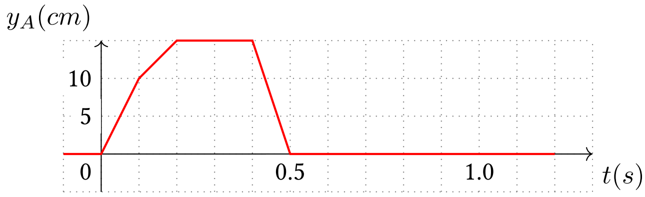
DS2 : Ondes et optique géométrique – corrigé

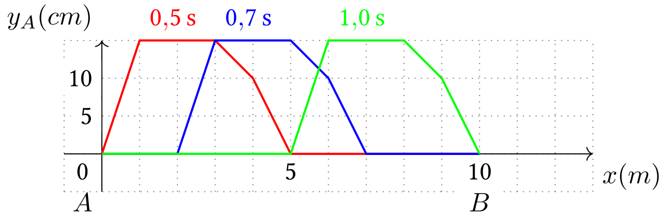
*Durée 3h, **calculatrices autorisées**. Le DS est probablement trop long pour que vous puissiez tout faire, c'est normal, faites-en le maximum.*

Exercice 1 : Représentations d'une onde

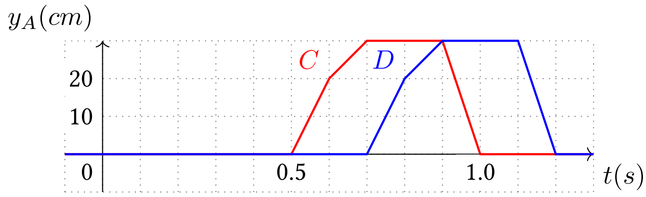
1. Représentation de $y_A(t)$:



2. À $t = 0{,}05$ s la vitesse du point A est $v = 1\,\mathrm{m/s}$. À $t = 0{,}13$ s sa vitesse est $v = 0{,}5\,\mathrm{m/s}$ et à $t = 0{,}45$ s sa vitesse est $v = -1{,}5\,\mathrm{m/s}$
3. Forme de la corde :



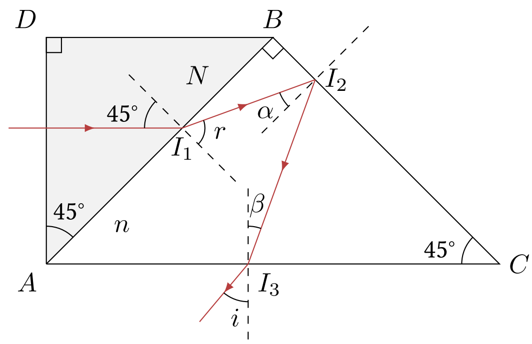
4. Évolution temporelle :



Exercice 2 : Le prisme

1.
   - $\sin(i) = n\sin(r)$, dans l'approximation des petits angles : $i = nr$
   - $\sin(i') = n\sin(r')$, dans l'approximation des petits angles : $i' = nr'$
2. $r + r' = A$
3. Le rayon incident subit une première déviation d'angle $(i - r)$ puis une seconde d'angle $(i' - r')$, donc la déviation totale est : $D = (i - r) + (i' - r')$.
4. En combinant les résultats obtenus aux 3 premières questions, on obtient : $D = (n - 1)A$.

Exercice 3 : Deux prismes accolés

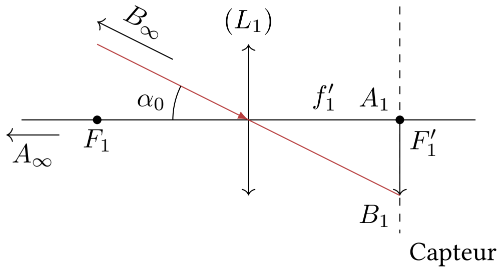


1. En I_1 on a : $N\sin(45°) = n\sin(r)$, soit $N\frac{\sqrt{2}}{2} = n\sin(r)$.
   En I_3 on a $n\sin(\beta) = \sin(i)$
2. On a $r + \alpha = \frac{\pi}{2}$ et $\alpha + \beta + \frac{3\pi}{4} = \pi$ soit $\alpha + \beta = \frac{\pi}{4}$.

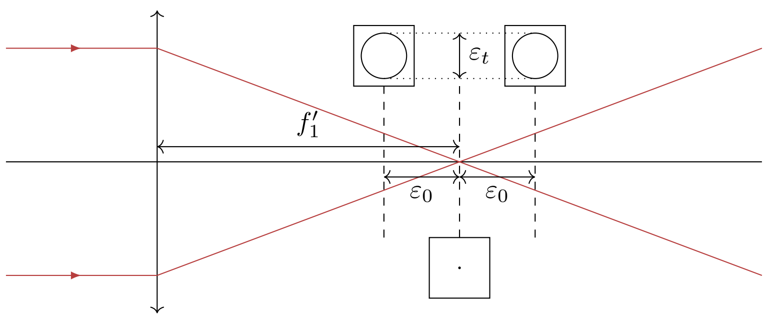
3. On est à la limite de la réflexion totale en I_2 lorsque $n\sin(\alpha) = 1$ soit $n\cos(r) = 1$ donc $r = \arccos\left(\frac{1}{n}\right)$. On a donc $N\frac{\sqrt{2}}{2} = n\sin\left(\arccos\left(\frac{1}{n}\right)\right)$
   On obtient alors $N^2 = 2(n^2 - 1)$.
4. Pour que la réflexion soit totale en I_2 il faut que l'angle d'incidence soit plus grand que l'angle d'incidence limite, donc le rayon doit être moins dévié en I_1 et donc on doit avoir $N < N_0$. (Sur le schéma, on a $n < N$)
5. Si $i = 0$ alors $\beta = 0$ et $\alpha = \frac{\pi}{4}$ et donc $r = \frac{\pi}{4} = 45°$. Ce qui signifie que le rayon n'est pas dévié en I_1. Pour cela on doit avoir $n = N$.

Exercice 4 : Observation d'une planète

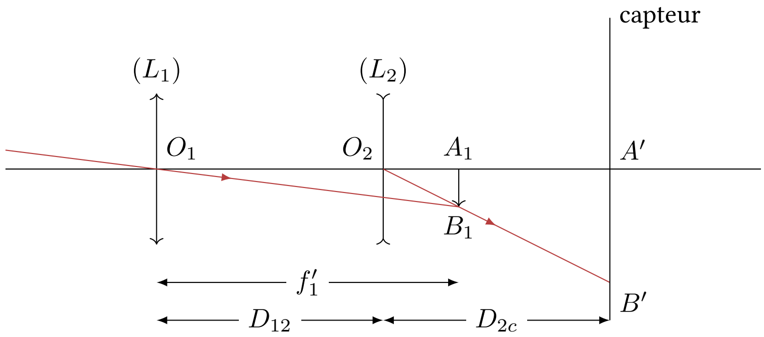
1. (a) L'angle maximal correspond à la distance Terre – Jupiter la plus petite soit $d = R_J - R_T$ d'où, en faisant l'approximation des petits angles, $\alpha_0 = d_J/(R_J - R_T) = 2{,}2 \cdot 10^{-4}$ rad $= 45$''
   (b) Vus de la Terre, le Soleil et Jupiter se trouve dans dans directions opposées.
2. La troisième loi de Kepler nous permet de calculer la période de révolution de Jupiter : $T_J^2 = \frac{T_T^2}{R_T^3}R_J^3$ d'où $T_J = T_T\left(\frac{R_J}{R_T}\right)^{3/2} = 4330$ jours.
   Notons $\omega_T = \frac{2\pi}{T_T}$ et $\omega_J = \frac{2\pi}{T_J}$ les vitesses de rotations de la Terre et de Jupiter autour du Soleil. La vitesse de rotation relative entre les deux est $\omega = \omega_T - \omega_J$, et le temps qui sépare deux oppositions de Jupiter est $T = \frac{2\pi}{\omega}$ donc
   $$T = \frac{2\pi}{\frac{2\pi}{T_T} - \frac{2\pi}{T_J}} = \frac{1}{\frac{1}{T_T} - \frac{1}{T_J}} = \frac{T_T T_J}{T_J - T_T} \simeq 400 \text{ jours}$$
3. On a $S = h_c l_c$ et $d_c^2 = l_c^2 + h_c^2$. En résolvant ces deux équations avec $h_c < l_c$ on trouve $h_c \simeq 2{,}69$ mm et $l_c \simeq 3{,}59$ mm. La surface ε_c^2 d'un pixel est S_c/N d'où $\varepsilon_c \simeq 5{,}6$ µm.
4. La distance Terre – Jupiter la plus petite est $R_J - R_T \simeq 630 \cdot 10^6$ km $\gg f' = 2{,}3$ m donc on pourra bien considérer Jupiter à l'infini.
5. Schéma :



6. L'image d'un objet à l'infini se trouve dans le plan focal image de la lentille soit à la distance focale $f'_1 = 2350$ mm. L'image a une largeur $L = \alpha_0 f'_1$ soit $L/\varepsilon_c = 102$ pixels.
7. Schéma :



   Quel que soit le sens de décalage, l'image d'un point est une tache de largeur $\varepsilon_t = \varepsilon_0 \frac{d_1}{f'_1}$ (Théorème de Thalès).
8. Cette non-ponctualité ne se remarque pas si $\varepsilon_t < \varepsilon_c$ donc si $\varepsilon_0 < \varepsilon_c \frac{f'1}{d_1} = \varepsilon_{0max} = 56$ µm $= 10$ pixels
9. Schéma :



10. D'après le théorème de Talès, on a $D_{2c} = 3O_2A_1$ d'où $D_{12} = f'_1 - O_2A_1 = 2350 - 200/3 = 2283\,\text{mm}$.
La relation de Descartes permet de déterminer f'_2 : $\frac{1}{D_{2c}} - \frac{1}{O_2A_1} = \frac{1}{f'_2}$ d'où $f'_2 = -100\,\text{mm}$. (f'_2 est négative car c'est une lentille divergente)
11. Avec une lentille convergente de distance focale équivalente f', l'image de Jupiter est de largeur $L = \alpha_0 f'$: L'image sera trois fois plus grande si la distance focale est trois fois plus grande d'où le terme de *tripleur de focale*. L'encombrement est moindre avec deux lentilles.
12. La largeur angulaire de la tache centrale de diffraction pour une ouverture circulaire est $\theta \simeq \frac{\lambda}{d_1}$ soit une largeur sur le capteur $\varepsilon_d = 3\lambda\frac{f'_1}{d_1}$. Pour une longueur d'onde moyenne de 500 nm, $\varepsilon_d \simeq 15$ µm soit environ 3 pixels. Comme la largeur de l'image est de 100 pixels, la diffraction affectera légèrement l'image.

Exercice 5 : Construction de rayons

Construire les rayons émergents correspondant aux rayons incidents suivants (en faisant apparaître les traits de construction)