DS9 : Induction, thermodynamique – corrigé

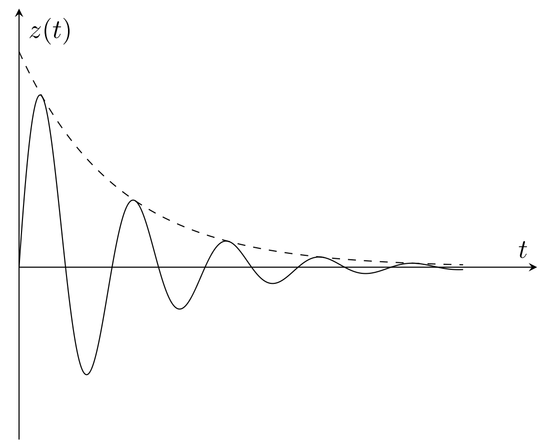
Durée 2h, calculatrices interdites. Le DS est probablement trop long pour que vous puissiez tout faire, c'est normal, faites-en le maximum.

Exercice 1 : Mesures thermodynamiques

1. Le piston est mobile et glisse sans frottement, de plus sa masse étant nulle, la somme des forces appliquées est nulle et la pression du gaz est à tout moment égale à la pression extérieure $P = P_0$.
2. La capacité thermique à volume constant C_V est définie comme $U = C_V T$. Pour un gaz parfait monoatomique $C_V = \frac{3}{2}nR$.
3. La capacité thermique du morceau de cuivre est $C_c = m \cdot c = 100\,\mathrm{J\,K^{-1}}$.
4. À l'instant initial, la pression du gaz est P_0, la température initiale est $T_0 = 300\,\mathrm{K}$ et la quantité de matière est $n = 1\,\mathrm{mol}$. L'équation d'état des gaz parfaits donne $V_0 = \frac{nRT_0}{P_0} = 25\,\ell$.
5. Le volume subit une diminution relative de 5 %, donc $\frac{V_1 - V_0}{V_0} = 0.05$ donc $V_1 = V_0 \cdot (1 - 0.05) = 23{,}75\,\ell$. Et $\Delta V = -1{,}25\,\ell$.
6. Comme n et P sont constants lorsque l'on change la température du système, le rapport $\frac{V}{T}$ est constant, donc $T_1 = T_0 \frac{V_1}{V_0} = T_0 \cdot (1 - 0.05) = 285\,\mathrm{K} = 12\,°\mathrm{C}$
7. Le premier principe de la thermodynamique s'écrit : $\Delta U = W + Q$.
8. L'énergie interne du système est la somme de l'énergie interne du gaz et de celle du cuivre. Donc $U = C_v T + C_c T = (C_V + C_c)\Delta T$. Donc la variation d'énergie interne est $\Delta U = (C_V + C_c)\Delta T = -1{,}676\,\mathrm{kJ}$
9. La transformation étant monobare, on a $W = -P_0 \Delta V = 125\,\mathrm{J}$.
10. On en déduit que $Q = \Delta U - W = -1{,}8\,\mathrm{kJ}$. On a $Q < 0$ car l'énergie thermique est fournie par le système au milieu extérieur, en effet la température du système diminue au cours de la transformation.
11. S'il n'y a pas de cuivre dans le cylindre l'énergie thermique fourni par le système au milieu extérieur est beaucoup plus faible pour la même différence de température car sa capacité thermique est réduite.

Exercice 2 : Oscillateur et induction

1. Le système étant au repos, le PFD appliqué à la barre donne $\sum \vec{F} = \vec{0}$ donc $\vec{F}_{r1} + \vec{F}_{r2} + \vec{P} = \vec{0}$ où $\vec{F}_{r1}$ et $\vec{F}_{r2}$ sont les forces exercées par chacun des ressorts.
   La projection sur l'axe (Oz) donne : $-mg + 2k(\ell_{eq} - \ell_0) = 0$ donc la longueur ℓ_{eq} des ressorts est $\ell_{eq} = \ell_0 + \frac{mg}{2k}$.
2. Le flux du champ magnétique à travers le circuit est $\phi = \ell LB$.
3. On applique la loi de Faraday $e_{ind} = -\dfrac{\mathrm{d}\,\phi}{\mathrm{d}\,t}$ avec $\phi = \ell LB$ et $\ell = \ell_{eq} - z(t)$. Donc finalement $e_{ind} = L\dot{z}(t)B$
4. La force de Laplace qui s'exerce sur le circuit est $\vec{F}_l = i\vec{L} \wedge \vec{B}$ donc $\vec{F}_l = -iLB\vec{e}_z$
5. On applique le principe fondamental de la dynamique à la barre : $m\vec{a} = \vec{F}_l + \vec{F}_{r1} + \vec{F}_{r2} + \vec{P}$. Avec $\vec{a} = \ddot{z}\vec{e}_z$, $\vec{F}_{r1} = \vec{F}_{r2} = k(\ell - \ell_0)\vec{e}_z = -kz(t)\vec{e}_z + \frac{mg}{2}\vec{e}_z$ et $\vec{P} = -mg\vec{e}_z$.
   On obtient : $m\ddot{z} + iLB + 2kz = 0$; soit avec $i = \frac{e_{ind}}{R} = \frac{LB\dot{z}}{R}$, on obtient
   $$\ddot{z} + \frac{L^2B^2}{mR}\dot{z} + \frac{2k}{m}z = 0 \quad \text{soit} \quad \ddot{z} + 2\alpha\dot{z} + \omega_0^2 z = 0$$
6. D'après l'équation précédente on trouve $\frac{\omega}{Q} = 2\alpha$ donc $Q = \frac{\omega_0}{2\alpha}$
7. Si $\omega_0^2 - \alpha^2 > 0$ alors $\omega_0 > \alpha$ donc $Q = \frac{\omega_0}{2\alpha} > \frac{1}{2}$. L'oscillateur se trouve donc en régime pseudo-périodique.
8. En utilisant les conditions initiales données, on trouve $A = \frac{V_0}{\omega_0}$ et $\varphi = 0$. On représente l'allure de $z(t)$ ci-dessous :



9. Le travail de la force de Laplace est égal à la variation d'énergie cinétique de la barre. $\Delta E_c = -\frac{1}{2}mV_0^2 = W_l$. Ce travail est converti en chaleur par effet Joule dans la barre.

Exercice 3 : Compression isotherme d'un gaz parfait

1. Pour que la compression soit vraiment isotherme il faut que les parois du cylindre conduisent la chaleur, qu'elles soient en contact avec un thermostat à la température T_1 et que la compression soit fait suffisamment lentement.
2. La pression est donnée par l'équation d'état des gaz parfaits : $P_2V_2 = nRT_1$, or on au initialement $P_1V_1 = nRT_1$, donc $P_2 = P_1\frac{V_1}{V_2}$.
3. La pression du gaz est $P = \frac{nRT_1}{V} = P_1\frac{V_1}{V}$. Le travail fourni par les forces de pression lors d'une petite variation de volume est $\delta W = -P_e dV = -PdV$. Donc le travail fourni pendant la compression par les forces de pression est $W = \int_{V_1}^{V_2} \delta W = -\int_{V_1}^{V_2} PdV = -P_1V_1\int_{V_1}^{V_2}\frac{dV}{V} = -P_1V_1 \ln\frac{V_2}{V_1} = P_1V_1 \ln\frac{V_1}{V_2}$
4. Lorsque la compression est adiabatique, on a $P_1V_1^\gamma = PV^\gamma$ donc $P = P_1V_1^\gamma/V^\gamma$. On trouve le travail des forces de pression de la même manière qu'à la question précédente : $W = -\int_{V_1}^{V_2} PdV = -P_1V_1^\gamma \int_{V_1}^{V_2} V^{-\gamma}dV = P_1V_1^\gamma\frac{1}{\gamma-1}(V_2^{1-\gamma} - V_1^{1-\gamma})$
5. En pratique pour effectuer une compression adiabatique, il faudrait que le cylindre soit isolé thermiquement, et il faut que la compression soit rapide.
6. Le travail fourni par les forces de pression lors d'une compression adiabatique est plus important que celui fourni lors d'une compression isotherme car le gaz s'échauffe et la pression augmente. l'énergie supplémentaire fournie sert à chauffer le gaz.