

Übungsblatt 5

Mathematik I - Theoretische Informatik

HWR Berlin, Wintersemester 2025

Prof. Dr.-Ing. Sebastian Schlesinger

Aufgabe 1 (Formale Sprache modellieren)

(2 Punkte)

Gegeben ist die Sprache $L = \{w \in \{0, 1\}^* \mid w \text{ endet auf } 01\}$. Entwerfen Sie einen DFA, der L erkennt.

Aufgabe 2 (Minimierung von DFA)

(3 Punkte)

Gegeben ist folgender DFA $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ mit:

$$\triangleright Q = \{A, B, C, D, E\}$$

$$\Sigma = \{0, 1\}$$

$$\, \triangleright \, \, \delta(A,0) = B, \, \, \delta(A,1) = C$$

$$\triangleright \ \delta(B,0) = A, \ \delta(B,1) = D$$

$$\, \triangleright \, \, \delta(C,0) = E, \, \, \delta(C,1) = A$$

$$\delta(D,0) = E, \ \delta(D,1) = B$$

$$\delta(E,0) = E, \ \delta(E,1) = E$$

$$\Rightarrow q_0 = A$$

▶
$$F = \{A, D\}$$

Minimieren Sie den DFA.

Aufgabe 3 (Minimierung von DFA)

(3 Punkte)

Gegeben ist folgender DFA $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ mit:

$$\triangleright Q = \{A, B, C, D\}$$

$$\triangleright \ \Sigma = \{0,1\}$$

$$\delta(A,0) = C, \ \delta(A,1) = B$$

$$\, \triangleright \, \, \delta(B,0) = D, \, \, \delta(B,1) = A$$

$$\, \triangleright \, \, \delta(C,0) = A, \, \, \delta(C,1) = D$$

$$\, \triangleright \, \, \delta(D,0) = B, \, \, \delta(D,1) = C$$

$$\Rightarrow q_0 = A$$

▶
$$F = \{A, C\}$$

Minimieren Sie den DFA.

Aufgabe 4 (DFA für Sprache)

(5 Punkte)

Konstruieren Sie einen NFA für die Sprache $L = \{w \in \{a, b\}^* \mid \text{ das dritte Zeichen von rechts ist 1}\}.$

Wandeln Sie den NFA in einen äquivalenten DFA um.

Aufgabe 5 (Pumping Lemma)

(3 Punkte)

Zeigen Sie mit Hilfe des Pumping-Lemmas, dass die Sprache $L = \{a^n b^n \mid n \in \mathbb{N}\}$

Aufgabe 6 (Reguläre Ausdrücke)

(5 Punkte)

Gegeben ist der reguläre Ausdruck $r = (ab^*)^*a$

Geben Sie einen NFA an und einen äquivalenten DFA, die beide die von r beschriebene Sprache erkennen.

Aufgabe 7 (Grammatik)

(2 Punkte)

Gegeben ist die Grammatik $G: S \rightarrow aSb \mid bSa \mid \varepsilon$

Geben Sie die Elemente von $L_4 := \{w \in L(G) \mid |w| \le 4\}$ an.

Ist L(G) regulär? Begründen Sie.