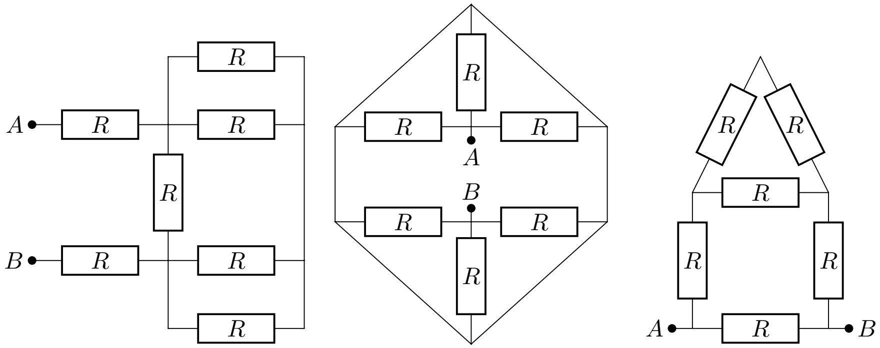
DS4 : Électricité

Durée : 2h. Les calculatrices sont interdites. Le devoir est probablement trop long pour être terminé, faites-en le maximum.

Exercice 1 : Résistances équivalentes

Exprimer en fonction de R les résistances équivalentes entre les points A et B dans les trois circuits suivants :



Exercice 2 : Transport d'électricité (TD4)

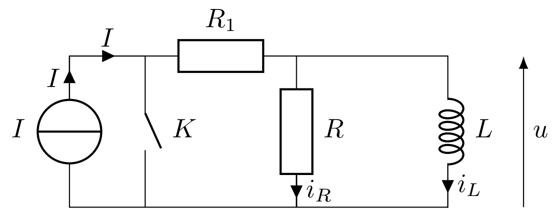
On modélise une centrale électrique par un générateur de tension idéal E, les câbles sont modélisés par une résistance r parcourue par un courant i. L'utilisateur final est modélisé par un dipôle électrique qui reçoit une puissance P à une tension U

1. Faire un schéma représentant l'ensemble des éléments du transport de l'électricité.
2. Exprimer la tension E fournie par le générateur en fonction de U, r et i.
3. Exprimer la puissance électrique dissipée dans les câbles électriques. Comment d'appelle le phénomène responsable de cette dissipation ? Sous quelle forme cette énergie est-elle transformée ?
4. Exprimer la puissance totale fournie par le générateur.
5. Écrire le rendement γ du système en fonction de U, r et P.
6. Expliquer pourquoi on utilise des lignes haute tension de 400 kV pour transporter le courant électrique alors que la majorité des appareils électriques fontionnent à 230 V.
7. Quels sont les facteurs qui limitent la tension maximale utilisable pour transporter l'électricité ?

Exercice 3 : Circuit RL parallèle

On s'intéresse au circuit ci-dessous constitué d'un générateur de courant I en parallèle avec une bobine d'inductance L, une résistance R et un interrupteur K.

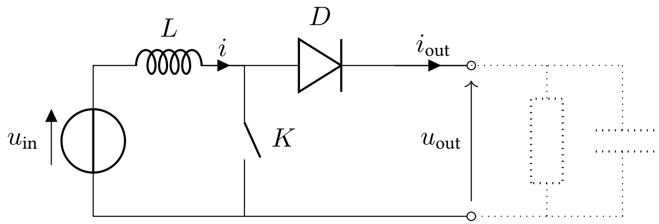
L'interrupteur est fermé pour $t < 0$ et on l'ouvre à $t = 0$.



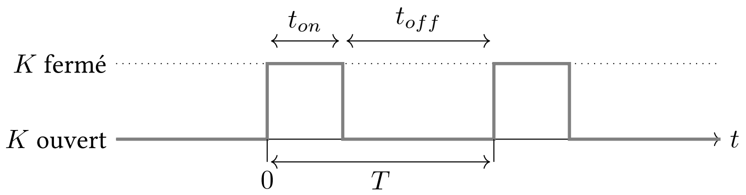
1. Tracer qualitativement l'évolution des courant $i_L(t)$ et $i_R(t)$ entre $t = -\infty$ et $t = +\infty$. La réponse devra être correctement justifiée.
2. Montrer que pour $t > 0$, l'équation différentielle satisfaite par le courant $i_L(t)$ a la forme suivante :
$$\frac{\mathrm{d}\, i_L}{\mathrm{d}\, t} + \frac{1}{\tau} i_L = \frac{1}{\tau} I$$
Donner l'expression de τ en fonction de R et L.
3. Déterminer l'énergie E_L stockée dans la bobine lorsque $t \to \infty$.
4. Déterminer les expressions $i_L(t)$ et $u(t)$ pour $t > 0$.
5. Montrer que la puissance $P_g(t)$ fournie par le générateur pour $t > 0$ est :
$$P_g(t) = RI^2 e^{-t/\tau} + R_1 I^2$$
6. On suppose que la puissance dissipée par effet Joule dans la résistance R_1 est négligeable (R_1 très faible). En déduire l'expression de l'énergie totale fournie par le générateur entre $t = 0$ et $t = \infty$.
7. En calculant l'énergie E_J dissipée par effet joule dans la résistance R, montrer qu'il y a bien conservation de l'énergie dans ce circuit.

Exercice 4 : Convertisseur boost

On se propose d'étudier le circuit suivant qui représente un convertisseur de type *boost* dont le but est de convertir une tension continue u_{in} en une autre tension continue $u_{\text{out}} > u_{\text{in}}$.



L'interrupteur K est commandé électroniquement, il s'ouvre et se ferme de manière cyclique, il est ouvert pendant un temps noté t_{on} et est fermé pendant un temps noté t_{off}. La période $t_{\text{on}} + t_{\text{off}}$ du cycle complet est notée T.



Le rapport $r = \dfrac{t_{\text{on}}}{T}$ est appelé le *rapport cyclique* du signal de commande de l'interrupteur.

On considère que le circuit fonctionne en régime permanent, c'est à dire que la tension de sortie u_{out} est **constante** au cours du temps, l'intensité i évolue de façon périodique.

La diode D ne laisse passer le courant que dans un sens (de la gauche vers la droite sur le schéma)

1. Lors de la phase où K est fermé, la diode D est bloquante, elle se comporte comme un interrupteur ouvert. Exprimer le taux de variation $\dfrac{\mathrm{d}\,i}{\mathrm{d}\,t}$ en fonction de u_{in} et L.
2. En déduire l'expression de $i(t)$, on notera i_{min} l'intensité au moment où l'interrupteur se ferme. Montrer qu'au moment où l'interrupteur s'ouvre l'intensité vaut :

$$i_{\text{max}} = i_{\text{min}} + \frac{u_{\text{in}} t_{\text{on}}}{L}$$

3. Lorsque l'interrupteur K est ouvert, la diode est passante et se comporte comme un fil. Déterminer $\dfrac{\mathrm{d}\,i}{\mathrm{d}\,t}$ lors de cette phase en fonction de u_{in}, u_{out} et L.
4. En déduire l'expression de $i(t)$ lors de cette phase, c'est à dire pour $t \in [t_{\text{on}}, t_{\text{on}} + t_{\text{off}}]$.
5. Justifier que $i(t_{\text{on}} + t_{\text{off}}) = i(0) = i_{min}$. Tracer l'évolution temporelle de $i(t)$.
6. En déduire l'expression de u_{out} en fonction de u_{in} et r. On vérifiera que l'on a bien $u_{\text{out}} > u_{\text{in}}$
7. Montrer que lors de la phase où l'interrupteur est fermé on peut écrire :

$$i(t) = i_{\text{min}} + \frac{\Delta i}{t_{\text{on}}} t$$

et pendant la phase où l'interrupteur est ouvert :

$$i(t) = i_{\text{min}} + \frac{\Delta i (T - t)}{t_{\text{off}}}$$

avec $\Delta i = i_{\text{max}} - i_{\text{min}}$

8. Montrer que l'énergie fournie par le générateur pendant la phase où l'interrupteur est fermé est :

$$E_{\text{on}} = u_{\text{in}} i_{\text{min}} t_{\text{on}} + \frac{1}{2} u_{\text{in}} t_{\text{on}} \Delta i \qquad (1)$$

et que l'énergie fournie par le générateur pendant la phase où l'interrupteur est ouvert est :

$$E_{\text{off}} = u_{\text{in}} i_{\text{min}} t_{\text{off}} + \frac{1}{2} u_{\text{in}} t_{\text{off}} \Delta i \qquad (2)$$

Exprimer l'énergie totale fournie par le générateur sur un cycle complet.

9. Déterminer de même l'énergie E_{out} consommée par le circuit alimenté par le convertisseur pendant un cycle complet, en déduire la valeur du rendement de ce convertisseur. Commenter.