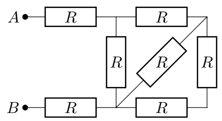
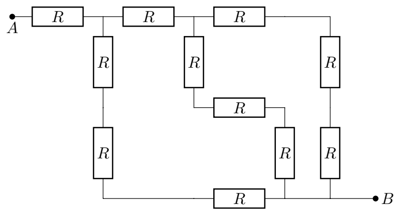
DS4 : Électricité

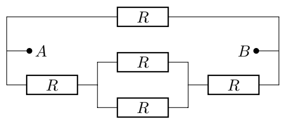
Durée : 2h. Les calculatrices sont interdites. Le devoir est probablement trop long pour être terminé, faites-en le maximum.

Exercice 1 : Résistances équivalentes

Exprimer en fonction de R les résistances équivalentes entre les points A et B dans les trois circuits suivants :







Exercice 2 : Diagramme de Bode (TD6)

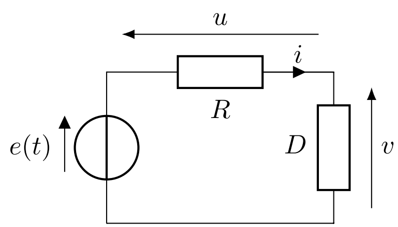
On souhaite étudier un filtre dont la fonction de transfert est :

$$\underline{\mathrm{H}}(\omega) = \frac{1}{1 + jQ\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)}$$

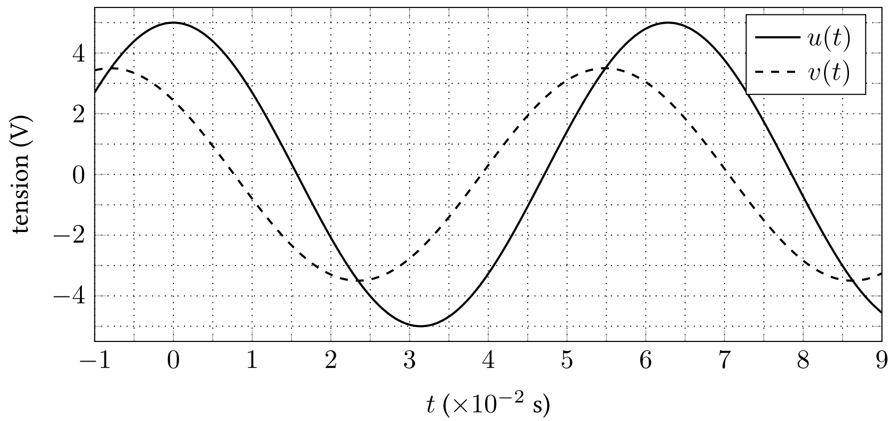
1. De quel type de filtre s'agit-il ?
2. Donner l'expression du gain en décibel $G_{dB}(\omega)$ de ce filtre.
3. Donner une approximation de $G_{dB}(\omega)$ lorsque $\omega \to 0$ et $\omega \to \infty$.
4. Tracer le diagramme de Bode de ce filtre en faisant apparaître les droites asymptotiques en $\omega \to 0$ et $\omega \to \infty$ pour $Q = 1$.
5. Faire apparaître sur le graphique la bande passante à -3 dB, notée $\Delta\omega$.
6. On rappelle que lorsque $G_{dB} = -3$ dB, $G = \frac{1}{\sqrt{2}}$. Montrer que $\Delta\omega = \frac{\omega_0}{Q}$.

Exercice 3 : Dipôle inconnu

Dans le montage suivant, le GBF délivre une tension $e(t)$ sinusoïdale de pulsation ω, R est une résistance et D un dipôle inconnu. On note $u(t) = U_m \cos(\omega t)$ et $v(t) = V_m \cos(\omega t + \varphi)$ les tensions aux bornes respectivement de R et D.



On visualise à l'oscilloscope $v(t)$ et $u(t)$ et on obtient le graph suivant :



On cherche à utiliser ces résultats graphiques pour déterminer les caractéristiques de D sachant de $R = 100\,\Omega$.

1. Déterminer les amplitudes U_m et V_m.
2. Déterminer la pulsation ω des signaux mesurés.
3. La tension v est-elle en avance ou en retard sur la tension u ? En déduire le signe de φ.
4. Déterminer graphiquement le décalage temporel Δt entre les tensions u et v. En déduire la valeur de φ.

On note $\underline{Z} = X + jY$ l'impédance complexe du dipôle D.

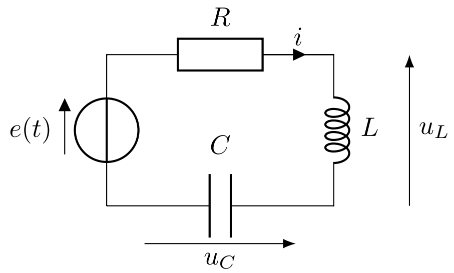
5. Exprimer l'intensité complexe $\underline{i}$ en fonction de la tension complexe $\underline{u}$ et de R.
6. Donner la relation entre la tension complexe $\underline{v}$, $\underline{i}$ et $\underline{Z}$. En déduire l'expression de $\underline{Z}$ en fonction des tensions complexes $\underline{u}$ et $\underline{v}$ et de R.
7. Montrer que le module et l'argument de $\underline{Z}$ sont donnés par :

$$Z = |\underline{Z}| = \frac{RV_m}{U_m} \quad \text{et} \quad \arg(\underline{Z}) = \varphi$$

8. Exprimer X et Y en fonction de Z et de φ, en déduire les valeurs numériques de X et de Y. Quel(s) composants peut-on utiliser pour fabriquer le dipôle D ?

Exercice 4 : Circuit RLC série

On s'intéresse au circuit ci-dessous dans lequel le générateur de tension délivre une tension variable dans le temps $e(t)$.

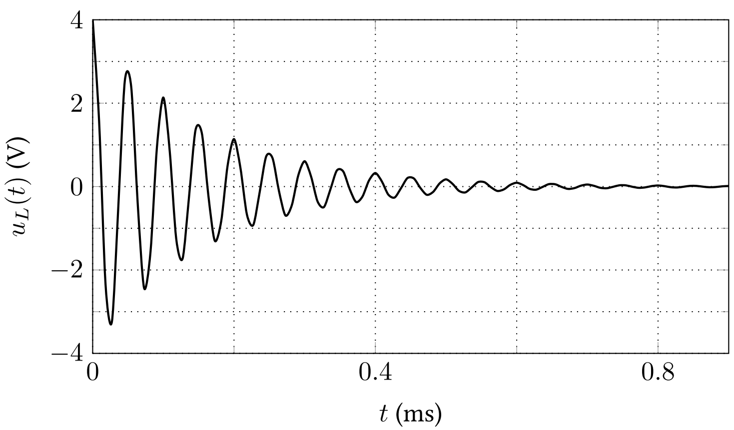


I - Réponse à un échelon de tension

Dans cette partie on considère que la tension $e(t)$ est telle que :

- $e(t) = 0$ pour $t < 0$;
- $e(t) = E$ pour $t > 0$.

1. Déterminer les valeurs de $i(0^-)$, $u_L(0^-)$ et $u_C(0^-)$ juste avant l'instant $t = 0$. Justifier précisément la réponse.
2. Déterminer les valeurs de $i(0^+)$, $u_L(0^+)$ et $u_C(0^+)$ juste après l'instant $t = 0$. Justifier précisément la réponse.
3. Déterminer l'équation différentielle satisfaite par la tension $u_L(t)$ pour $t > 0$.
4. Exprimer la pulsation propre ω_0 et le facteur de qualité Q du circuit en fonction de R, L et C.
5. On donne ci-dessous l'évolution de la tension $u_L(t)$ pour $t > 0$. Déterminer à partir de ce graphique une estimation des valeurs numériques de E, ω_0 et Q.



6. Quelles valeurs de R, L et C peut-on utiliser pour réaliser ce circuit ?

II - Régime sinusoïdal forcé

On étudie maintenant ce circuit en régime sinusoïdal forcé, la tension $e(t)$ est une tension alternative sinusoïdale :

$$e(t) = E\cos(\omega t)$$

7. Donner l'expression de la tension complexe $\underline{e}(t)$ associée à la tension réelle $e(t)$.
8. Monter que la tension complexe $\underline{u}_L$ est donnée par :

$$\underline{u}_L = \underline{e}\frac{jQ\frac{\omega}{\omega_0}}{1 + jQ\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)}$$

avec $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ et $Q = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$.

9. Déterminer l'amplitude $U(\omega)$ d'oscillation de la tension $u_L(t)$ aux bornes de la bobine en fonction de E, Q, ω et ω_0. Que vaut $U(\omega_0)$?
10. Comparer cette valeur à l'amplitude E de variation de la tension d'alimentation, comment s'appelle ce phénomène ?
11. Quelle est la valeur du déphasage φ entre la tension d'alimentation $e(t)$ et la tension aux bornes de la bobine lorsque $\omega = \omega_0$?