Nachklausur

Mathematik I - Theoretische Grundlagen der Informatik

HWR Berlin, Wintersemester 2025

Prof. Dr.-Ing. Sebastian Schlesinger

Aufgabe 1 (Aussagen) (7 Punkte)

Sind die folgenden Aussagen im mathematischen Sinne wahr oder falsch?

(i) Eine unüberdachte Straße ist genau dann nass, wenn es geregnet hat.

(ii) Wenn n eine Primzahl ist, dann ist n ungerade.

(iii) Wenn eine Wand gelb ist, dann ist sie gelb oder grün.

(iv) Wenn die Erde eine Scheibe ist, dann ist $1 = 1$.

(v) Wenn $3 = 4$ ist, dann ist $10 = 20$.

(vi) Jede natürliche Zahl ist größer als 10 oder kleiner als 100.

(vii) Es ist $0 = 0$ oder $1 = 1$.

Aufgabe 2 (Quantoren) (3 Punkte)

Wir hatten die Quantoren $\forall$ und $\exists$ eingeführt. Mengen wurden noch nicht oder nur teilweise eingeführt. Wir holen das hier kurz nach.

> Eine Menge ist die Zusammenfassung von bestimmten unterschiedlichen Objekten (die Elemente der Menge) zu einem neuen Ganzen.
>
> Wir schreiben $x \in M$, falls das Objekt x zur Menge M gehört. Wir schreiben $x \notin M$, falls das Objekt x nicht zur Menge M gehört.

Man kann demzufolge durch $\forall x \in M : A(x)$ bzw. $\exists x \in M : A(x)$ ausdrücken, dass eine Aussage $A(x)$ für alle x aus der Menge M gelten soll bzw. das es ein x aus M geben soll, so dass $A(x)$ gilt.

Definieren Sie einen neuen Ausdruck

$$\exists! x \in M : A(x)$$

dafür, dass *genau ein* x aus M eine Aussage $A(x)$ erfüllt!

Aufgabe 3 (Prädikatenlogik) (6 Punkte)

Gegeben seien folgende Prädikate:

1. $B(x, y) : x$ besiegt y
2. $F(x) : x$ ist Fußball-Nationalmannnschaft
3. $T(x, y) : x$ ist Torwart von y

und folgende Konstanten:

1. de: deutsche Nationalmannschaft

2. us: Nationalmannschaft der USA

3. br: brasilianische Nationalmannschaft

Drücken Sie folgende Aussagen in der Prädikatenlogik aus:

1. Jede Fußball-Nationalmannschaft hat einen Torwart.

2. Wenn de gegen us gewinnt, dann verliert de nicht jedes Spiel.

3. br schlägt jedes Team, gegen das de verliert, mit Ausnahme von sich selbst.