

Übungsblatt 4

# Mathematik I - Theoretische Informatik

HWR Berlin, Wintersemester 2025

Prof. Dr.-Ing. Sebastian Schlesinger

## Aufgabe 1 (Beweise in Kalkülen)

(8 Punkte)

Beweisen Sie im Kalkül des natürlichen Schließens und im Sequenzenkalkül:

- a)  $\vdash X \vee (Y \wedge Z) \rightarrow (X \vee Y) \wedge (X \vee Z)$
- b)  $A \vee \neg A, \neg A \rightarrow B \vdash A \vee B$
- c)  $\neg(A \wedge B), A \vdash \neg B$
- d)  $(A \vee B), \neg A \vdash B$

## Aufgabe 2 (Korrektheit Kalküle)

(6 Punkte)

Machen Sie sich die Korrektheit der folgenden Regeln klar:

a)  $\frac{A \vdash B}{A \rightarrow B} \rightarrow I$

im Kalkül des natürlichen Schließens

b)  $\frac{A \quad A \rightarrow B}{B} \rightarrow E$

im Kalkül des natürlichen Schließens

c)  $\frac{\Gamma \Rightarrow \Delta, \varphi \quad \psi, \Pi \Rightarrow \Lambda}{\varphi \rightarrow \psi, \Gamma, \Pi \Rightarrow \Delta, \Lambda} \rightarrow \Rightarrow$

im Sequenzenkalkül

## Aufgabe 3 (Terminologien)

(11 Punkte)

Machen Sie sich die folgenden Sachverhalte klar:

- a)  $T \vdash \varphi$
- b)  $T \models \varphi$
- c) Korrektheit eines Kalküls
- d) Vollständigkeit eines Kalküls
- e)  $Erf(T)$
- f)  $Wf(T)$  bzw. Konsistenz
- g)  $Wv(T)$  jede Formel ist aus  $T$  herleitbar
- h)  $Wf(T)$  gdw. es gibt keine Formel  $\varphi$  mit  $T \vdash \varphi$  und  $T \vdash \neg\varphi$

- i)  $Wf(T)$  gdw. es gibt eine Formel  $\varphi$  mit  $T \not\models \varphi$
- j) Jede konsistente Theorie hat ein Modell
- k) Für alle  $T, \varphi$  gilt:  $T \models \varphi$  gdw. nicht  $Erf(T \cup \{\neg\varphi\})$