

DS1 : Optique géométrique et quantique

Durée 3h, calculatrices autorisées. Le DS est probablement trop long pour que vous puissiez tout faire, c'est normal, faites-en le maximum.

On rappelle la formule de conjugaison pour une lentille sphérique mince :

$$\frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} = \frac{1}{f'}$$

où O est le centre optique de la lentille, A et A' sont des points objet et image situés sur l'axe optique, et f' est la distance focale image de la lentille.

Exercice 1 : RÉFRACTOMÈTRES

Un réfractomètre est à appareil permettant de mesurer l'indice optique d'un liquide. Il est souvent utilisé en chimie pour déterminer la nature d'un produit obtenu après une réaction chimique. Les réfractomètres sont en général constitués d'une source lumineuse et d'un prisme, sur lequel on pose l'échantillon à analyser. Son principe de fonctionnement repose sur les lois de la réfraction.

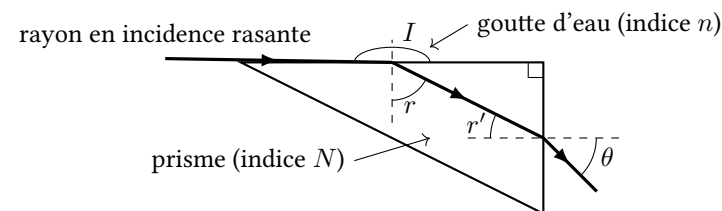
Dans la suite on notera n l'indice du milieu à analyser.

1 Questions préliminaires

1. Définir ce qu'est un milieu homogène et isotrope et rappeler à quoi correspond l'indice optique d'un milieu.
2. Rappeler les lois de Snell-Descartes de la réflexion et de la réfraction entre deux milieux transparents, homogènes et isotropes.

2 Le réfractomètre de Pulfrich

On cherche à mesurer l'indice de réfraction d'un liquide par le principe du réfractomètre de Pulfrich. On dépose le liquide sur la face supérieure d'un prisme d'angle au sommet 90° . On éclaire cette goutte en lumière monochromatique en prenant bien soin qu'elle soit éclairée en incidence rasante (incidence de 90°). À l'aide d'un oculaire, on observe derrière l'autre face du prisme. Se reporter à la figure ci-dessous. L'indice de réfraction du verre constituant le prisme est $N = 1,600$.



3. Donner l'expression de r en fonction de n et N .
4. Donner la relation liant r et r' .
5. On mesure l'angle θ du rayon émergent correspondant au rayon d'incidence rasante. Montrer que :

$$\sin(\theta) = \sqrt{N^2 - n^2}$$

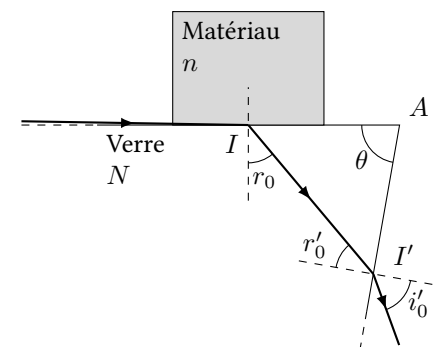
(On pourra utiliser judicieusement la relation $\cos(x) = \sqrt{1 - \sin^2(x)}$)

6. Calculer la valeur numérique de θ si le liquide est de l'eau d'indice $n = 1,33$.
7. Quelles sont les valeurs extrêmes de l'indice que l'on peut mesurer avec ce système ? Faire l'application numérique.

3 Le réfractomètre d'Abbe

Un rayon lumineux monochromatique provenant d'un milieu d'indice n inconnu tombe en I sur un prisme (d'indice N et d'angle au sommet θ connus) sous une incidence rasante (cf figure ci-dessous). Il émerge du prisme en faisant un angle i'_0 avec la normale à la face de sortie.

La mesure de l'angle i'_0 permet de remonter à la valeur de n .

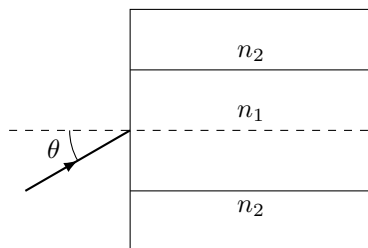


8. Donner la relation reliant r_0 et r'_0 (On pourra se rappeler que la somme des angles d'un triangle vaut π)
9. Donner l'expression de $\sin(r_0)$ en fonction de n et de N
10. En déduire la relation liant n à i'_0 et aux données du problème (θ et N)

11. Calculer n correspondant à $i'_0 = 15^\circ$ sachant que $\theta = 60^\circ$ et $N = 1,600$.

Exercice 2 : FIBRE OPTIQUE À SAUT D'INDICE

Une fibre optique à saut d'indice est composée d'un cœur d'indice n_1 entouré d'une gaine d'indice n_2 . On considère un rayon qui entre dans le cœur de la fibre avec un angle d'incidence θ .



1. Quelle condition doit-on avoir sur n_1 et n_2 pour qu'il puisse y avoir réflexion totale à leur interface ?
2. Montrer qu'un rayon qui subit une réflexion totale reste confiné dans le cœur de la fibre.
3. Calculer l'angle d'incidence maximum θ_m pour que le rayon incident reste confiné dans le cœur. Donner la valeur numérique de θ_m pour une fibre optique en matière plastique dont $n_1 = 1,59$ et $n_2 = 1,46$
4. Une impulsion lumineuse incidente est formée de rayons ayant tous les angles d'incidence compris entre 0 et θ_m . Expliquer pourquoi une impulsion extrêmement brève qui entre dans la fibre en ressort à une distance L avec une durée τ plus longue.
5. Exprimer τ en fonction de L , n_1 et n_2 . Pourquoi cela a-t-il une influence sur le débit maximum des données transmises par la fibre ?
6. Quelle est l'influence de la longueur de la fibre sur le débit maximum des données qu'elle transporte ?

Exercice 3 : MESURE DE LA DISTANCE TERRE-LUNE

Pour mesurer précisément la distance de la Terre à la Lune, la mission Appolo 15 a déposé un réflecteur sur la surface de la Lune et l'observatoire de La côte d'Azur est équipé d'un télescope qui envoie un faisceau laser vers le réflecteur et capte le faisceau réfléchi. En mesurant le temps mis par la lumière pour faire l'aller-retour on peut déterminer assez précisément la distance entre la Terre et la Lune.

Le faisceau laser utilisé a une longueur d'onde de $\lambda = 532 \text{ nm}$ et son diamètre à la sortie du télescope est de $d = 15 \text{ cm}$. Chaque impulsion laser a une énergie $E = 0,3 \text{ J}$ et

une durée de $0,3 \text{ ns}$. Le réflecteur utilisé peut être assimilé à un miroir de diamètre $l_1 \simeq 0,1 \text{ m}$. Le télescope qui reçoit le faisceau réfléchi a un diamètre de $1,5 \text{ m}$.

La valeur moyenne de la distance Terre-Lune est d'environ $D \simeq 3,84 \cdot 10^8 \text{ m}$.

1. Quel sera approximativement la durée τ d'un aller-retour d'une impulsion émise depuis la Terre ?
2. Calculer la puissance instantanée du laser utilisé dans cette expérience. Combien de photons sont émis dans chaque impulsion ?
3. On considère que tout se passe comme si le faisceau laser sortait à travers une ouverture de diamètre d . Déterminer l'angle de diffraction θ_1 du faisceau laser à sa sortie du télescope.
4. Quelle est la surface couverte par le faisceau laser au niveau de la Lune ?
5. Combien de photons atteignent le réflecteur à chaque impulsion ?
6. Le réflecteur déposé sur la Lune est constitué d'éléments ayant chacun une dimension de l'ordre du cm. En déduire la valeur de l'angle de diffraction θ_2 du faisceau laser après réflexion.
7. Quelle est la surface couverte par le faisceau réfléchi au niveau de la Terre ? Combien de photons seront captés par le télescope. Commenter.
8. Les mesures montrent qu'on ne détecte en moyenne qu'un seul photon de retour pour une centaine d'impulsions du laser émises. Cette mesure est-elle compatible avec les résultats précédents ? En cas d'incompatibilité, comment peut-on expliquer la différence ?
9. Quelle doit être la précision sur la mesure du temps d'aller-retour d'un photon si l'on souhaite avoir une précision de 1 cm sur la distance Terre-Lune ?

Exercice 4 : L'APPAREIL PHOTO NUMÉRIQUE

On modélise un appareil photo numérique par un objectif assimilable à une lentille mince convergente L de distance focale image $f' = 55 \text{ mm}$. Le capteur C de l'appareil photo se trouve à une distance d de la lentille.

1. Faire un schéma de l'appareil photo ainsi modélisé en faisant apparaître un objet et son image sur le capteur. Expliquer succinctement son fonctionnement.
2. Où doit-on placer l'objectif par rapport au capteur pour obtenir une image nette d'un objet très éloigné ? **On dit alors que l'objectif est réglé sur l'infini**
3. On souhaite maintenant produire une image nette sur le capteur d'un objet qui se situe à $1,20 \text{ m}$ de la lentille, quelle doit être alors la distance d ?
4. Expliquer comment on procède pour *faire la mise au point* avec cet appareil.
5. On photographie une tour de 50 m de hauteur située à une distance de 100 m . Calculer la hauteur de l'image de la tour sur le capteur.

6. Le capteur a la forme d'un rectangle de hauteur $a = 24 \text{ mm}$ et de largeur $b = 36 \text{ mm}$. Calculer la hauteur maximale d'un objet situé à une distance de 100 m pour que son image soit entièrement sur le capteur. (l'appareil photo est tenu horizontalement)
7. On ajoute juste après la lentille un diaphragme circulaire qui limite la taille du faisceau entrant dans la lentille. Quelle est l'influence de la taille du diaphragme sur l'image projetée sur le capteur ?
8. L'objectif étant réglé sur l'infini, un point A de l'axe optique à une distance AO finie de l'objectif ne produit pas sur l'écran une image nette mais une tache. Faire un schéma qui le montre. À quelle condition sur la taille de cette tache, l'image enregistrée par le capteur restera-t-elle nette ?
9. Les pixels du capteur de l'appareil sont des carrés d'environ $10 \mu\text{m}$ de côté. Calculer la distance minimale A_0O pour laquelle l'image enregistrée restera nette. Pour un diaphragme dont l'ouverture est de 20 mm puis pour une ouverture de 5 mm
10. Lorsque l'objectif fait la mise au point sur un point A de l'axe optique, la distance ΔD autour de A sur laquelle un objet produira une image nette s'appelle la **profondeur de champ**. Comment évolue la profondeur de champ en fonction de l'ouverture du diaphragme ?
11. La série de photographies représentée sur la figure 1 a été prise avec le même appareil photo en changeant uniquement l'ouverture du diaphragme. Pour quelle photo le diaphragme est-il le plus ouvert ? le plus fermé ?



FIGURE 1 – Série de photos prises avec des ouvertures différentes