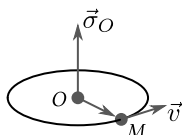


Moment cinétique

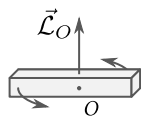
Pour un point matériel

$$\vec{\sigma}_O = \vec{OM} \wedge m\vec{v}$$



Pour un solide

$$\vec{\mathcal{L}}_O = \sum_{\text{points } i \text{ du solide}} \vec{\sigma}_O(i)$$



Moment cinétique scalaire

$$\mathcal{L}_\Delta = \vec{\mathcal{L}}_{O \in \Delta} \cdot \vec{e}_\Delta$$

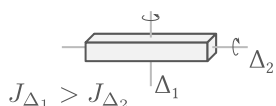
Vecteur directeur de l'axe Δ

$$\mathcal{L}_\Delta = J_\Delta \Omega$$

Moment d'inertie du solide par rapport à l'axe Δ

Vitesse angulaire de rotation autour de Δ

$$J_\Delta = \sum_{\text{points } i \text{ du solide}} m_i d_i^2$$



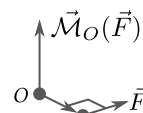
Le moment d'inertie d'un objet est d'autant plus grand que sa masse est importante et qu'elle est répartie loin de l'axe de rotation

Moment d'une force

Par rapport à un point

$$\vec{\mathcal{M}}_O(\vec{F}) = \vec{OP} \wedge \vec{F}$$

Point d'application de la force \vec{F}



Par rapport à un axe

$$\mathcal{M}_\Delta(\vec{F}) = (\vec{OP} \wedge \vec{F}) \cdot \vec{e}_\Delta$$

Indique la capacité de la force \vec{F} à faire tourner un solide autour de Δ

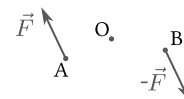
Vecteur directeur de l'axe Δ
Point de l'axe Δ

Couple de forces

Ensemble de forces dont la résultante est nulle et dont le moment total ne l'est pas

$$\vec{\mathcal{M}}_O = \vec{BA} \wedge \vec{F}$$

Le moment par rapport à O des forces ne dépend pas de O



Solide en rotation

Théorème du moment cinétique

Théorème du moment cinétique

Dans un référentiel galiléen

$$\frac{d\vec{\mathcal{L}}_O}{dt} = \sum_i \vec{\mathcal{M}}_O(\vec{F}_i)$$

Moment cinétique par rapport à O

Moment de la force F_i rapport à O

Théorème du moment cinétique par rapport à un axe

Pour un solide en rotation autour d'un axe Δ

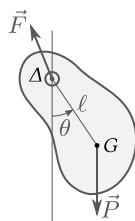
$$\frac{d\mathcal{L}_\Delta}{dt} = \sum_i \mathcal{M}_\Delta(\vec{F}_i)$$

Application au pendule pesant

Forces appliquées :

- Poids \vec{P} en G.
- \vec{F} force exercée par l'axe.

J_Δ : moment d'inertie du solide par rapport à Δ



Application du TMC :

$$\frac{d\mathcal{L}_\Delta}{dt} = \mathcal{M}_\Delta(\vec{P}) + \underbrace{\mathcal{M}_\Delta(\vec{F})}_{=0}$$

$$\mathcal{M}_\Delta(\vec{P}) = \vec{OG} \wedge m\vec{g}$$

O est le projeté de G sur Δ

$$= -mgl \sin(\theta) \vec{e}_\Delta$$

$$\frac{d\mathcal{L}_\Delta}{dt} = J_\Delta \frac{d\Omega}{dt} = J_\Delta \ddot{\theta}$$

Équation différentielle d'un oscillateur harmonique

Avec $\theta \ll 1, \sin(\theta) \approx \theta$

$$\ddot{\theta} + \frac{mgl}{J_\Delta} \theta = 0$$

Énergie

Énergie cinétique d'un solide en rotation

$$E_c = \frac{1}{2} J_\Delta \Omega^2 \quad \text{en joules}$$

Puissance d'un moment de force

La puissance fournie par une force de moment \mathcal{M}_Δ par rapport à un axe Δ est :

$$P = \mathcal{M}_\Delta \Omega$$

Loi de l'énergie cinétique

$$\frac{dE_c}{dt} = \sum_i \underbrace{\mathcal{M}_\Delta(\vec{F}_i)}_{P_i} \Omega$$

Règle de la main droite

Direction du moment (cinétique, de force)

