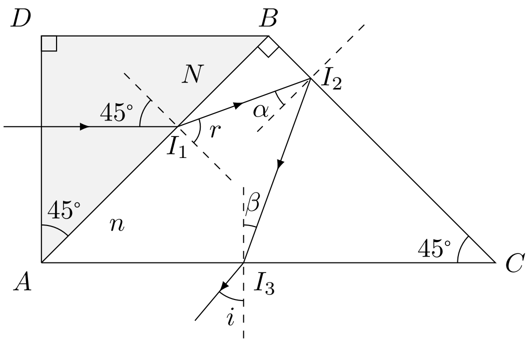
DS2 : Optique géométrique — corrigé

Exercice 1 : Un prisme

1. - $\sin(i) = n\sin(r)$, dans l'approximation des petits angles : $i = nr$
   - $\sin(i') = n\sin(r')$, dans l'approximation des petits angles : $i' = nr'$
2. $r + r' = A$
3. Le rayon incident subit une première déviation d'angle $(i - r)$ puis une seconde d'angle $(i' - r')$, donc la déviation totale est : $D = (i - r) + (i' - r')$.
4. En combinant les résultats obtenus aux 3 premières questions, on obtient : $D = (n-1)A$.

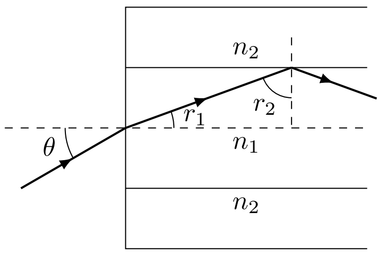
Exercice 2 : Deux prismes accolés



1. En I_1 on a : $N\sin(45°) = n\sin(r)$, soit $N\frac{\sqrt{2}}{2} = n\sin(r)$.
   En I_3 on a $n\sin(\beta) = \sin(i)$
2. On a $r + \alpha = \frac{\pi}{2}$ et $\alpha + \beta + \frac{3\pi}{4} = \pi$ soit $\alpha + \beta = \frac{\pi}{4}$.
3. On est à la limite de la réflexion totale en I_2 lorsque $n\sin(\alpha) = 1$ soit $n\cos(r) = 1$ donc $r = \arccos\left(\frac{1}{n}\right)$. On a donc $N\frac{\sqrt{2}}{2} = n\sin\left(\arccos\left(\frac{1}{n}\right)\right)$
   On obtient alors $N^2 = 2(n^2 - 1)$.
4. Pour que la réflexion soit totale en I_2 il faut que l'angle d'incidence soit plus grand que l'angle d'incidence limite, donc le rayon doit être moins dévié en I_1 et donc on doit avoir $N < N_0$. (Sur le schéma, on a $n < N$)
5. Si $i = 0$ alors $\beta = 0$ et $\alpha = \frac{\pi}{4}$ et donc $r = \frac{\pi}{4} = 45°$. Ce qui signifie que le rayon n'est pas dévié en I_1. Pour cela on doit avoir $n = N$.

Exercice 3 : Fibre optique à saut d'indice

Une fibre optique à saut d'indice est composée d'un cœur d'indice n_1 entouré d'une gaine d'indice n_2. On considère un rayon qui entre dans le cœur de la fibre avec un angle d'incidence θ.



1. Pour qu'il puisse y avoir réflexion totale à l'interface, il faut que $n_1 > n_2$
2. Un rayon qui subit une réflexion totale arrive de l'autre côté avec le même angle d'incidence et subit donc à son tour une réflexion totale.

3. L'angle d'incidence r_2 pour que le rayon subisse une réflexion totale est $r_2 = \arcsin(n_2/n_1)$. Or on a $r_1 = \pi/2 - r_2$ donc

$$\sin(\theta_m) = n_1 \sin(r_1) = n_1 \sin(\pi/2 - r_2) = n_1 \cos(r_2)$$
$$\sin(\theta_m) = n_1 \cos\left[\arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right)\right].$$

Donc

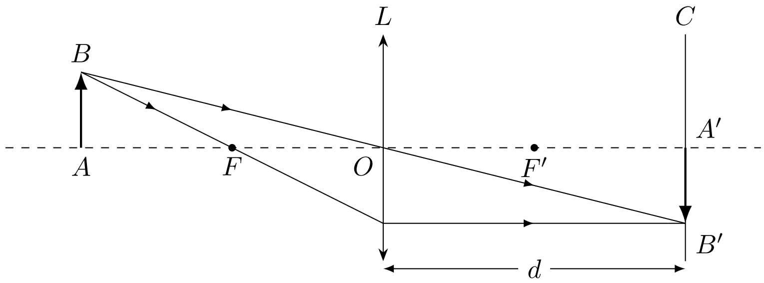
$$\theta_m = \arcsin\left[n_1 \cos\left(\arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right)\right)\right] = \arcsin\left[n_1\sqrt{1-\left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2}\right]$$
$$= \arcsin\left(\sqrt{n_1^2 - n_2^2}\right).$$

A.N. : $\theta_m = 39°$

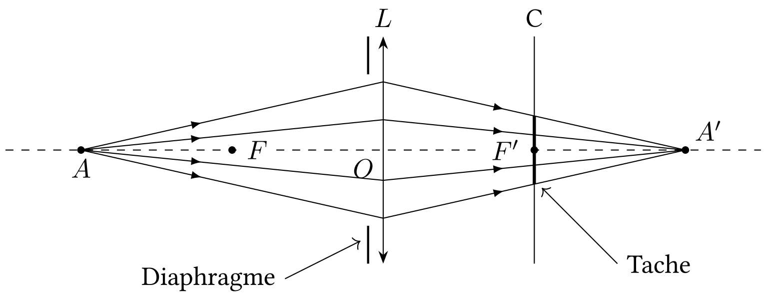
4. Les rayons inclinés par rapport à l'axe de la fibre parcourent un chemin plus long que ceux qui sont parallèles à l'axe. À la sortie de la fibre, le rayons inclinés arrivent en dernier.
5. Les signaux parallèles à l'axe optique parcourent une distance $d_1 = L$, ceux qui sont inclinés parcourent une distance $d_2 = L/\cos(r_1)$. Le temps τ qui les sépare à l'arrivée est $\tau = \dfrac{d_2 - d_1}{c} = \dfrac{L}{c}(1/\cos(r_1) - 1)$ donc $\tau = \dfrac{L}{c}(n_1/n_2 - 1)$. Cela influence le débit maximum des données car si on envoie deux impulsions séparées de moins de τ dans la fibre elles se superposeront à sa sortie rendant le signal inutilisable.
6. Plus la fibre est longue, moins le débit de données pourra être important.

Exercice 4 : L'appareil photo numérique

1. L'objectif de l'appareil forme l'image de l'objet photographié sur le capteur de l'appareil dont chacun des pixels enregistre la couleur et l'intensité de la lumière qu'il reçoit.



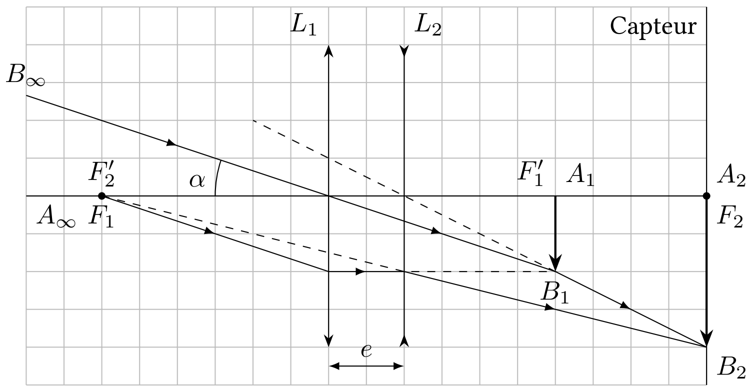
2. L'image d'un objet situé à l'infini se trouve dans le plan focal image de la lentille. Il faut donc placer le capteur en F' à une distance $d = 55\,\text{mm}$ de l'objectif.
3. On a $\overline{OA} = -1{,}20\,\text{m}$ et $d = \overline{OA'}$ grâce à la formule de conjugaison on trouve $d = 57{,}6\,\text{mm}$
4. Pour faire la mise au point de l'appareil photo il faut faire varier la distance entre l'objectif et le capteur.
5. Dans ces conditions, on a $\overline{OA} = -100\,\text{m}$ et la formule de conjugaison donne $\overline{OA'} = 55{,}03\,\text{mm} \simeq 55\,\text{mm} = f'$(comme la distance à l'objet est grande, son image se trouve dans le plan focal image de l'objectif). Le théorème de Thalès donne $\dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \dfrac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$ donc $\overline{A'B'} = \overline{AB}\dfrac{f'}{\overline{OA}}$. D'où finalement $\overline{A'B'} = -2{,}75\,\text{cm}$. La taille algébrique de l'objet est négative car l'image est inversée sur le capteur.
6. En utilisant la même méthode dans l'autre sens, on trouve que l'objet a une hauteur maximale de $43{,}6\,\text{m}$.
7. Le diaphragme ne fait que limiter la quantité de lumière qui entre dans l'appareil photo, lorsqu'on le ferme, l'image est plus sombre et lorsqu'on l'ouvre elle est plus lumineuse.
8. Pour que l'image enregistrée par le capteur reste nette, il faut que la dimension de la tache soit inférieure à celle d'un pixel.



9. Appelons δ la taille de la tache lumineuse sur l'écran et D le diamètre d'ouverture du diaphragme. Le théorème de Thalès donne directement :
$$\frac{\delta}{D} = \frac{A_0'F'}{A_0'O} = 1 - \frac{f'}{A_0'O}$$
(A_0' est l'image du point A_0 par l'objectif). En utilisant la formule de conjugaison, on trouve finalement $\frac{\delta}{D} = \frac{f'}{A_0O}$ soit $A_0O = \frac{Df'}{\delta}$.
   - Pour $D = 20\,\mathrm{mm}$ on trouve $A_0O = 110\,\mathrm{m}$
   - Pour $D = 5\,\mathrm{mm}$ on trouve $A_0O = 27{,}5\,\mathrm{m}$
10. Plus le diaphragme est fermé plus la profondeur de champ est importante. On voit très clairement sur la figure que lorsque le diaphragme est fermé, la dimension de la tache sur l'écran est réduite.
11. Le diaphragme est le plus ouvert pour la photo en haut à gauche (faible profondeur de champ) puis il est de plus en plus fermé jusqu'à la photo en bas à droite (grande profondeur de champ).

Exercice 5 : Le téléobjectif

1.
2. Schéma :



3. Sur la figure, on voit directement que $A_1B_1 = f_1' \tan(\alpha)$.
4. En utilisant la formule de conjugaison on trouve
$$\frac{1}{O_2A_2} - \frac{1}{O_2A_1} = -\frac{1}{f_2} \tag{1}$$
En multipliant tout par O_2A_1 On obtient $\frac{O_2A_1}{O_2A_2} = 1 - \frac{O_2A_1}{f_2} = 1 - \frac{f_1' - e}{f_2}$. Or le théorème de Thalès nous donne $\frac{A_2B_2}{A_1B_1} = \frac{O_2A_2}{O_2A_1}$ et donc finalement :
$$A_2B_2 = \frac{f_2 f_1' \tan(\alpha)}{f_2 - f_1' + e}$$
Pour $\alpha = 3 \times 10^{-4}\,\mathrm{rad}$ on trouve $A_2B_2 = 36\,\mu\mathrm{m}$
5. Pour qu'une lentille convergente simple donne une taille d'image identique il faudrait que $f' \tan(\alpha) = 36\,\mu\mathrm{m}$ soit $f' = 12\,\mathrm{cm}$ la distance d entre la lentille et le capteur serait $d = f' = 12\,\mathrm{cm}$
6. Le montage de type téléobjectif permet donc d'avoir un plus faible encombrement car dans le cas du téléobjectif, la distance d n'est que de $10\,\mathrm{cm}$