

## Aufgabenblatt 2. Runde 2020

### Wichtiger Hinweis

Die Aufgaben der 2. Runde werden bereits vor dem Einsendeschluss, dem **1. September 2020**, auf unserer Webseite veröffentlicht. Dies bedeutet aber nicht, dass sie schon vor diesem Zeitpunkt frei verwendet werden dürfen, da für die Teilnahmeberechtigten an der 2. Runde die strikte Verpflichtung zu selbstständiger Bearbeitung der Aufgaben besteht. Ebenso sind Diskussionen über die aktuellen Aufgaben und mögliche Lösungsideen, insbesondere auch in Internetforen, nicht zulässig. Sollten Sie auf derartige Beiträge in einem Forum o.ä. stoßen, sind wir für einen entsprechenden Hinweis an den Betreiber dieses Forums und auch an uns sehr dankbar. Für Ihre Unterstützung bedanken wir uns schon jetzt, denn sie hilft uns dabei, möglichst gleiche Teilnahmebedingungen für alle Teilnahmeberechtigten sicherzustellen.

#### » BILDUNG & BEGABUNG GEMEINNÜTZIGE GMBH

Kortrijker Straße 1, 53177 Bonn | Postfach 20 02 01, 53132 Bonn | Tel.: +49 228 959 15-0  
Fax: +49 228 959 15-19 | [info@bildung-und-begabung.de](mailto:info@bildung-und-begabung.de) | [www.bildung-und-begabung.de](http://www.bildung-und-begabung.de)  
Bankverbindung: Sparkasse KölnBonn | IBAN: DE27 3705 0198 0029 0022 50 | BIC: COLSDE33XXX  
Registergericht: Amtsgericht Essen, HRB 22445 | St.-Nr.: 206/5887/1089 | USt.-IDNr.: DE217481695  
Geschäftsführung: Dr. Elke Völmicke, Bettina Jorzik

Das bundesweite Talentförderzentrum Bildung & Begabung ist eine Tochter des Stifterverbandes.  
Förderer sind das Bundesministerium für Bildung und Forschung und die Kultusministerkonferenz. Schirmherr ist der Bundespräsident.

## Aufgabe 1

Leo und Smilla finden 2020 Goldnuggets mit den Massen 1, 2, ..., 2020 Gramm, die sie nach folgender Regel auf eine rote und eine blaue Schatztruhe verteilen:

Zuerst wählt Leo eine der Schatztruhen und nennt Smilla die Farbe der Truhe. Anschließend wählt Smilla eines der noch nicht verteilten Nuggets und legt es in diese Truhe.

Dies wiederholen sie, bis alle Nuggets verteilt sind. Danach wählt Smilla eine der beiden Schatztruhen und bekommt alle Nuggets in dieser Truhe.

Wie viel Gramm Gold kann Smilla auf diese Weise mindestens für sich garantieren?

Bemerkung: Die Richtigkeit des Ergebnisses ist zu beweisen.

## Aufgabe 2

Beweise: Es gibt keine rationalen Zahlen  $x, y, z$  mit  $x + y + z = 0$  und  $x^2 + y^2 + z^2 = 100$ .

## Aufgabe 3

Zwei Geraden  $m$  und  $n$  schneiden sich in genau einem Punkt  $P$ . Ein Punkt  $M$  bewegt sich auf  $m$  mit konstanter Geschwindigkeit, ein weiterer Punkt  $N$  bewegt sich auf  $n$  mit derselben Geschwindigkeit; dabei passieren sie beide den Punkt  $P$ , aber nicht gleichzeitig.

Beweise: Es gibt einen festen, von  $P$  verschiedenen Punkt  $Q$  so, dass die Punkte  $P, Q, M$  und  $N$  zu jedem Zeitpunkt auf einem gemeinsamen Kreis liegen.

## Aufgabe 4

In jedem Feld einer Tabelle mit  $m$  Zeilen und  $n$  Spalten, wobei  $m < n$  ist, steht eine nicht-negative reelle Zahl; dabei kommt in jeder Spalte mindestens eine positive Zahl vor.

Beweise: Es gibt ein Feld mit einer positiven Zahl derart, dass die Summe der Zahlen in der Zeile dieses Feldes größer ist als die Summe der Zahlen in der Spalte dieses Feldes.

**Bitte die Teilnahmebedingungen und wichtigen Hinweise auf der Rückseite beachten!**

# Teilnahmebedingungen und Hinweise im Überblick

## Generelles

- Die von der Korrekturkommission getroffene Preisentscheidung ist endgültig ("Schiedsrichterentscheidung"). Der Rechtsweg ist ausgeschlossen.
- Mit der Teilnahme wird der Erhebung, Speicherung und Verarbeitung der persönlichen Daten zur Durchführung des Wettbewerbs zugestimmt. Für die Speicherdauer kann jederzeit von allen in der Datenschutzgrundverordnung aufgeführten erweiterten Rechten von Betroffenen Gebrauch gemacht werden. Nach Abschluss der Arbeiten zum Wettbewerbslauf werden sämtliche erhobenen Daten gelöscht.

## Teilnahmebedingungen

- **Teilnahmeberechtigung:** Zur zweiten Runde sind Arbeiten zugelassen, die Lösungen zu mindestens drei der vier Aufgaben enthalten.
- **Selbstständigkeitsverpflichtung:** Die auf dem Teilnahmecoupon abgedruckte **Selbstständigkeitserklärung** muss von Ihnen unterschrieben sein. Die Verpflichtung zur Selbstständigkeit gilt in der zweiten Runde für alle Teilnehmenden ausnahmslos. Nicht erst bei der Ausformulierung der Lösungen, sondern auch schon bei der Lösungsfindung ist eine Diskussion über mögliche Lösungswege oder eine Zusammenarbeit mit anderen Personen nicht gestattet. Ein begründeter Verdacht auf Verstoß gegen die Selbstständigkeitsverpflichtung führt zum Ausschluss vom Wettbewerb.
- **Vertraulichkeit:** Die Aufgabenstellungen sind während der Bearbeitungszeit als vertraulich zu behandeln. Vor dem Einsendeschluss ist also eine Weitergabe, z. B. auch über elektronische Medien, nicht zulässig.
- **Einsendeschluss: 1. September 2020** (Datum des Poststempels). Verspätet abgesendete Arbeiten können nicht in das Korrekturverfahren einbezogen werden.  
Die Teilnehmerarbeiten müssen nicht nur fristgerecht abgeschickt werden, sondern auch spätestens **5 Tage nach Einsendeschluss** in der Geschäftsstelle des Wettbewerbs eingegangen sein. Dann beginnt das Korrekturverfahren, in das nachträglich leider keine Arbeiten mehr einbezogen werden können.

## Hinweise zur Lösungsdarstellung

- Beachten Sie bei der Anfertigung der Endfassung, dass die Beurteilung der Arbeit durch die Korrekturkommission in der zweiten Runde besonders streng ist; neben der mathematischen Richtigkeit und Vollständigkeit spielen auch Klarheit, Verständlichkeit und Schlüssigkeit der Darstellung bei der Bewertung eine wichtige Rolle. Eine glatte Korrektur der Arbeit soll ohne Anfertigung zusätzlicher Skizzen und ohne Ergänzen von Umformungsschritten möglich sein.
- Das erste Blatt der Arbeit soll die Angabe der von Ihnen benutzten Hilfsmittel (Literatur, IMO–Training etc.) enthalten. Allerdings ersetzt bei der Verwendung von Formeln bzw. Sätzen, die im Schulbereich nicht geläufig sind, eine solche Erwähnung einen Nachweis nicht.
- Die Verwendung eines Computers oder eines Taschenrechners ist als Hilfsmittel zur Ideenfindung bzw. Rechnungskontrolle zulässig. Für den jeweiligen Nachweis müssen jedoch die wesentlichen Schritte und Resultate ohne diese Hilfsmittel nachvollziehbar und überprüfbar sein.

## Technische Hinweise

- Die Bearbeitungen sollen in der gleichen Form wie in der ersten Runde (also insbesondere Format DIN A4 im DIN C4–Umschlag, 6 cm breiter unbeschriebener Rand, Blätter fortlaufend durchnummeriert, Name oben rechts auf jedem Blatt) eingereicht werden. Achten Sie bitte auf gute Lesbarkeit. Ihre Arbeit sollte maschinengeschrieben sein.
- Bitte kleben Sie den beiliegenden *Adresscoupon* oben links auf die Rückseite des Umschlags, den *Teilnahmecoupon* legen Sie bitte ausgefüllt in den Umschlag. Sollten Angaben auf den Coupons falsch sein oder fehlen, korrigieren bzw. ergänzen Sie diese bitte.

## Senden Sie Ihre Bearbeitungen bitte ausreichend frankiert an:

**Bundeswettbewerb Mathematik**  
**Bildung & Begabung gemeinnützige GmbH**  
**Kortrijker Str. 1 ■ 53177 Bonn**

Telefon: (0228) 959 15-20  
info@bundeswettbewerb-mathematik.de  
www.bundeswettbewerb-mathematik.de



Einsendungen auf elektronischem Wege sind nicht möglich.