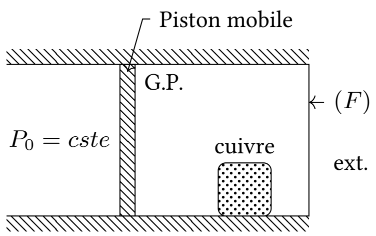
DS9 : Induction, thermodynamique

Durée 2h, calculatrices interdites. Le DS est probablement trop long pour que vous puissiez tout faire, c'est normal, faites-en le maximum.

Exercice 1 : Mesures thermodynamiques

On étudie un système constitué de $n = 1$ mol d'air assimilé à un gaz parfait et d'une masse $m = 250$ g de cuivre solide. L'ensemble {air+cuivre} se trouve dans un cylindre schématisé ci-contre ; on précise que :

- le piston est mobile, de masse négligeable et glisse sans frottement, les autres parois sont fixes ;
- les éléments hachurés sont athermanes (c-à-d. imperméables aux transferts thermiques), tandis que la paroi (F) permet ces transferts ;
- l'ensemble se trouve dans l'atmosphère à la pression $P_0 = 1$ bar.



1. Que peut-on dire de la pression du gaz qui se trouve dans le cylindre ?
2. Définir la capacité thermique à volume constant C_V d'un système thermodynamique. Donner l'expression de C_V pour un gaz parfait monoatomique.
3. Donner la capacité thermique C_c du morceau de cuivre.

La température extérieure étant restée très longtemps égale à $T_0 = 27\,°$C, le fond (F) du cylindre est mis en contact avec un thermostat à la température T_1 ; on laisse le système atteindre l'équilibre. Le volume V occupé par le gaz subit une diminution relative de 5 % à partir de la valeur initiale V_0.

4. Calculer la valeur numérique de V_0.
5. Exprimer le volume finale V_1 en fonction de V_0, calculer la valeur numérique de $\Delta V = V_1 - V_0$.
6. En déduire la température T_1 finale en fonction de la température initiale est T_0.
7. Rappeler l'expression du premier principe de la thermodynamique entre deux états d'équilibre quelconques d'un système fermé globalement immobile dans le référentiel d'étude.
8. Exprimer la variation d'énergie interne du système lors de la transformation précédente en fonction de $\Delta T = T_1 - T_0$, C_V et C_c. Calculer sa valeur numérique.
9. Exprimer le travail W reçu par le système en fonction de ΔV et P_0. Calculer sa valeur numérique.
10. En déduire la valeur du transfert thermique Q reçu par le système. Interpréter le signe de Q.
11. Expliquer succinctement comment changent les résultats précédents s'il n'y a pas de cuivre dans le cylindre.

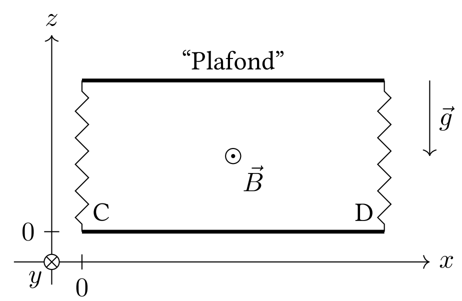
Données :

- capacité thermique massique du cuivre : $c = 400\,\mathrm{J\,K^{-1}\,kg^{-1}}$;
- constante des gaz parfaits : $R = 8{,}31\,\mathrm{J\,K^{-1}\,mol^{-1}}$.

Exercice 2 : Oscillateur et induction

Une tige CD de cuivre de masse m et de longueur L est suspendue par ses deux extrémités à deux ressorts identiques de constante de raideur k et de longueur à vide ℓ_0. Le courant électrique peut circuler à travers les ressorts et le "plafond". On note R la résistance électrique de tout le circuit et on négligera le phénomène d'induction dans les ressorts et d'auto-induction dans le circuit. On appelle g l'accélération de la pesanteur.

Un champ magnétique uniforme et constant $\vec{B}$ est appliqué orthogonalement au plan de la figure.



1. Le système étant au repos, indiquer quelle est la longueur des ressorts.

On placera l'origine de l'axe (Oz) au niveau de la barre lorsqu'elle est à l'équilibre

2. Exprimer le flux du champ $\vec{B}$ à travers le circuit en fonction de la longueur ℓ des ressorts, de L et de B. La tige est orientée de C vers D.
3. On note $z(t)$ l'altitude de la barre à l'instant t. Exprimer la force électromotrice induite e_{ind} dans la barre en fonction des données du problème et de $\dot{z}(t)$.
4. On note $i(t)$ l'intensité du courant électrique parcourant le circuit et orienté dans le sens de C vers D. Calculer la force de Laplace qui s'exerce sur la tige en fonction de $i(t)$, B, L et du vecteur unitaire $\vec{e}_z$.
5. En appliquant le principe fondamental de la dynamique à la barre et en posant $\dfrac{B^2L^2}{mR} = 2\alpha$ et $\dfrac{2k}{m} = \omega_0^2$. Monter que $z(t)$ vérifie l'équation différentielle :
$$\ddot{z} + 2\alpha\dot{z} + \omega_0^2 z = 0$$
6. Exprimer le facteur de qualité Q de l'oscillateur en fonction de ω_0 et α.
7. On supposera que $\omega_0^2 - \alpha^2 = \gamma^2 > 0$. Quel est le régime obtenu ?
8. Dans ces conditions, on a $z(t) = A\exp(-\alpha t)\sin(\omega_0 t + \varphi)$. On donne les conditions initiales : $z(0) = 0$ et $\dot{z}(0) = V_0$. En déduire les expressions de A et φ. Tracer l'allure de $z(t)$.
9. Appliquer le théorème de l'énergie cinétique à la barre entre l'instant initial et l'instant ($t \to \infty$) où la barre s'arrête pour déterminer le travail de la force de Laplace. Sous quelle forme retrouve-t-on ce travail lorsque la barre s'arrête ?

Exercice 3 : Compression isotherme d'un gaz parfait

On place dans un cylindre de section S un volume V_1 d'un gaz parfait à la pression P_1 et à la température T_1. Le cylindre est fermé par un piston mobile. On effectue une compression isotherme du gaz en appliquant une pression extérieure P_e sur le piston. On considère que la transformation est quasi-statique, c'est à dire qu'à chaque instant la pression P_e est égale à la pression P du gaz.

1. En pratique, comment doit-on faire pour que la compression du gaz soit réellement isotherme ?
2. On comprime le gaz jusqu'à un volume V_2, exprimer alors sa pression P_2.
3. Exprimer la pression du gaz en fonction de son volume, calculer le travail fourni au gaz par les forces de pression.
4. On admet que lors de la compression adiabatique d'un gaz parfait, la quantité PV^γ reste constante. Avec $\gamma = \frac{7}{5}$ pour un gaz parfait diatomique (air). Déterminer le travail fourni par les forces de pression lorsque la compression est adiabatique.
5. En pratique, comment procède-t-on pour effectuer une compression adiabatique ?
6. Le travail fourni par les forces de pression sera-t-il plus important lors d'une compression adiabatique ou lors d'une compression isotherme ? Justifier.