité de la solution est donnée par $d = \frac{\mu}{\mu_{\text{eau}}}$ où $\mu = \frac{m}{V}$ est la masse volumique de la solution et $\mu_{\text{eau}} = 1 \times 10^3\,\text{g}/\ell$ est la masse volumique de l'eau.
    La concentration de la solution est :

$$C = \frac{n_{H_2O_2}}{V} = \frac{m_{H_2O_2}/M_{H_2O_2}}{m_{\text{tot}}/\mu} = \frac{m_{H_2O_2}}{m_{\text{tot}}} \frac{\mu}{M_{H_2O_2}} = \frac{m_{H_2O_2}}{m_{\text{tot}}} \frac{d\mu_{\text{eau}}}{M_{H_2O_2}} \approx 9{,}1 \times 10^{-1}\,\text{mol}/\ell$$

5.2 Décomposition de l'eau oxygénée

47. La vitesse volumique de la réaction est $v_v = kC(t)$. La vitesse volumique de disparition de l'eau oxygénée est $v = 2v_v = 2kC(t)$. v est en $\text{mol}\,\ell^{-1}\,\text{s}^{-1}$, $C(t)$ est en mol/ℓ donc k est en s^{-1}.

48. D'après l'équation précédente, on a

$$v = -\frac{\mathrm{d}\,[H_2O_2]}{\mathrm{d}\,t} = -\frac{\mathrm{d}\,C(t)}{\mathrm{d}\,t} = 2kC(t) \quad \text{d'où} \quad \frac{\mathrm{d}\,C(t)}{\mathrm{d}\,t} + 2kC(t) = 0$$

49. La solution de l'équation différentielle précédente est $C(t) = Ae{-}2kt$. Avec $C(0) = A = C_0$ on a finalement

$$C(t) = C_0 e^{-2kt}$$

50. Le temps de demi-réaction est le temps au bout duquel la moitié du réactif limitant a été consommé. Dans ce cas, on a

$$e^{-2kt_{1/2}} = \frac{1}{2} \quad \text{soit} \quad t_{1/2} = \frac{\ln(2)}{2k} \approx 172\,\text{s}$$

51. Vu la question précédente, cette affirmation semble très optimiste, pour que l'eau oxygénée reste stable aussi longtemps, il faudrait que la température soit plus faible.