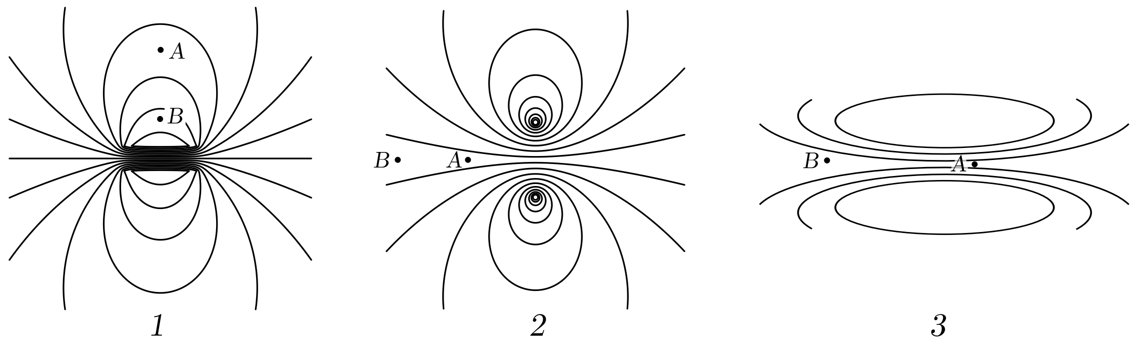
TD14 : Champ magnétique et force de Laplace

Exercice 1 : Cartes de champ magnétique

Les trois schémas ci-dessous représentent les lignes de champs créés par un aimant droit, un solénoïde long et une bobine plane. Pour les trois schémas, indiquer quelle est la source du champ magnétique, où elle se trouve et indiquer entre le point A et le point B où le champ est le plus intense. Repérer également les zones où le champ magnétique peut être considéré comme uniforme.



Exercice 2 : Champ magnétique dans un solénoïde

Dans un solénoïde infini comportant n spires par mètre parcourues par une intensité I, l'intensité du champ magnétique est donnée par $B = \mu_0 n I$. Dans un appareil d'IRM moderne, on plonge le patient dans un champ magnétique de l'ordre de $B = 10\,\mathrm{T}$. On souhaite calculer la puissance électrique nécessaire pour fabriquer une telle machine lorsque le champ magnétique est produit par un solénoïde de rayon r et de longueur L.

1. Donner la relation entre le nombre de spires par mètre n et l'intensité du courant qui doit circuler dans la bobine qui produit le champ magnétique.
2. Si on note d le diamètre du fil utilisé dans la fabrication de cette bobine, donner la relation entre n et d, puis entre d et I.
3. Déterminer la longueur l de fil nécessaire pour fabriquer la bobine en fonction de d, r et L.
4. Le matériau utilisé pour le fil a une résistivité ρ. On rappelle que la résistance R d'un cylindre de section S et de longueur l est $R = \frac{\rho l}{S}$. Déterminer la résistance R totale du fil utilisé en fonction de d, L, r, et ρ
5. En déduire l'expression de la puissance électrique dissipée dans la bobine en fonction de d, L, r, B, ρ et μ_0.
6. A.N. : Calculer P pour une bobine telle que $L = 1\,\mathrm{m}$, $r = 50\,\mathrm{cm}$, $d = 1\,\mathrm{cm}$ fabriquée avec du fil de cuivre dont la resistivité est $\rho = 17 \times 10^{-9}\,\Omega\mathrm{m}$.
7. Commenter ce résultat. Pourquoi utilise-t-on des matériaux supraconducteurs dans les appareils d'IRM modernes ? Quel autre inconvénient cela pose-t-il ?

Exercice 3 : Bobine plate

L'intensité du champ magnétique en un point M d'abscisse x de l'axe d'une bobine plate (l'origine est au centre de la bobine) est donnée par la formule :

$$B(x) = \mu_0 \frac{NI}{2} \frac{R^2}{\sqrt{(R^2 + x^2)^3}},$$

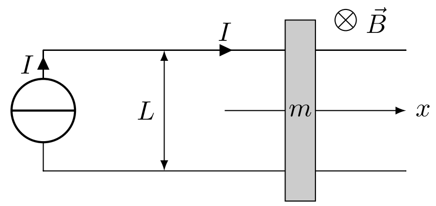
où R est le rayon des N spires parcourues par le courant I.

1. Exprimer l'intensité du champ au centre de la bobine
2. Représenter $B(x)$ en fonction de x (Pour une valeur donnée de N, I et R)
3. A quelle distance du centre la valeur du champ magnétique n'est-elle plus que 10% de sa valeur au centre ?
4. Que devient $B(x)$ lorsque $x \gg R$?
5. En déduire l'intensité du champ magnétique créé à grande distance sur l'axe d'un aimant de moment magnétique M.

Exercice 4 : Rail de Laplace

On considère l'expérience du rail de Laplace dans laquelle une barre rectiligne cylindrique parcourue par un courant I est plongée dans un champ magnétique $\vec{B}$ homogène.

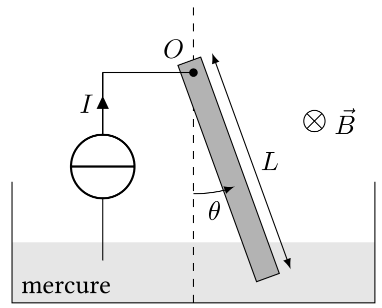
1. Déterminer la force $\vec{F}$ subie par la barre.
2. On fait l'hypothèse simpliste que la barre a une masse m et glisse sans frottement sur les rails. En appliquant le théorème de l'énergie cinétique, déterminer sa vitesse en fonction de sa position x (on suppose qu'elle part de $x = 0$ sans vitesse initiale)
3. On remarque donc que l'énergie mécanique de la barre augmente avec le temps. D'où provient cette énergie supplémentaire ?
4. Déterminer la tension aux bornes de la barre en fonction de sa position x.



Exercice 5 : Équilibre d'une barre

On étudie une barre dont l'une des extrémités est fixée par une liaison pivot d'axe Oz. L'autre extrémité de la barre est en contact avec un bain de mercure qui permet la circulation d'un courant I en continu. Le tout est plongé dans un champ magnétique uniforme $\vec{B}$. On repère la position de la barre par l'angle de rotation θ.

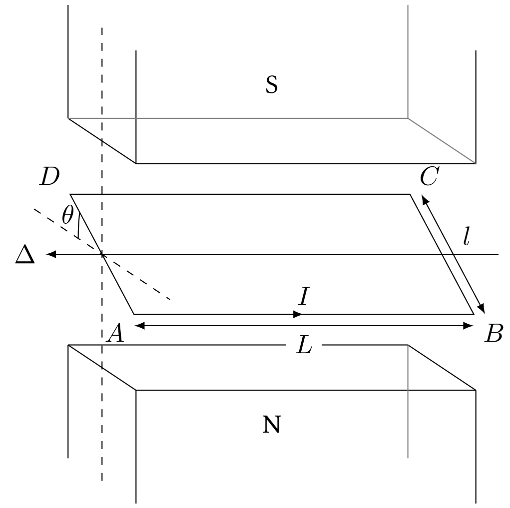
1. Quel est le système de coordonnées le mieux adapté à l'étude de ce problème, représenter ses axes sur le schéma.
2. Déterminer dans ce repère la force de Laplace subie par la barre.
3. On suppose que la force de Laplace est équivalente à une force unique s'appliquant au centre de la barre. La barre de masse m est également soumise à son poids qui s'applique également au centre de la barre. Dessiner sur le schéma l'ensemble des forces appliquées à la barre.
4. Déterminer en fonction de m, B et I l'angle θ d'équilibre.
5. Expliquer qualitativement ce qu'il se passe lorsque l'angle d'équilibre est tel que le bas de la barre sort du bain de mercure.



Exercice 6 : Moteur à une spire

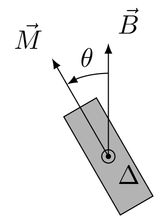
On fabrique un moteur en plaçant un rotor constitué d'une spire rectangulaire plongée dans le champ magnétique créé par deux aimants permanents (le champ magnétique est supposé uniforme). La spire a une longueur l et une largeur L et est parcourue par un courant I.

1. Exprimer la norme M moment magnétique de la spire en fonction de l, L et I,
2. Exprimer la norme Γ du couple que la force de Laplace exerce sur le rotor en fonction de M, B et θ.
3. Que se passera-t-il si on laisse le système évoluer librement dans cette situation ?
4. Pour que ce système se comporte comme un moteur, on ajoute un mécanisme qui permet d'inverser le sens du courant à chaque demi-tour. Le rotor tourne à la vitesse angulaire ω. Déterminer en fonction de θ la puissance fournie par les forces de Laplace.
5. En déduire en fonction de θ la tension U aux bornes de ce moteur (en supposant que l'intensité reste constante).
6. Quel inconvénient ce moteur présente-t-il ? Comment résoudre ce problème.



Exercice 7 : Oscillations d'un aimant

On considère un aimant droit de moment magnétique $\vec{M}$ fixé en son centre par une liaison pivot à un axe Δ. L'aimant est plongé dans un champ magnétique $\vec{B}$ uniforme perpendiculaire à l'axe Δ. On note θ l'angle entre le moment magnétique de l'aimant et le champ magnétique.



1. Déterminer la résultante des forces subies par l'aimant. Exprimer le couple Γ des forces subies par l'aimant en fonction de B, M et θ.
2. On note J_Δ le moment d'inertie de l'aimant par rapport à l'axe Δ. Déterminer l'équation différentielle satisfaite par l'angle θ en fonction du temps lorsqu'on laisse évoluer le système.
3. Quel autre système classique mène à la même équation différentielle ? Résoudre l'équation pour des angles θ faibles.
4. Montrer que la fréquence des oscillations de l'aimant est proportionnelle à $\sqrt{B}$.