
Klausur
Mathematik I - Theoretische Grundlagen der Informatik

HWR Berlin, Wintersemester 2024/2025

Prof. Dr.-Ing. Sebastian Schlesinger

Aufgabe 1 (Mengenoperationen)

(4 Punkte)

Gegeben seien die Mengen $A = \{(1, 1), (2, 2), (3, 2)\}$ und $B = \{(1, 1), 2, a, b\}$.

- (i) Bestimmen Sie $A \cap B$.
- (ii) Bestimmen Sie $A \cup B$.
- (iii) Bestimmen Sie $A \setminus B$.
- (iv) Bestimmen Sie $\mathcal{P}(A \cap B)$

Aufgabe 2 (Intervall als Mengendeclaration)

(2 Punkte)

Ein Intervall auf einer Grundmenge, z.B. \mathbb{R} ist eine Menge von Zahlen, die zwischen zwei Grenzen liegen. Man schreibt dann z.B. $[a, b]$ für die Mengen der Zahlen, die zwischen a und b liegen, wobei a und b mit dazugehören.

Definieren Sie das Intervall $[a, b] \subseteq \mathbb{R}$ als Mengendeclaration.

Aufgabe 3 (Relationen und Funktionen)

(10 Punkte)

Sei $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, $Y = \{a, b, c\}$ und $f \subseteq X \times Y$ mit

$f = \{(1, a), (2, a), (3, c), (4, b), (5, a), (6, b), (7, c), (8, a)\}$.

- (i) Ist f eine Funktion? Begründen Sie Ihre Antwort.
- (ii) Wir definieren eine neue Relation $R \subseteq X \times X$ mit $R = \{(x, y) \in X \times X \mid f(x) = f(y)\}$. Beweisen Sie, dass es eine Äquivalenzrelation ist.
- (iii) Die Menge der Äquivalenzklassen von R ist definiert als die Menge $X/R = \{[x] \mid x \in X\}$, wobei $[x] = \{y \in X \mid (x, y) \in R\}$ als Äquivalenzklasse von x bezeichnet wird (das sind wie definiert alle Elemente, die mit einem gegebenen $x \in M$ in Relation stehen). Bestimmen Sie X/R .

Aufgabe 4 (Relationen)

(8 Punkte)

Beantworten Sie die folgenden Fragen.

- (i) Was ist eine Relation?
- (ii) Was ist eine reflexive Relation?
- (iii) Was ist eine symmetrische Relation?
- (iv) Was ist eine antisymmetrische Relation?
- (v) Was ist eine transitive Relation?

- (vi) Was ist eine Äquivalenzrelation?
- (vii) Was ist eine Ordnungsrelation?
- (viii) Was ist eine Funktion?

Aufgabe 5 (Relationen)

(9 Punkte)

Sei $M = \{1, 2, 3\}$ und $R \subseteq M \times M$ mit $1R1, 1R2, 2R2, 2R3, 3R1$.

- (i) Ist R symmetrisch? Begründen Sie Ihre Antwort.
- (ii) Ist R antisymmetrisch? Begründen Sie Ihre Antwort.
- (iii) Ist R transitiv? Begründen Sie Ihre Antwort.
- (iv) Zeichnen Sie R als Graphen.
- (v) Geben Sie R als Adjazenzmatrix an.
- (vi) Berechnen Sie $R \circ R$ und geben Sie das Ergebnis als Adjazenzmatrix und Graphen an.
- (vii) Sei $R^{-1} = \{(y, x) \mid (x, y) \in R\}$ die Relation, die faktisch R umkehrt. Geben Sie R^{-1} als Adjazenzmatrix und Graphen an.