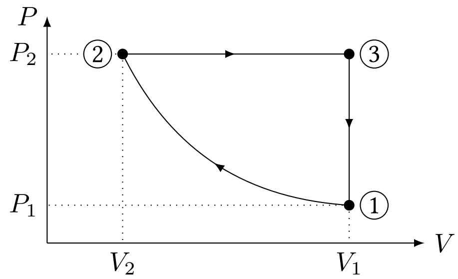
DS8 : Thermodynamique et induction – Corrigé

Exercice 1 : Transformations d'un gaz parfait

1. Transformations :



2. $P_1V_1 = nRT_1$ avec P_1(Pa), V_1(m^3), n(mol), $R = 8{,}31\,\mathrm{J\,K\,mol^{-1}}$
3. $U_1 = \frac{3}{2}nRT_1$
4. Comme la température est constante, on a $P_2V_2 = P_1V_1$ donc $P_2 = P_1\frac{V_1}{V_2}$
5. On a

$$W_{1\to2} = \int_{V_1}^{V_2} -P_{ext}dV$$

Or la transformation est quasistatique donc $P_{ext} = P = \frac{P_1V_1}{V}$ et donc :

$$W_{1\to2} = \int_{V_1}^{V_2} -\frac{P_1V_1}{V}dV = -P_1V_1 \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$$

6. L'énergie interne d'un gaz parfait ne dépend que de sa température, comme la température est constante on a $U_2 = U_1$.
7. On a $P_2V_1 = nRT_3$ avec $P_2 = nRT_1/V_2$ on obtient $T_3 = T_1\frac{V_1}{V_2}$.
8. Lors de cette transformation, le travail reçu par le système est :

$$W_{2\to3} = -\int_{V_2}^{V_1} P_2dV = -P_2(V_1 - V_2)$$

9. La transformation étant isochore, le travail reçu par le gaz est nul.
10. Le travail total reçu par le gaz au cours d'un cycle est :

$$W = W_{1\to2} + W_{2\to3} = -P_2(V_1 - V_2) + P_1V_1 \ln\left(\frac{V_1}{V_2}\right)$$

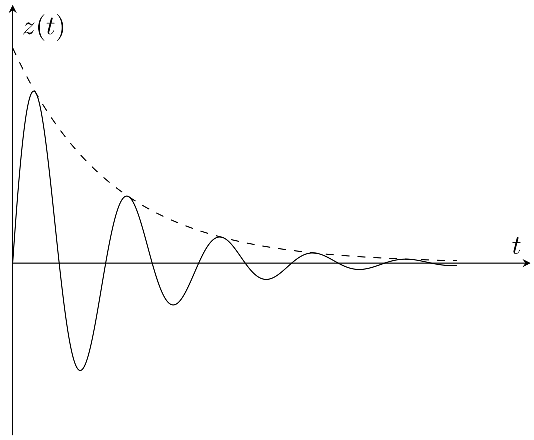
Le cycle étant parcouru dans le sens horaire (voir graphique) on en déduit que le travail reçu est négatif, le cycle est donc moteur.

Exercice 2 : Induction et oscillateur

1. Le système étant au repos, le PFD appliqué à la barre donne $\sum \vec{F} = \vec{0}$ donc $\vec{F}_{r1} + \vec{F}_{r2} + \vec{P} = \vec{0}$ où $\vec{F}_{r1}$ et $\vec{F}_{r2}$ sont les forces exercées par chacun des ressorts.
La projection sur l'axe (Oz) donne : $-mg + 2k(\ell_{eq} - \ell_0) = 0$ donc la longueur ℓ_{eq} des ressorts est $\ell_{eq} = \ell_0 + \frac{mg}{2k}$.
2. Le flux du champ magnétique à travers le circuit est $\phi = \ell LB$.
3. On applique la loi de Faraday $e_{ind} = -\dfrac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}t}$ avec $\phi = \ell LB$ et $\ell = \ell_{eq} - z(t)$. Donc finalement $e_{ind} = L\dot{z}(t)B$
4. La force de Laplace qui s'exerce sur le circuit est $\vec{F}_l = i\vec{L} \wedge \vec{B}$ donc $\vec{F}_l = -iLB\vec{e}_z$
5. On applique le principe fondamental de la dynamique à la barre : $m\vec{a} = \vec{F}_l + \vec{F}_{r1} + \vec{F}_{r2} + \vec{P}$. Avec $\vec{a} = \ddot{z}\vec{e}_z$, $\vec{F}_{r1} = \vec{F}_{r2} = k(\ell - \ell_0)\vec{e}_z = -kz(t)\vec{e}_z + \frac{mg}{2}\vec{e}_z$ et $\vec{P} = -mg\vec{e}_z$.
On obtient : $m\ddot{z} + iLB + 2kz = 0$; soit avec $i = \frac{e_{ind}}{R} = \frac{LB\dot{z}}{R}$, on obtient

$$\ddot{z} + \frac{L^2B^2}{mR}\dot{z} + \frac{2k}{m}z = 0 \quad \text{soit} \quad \ddot{z} + 2\alpha\dot{z} + \omega_0^2 z = 0$$

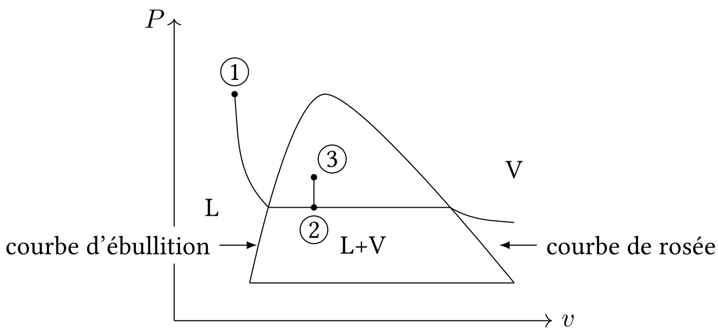
6. D'après l'équation précédente on trouve $\frac{\omega}{Q} = 2\alpha$ donc $Q = \frac{\omega_0}{2\alpha}$
7. Si $\omega_0^2 - \alpha^2 > 0$ alors $\omega_0 > \alpha$ donc $Q = \frac{\omega_0}{2\alpha} > \frac{1}{2}$. L'oscillateur se trouve donc en régime pseudo-périodique.
8. En utilisant les conditions initiales données, on trouve $A = \frac{V_0}{\omega_0}$ et $\varphi = 0$. On représente l'allure de $z(t)$ ci-dessous :



9. Le travail de la force de Laplace est égal à la variation d'énergie cinétique de la barre. $\Delta E_c = -\frac{1}{2}mV_0^2 = W_l$. Ce travail est converti en chaleur par effet Joule dans la barre.

Exercice 3 : Équilibre liquide-vapeur de l'eau

1. Schéma :



2. Voir graphique.
3. À cette pression on atteint la courbe d'ébullition, on voit apparaître des bulles de vapeur dans le liquide.
4. L'eau liquide est très peu compressible, donc il faut augmenter très peu le volume pour diminuer la pression. On en déduit que $m = V_1/v_L \simeq 1\,\text{kg}$
5. Lorsqu'on continue d'augmenter le volume on transforme de l'eau liquide en vapeur puis lorsqu'il ne reste plus d'eau liquide (après la courbe de rosée) on détend la vapeur sèche.
6. On utilise le théorème des moments et on a

$$x_V = \frac{V_2/m - v_L}{v_V - v_L} \simeq \frac{V/m}{v_V} \simeq \frac{7.7}{33} \simeq 0.23$$

   Il y a donc 230 g de vapeur et 770 g de liquide dans le système.
7. On utilise à nouveau le théorème des moments en prenant les valeurs à 45 °C et on obtient 395 g de vapeur et 605 g de liquide.
8. Pour que la totalité de l'eau soit transformée en vapeur Il faut se trouver à une température où $V_2/m = v_V$ ce qui, d'après les données, arrive à 60 °C.