

DM5 : Induction – corrigé

Exercice 1 : UNE SPIRE DANS UN CHAMP MAGNÉTIQUE (CCP TSI 2006)

1. Lorsque la spire pénètre dans la zone où règne le champ magnétique, le flux du champ magnétique à travers elle augmente, il y aura alors un courant induit dans la spire et elle va subir une force de freinage.
2. On choisit d'orienter le contour de la spire de N vers P , la normale à la spire est alors orientée dans la direction \vec{e}_z . Dans ces conditions, le flux du champ magnétique à travers la spire est :
 - pour $x < 0$, $\Phi = 0$
 - pour $0 \leq x \leq b$, $\Phi = Bax$
 - pour $x > b$, $\Phi = Bab$
3. La force électromotrice induite dans la spire est alors :

$$e(t) = -\frac{d\phi}{dt}$$

Elle est non nulle que lorsque $0 \leq x \leq b$ et vaut

$$e(t) = -Bav$$

et l'intensité qui circule dans la spire dans ce cas est

$$i(t) = \frac{e}{R} = -\frac{Bav}{R}$$

On a choisi e et i allant de N vers P .

4. La force de Laplace est non nulle uniquement lorsque $0 \leq x \leq b$ et vaut

$$\vec{F}_L = iaB\vec{e}_x = -\frac{B^2a^2v}{R}\vec{e}_x$$

5. Le PFD donne

$$m\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F}_L = -\frac{B^2a^2}{R}\vec{v}$$

En écrivant $\vec{v} = v\vec{e}_x$ On obtient l'équation différentielle :

$$\frac{dv}{dt} + \frac{B^2a^2}{mR}v = 0$$

6. En utilisant la relation fournie, on obtient

$$\frac{dv}{dx}v + \frac{B^2a^2}{mR}v = 0$$

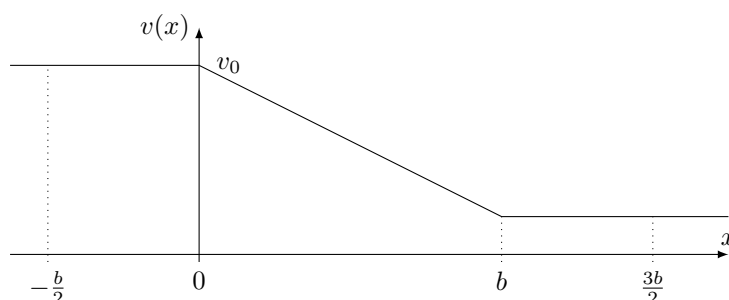
Soit en divisant par v :

$$\frac{dv}{dx} + \frac{B^2a^2}{mR} = 0$$

7. On intègre l'équation précédente, avec la condition initiale $v(0) = v_0$ on obtient :

$$v(x) = v_0 - \frac{B^2a^2}{mR}x$$

Cette équation est valable pour $0 \leq x \leq b$. On obtient l'allure suivante pour $v(x)$:



8. La spire conductrice pourra entrer totalement dans la zone de champ magnétique à condition que $v(b) \geq 0$, c'est à dire que

$$v_0 > \frac{B^2 a^2 b}{mR}$$

9. La condition précédente étant vérifiée, la variation d'énergie cinétique de la spire est

$$\Delta E_c = \frac{1}{2} m v_0^2 - \frac{1}{2} m \left(v_0 - \frac{B^2 a^2 b}{mR} \right)^2 = \frac{B^2 a^2 b}{R} \left(v_0 - \frac{B^2 a^2 b}{2mR} \right)$$

L'énergie cinétique perdue par la spire a été convertie en chaleur par effet Joule dans la résistance de la spire.