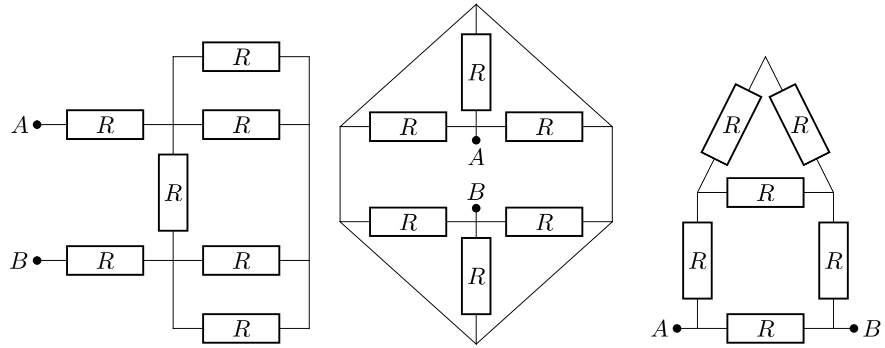
DS4 : Électricité

Durée : 2h. Les calculatrices sont interdites. Le devoir est probablement trop long pour être terminé, faites-en le maximum.

Exercice 1 : Résistances équivalentes

Exprimer en fonction de R les résistances équivalentes entre les points A et B dans les trois circuits suivants :



Exercice 2 : Transport d'électricité (TD4)

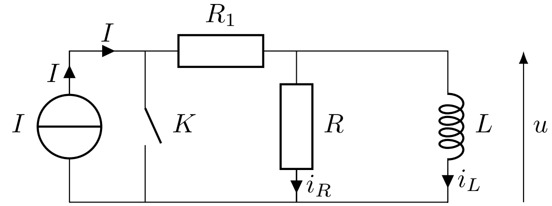
On modélise une centrale électrique par un générateur de tension idéal E, les câbles sont modélisés par une résistance r parcourue par un courant i. L'utilisateur final est modélisé par un dipôle électrique qui reçoit une puissance P à une tension U

1. Faire un schéma représentant l'ensemble des éléments du transport de l'électricité.
2. Exprimer la tension E fournie par le générateur en fonction de U, r et i.
3. Exprimer la puissance électrique dissipée dans les câbles électriques. Comment d'appelle le phénomène responsable de cette dissipation ? Sous quelle forme cette énergie est-elle transformée ?
4. Exprimer la puissance totale fournie par le générateur.
5. Écrire le rendement γ du système en fonction de U, r et P.
6. Expliquer pourquoi on utilise des lignes haute tension de 400 kV pour transporter le courant électrique alors que la majorité des appareils électriques fontionnent à 230 V.
7. Quels sont les facteurs qui limitent la tension maximale utilisable pour transporter l'électricité ?

Exercice 3 : Circuit RL parallèle

On s'intéresse au circuit ci-dessous constitué d'un générateur de courant I en parallèle avec une bobine d'inductance L, une résistance R et un interrupteur K.

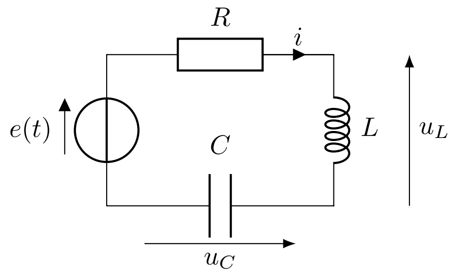
L'interrupteur est fermé pour $t < 0$ et on l'ouvre à $t = 0$.



1. Tracer qualitativement l'évolution des courant $i_L(t)$ et $i_R(t)$ entre $t = -\infty$ et $t = +\infty$. La réponse devra être correctement justifiée.
2. Montrer que pour $t > 0$, l'équation différentielle satisfaite par le courant $i_L(t)$ a la forme suivante :
$$\frac{\mathrm{d}\,i_L}{\mathrm{d}\,t} + \frac{1}{\tau} i_L = \frac{1}{\tau} I$$
Donner l'expression de τ en fonction de R et L.
3. Déterminer l'énergie E_L stockée dans la bobine lorsque $t \to \infty$.
4. Déterminer les expressions $i_L(t)$ et $u(t)$ pour $t > 0$.
5. Montrer que la puissance $P_g(t)$ fournie par le générateur pour $t > 0$ est :
$$P_g(t) = RI^2 e^{-t/\tau} + R_1 I^2$$
6. On suppose que la puissance dissipée par effet Joule dans la résistance R_1 est négligeable (R_1 très faible). En déduire l'expression de l'énergie totale fournie par le générateur entre $t = 0$ et $t = \infty$.
7. En calculant l'énergie E_J dissipée par effet joule dans la résistance R, montrer qu'il y a bien conservation de l'énergie dans ce circuit.

Exercice 4 : Circuit RLC série

On s'intéresse au circuit ci-dessous dans lequel le générateur de tension délivre une tension variable dans le temps $e(t)$.

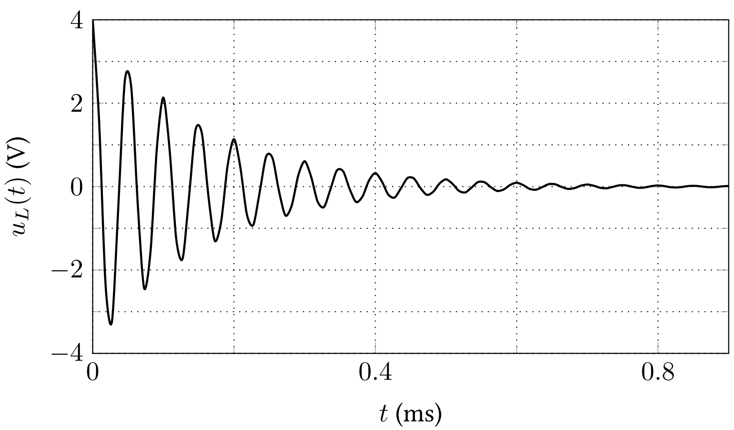


I - Réponse à un échelon de tension

Dans cette partie on considère que la tension $e(t)$ est telle que :

- $e(t) = 0$ pour $t < 0$;
- $e(t) = E$ pour $t > 0$.

1. Déterminer les valeurs de $i(0^-)$, $u_L(0^-)$ et $u_C(0^-)$ juste avant l'instant $t = 0$. Justifier précisément la réponse.
2. Déterminer les valeurs de $i(0^+)$, $u_L(0^+)$ et $u_C(0^+)$ juste après l'instant $t = 0$. Justifier précisément la réponse.
3. Déterminer l'équation différentielle satisfaite par la tension $u_L(t)$ pour $t > 0$.
4. Exprimer la pulsation propre ω_0 et le facteur de qualité Q du circuit en fonction de R, L et C.
5. On donne ci-dessous l'évolution de la tension $u_L(t)$ pour $t > 0$. Déterminer à partir de ce graphique une estimation des valeurs numériques de E, ω_0 et Q.



6. Quelles valeurs de R, L et C peut-on utiliser pour réaliser ce circuit ?

II - Régime sinusoïdal forcé

On étudie maintenant ce circuit en régime sinusoïdal forcé, la tension $e(t)$ est une tension alternative sinusoïdale :

$$e(t) = E\cos(\omega t)$$

7. Donner l'expression de la tension complexe $\underline{e}(t)$ associée à la tension réelle $e(t)$.
8. Monter que la tension complexe $\underline{u}_L$ est donnée par :

$$\underline{u}_L = \underline{e}\frac{jQ\frac{\omega}{\omega_0}}{1 + jQ\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)}$$

avec $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ et $Q = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$.

9. Déterminer l'amplitude $U(\omega)$ d'oscillation de la tension $u_L(t)$ aux bornes de la bobine en fonction de E, Q, ω et ω_0. Que vaut $U(\omega_0)$?
10. Comparer cette valeur à l'amplitude E de variation de la tension d'alimentation, comment s'appelle ce phénomène ?
11. Quelle est la valeur du déphasage φ entre la tension d'alimentation $e(t)$ et la tension aux bornes de la bobine lorsque $\omega = \omega_0$?