

## TP21 : Étude du pendule simple

MATÉRIEL : webcam, réglet, pendule (masse + fil ou pendule pesant), chronomètre, rapporteur.

### 1 Objectif du TP

L'objectif de ce TP est de faire l'acquisition du mouvement d'un pendule simple pour en tracer le portrait de phase expérimental et mettre en évidence la diminution d'énergie mécanique.

*Ne pas oublier qu'une mesure physique doit toujours être associée à une incertitude expérimentale. Penser à lire la notice des appareils pour connaître l'incertitude liée aux valeurs qu'ils fournissent.*

### 2 Principe de la méthode

On étudie le mouvement d'un pendule simple constitué d'une masse accrochée au bout d'un fil ou d'un solide en rotation autour d'un axe fixe. Pour cela on pourra commencer par mesurer la période d'oscillation du pendule en fonction de l'angle des oscillations. On fera ensuite l'acquisition vidéo du mouvement du pendule et on l'analysera pour déterminer l'évolution temporelle de l'angle  $\theta$  entre le pendule et la verticale.

### 3 Aspects théoriques

Lors de l'acquisition vidéo, l'extrémité du pendule se trouve à une position  $(x, y)$  dont les coordonnées sont reliées à l'angle  $\theta$  par les relations  $x = -L \sin \theta$  et  $y = L \cos \theta$  ( $\theta$  est compté positivement dans le sens trigo sur la figure ci-contre) L'angle  $\theta$  se déduit de  $x$  et  $y$  par la relation :

$$\theta = \arctan(x/y)$$

Il faut cependant bien prendre soin à ce que l'origine du repère se trouve au point  $O$  pour que cette relation soit valable.

L'application des lois du mouvement (lois du Newton) au pendule simple permet d'obtenir l'équation différentielle du mouvement suivante :

$$\ddot{\theta} + \frac{g}{l} \sin \theta = 0$$

qui nécessite une résolution numérique. Cependant, lorsque  $\theta \ll 1$  on peut faire l'approximation  $\sin \theta \simeq \theta$  et on obtient l'équation d'un oscillateur harmonique

$$\ddot{\theta} + \omega_0^2 \theta = 0$$

Avec  $\omega_0^2 = \frac{g}{l}$ . La période  $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$  des oscillations ne dépend alors pas de leur amplitude. Pour des oscillations d'amplitude supérieures, on peut montrer que la période est environ  $T \simeq T_0 \left(1 + \frac{\theta_0^2}{16}\right)$  où  $\theta_0$  est l'amplitude angulaire des oscillations.

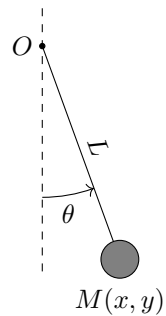
Lorsqu'on ajoute une force de frottement fluide proportionnelle à la vitesse du pendule, on obtient l'équation d'un oscillateur harmonique amorti :

$$\ddot{\theta} + \frac{\omega_0}{Q} \dot{\theta} + \omega_0^2 \sin \theta = 0$$

qui, lorsque  $Q$  est élevé (c'est en général le cas) possède une solution pseudo-périodique :

$$\theta(t) = \theta_0 e^{-t/\tau} \sin(\omega t + \varphi)$$

où  $\tau = 2Q/\omega_0$  est le temps caractéristique d'amortissement du pendule et  $\varphi$  la phase à l'origine.



### 4 Manipulations

- Déterminer la période des oscillations d'un pendule simple en fonction de l'amplitude de ces oscillations. Montrer que lorsque l'amplitude des oscillations est faible, la période ne dépend pas de l'amplitude.
- Faire l'acquisition de la trajectoire du pendule au cours de plusieurs oscillations, représenter  $\theta(t)$  et  $\dot{\theta}(t)$ . Représenter le portrait de phase  $\dot{\theta}(\theta)$ .
- Montrer comment ces graphiques indiquent une diminution de l'énergie mécanique du pendule au cours du temps, quelle est l'origine de cette dissipation d'énergie ?
- Déterminer le facteur de qualité du pendule.