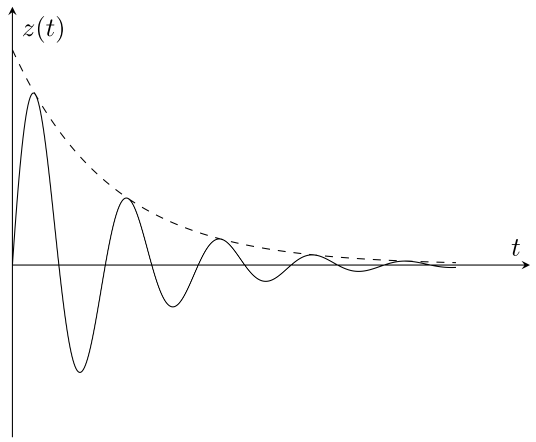
DM7 : Induction

Exercice 1 : Oscillations dans un champ magnétique

1. Le système étant au repos, le PFD appliqué à la barre donne $\sum \vec{F} = \vec{0}$ donc $\vec{F}_{r1} + \vec{F}_{r2} + \vec{P} = \vec{0}$ où $\vec{F}_{r1}$ et $\vec{F}_{r2}$ sont les forces exercées par chacun des ressorts.
   La projection sur l'axe (Oz) donne : $-mg + 2k(\ell_{eq} - \ell_0) = 0$ donc la longueur ℓ_{eq} des ressorts est $\ell_{eq} = \ell_0 + \frac{mg}{2k}$.
2. Le flux du champ magnétique à travers le circuit est $\phi = \ell LB$.
3. On applique la loi de Faraday $e_{ind} = -\dfrac{\mathrm{d}\,\phi}{\mathrm{d}\,t}$ avec $\phi = \ell LB$ et $\ell = \ell_{eq} - z(t)$. Donc finalement $e_{ind} = L\dot{z}(t)B$
4. La force de Laplace qui s'exerce sur le circuit est $\vec{F}_l = i\vec{L} \wedge \vec{B}$ donc $\vec{F}_l = -iLB\vec{e}_z$
5. On applique le principe fondamental de la dynamique à la barre : $m\vec{a} = \vec{F}_l + \vec{F}_{r1} + \vec{F}_{r2} + \vec{P}$. Avec $\vec{a} = \ddot{z}\vec{e}_z$, $\vec{F}_{r1} = \vec{F}_{r2} = k(\ell - \ell_0)\vec{e}_z = -kz(t)\vec{e}_z + \frac{mg}{2}\vec{e}_z$ et $\vec{P} = -mg\vec{e}_z$.
   On obtient : $m\ddot{z} + iLB + 2kz = 0$; soit avec $i = \frac{e_{ind}}{R} = \frac{LB\dot{z}}{R}$, on obtient
   $$\ddot{z} + \frac{L^2B^2}{mR}\dot{z} + \frac{2k}{m}z = 0 \quad \text{soit} \quad \ddot{z} + 2\alpha\dot{z} + \omega_0^2 z = 0$$
6. D'après l'équation précédente on trouve $\frac{\omega}{Q} = 2\alpha$ donc $Q = \frac{\omega_0}{2\alpha}$
7. Si $\omega_0^2 - \alpha^2 > 0$ alors $\omega_0 > \alpha$ donc $Q = \frac{\omega_0}{2\alpha} > \frac{1}{2}$. L'oscillateur se trouve donc en régime pseudo-périodique.
8. En utilisant les conditions initiales données, on trouve $A = \frac{V_0}{\omega_0}$ et $\varphi = 0$. On représente l'allure de $z(t)$ ci-dessous :



9. Le travail de la force de Laplace est égal à la variation d'énergie cinétique de la barre. $\Delta E_c = -\frac{1}{2}mV_0^2 = W_l$. Ce travail est converti en chaleur par effet Joule dans la barre.