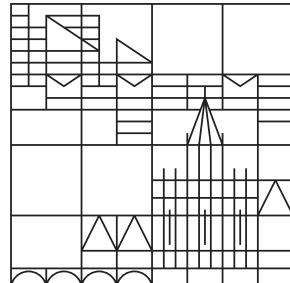


BACHELORARBEIT

an der

Universität
Konstanz



Mathematisch-Naturwissenschaftliche Sektion
Fachbereich Physik

Einfluss der Reziprozität auf die eindimensionale ANDERSON Lokalisierung von Licht

vorgelegt von

Oliver Irtenkauf

Gutachter:

Prof. Dr. Georg Maret
Konstanz, 2017

Danksagung

Ich möchte mich an dieser Stelle ganz herzlich bei Prof. Dr. Georg Maret für die Möglichkeit meine Bachelor Thesis an seinem Lehrstuhl anzufertigen. Ich bedanke mich für das anregende Gespräch über geologisch und biologisch motivierte Vielfachstreuung. Erst dieses hat mich auf das spannende Thema der Wellenphysik und kohärente Vielfachstreuung Aufmerksam gemacht. Großen Dank gilt auch seinem Engagement und seiner Vorarbeit für diese spannende Zeit!

Anschließend möchte ich mich bei Lukas Schertel und Dr. Geoffroy Aubry bedanken. Für ihr immer offenes Ohr für meine Fragen und Probleme. Für ihre große Hilfsbereitschaft, ganz egal wie wichtig ein Problem auch war. Ich möchte Lukas danken für seine Hilfe, bei der experimentellen Realisierung der Messungen und seinen scharfsinnigen Betrachtungen der Messergebnisse. Ich möchte Geoffroy danken für seinen allumfassenden IT-Support und seine Einführung, in das Programmieren mit Python unter Linux.

Dank geht auch an die gesamten Gruppe von Prof. Dr. Georg Maret und Priv. Doz. Dr. Peter Keim in der ich sehr herzlich aufgenommen wurde. Danke auch für die Einblicke, wie ein Privatleben in der Wissenschaft aussehen kann.

Ebenso möchte ich meinen Kommilitonen Teo Conzelmann , Michael Nagel und Annika Bähring, welche mir bei der Anfertigung dieser Bachelorarbeit mit Korrekturvorschlägen oder beim Aufnehmen der Bilder geholfen haben, danken.

Ich möchte mich bei meinem Lehrer Gerhard Ehmann[†] bedanken, der es schon früh verstanden hat mich für die Physik zu begeistern und meine Neugier zu fördern.

Schlussendlich möchte ich meiner Familie danken. Ihr unsägliches Vertrauen, mir gegenüber ist wirklich nicht selbstverständlich, trotz einem abgebrochenem Studium oder der ein oder anderen nicht bestandenen Prüfung. Danke, Ulli, Manfred und Tobi, dass ihr an mich glaubt.

Zusammenfassung

In dieser Arbeit wird der Einfluss der Reziprozität des FARADAY-Effekts auf kohärente elektromagnetische Wellen in einem ungeordneten Medium untersucht. Hierbei handelt es sich um einen Glasplattenstapel. Bei einer ausreichenden Anzahl an Grenzflächen kommt es in einer Dimension zur ANDERSON Lokalisation, einem Interferenzphänomen [15]. Anhand statistisch signifikanter Messgrößen der Transmission lässt sich die ANDERSON Lokalisation charakterisieren und beschreiben. Experimentell wird über eine Vielzahl an unterschiedlichen Konfigurationen an Weglängen durch einen Glasplattenstapel mit Luftspalten Statistik geführt. Weiterhin wird mit Hilfe eines starken Magnetfeldes in den optisch aktiven Glasplatten die Polarisation gedreht. Mithilfe des FARADAY-Effekts werden die untersuchten kohärenten Phasenbeziehungen beeinflusst und damit die Reziprozität der einzelnen Weglängen [19, 7].

Um eine große Anzahl an verschiedenen Weglängen in einem Glasplattenstapel zu erreichen, wurden zwei Ansätze verfolgt. Zunächst wurden Mithilfe von Piezoelementen die Weglänge durch zwei Luftspalte variiert. Aufgrund unzureichender Statistik wurde anschließend die Rauigkeit der Glasplatten, in Größenordnung der Wellenlänge, ausgenutzt und durch Drehen des Stapels viele unterschiedliche Weglängen durch Luftspalte und Glasplatten erreicht.

Das Verhalten der gemittelten logarithmischen Transmission und der Varianz der logarithmischen Transmission stimmen qualitativ mit Ergebnissen von den numerischen Simulationen überein. Experimentelle Schwierigkeiten verursacht der frühe Übergang vom Eindimensionalen ins quasi Eindimensionale. Dadurch bleibt unklar ob ANDERSON Lokalisierung beobachtet wurde und welchen Einfluss das Magnetfeld hat.

Zukünftige Versuchsaufbauten mit einer besseren Justierung, kontrollierteren eindimensionalen Proben oder anderen Messtechniken, sollten das Erreichen des Regimes der ANDERSON Lokalisierung möglich machen.

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung	1
2 Grundlagen	3
2.1 Elektromagnetische Wellen an Grenzflächen	3
2.1.1 MAXWELL-Gleichungen	3
2.1.2 HELMHOLTZ-Gleichungen	4
2.1.3 POYNTING-Vektor	4
2.1.4 LORENTZ-Oszillator-Modell	5
2.1.5 FRESNELsche Formeln	6
2.2 Kohärente Wellen an mehreren Grenzflächen	7
2.2.1 Rekursiv addierte Wellengleichung	7
2.2.2 Inkohärente Strahlentheorie	8
2.2.3 Kohärente Wellentheorie	8
2.2.4 Verbindung zur ANDERSON Lokalisation	10
2.2.5 Intensitäts Statistik	10
2.3 FARADAY-Effekt und das Prinzip der Reziprozität	13
2.3.1 FARADAY-Effekt	13
2.3.2 Phasenmanipulation durch das Prinzip der Reziprozität	14
3 Versuchsaufbau	17
3.1 Variation der Glasplattenabstände durch Piezokristalle	17
3.2 Variation der Glasplattenabstände durch Drehen	19
3.3 Drehversuch im Magnet	20
4 Auswertung	25
4.1 Variation der Glasplattenabstände durch Piezokristalle	25
4.2 Variation der Glasplattenabstände durch Drehen	29
4.3 Drehversuch im Magneten - <i>Verdi V2</i>	32
4.3.1 Magnetfeldabhängige Messungen	35
4.3.2 Winkelabhängige Messungen	37
4.3.3 Detaillierte Messung über die Plattenanzahl	37
4.4 Drehversuch im Magnet - <i>torus</i>	40
4.4.1 Abbildungen <i>I</i>	41
4.4.2 Histogramme $P(I)/P(\langle I \rangle)$	44
4.4.3 Die mittlere logarithmische Konduktivität $\langle \ln(g) \rangle$	48
4.4.4 Varianz der logarithmischen Konduktivität $\text{Var}(\ln(g))$	55
4.4.5 Varianz der normierten Intensität $\text{Var}(I/\langle I \rangle)$	58
5 Schlussfolgerung	61

A Quellcode	63
A.1 Header	63
A.2 Kennlinien - VERDET-Konstante & <i>torus</i> -Laser	63
A.3 Versuch - Variation durch Piezokristalle	64
A.4 Versuch - Variation durch Drehen	65
A.5 Versuch - Drehen im Magnet - <i>torus</i>	66
A.5.1 Einlesen von Text- <i>files</i>	71
A.6 Plot-Erstellung	73
B Herleitung & Ergänzendes	77
B.1 Herleitung der HELMHOLTZ-Gleichung	77
B.2 Ergänzende Grundlagen	77
B.2.1 FERMATSches Wirkungsprinzip	77
B.2.2 SNELLIUSsche Brechungsgesetz	78
B.2.3 HUYGENSches Elementarwellenprinzip	78
B.3 Einfachstreuung	78
B.3.1 RAYLEIGH-Streuung	79
B.3.2 MIE-Streuung	79
B.4 Ergänzende Simulationen	79

1. Einleitung

Vielschichtige eindimensionale Medien spielen eine große Rolle in Photonik, Elektronik, Geologie und Biologie. Dabei spielt das Verständnis von Transportprozessen durch diese Medien eine fundamentale Rolle. Diese Transportprozesse werden durch Wellen, seien es klassische oder quantenmechanische, beschrieben. Diese sind stark von ihrer Dimension abhängig, was eine eindimensionale Betrachtung vor Herausforderungen stellt.

Durch Kohärente Wellen treten in zufällig arrangierten Medien, Phänomene, wie beispielsweise die ANDERSON Lokalisation, auf. So wird die potentielle Rückkehr, zu einem Punkt, durch konstruktive Interferenzen, mit zeitumgekehrten Pfaden, verstärkt. In einer Dimension tritt dieses Phänomen bei einem ausreichend großen System immer auf.

Eindimensionale ANDERSON Lokalisation konnte schon in akustischen Systemen [8], mit zufällig positionierten Massen, gezeigt werden, ebenso mit Mikrowellen [20], Infrarotlicht [23] und Licht im sichtbaren Spektrum [15, 27, 5], über zufällig angeordnete dielektrische Übergänge.

Ziel dieser Bachelorarbeit ist es ANDERSON Lokalisation von Licht, in einem Stapel aus Glasplatten, zu betrachten. Hierbei geht es zunächst darum einen effizienten Weg zu finden, die zufällige Anordnung zu variieren.

Schlussendlich soll mit einem Magnetfeld die ANDERSON Lokalisierung manipuliert und bestenfalls ausgelöscht werden. Dies beruht auf dem Prinzip der Reziprozität des FARADAY-Effekts [19, 7]. Durchläuft Licht ein optisch aktives Medium in Richtung eines Magnetfeldes, so wird seine Polarisation gedreht. Dabei ist die Verkippung unabhängig von der Ausbreitung gegen oder mit dem Magnetfeld. Mithilfe dieser Reziprozität soll das Phänomen der ANDERSON Lokalisation manipuliert und dadurch zweifelsfrei bewiesen werden können.

2. Grundlagen

Im Folgenden werden die Grundlagen für ein theoretisches Verständnis, der eindimensionalen Vielfachstreuung von Licht und dem Prinzip der Reziprozität, gelegt.

Zunächst werden grundlegende Eigenschaften von Licht vorgestellt. Anhand von rekursiv addierten Wellengleichungen wird die ANDERSON Lokalisation erklärt. Im Anschluss werden sinnvolle Messgrößen, um die ANDERSON Lokalisation zu charakterisieren, diskutiert. Abschließend wird der FARADAY-Effekt vorgestellt und anhand dessen das Prinzip der Reziprozität erklärt.

2.1. Elektromagnetische Wellen an Grenzflächen

Folgende grundlegende Einführung zur elektromagnetischen Wellen an Grenzflächen ist inhaltlich an *Optik* von Wolfgang und Ursula Zinth orientiert. [28]

Als Licht wird eine elektromagnetische Welle, welche eine Frequenz im optischen Spektrum besitzt, bezeichnet. Um nun Phänomene mit Licht zu erklären sollte die elektromagnetischen Eigenschaften von Licht verstanden werden. Grundlegend hierzu sind die MAXWELL-Gleichungen.

2.1.1. MAXWELL-Gleichungen

Aus dem Bereich der Elektrodynamik sind bereits seit 1864 die MAXWELL-Gleichungen [11] bekannt. Im Folgenden sind diese in der mikroskopisch differentiellen Form aufgeführt.

$$\operatorname{div} \underline{D} = \varrho_{\text{frei}} \quad (2.1.1)$$

$$\operatorname{div} \underline{B} = 0 \quad (2.1.2)$$

$$\operatorname{rot} \underline{E} = -\partial_t \underline{B} \quad (2.1.3)$$

$$\operatorname{rot} \underline{H} = \underline{j} + \partial_t \underline{D} \quad (2.1.4)$$

Dabei ist \underline{D} die elektrische Flussdichte, \underline{B} die magnetische Flussdichte, \underline{E} die elektrische Feldstärke, \underline{H} die magnetische Feldstärke, ϱ_{frei} die freie Ladungsträgerdichte und \underline{j} die Stromdichte. Zwischen den Flussdichten und den Feldstärken gilt für isotrope Medien folgender Zusammenhang:

$$\underline{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \underline{E} \quad (2.1.5)$$

$$\underline{B} = \mu_0 \mu_r \underline{H} \quad (2.1.6)$$

Hierbei ist ε_0 die elektrische Feldkonstante, ε die relative Dielektrizität, μ_0 die magnetische Permeabilitätskonstante und μ_r die relative Permeabilität. Für die allermeisten Fälle in der

Optik, werden ladungsfreie und nicht magnetische Materialien angenommen. Dies erlaubt für spätere Überlegungen folgende Vereinfachungen:

$$\mu_r = 1 \quad \varrho_{\text{frei}} = 0 \quad j = 0 \quad c = \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0 \varepsilon \mu_r}^{-1} \quad (2.1.7)$$

Hierbei ist c die Lichtgeschwindigkeit. Resultierend folgen die vereinfachten MAXWELL-Gleichungen.

$$\operatorname{div} \underline{E} = 0 \quad (2.1.8)$$

$$\operatorname{div} \underline{B} = 0 \quad (2.1.9)$$

$$\operatorname{rot} \underline{E} = -\partial_t \underline{B} \quad (2.1.10)$$

$$\operatorname{rot} \underline{B} = \varepsilon/c^2 \partial_t \underline{E} \quad (2.1.11)$$

2.1.2. HELMHOLTZ-Gleichungen

Aus den MAXWELL-Gleichungen können die HELMHOLTZ-Gleichungen (2.1.12, 2.1.13) hergeleitet werden. (siehe Appendix B.1)

$$\Delta \underline{E} = c^{-2} \partial_t^2 \underline{E} \quad (2.1.12)$$

$$\Delta \underline{B} = c^{-2} \partial_t^2 \underline{B} \quad (2.1.13)$$

Der Einfachheit halber wird im Folgenden nur noch das \underline{E} -Feld betrachtet. Die Gleichung einer ebenen Welle,

$$\underline{E}(\underline{r}, t) = \underline{E}_0 \cos(\omega t - \underline{k} \cdot \underline{r} + \varphi) \quad (2.1.14)$$

ist eine mögliche Lösung für Differenzialgleichung 2.1.12. Dabei ist \underline{E}_0 die maximale Amplitude, t die Zeit, ω die Frequenz, \underline{k} der Wellenvektor, \underline{r} der Ortsvektor und φ die Phasenverschiebung. Dabei trifft die Orientierung von \underline{E}_0 Aussage über die Polarisierung des \underline{E} -Feldes. Das \underline{B} -Feld steht senkrecht dazu. Damit lässt sich die Polarisierung der elektromagnetischen Welle festlegen.

2.1.3. POYNTING-Vektor

Der POYNTING Vektor \underline{S} beschreibt die Energiestromdichte und wird wie folgt definiert:

$$\underline{S}(\underline{r}, t) := \underline{E} \times \underline{H} \quad (2.1.15)$$

$$= \frac{1}{\mu_0} (\underline{E} \times \underline{B}) \quad (2.1.16)$$

$$= \varepsilon_0 c^2 (\underline{E} \times \underline{B}) \quad (2.1.17)$$

Die Intensität I berechnet sich über das zeitliche Mittel des POYNTING-Vektors $\langle |\underline{S}| \rangle$. Berücksichtigt man hierbei die Relation $|\underline{E}| = \frac{c}{n} |\underline{B}|$, führt dies zu folgendem Ausdruck.

$$I = \langle |\underline{S}| \rangle \quad (2.1.18)$$

$$= \varepsilon_0 n c \langle |\underline{E}|^2 \rangle \quad (2.1.19)$$

Setzt man bereits bekannte Wellengleichung 2.1.14 ein, so ergibt sich

$$I = \frac{1}{2} \varepsilon_0 n c |\underline{E}_0|^2 \quad (2.1.20)$$

für die Intensität.

2.1.4. LORENTZ-Oszillatormodell

Der Brechungsindex n ist ein Maß für die Änderung der Lichtgeschwindigkeit in einem Medium relativ der im Vakuum. Er lässt sich durch die Dielektrizitätskonstante $\varepsilon(\omega)$ gemäß dem LORENTZ-Modell, welches von elektrischen Oszillatoren ausgeht herleiten. Hierbei wird davon ausgegangen, dass durch Auslenken der Elektronenhülle eines einzelnen Atoms zu seinem Atomrumpf ein Dipolmoment induziert wird. Dieses wird wieder abgestrahlt und lenkt den nächsten Oszillator aus. Diese Eigenschaft wird von der elektrischen Feldkonstante, bzw. Dielektrizitätskonstante beschrieben. Sie lässt sich durch Lösung der Differentialgleichung für gedämpfte elektrische harmonische Oszillatoren herleiten.

Bildet man nun die Differenz zwischen der Lichtgeschwindigkeit im Vakuum c_{Vak} und der im Medium c_{Med} ergibt sich Aufgrund Gleichung 2.1.7 nur noch eine Abhängigkeit der Dielektrizitätskonstante.

$$\Rightarrow n = \frac{c_{\text{Vak}}}{c_{\text{Med}}} = \sqrt{\varepsilon \mu_r} = \sqrt{\varepsilon} \quad (2.1.21)$$

Aus dem oszillierenden Elektron um den Kern folgt nun für die Dielektrizitätskonstante:

$$\varepsilon(\omega) = 1 + \frac{e^2 N}{\varepsilon_0 m_e} \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 + i\gamma\omega} \quad (2.1.22)$$

Hierbei ist e die Elementarladung, N die Teilchendichte, m_e die Ruhemasse eines Elektrons, ω_0 die Eigenfrequenz des Elektrons und γ die Dämpfungskonstante. Durch geschickte Umformungen und einer TAYLOR-Entwicklung ergibt sich für den Brechungsindex:

$$(\varepsilon - 1) = (n^2 - 1) \xrightarrow{n=1} 2(n - 1) \quad (2.1.23)$$

$$\Rightarrow n \approx 1 + \frac{e^2 N}{2\varepsilon_0 m_e} \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 + i\gamma\omega} \quad (2.1.24)$$

$$n_{\text{Re}} = 1 + \frac{e^2 N}{2\varepsilon_0 m_e} \frac{\omega_0^2 - \omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2 \omega^2} \quad (2.1.25)$$

$$n_{\text{Im}} = \frac{e^2 N}{2\varepsilon_0 m_e} \frac{-\gamma\omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2 \omega^2} \quad (2.1.26)$$

Der Imaginärteil des Brechungsindex ist nur im Bereich der Resonanzfrequenz ω_0 merklich verschieden von Null und wirkt sich allgemein in Form von Lichtabsorption aus.

$$E(z, t) = E_0 \exp[i(\omega t - kz)] \quad (2.1.27)$$

$$= E_0 \exp \left[i\omega t - (i n_{\text{Re}} - n_{\text{Im}}) \frac{\omega z}{c} \right] \quad (2.1.28)$$

$$\Rightarrow I(z) = I(0) \exp[2\omega n_{\text{Im}} z / c] \quad (2.1.29)$$

$$\Rightarrow I(z) = I(0) \exp[-A z] \quad (2.1.30)$$

$$A := \frac{e^2 N}{\varepsilon_0 m_e c} \frac{\gamma\omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2 \omega^2} \quad (2.1.31)$$

Daraus folgt der Absorptionskoeffizient A . Die Lichtintensität bei der Ausbreitung durch ein Medium fällt damit exponentiell mit der Eindringtiefe z ab.

An dieser Stelle sei auch angemerkt, dass Absorptionsfilter in optischen Aufbauten häufig mit *OD* für *optical density* gekennzeichnet sind. Die Intensität nach mehreren solchen Filtern lässt sich wie folgt quantifizieren:

$$I = I_0 \cdot 10^{-(\text{OD}_1 + \text{OD}_2 + \dots)} \quad (2.1.32)$$

OD ist hierbei eine dimensionslose additive Größe.

2.1.5. FRESNELSCHE FORMELN

Zunächst sollte ein Blick auf das Verhalten der elektromagnetischen Welle an Grenzflächen zwischen zweier Medien mit unterschiedlichem Brechungsindex geworfen werden. Diese Randbedingungen können aus den MAXWELL-Gleichungen gefolgert werden und lauten: "Die Tangentialkomponenten von \underline{E} und \underline{H} sowie die Normalkomponenten von \underline{D} und \underline{B} sind stetig."

Im Folgenden wird nur der einfache Fall mit senkrechtem Lichteinfall behandelt, da dies die Geometrie in den durchgeführten Experimenten war. Es gilt:

$$\underline{E}_{0e} + \underline{E}_{0r} = \underline{E}_{0t} \quad (2.1.33)$$

$$\underline{B}_{0e} + \underline{B}_{0r} = \underline{B}_{0t} \quad (2.1.34)$$

Ebenfalls wird aus den MAXWELL-Gleichungen gefolgert:

$$\underline{B}_0 = \omega^{-1}(\underline{k} \times \underline{E}_0) \quad (2.1.35)$$

Aus der Dispersionsrelation 2.1.36 des Wellenvektors folgt:

$$\underline{k}^2 = \frac{n^2 \omega^2}{c^2} \quad (2.1.36)$$

$$\Rightarrow \underline{k}_r = -\underline{k}_e \quad (2.1.37)$$

$$\Rightarrow \underline{k}_t = n_t/n_e \underline{k}_e \quad (2.1.38)$$

Somit ergibt sich neben Bedingung 2.1.33 die zweite Bedingung für das \underline{E} -Feld:

$$n_e(\underline{E}_{0e} - \underline{E}_{0r}) = n_t \underline{E}_{0t} \quad (2.1.39)$$

Durch Umformungen ergeben sich nun die zwei folgenden Gleichungen:

$$\underline{E}_{0r} = \frac{n_e - n_t}{n_e + n_t} \underline{E}_{0e} \quad (2.1.40)$$

$$\underline{E}_{0t} = \frac{2n_e}{n_e + n_t} \underline{E}_{0e} \quad (2.1.41)$$

Damit lassen sich Reflexionskoeffizient \mathbf{R} und Transmissionskoeffizient für die Amplitude der elektromagnetische Welle \mathbf{T} eindeutig bestimmen.

$$\mathbf{R} := \frac{n_e - n_t}{n_e + n_t} \quad (2.1.42)$$

$$\mathbf{T} := \frac{2n_e}{n_e + n_t} \quad (2.1.43)$$

Um nun schlussendlich den Reflexionsgrad ϱ und den Transmissionsgrad τ für die Intensität zu berechnen muss das Betragsquadrat des Koeffizienten gebildet werden. Anschließend wird dies mit dem Brechungsindex des Mediums in dem die Welle einfällt multipliziert und durch den Brechungsindex des Medium in dem die Welle ausfällt dividiert. Dabei gilt $n_e = n_r$. An dieser Stelle wird von einem rein *reellen* Brechungsindex ausgegangen.

$$\varrho = \left(\frac{n_e - n_t}{n_e + n_t} \right)^2 \cdot \frac{n_r}{n_e} = \left(\frac{n-1}{n+1} \right)^2 \quad (2.1.44)$$

$$\tau = \left(\frac{2n_e}{n_e + n_t} \right)^2 \cdot \frac{n_t}{n_e} = \left(\frac{2\sqrt{n}}{n+1} \right)^2 = \left(\frac{2\sqrt{n_e n_t}}{n_e + n_t} \right)^2 \quad (2.1.45)$$

Dabei ist n das Verhältnis aus dem Brechungsindex im transmittierten und einfallendem Medium n_t/n_e .

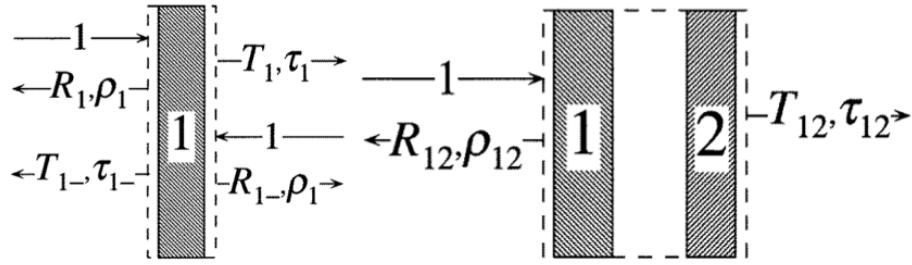


Abbildung 2.2.1.: *links:* Koeffizienten und Grade bei Reflexion sowie Transmission nach einer Grenzschicht, *rechts:* Gleiches für zwei Grenzschichten, [3]

2.2. Kohärente Wellen an mehreren Grenzflächen

Vielfachstreuung in einer Dimension lässt sich anhand der elektromagnetischen Wellengleichung an mehreren Grenzflächen beschreiben. Dabei kommt es zu kohärenten Wellenphänomenen.

Folgende Theorien befassen sich hierbei mit dem eindimensionalen beziehungsweise quasi eindimensionalen Fall in dem die Streuer deutlich größer als die Wellenlänge des Lichts sind. Dadurch gelten die Transmissions- und Reflexionskoeffizienten wie bereits in Kapitel 2.1.5 hergeleitet. Dabei wird von einem Stapel an Glasplatten $N \gg 1$ ausgegangen. Zwischen einer jeden Glasplatte befindet sich ein Luftspalt, dadurch kommt es zu mehreren Reflexions- und Transmissionsvorgängen.

Dabei sagt die inkohärente Strahlentheorie einen $1/N$ Verlauf der Intensität voraus. Diese Theorie trifft jedoch nicht für kohärente Wellen zu, da einige mehrfach reflektierte Wellen, identische Phasen haben und somit konstruktiv interferieren können. Dies wird durch die kohärente Wellentheorie beschrieben. Sind alle Phasen gleichmäßig modulo 2π verteilt, so folgt $\tau^{2N} = \exp\{-2N \log(1/\tau)\}$ als Verlauf. Dabei steht $2N$ für die Anzahl an Oberflächen. Dies konnte bereits experimentell von Referenz [3] gezeigt werden.

2.2.1. Rekursiv addierte Wellengleichung

Um Transportprozesse durch einen Stapel an Glasplatten zu verstehen sollten zunächst die Prozesse zwischen zwei Platten verstanden werden. Dafür eignet sich ein Blick auf die Transmission.

Um die Transmission nach zwei Platten korrekt zu erfassen, müssen zunächst die einzelnen Transmissions- und Reflexionskoeffizienten eindeutig definiert werden. Die Nummern im Index wie in Abbildung 2.2.1 gibt an, welche Platten bereits passiert sind. Ein Minussymbol indiziert einen Strahl der nicht in Propagationsrichtung läuft, sondern in gegenläufiger Richtung. Im Folgenden ist die Propagationsrichtung in x -Richtung definiert. Um den Transmissionskoeffizienten der Amplitude \mathbf{T}_{12} berechnen zu können müssen wie in Abbildung 2.2.1 zu sehen, alle möglichen Pfade die in x -Richtung durch die zweite Plat-

te transmittieren, aufaddiert werden. Hierbei beschreibt $(\mathbf{T}_i/\sqrt{n_i}) \exp(i n_i k x)$ eine Welle welche von \mathbf{T}_i abhängt.

$$\mathbf{T}_{12} = \mathbf{T}_1 \mathbf{T}_2 + \mathbf{T}_1 \mathbf{R}_2 \mathbf{R}_{1-} \mathbf{T}_2 + \mathbf{T}_1 \mathbf{R}_2 \mathbf{R}_{1-} \mathbf{R}_2 \mathbf{R}_{1-} \mathbf{T}_2 + \dots \quad (2.2.1)$$

$$= \mathbf{T}_1 \mathbf{T}_2 \sum_{k=0}^{\infty} (\mathbf{R}_{1-} \mathbf{R}_2)^k \quad (2.2.2)$$

$$= \frac{\mathbf{T}_1 \mathbf{T}_2}{1 - \mathbf{R}_{1-} \mathbf{R}_2} \quad (2.2.3)$$

Da $|\mathbf{R}_{1-} \mathbf{R}_2| < 1$ gilt kann über die geometrische Reihe ein vereinfachter Transmissionskoeffizient \mathbf{T}_{12} berechnet werden.

2.2.2. Inkohärente Strahlentheorie

Sollen viele Platten betrachtet werden so lohnt sich der zunächst naive Ansatz eines inkohärenten Strahls. Im Falle dieses und der Annahme, dass $|\mathbf{R}_{1-}|^2 = |\mathbf{R}_1|^2$ gilt, kann der Transmissionsgrad der Intensität τ auch wie folgt geschrieben werden.

$$\tau_{12} = \frac{\tau_1 \tau_2}{1 - \varrho_1 \varrho_2} \quad (2.2.4)$$

Wird nun weiterhin angenommen dass alle Platten transparent sind und keine Absorptionseffekte auftreten (Gleichung 2.2.5), dann kann Gleichung 2.2.4 umgeformt werden, welche τ_1 und τ_2 in getrennte Terme aufteilt. Nun kann der Term auf N Platten erweitert werden. An dieser Stelle sollte beachtet werden, dass eine Platte zwei Seiten hat, welche sowohl transmittieren wie auch reflektieren können. Weiter steht τ für den, bei allen Seiten gleichen Transmissionsgrad. Der Term $(1 - \tau_2)/\tau_2$ in Gleichung 2.2.6 steht für die $2N$ -te Fläche, wohingegen $1/\tau_1$ iterativ durch den Term für $1/\tau_{2N-1}$ ersetzt wird. Zu beachten ist, dass $1/\tau_0 = 1$ gilt.

$$\tau_1 + \varrho_1 = \tau_2 + \varrho_2 = 1 \quad (2.2.5)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\tau_{12}} = \frac{1}{\tau_1} + \frac{1 - \tau_2}{\tau_2} \quad (2.2.6)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\tau_{1,...,2N}} = \frac{1}{\tau_0} + \frac{1 - \tau_1}{\tau_1} + \frac{1 - \tau_2}{\tau_2} + \dots + \frac{1 - \tau_{2N}}{\tau_{2N}} \quad (2.2.7)$$

$$\Rightarrow \tau_{\text{inkohärent}} = \frac{\tau}{\tau + 2N(1 - \tau)} \quad (2.2.8)$$

Dabei steht $\tau_{\text{inkohärent}}$ für den Transmissionsgrad des ganzen Plattenstapels und ergibt sich als exakte Lösung für inkohärente Strahlen.

2.2.3. Kohärente Wellentheorie

Bisher wurde allerdings eine mögliche Phasenbeziehungen, zwischen einzelnen Photonen, bei der Theorie für viele Platten nicht berücksichtigt. Im Folgenden geschieht dies. Dabei gilt in Ausbreitungsrichtung $0 < x < d$, während d die Dicke des Luftspalts oder der Glasplatte ist und bei $x = d$ eine entsprechende Oberfläche ist.

$$\mathbf{R}_1 = \frac{(n_1 - n_2)}{(n_1 + n_2)} \exp(2i n_1 k d) \quad (2.2.9)$$

$$\mathbf{T}_1 = \frac{2\sqrt{n_1 n_2}}{(n_1 + n_2)} \exp(i n_1 k d) \quad (2.2.10)$$

Wird die Phase der Welle bei der Transmission von \mathbf{T}_{12} berücksichtigt, führt dies zum Ausdruck 2.2.12, für welchen auch gleich allgemein Gleichung 2.2.13 gilt. Jedoch sollte hierfür Bedingung 2.2.11 erfüllt sein, was jedoch im Folgenden als erfüllt anzusehen ist. Δd ist dabei das quadratische Mittel von d , heißt die ausreichende Variation der Schichtdicken ermöglicht eine gleichmäßige Verteilung der Phase $\Phi = n_1 k d$ modulo 2π .

$$\Delta d \gg \frac{\pi}{n_1 k} = \frac{\lambda}{2n_1} \quad (2.2.11)$$

$$\mathbf{T}_{12} = \frac{|\mathbf{T}_1|^2 |\mathbf{T}_2|^2}{|1 - |\mathbf{R}_{1-} \mathbf{R}_2| \exp(i\Phi)|^2} \quad (2.2.12)$$

$$\langle f(|\mathbf{T}_{12}|^2) \rangle = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f \left(\frac{|\mathbf{T}_1|^2 |\mathbf{T}_2|^2}{|1 - |\mathbf{R}_{1-} \mathbf{R}_2| \exp(i\Phi)|^2} \right) d\Phi \quad (2.2.13)$$

Wird nun $f(u) = \ln(u)$ nach Anderson [1] gewählt, ergibt sich:

$$\langle \ln(|\mathbf{T}_{12}|^2) \rangle = \ln(|\mathbf{T}_1|^2) + \ln(|\mathbf{T}_2|^2) + \frac{(-2)}{2\pi} \operatorname{Re} \left(\int_0^{2\pi} \ln(1 - |\mathbf{R}_{1-} \mathbf{R}_2| \exp(i\Phi)) d\Phi \right) \quad (2.2.14)$$

Dies hat auch den Vorteil, dass starke Fluktuationen in der Transmission nicht so stark ins Gewicht fallen. Da $|\mathbf{R}_{1-} \mathbf{R}_2| < 1$ gilt, verschwindet das Integral und der Ausdruck vereinfacht sich zu:

$$\langle \ln(|\mathbf{T}_{12}|^2) \rangle = \ln(|\mathbf{T}_1|^2) + \ln(|\mathbf{T}_2|^2) \quad (2.2.15)$$

$$= 2 \ln(|\mathbf{T}_1| \cdot |\mathbf{T}_2|) \quad (2.2.16)$$

Damit ist Term 1 von Term 2 in Gleichung unabhängig und es kann wie in Gleichung 2.2.7 iterativ erweitert werden. Da der Glasplattenstapel aus N gleichen Platten mit $2N$ Oberflächen besteht, haben auch alle Transmissionsgrade den selben Wert $\tau_s = \tau$.

$$\langle \ln(|\mathbf{T}_{12\dots 2N}|^2) \rangle = \ln(\tau_1 \cdot \dots \cdot \tau_{2N}) \quad (2.2.17)$$

$$\tau_{12\dots 2N} = \exp \langle \ln(|\mathbf{T}_{12\dots 2N}|^2) \rangle = \exp \left(\ln \left(\prod_{s=1}^{2N} \tau_s \right) \right) \quad (2.2.18)$$

$$\tau_{\text{kohärent}} = \exp(-2N \ln(1/\tau)) \quad (2.2.19)$$

$$\ln(\tau_{\text{kohärent}}) = -2N \ln(1/\tau) \quad (2.2.20)$$

Multiple Reflexionen sind in dieser Formel berücksichtigt, löschen sich allerdings aus. Auch schwache Absorption wird durch Gleichung 2.2.19 berücksichtigt. Dabei sollte Bedingung 2.2.21 erfüllt sein, was wiederum durch 2.2.11 gewährleistet ist.

$$\bar{d} \ll \frac{\pi}{k \operatorname{Im}(n)} = \frac{\lambda}{2 \operatorname{Im}(n)} \quad (2.2.21)$$

$$2 \ln \left(\frac{1}{\tau} \right) = 2k \bar{d} \operatorname{Im}(n) + \ln \left(\frac{(n+1)^4}{16 n^2} \right) \quad (2.2.22)$$

$$\Rightarrow \tau_{\text{kohärent}} = \left(\frac{4n}{(n+1)^2} \right)^{2N} \cdot e^{-2Nk \bar{d} \operatorname{Im}(n)} \quad (2.2.23)$$

$$\ln(\tau_{\text{kohärent}}) = -2N \ln \left(\frac{(n+1)^2}{4n} \right) - 2Nk \bar{d} \operatorname{Im}(n) \quad (2.2.24)$$

Damit ergibt sich ein linearer Abfall für $\ln(\tau_{\text{kohärent}})$ im Gegensatz zu $\ln(\tau_{\text{inkohärent}})$ welcher näherungsweise logarithmisch fällt.

Dieses Ergebnis irritiert zunächst, da es augenscheinlich keinen Unterschied zwischen dem Mitteln über zufällige Phasen und einer inkohärenten Betrachtung geben sollte.

2.2.4. Verbindung zur ANDERSON Lokalisation

Ursprünglich wurde die Lokalisierung von PHILIP WARREN ANDERSON im Jahr 1958 [2] für Elektronen postuliert. Dabei werden Elektronen gemäß der Quantenmechanik als Wellen betrachtet. Diese bewegen sich durch ein zufällig arrangiertes Medium. Diese Diffusion fällt exponentiell ab, sobald eine ausreichende Konzentration an Störstellen erreicht wird. Angenommen ein Elektron nimmt einen zufälligen Weg durch mehrfache Streuung an Störstellen. Kommt es dabei wieder an den Ausgangspunkt zurück, so kann es mit einem weiteren Elektron konstruktiv interferieren, welches den selben Pfad in Zeit umgekehrter Richtung durchlaufen ist und die selbe Phase gesammelt hat wie erstes Elektron. Dies führt zu einer erhöhten Wahrscheinlichkeit des Elektrons an ihren Ausgangspunkt zurückzukehren, was zu einem Halt der Diffusion führt.

Kriterium für die ANDERSON Lokalisation ist die endliche Rückkehrswahrscheinlichkeit zum Ausgangspunkt im *random walk* Modell. Um diese in drei Dimensionen zu gewährleisten muss das IOFFE-REGEL-Kriterium 2.2.25 erfüllt sein. Aus der Wellenzahl k und der mittleren freien Weglänge, also der mittleren Länge zwischen zwei Streuevents, folgt die Relation

$$k \cdot \ell^* \leq 1. \quad (2.2.25)$$

In weniger Dimensionen ist bereits ein ausreichend großes Probenvolumen $N \gg 1$ Bedingung genug um Lokalisation betrachten zu können.[27]

Das Prinzip der ANDERSON Lokalisierung gilt für alle kohärenten physikalischen Wellen, nicht nur für Elektronen, sondern auch wie bereits gezeigt für Photonen oder auch für Schallwellen.

2.2.5. Intensitäts Statistik

Wenn kohärentes Licht in drei Dimensionen, mit einer ausreichend großen Kohärenzlänge, auf mehrere Streuer trifft, so entsteht ein sogenanntes *speckle* Muster, eine Granulierung der Intensitätsverteilung. Das *speckle* Muster entsteht dabei durch Interferenzen von verschiedenen Weglängen durch die verschiedenen Medien. In einer Dimension müssen diese unterschiedliche Weglängen über die Zeit variiert werden. Die einzeln messbaren Intensitäten I_n lassen sich, aufgrund der Ergodizität der *speckle*, ebenso mit statistischen Mitteln quantifizieren.

Zunächst kann dieses über den Mittelwert der transmittierten Intensität $\langle I \rangle$ geschehen. Wird dieser Wert noch durch die Eingangsintensität I_0 normiert, so ergibt sich der Mittelwert der Transmission $\langle \tau \rangle$. Aus der Elektronik ist der Leitwert g , oder auch Konduktivität, bekannt. Dessen Mittelwert $\langle g \rangle$ ist äquivalent zu dem der Transmission der Intensität $\langle \tau \rangle$ [3, 22].

$$\langle I \rangle = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^N I_n \quad (2.2.26)$$

$$\langle \tau \rangle = \langle I/I_0 \rangle = \langle I \rangle / I_0 \quad (2.2.27)$$

$$\langle \tau \rangle = \langle g \rangle \quad (2.2.28)$$

Um nun den Abfall der Transmission besser quantifizieren zu können wird später auch mit dem natürlichen Logarithmus des Leitwerts gerechnet.

$$\ln(g) = \ln(I) - \ln(I_0) \quad (2.2.29)$$

$$\langle \ln(g) \rangle = \left(\frac{1}{N} \sum_{n=0}^N \ln(I_n) \right) - \ln(I_0) \quad (2.2.30)$$

Wie bereits in Kapitel 2.2.3 erwähnt, werden hierdurch starke Fluktuationen, wie sie bei der ANDERSON Lokalisierung zu erwarten sind, nicht so sehr gewichtet. Im Falle der Lokalisierung wird ein exponentieller Abfall erwartet [27].

Allein die Konduktivität zu betrachten reicht allerdings nicht um die ANDERSON Lokalisierung zu beschreiben. Der zu erwartende exponentielle Abfall kann auch auf Absorptionseffekte zurückgeführt werden und kann deshalb fehlinterpretiert werden. Deshalb wird im Folgenden auch mit der Varianz der normierten Intensität ein Maß für die Fluktuationen gerechnet.

$$\text{Var}\left(\frac{I}{\langle I \rangle}\right) = \left\langle \left(\frac{I}{\langle I \rangle} - \left\langle \frac{I}{\langle I \rangle} \right\rangle \right)^2 \right\rangle \quad (2.2.31)$$

$$= \left\langle \frac{I^2}{\langle I \rangle^2} \right\rangle - \left\langle \frac{I}{\langle I \rangle} \right\rangle^2 \quad (2.2.32)$$

$$= \langle I^2 \rangle / \langle I \rangle^2 - 1 \quad (2.2.33)$$

$$= \text{Var}(I) / \langle I \rangle^2 \quad (2.2.34)$$

Die normierte Varianz der Intensität ist ein Maß für die Lokalisierung, wie auch in Abbildung 2.2.2 a zu sehen ist. Dieses wurde bereits von Referenz [10] theoretisch begründet, ebenso wie der Lokalisationsparameter g' . Dieser hat zur Voraussetzung, dass die Absorptionslänge deutlich größer als die Probenlänge L ist. Die Lokalisationslänge ξ beschreibt eine Länge ab der die Probenlänge lang genug ist, sodass es zur ANDERSON Lokalisierung kommt. Sie wird über die Abfallskonstante aus $\langle g \rangle \sim \exp(-N/2\xi)$ berechnet.

$$\xi/L = \langle g \rangle \quad (2.2.35)$$

$$\Rightarrow g' = 1 \quad (2.2.36)$$

Erst wenn $\xi \leq L$ gilt, kann von ANDERSON Lokalisierung gesprochen werden.

Aus Referenz [10] ist ebenfalls bekannt, dass für die normierte Varianz der Intensität gilt:

$$\text{Var}(I/\langle I \rangle) = \frac{4}{3g} + 1 \quad (2.2.37)$$

Wird hierbei der Lokalisationsparameter eingesetzt. So ergibt sich für die Varianz:

$$\text{Var}(I/\langle I \rangle) \geq 7/3 \quad (2.2.38)$$

Dieser hat den Vorteil, dass er nicht als Absorption fehlinterpretiert werden kann. Liegt die normierte Varianz der Intensität über den $7/3$ so wird von Lokalisierung gesprochen, ist er kleiner so von Diffusion, wie auch in Abbildung 2.2.2 zu erkennen ist. Weiterhin sind in Abbildungsteil b und c zwei *speckle*-Muster, einmal aus dem diffusiven Bereich (b) und einmal aus dem lokalisierten Bereich (d), zu sehen. Die Daten wurden mit dem Versuchsaufbau aus (c) gemessen. [10, 5, 15]

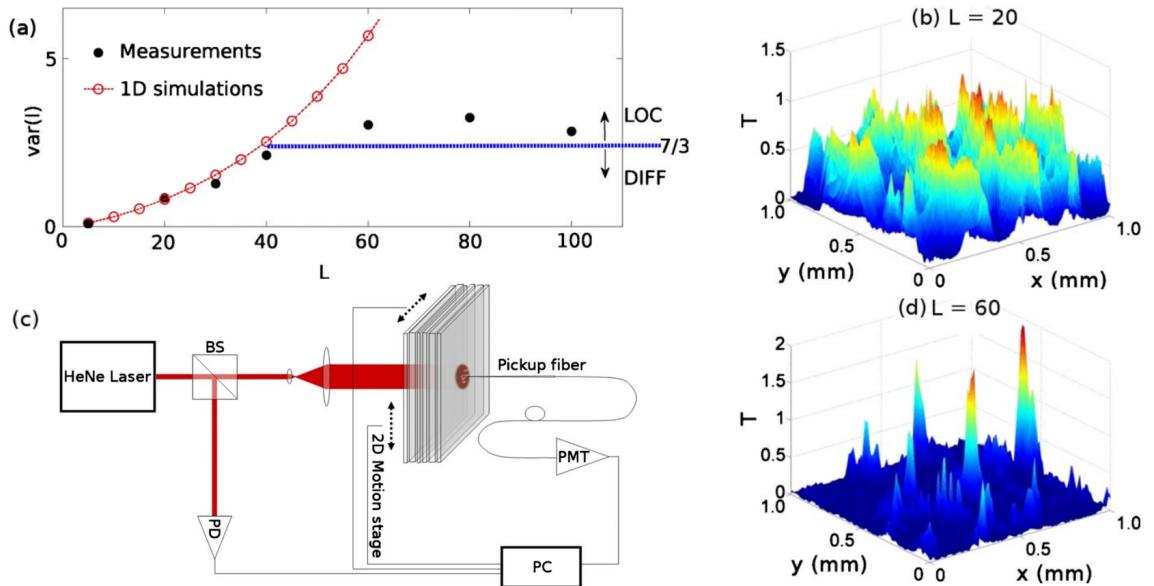


Abbildung 2.2.2.: In a) ist die normierte Varianz $\text{Var}(I)$ über der Anzahl der Platten L aufgetragen. Ebenfalls ist der Lokalisationsparameter von $7/3$ eingetragen. Die Roten Kreise sind Ergebnisse der Simulation eines perfekt eindimensionalen Glasplattenstapels. Die schwarzen Punkte sind einem quasi eindimensionalen System (c) gemessen. b) und d) zeigen Transmissionsverteilungen bei 20 bzw. 60 Platten. Nicht nur der Durchmesser eines *speckles* verkleinert sich, sondern auch die Fluktuationen in der Intensität werden stärker. c) zeigt den Versuchsaufbau. Hierbei wird eine Glasfaser in die Mitte des aufgeweiteten Laserstrahls gehalten. Die Platten lassen sich senkrecht zum Laserstrahl bewegen. Dies ermöglicht eine Raster-Messung aus der Graphen b) und d) resultieren. [15]

2.3. FARADAY-Effekt und das Prinzip der Reziprozität

Nachfolgend wird der FARADAY-Effekt vorgestellt [19, 7]. Dieser soll die ANDERSON Lokalisierung manipulieren, indem er die nötige konstruktive Interferenz auf wechselseitigen Pfaden auflöst.

2.3.1. FARADAY-Effekt

Auf phänomenologischem Wege dreht der FARADAY-Effekt die Schwingungsebene einer linear polarisierten Welle um den Winkel ϑ .

$$\vartheta = V L \cdot |\underline{B}| \cos(\varphi) \quad (2.3.1)$$

Dabei beschreibt $|\underline{B}| \cos(\varphi) = (\underline{B} \cdot \underline{k})/|\underline{k}|$ die Projektion von dem angelegten Magnetfeld \underline{B} auf den Wellenvektor \underline{k} und L die im Medium, mit der VERDET-Konstante V , zurückgelegte Strecke. Da im Folgenden das Magnetfeld parallel oder antiparallel zur Propagationsrichtung angelegt ist, ändert der Kosinusterm nicht den Betrag, sondern lediglich das Vorzeichen.

Eine linear polarisierte elektromagnetische Welle kann auch als zwei, rechts und links drehende, polarisierte Wellen dargestellt werden. Es wird auch von positiver oder negativer Helizität gesprochen. Diese zwei Wellen \underline{E}_\pm bewegen sich mit verschiedenen Geschwindigkeiten c/n_\pm durch das Medium. Dieser Unterschied in den Brechungsindizes wird durch das angelegte Magnetfeld verursacht. Dies führt zu der zu Gleichung 2.3.1 äquivalenten Formel:

$$\vartheta = \frac{\omega}{2c} (n_-(\omega) - n_+(\omega)) L \quad (2.3.2)$$

Eine präzisere Formulierung von BECQUEREL gibt den Grund für den FARADAY-Effekt. Wird ein Atom mit freien Elektronen im LORENTZ-Oszillator Modell (Kapitel 2.1.4) betrachtet so sind elektrische Dipol-Oszillationen in drei Freiheitsgraden möglich, zwei zirkulare Freiheitsgrade, sowie eine linearer senkrecht dazu.

Eine lineare Oszillation parallel zu einem angelegten Magnetfeld wird von der LORENTZ-Kraft nicht beeinflusst. Anders sieht es mit zirkularen Oszillationen senkrecht zum Magnetfeld aus. Hierbei wird eine Drehung beschleunigt, die andere verlangsamt. Dies bewirkt eine ZEEMAN-Aufspaltung von $\pm \Delta\omega_{ZEEMAN} = \mu_B B/\hbar$ mit dem BOHRschen Magneton $\mu_B = e\hbar/2m$. Für die Resonanzfrequenz des Elektrons gilt $\omega_\pm = \omega_0 \pm \omega_L$; die LAMOR-Frequenz ist $\omega_L = eB/2m$.

Weiterhin kann aus dem Modell des LORENTZ-Oszillators gefolgert werden, dass gilt:

$$n_- - n_+ = \frac{Ne^3}{nm^2\varepsilon_0} \frac{\omega B}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2} \quad (2.3.3)$$

$$\Rightarrow \vartheta = \frac{Ne^3}{2nm^2\varepsilon_0} \frac{\omega^2 BL}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2} \quad (2.3.4)$$

$$\Rightarrow V = \frac{Ne^3}{2nm^2\varepsilon_0} \frac{\omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2} \quad (2.3.5)$$

Für kleine LAMOR Frequenzen, kann die FARADAY-Rotation auch wie folgt über die Dispersionsrelation ausgedrückt werden:

$$\vartheta = \frac{\omega_L}{c} L \omega \frac{dn}{d\omega} \quad (2.3.6)$$

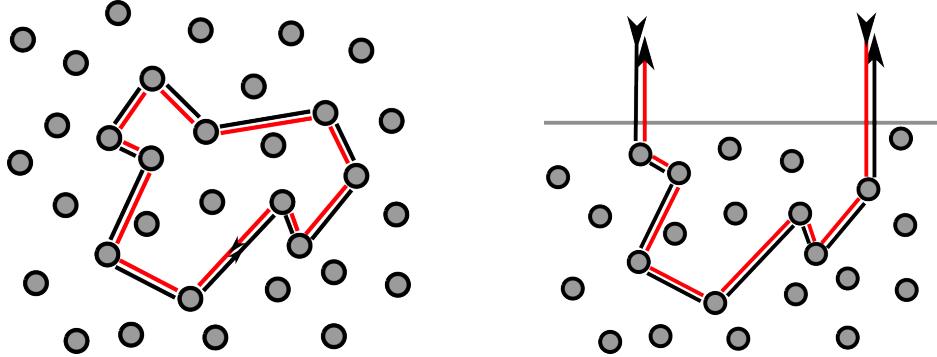


Abbildung 2.3.1.: Schema links: ANDERSON Lokalisierung, rechts: Kohärente Rückstreuung, [19]

Damit gilt für die VERDET-Konstante:

$$V = \frac{e}{2mc} \omega \frac{dn}{d\omega} \quad (2.3.7)$$

Diese ist Abhängig von der Wellenlänge, sowie der Dispersionsrelation des Brechungsindex.

2.3.2. Phasenmanipulation durch das Prinzip der Reziprozität

Ziel ist es Mithilfe des FARADAY-Effekt die nötige Phasenbeziehungen für kohärente Wellenphänomene zu stören. Durch gestörte Phasenbeziehungen werden veränderte Interferenzen und damit auch Änderungen in Leitwert und in der Varianz des Leitwerts erwartet.

In drei Dimensionen konnte dies schon für den kohärenen Rückstreuekonus (*coherent backscattering cone*) gezeigt werden [18, 25, 24].

Das zugrunde liegende physikalische Prinzip für den kohärenten Rückstreuokonus gleicht dem der ANDERSON Lokalisierung. Deshalb wird sie auch oftmals *schwache Lokalisierung* genannt. Wie in Abbildung 2.3.1 zu sehen, wird wie bei der ANDERSON Lokalisierung von einem zufälligen Pfad durch das Medium ausgegangen. Im Gegensatz dazu kehrt die Welle jedoch nicht zu dem selben Ausgangspunkt zurück, sondern verlässt das Medium in selber Richtung, wie sie bereits eingefallen ist. Die nun zu messende Intensität ist ähnlich dem eines Doppelpaltes. Dabei überlagern sich Interferenz-Muster eines jeden möglichen Pfades, wie bei einem Doppelpalt mit variierenden Spaltabstand. Die dadurch entstehende Intensitätsverteilung ist in Abbildung 2.3.2 zu sehen.

Ebenfalls konnte Referenz [4] zeigen, dass auch in einer Dimension die Manipulation der Phasenbeziehung durch den FARADAY-Effekt für den kohärenten Rückstreuokonus funktioniert. Nun soll Mithilfe des FARADAY-Effekts das Prinzip der Reziprozität ausgenutzt werden. Hierbei wird bei Hin- oder Rückrichtung der Polarisationswinkel gleich weiter gedreht. Wird nun der wechselseitige Pfad durchlaufen wird der Winkel nicht zurückgedreht, sondern ebenfalls in die gleiche Richtung. Damit wird die Zeit-Umkehr Symmetrie zerstört.

Wie in Abbildung 2.3.3 zu sehen, sollten nun wechselseitige Hin- und Rückrichtung in einer Dimension die Polarisation gleichermaßen verkippen. Demnach bleibt unklar wie sich die ANDERSON Lokalisation in einer Dimension verhält.

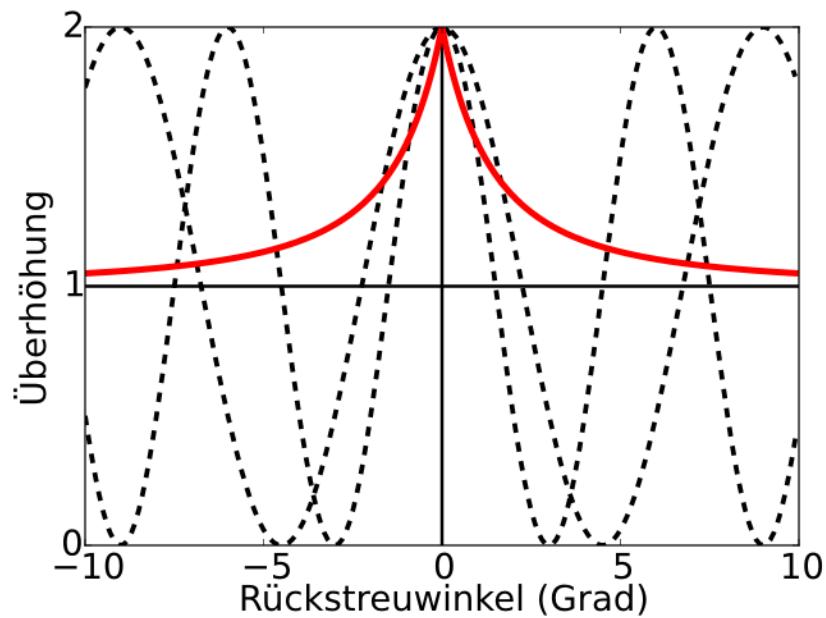


Abbildung 2.3.2.: Überlagerung der kohärenten Rückstreuinterferenzmuster zum Rückstreukonus. Zeichnung von *Lukas Schertel*.

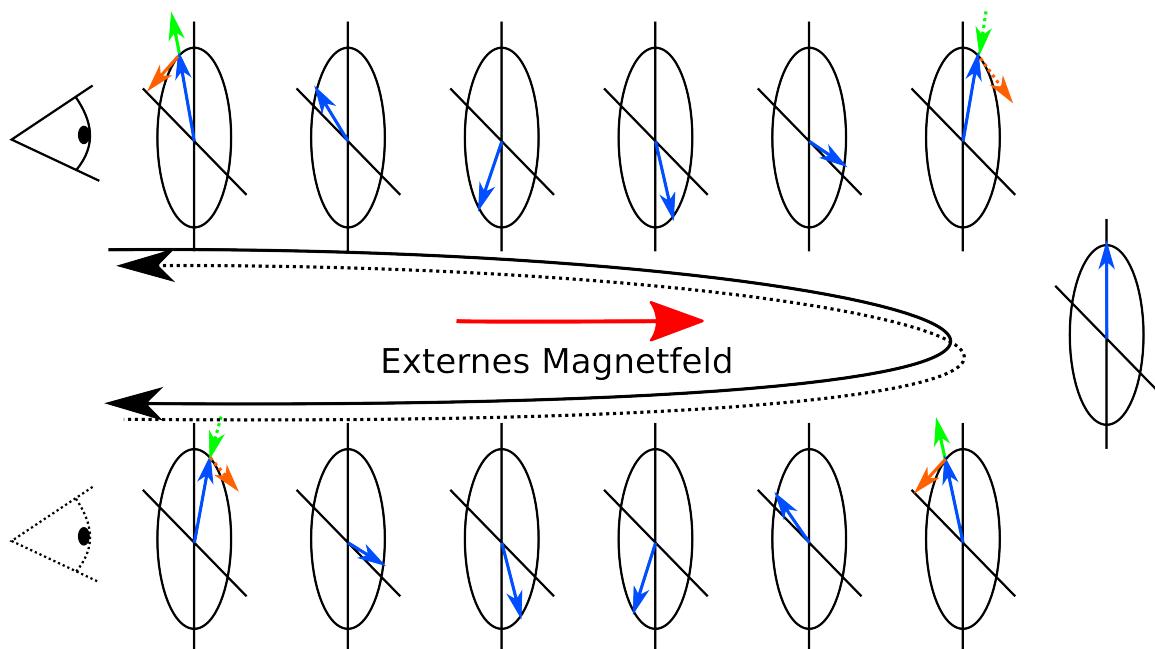


Abbildung 2.3.3.: Zu sehen ist der Weg eines Lichtstrahls von links nach rechts und zurück, sowie der gestrichelte wechselseitigen Pfad, durch ein FARADAY aktives Medium. Die Drehrichtung der zirkularen elektromagnetischen Welle wird bei der Reflexion (rechts) nicht beeinflusst. Das Magnetfeld geht von links nach rechts durch die Abbildung hindurch. Abbildung von *Geoffroy Aubry*.

3. Versuchsaufbau

Die grundsätzliche Versuchsidee ist es, einen sehr dünnen kollimierten Laserstrahl durch mehrere Glasplatten zu schicken. Der Abstand zwischen den Platten soll währenddessen variiert werden. Zunächst wurde dies mit Piezokristallen bewerkstelligt, anschließend wurden die Glasplatten gedreht.

Die dafür verwendeten Glasplatten sind vom Typ *SF 57* der Firma Schott, scheibenförmig mit einem Durchmesser von 25 mm und einer Dicke von 1,5 mm. Damit besitzen sie einen Brechungsindex von $n = 1.8396$ und eine VERDET-Konstante von $V(633 \text{ nm}) = 21.8 \text{ rad/T}$ [26]. Die Gleichung

$$V(\lambda) = \frac{\pi}{\lambda} \frac{n^2(\lambda) - 1}{n(\lambda)} \left(A + \frac{B}{\lambda^2 - \lambda_0^2} \right) \quad (3.0.1)$$

und die Materialparameter $\lambda_0 = 161.7 \text{ nm}$, $A = 16.7417 \cdot 10^{-7} \text{ rad/T m}$ und $B = 6.7168 \cdot 10^{-19} \text{ m}^2 \text{ rad/T}$ ergeben eine VERDET-Konstante von $V(532 \text{ nm}) = 32.82 \text{ rad/T m}$ [26]. Wohingegen die experimentell, durch die Steigung in Grafik 3.0.1, bestimmte VERDET-Konstante bei $V(532 \text{ nm}) = 31,0(1) \text{ rad/T m}$ liegt. In der Grafik sind die Messwert, sowie die zugehörige lineare Anpassung, aus deren Koeffizient die VERDET-Konstante bei 532 nm bestimmt wurde.

Die experimentelle und theoretische VERDET-Konstante stimmen relativ gut überein, jedoch wurde bei der theoretischen Abschätzung die Dispersionsrelation für den Brechungsindex vernachlässigt. Ebenso sollte in Betracht gezogen werden, dass kommerziell vertriebene Gläser, bedingt durch ihre Herstellung, Schwankungen der optischen Materialeigenschaften, aufweisen können.

Als Probenhalter diente ein Hohlzylinder aus Aluminium, wie in Abbildung 3.0.2 und 3.3.4 zu sehen ist. Dieser ermöglicht eine räumliche Fixierung der Platten und ein Durchkommen für den Laser. Das Einsetzen oder Herausnehmen der Platten erfolgt durch ab- und anschließendes anschrauben einer der beiden Zylinderwände.

3.1. Variation der Glasplattenabstände durch Piezokristalle

Der Versuchsaufbau wie in Abbildung 3.1.1 schematisch zu sehen, ist konzipiert, einen kollimierten Laserstrahl durch einen Stapel an Glasplatten laufen zu lassen und mit einer Photodiode zu messen. Um wirklich nur das Licht aus einem *speckle* zu bekommen wurde ein sogenanntes *pinhole* hinter den Glasplatten eingebaut. Vor dem *pinhole* wurde ein Linearpolarisator verbaut um in der Polarisierung verkippte Strahlen zu filtern. Gemessen wird mit einer herkömmlichen Photodiode. Würde mit der Photodiode das Licht von mehreren *speckles* gemessen würde das die Photonenstatistik durch Mittlung kaputt machen.

Um verschiedene Wegstrecken zwischen den Glasplatten zu erreichen wurden zwei ringförmige Piezoelemente verwendet. Diese haben einen Hub von bis zu $2 \mu\text{m}$ und gewährleisten, dass der Laserstrahl durch sie hindurch kommt. Die Piezoringe [16] wurden durch

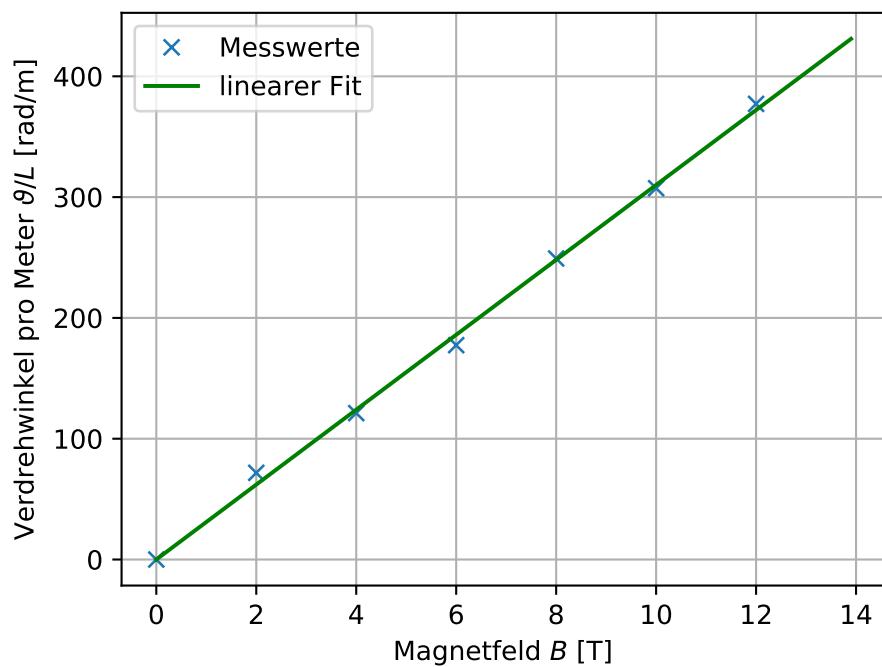


Abbildung 3.0.1.: Experimentelle Bestimmung der VERDET Konstanten. Abbildung zeigt den Verdrehwinkel in Radian über dem Magnetfeld in Tesla an einer Glasplatte. Werte von *Lukas Schertel* übernommen. Programmcode ist unter A.2 zu finden.

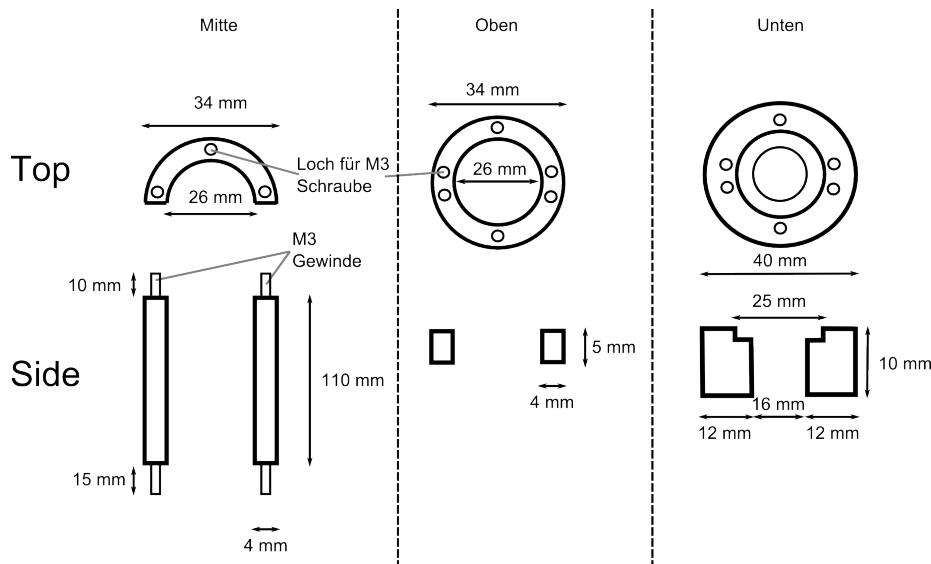


Abbildung 3.0.2.: Probenhalter, technische Zeichnung von *Lukas Schertel*.

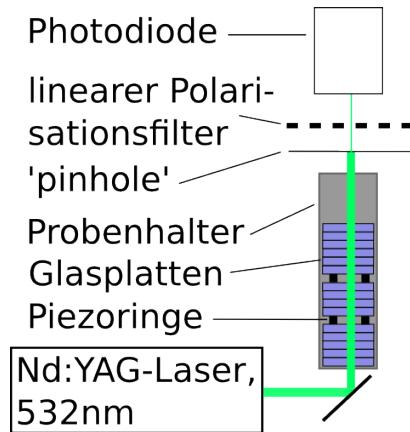


Abbildung 3.1.1.: *schematisch*: Versuchsaufbau zur Variation der Glasplattenabstände mit Piezokristallen

einen Piezotreiber, einem Vorverstärker und einem Redpitaya mit sinusförmiger Spannung von -10 bis 120 V versorgt. Im Verlaufe der Messungen wurde der Redpitaya [14] inklusive dem Vorverstärker durch einen herkömmlichen Frequenzgenerator ersetzt. Um die Piezoelemente ausreichend zu überwachen wurde die Oszillator Funktion des Redpitaya sowie ein herkömmlicher Oszillator genutzt.

Durch eine geringe Phasendifferenz der Antriebsspannungen zwischen den beiden Piezoelementen wird gewährleistet, dass bei ausreichend langer Messung alle Längenkonfigurationen der beiden Elemente eingestellt werden. Um ausreichend lange zu messen, sollte mindestens einmal 2π der Schwebung durchlaufen sein. Außerdem sollte die Schwebungsfrequenz ausreichend gering sein, um das zeitliche Auflösungsvermögen der Photodiode auszunutzen.

Der zum Einsatz gekommene Laser ist ein *Verdi V2* Laser [6] welcher kommerziell von *Coherent* vertreibt. Er strahlt dabei grünes Licht der Wellenlänge von $\lambda = 532$ nm mit einer Leistung zwischen $P = 0.01$ W und $P = 2.2$ W ab.

Das Problem an diesem Aufbau ist die nicht ausreichende Photonenstatistik. Für eine bessere Statistik müsste über viele Konfigurationen an Plattenabständen gemessen werden. Dies scheint mit einfacherem Drehen des Versuchsaufbau schon weiter verbessert, während sich eine Verbesserung durch mehr Piezokristalle komplizierter gestaltet. Dem liegt zugrunde, dass die Glasplatten auf der Skala der Wellenlänge eben nicht flach sind.

3.2. Variation der Glasplattenabstände durch Drehen

Um den vorherigen Versuchsaufbau weiter zu verbessern, wurde *pinhole* und Photodiode durch eine CCD-Kamera ersetzt. Damit wurde nicht nur ein Punkt in einem Speckle gemessen, sondern die gesamte Intensitätsverteilung. Die CCD-Kamera von *imaging source* [21] kann $1920 \cdot 1200$ Pixel auflösen, bei einer Pixelgröße von $5.86 \cdot 5.86 \mu\text{m}$. Aufgrund der geringen Datenübertragung zwischen Kamera und PC konnten nur 5 Bilder pro Sekunde aufgenommen werden. Diese wurden im 16 bit Format abgespeichert, obwohl die Kamera nur eine 12 bit Datentiefe unterstützt. Diese CCD-Kamera funktioniert trotz starker Magnetfelder. Die Belichtungszeit wurde mit 10^{-4} s so gering wie möglich gewählt um einem Mitteln durch die Drehbewegung entgegenzuwirken.

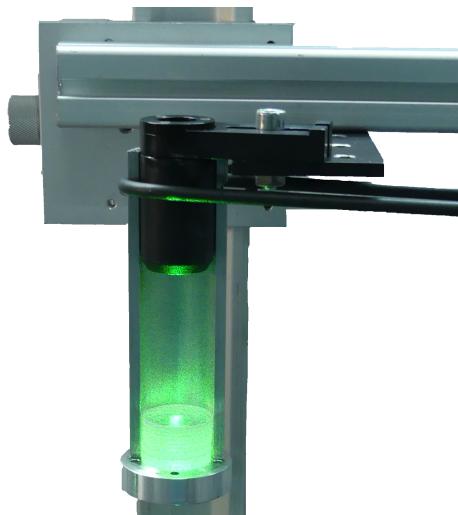


Abbildung 3.2.1.: In der Bildmitte zusehen, ist der senkrechte Strahlengang, sowie der modifizierte Probenhalter aus Aluminium mit eingelegten Glasplatten. Rechts außerhalb des Bildes befindet sich ein Motor, über den der Probenhalter gedreht wird.

Um ausreichende Statistik zu führen wurde der Probenhalter aus Aluminium im Strahlengang fixiert und drehbar gelagert. Ebenfalls wurde ein Motor angebracht, der den Probenhalter Mithilfe eines Gummiring und einer Führungsrinne dreht. Ebenfalls wurde ein Loch in den Probenhalter gebohrt um die zweckentfremdete optische Halterung anzuschrauben. Mit einem Tropfen Nähmaschinenöl konnte die reibungsfreie Drehung der Halterung gewährleistet werden. Im Gegensatz zu Abbildung 3.2.1 wird der Zylinder beidseitig geschlossen und verschraubt. Der obere Ring fehlt, ebenso wie der oberste Millimeter der Zylinderwände.

3.3. Drehversuch im Magnet

Da der Versuch im Magnetfeld wiederholt werden soll, ist wie schematisch in Abbildung 3.3.1 zu sehen, der speziell von der Firma *Oxford Instruments* entwickelte, supraleitende Magnet neu im Aufbau. Dieser ist sowohl durch Helium als auch durch Stickstoff gekühlt und durch mehrere Isoliervakua geschützt. Dabei wird die supraleitende Spule aus einer Legierung von Nb Ti und Ni₃ Sn auf die Flüssigtemperatur von Helium gekühlt. Dadurch kann in der Bohrung ein Magnetfeld mit bis zu 18 T Stärke erzeugt werden. Dieses kann konstant gehalten werden oder langsam variiert werden. Aus der technischen Zeichnung des Magneten geht hervor, das die Bohrung einen Durchmesser von 40 mm hat und in 877 mm Tiefe, die maximale Feldstärke hat.

Der Probenhalter für die Glasplatten ist aus Plastik und die Schrauben aus Messing gefertigt, bei denen die oberen Schrauben am Kopf kleiner gedreht sind. Dieser Probenhalter wurde in einem Probenstab positioniert. Mithilfe eines Gummiring ist der Probenhalter in einer Rinne des Stabs geklemmt. Der Probenstab hat einen Durchmesser von 40 mm und gewährleistet, dass die Glasplatten in einer Tiefe von 877 mm, wie aus der technischen Zeichnung des Magneten hervorgeht, positioniert sind. Wie auch in Abbildung 3.3.2 zu sehen, ist ebenfalls eine große Antriebscheibe mit Durchmesser 200 mm angeklebt. An der Antriebsscheibe ist eine Fahrrinne eingefräst, für einen weiteren Gummiring, welcher

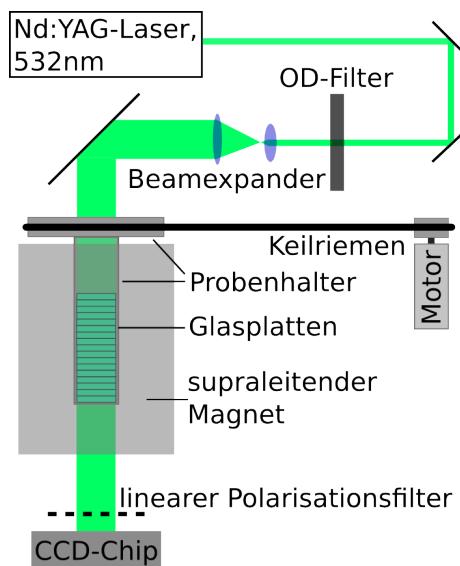


Abbildung 3.3.1.: schematisch: Drehversuch im Magneten

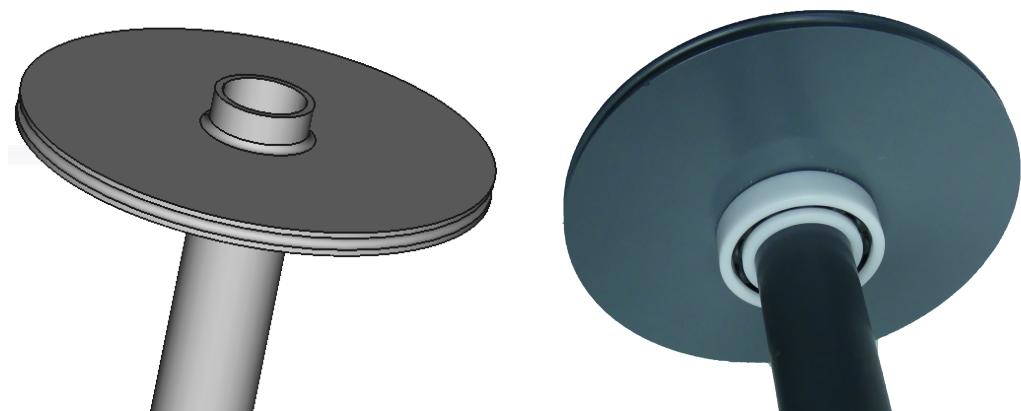


Abbildung 3.3.2.: links: Dreidimensionale Ansicht der technischen Zeichnung,
rechts: angefertigte Probenstab mit weißem Plastikkugellager [9] (Innen-
durchmesser: 40 mm) mit Glaskugeln der Firma *igus*.

von einem entfernten Motor angetrieben wird. Dieser Motor ist zweimal im Verhältnis 1/7 unterersetzt und läuft mit 3.2 V unterhalb des empfohlenen Spannungsbereich um eine möglichst langsame Drehung der Antriebsscheibe zu ermöglichen. Um Reibungskräfte und eine effektive Wirbelstrombremse zu verhindern wurde ebenfalls ein Kugellager aus Plastik mit Glaskugeln verbaut. Durch das Kugellager, hat sich der Stab effektiv um 20 mm verkürzt, um dies auszugleichen wird ein Abstandsring, wie in 3.3.4 zu sehen, benutzt. Das Kugellager liegt auf einer weiteren auf dem Magnet verschraubten Plastikplatte auf. Das ermöglicht ein leichtes Herausnehmen des Probenstabs.

Zu Beachten ist an dieser Stelle, dass der Magnet innerhalb der Bohrung Temperaturen um 0°C hat und während des Versuchs eine Druckluft Lüftung betrieben sein muss. Aufgrund der Luftfeuchtigkeit beschlagen andernfalls die Glasplatten und die Bohrung vereist. Ebenso sind stündliche Pausen von 15 min einzulegen. Andernfalls kühlen die Glasplatten soweit ab, dass sie beschlagen und weitere Experimente durch Trocknungs- und Reinigungsarbeiten unterbrochen werden müssen.

Zunächst wurde ein optischer Aufbau mit dem *Verdi V2* Lasers aufgebaut. Um die Leistung feiner als in 10 mW Schritten einstellen zu können und da der CCD-Chip deutlich schneller gesättigt ist, wurde ein OD Filter verwendet, wie in Abschnitt 2.1.4 bereits erläutert. Der verwendete Polarisator ist ein herkömmliches GLAN-THOMPSON-Prisma. Auch wenn erste Versuche mit diesem optischen Aufbau durchgeführt wurden, so hat sich der lange optische Weg durch den ganzen Raum als nachteilig für die nötige feine Justierung des Lasers durch den Magneten hindurch erwiesen.

Mit dem Laser *torus* [17], welcher von der Firma *Laser Quantum* kommerziell vertrieben wird, konnte die Optik unmittelbar neben dem Magneten aufgebaut werden und dadurch die optische Wegstrecke bedeutend verkürzt werden. Der *torus* Laser hat eine Leistung bis 750 mW und emittiert ebenfalls bei 532 nm. Die Laserleistung P kann nicht direkt eingestellt werden, nur der Strom I relativ zum maximalen Strom I_{\max} in Prozent, somit wurde eine Kennlinie vermessen und polynomial angepasst wie in Abbildung 3.3.3 zu sehen ist. Der Fit genügt dabei der Formel:

$$P(I/I_{\max}) = a \cdot (I/I_{\max} - d)^2 + b \cdot (I/I_{\max} - d) + c \quad (3.3.1)$$

Wobei sich die Koeffizienten quantitativ wie folgt zusammensetzen:

$$\begin{aligned} a &= 225.5 \text{ mW} \\ b &= -72.2 \text{ mW} \\ c &= 5.98 \text{ mW} \\ d &= 0.33 \end{aligned}$$

Weiterhin neu im Aufbau ist ein *beamexpander*. Dieser arbeitet mit zwei Linsen welche wie in einem KEPPLER Fernrohr angebracht werden. Im Laserstrahl kommt zuerst eine Linse mit einer geringen Brennweite $f_1 = 0.2 \text{ m}$ und danach eine Linse mit hoher Brennweite $f_2 = 1 \text{ m}$. Die beiden Brennpunkte fallen ineinander, wodurch gewährleistet wird, dass der Strahl die zweite Linse wieder parallel verlässt. Dabei vergrößert sich die ausgeleuchtete Fläche um den Faktor $(f_2/f_1)^2 = 25$.

Nach dem Durchdringen der Probe wird der Strahl durch einen herkömmlichen linearen Polymerpolarisator gefiltert. Der Polymerpolarisator wird aufgrund seiner Baugröße verwendet, da das GLAN-THOMPSON-Prisma eine zu kleine Fläche hat und Beugungssphänomene auftreten, wenn der Rand der Öffnung beleuchtet wird.

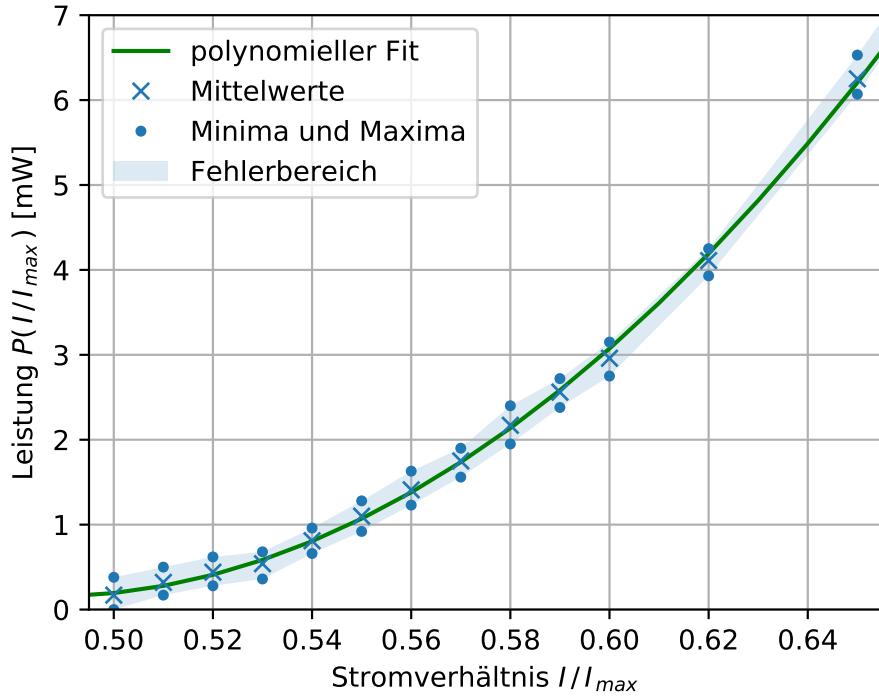


Abbildung 3.3.3.: Kennlinie des *torus* Laser [17]. Die Mittelwerte sind innerhalb einer kurzen Integrationszeit entstanden. Die Mini- und Maxima definieren den Fehlerbereich. Der Programmcode ist unter Appendix A.2 zu finden.

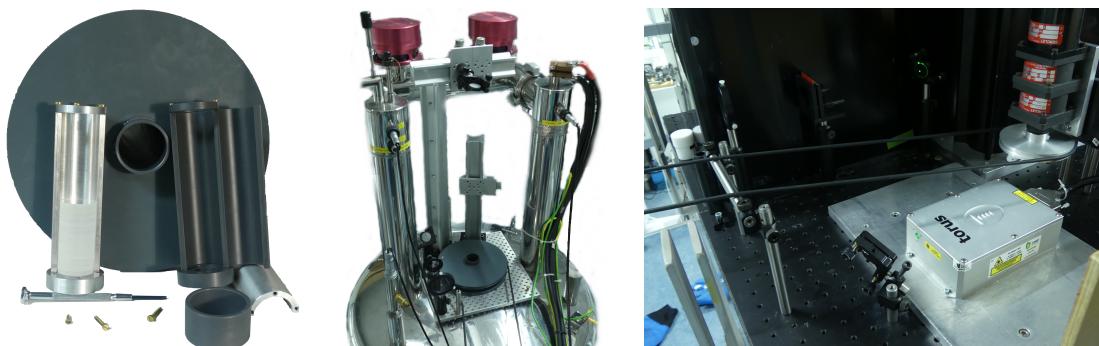


Abbildung 3.3.4.: *links:* Probenhalter aus Plastik und Aluminium, dazu Messingschrauben und Probenstab für Magneten, sowie Abstandsring
mitte: Probenstab im Magneten, mit Gummiring. Zusätzlich Spiegel und 2. beamexpander-Linse
rechts: *torus* Laser, Motor mit Gummiring, Spiegel, OD-Halterung, 1. beamexpander-Linse

4. Auswertung

Im Folgenden werden die Messergebnisse der bereits vorgestellten Versuchsaufbauten präsentiert und diskutiert.

4.1. Variation der Glasplattenabstände durch Piezokristalle

Als Daten liegen zur Auswertung das Photodiodensignal mit einem *timestamp* vor. Die Zeit t wird normiert durch $(t - t_0) \cdot (3600 \text{ s/h})$. Die Normierung des Photodiodensignals erfolgt durch $I/\langle I \rangle$. Auch wenn die Photodiode eigentlich einen photosensitiven Strom misst, so wird hier von einer Intensität gesprochen, da dies nach der Normierung äquivalent ist und andernfalls zur Verwirrung führen könnte. Im nächsten Schritt wird ein Histogramm erstellt. Bei dieser Operation wird der Intensitätsbereich zwischen $\langle I/I \rangle_{\max}$ und $I/\langle I \rangle = 0$ in 100 gleichgroße Bereiche unterteilt und anschließend das Vorkommen der einzelnen Intensitätswerten in den jeweiligen Intensitätsbereichen gezählt. Dadurch wird die Intensitätsverteilung $P(I/\langle I \rangle)$ berechnet. Zuletzt wird noch die Varianz $\text{Var}(I/\langle I \rangle)$ als signifikante Größe berechnet. Alle Rechenschritte und Plots wurden mit den `numpy` beziehungsweise `python` eigenen Standardbefehlen durchgeführt. Ein Beispiel des Programmcodes ist im Appendix unter A.3 für Abbildung 4.1.4 zu finden.

Nachfolgend ist das Diodensignal über der Zeit und das Histogramm für 20 Platten zu sehen. Wie in Abbildung 4.1.1 und 4.1.2, für verschiedene Positionen der Piezoelemente und Messdauern zu sehen, zeigen erste Messungen in der Intensitätsverteilung keinen exponentiellen Abfall. Allerdings schwanken die Intensitäten auch nicht gleich verteilt um einen Mittelwert, sonst wäre eine GAUSS Verteilung zu sehen. In Abbildung 4.1.2 und 4.1.3 ist die Periodizität im Signal zu erkennen, daher kann gesagt werden, dass auch lange genug gemessen wurde. In Abbildung 4.1.3 ist zu sehen, dass sich ein exponentiellen Abfall zwischen $I/\langle I \rangle = 1.2$ und $I/\langle I \rangle = 2.6$ einstellt. Hier ist die gewünschte Statistik vorhanden, allerdings auch noch deutlich zu gering. Es fehlen die hohen Events, ebenso die vergleichsweise niedrigen kommen nicht in ausreichender Zahl vor. Dies lässt sich auch an der normierten Varianz der Intensität feststellen die noch weit unter den zu erwartenden $7/3$ liegt, wie bereits in Kapitel 2.2.5 erläutert.

Daher lässt sich schließen, dass eine deutlich höhere Anzahl an Konfigurationen von Nöten ist und noch nicht ausreichend viele Konfigurationen erreicht werden können. Allerdings konnte gezeigt werden, dass eine Anordnung der beiden Piezoelemente in der Mitte die Statistik verbesserte (siehe Abbildung B.4.1), ebenso wie eine Verringerung der Plattenanzahl, da dadurch vergleichsweise mehr Konfigurationen im Verhältnis zu allen Konfigurationen geändert wurden. Letzter Punkt ist jedoch kontraproduktiv, da vermutlich mehr Platten von Nöten sind um Lokalisation zu beobachten. Über die Frequenz konnte nichts ausgesagt werden. Sie wurde bewusst nieder gewählt um eine Mittlung der Intensität seitens der Photodiode zu verhindern. Falls die Frequenzen verschieden gewählt wurden, wurden sie bewusst so gewählt, dass sie in keinen gemeinsamen Teiler haben, beispielsweise $f_1 = 10 \text{ mHz}$ und $f_2 = 13 \text{ mHz}$. Damit werden ausreichend langsam alle Kombinationsmöglichkeiten an

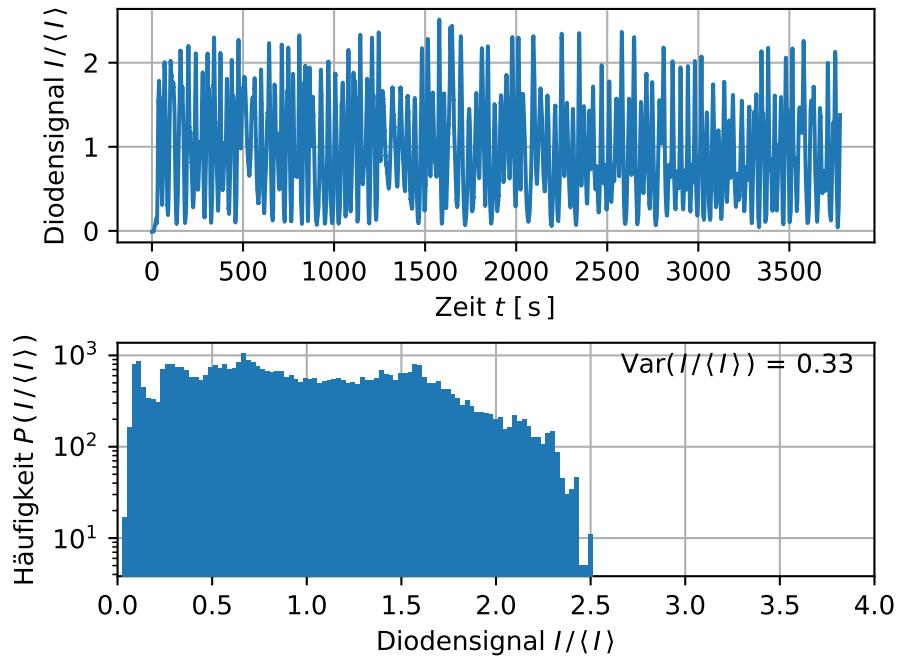


Abbildung 4.1.1.: Hierfür wurden zwei Piezoringe mit $f_1=1\text{ mHz}$ und $f_2=1.3\text{ mHz}$ nach Platte 10 und 11 positioniert.

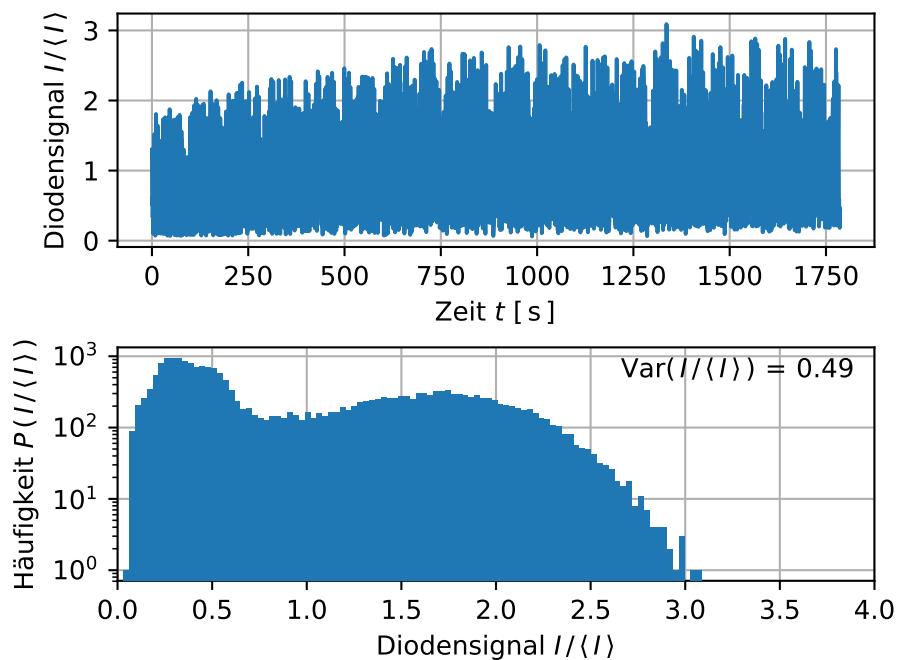


Abbildung 4.1.2.: Die Frequenzen der Piezos betragen $f_1 = 10\text{ mHz}$ und $f_2 = 13\text{ mHz}$. Es wurde kein Sinussignal sondern ein Dreiecksignal benutzt. Die Piezos sind nach Platte 1 und 10 eingelegt.

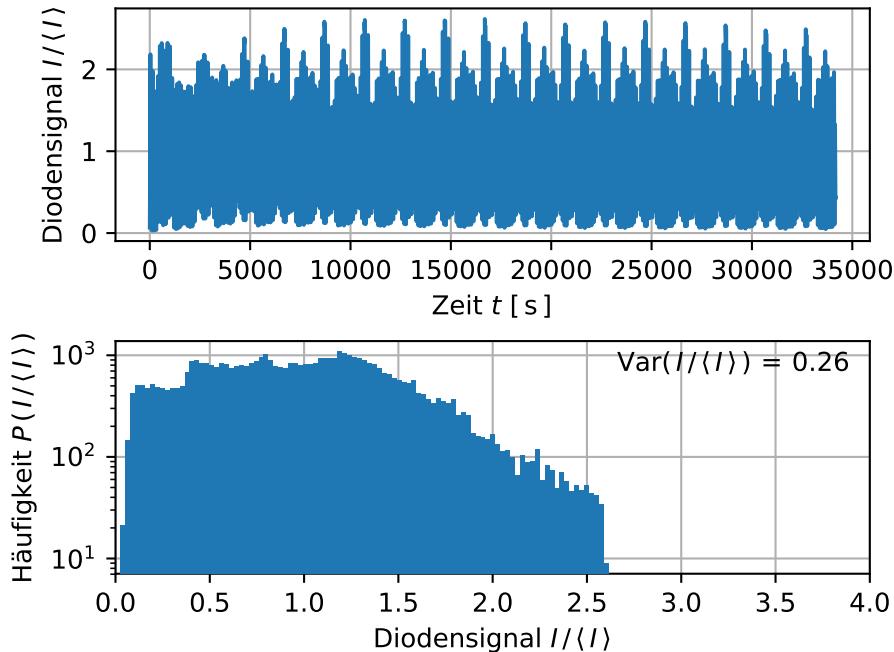


Abbildung 4.1.3.: Bei diesem Versuch wurden nur 10 Platten eingelegt. Die Piezos wurden phasen- und frequenzgleich besteuert mit $f = 0.5\text{ mHz}$. Die Piezos sind nach Platte 3 und 7 eingelegt.

Längenkonfigurationen eingestellt. Bessere Ergebnisse hat jedoch ein gleichphasiges Durchfahren wie in Abbildung 4.1.3 der maximalen Länge geliefert. Hierbei konnten einfach mehr Längenkonfigurationen insgesamt abgetastet werden. In Abbildung 4.1.4 wurde eine andere Methode zur Änderung der Längenkonfigurationen benutzt. Hierbei wurden keine Piezokristalle in den Probenhalter eingelegt, sondern der Probenhalter wurde per Hand leicht geschüttelt. Dabei wurde versucht einen möglichst geringen Kippwinkel zu erreichen. Wie in eben genannter Abbildung zu sehen ist das Signal deutlich unperiodischer und es sind höhere Ausreißer dabei. Dies kann auch im zugehörigen Histogramm gut betrachtet werden. Auch wenn es nicht sehr eindeutig ist, so geht die Tendenz zu einem exponentiellen Abfall.

Als weiterer Versuch wurde der Probenhalter per Hand gedreht und somit verschiedene, durch die Rauigkeit der Oberfläche der Glasplatten bedingte, Konfigurationen an Weglängen zu vermessen. Das Ergebnis ist in Abbildung 4.1.5 zu sehen. Das Histogramm weist einen gut erkennbaren exponentiellen Abfall auf.

Nach diesen Versuchen wurde entschieden, den Drehansatz weiter zu verfolgen. Um weiter mit Piezokristallen zu arbeiten, müssten neue Piezokristalle und Möglichkeiten diese anzusteuern beschafft werden. Beim *shaking*-Ansatz ist der auftretende Winkel zwischen den Platten untereinander nicht mit den theoretischen Grundlagen zur ANDERSON Lokalisation in einer Dimension und quasi einer Dimension verträglich. Daher bietet der Drehansatz eine einfache Realisierung, bereits eine gute Statistik und verletzt nicht die theoretischen Grundlagen. Aufgrund dieser Ergebnisse wurde Versuchsaufbau 3.2 entwickelt.

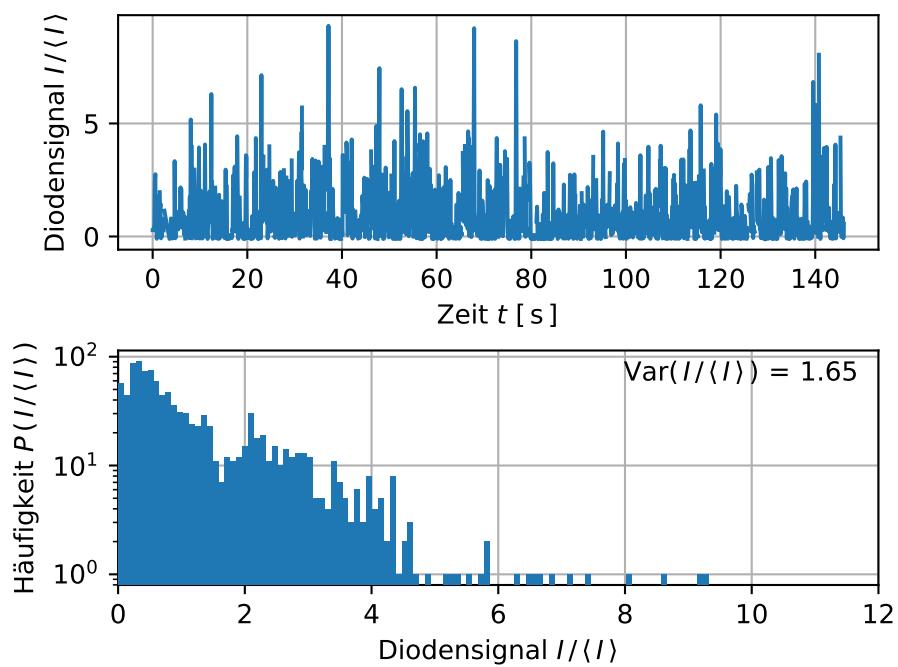


Abbildung 4.1.4.: Methode *shaking* bei 20 Platten.

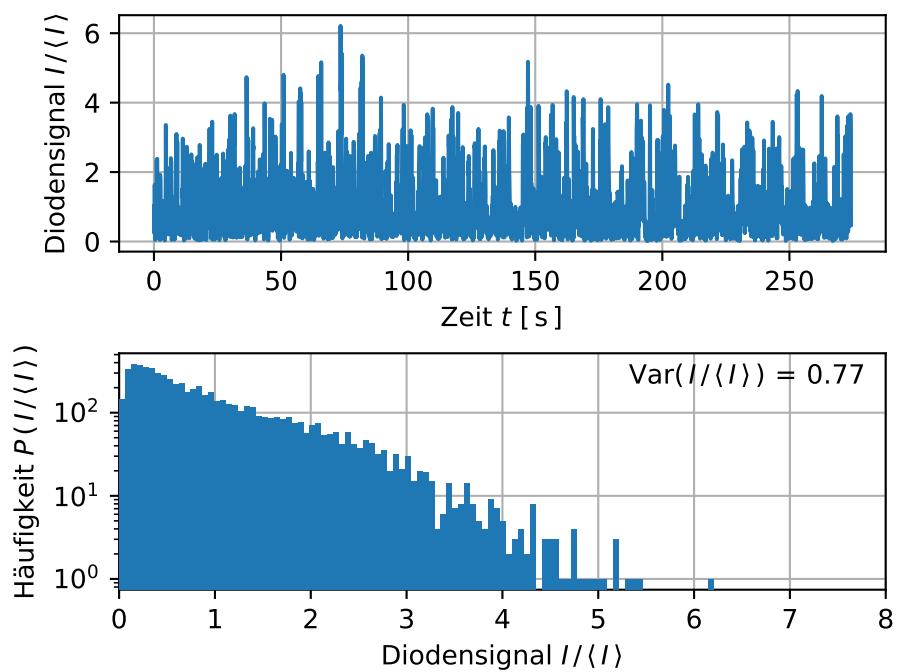


Abbildung 4.1.5.: Variation durch händisches Drehen bei 10 Platten.

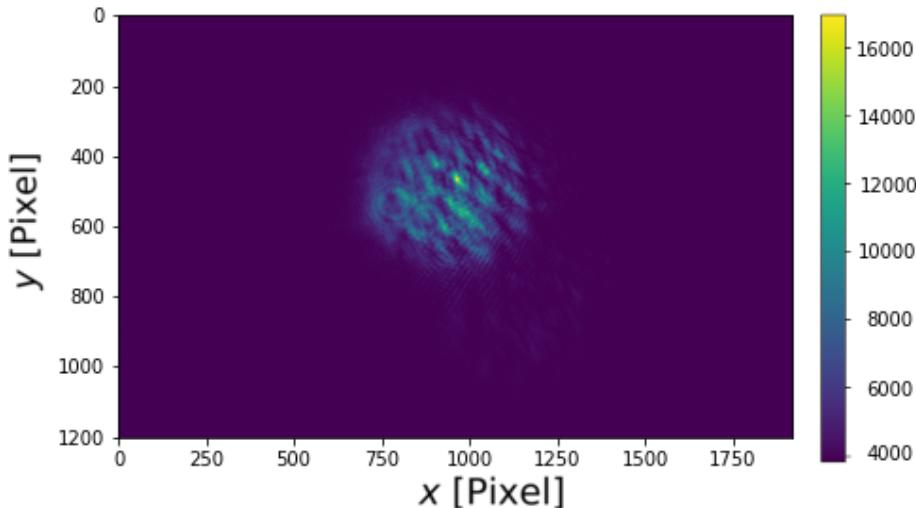


Abbildung 4.2.1.: Zu sehen ist die Mittlung über 5 statisch aufgenommene Bilder bei 5 eingelegten Platten. Dabei gibt die *colorbar* an der Seite die Intensität in *arbitrary units* an. Gut zu sehen ist die Kreisform des Laserpunkts und die einzelnen *speckle*.

4.2. Variation der Glasplattenabstände durch Drehen

Durch die CCD-Kamera liegen die Intensitätsdaten in neuem Format vor. Da sich herkömmliche `numpy` beziehungsweise `python` Befehle für Varianz und Mittelwert immer auf die Gesamte Datenmenge bezieht und diese Datenmenge mit $1920 \cdot 1200 \text{ pixel} \cdot 16 \text{ byte/pixel} \cdot 300 \text{ Bilder} \approx 11 \text{ Gigabyte}$ zu groß für den Arbeitsspeicher ist, muss die gesamte Datenmenge zerstückelt werden. Hier bietet sich eine Bild für Bild Bearbeitung an. Die Bilder sind Arrays mit den einzelnen Intensitäten als Elemente, wie in Abbildung 4.2.1 zu sehen. Diese Werte sind wie bereits in Kapitel 3.2 erwähnt im 16 bit Format abgespeichert, sind aber nur 12 bit Daten, daher erfolgt mit

$$\hat{x} = \frac{(x + 1)}{16} - 1 \quad (4.2.1)$$

zunächst die Normierung auf 12 bit. Im nächsten Schritt werden alle Elemente der Spalten beziehungsweise der Zeilen aufaddiert und es entsteht jeweils ein Vektor mit den Summen aus den einzelnen Spalten beziehungsweise Zeilen. Anschließend wird wieder durch die Bildhöhe oder Bildweite geteilt. Diese Datensätze werden mit einem GAUSS-Fit

$$f(x) = a \cdot \exp\left(\frac{-(x - x_0)^2}{2\sigma^2}\right) + b \quad (4.2.2)$$

angepasst. Um dem *offset* Parameter b einen Startwert zu übergeben, wurde der Mittelwert über das ganze Bild berechnet. Für den Startwert für die Verschiebung x_0 wurde die Hälfte der Bildweite beziehungsweise -höhe genutzt, unter der Annahme, dass der Laserpunkt in die Mitte justiert wurde. Für die Halbwertsbreite σ wurde ein fixer Startwert von 100 gesetzt, sowie für die Amplitude a , 1 als Startwert gesetzt wurde.

Mit den Werten für x_0 konnte die Position des Bildschwerpunkts bestimmt werden. Mit σ konnte ein mittlerer Kreisdurchmesser r wie folgt bestimmt werden.

$$r = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \cdot 2 \quad (4.2.3)$$

Im Folgenden werden nur noch Datenpunkte die innerhalb des Radius r um den Punkt (x_0, y_0) betrachtet. Der Radius wurde als doppelte mittlere Halbwertsbreite gewählt. Mit der Gleichung

$$\hat{x} = x - \frac{b_x + b_y}{2} \quad (4.2.4)$$

wird der ermittelte *offset* abgezogen.

Anschließend wurden der Mittelwert der verbliebenen Datenpunkte gebildet, die Summe aller Quadrate x_n^2 der einzelnen Werte, die Anzahl N_i der Werte x_n und zuletzt auch ein Vektor $\underline{P_i(x)}$ mit der festen Länge $2^{12} = 4096$ dessen Einträge die Häufigkeit der möglichen Werte zwischen 0 und 4095 enthält.

Nachdem diese Werte von allen Bildern (meist 300) einer Messung erfasst wurde, konnte die Varianz $\text{Var}(x)$ und der Mittelwert $\langle x \rangle$, sowie das Histogramm $\underline{P(x)}$ für eine Messung wie folgt erstellt werden.

$$\langle x \rangle = \sum_{i=1}^{300} \left(\frac{1}{N_i} \sum_{n=1}^{N_i} x_n \right) \quad (4.2.5)$$

$$\langle x^2 \rangle = \left(\sum_{i=1}^{300} \sum_{n=1}^{N_i} x_n^2 \right) \Big/ \left(\sum_{i=1}^{300} N_i \right) \quad (4.2.6)$$

$$\text{Var}(x) = \langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2 \quad (4.2.7)$$

$$\underline{P(x)} = \left[\left(\sum_{i=1}^{300} P_i(0) \right), \dots, \left(\sum_{i=1}^{300} P_i(4095) \right) \right] = \sum_{i=1}^{300} \underline{P_i(x)} \quad (4.2.8)$$

In Abbildung 4.2.2 ist ein solches Histogramm zu sehen. Für sehr wenige, beispielsweise 2 Platten wird eine GAUSS-Verteilung erwartet. Zu sehen ist jedoch ein *peak* gleich zu Beginn, dieser ist durch nicht beleuchtete Teilflächen, welche teilweise ausgewertet werden, bedingt. Ab bereits 15 Platten macht sich ein, über mehrere Dekaden konstanter, exponentieller Abfall bemerkbar, wie es für Diffusion erwartet wird. Für 30 Platten macht sich ein noch langsamerer Abfall bemerkbar, was als ANDERSON Lokalisierung interpretierbar ist. Bei höheren Platten Anzahlen ist diese Entwicklung bereits wieder Rückläufig. Wie im *inset* zu sehen, wird die Häufigkeit der kleinen Werte auch höher.

Die jeweiligen Mittelwerte und die normierten Varianzen für die unterschiedlichen Plattenanzahlen sind in Abbildung 4.2.3 zu sehen. Dabei wir die mittlere Intensität in *arbitrary units (a.u.)* angegeben Zusätzlich sind einmal die Werte für die doppelte Halbwertsbreite als Auswertungsradius $R = 2\sigma$, sowie lediglich die Halbwertsbreite als Auswertungsradius $R = \sigma$. Der verkleinerte Auswertungsradius wurde ausprobiert um einen homogeneren Kreisausschnitt auszuwerten und der räumlichen GAUSS-Verteilung des Laserstrahls entgegenzuwirken. Da nicht immer die passenden Fitparameter gefunden werden konnten, fehlen teilweise Messpunkte in dem Diagramm. Aus diesem Grund wurden für den Radius mit doppelter Halbwertsbreite die Messungen für 2, sowie 30 Platten wiederholt. Das hohe Abweichen des Varianzwertes bei 30 Platten gegenüber den Werten für 25 und 35 Platten gibt Aufschluss über den Messfehler. Dieser kann verschiedene Gründe haben, beispielsweise eine zeitliche Dejustierung des Strahlengangs.

Die mittlere Intensität $\langle I \rangle$ fällt augenscheinlich wie zu erwarten exponentiell ab. Allerdings sind auch kleine Stufen zu erkennen, welche nicht abfallen. Dies kann durchaus auch als ein Rauschen interpretiert werden, allerdings sei zu bedenken, dass die aufgenommene Intensität noch nicht durch die Eingangssintensität normiert ist. Die Varianz steigt

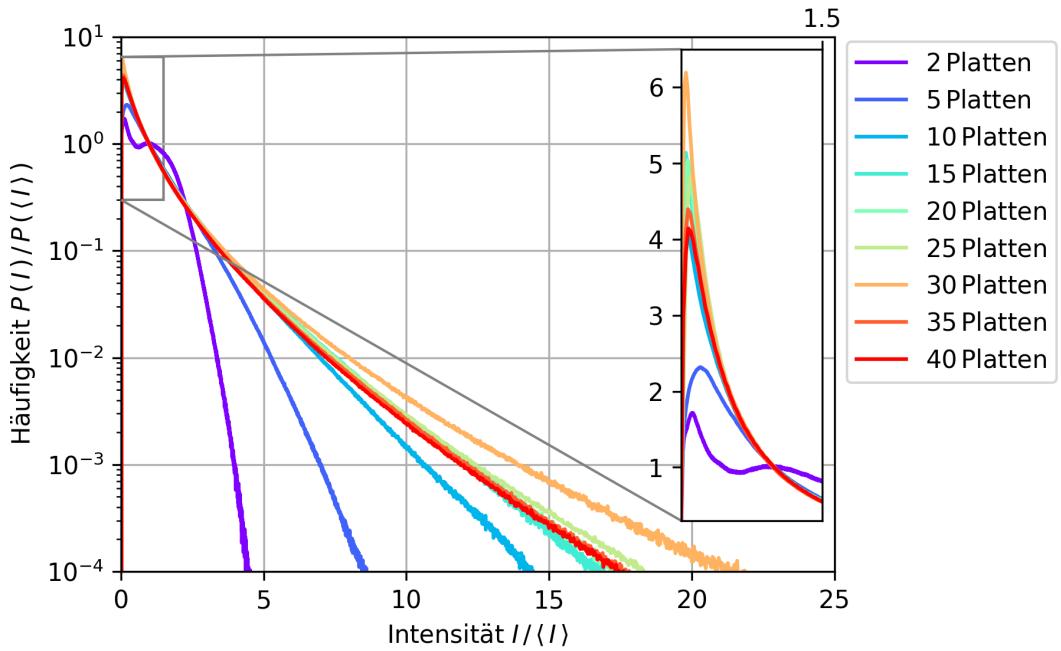


Abbildung 4.2.2.: Aufgetragen über der normierten Intensität $I/\langle I \rangle$ ist die ebenfalls normierte Häufigkeit $P(I)/P(\langle I \rangle)$. In der Vergrößerung sind die gleichen Daten zu sehen nur linear, statt logarithmisch aufgetragen.

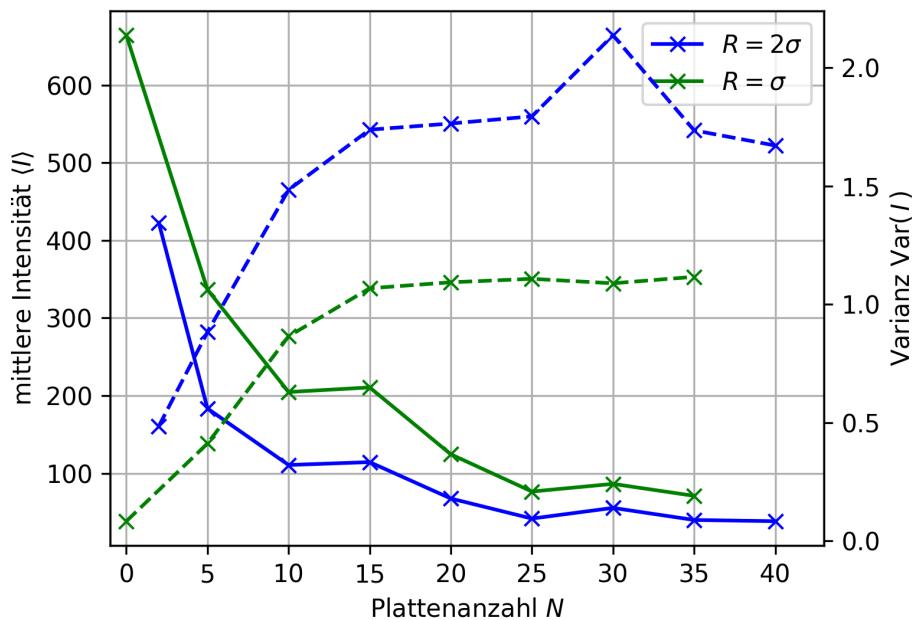


Abbildung 4.2.3.: Zu sehen ist sowohl der Mittelwert $\langle I \rangle$ (durchgezogene Linie) in a. u. wie auch die Varianz $\text{Var}(I)$ (gestrichelte Linie) über der Anzahl der Platten N aufgetragen. Der Code hierzu befindet sich in Appendix A.4.

zunächst an und sättigt anschließend. Dies lässt sich bereits qualitativ mit Abbildung 2.2.2 a vergleichen. Hierbei wird im steigenden Teil von dem eindimensionalen Fall gesprochen, wohingegen bei dem gesättigten Teil von dem quasi-eindimensionalen Fall gesprochen wird. Allerdings sättigt die Varianz nicht bei $7/3$, wie in Abbildung 2.2.2 a, sondern deutlich tiefer, daher sollte noch von Diffusion gesprochen werden.

Im Falle des kleinere Kreisausschnittes ist eine prinzipiell erhöhte mittlere Intensität zu sehen, was auch Sinn ergibt, da auch der Laserstrahl ansich zur Mitte hin größere Werte annimmt. Die Varianz ist hingegen prinzipiell geringer, da die gleich hohen *events* bei höherem Mittelwert betrachtet werden. Wahrscheinlich sind die Ergebnisse des kleineren Kreisausschnittes aussagekräftiger, da die räumliche GAUSS-Verteilung der Laserintensität nicht allzu sehr ins Gewicht fällt. Allerdings ist das Auswertungsprogramm deutlich fehleranfälliger, oftmals wird kein Wert berechnet und die Anzahl an Datenpunkten liegt bei einem Viertel im Vergleich zum größeren Kreisausschnitt, was sich durch eine deutlich geringere Statistik bemerkbar macht.

4.3. Drehversuch im Magneten - *Verdi V2*

Die Daten stammen aus dem Versuchsaufbau 3.3 mit dem *Verdi V2* Laser. Die Datenauswertung erfolgt mathematisch äquivalent zu Kapitel 4.2.

Zunächst werden drei Messreihen durchgeführt. Eine Messreihe mit ausgeschaltenem Magnet und einem Polarisationsfilter, oder auch Analysator, um Störlicht zu entfernen, oder eventuell verkippte Strahlen aus dem Strahlengang zu filtern. Dann eine Messreihe bei maximalen Magnetfeld von 18 T mit Analysator und nochmal die gleiche Messreihe ohne den Polarisationsfilter. Auch dieses mal wurde wieder mit verschiedenen Kreisradien ausgewertet.

Die Histogramme zu diesen Messreihen sind in Abbildung 4.3.1 zu sehen. Allgemein lässt sich zu den Histogrammen sagen, dass bei geringerem Auswertungsradius, bedingt durch die Normierung durch die höhere mittlere Intensität (vergleiche Abbildung 4.3.2), die Häufigkeit schneller abfällt. Der qualitative Verlauf ändert sich wenig. Die kleinen Werte sind wie schon in Abbildung 4.2.2 für den kleineren Auswertungsradius kleiner und lassen den anfänglichen Verlauf der Häufigkeit runder erscheinen.

Werden nun die Messreihen untereinander verglichen, so fällt auf, dass sobald das Magnetfeld an ist, die Kurven schneller abfallen und nur etwa $3/4$ bis $2/3$ so hohe Intensitäten bei gleicher Häufigkeit auftreten. Über die Anordnung der Messkurven zwischen 20 und 49 Platten lassen sich nur schwer Aussagen treffen. Dazu mehr bei der späteren Betrachtung der normierten Varianz.

Anschließend wird die mittlere Intensität $\langle I \rangle$ über der Plattenanzahl N in Abbildung 4.3.2 betrachtet. Hierbei folgen die Kurven des geringeren Auswertungsradius $R = \sigma$ qualitativ denen des größeren Auswertungsradius $R = 2\sigma$, nur höher. Im Gegensatz zu Abbildung 4.2.3 und der Theorie verhält sich die Intensität bei 0 T nicht exponentiell abfallend, sondern vielmehr randomisiert mit einem hohen Anfangswert. Besonders anschaulich ist hierbei das Minimum für alle Messreihen bei 30 Platten. Hierdurch wird ein systematischer Fehler deutlich.

Um die Datentiefe der Kamera auszunutzen wurde beim Aufnehmen der Messreihen immer wieder die Laserintensität nachgeregelt. Daher auch die Stufen im exponentiellen Abfall in Abbildung 4.2.3. Für nachfolgende Messreihen wurde zunächst darauf geachtet,

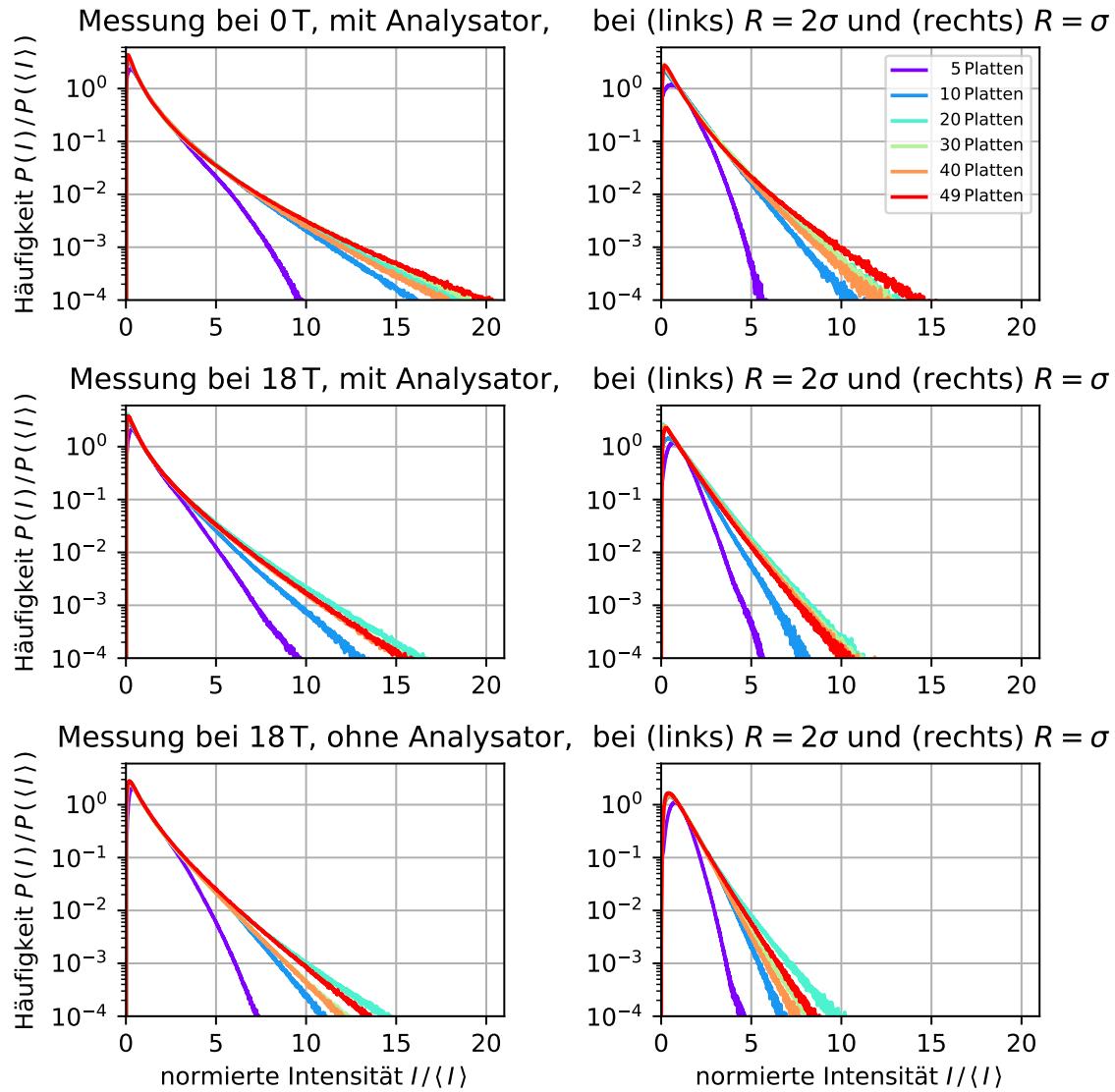


Abbildung 4.3.1.: Zu sehen sind 6 Histogramme, die Histogramme in einer Reihe beziehen sich auf die selben Messdaten (*link*: Auswertungsradius $R = 2\sigma$, *rechts*: Auswertungsradius $R = \sigma$). In der ersten Reihe sind die Histogramme für Messungen von 5 bis 49 Platten bei 0 T. Der eingebaute Analysator fungiert als Filter für Störlicht. Die zweite Reihe zeigt die Histogramme für die gleiche Messreihe bei 18 T Magnetfeldstärke. Der Analysator ist in maximale Durchlassrichtung gedreht. In der dritten Reihe, wird zu voriger Messung auf den Analysator verzichtet. Die Legende rechts oben ist für alle Histogramme gültig.

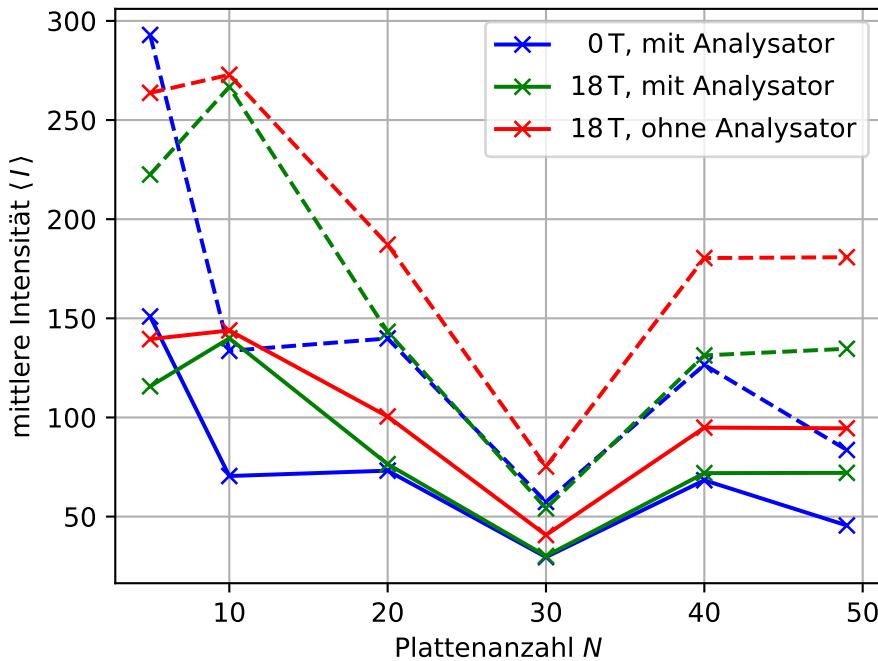


Abbildung 4.3.2.: Im Diagramm ist die mittlere Intensität $\langle I \rangle$ (a.u.) über der Plattenanzahl N aufgetragen. Die durchgezogenen Linien ergeben sich aus der Auswertung mit Kreisradius $R = 2\sigma$ und die gestrichelten aus $R = \sigma$.

die Intensität weniger oft nachzuregeln. Daher sind auch die drei Messreihen in Abbildung 4.3.2 untereinander nicht vergleichbar.

Anders sieht es mit der normierten Varianz in Abbildung 4.3.3 aus. Hierbei fällt die mittlere Intensität $\langle I \rangle$ auch ins Gewicht, allerdings sind die Kurven lang nicht so verrauscht und lassen Rückschlüsse zu. Der Unterschied zwischen den verschiedenen Auswertungsradien ist wieder nur durch die Höhe auszumachen, der qualitative Verlauf bleibt gleich. Ebenso wie in Abbildung 4.2.3 verlaufen die Kurven von der Auswertung mit $R = \sigma$ bedingt durch die höhere mittlere Intensität deutlich niedriger, als die der Auswertung mit $R = 2\sigma$.

So steigt die Varianz bei allen Messreihen zwischen 2 und 10 Platten stark an und schwankt danach um einen konstanten Wert. Damit ist diese Messreihe auch vergleichbar mit Abbildung 4.2.3. Der Einfluss des Magnetfeldes lässt sich vor allem an der Höhe der Kurve erkennen. Allerdings ist nicht interpretierbar ob alle Kurven einen gemeinsamen Startpunkt haben oder hier schon auseinander sind.

Der Einfluss des Analysators lässt sich durch folgende Überlegung erklären. Alle Polarisationszustände lassen sich anhand zweier senkrecht zueinander linear polarisierten Zustände darstellen. Dies heißt bei einem ungefiltertem Bild überlagern sich zwei *speckle* Bilder zu einem. Bei dieser Überlagerung werden die ganz niedrigen Werte viel weniger, ebenso wie die hohen *events* deutlich weniger werden. Heißt die Varianz ist deutlich kleiner als mit Analysator, bei welchem nur ein linear polarisiertes *speckle* Bild vermessen wird. Dies lässt sich auch schon in Abbildung 4.3.1 sehen. Die Histogramme der Messung ohne Analysator (Reihe 3) fallen schneller und sind bei niedrigen Werten runder im Vergleich zur Messreihe mit Analysator und dem gleichen Magnetfeld (Reihe 2).

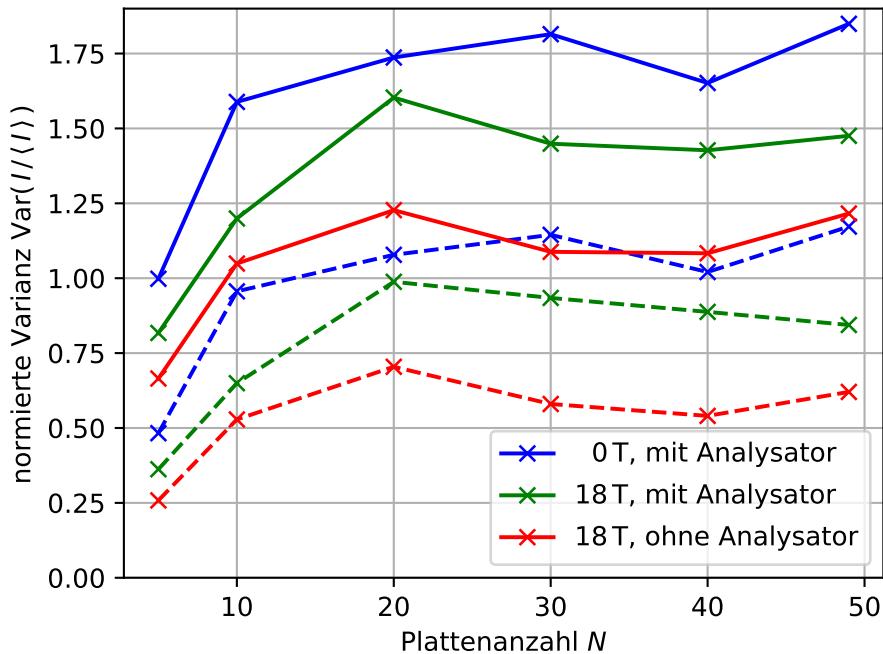


Abbildung 4.3.3.: Im Diagramm ist die normierte Varianz $\text{Var}(I/\langle I \rangle)$ über der Plattenanzahl N aufgetragen. Die durchgezogenen Linien ergeben sich aus der Auswertung mit Kreisradius $R = 2\sigma$ und die gestrichelten aus $R = \sigma$.

4.3.1. Magnetfeldabhängige Messungen

Ziel dieser Messreihe ist es das Verhalten der Intensität und Varianz bei variierendem Magnetfeld und konstanter Plattenanzahl zu charakterisieren.

In Abbildung 4.3.4 und 4.3.5 sind die Ergebnisse, für einen Auswertungsradius von $R = 2\sigma$, zu sehen. Bei der Messung mit Analysator fallen zunächst die periodischen Schwankungen in der mittleren Intensität $\langle I \rangle$ auf. Diese kommen durch eine Drehung der Schwingungsebene Zustände gemäß dem FARADAY Effekt. Zwischen 2 Maxima wird die Schwingungsebene um π gedreht. Für höhere Magnetfelder verwischt der Effekt zunehmend. Dies kommt dadurch zustande, dass die transmittierten Photonen viele verschiedene Weglängen durch das Medium haben. Mit großen Magnetfeldern verursachen auch kleine Wegunterschiede höhere Abweichungen der Schwingungsebene. Dies ist auch an der verminderten Amplitude in Abbildung 4.3.7 zu sehen, dazu später mehr. Bei der Varianz ist es schwierig eine Tendenz zu erkennen. Sie bestätigt nur ein Abfallen zwischen 0 und 18 T wie auch in Abbildung 4.3.3. Ebenso überschreitet sie in Abbildung 4.3.4 erstmals das Lokalisationslimit $7/3$, dies kann aber auch durch das allgemeine Rauschen der Varianz bedingt sein und wird im Folgenden nicht reproduziert.

Ohne Analysator lassen sich logischerweise keine Schwankungen in der mittleren Intensität messen. An sich kann aus dieser Messung nur gelernt werden, dass die mittlere Intensität bei 18 T höher als bei 0 T ist, wie auch konsistent in Abbildung 4.3.2. Ebenso wie die Varianz von 0 T auf 18 T, wie auch in Abbildung 4.3.3, sinkt.

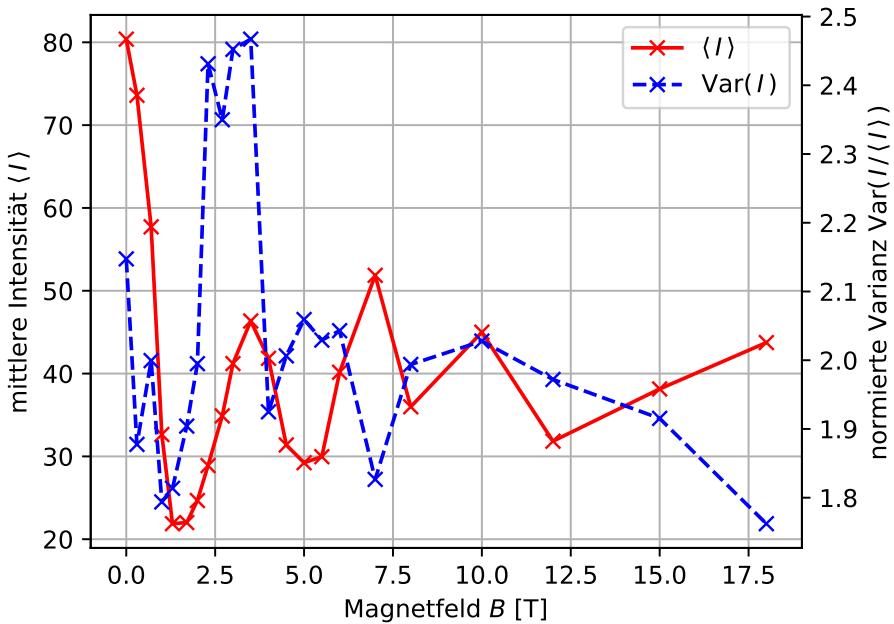


Abbildung 4.3.4.: Links, bzw. in rot ist die mittlere Intensität $\langle I \rangle$ (a.u.) und rechts, bzw. in blau ist die normierte Varianz $\text{Var}(I/\langle I \rangle)$ über dem Magnetfeld B in Tesla aufgetragen. Die Messung wurde mit Analysator und 20 Platten durchgeführt.

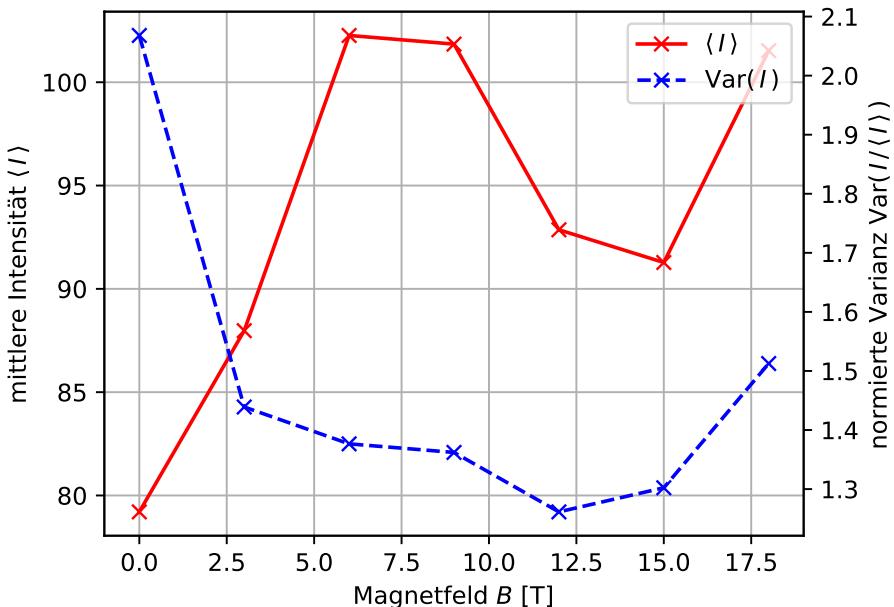


Abbildung 4.3.5.: Links, bzw. in rot ist die mittlere Intensität $\langle I \rangle$ (a.u.) und rechts, bzw. in blau ist die normierte Varianz $\text{Var}(I/\langle I \rangle)$ über dem Magnetfeld B in Tesla aufgetragen. Die Messung wurde ohne Analysator und 20 Platten durchgeführt.

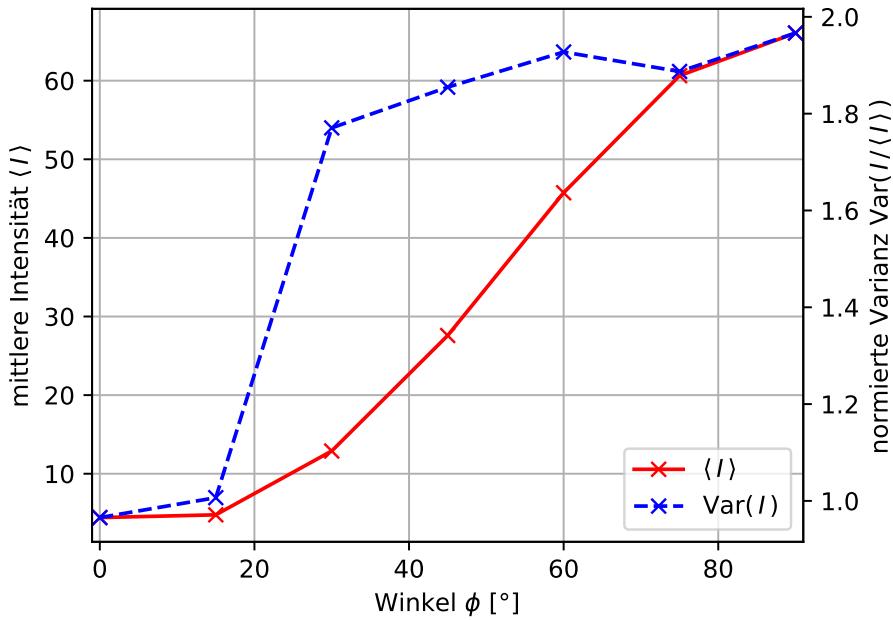


Abbildung 4.3.6.: Links, bzw. in rot ist die mittlere Intensität $\langle I \rangle$ (a.u.) und rechts, bzw. in blau ist die normierte Varianz $\text{Var}(I/\langle I \rangle)$ über den Winkel ϕ in Grad aufgetragen. Die Messung wurde 0 Tesla und 20 Platten durchgeführt.

4.3.2. Winkelabhängige Messungen

Anschließend wurde die Winkelabhängigkeit bei 20 Platten mit keinem und vollem Magnetfeld gemessen.

In Abbildung 4.3.6 ist die mittlere Intensität und die normierte Varianz über einen Winkelabschnitt von 90° bei 0 T zu sehen. Die mittlere Intensität verläuft wie eine Sinusfunktion, wie auch zu erwarten ist. Auch die normierte Varianz verhält sich ähnlich wie die mittlere Intensität. Dies lässt sich jedoch auch darauf zurückführen, dass für sehr kleine Intensitätswerte auch die Varianz deutlich kleiner wird, da auch weniger Unterschiede vorhanden sind zwischen helleren und dunkleren *speckles*. Zieht man die ersten zwei Punkte in der Varianz nicht mit in die Betrachtung ein, dann verhält sich die Varianz abgesehen von einem üblichen Rauschen ziemlich konstant.

Nach der Messung bei 0 T wurde eine Messung bei 18 T durchgeführt, wie in Abbildung 4.3.7 zu sehen. Die mittlere Intensität verläuft wieder sinusförmig, allerdings mit einer deutlich geringeren Amplitude. Auch lässt sich nicht abschätzen ob auch wirklich eine volle viertel Periode zu sehen ist. Im Gegensatz zu Abbildung 4.3.6, bei der das Minimum fast auf 0 geht, ist das scheinbar Minimum bei 18 T deutlich höher. Die Varianz verhält sich scheinbar um $\pi/2$ phasenverschoben, wie eine Kosinusfunktion. Sie schwankt dabei zwischen Werten von 1,7 bis 2,0.

4.3.3. Detaillierte Messung über die Plattenanzahl

Abschließend wurden mit diesem Aufbau die Messungen mit variierender Plattenanzahl N bei 0 und 18 T mit Analysator wiederholt. Allerdings wurde eine deutliche feinere Auflösung mit Abständen von je 2 bis 3 Platten gewählt.

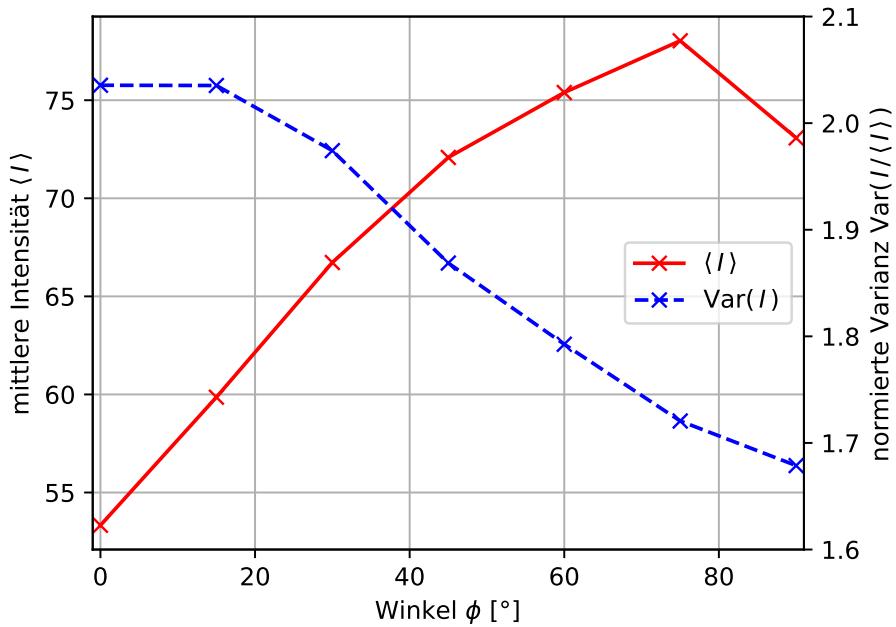


Abbildung 4.3.7.: Links, bzw. in rot ist die mittlere Intensität $\langle I \rangle$ (a.u.) und rechts, bzw. in blau ist die normierte Varianz $\text{Var}(I/\langle I \rangle)$ über den Winkel ϕ in Grad aufgetragen. Die Messung wurde 18 Tesla und 20 Platten durchgeführt.

Bei der Betrachtung von Abbildung 4.3.8 fallen wieder die Stufen in der mittleren Intensität auf. Experimentell lässt es sich leider nicht verhindern die Laserintensität nachzuregeln. Allerdings ist der steile Abfall gleich zu Beginn gut zu sehen. Die normierte Varianz verhält sich konsistent zu bisherigen Messungen. Sie steigt bis etwa 12 Platten, wie es für den eindimensionalen Fall vorausgesagt wird und sättigt bei etwa 1,8, wie es für den quasi eindimensionalen Fall vorausgesagt wird, bleibt dort konstant. Auch lässt sich eine abfallende Tendenz betrachten für hohe Plattenanzahlen erkennen, dies kann aber auch als Rauschen interpretiert werden.

In Abbildung 4.3.9 ist die gleiche Messung bei 18 T mit Analysator zu betrachten. Hierbei fällt wieder ein starker Abfall der mittlere Intensität von 0 bis 10 Platten auf. Für steigende Plattenanzahl verhält sie sich dann konstant. Die normierte Varianz verhält sich ähnlich zu voriger Messung. Sie steigt von 0 bis etwa 20 Platten stark an und verhält sich danach konstant bei 1,8 mit abfallender Tendenz für große Plattenanzahlen. Allerdings sind im ansteigenden Teil starke periodische Oszillationen zu betrachten. Aus diese wird später zurückgekommen.

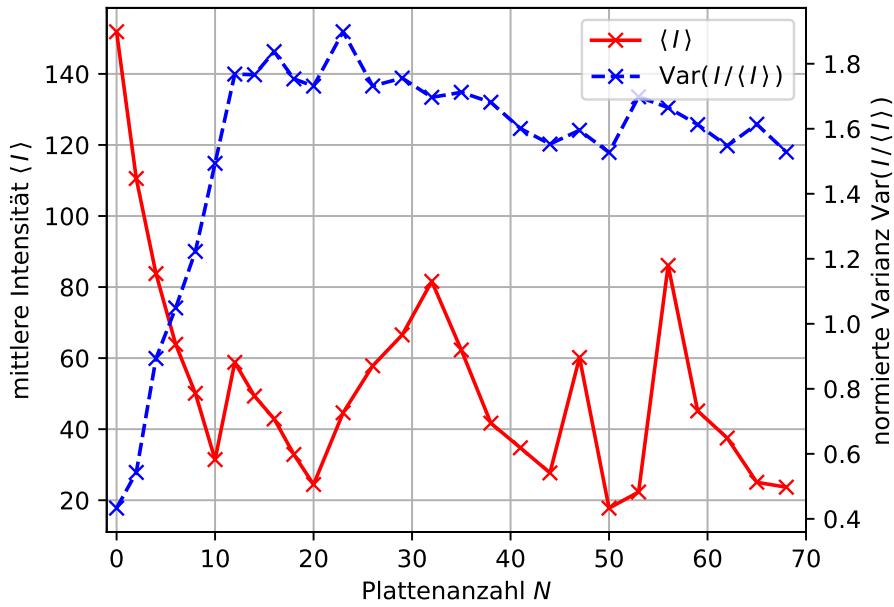


Abbildung 4.3.8.: Links, bzw. in rot ist die mittlere Intensität $\langle I \rangle$ (a.u.) und rechts, bzw. in blau ist die normierte Varianz $\text{Var}(I/\langle I \rangle)$ über der Plattenanzahl N aufgetragen. Die Messung wurde bei 0 Tesla durchgeführt.

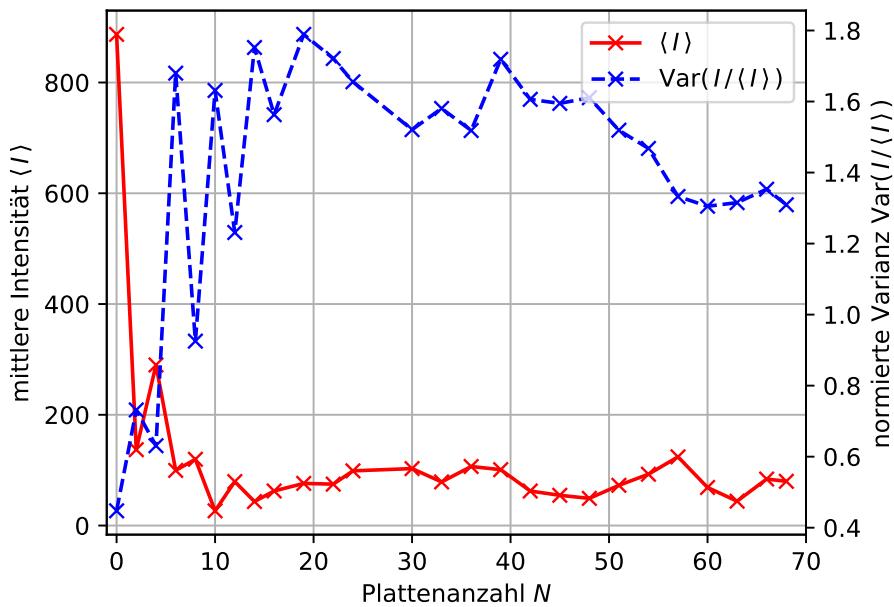


Abbildung 4.3.9.: Links, bzw. in rot ist die mittlere Intensität $\langle I \rangle$ (a.u.) und rechts, bzw. in blau ist die normierte Varianz $\text{Var}(I/\langle I \rangle)$ über der Plattenanzahl N aufgetragen. Die Messung wurde bei 18 Tesla mit Analysator durchgeführt.

4.4. Drehversuch im Magnet - *torus*

Anhand der bisherigen Ergebnisse wurde der Versuchsaufbau dahingehend verbessert, dass der deutlich kleinere *torus* Laser verwendet wurde, der eine deutlich kürzere optische Weglänge ermöglicht hat. Dadurch konnte der Strahlengang deutlich besser justiert werden. Die schlechte bisherige Justierung lässt sich beispielsweise auch anhand Abbildung 4.3.8 sehen. Die Verbesserungen und Auswirkung der Justierung wird in Kapitel 4.4.1 diskutiert.

Ebenfalls wurde weiter an der Auswertung gearbeitet. Zunächst wurde, wie bereits wie in Kapitel 4.2, eine Normierung von 16 auf 12 bit vollzogen.

$$\hat{x}_n = \frac{(x_n + 1)}{16} - 1 \quad (4.4.1)$$

Nach der Normierung auf 12 bit (Gleichung 4.2.1), kommt ein sehr rechenlastiger rotierter zweidimensionaler GAUSS-Fit, der Gleichung 4.4.2 genügt.

$$f(x, y) = A \exp[-(\alpha(x - x_0)^2 + 2\beta(x - x_0)(y - y_0) + \gamma(y - y_0)^2)] + b \quad (4.4.2)$$

$$\alpha := \frac{\cos^2 \vartheta}{2\sigma_x^2} + \frac{\sin^2 \vartheta}{2\sigma_y^2} \quad (4.4.3)$$

$$\beta := -\frac{\sin 2\vartheta}{4\sigma_x^2} + \frac{\sin 2\vartheta}{4\sigma_y^2} \quad (4.4.4)$$

$$\gamma := \frac{\sin^2 \vartheta}{2\sigma_x^2} + \frac{\cos^2 \vartheta}{2\sigma_y^2} \quad (4.4.5)$$

Dabei sind x und y die Koordinaten im Bild, (x_0, y_0) der Bildschwerpunkt, σ_x und σ_y die Halbwertsbreiten, A die maximale Höhe, b der Offset und schlussendlich ϑ der Rotationswinkel.

Aufgrund der Werte des zweidimensionalen GAUSS-Fits konnten die Daten elliptisch ausgeschnitten werden. Die Ellipse genügt folgender Parametrisierung:

$$r = \left(\frac{(x - x_0) \cos \vartheta - (y - y_0) \sin \vartheta}{\sigma_x/2} \right)^2 + \left(\frac{(x - x_0) \sin \vartheta + (y - y_0) \cos \vartheta}{\sigma_y/2} \right)^2 \quad (4.4.6)$$

Dabei werden die doppelten Halbwertsbreiten für die Halbachsen der Ellipse genutzt.

Anschließend erfolgt eine Gewichtung der Messwerte. Damit wird die GAUSS Verteilung des Laserstrahls rausgerechnet.

$$\hat{x}_n = (x_n - b) \cdot \exp(\alpha(x - x_0)^2 + 2\beta(x - x_0)(y - y_0) + \gamma(y - y_0)^2) \quad (4.4.7)$$

Anschließend wird wie bereits in Kapitel 4.2 der Histogrammvektor erstellt.

$$\underline{P}(x) = \left[\left(\sum_{i=1}^{300} P_i(0) \right), \dots, \left(\sum_{i=1}^{300} P_i(4095) \right) \right] = \sum_{i=1}^{300} \frac{P_i(x)}{P_i(0)} \quad (4.4.8)$$

Um anschließend, über alle Messungen vergleichbare, Werte zu erhalten wird die Ausgangsleistung des *torus* Lasers und die *OD* Werte über Gleichung

$$\hat{x}_n = x_n \cdot 10^{OD}/P_{\text{Laser}} \quad (4.4.9)$$

mit eingerechnet. Da auch immer die gleiche Fläche von der Laserleistung P_{Laser} durchdrungen wird, ist dies eine Normierung. Die Laserleistung wird mit den Werten aus Abbildung 3.3.3 berechnet.

Anschließend wird der Mittelwert und die Varianz der Konduktivität berechnet.

$$\langle x \rangle = \sum_{i=1}^{300} \left(\frac{1}{N_i} \sum_{n=1}^{N_i} x_n \right) \quad (4.4.10)$$

$$\langle x^2 \rangle = \left(\sum_{i=1}^{300} \sum_{n=1}^{N_i} x_n^2 \right) \Big/ \left(\sum_{i=1}^{300} N_i \right) \quad (4.4.11)$$

$$\text{Var}(x/\langle x \rangle) = \langle x^2 \rangle / \langle x \rangle^2 - 1 \quad (4.4.12)$$

Daraufhin noch der Mittelwert und die Varianz der logarithmischen Konduktivität.

$$\langle \ln(x) \rangle = \sum_{i=1}^{300} \left(\frac{1}{N_i} \sum_{n=1}^{N_i} \ln(x_n) \right) \quad (4.4.13)$$

$$\langle (\ln(x))^2 \rangle = \left(\sum_{i=1}^{300} \sum_{n=1}^{N_i} (\ln(x_n))^2 \right) \Big/ \left(\sum_{i=1}^{300} N_i \right) \quad (4.4.14)$$

$$\text{Var}(\ln(x)/\langle \ln(x) \rangle) = \langle (\ln(x))^2 \rangle / \langle \ln(x) \rangle^2 - 1 \quad (4.4.15)$$

In Abbildung 4.4.1 ist sehr anschaulich zu sehen, wie die Auswertung die GAUSS-Verteilung des Lasers korrigiert und nur den signifikanten Teil für die weitere Auswertung ausschneidet.

Im Folgenden nun die Aufnahmen, aus diesen entstandenen Histo- und Diagramme zu zwei verschiedenen Datensätzen. Einerseits wurde bei festem Magnetfeld über einer variierenden Anzahl an Platten gemessen. Andererseits wurde auch bei festen Plattenanzahlen das Magnetfeld variiert. Ebenso wurde unterschieden ob mit oder ohne Analysator gemessen wurde.

4.4.1. Abbildungen I

In Abbildung 4.4.2, 4.4.3 und 4.4.4 ist je ein Bild pro Messung bei 0, 1, 2, 5, 10, 20, 30 und 50 Platten. Diese Abbildungen wurden für die Messreihen über die variierende Plattenanzahl angefertigt. Die Normierung auf 12 bit (Gleichung 4.4.1) hat bereits stattgefunden. Dabei gibt die *colorbar* seitlich der Bilder die Intensität (*a.u.*) an. Da die Normierung, über die Eingangsleistung der Lasers und der *OD* Filter, nicht erfolgt ist, sind die Bilder unter sich nicht quantitativ vergleichbar.

Anhand von Abbildung 4.4.2 lassen sich verschiedene Effekte beschreiben. In Referenz [27] wurde bereits Transmissionsbilder eines quasi eindimensionalen Aufbaus untersucht, bei welchem Abdeckplättchen zueinander leicht verkippt aufgereiht sind. Mit nur einem Plättchen bilden sich Streifen in dem Intensitätsmuster. Dieses Interferenzmuster basiert auf dem *fringe* Phänomen, welches an dieser Stelle nicht weiter erläutert wird. Dieses Phänomen lässt sich bereits in Abbildung 4.4.2 erkennen. Hierbei handelt es sich um ein Interferenzmuster durch den eingesetzten *OD* Filter oder der Glasplatte über dem CCD Chip. Wird eine Platte eingesetzt, so bildet sich ein zweites Streifeninterferenzmuster. Dieses ist deutlich stärker ausgeprägt und hat größere Abstände zwischen Maxima und Minima. Bei

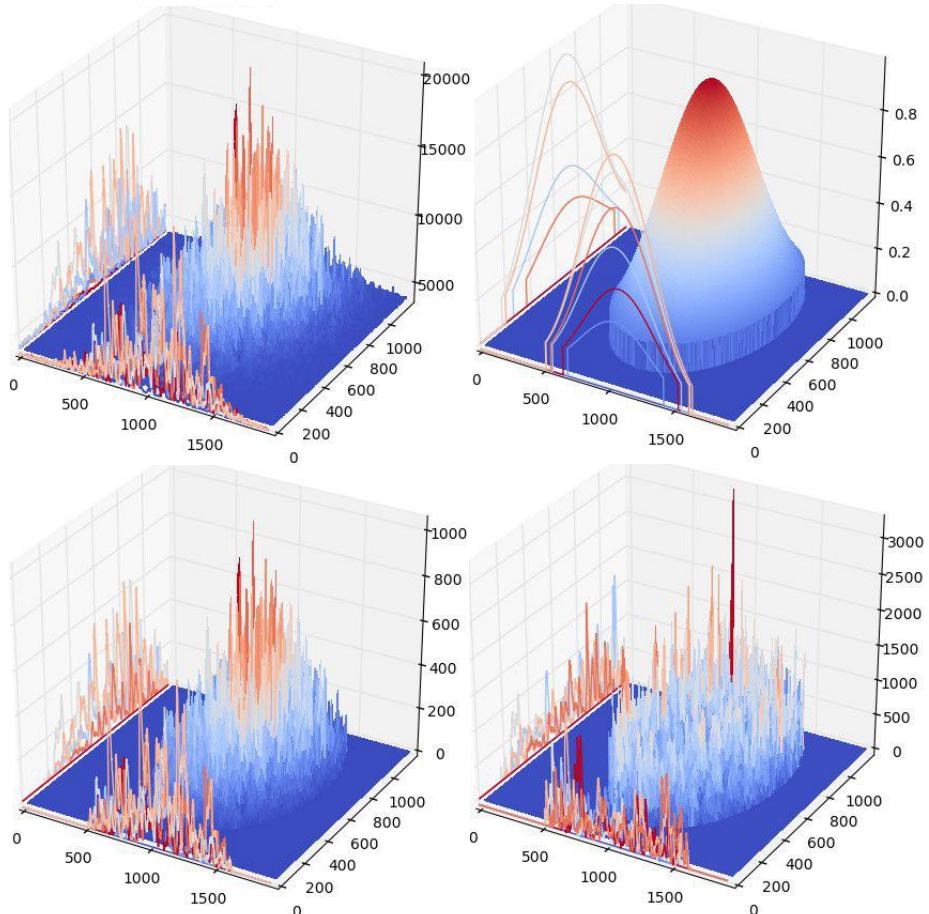


Abbildung 4.4.1.: 3D Bild der Bildverarbeitung. Auf der z -Achse ist die Intensität (a.u.) aufgetragen. Die x und y -Achse sind die Koordinaten des Bildes in Pixeln. Zusätzlich sind auf den Seitenwänden der Bilder einzelne Funktionslinien als eine Art Schattenwurf aufgetragen. *oben links:* Orginalbild (16 bit), *oben rechts:* GAUSS-Funktion, *unten links:* Ellipsenförmiger Zuschchnitt, *unten rechts:* Gewichtetes Bild.

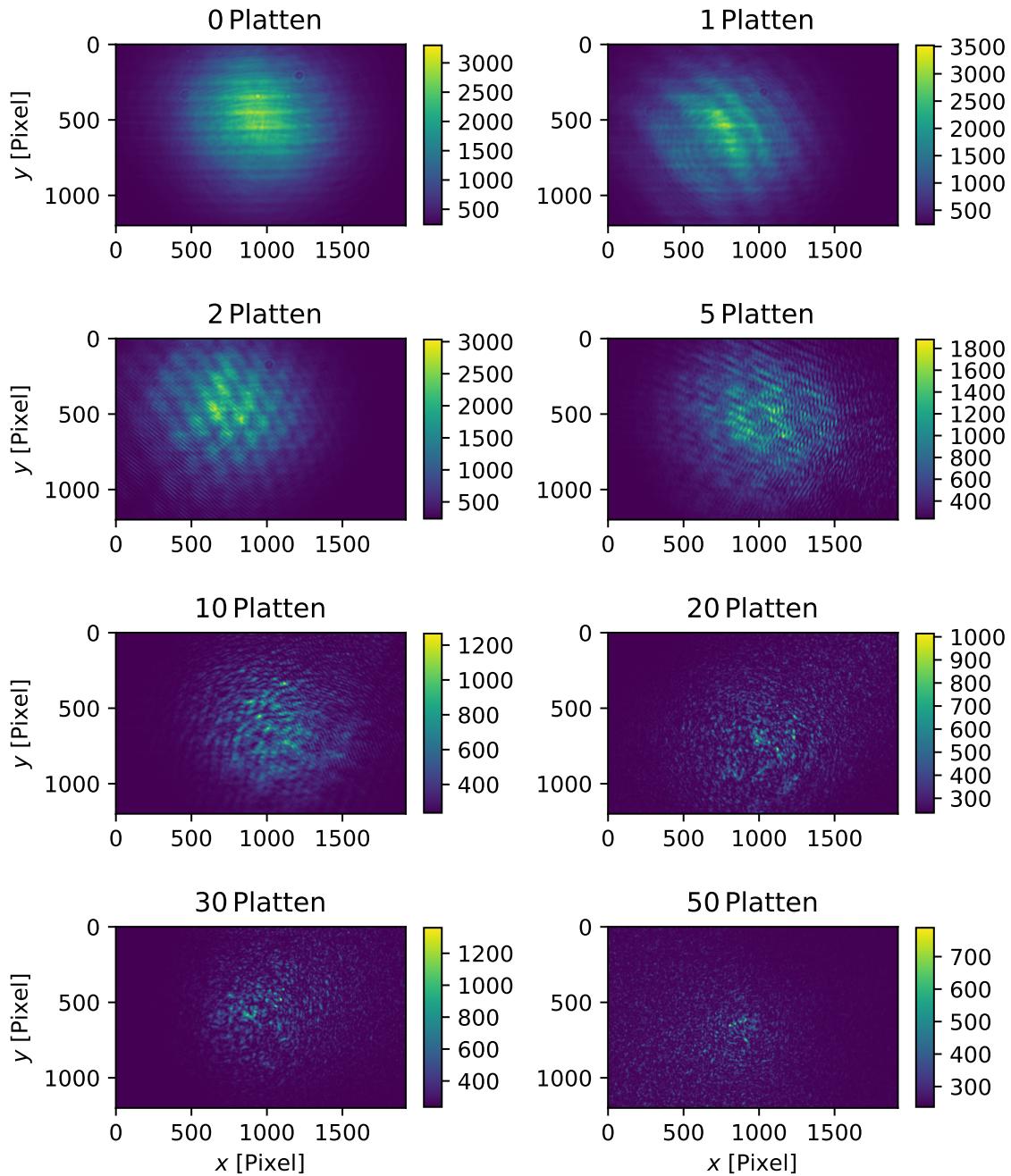


Abbildung 4.4.2.: Zu sehen sind 8 Bilder der CCD Kamera aus den Messreihen zu 0, 1, 2, 5, 10, 20, 30 und 50 Platten bei 0 T und mit Analysator. Die Normierung auf 12 bit (Gleichung 4.4.1) hat bereits stattgefunden. Dabei gibt die *colorbar* an der Seite die Intensität (*a.u.*) an.

zwei eingesetzten Platten Überlagern sich drei Interferenzmuster. Damit lässt sich vermuten, dass das Interferenzmuster bei 0 Platten von dem *OD* Filter kommt, dieser ist deutlich dicker und generiert ein deutlich feineres Interferenzmuster, als die Plättchen.

Durch mehrere Überlagerungen wird das Interferenzmuster immer feiner (siehe Bild 5 Platten). Hier werden zusätzliche *speckle* Muster erkennbar. Diese sind auf die, in der Größenordnung der Wellenlänge, rauen Oberflächen der Platten zurückzuführen. Ihre räumliche Ausdehnung ist größer als die Abstände der *fringe* Muster. Bei 10 Platten lassen sich die *fringe* Muster noch erahnen, allerdings dominiert das *speckle* Muster die Intensitätsverteilung. Ebenso werden auch die einzelnen *speckle* immer kleiner, was bereits von Referenz [15] gezeigt wurde. Wohingegen die räumliche Ausdehnung des gesamten *speckle* Muster zunimmt. Dieses Verhalten hat bereits Referenz [27] betrachtet. Durch leichte Verkippungen zwischen den Platten divergiert der Strahl für größere Plattenanzahlen. Dieses Phänomen lässt sich auch anhand dem Verlust der kreisförmigen räumlichen Verteilung, eines *tails* betrachten. Dieser hat allerdings den Grund, dass der Laser nicht ganz senkrecht durch den Magneten läuft. Durch Mehrfachreflexionen resultiert eine Richtung in die der Strahl besonders stark divergiert. Aufgrund dessen und der Probendrehung wandert der *tail* auch um das Zentrum des Laserstrahls. Schlussendlich kann im Bild für 0 Platten auch die räumliche GAUSS-Verteilung des Laserstrahls beobachtet werden.

Durch die Divergenz des Laserstrahls, aufgrund der Justage, kann ab einem gewissen Grad nicht mehr von einem eindimensionalen System ausgegangen werden. Stattdessen wird das System als quasi eindimensional beschrieben. Charakterisierend für ein solches System ist eine konstante, oder sogar fallende Varianz der Intensitätsverteilung über der Plattenanzahl. Dieses Verhalten wurde bereits von [15] gezeigt und wird nachfolgend genauer betrachtet.

In Abbildung 4.4.3 sind Bilder aus der Messreihe bei 18 T und Analysator zu sehen. Im Vergleich zu vorigen Bildern hat sich wenig verändert. Auffällig ist das Verhalten bei 2 Platten. Hierbei dominiert das *fringe* Muster, in dessen Minima es sogar zu kompletten Auslöschen kommt. Dies lässt auf eine niedrige Transmission (vgl. Abbildung 4.4.8) zurückführen. Durch die Faraday Rotation wird der Anteil an Photonen die nicht reflektiert werden, herausgefiltert und nur reflektierte Photonen schaffen es durch den Analysator. Diese reflektierten Photonen unterliegen dem *fringe* Effekt und ergeben das sehr diskrete *fringe* Muster.

In Abbildung 4.4.4 scheinen die einzelnen *speckle* zu Verschwinden. Dies lässt sich durch die Überlagerung zweier unabhängiger *speckle* Bilder erklären. Die Effekte dessen werden später diskutiert.

Um die Bilder qualitativ auszuwerten folgt nun der statistische Teil.

4.4.2. Histogramme $P(I)/P(\langle I \rangle)$

Für die Betrachtung der Histogramme, sollte zunächst die Normierung klar werden. So wird die Häufigkeit $P(I)$ durch die Häufigkeit des Mittelwerts $P(\langle I \rangle)$ geteilt. Ebenso wie die Intensität I durch die mittlere Intensität $\langle I \rangle$ geteilt wird. Dadurch ist ein Durchgang der Kurven durch den Punkt (1, 1) sicher.

In Abbildung 4.4.5 ist das Histogramm für die Messung bei 0 Tesla zu sehen. Für keine Platten ist eine GAUSS förmige Normalverteilung um die mittlere Intensität zu sehen. Mit steigender Plattenanzahl verschiebt sich das Maximum zu Werten kleiner als die mittlere Intensität. Auch deren Häufigkeit nimmt zu. Für sehr hohe Plattenanzahlen kommen die

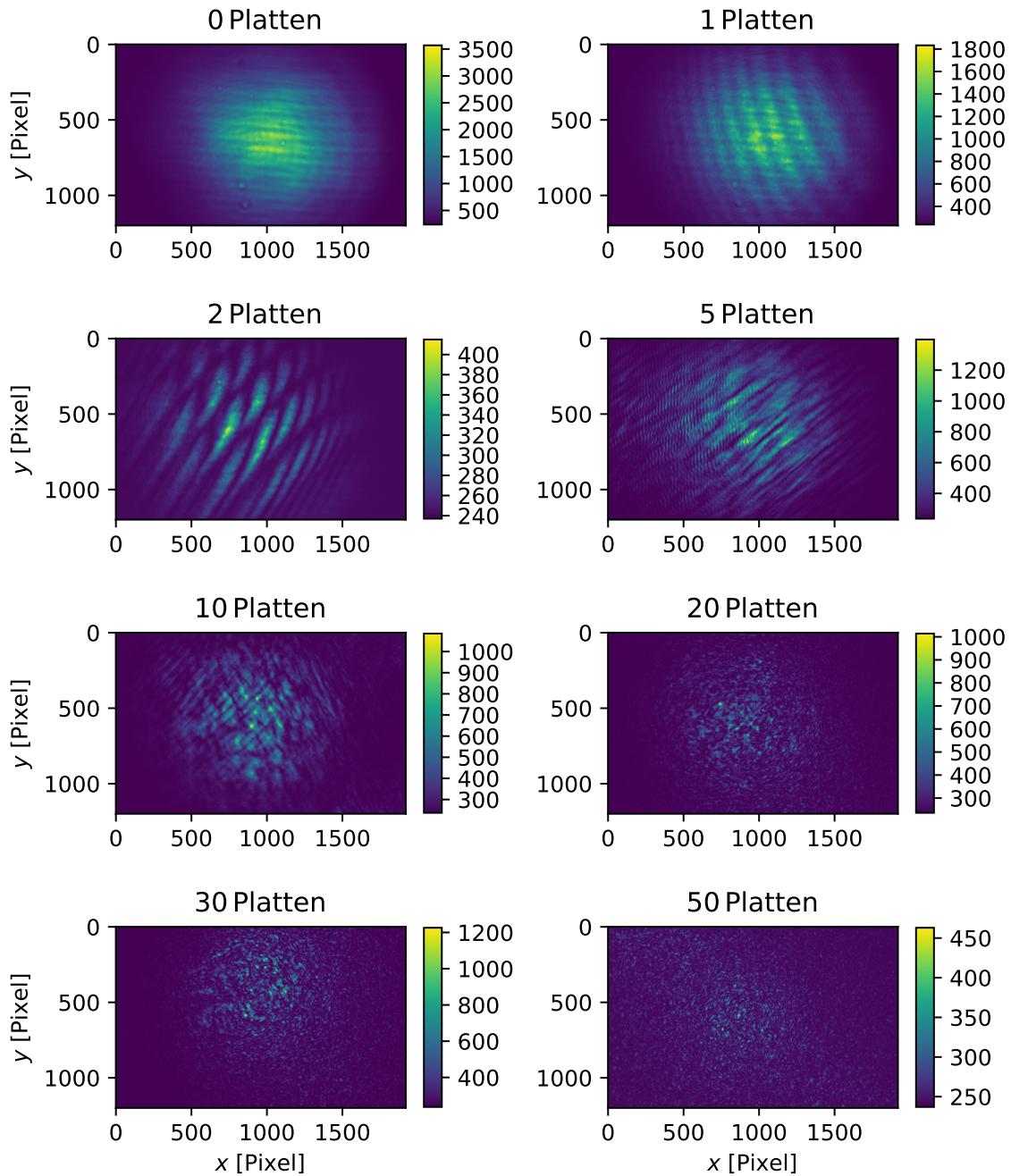


Abbildung 4.4.3.: Zu sehen sind 8 Bilder der CCD Kamera aus den Messreihen zu 0, 1, 2, 5, 10, 20, 30 und 50 Platten bei 18 T und mit Analysator. Die Normierung auf 12 bit (Gleichung 4.4.1) hat bereits stattgefunden. Dabei gibt die *colorbar* an der Seite die Intensität (*a.u.*) an.

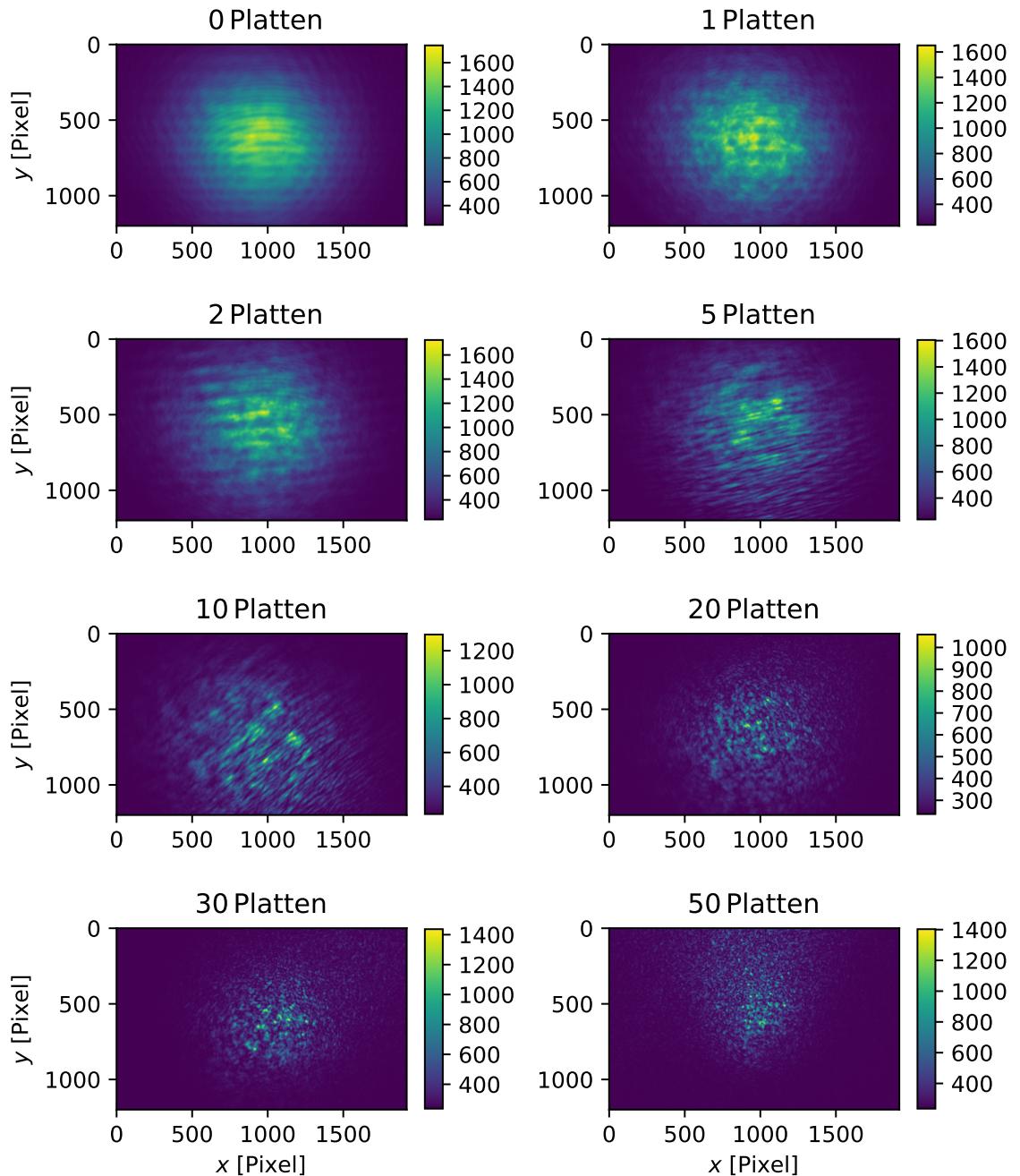


Abbildung 4.4.4.: Zu sehen sind 8 Bilder der CCD Kamera aus den Messreihen zu 0, 1, 2, 5, 10, 20, 30 und 50 Platten bei 18T und ohne Analysator. Die Normierung auf 12 bit (Gleichung 4.4.1) hat bereits stattgefunden. Dabei gibt die *colorbar* an der Seite die Intensität (*a.u.*) an.

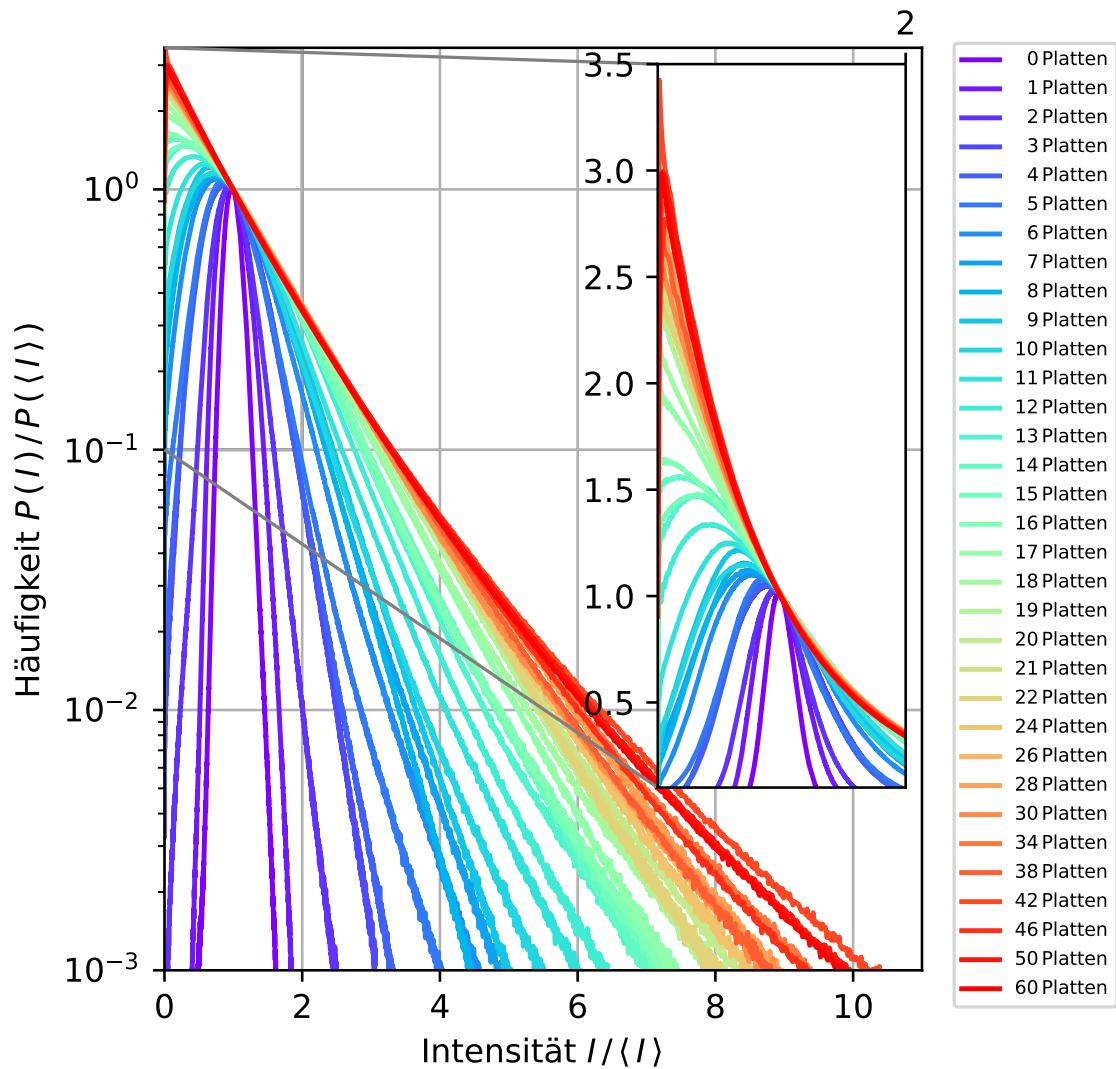


Abbildung 4.4.5.: Zu sehen ist die normierten Häufigkeit $P(I)/P(\langle I \rangle)$ logarithmisch aufgetragen über der ebenfalls normierten Intensität $I/\langle I \rangle$. Im *inset* ist der Anfangsteil linear aufgetragen. Zu sehen ist die Messung bei 0 Tesla mit Analysator. Der Quellcode kann unter A.6 nachgesehen werden.

meisten Werte bei quasi null Intensität vor. Die ganze Kurve fällt quasi monoton ab. Der Abfall der Kurven wird mit steigender Plattenanzahl immer geringer. Auch der Verlauf verändert sich von exponentiell zu einem noch langsameren Abfall. dies lässt sich mit dem Wechsel aus dem diffusiven Regime ins lokalisierte Regime erklären.

Dieses Verhalten wurde bereits theoretisch von Referenz [13] vorausgesagt und experimentell von Referenz [15] bestätigt.

In Abbildung 4.4.6 ist die gleiche Messung nur bei 18 Tesla zu sehen. Bei der Betrachtung macht sich sofort die Kurve von 3 Platten bemerkbar. Diese weicht stark von dem Verlauf der umliegenden Plattenanzahlen ab. Hierfür gibt es kein physikalisches Wirkungsprinzip sondern ist aller Wahrscheinlichkeit nach ein Fehler bei der Auswertung der Messung. Die mittlere Intensität bei 3 Platten hat einen starken *dip*, während sich die Varianz in einem lokalen Maximum befindet. Dieses unverhältnismäßige Verhalten macht den Programmcode anfällig für Fehler und ermöglicht eine solche Kurve. Das Verhalten der anderen Kurven ist vergleichbar mit Abbildung 4.4.5.

Dahingegen ist bei Abbildung 4.4.7 durchaus ein Unterschied zu vorigen Messreihen erkennbar. Bei dieser Messreihe bei 18 Tesla wurde auf ein Polarisationsfilter verzichtet. Wie auch schon in Abbildung 4.3.1 (Reihe 3) zu erahnen, verlaufen die Kurven für höhere Plattenanzahlen nicht ganz so spitz zu wie bei den anderen beiden Messreihen. Zugrunde liegt wieder die Überlegung, dass ohne ein Polarisationsfilter, sich zwei linear unabhängige *speckle* Bilder überlagern. Damit bleiben aufgrund der Normierung $P(x)/P(\langle x \rangle)$ ganz geringe Intensitäten aus und auch höhere Intensitäten werden seltener (siehe auch Abbildung B.4.2). Dies lässt sich auch in geringem Maße qualitativ festmachen, allerdings bietet sich hierbei der Vergleich der Varianzen viel eher an. Ebenso fällt auf, dass bis auf die letzte Messkurve bei 60 Platten alle Kurven streng sortiert sind. Dieses Verhalten lässt sich für Abbildung 4.4.5 bis auf wenige Ausnahmen bestätigen, wohingegen dies in Abbildung 4.4.6 nicht ganz der Fall ist. Hier durchkreuzen sich die Kurven immer wieder, auch wenn eine grobe Ordnung zu erkennen ist.

Da die alleinige Betrachtung der Histogramme nicht reicht um ein differenziertes Bild über die Vorgänge zu erlangen, wird anschließend die mittlere Intensität in Form von der logarithmischen Konduktivität betrachtet.

4.4.3. Die mittlere logarithmische Konduktivität $\langle \ln(g) \rangle$

Nachfolgende Abbildungen zeigen den berechneten Mittelwert der logarithmischen Konduktivität $\langle \ln(g) \rangle$. Die Normierung erfolgt mit:

$$\langle \ln(g) \rangle = \langle \ln(I/I_0) \rangle \quad (4.4.16)$$

$$= \langle \ln(I) \rangle - \langle \ln(I_0) \rangle \quad (4.4.17)$$

Der Fehler wird über die Standardabweichung $\sigma = \text{Var}(\ln(g))^2$ berechnet.

In Abbildung 4.4.8 sind die Messreihen über die Plattenanzahl N zu sehen. Durch die Normierung gehen auch alle Messreihen über der Plattenanzahl vom Nullpunkt los. Die Messreihe bei 0 Tesla und bei 18 Tesla ohne Analysator fallen exponentiell, wobei die ohne Analysator deutlich langsamer fällt. Die Messreihe bei 18 Tesla mit Analysator oszilliert stark periodisch. Werden nur die jeweiligen Maxima betrachtet so fällt auch diese Kurve exponentiell, ähnlich schnell wie die Messreihe bei 0 Tesla.

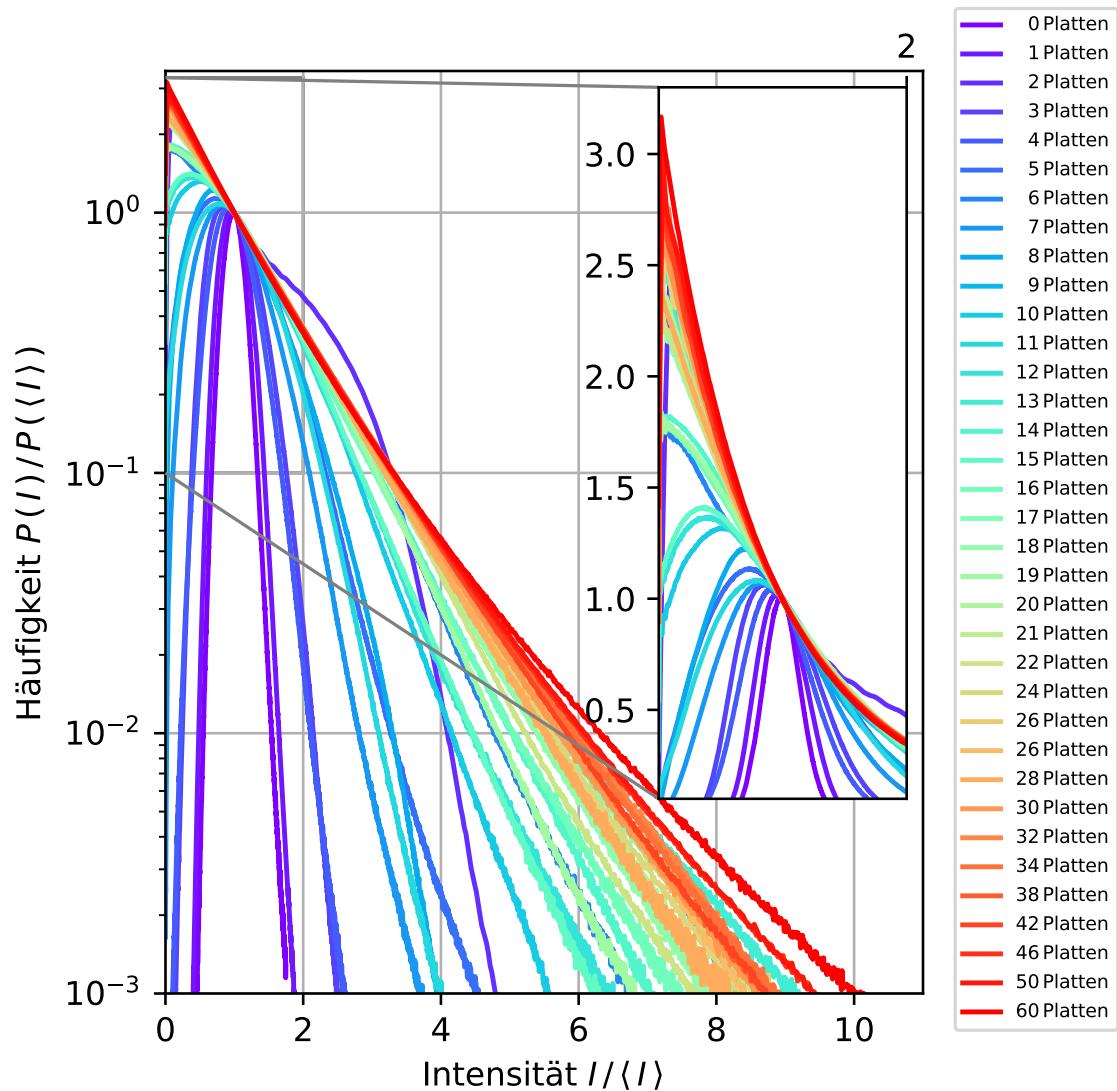


Abbildung 4.4.6.: Zu sehen ist die normierten Häufigkeit $P(I)/P(\langle I \rangle)$ logarithmisch aufgetragen über der ebenfalls normierten Intensität $I/\langle I \rangle$. Im *inset* ist der Anfangsteil linear aufgetragen. Zu sehen ist die Messung bei 18 Tesla mit Analysator.

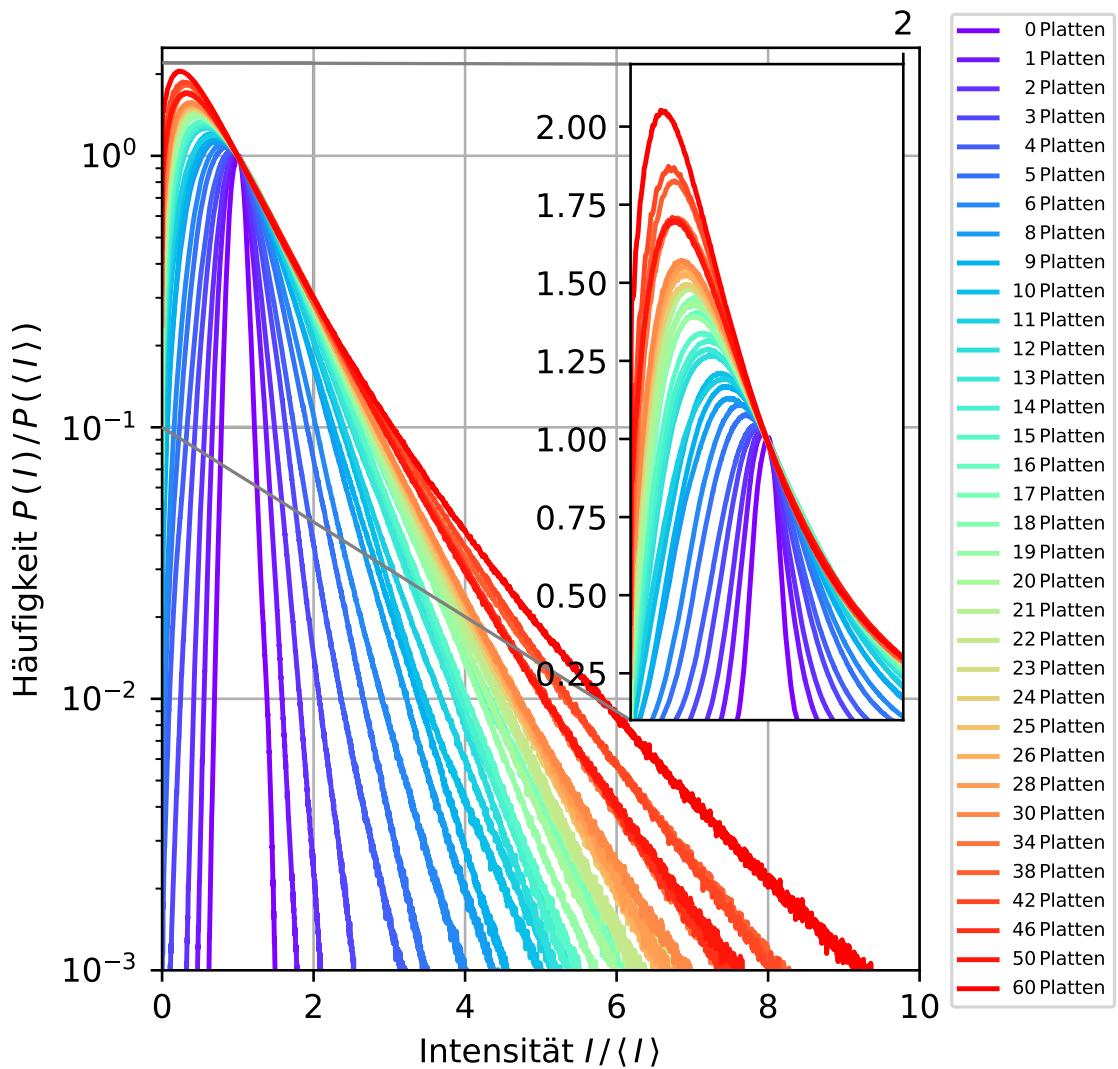


Abbildung 4.4.7.: Zu sehen ist die normierten Häufigkeit $P(I)/P(\langle I \rangle)$ logarithmisch aufgetragen über der ebenfalls normierten Intensität $I/\langle I \rangle$. Im *Inset* ist der Anfangsteil linear aufgetragen. Zu sehen ist die Messung bei 18 Tesla ohne Analysator.

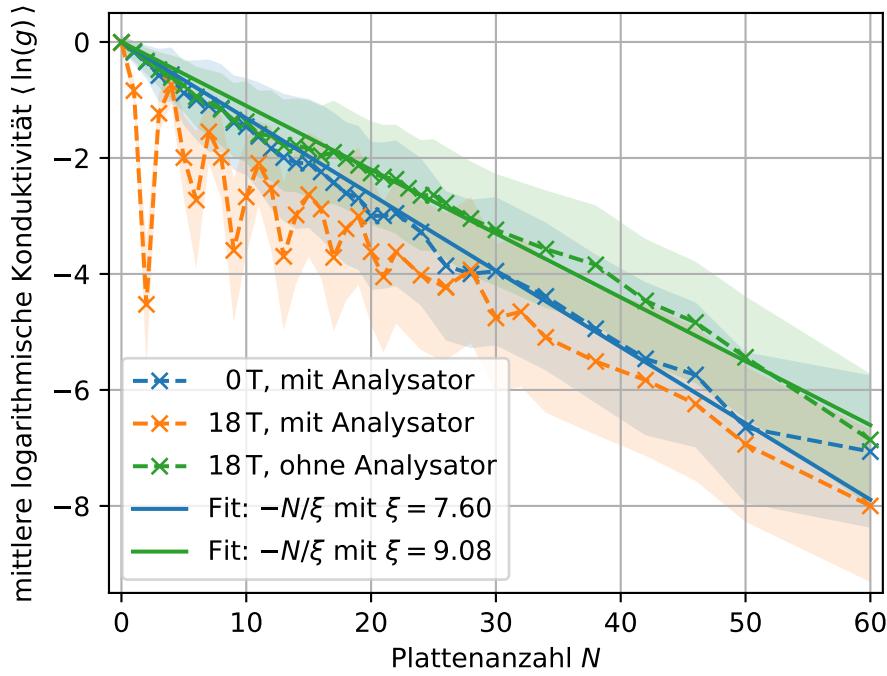


Abbildung 4.4.8.: Zu sehen ist die mittlere logarithmische Konduktivität $\langle \ln(g) \rangle$ über der Plattenanzahl N . Zusätzlich sind zwei Fits $-N/\xi$ zu sehen. Der Quellcode kann unter Appendix A.6 nachgesehen werden.

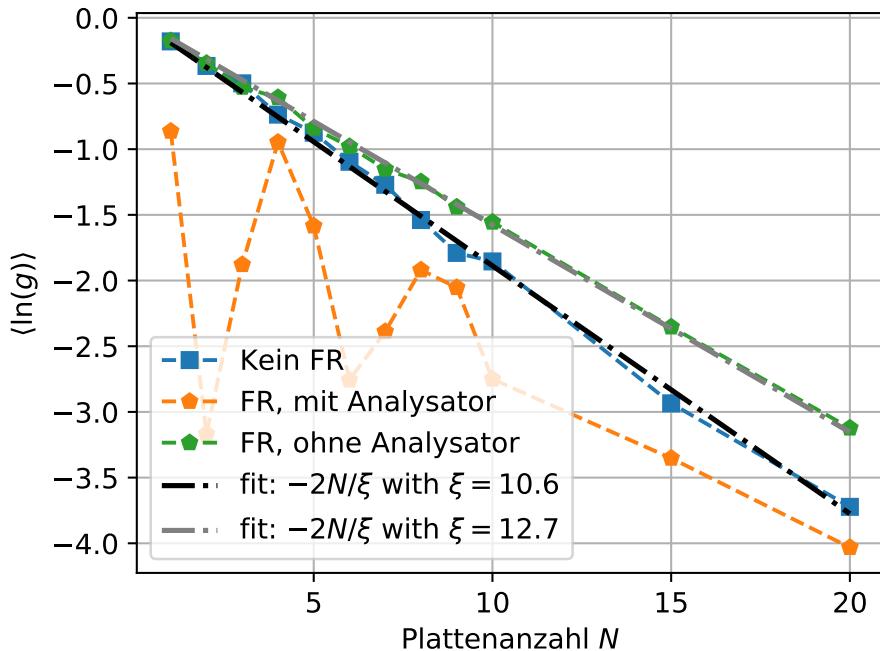


Abbildung 4.4.9.: Numerische Simulation G.A.: Zu sehen ist die mittlere logarithmische Konduktivität $\langle \ln(g) \rangle$ über der Plattenanzahl N . Zusätzlich sind zwei Fits $-N/\xi$ zu sehen.

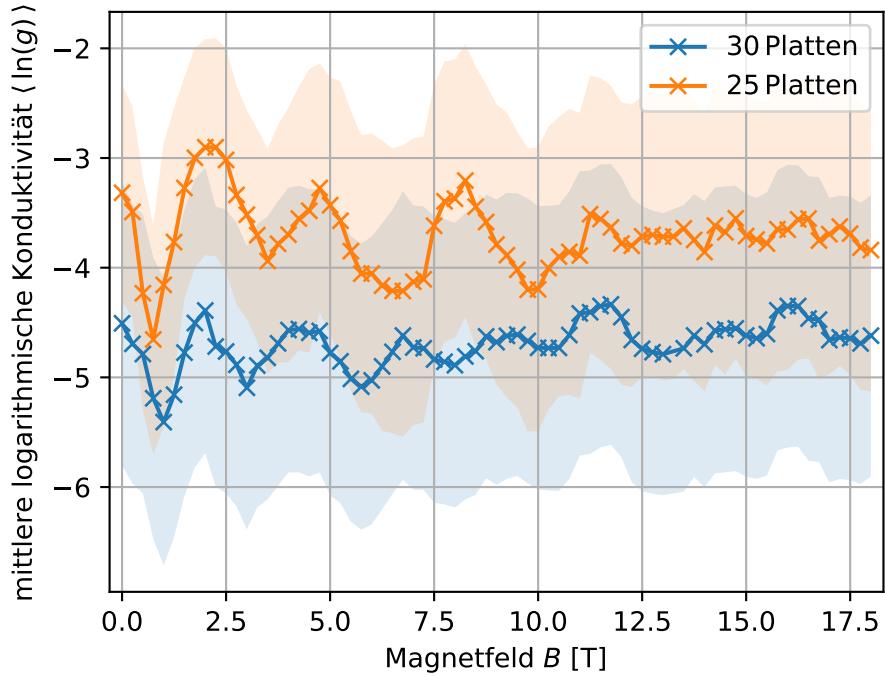


Abbildung 4.4.10.: Hierbei ist die mittlere logarithmische Konduktivität $\langle \ln(g) \rangle$ über dem Magnetfeld B in Tesla aufgetragen. Die Messung wurde mit Analysator durchgeführt.

Dieses qualitative Verhalten, der drei Messreihen, kann auch in Abbildung 4.4.9 betrachtet werden. Hierbei handelt es sich um die Ergebnisse einer numerischen Computersimulation, von *Geoffroy Aubry* (G.A.), für ein perfekt eindimensionales System aus Glaspalten mit dem selben Brechungsindex $n = 1,8$ wie die im Versuch genutzten Glasplatten. Das Magnetfeld wird hierbei in willkürlichen Einheiten (*a. u.*) angenommen.

Um die beiden Ergebnisse auch qualitativ zu vergleichen, werden die Daten mit der Formel $-N/\xi$ gefittet. Hier entspricht ξ der doppelten Lokalisationslänge, nach der ANDERSON Lokalisation auftreten sollte [13].

Die experimentell ermittelte Lokalisationslänge bei der 0 T Messreihe liegt bei $\xi = 7.60(1)$. Dieser absolute Wert ist ziemlich klein. Er spricht dafür, dass es bereits nach 4 Platten zu ANDERSON Lokalisation kommen sollte. Die doppelte Lokalisationslänge beträgt $\xi = 9.08(1)$ bei der Messreihe mit 18 Tesla ohne Analysator. Dies ist auch konsistent zur theoretischen Simulation. Hier wird für den Fall ohne FARADAY-Rotation, $\xi = 5.3$ berechnet und für den Fall mit FARADAY-Rotation ohne einem Analysator, $\xi = 6.3$. Diese Werte sind allgemein um etwa Faktor 2/3 kleiner, allerdings stehen die Messungen bei keinem Magnetfeld und dem mit Magnetfeld und ohne Analysator in festem Verhältnis zu einander. So liegt das experimentelle Verhältnis bei $9.08/7.60 = 1.195$ und das theoretische Verhältnis bei $6.3/5.3 = 1.189$. Die Abweichung zwischen theoretischem und experimentellen Verhältnis ist lediglich etwa 0,5%. Nach Abbildung 4.4.13 braucht dies nur ein ausreichend starkes Magnetfeld, dass sich dieses Verhältnis einstellt.

Anschließend wurden bei festen Plattenanzahlen 25 und 30 das Magnetfeld variiert. Abbildung 4.4.10 zeigt die Messreihe mit Analysator. Hierbei fallen, sowohl bei 25 wie auch 30 Platten, nahezu periodische Oszillationen auf, die langsam verwaschen und nahezu

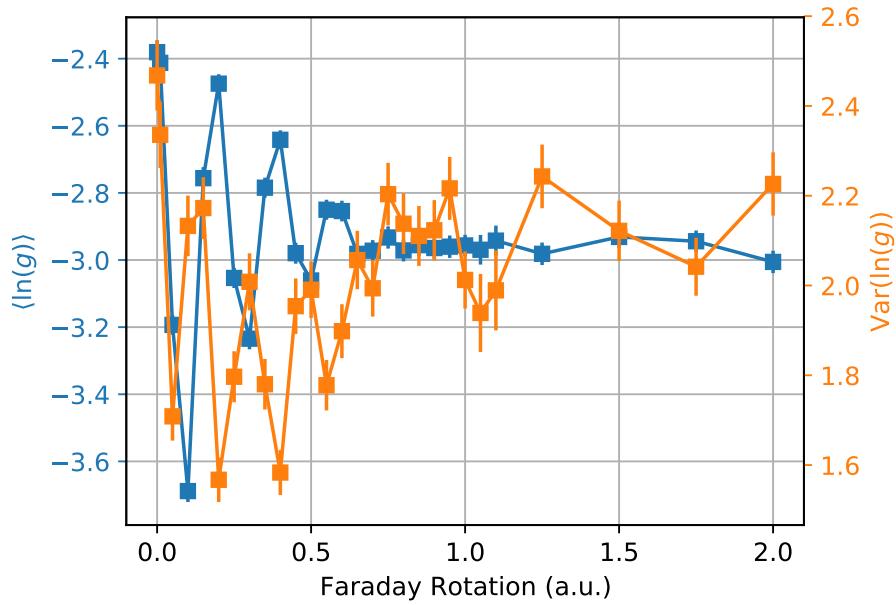


Abbildung 4.4.11.: Numerische Simulation G.A.: Zu sehen ist die mittlere logarithmische Konduktivität $\langle \ln(g) \rangle$, sowie die Varianz der logarithmischen Konduktivität $\text{Var}(\ln(g))$ über der FARADAY-Rotation. Hierbei wurde mit Analysator simuliert.

konstant werden. Sie unterscheiden sich durch ihre Periodizität. Dies ist dadurch zu erklären, dass der FARADAY-Effekt sowohl von der Probenlänge als auch von der Stärke des Magnetfeldes abhängt. Eine größere Plattenanzahl entspricht einer längeren Probenlänge und bedingt demnach eine schnellere Drehung bei variierendem Magnetfeld. Deshalb wird auch die Periode kleiner. Die Amplitude hängt mit der totalen Höhe zusammen. Wird eine höhere Intensität transmittiert so kann diese auch größere Oszillationen vollführen.

Vergleicht man diese Ergebnisse qualitativ mit den Resultaten der numerischen Computersimulation in Abbildung 4.4.11, so bestätigen sich die Beobachtungen. Auch wenn sich das Diagramm nicht für einen qualitativen Vergleich eignet, da mit $n = 2$, einem willkürlich FARA DAY-Effekt und 15 Platten gerechnet wurde, so stimmt der Verlauf der mittleren logarithmischen Konduktivität ziemlich gut überein. Auch sie vollführt zunächst periodische Oszillationen die langsam verwaschen und auslaufen.

In Abbildung 4.4.12 ist die Messreihe ohne Analysator zu sehen. Auch wenn hier nahezu periodische Schwankungen zu sehen sind, so ist dies vielmehr ein Rauschen. Eigentlich wäre ein qualitativer Verlauf wie in Abbildung 4.4.13 zu erwarten. Dies wäre auch konsistent zu Abbildung 4.4.8. Allerdings ist vermutlich ein zu großes Rauschen Schuld daran, dass es dies nicht ist. Der Sprung der Kurve '30 Platten' von 7,75 auf 8 Tesla und 11,5 auf 11,75 Tesla ist auf ein schwächeres Magnetfeld zurückzuführen. Bei der Durchführung dieser Messungen wurde versehentlich ein 2,5 cm langer Abstandsring (siehe Abbildung 3.3.4 *links*) weggelassen.

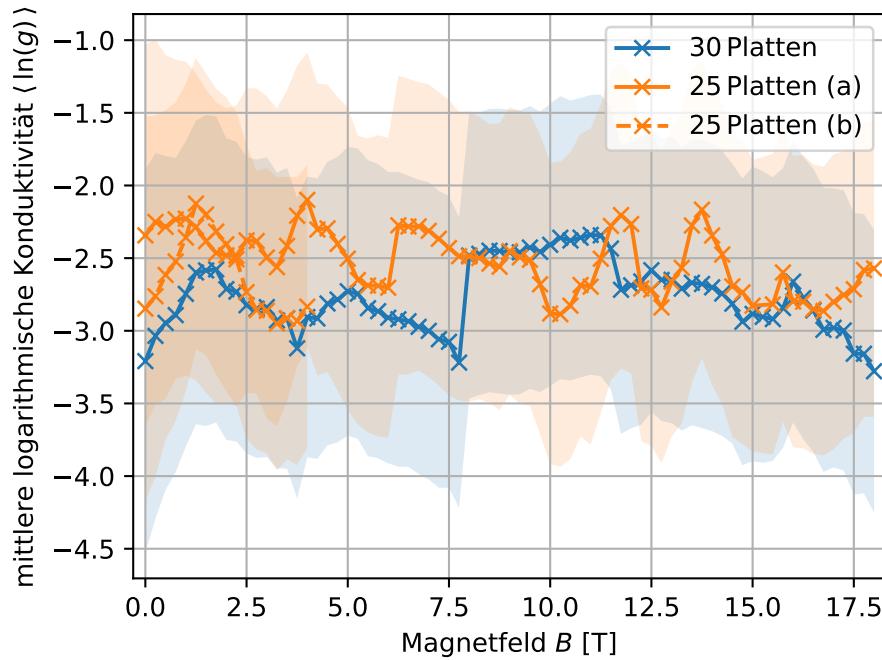


Abbildung 4.4.12.: Hierbei ist die mittlere logarithmische Konduktivität $\langle \ln(g) \rangle$ über dem Magnetfeld B in Tesla aufgetragen. Die Messung wurde ohne Analysator durchgeführt. Der gestrichelte Teil bei 25 Platten ist eine zweite Referenz Messung.

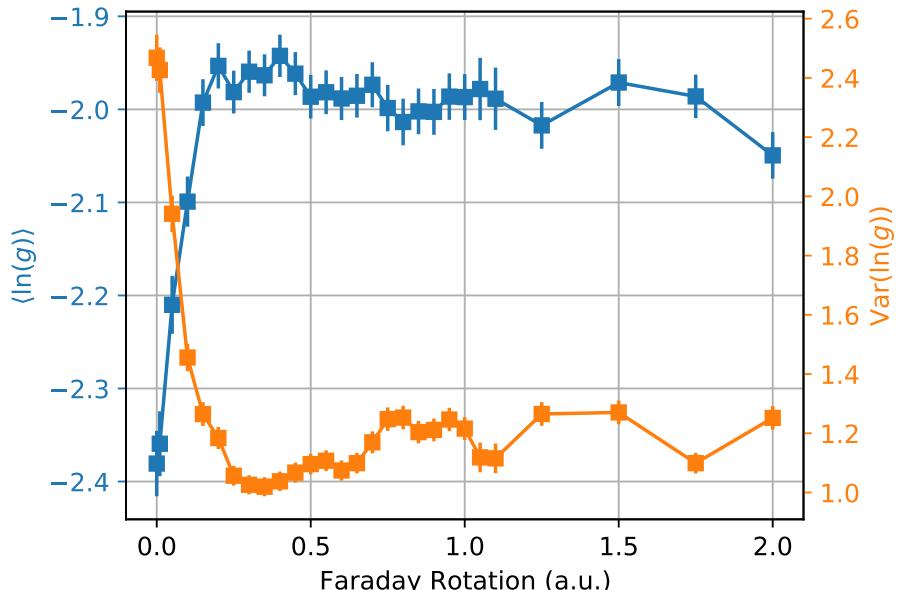


Abbildung 4.4.13.: Numerische Simulation G.A.: Zu sehen ist die mittlere logarithmische Konduktivität $\langle \ln(g) \rangle$, sowie die Varianz der logarithmischen Konduktivität $\text{Var}(\ln(g))$ über der FARADAY-Rotation. Hierbei wurde ohne Analysator simuliert.

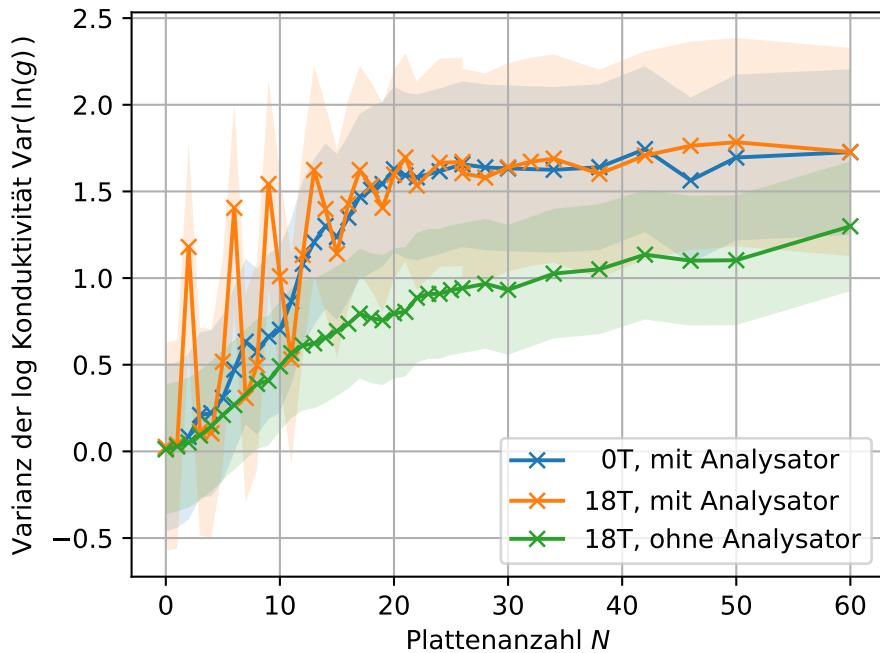


Abbildung 4.4.14.: Im Diagramm zu sehen, ist die Varianz der logarithmischen Konduktivität $\text{Var}(\ln(g))$ über der Plattenanzahl N . Der Fehler wird durch die Standardabweichung der Werte ab 20 Platten abgeschätzt.

4.4.4. Varianz der logarithmischen Konduktivität $\text{Var}(\ln(g))$

Anschließend bietet sich die Betrachtung der Varianz der logarithmischen Konduktivität an, um die statistisch signifikante Betrachtung der logarithmischen Konduktivität abzuschließen.

Bei der Betrachtung von Abbildung 4.4.14, welche die Messreihe mit der variierenden Plattenanzahl abbildet, fallen wieder Oszillationen, bei der Messreihe mit 18 Tesla und Analysator, auf. Diese verhalten sich genau um $\pi/2$ Phasenverschoben zu den Schwankungen in der mittleren logarithmischen Konduktivität. Dieser Phasenversatz lässt sich auch in den numerischen Simulationen erkennen. Vergleiche hierzu Abbildung 4.4.9 mit Abbildung 4.4.15. In letzterer ist ebenfalls die Varianz der logarithmischen Konduktivität aufgetragen. Diese steigt hierbei jedoch exponentiell und sättigt nicht wie in den experimentellen Werten. Hierbei sei zu beachten, dass die Statistik für 15 und 20 Platten nicht mehr ausreichend hoch genug war um den Werten ihre nötige Signifikanz zuzusprechen. Das Sättigen lässt sich darauf zurückführen, dass experimentell bedingt für Plattenanzahlen jenseits der 10 Platten, das System nicht mehr perfekt Eindimensional ist, sondern sich nur noch quasi Eindimensional verhält.

Die Varianz der Messung bei 18 Tesla und ohne Analysator, verläuft deutlich flacher als die anderen beiden Messreihen. Hierbei ist wieder entscheidend, dass die Varianz zweier linear unabhängiger *speckle* Bilder deutlich geringer ausfällt. Weiterhin bemerkenswert ist, dass die Messung bei 0 Tesla und bei 18 Tesla mit Analysator, die Oszillationen außer Acht gelassen, gleich verlaufen. Werden abschließend noch die Simulation mit den experimentellen Daten verglichen, fällt auch der quantitative Unterschied auf. Stimmen die Werte bei 5 Platten noch fast überein, so sind bei 10 Platten gerade bei der 0 Tesla Messung schon ein erheblicher

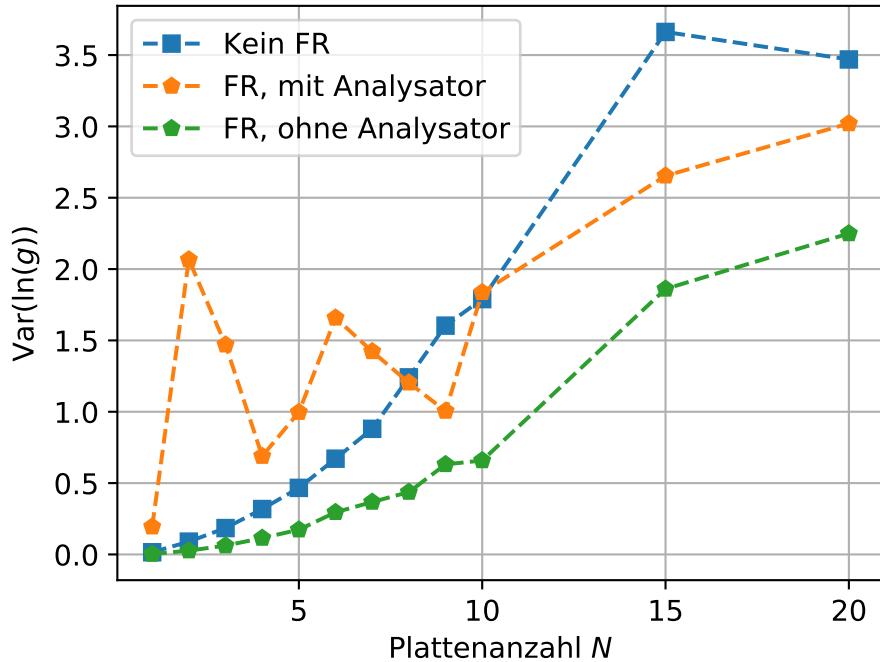


Abbildung 4.4.15.: Numerische Simulation G.A.: Im Diagramm die Varianz der logarithmischen Konduktivität $\text{Var}(\ln(g))$ über der Plattenanzahl N aufgetragen.

Unterschied zu sehen. Die Simulation sagt einen Wert um die 1,8 voraus, während die experimentelle Messung mit 0,7 lediglich rund 40 % des theoretischen Werts erreicht.

Abschließend zur Betrachtung der Varianz der logarithmischen Konduktivität, werden nun auch Messreihen mit variierendem Magnetfeld betrachtet. In Abbildung 4.4.16 sind die Messreihen mit Analysator zu sehen. Erstaunlicherweise verhält sich hier die Varianz der logarithmischen Konduktivität sehr konstant. Die Schwankungen bei niedrigen Feldern und 25 Platten lassen sich auch als Rauschen interpretieren. Erfreulicherweise stimmen Start und Endpunkt der 30 Platten Messung quantitativ mit Abbildung 4.4.14 überein. Auch lässt sich in Abbildung 4.4.14 bereits eine Unabhängigkeit der Varianz gegenüber dem Magnetfeld bei verbautem Analysator vermuten, was nun durch Abbildung 4.4.16 bestätigt scheint.

Vergleicht man dieses Ergebnis nun jedoch mit den Ergebnissen der Simulation in Abbildung 4.4.11 so sind sowohl Oszillationen als auch ein absoluter Abfall der Varianz zu sehen. Diese scheinbare Inkonsistenz kann mit dem experimentellen Verlust der perfekten Eindimensionalität zu tun haben.

Bei dem Vergleich der Messreihe ohne Analysator, in Abbildung 4.4.17, mit der Simulation in Abbildung 4.4.13, fällt wiederum qualitativ konsistentes Verhalten der Kurven auf. Diese sinken zu Beginn schnell ab und bleiben daraufhin auf einem konstanten Wert. Dieses Verhalten lässt sich dadurch erklären, dass die zwei linear unabhängigen *speckle* Bilder bei geringen Feldstärken noch nicht verschieden genug sind, um die Varianz zu beeinflussen. Allerdings reicht schon eine leichte Erhöhung des Magnetfeldes um die zwei *speckle* Bilder verschieden genug zu machen, dass die Überlagerung homogenisiert wird. Deshalb sättigt auch die Varianz sehr schnell bei dem niedrigen Wert, da die gegenseitige Mittlung kein größeres Ausmaß annehmen kann.

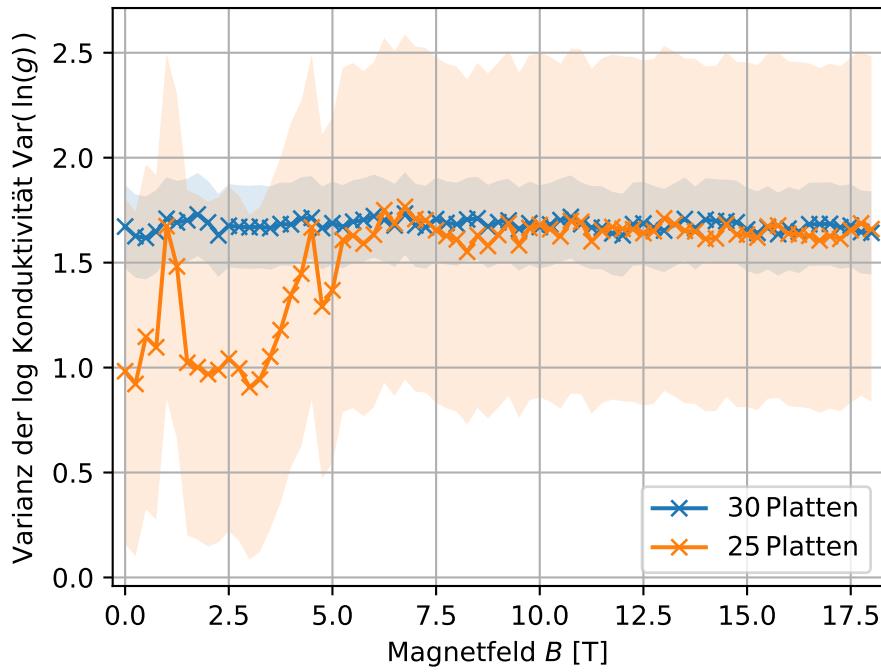


Abbildung 4.4.16.: Zu sehen ist die Varianz der logarithmischen Konduktanz $\text{Var}(\ln(g))$ über dem Magnetfeld B in Tesla. Die Messreihe wurde mit Analysator durchgeführt.

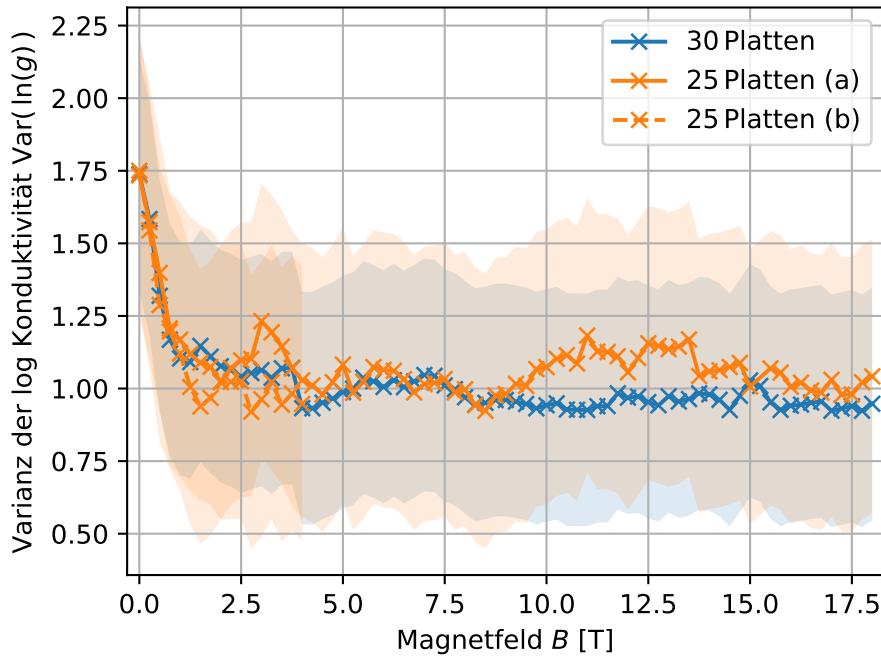


Abbildung 4.4.17.: Zu sehen ist die Varianz der logarithmischen Konduktanz $\text{Var}(\ln(g))$ über dem Magnetfeld B in Tesla. Die Messreihe wurde ohne Analysator durchgeführt. Der gestrichelte Teil bei 25 Platten ist eine zweite Referenz Messung.

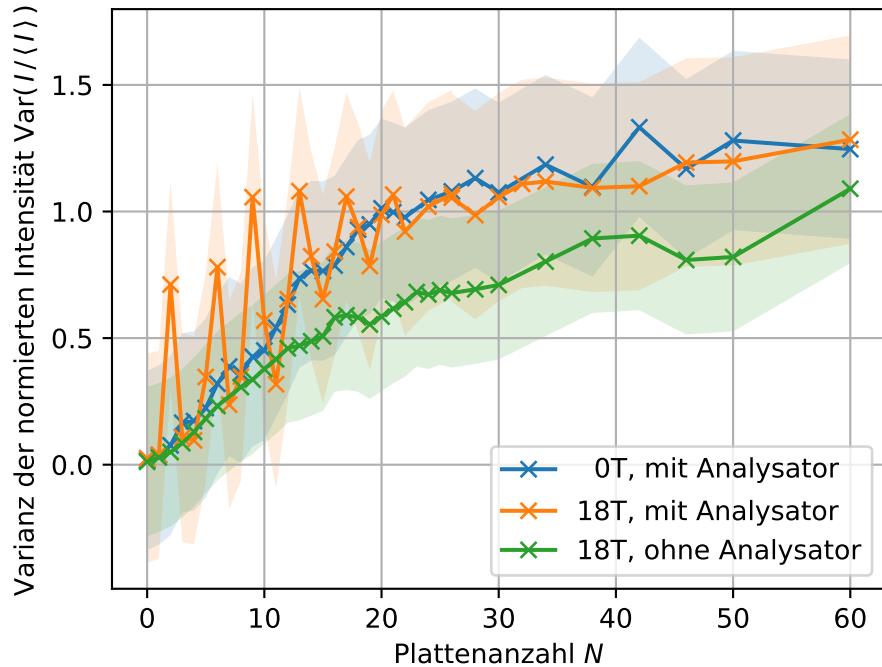


Abbildung 4.4.18.: Im Diagramm ist die normierte Varianz $\text{Var}(I/\langle I \rangle)$ über der Plattenanzahl N zu sehen. Für die Fehler wurde die Standardabweichung der Varianzwerte ab Plattenanzahl 30 genutzt. Der Quellcode kann unter Appendix A.6 nachgesehen werden.

4.4.5. Varianz der normierten Intensität $\text{Var}(I/\langle I \rangle)$

Wie bereits in Kapitel 2.2.5 erwähnt, ist auch die normierte Varianz $\text{Var}(I/\langle I \rangle)$ ein gutes Maß um die ANDERSON Lokalisierung zu charakterisieren. In Abbildung 4.4.18 ist die normierte Varianz, für die Messreihen mit variierender Plattenanzahl, zu sehen. Ein anfängliches Ansteigen und ein Sättigen bei etwa 20 Platten ist bei allen Messreihen zu beobachten. Auffällig sind die periodischen Oszillationen bei 18 Tesla und verwendetem Analysator, allerdings zeigen sie vergleichbares Verhalten, wie mit Abbildung 4.4.14.

Auch hier zeigen die Simulationsdaten einen anderen Verlauf für die Varianz, wie in Abbildung 4.4.19 zu sehen ist. Dieses ist wieder darauf zurückzuführen, dass die perfekte Eindimensionalität verloren geht.

Vorteilhaft an der Varianz der normierten Intensität gegenüber der Varianz der logarithmischen Konduktivität ist die quantitative Vergleichbarkeit mit Referenz [15]. In dieser wird das Lokalisationslimit $7/3$ überschritten. In Abbildung 4.4.18 wird allerdings nur ein Maximalwert von 1,3 erreicht. Die Simulation in Abbildung 4.4.19 sagt, für ein eindimensionales System, das Überschreiten der $7/3$ bereits nach 15 bis 20 Platten voraus. Demnach wurden nur Diffusions- und keine Lokalisationsprozesse beobachtet.

Bei der abschließenden Betrachtung der Messreihen über ein variierendes Magnetfeld in Abbildung 4.4.20 und 4.4.21 bestätigt der quantitative Vergleich mit Abbildung 4.4.18 die Start und Endwerte. Der qualitative Verlauf ähnelt wieder dem von Abbildung 4.4.16 und 4.4.17.

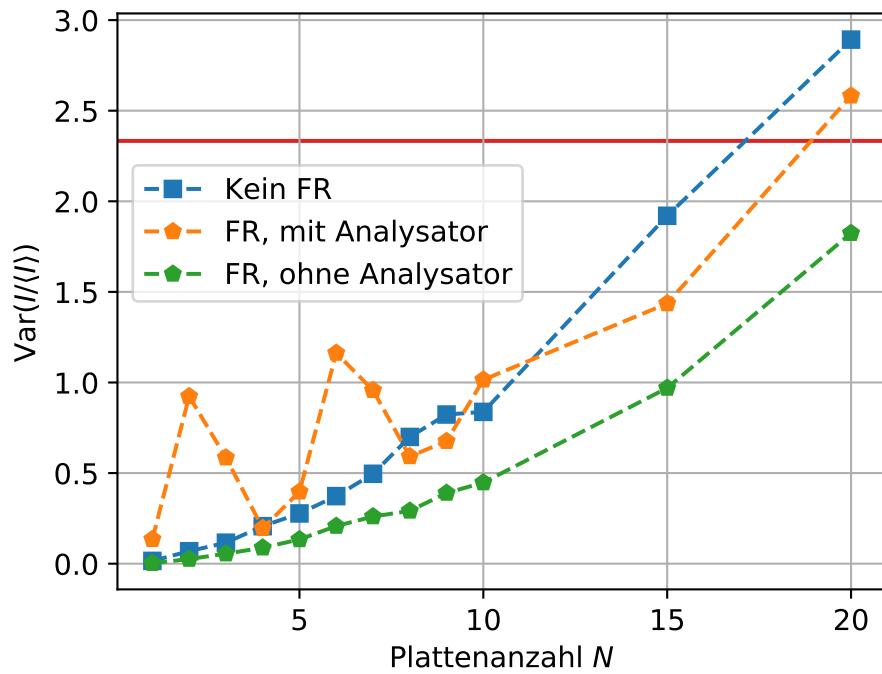


Abbildung 4.4.19.: Numerische Simulation G.A.: Im Diagramm die Varianz der normierten Intensität $\text{Var}(I/\langle I \rangle)$ über der Plattenanzahl N aufgetragen. Ebenso ist in rot das Lokalisationslimit $7/3$ zu sehen.

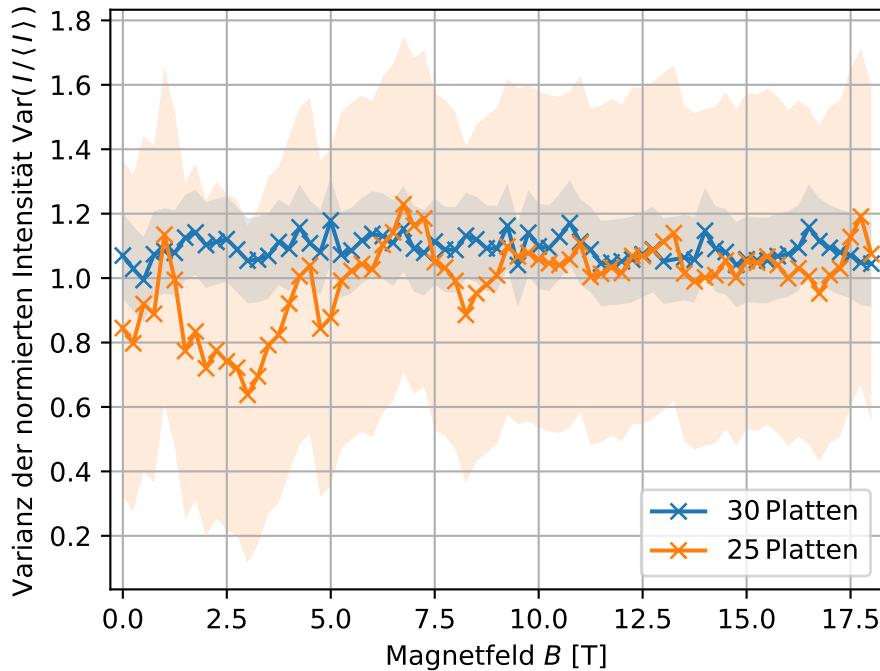


Abbildung 4.4.20.: Zu sehen ist die Varianz der normierten Intensität $\text{Var}(I/\langle I \rangle)$ über dem Magnetfeld B in Tesla. Der Fehler wurde über die Standardabweichung der Varianzen abgeschätzt. Bei 25 Platten wurden nur die Werte ab 10 T berücksichtigt. Bei der Messreihe wurde ein Analysator verwendet.

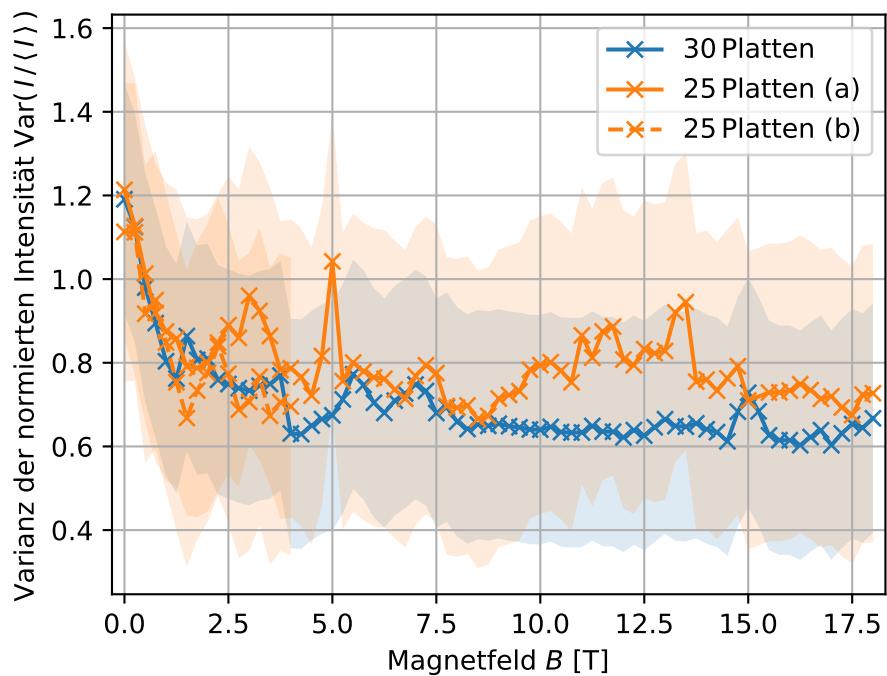


Abbildung 4.4.21.: Zu sehen ist die Varianz der normierten Intensität $\text{Var}(I/\langle I \rangle)$ über dem Magnetfeld B in Tesla. Der Fehler wurde über die Standardabweichung der Varianzen ab 6 T abgeschätzt. Bei 25 Platten (b) wurden alle Werte berücksichtigt. Bei der Messreihe wurde kein Analysator verwendet. Der gestrichelte Teil bei 25 Platten ist eine zweite Referenz Messung.

5. Schlussfolgerung

Diese Arbeit handelt von der eindimensionalen ANDERSON Lokalisation von Licht und dem Einfluss der Reziprozität des FARADAY-Effekts. Hierfür wurden Transmissionsmessungen durchgeführt. Hierbei wurde über verschiedene Konfigurationen an Weglängen durch Glas und Luft gemittelt. Dieses Mitteln wurde zunächst mit zwei Piezoelementen zwischen Glasplatten erzeugt, allerdings hat das Drehen, aufgrund der rauen Oberfläche der Glasplatten, eine deutlich bessere Statistik geboten. Deshalb handelt diese Schlussfolgerung von diesen Drehmessungen.

Die Mittelwertmessungen der logarithmischen Konduktanz in Kapitel 4.4.3 sprechen durch ihren linearen Abfall und der geringeren Steigung mit Magnetfeld für die Beobachtung von ANDERSON Lokalisierung. Dabei kann auf eine exponentiell abfallende Transmission geschlossen werden, wie es von der Theorie vorhergesagt wird [3]. Ebenso der langsamere Abfall als nur exponentiell der Histogramme in Kapitel 4.4.2 für hohe Plattenanzahlen sprechen für eine Beobachtung der ANDERSON Lokalisierung.

Allerdings sprechen die abschließenden Ergebnisse zur normierten Varianz der Intensität gegen die Beobachtung von ANDERSON Lokalisierung. Hierbei wird bei weitem nicht, der von der Theorie prognostizierte Wert von $7/3$ erreicht [15]. Ebenso sind bereits für kleine Plattenanzahlen große Abweichungen gegenüber den numerischen Simulationen zu Beobachten. Es ist anzumerken, dass ab 5 bis 10 Platten schon ein Übergang von eindimensional nach quasi eindimensional zu erkennen ist. Daher wird das Regime der ausreichenden Probenlänge um ANDERSON Lokalisierung zu betrachten eventuell nie erreicht.

Die durchgeführten Experimente geben auch Aufschluss über die Beeinflussung durch den FARADAY-Effekt. Wird kein Analysator verwendet so steigt die Konduktivität und die Varianz sinkt. Dies liegt daran, dass sich zwei linear unabhängig polarisierte *speckle* Bilder überlagern und ein gemitteltes Gesamtbild ergeben. Dies lässt sich gut in Abbildung 4.4.21 sehen und wird von der Ergebnissen der Simulation in Abbildung 4.4.13 bestätigt. Wird stattdessen ein Analysator verwendet, so sind zunächst periodische Oszillationen, durch Drehung des Großteils der Photonen, in der Intensität zu beobachten, sowohl für variierende Plattenanzahl (Abbildung 4.4.8), sowie für variierendes Magnetfeld (Abbildung 4.4.10). Dieses Verhalten wird ebenfalls von der Simulation vorausgesagt, vergleiche mit Abbildung 4.4.9 und 4.4.11.

Dagegen verhält sich die Varianz abgesehen von den periodischen Oszillationen, bei variierender Plattenanzahl, genau gleich wie bei der Messung ohne Feld (Abbildung 4.4.14). Auch die Messung bei konstanter Plattenanzahl über ein variierendes Feld spricht für eine gleichbleibende Varianz (Abbildung 4.4.16). Damit lässt sich die Auswirkung des FARADAY-Effekts auf die ANDERSON Lokalisierung nicht mit Gewissheit bestätigen. Allerdings wurden auch schon Auswirkungen des FARADAY-Effekts von Referenz [4] gezeigt.

Der frühe Verlust der perfekten Eindimensionalität macht es schwierig über die ANDERSON Lokalisation, oder dessen Manipulation durch den FARADAY-Effekt, auszusagen. Ferner machen es Randeffekte eines aufgeweiteten Strahls schwierig, die zugrunde liegende Berechnungen präzise durchzuführen. Die Auswirkungen bleiben Ungewiss.

Als zukünftig sinnvolle Messungen ist definitiv eine feiner aufgelöste winkelabhängige Messung bei festem Magnetfeld und konstanter Plattenanzahl anzunehmen. Abbildung 4.3.7 deutet schon an, dass die Ergebnisse interessant sein könnten. Anbieten würde sich hierfür eine hohe Plattenanzahl, eventuell zwischen 25 und 30 Platten und ein geringeres Magnetfeld von 1 Tesla. Hierbei sollte jedes transmittierte Photonen bereits um $\pi/2$ gedreht sein. Lohnen wird sich eine detaillierte Messung zwischen $\pi/2$ und $3\pi/2$. Hierbei sollten die zusätzlichen Weglängen, die Photonen zurücklegen bevor sie transmittieren, aufgelöst und sortiert werden. Ebenso lohnt sich eventuell auch eine Messung bei geringer Plattenanzahl und starkem Magnetfeld um dieses Aufsplitten schön zu charakterisieren.

Ebenso könnte sich eine magnetfeldabhängige Messung bei geringer Plattenanzahl, z.B. 5 Platten mit Analysator lohnen. Hierbei wäre sichergestellt, das sich das System noch im Eindimensionalen befindet. Dies bestätigt eventuell den Verlauf der Varianz in Abbildung 4.4.11.

Für weitere Untersuchungen und um ANDERSON Lokalisation zweifelsfrei beobachten zu können sollte die Justierung des Versuchsaufbaus dahingehend verbessert werden, dass der Übergang in das quasi eindimensionale Regime erst jenseits des Erreichen des Lokalisationslimit stattfindet. Eventuell könnte ein Versuchsaufbau mit einer Glasfaser in der Mitte bessere Ergebnisse erzielen.

A. Quellcode

Im Folgenden sind Auszüge der Auswertungsroutinen zu den verschiedenen Versuchsaufbauten, ebenso wie manche *plot*-Routinen. Die verwendete Programmiersprache ist `python 2.7`. Als Programmierumgebung wurde `jupyter notebook` genutzt.

Der Arbeitsrechner rechnet mit einem i3-2120 CPU mit 4 Kernen, welche jeweils mit 3.30 GHz getaktet sind. Er ist mit 16 GB Arbeitsspeicher ausgestattet. Das benutzte Betriebssystem ist `Debian 8 gnome`. Schlussendlich wurde noch auf dem `scientific computer cluster (scc)` der Universität Konstanz gerechnet, da die verarbeitete Datenmenge zu groß und der 2D-GAUSS-Fit zu rechenintensiv für den Arbeitsrechner ist.

A.1. Header

Wie jede Programmierumgebung benötigt auch `jupyter notebook` einen Header. Nachfolgend der Header mit dem folgender Code läuft. `datadepth` beschreibt die Datentiefe der CCD-Kamera und wird im Code häufig verwendet, daher auch im Header definiert. In Zeile 12 werden die Bildabmessungen von *plots* in Zoll definiert.

```
1 import pylab
2 import numpy as np
3 import tables as tb
4 import os.path
5 import h5py
6 import glob
7 from scipy.optimize import curve_fit
8 from matplotlib.ticker import MaxNLocator
9 from mpl_toolkits.axes_grid1.inset_locator import mark_inset
10 from mpl_toolkits.axes_grid1.inset_locator import zoomed_inset_axes
11 datadepth=4096
12 rcParams['figure.figsize'] = 8,6
```

A.2. Kennlinien - VERDET-Konstante & torus-Laser

Nun der Code für die beiden Kennlinien. Die Messdaten sind *hardcoded*, heißt sie stehen direkt im Code.

Kennlinie-torus-Laser:

```
1 colors = [color['color'] for color in list(mpl.rcParams['axes.prop_cycle'])] #Farben
2 CURRENT=array([50,51,52,53,54,55,56,57,58,59,60,62,65,70,75,80])
3 MEAN=array([17,32,44,54,81,110,141,175,217,256,296,411,625,1049,1596,2229])
4 MAX=array([38,50,62,68,96,128,163,190,240,272,315,425,653,1065,1617,2255])
5 MIN=array([0,17,28,36,66,92,123,156,195,238,275,393,607,1030,1580,2209])
6 CURRENT, MEAN = CURRENT.astype('float64'), MEAN.astype('float64') #erweiterte Datei
7 MAX, MIN = MAX.astype('float64'), MIN.astype('float64') #ermöglicht präzises Rechnen
8
9 x=arange(100).astype('float64')/(100) #Definiert x-Achse für Fit
10 def polyfit(x,a,b,c,d): #Definiert Polynominal-Fit
11     return a*((x-d)**2)+b*(x-d)+c
12 popt,pcov=curve_fit(polyfit,CURRENT,MEAN) #Fit
```

```

13 plot(x,polyfit(x,popt[0]*100,popt[1],popt[2]/100,popt[3]/100),#          #plot(Fit)
14 'g-', label="polynomieller Fit")
15 plot(CURRENT/100,MEAN/100,'x',color=colors[0], label='Mittelwerte')      #plot(mean)
16 plot(CURRENT/100,MAX/100,'.',color=colors[0], label='Minima und Maxima')#plot(maxima)
17 plot(CURRENT/100,MIN/100,'.',color=colors[0])                           #plot(minima)
18 fill_between(CURRENT/100,MAX/100,MIN/100, facecolor=colors[0],# #füllt Fehlerbereich
19 alpha=0.15, label='Fehlerbereich')
20
21 xlim([.495,.655])                                         #setzt Bereich auf x-Achse
22 ylim([0,7])                                              #setzt Bereich auf y-Achse
23 legend()                                                 #erzeugt Legende
24 ylabel(r'Leistung $P(\backslash,I\backslash,\backslash,I_{\max}\backslash,)\$ [mW]')      #y-Achsen Beschriftung
25 xlabel(r'Stromverhältnis $I\backslash,\backslash,I_{\max}\$'.decode('utf8')) #r'... für Latex Syntax
26 grid()                                                   #zeichnet Gitter
27 #title('Kennlinie Laser, fit=a*(x-d)**2+b*(x-d)+c')           #setzt Überschrift
28 savefig('kennlinie-laser.png')                         #speichert Plot im Verzeichnis der Pythondatei
29 savefig('kennlinie-laser.pdf',bbox_inches="tight")
30 print popt, pcov                                     #Gibt in der Textzeile Fit-Parameter und Fehler aus

```

Kennlinie-VERDET-Konstante:

```

1 colors = [color['color'] for color in list(mpl.rcParams['axes.prop_cycle'])]
2 B=[0,2,4,6,8,10,12]
3 #theta=[0, 6.1666, 10.41666, 15.25, 21.41666, 26.41666, 32.41666]           #in degree
4 theta=[0,0.1076286372,0.1818051304,0.2661627109,#
5 0.3737913481,0.4610578107,0.5657775659]
6 theta=array(theta)/0.0015                                         #durch Plattendicke 1,5mm geteilt
7 x=(arange(140)).astype('float64')/10   #füllt einen Vektor mit Werten von 1 bis Wert
8
9 def linreg(a,x):                                                 #Fit
10    return a*x
11 popt=curve_fit(linreg,B,theta)
12 data=popt[0]*x
13
14 figure()
15 plot(B,theta, 'x',color=colors[0], label='Messwerte')
16 plot(x,data, 'g-', label='linearer Fit')
17 xlabel("Magnetfeld [T]")
18 ylabel("Verdrehwinkel pro Meter [rad/m]")
19 grid()
20 legend()
21 xlabel(r"Magnetfeld $B\$ [T]")
22 ylabel(r"Verdrehwinkel pro Meter $\vartheta/L\$ [rad/m]")
23 print popt

```

A.3. Versuch - Variation durch Piezokristalle

Folgender Code liest bereits eine Textdatei ein die im selben Ordner liegt und erzeugt einen zweiteiligen Plot. Dieses Codebeispiel erzeugt Abbildung 4.1.4.

```

1 def plotHist(filename, myname, savename,#                                #Methodendefinition
2 startline, endline, limits):
3     data=np.loadtxt(filename)                                         #Lädt Datei
4     dataset=data[startline:endline]                                 #begrenzt einzulesende Zeilen
5     PD=dataset[:,3]                                               #liest 4. Spalte ein
6     PD[PD>20]=nan                                             #ignoriert Programmfehler von MAnderson
7     time=(dataset[:,0]-dataset[0,0])*3600                         #liest und normiert Zeitskala
8     meanint=np.nanmean(PD)                                       #bildet Mittelwert
9     normedPD=PD[:, meanint]                                      #normiert Photodiodensignal
10    var=numpy.nanvar(PD)                                         #berechnet Varianz
11    normedvar=numpy.nanvar(normedPD)                            #berechnet Varianz des normierten Signals
12
13    fig=figure()                                                 #beginnt neue Bildumgebung
14    ax = fig.add_subplot(2,1,1)                                    #bildet oberen Plot
15    #title(myname)                                            #setzt Bildtitel
16    xlabel(r"Zeit $t\$ [\$, \$s\$, ,\$]"")
```

```

17     ylabel(r"Diodensignal $I\backslash,/\backslash,\langle\backslash,I\backslash,\rangle$")          #plottet normiertes Diodensignal
18     plot(time,normedPD)                                         #zeichnet Gitter
19     grid()
20     ax = fig.add_subplot(2,1,2)                                     #bildet unteren Plot
21     xlabel(r"Diodensignal $I\backslash,/\backslash,\langle\backslash,I\backslash,\rangle$") #x- und y-Achsenbeschriftung
22     ylabel(r"Häufigkeit $P\backslash,(,I\backslash,/\backslash,\langle\backslash,I\backslash,\rangle$)".decode('utf8'))
23     h=hist(normedPD,range=[0,max(normedPD)], bins=100)        #Histogram mit 100 Balken
24     text(0.82, 0.9,r"Var$(\backslash,I\backslash,/\backslash,\langle\backslash,I\backslash,\rangle,)=\backslash,$"+%.2f' % normedvar,#
25     ha='center', va='center', transform=ax.transAxes)#schreibt Varianz in Text-Inset
26     yscale("log")                                              #setzt logarithmische y-Achsenkalierung
27     grid()                                                       #zeichnet Gitter
28     plt.subplots_adjust(wspace=None, hspace=0.4)      #setzt Abstand zwischen Subplots
29     xlim(limits)                                         #setzt x-Bereich für beide Subplots
30     savefig("setup0-+savename+.png")      #Strings lassen sich mit + aneinanderfügen
31     savefig("setup0-+savename+.pdf",bbox_inches="tight")
32     return normedPD, normedvar                                #gibt Werte zurück
33     filename="17.03.27a11.1928.qstre.txt"                  #Dateiname der einzulesenden Datei
34     savename="shaking"                                      #Dateiname des abzuspeichernden Bildes
35     myname="Signal und Histogramm bei 20 Platten, Methode: 'shaken'" #Bildtitel
36     startline=2800                                         #Startzeile
37     endline=4300                                           #Endzeile
38     limits=[0,12]                                         #x-Bereich
39     plotHist(filename, myname, savename, startline, endline, limits) #Übergibt Parameter

```

A.4. Versuch - Variation durch Drehen

Im Folgenden nun die erste Auswertungsroutine für die Bilder der CCD-Kamera. Die Bilder werden im hdf5 Format gespeichert. In diesem Code ist ein Logikfehler. Die durch die GAUSS-Fits ermittelte Halbwertsbreite wird durch die Kreisgeometrie des Lasers gestört. Durch die Aufsummierung der Spalten beziehungsweise Zeilen wird eine Flächenprojektion des Kreises mitberechnet, welche nicht durch den Fit berücksichtigt wird. Später wird dieses durch einen 2D-Fit berücksichtigt.

```

1  def myfunc(theFileName):                               #Übernahme der Nummer der Messung
2      fi= tb.open_file(fileList[theFileName])    #definiert auszuwertende Datei als fi
3      nbl=fi.root.nbl[0]                           #Bildhöhe
4      nbc=fi.root.nbc[0]                           #Bildbreite
5      dset=fi.root.imageNumber[0]                  #Anzahl der Bilder pro Datei
6
7      def gaussGlocke(x, a, sigma, x0, offset):       #Definition des Gaussfits
8          return a*np.exp(-(x-x0)**2/(2*sigma**2))+offset
9
10     xdata, ydata = arange(nbc), arange(nbl)         #Definition der x und y Vektoren
11     mean,Kreisflaeche,Bins=zeros(dset),zeros(dset),zeros(datadepth) #Initialisierung
12     imArray = []
13     sum2 = 0
14
15     for m, imA in enumerate(fi.root.images):           #Schleife über alle Bilder
16         imArray=((array(imA)+1)/16)-1                 #skalierung von 16 auf 12 bit
17         meanint=sum(imArray)/nbl/nbc                #Mittelwert für Fit-Parameter 'Offset'
18
19         summex,summey=sum(imArray, axis=0)/nbl, sum(imArray, axis=1)/nbc#Summe Splt/Zln
20         poptx,pcovx=curve_fit(gaussGlocke,xdata,summex,[1,100,nbc/2,meanint])#x-Gauß
21         pqty,pcovy=curve_fit(gaussGlocke,ydata,summey,[1,100,nbl/2,meanint])#y-Gauß
22
23         radius=int((abs(pqty[1])+abs(poptx[1]))*1)      #Berechnung des Radius
24         x_0, y_0 = int(poptx[2]), int(pqty[2])           #Koordinate von Kreismittelpunkt
25         offset=int((poptx[3]+pqty[3])/2)                 #Berechnet den Offset
26         imArray=imArray-offset                         #Zieht Offset von Bild ab
27         imArray[imArray<0]=0                           #Behebt Offset-Fehler
28
29         x1, y1 = np.arange(-x_0,nbc-x_0), np.arange(-y_0,nbl-y_0) #Kreisuntergrund
30         x,y = np.meshgrid(x1,y1)                          #Funktionsgitter
31         r = abs(x+1j*y)                                 #Betrag der komplexen Zahl z=x+iy
32         imArray = (r<radius) * imArray[:, :]   #Zuschneiden, Restwerte werden gleich 0

```

```

33     imArray=ravel(imArray[imArray!=0])      #Liste mit allen Einträgen ungleich 0
34
35     bins=bincount(imArray, minlength=datadepth) #Erstellen des Histogramvektors
36     Bins=Bins+bins                          #Aufadieren der Histogramvektoren
37
38     Kreisflaeche[m]=len(imArray)            #Länge der Liste, bzw. Kreisfläche
39     imArray=imArray.astype(float64)          #große Zahl
40     mean[m]=imArray.mean()                  #Mittelwert [m]
41     sum2=sum2+sum(imArray**2)               #Quadratsumme
42
43     print "\r%d/%d"%(m,dset),                #Progressbar
44
45     Flaeche = sum(Kreisflaeche)             #Gesamtfläche/Gesamtanzahl der Datenpunkte
46     Average2 = sum2/Flaeche                 #Mittelwert der quadrierten Intensität
47     Average = average(mean, weights=Kreisflaeche) #Mittelwert
48     Variance = Average2/Average**2-1        #Varianz
49     print "\r%d/%d"%(m+1,dset),              #Progressbar
50     return Average,Variance,Bins   #Rückgabe Mittelwert, Varianz und Histogrammvektor

```

Folgendes Code-Beispiel (Abbildung 4.2.3) beinhaltet das Erzeugen zweier y -Achsen in nur einem Plot. Die Legende bezieht sich nur auf eine y -Achse. Die Mittelwert- und Varianzkurven lassen sich nur über die unterschiedlichen *guide-to-the-eye* Strichart unterscheiden. Andere *plot*-Erstellungen werden nicht vorgestellt. Diese sind später formal sauberer dargestellt und unterscheiden sich nicht von der Syntax her.

```

1 fig=figure()
2 fig, ax1 = plt.subplots()
3 ax1.plot(Plattenzahl[1], Meanvalue[1], 'xb-', label=r"$R=2\sigma$")
4 ax1.plot(Plattenzahl[2], Meanvalue[2], 'xg-', label=r"$R=\sigma$")
5 ax2 = ax1.twinx()
6 ax2.plot(Plattenzahl[1], Varianz[1], 'xb--')
7 ax2.plot(Plattenzahl[2], Varianz[2], 'xg--')
8 ax1.legend(loc='upper right')
9 ax1.grid()
10 ax1.set_ylabel(r"Mittelwert $\langle I \rangle$")
11 ax2.set_ylabel(r"Varianz $Var(I)$")
12 ax1.set_xlabel(r"Anzahl der Platten $N$")
13 xlim(-1,41)
14 savefig("setup1-IntVar.png")

```

A.5. Versuch - Drehen im Magnet - *torus*

Zuerst wird die finale Auswertungsroutine vorgestellt. Anschließend wird das Text-*file* Einlesen sowie die unterschiedlichen *plot*-Routinen gezeigt

Folgende Routine ist ein *python*-Skript. Dies unterscheidet sich nur durch wenige Details von bisherigen *jupyter notebook-files*. Dies ist nötig um auf dem **scc** zu rechnen.

Header:

`parser.parse_args()` ist dabei die Variable die per **bash** beim Aufruf übergeben werden muss.

```

1 #!/usr/bin/python
2  -*- coding: utf-8 -*-
3  import numpy as np
4  import tables as tb
5  import scipy.optimize as opt
6  import matplotlib.pyplot as plt
7  from matplotlib.patches import Ellipse
8  import glob
9  import sys
10 import os
11 from matplotlib import cm

```

```

12
13 import argparse
14 parser = argparse.ArgumentParser(description='OT')
15 parser.add_argument('--data', help='data number', type=int)
16 args_parser = parser.parse_args()
17 if args_parser.data!=None:
18     dataNumber=args_parser.data
19 else:
20     sys.exit("Fehlendes Argument!")

```

Vorangehende Definition:

Da nicht jede Funktion bei jedem Durchgang definiert werden muss, sind nachfolgend vier Definitionen vor der eigentlichen Auswertungsfunktion definiert. Zunächst ist dies der 2D-GAUSS-Ellipsen-Fit. Dieser Fit gibt eine Vielzahl an Parameter zurück. Diese sind: Amplitude, Halbwertsbreite in x - sowie y -Richtung, die Position des Schwerpunktes auf der x - sowie der y -Achse, der Verkippwinkel und der *offset*.

Anschließend folgen drei Definitionen die jeweils ein Kontrollbild abspeichern. Die Erste zeichnet zusätzlich die Zuschnittellipse in das Bild ein.

```

1 def Gauss2D((x,y),a,sigx,sigy,x0,y0,phi,offset):           #Definition des Gaussfittes
2     x0,y0 = float(x0),float(y0)
3     u = (np.cos(phi)**2)/(2*sigx**2) + (np.sin(phi)**2)/(2*sigy**2)
4     v = -(np.sin(2*phi))/(4*sigx**2) + (np.sin(2*phi))/(4*sigy**2)
5     w = (np.sin(phi)**2)/(2*sigx**2) + (np.cos(phi)**2)/(2*sigy**2)
6     result=a*np.exp(-((u*((x-x0)**2) + 2*v*(x-x0)*(y-y0) + w*((y-y0)**2)))+offset
7     return result.ravel()
8
9 def plotty1(imArray,x0,y0,sigx,sigy,phi,paraname,name,m):
10    fig=plt.figure(0)
11    ax = fig.add_subplot(111)
12    im=ax.imshow(imArray)
13    fig.colorbar(im)
14    ellipse=Ellipse(xy=[x0,y0],width=4*sigx,height=4*sigy,angle=-phi*180/np.pi,##
15    edgecolor="r",facecolor="none")
16    ax.add_artist(ellipse)
17    plt.title(paraname)
18    plt.savefig(name+"%03d.png"%(m))
19    plt.close('all')
20
21 def plotty2(imArray,paraname,name,m):
22    plt.figure(0)
23    plt.imshow(imArray)
24    plt.colorbar()
25    plt.title(paraname)
26    plt.savefig(name+"%03d_rescaled.png"%(m))
27    plt.close('all')
28
29 def plotty3(imArray,paraname,name,m):
30    plt.figure(0)
31    plt.imshow(imArray)
32    plt.colorbar()
33    plt.title(paraname)
34    plt.savefig(name+"%s/%03d_fitFailed.png"%(m))
35    plt.close('all')

```

Definition - Bildbearbeitung:

Hier wird die Bildmanipulation und -auswertung definiert. Wenn von Fehlern die weg geschnitten werden gesprochen wird, passiert dies in sehr geringer Zahl, sodass sie für die physikalischen Prozesse vernachlässigt werden können.

```

1 def Auswertung(Index, OD, Power, Maxbild):      #Übergabe der Bearbeitungsparameter
2   basename=os.path.basename(fileList[Index])      #Entnahme des originalen Dateinamen
3   png_directory=n1+"%s_%02d_png"%(basename,Index)#Dateipfad, erzeugte Kontrollbilder
4   try:
5     os.stat(png_directory)                      #Überprüft ob der Zielordner schon existiert
6   except:
7     os.mkdir(png_directory)                     #Erstellt ihn gegebenenfalls
8   fi= tb.open_file(fileList[Index])             #definiert auszuwertende Datei als fi
9   nbl, nbc=fi.root.nbl[0], fi.root.nbc[0]       #Bildhöhe/Bildbreite
10  dset=fi.root.imageNumber[0]                  #Anzahl der Bilder pro Datei
11
12  xdata, ydata = np.arange(nbc), np.arange(nbl)    #Initialisierung
13  mean, logmean = np.zeros(dset), np.zeros(dset)
14  Kreisflaeche, Bins = np.zeros(dset), np.zeros(datadepth)
15  sum2, logsum2, control, radius = 0,0,0,1
16  v,w = np.meshgrid(xdata,ydata)                 #Koordinatengitter
17  meanint=(np.sum(((np.array(fi.root.images.image0000)+1)/16)-1)/nbl/nbc)#Startoff
18  opti = [260,260,260,nbc/2,nbl/2,1,meanint]      #initialisiert Startwerte
19
20  for m, imA in enumerate(fi.root.images):        #Schleife über alle Bilder
21    if m<Maxbild:                                #ermöglicht Einstellung der Bilderzahl
22      imArray=((np.array(imA)+1)/16)-1            #Skalierung von 16 auf 12 bit
23      popt,pcov=opt.curve_fit(Gauss2D,(v,w), #
24      imArray.ravel(),p0=opti,maxfev=10000)      #2D-Gauß-Fit (sehr rechenlastig!)
25      popt[1],popt[2],popt[5]=np.abs(popt[1]),np.abs(popt[2]),popt[5]%(np.pi)
26      a,phi,offset=popt[0],popt[5],popt[6]         #Korrektur und Redefinition
27      sigx,sigy,x0,y0=popt[1],popt[2],popt[3],popt[4]  #- von Fit-Parameter
28      if (popt>0).all():                          #'Ist der Gauß-Fit sinnvoll?'
29        opti=popt                                  #Setzte neue Startwerte
30        imArray=imArray-offset                   #Offset abziehen
31        plotty1(imArray,x0,y0,sigx,sigy,phi,paraname,png_directory,m) #Bild1
32        cphi,sphi,x,y = np.cos(phi),np.sin(phi),(v-x0),(w-y0) #Vorberechnung
33        r=((cphi*x-sphi*y)/sigx/2)**2+((sphi*x+cphi*y)/sigy/2)**2#EllipseR
34        imArray = (r<radius) * imArray[:, :]          #Zuschneiden von Ellipse
35        Weight=np.array(Gauss2D((v,w),1,sigx,sigy,x0,y0,phi,0)) #Weight
36        Weight=Weight.reshape((nbl,nbc))           #Gewichtung durch 2D-Gauss
37        imArray = imArray/Weight                  #erzeuge Bild2
38        plotty2(imArray,paraname,png_directory,m) #Liste mit größer 0
39        imArray=np.ravel((imArray[imArray>0]))      #Histogramm
40
41  HistArray=np.round(imArray).astype('int64') #Formatswitch Histogramm
42  bins=np.bincount(HistArray, minlength=(datadepth-int(offset))) #Hist
43
44  while (len(bins)-datadepth)>0:              #sucht überflüssige Bins
45    bins=np.delete(bins,datadepth)               #schneidet sie gegf ab
46    bins=np.append(bins,np.zeros(datadepth-len(bins)),axis=None) #0füllen
47    Bins=Bins+bins                            #Histogrammvektorenaddition
48    Kreisflaeche[m]=len(imArray)               #Länge der Liste, bzw. Kreisfläche
49    logArray=np.log(imArray*10**OD/Power)      #Logarithmus incl. Normierung
50    logArray=logArray[~(logArray==np.inf)]      #schneidet fehler Werte ab
51
52    mean[m]=imArray.mean()                    #Mittelwert [m]
53    logmean[m]=logArray[~(logArray==np.inf)].mean() #log Mittelwert
54    sum2=sum2+sum(imArray**2)                 #Quadratsumme
55    logsum2=logsum2+sum(logArray**2)          #logarithmische Quadratsumme
56    control=control+1                         #Zählt die Durchläufe
57
58  else:
59    plotty3(imArray,paraname,png_directory,m) #Bild, falls Fitfehler
60    #print "\r%3.0d/%d"%(m,dset),           #Progressbar
61    #sys.stdout.flush()                   #behebt Leerzeichenfehler bei Progressbar
62    Flaeche = np.sum(Kreisflaeche)          #Gesamtflaeche/Gesamtanzahl der Datenpunkte
63    Average2 = sum2/Flaeche                #Mittelwert der quadrierten Intensität
64    logAverage2 = logsum2/Flaeche          #behebt gewichtungsproblem, falls frameskipt
65    Average = np.average(mean,weights=Kreisflaeche) #Intensität
66    absAverage = Average*10**OD/Power      #absolute Intensität
67    logAverage = np.average(logmean,weights=Kreisflaeche) #log absolute Intensität
68    Variance = Average2/Average**2-1       #Varianz
69    print "Anzahl Datenpunkte=",int(Flaeche),"\\n", #Anzahl Datenpunkte ausgeben
70    print "Anzahl übersprungener frames=", dset-control,"\\n",#Fitkontrolle & Return!
71    return Average, absAverage, logAverage, Variance, Bins, Flaeche, logAverage2

```

Definition - Auswertung einer Messreihe:

Nachfolgend ist die Definition zur Auswertung einer ganzen Messreihe. Hierbei wird vorherige Definition aufgerufen und die berechneten Werte in ein Text-file gespeichert.

```

1 def Messreihe(l):
2     Mean, absMean = np.zeros(lang), np.zeros(lang)
3     logMean, logMean2 = np.zeros(lang), np.zeros(lang)
4     Varianz, Laenge, Flaeche = np.zeros(lang), np.zeros(lang), np.zeros(lang)
5     nscale, normHist = [[[] for i in range(lang)], [[] for i in range(lang)]]
6     Hist = [[] for i in range(lang)]
7     scales=np.arange(datadepth)
8     File=fileList[1]
9     print "FileNumber =", l+1,"/",lang ,"\n",
10    Mean[1],absMean[1],logMean[1],Varianz[1],Hist[1],Flaeche[1],logMean2[1]=#
11    Auswertung(1,OD[1],Power[1],Maxbild)
12    if np.isnan(Mean[1]):
13        normHist[1]=np.zeros(datadepth)
14        nscale[1]=np.arange(datadepth)
15    else:
16        nscale[1]=scales/Mean[1]
17        mi=Mean[1].astype(int)
18        normHist[1]=Hist[1]/Hist[1][mi]
19        Laenge[1]=int(len(np.ravel(Hist[1])))
20
21    print "absolute Meanvalue =", absMean[1],"\n",
22    print "log Meanvalue =", logMean[1],"\n",
23    print "Variance =", Varianz[1],"\n",
24    print "Histogrammlänge=", int(Laenge[1]),"\n",
25    print "Histogramm =",Hist[1],"\n\n"
26
27    n=n1+n2+"_platten%(platten)02d_magnet%(magnet)05.2f_%(number)02d.dat"#
28    %{"platten":lengths[1], "magnet":Magnet[1], "number": 1}
29    f = open(n, "w")
30    f.write("# %s\n"%legende[1]))
31    f.write("# Plattenzahl = %02d\n"%(lengths[1]))
32    f.write("# Magnetfeld = %05.2f T\n"%(Magnet[1]))
33    f.write("# OD = %4.2f\n"%(OD[1]))
34    f.write("# Polarisationswinkel = %4.2f\n"%(Polar[1]))
35    f.write("# Power = %f\n\n"%(Power[1]))
36
37    f.write("# Auswertungsradius = 2*Halbwertsbreite\n")
38    f.write("# maximale Bilder = %03d\n"%(Maxbild))
39    f.write("# Meanvalue = %f\n"%(Mean[1]))
40    f.write("# absolute Meanvalue = %f\n"%(absMean[1]))
41    f.write("# logarithmische Meanvalue = %f\n"%(logMean[1]))
42    f.write("# logarithmische Meanvalue2 = %f\n"%(logMean2[1]))
43    f.write("# Varianz = %f\n"%(Varianz[1]))
44    if np.isnan(Mean[1]):
45        indec=0
46        normHist[1]=Hist[1]
47        nscale[1]=np.arange(datadepth)
48    else:
49        indec=Hist[1][Mean[1].astype(int)]
50        f.write("# P(<I>) = %d\n"%(indec))
51        f.write("# Anzahl Datenpunkte = %.0f\n\n"%(Flaeche[1]))
52
53    f.write("# I/<I>, P(I)/P(<I>), P(I) \n\n")
54    for j in range(datadepth):
55        f.write("%f, %f, %d \n"%(nscale[1][j], normHist[1][j], Hist[1][j]))
56        f.newlines
57    f.close()
58    return

```

Setup und Werte:

Nachfolgend werden die Informationen über Anzahl der Platten N , den eingesetzten OD -Filter, der Laser Stromstärke I/I_{\max} , dem Magnetfeld und dem Polarisationswinkel (`nan` steht dabei für keinen Polarisationsfilter, 1 für einen maximalen Winkel bei 0 T) in den Code geschrieben. Ebenfalls geschieht hier die Verrechnung von I/I_{\max} zu P .

Vorangehend werden die Dateipfade und Dateiname für Text-*file* und Daten-*file* definiert. Anschließend wird die Legende, bzw. die *comments* der Mess-*files* eingelesen.

```

1 ##### Dateipfade (i=1)
2 n0="/work/oirtenka/OT/17.06.08a*[0-9].*[0-9].hdf5"
3 n1="/home/scc/oirtenka/OT/"
4 n2="Data_v4_setup3_OT"
5 #n0: Dateipfad der Messdateien
6 #n1: Dateipfad der abzuspeichernden Textdateien
7 #n2: Dateinamen der abzuspeichernden Textdateien
8
9 ##### Einlesen der files und auslesen der Legende
10 fileList=glob.glob(n0)
11 fileList.sort()
12 lang=len(fileList)
13 legende=[]
14 for n in range(0,lang):
15     fi=tb.open_file(fileList[n])
16     _legend1=fi.root.metadata.comment [:]
17     _legend2=[',']
18     for i in range(0,len(_legend1)):
19         _legend2.append(chr(_legend1[i]))
20     _legend3=''.join(_legend2)
21     legende.append(_legend3)
22     fi.close()
23
24 ##### Hell-Yeah hier ist Hardcoding angesagt!
25 lengths=[0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,#
26 16,17,18,19,20,21,22,24,26,28,30,34,38,42,46,50,60]
27 OD=np.ones(lang)
28 Power=[53,53,53,53,52,52,52,51,51,51,51,51,51,51,52,#
29 52,52,52,52,52,52,54,54,54,54,56,56,56,57,58,59,62,64,69]
30 Magnet=np.zeros(lang)
31 Polar=np.zeros(lang)
32
33 #####bzw. die unveränderten Parameter
34 datadepth=4096 #4096 is good
35 Maxbild=300 # 300 is good
36 Power=np.array(Power)
37 a=2.255
38 b=-72.5
39 c=596
40 d=32.5
41 Power=a*(Power-d)**2+b*(Power-d)+c

```

Schlussendlich wird mit nachfolgenden Codeschnipsel das ganze Programm gestartet.

```
1 Messreihe(dataNumber)
```

Dies hat den Zweck, das es einerseits bereits auf dem Arbeitsrechner parallelisierbar gemacht wurde. Und zum anderen ist hiermit die Möglichkeit gegeben dieses Skript einfach an den **scc** zu übergeben. Dafür wurde folgendes bash-Skript im Terminal auf dem **scc submitted**.

```

1 #!/bin/bash
2 #$ -N plates_OT
3 #$ -m bea
4 #$ -M oliver.irtenkauf@uni.kn
5 #$ -l h_vmem=1G
6 #$ -l h_rt=24:00:00
7 #$ -t 1-33
8 data=$((SGE_TASK_ID-1))
9 python v4-OT.py --data $data

```

Text-*files*: Die erzeugten Textfiles sehen wie folgt aus:

```
# setup 3, OD1.0, current 52%, 3.2VMotor, OT, phi=max, 16 plates
# Plattenzahl = 16
```

```

# Magnetfeld = 00.00 T
# OD = 1.00
# Polarisationswinkel = 0.00
# Power = 39.713750

# Auswertungsradius = 2*Halbwertsbreite
# maximale Bilder = 300
# Meanvalue = 255.587073
# absolute Meanvalue = 64.357325
# logarithmische Meanvalue = 3.695954
# logarithmische Meanvalue2 = 15.008944
# Varianz = 0.786586
# P(<I>) = 410209
# Anzahl Datenpunkte = 239642435

# I/<I>, P(I)/P(<I>), P(I)

0.000000, 0.805609, 330468
0.003913, 1.675361, 687248
0.007825, 1.652021, 677674
0.011738, 1.599053, 655946
0.015650, 1.618336, 663856
...

```

A.5.1. Einlesen von Text-*files*

Im Folgend ist das Einlesen der erzeugten Text-*files* anhand des letzten Datensatz dargestellt.

Zuerst werden die Messreihen benannt mit den entsprechenden Dateien verknüpft und anschließend sortiert.

```

1  Messreihe=[]
2  Messreihe.append("Setup3, v4, 0T")
3  Messreihe.append("Setup3, v4, 18T, phimax")
4  Messreihe.append("Setup3, v4, 18T, phinan")
5  Messreihe.append("Setup3, v4, sweep30, phimax")
6  Messreihe.append("Setup3, v4, sweep30, phinan")
7  Messreihe.append("Setup3, v4, sweep25, phimax")
8  Messreihe.append("Setup3, v4, sweep25, phinan")
9  Messreihe.append("Setup3, v4, sweep25b, phinan")
10 Messreihen=len(Messreihe)
11
12 fileList=[[] for i in range(Messreihen) ]
13 n="/mnt/kallisto/oirtenkauf/clusterdata/v4/"
14 m="/mnt/kallisto/oirtenkauf/clusterdata/"
15 k=_platten*[0-9]_magnet*[0-9]*[0-9].dat"
16 fileList[0]=glob.glob(m+"v4/0T/Data_v4_setup3_0T"+k)
17 fileList[1]=glob.glob(m+"v4/18T-phimax/Data_v4_setup3_18T_phimax"+k)
18 fileList[2]=glob.glob(m+"v4/18T-phinan/Data_v4_setup3_18T_phinan"+k)
19 fileList[3]=glob.glob(m+"v4/sweep30-phimax/Data_v4_setup3_sweep30_phimax"+k)
20 fileList[4]=glob.glob(m+"v4/sweep30-phinan/Data_v4_setup3_sweep30_phinan"+k)
21 fileList[5]=glob.glob(m+"v4/sweep25-phimax/Data_v4_setup3_sweep25_phimax"+k)
22 fileList[6]=glob.glob(m+"v4/sweep25-phinan/Data_v4_setup3_sweep25_phinan"+k)
23 fileList[7]=glob.glob(m+"v4/sweep25b-phinan/Data_v4_setup3_sweep25b_phinan"+k)
24
25 files=[[] for i in range(Messreihen) ]
26 p="/mnt/kallisto/labbook_lsc/Messungen/2017/2017-"
27 e="a*[0-9].*[0-9].hdf5"
28 files[0]=glob.glob(p+"06-08/Q1D/0T/17.06.08"+e)
29 files[1]=glob.glob(p+"06-12/data/17.06.12"+e)
30 files[2]=glob.glob(p+"06-28/data/17.06.28"+e)
31 files[3]=glob.glob(p+"06-14/data/17.06.14"+e)
32 files[4]=glob.glob(p+"06-30/data/17.06.30"+e)
33 files[5]=glob.glob(p+"07-17/17.07.17"+e)

```

```

34 files[6]=glob.glob(p+"07-18/17.07.18"+e)
35 files[7]=glob.glob(p+"07-24/17.07.24"+e)
36
37 fileNumber=zeros(Messreihen)
38 for i in range(Messreihen):
39     fileNumber[i]=len(fileList[i])
40     fileList[i].sort()

```

Anschließend wird die Definition der Einlesefunktion getätigt.

```

1 def myread4(Messung):
2     strip = [] for k in range(datadepth+19)]
3     fN=int(fileNumber[Messung])
4
5     legende = [] for k in range(fN)]
6     plates,magnet,polar,density=zeros(fN),zeros(fN),zeros(fN),zeros(fN)
7     power, radius, maxpic, mean=zeros(fN),zeros(fN),zeros(fN),zeros(fN)
8     varianz, logvar, Pmean=zeros(fN),zeros(fN),zeros(fN)
9     amount, absmean, logmean=zeros(fN),zeros(fN),zeros(fN)
10    I = [zeros(datadepth) for k in range(fN)]
11    normP=[zeros(datadepth) for k in range(fN)]
12    P = [zeros(datadepth) for k in range(fN)]
13
14    for l,File in enumerate(fileList[Messung]):
15        file=open(fileList[Messung][l], "r")
16        i=0
17        for line in file:
18            strip[i]=line.rstrip()
19            i+=1
20        close()
21
22        legende[l]=strip[0][2:]
23        plates[l] =strip[1][16:]
24        magnet[l] =strip[2][15:20]
25        density[l]=strip[3][7:]
26        polar[l] =strip[4][24:]
27        power[l] =strip[5][10:]
28
29        radius[l] =2
30        maxpic[l] =strip[8][19:]
31        mean[l] =strip[9][15:]
32        absmean[l]=strip[10][23:]
33        logmean[l]=strip[11][29:]
34        logvar[l] =strip[12][30:]
35        varianz[l]=strip[13][12:]
36        Pmean[l] =strip[14][11:]
37        amount[l] =strip[15][23:]
38
39        for p in range(datadepth):
40            q=p+19
41            first=strip[q].index(,',')
42            second=strip[q].find(,',',first+2)
43            I[l][p]=strip[q][0:first]
44            normP[l][p] = strip[q][first+2:second]
45            P[l][p]=strip[q][second+2:]
46    return legende,plates,magnet,polar,density,power,radius,maxpic,#
47    mean,absmean,logmean,varianz,Pmean,amount,I,normP,P

```

Die eigentlich Entnahme besteht aus einer Reihe von Initialisierungen mit anschließender Befüllung. So besteht beispielsweise `plates` aus allen Vektoren der einzelnen Messungen. `I` ist beispielsweise sogar ein dreidimensionales Array.

```

1 legende=[[[] for i in range(len(fileList[i]))]] for i in range(Messreihen)]
2 plates = [[[] for i in range(Messreihen)]]
3 magnet = [[[] for i in range(Messreihen)]]
4 polar = [[[] for i in range(Messreihen)]]
5 density=[[[] for i in range(Messreihen)]]
6 power = [[[] for i in range(Messreihen)]]
7 radius = [[[] for i in range(Messreihen)]]

```

```

8 picmax = [[] for i in range(Messreihen)]
9 mean = [[] for i in range(Messreihen)]
10 absmean=[[] for i in range(Messreihen)]
11 logmean=[[] for i in range(Messreihen)]
12 logvar =[[] for i in range(Messreihen)]
13 varianz=[[] for i in range(Messreihen)]
14 Pmean = [[] for i in range(Messreihen)]
15 amount = [[] for i in range(Messreihen)]
16 I = [[[] for i in range(len(fileList[i]))]] for i in range(Messreihen)]
17 normP=[[[] for i in range(len(fileList[i]))]] for i in range(Messreihen)]
18 P = [[[] for i in range(len(fileList[i]))]] for i in range(Messreihen)]
19
20 for i in range(Messreihen):
21     legende[i], plates[i], magnet[i], polar[i], density[i], power[i],#
22     radius[i], picmax[i], mean[i], absmean[i], logmean[i], logvar[i],#
23     varianz[i], amount[i], Pmean[i], I[i], normP[i], P[i]=myread4(i)
24 print "finished"

```

Im Folgenden wird beispielsweise die Varianz des Logarithmus der Konduktivität nachträglich berechnet. Des Weiteren werden Zuweisungen vorgenommen und Werte die nicht berechnet werden konnten ausgeschnitten. Dies betrifft allerdings nur einige wenige Messpunkte.

```

1 x1=[[[] for i in range(Messreihen)]]
2 x2=[[[] for i in range(Messreihen)]]
3 y1=[[[] for i in range(Messreihen)]]
4 y2=[[[] for i in range(Messreihen)]]
5 yerr1=[[[] for i in range(Messreihen)]]
6 yerr2=[[[] for i in range(Messreihen)]]
7 poly=[[[] for i in range(Messreihen)]]
8 summe=zeros(Messreihen)
9
10 for i in range(Messreihen):
11     if i<3:
12         x1[i] = plates[i][~isnan(logmean[i])]
13         y1[i] = (logmean[i]-log(absmean[i][0]))[~isnan(logmean[i])] #<ln(g)>
14         yerr1[i]=logvar[i]-2*logmean[i]*log(absmean[i][0])+(log(absmean[i][0]))**2
15         y2[i]=logvar[i]-2*logmean[i]*log(absmean[i][0])+(log(absmean[i][0]))**2
16         poly[i]=polyfit(x1[i],y1[i],1)
17     else:
18         x2[i]= magnet[i][~isnan(logmean[i])]
19         y1[i] = (logmean[i]-log(absmean[0][0]))[~isnan(logmean[i])] #<ln(g)>
20         yerr1[i]=logvar[i]-2*logmean[i]*log(absmean[0][0])+(log(absmean[0][0]))**2
21         y2[i]=logvar[i]-2*logmean[i]*log(absmean[0][0])+(log(absmean[0][0]))**2
22         yerr1[i]=yerr1[i]-(y1[i])**2
23         yerr1[i]=sqrt(abs(yerr1[i])) #Sigma(<ln(g)>)
24
25         y2[i]=y2[i]-(y1[i])**2 #Var(<ln(g)>)
26         yerr2[i]=y2[i]*sqrt(2/(amount[i]-1))
27         summe[i]=sum(amount[i])
28 print sum(summe), "Datenpunkte"
29 print "finished"

```

A.6. Plot-Erstellung

Hier der Code um die Bilder in Abbildung 4.4.2 zu erzeugen.

```

1 rcParams['figure.figsize']=6.5 ,7.7
2 fig=figure()
3 ax=[[[] for i in range(9)]]
4 k=0
5 l=0
6 prnt=[0,1,2,5,10,20,26,31] #0,1,2,5,10,20,30,50
7 for n in prnt:
8     l=l+1

```

```
9     fi= tb.open_file(files[k][n])
10    for m, imA in enumerate(fi.root.images):
11        if m ==30:
12            imA=((array(imA)+1)/16)-1
13            imA=imA
14            ax[1]=fig.add_subplot(4,2,1)
15            imshow(imA) #, vmin=0, vmax=4095
16            colorbar(shrink=0.82, aspect=10)
17            title(r"%2d\$\",$Platten"\%plates[k][n])
18            ax[1].set_ylabel(r'$y$ [Pixel]')
19            ax[3].set_ylabel(r'$y$ [Pixel]')
20            ax[5].set_ylabel(r'$y$ [Pixel]')
21            ax[7].set_ylabel(r'$y$ [Pixel]')
22            ax[7].set_xlabel(r'$x$ [Pixel]')
23            ax[8].set_xlabel(r'$x$ [Pixel]')
24            plt.tight_layout()
25            savefig("setup3-pic-0T.png",bbox_inches="tight")
26            savefig("setup3-pic-0T.pdf",bbox_inches="tight")
```

Im folgenden der Code um das Histogramm 4.4.5 zu erstellen.

Nun der Code um das Diagramm 4.4.8 von dem Mittelwert der logarithmischen Konduktanz über der Anzahl der Platten zu erstellen

```

1 rcParams['figure.figsize'] = 5.2,4
2 colors = [color['color'] for color in list(mpl.rcParams['axes.prop_cycle'])]
3 figure()
4 xlabel(r"Plattenanzahl $N$")
5 ylabel(r"mittlere logarithmische Konduktivität $\langle \ln(g) \rangle$"
6 .decode('utf8'))
7
8 fill_between(x1[0],y1[0]+yerr1[0],y1[0]-yerr1[0], facecolor=colors[0], alpha=0.15)

```

```

9  fill_between(x1[1],y1[1]+yerr1[1],y1[1]-yerr1[1], facecolor=colors[1], alpha=0.15)
10 fill_between(x1[2],y1[2]+yerr1[2],y1[2]-yerr1[2], facecolor=colors[2], alpha=0.15)
11
12 def lin(x,a):
13     return -x/(a)
14 poly0=curve_fit(lin, x1[0], logmean[0]-logmean[0][0])
15 poly1=curve_fit(lin, x1[1], logmean[1]-logmean[1][0])
16 poly2=curve_fit(lin, x1[2], logmean[2]-logmean[2][0])
17 print poly0, poly1, poly2
18
19 plot(x1[0],y1[0],'x--',color=colors[0], label=r"$\backslash \ 0\,$T, mit Analysator")
20 plot(x1[1],y1[1],'x--',color=colors[1], label=r"$18\,$T, mit Analysator")
21 plot(x1[2],y1[2],'x--',color=colors[2], label=r"$18\,$T, ohne Analysator")
22 plot(x1[0],-1/(poly0[0])*x1[0], '--', color=colors[0],#
23 label=r"Fit: $-N/\xi\$ mit $\xi=%3.2f\%poly0[0]")
24 plot(x1[2],-1/(poly2[0])*x1[2], '--', color=colors[2],#
25 label=r"Fit: $-N/\xi\$ mit $\xi=%3.2f\%poly2[0]")
26 #plot(x1[1],-1/(2.*poly1[0])*x1[1], '--', color=colors[1])
27
28 xlim([-1,61])
29 ylim([-9.5,0.5])
30 grid()
31 legend(loc='lower left')
32 savefig('setup3-lng.png')
33 savefig('setup3-lng.pdf',bbox_inches="tight")

```

Nachfolgend der Code um das Diagramm 4.4.18 in dem die Varianz der normierten Intensität über die Anzahl der Platten abgebildet ist, zu erstellen.

```

1  rcParams['figure.figsize'] = 5.2,4
2  figure()
3  xlabel(r"Plattenanzahl $N$")
4  ylabel(r"Varianz der normierten Intensität Var$(\,I\,/\,\lambda,\langle I,\rangle)$"#
5 .decode('utf8'))
6  plot(x1[0],varianz[0], 'x-', color=colors[0], label=r'$\lambda$T, mit Analysator')
7  plot(x1[1],varianz[1], 'x-', color=colors[1], label='18T, mit Analysator')
8  plot(x1[2],varianz[2], 'x-', color=colors[2], label='18T, ohne Analysator')
9
10 todo=[0,1,2]
11 ign=30
12 var2=zeros(len(todo))
13 var=zeros(len(todo))
14 leng=zeros(len(todo))
15 k=0
16 for l in todo:
17     for i in range(len(varianz[1])-ign):
18         var2[k]=var2[k]+varianz[1][i+ign]**2
19         var[k]=var[k]+varianz[1][i+ign]
20     leng[k]=leng[k]+len(varianz[1]-ign)
21     var2[k]=var2[k]/leng[k]
22     var[k]=(var[k]/leng[k])**2
23     error[k]=sqrt(var2[k]-var[k])
24     k+=1
25
26 fill_between(x1[0],varianz[0]+error[0],varianz[0]-error[0],#
27 facecolor=colors[0], alpha=0.15)
28 fill_between(x1[1],varianz[1]+error[1],varianz[1]-error[1],#
29 facecolor=colors[1], alpha=0.15)
30 fill_between(x1[2],varianz[2]+error[2],varianz[2]-error[2],#
31 facecolor=colors[2], alpha=0.15)
32
33 grid()
34 legend(loc=4)
35 savefig('setup3-varI-varvar.png')
36 savefig('setup3-varI-varvar.pdf',bbox_inches="tight")
37 print error

```

Insgesamt wurden in dem finalen Datensatz 81 226 915 657 Datenpunkte verarbeitet, wobei die Gesamtdatenmenge bei 282 700 800 000 Datenpunkten mit 16 bit Datentiefe liegt.

B. Herleitung & Ergänzendes

B.1. Herleitung der HELMHOLTZ-Gleichung

Durch Anwenden des Rotationsoperators auf die dritte MAXWELL-Gleichung 2.1.3 und der Identitäten $\text{rot}(\text{rot } \underline{A}) = \text{grad}(\text{div } \underline{A}) - \text{div}(\text{grad } \underline{A})$ und $\text{div}(\text{grad } \underline{A}) = \Delta \underline{A}$ sowie MAXWELL-Gleichungen 2.1.1 und 2.1.4 ergeben sich Wellengleichungen 2.1.12 und 2.1.13.

$$\text{rot}(\text{rot } \underline{E}) = \text{grad}(\text{div } \underline{E}) - \text{div}(\text{grad } \underline{E}) \quad (\text{B.1.1})$$

$$\text{rot}(-\partial_t \underline{B}) = \text{grad}(0) - \Delta \underline{E} \quad (\text{B.1.2})$$

$$-\partial_t(\text{rot } \underline{B}) = -\Delta \underline{E} \quad (\text{B.1.3})$$

$$\partial_t(\mu_0 \varepsilon_0 \partial_t \underline{E}) = \Delta \underline{E} \quad (\text{B.1.4})$$

Schlussendlich wird noch die Eigenschaft der Lichtgeschwindigkeit c aus Gleichung 2.1.7 ausgenutzt und es ergeben sich die HELMHOLTZ-Gleichung für das \underline{E} -Feld. Die Herleitung für das \underline{B} -Feld ist äquivalent.

B.2. Ergänzende Grundlagen

B.2.1. FERMATSches Wirkungsprinzip

Fundamental für das Verständnis der geometrischen Optik ist das FERMATSche Prinzip. Dieses besagt, dass der optische Weg stets extremal ist. Der optische Weg W ist hierbei definiert als Produkt aus Brechungsindex n und Strecke im Medium S von Punkt P nach Punkt Q . Siehe auch Abbildung B.2.1.

$$W(S) = \int_{S(P \rightarrow Q)} n(r) dr \quad (\text{B.2.1})$$

$$0 \stackrel{!}{=} \left(\frac{\delta W(S)}{\delta S} \right)_{S_0} \quad (\text{B.2.2})$$

Geringe Abweichungen des extremalen Weges führt nur zu geringer Änderung der optischen Weglänge, daher interferieren diese konstruktiv. Ist der Weg nicht extremal, sind die Änderungen der optischen Weglänge größer und es kommt zu destruktiver Interferenz.

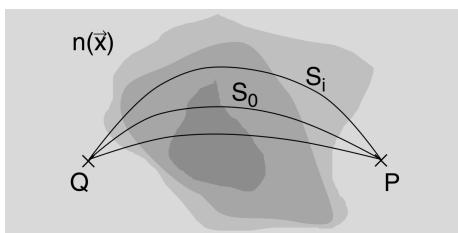


Abbildung B.2.1.: FERMATSches Prinzip, zu sehen ist der extremale Weg S_0 sowie andere Wege S_i , die verschiedenen Graustufen geben Aufschluss auf den Brechungsindex n an der Stelle im Medium[28].

B.2.2. SNELLIUSche Brechungsgesetz

Aus dem FERMATSchen Prinzip lässt sich aus einfachen geometrischen Bedingungen das SNELLIUSche Brechungsgesetz (B.2.3) sowie das Reflexionsgesetz (B.2.4) herleiten. Diese einfachen geometrischen Zusammenhänge sind namensgebend für die geometrische Optik.

$$\sin(\varphi_e) = n_t/n_e \cdot \sin(\varphi_t) \quad (\text{B.2.3})$$

$$\varphi_e = \varphi_r \quad (\text{B.2.4})$$

φ : Winkel zum Lot

e : einfallend

t : transmittiert

r : reflektiert

Daraus resultieren die Regel „Einfallswinkel gleich Reflexionswinkel.“ und das Brechungsgesetz bei welchem die Sinusse der Winkel und die Brechungsindizes in festem Verhältnis zueinander stehen.

B.2.3. HUYGENSches Elementarwellenprinzip

Das HUYGENSchen Prinzip beschreibt die Ausbreitungscharakteristik von Lichtwellen. Hierbei wird davon ausgegangen, dass aus jedem Punkt einer primären Wellenfront eine neue sekundäre Elementarwelle ausgeht. Diese überlagern sich Aufgrund der Superposition zu einer neuen Wellenfront.

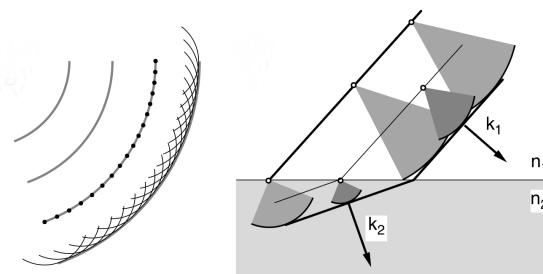


Abbildung B.2.2.: *links:* In Schwarz sind die angeregten Wellenzentren zu sehen, welche Elementarwellen erzeugen die sich zu neuer Wellenfront überlagern.
rechts: Beispiel einer ebenen Welle bei Ausbreitung in einem anderen Medium[28].

B.3. Einfachstreuung

Bisher wurde die Einfachstreuung von elektromagnetischen Wellen an Grenzflächen behandelt, welche deutlich größer sind als die Wellenlänge des einfallenden Lichtes. In den folgenden beiden Abschnitten werden ergänzend die Fälle behandelt, in denen der Streuer kleiner oder in der Größenordnung der Wellenlänge des Lichtes ist.

B.3.1. RAYLEIGH-Streuung

Nun wird die Streuung von Photonen an Teilchen diskutiert, welche um ein vielfaches kleiner als die Wellenlänge des Lichts ist.

Durch den elastischen Stoß des Photons wird ein Dipolmoment gemäß dem Oszillatormodell nach LORENTZ im Teilchen induziert, welcher wieder mit Dipolcharakteristik gemäß HERTZ abstrahlt. Absorptionseffekte werden dabei vernachlässigt, weshalb sich auch die Wellenlänge des Photons nicht verändert.

Aus dem Wirkungsquerschnitt der Streuung lässt sich die Intensität der Abstrahlung herleiten:

$$I = \frac{I_0}{R^2} \frac{1 + \cos^2 \vartheta}{2} \left(\frac{2\pi}{\lambda} \right)^4 \left(\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} \right)^2 \left(\frac{d}{2} \right)^6 \quad (\text{B.3.1})$$

I : Intensität im Abstand R

ϑ : Streuwinkel zum Lot

n : Brechungsindex des Teilchen

Dabei fällt die λ^{-4} Abhängigkeit auf. Aufgrund dieser starken Wellenlängenabhängigkeit lassen sich auch alltäglich Phänomene wie das Abendrot erklären. Während dem Großteil des Tages dominiert der Beitrag der niedrigen Wellenlängen (bsp. blaues Licht) der Streuung an Partikeln in der Atmosphäre. Wohingegen während der Dämmerung der zurückgelegte Weg des Lichts durch die Atmosphäre zunimmt und Licht mit höherer Wellenlänge (bsp. rotes Licht), welches weniger stark weggestreut wird, auf der Erdoberfläche auftrifft.

B.3.2. MIE-Streuung

Die MIE-Streuung beschreibt den Grenzfall in dem die Streuteilchen etwa in der Größenordnung der Wellenlänge liegen. Dabei werden für den Streuvorgang einer ebenen Wellen an einer homogenen Kugel die MAXWELL-Gleichungen exakt gelöst. Für kleine Teilchen geht die MIE-Streuung in die RAYLEIGH-Streuung über [12].

Im Gegensatz zur RAYLEIGH-Streuung ist die MIE-Streuung stark von der Größe der Teilchen abhängig. Auch die MIE-Streuung kann im Alltag als TYNDALL-Effekt beobachtet werden. Dabei werden Lichtstrahlen von der Seite sichtbar. Beispielsweise morgens im noch dunstigen Wald meint man die Sonnenstrahlen sehen zu können, wobei lediglich im Schattenwurf der Bäume die MIE-Streuer nicht beleuchtet werden.

B.4. Ergänzende Simulationen

In Abbildung B.4.1 ist die Verteilung der Reflexionen eines Photons bei der Transmission durch 20 Platten mit Brechungsindex $n = 1,8$ zu sehen. Abbildung B.4.2 zeigt die Auswirkung der Normierung der Häufigkeit $P(x)/P(\langle x \rangle)$ auf eine gewöhnlichen exponentiellen Verteilung und der Summe zweier exponentiellen Verteilungen. Dabei fällt die deutlich geringere Anzahl an kleinen Werten und großen Werten auf.

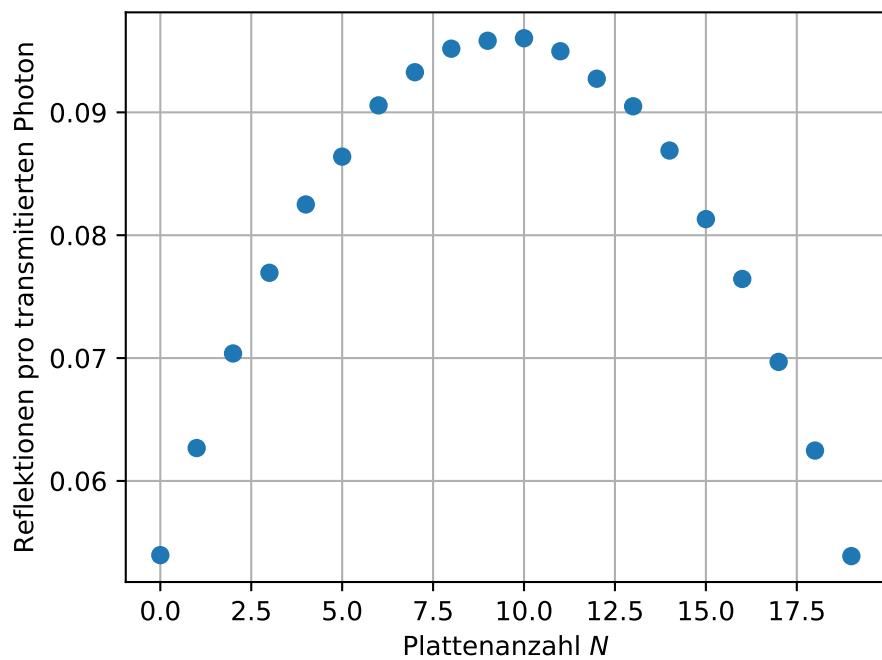


Abbildung B.4.1.: Zu sehen ist die Anzahl an Reflekxonen an der jeweiligen Grenzfläche eines Photons. Simulation von *Geoffroy Aubry*.

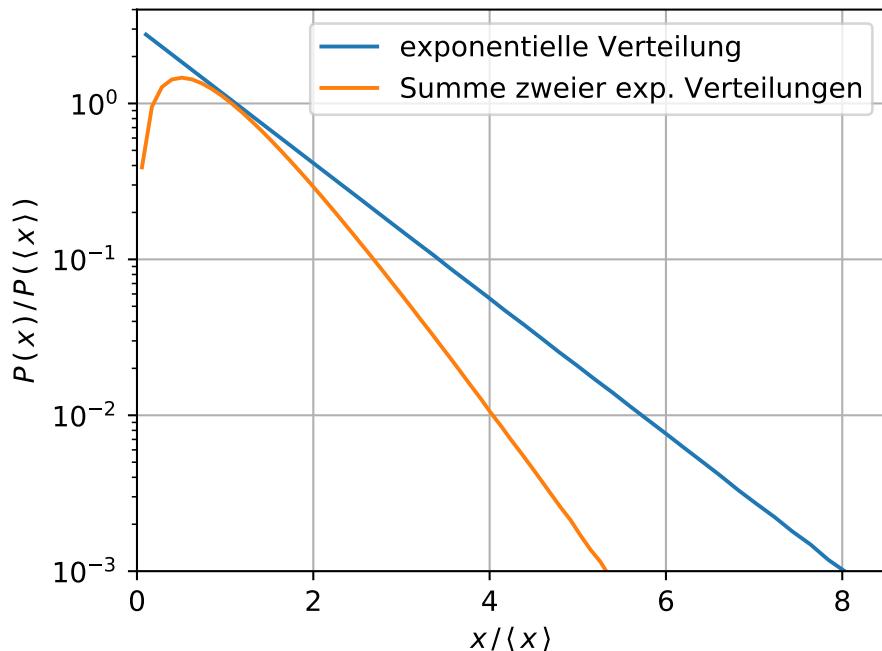


Abbildung B.4.2.: Im Histogramm ist die normierte Häufigkeit $P(x)/P(\langle x \rangle)$ über den normierten Werten $x/\langle x \rangle$ zu sehen. Simulation von *Geoffroy Aubry*.

Abbildungsverzeichnis

2.2.1	<i>links:</i> Koeffizienten und Grade bei Reflexion sowie Transmission nach einer Grenzschicht, <i>rechts:</i> Gleiches für zwei Grenzschichten, [3]	7
2.2.2	In a) ist die normierte Varianz $\text{Var}(I)$ über der Anzahl der Platten L aufgetragen. Ebenfalls ist der Lokalisationsparameter von $7/3$ eingetragen. Die Roten Kreise sind Ergebnisse der Simulation eines perfekt eindimensionalen Glasplattenstapels. Die schwarzen Punkte sind einem quasi eindimensionalen System (c) gemessen. b) und d) zeigen Transmissionsverteilungen bei 20 bzw. 60 Platten. Nicht nur der Durchmesser eines <i>speckles</i> verkleinert sich, sonder auch die Fluktuationen in der Intensität werden stärker. c) zeigt den Versuchsaufbau. Hierbei wird eine Glasfaser in die Mitte des aufgeweiteten Laserstrahls gehalten. Die Platten lassen sich senkrecht zum Laserstrahl bewegen. Dies ermöglicht eine Raster Messung aus den Graphen b) und d) resultieren. [15]	12
2.3.1	<i>Schema links:</i> ANDERSON Lokalisierung, <i>rechts:</i> Kohärente Rückstreuung, [19]	14
2.3.2	Überlagerung der kohärenten Rückstreuinterferenzmuster zum Rückstreu- konus. Zeichnung von <i>Lukas Schertel</i>	15
2.3.3	Zu sehen ist der Weg eines Lichtstrahls von links nach rechts und zurück, sowie der gestrichelte wechselseitigen Pfad, durch ein FARADAY aktives Medium. Die Drehrichtung der zirkularen elektromagnetischen Welle wird bei der Reflexion (rechts) nicht beeinflusst. Das Magnetfeld geht von links nach rechts durch die Abbildung hindurch. Abbildung von <i>Geoffroy Aubry</i>	15
3.0.1	Experimetelle Bestimmung der VERDET-Konstanten	18
3.0.2	Probenhalter, technische Zeichnung von <i>Lukas Schertel</i>	18
3.1.1	<i>schematisch:</i> Versuchsaufbau zur Variation der Glasplattenabstände mit Piezokristallen	19
3.2.1	Versuchsaufbau: Variation der Glasplattenabstände durch Drehen	20
3.3.1	<i>schematisch:</i> Drehversuch im Magneten	21
3.3.2	zweiter Probenhalter	21
3.3.3	Kennlinie des <i>torus</i> Laser [17]. Die Mittelwerte sind innerhalb einer kurzen Integrationszeit entstanden. Die Mini- und Maxima definieren den Fehler- bereich. Der Programmcode ist unter Appendix A.2 zu finden.	23
3.3.4	<i>links:</i> Probenhalter aus Plastik und Aluminium, dazu Messingschrauben und Probenstab für Magneten, sowie Abstandsring <i>mitte:</i> Probenstab im Magneten, mit Gummiring. Zusätzlich Spiegel und 2. <i>beamexpander</i> -Linse <i>rechts:</i> <i>torus</i> Laser, Motor mit Gummiring, Spiegel, <i>OD</i> -Halterung, 1. <i>beamexpander</i> -Linse	23
4.1.1	Hierfür wurden zwei Piezoringe mit $f_1=1\text{ mHz}$ und $f_2=1.3\text{ mHz}$ nach Platte 10 und 11 positioniert.	26

4.1.2	Die Frequenzen der Piezos betragen $f_1 = 10 \text{ mHz}$ und $f_2 = 13 \text{ mHz}$. Es wurde kein Sinussignal sondern ein Dreiecksignal benutzt. Die Piezos sind nach Platte 1 und 10 eingelegt.	26
4.1.3	Bei diesem Versuch wurden nur 10 Platten eingelegt. Die Piezos wurden phasen- und frequenzgleich besteuert mit $f = 0.5 \text{ mHz}$. Die Piezos sind nach Platte 3 und 7 eingelegt.	27
4.1.4	Methode <i>shaking</i> bei 20 Platten.	28
4.1.5	Variation durch händisches Drehen bei 10 Platten.	28
4.2.1	Zu sehen ist die Mittlung über 5 statisch aufgenommene Bilder bei 5 eingelegten Platten. Dabei gibt die <i>colorbar</i> an der Seite die Intensität in <i>arbitrary units</i> an. Gut zu sehen ist die Kreisform des Laserpunkts und die einzelnen <i>speckle</i>	29
4.2.2	Aufgetragen über der normierten Intensität $I/\langle I \rangle$ ist die ebenfalls normierte Häufigkeit $P(I)/P(\langle I \rangle)$. In der Vergrößerung sind die gleichen Daten zu sehen nur linear, statt logarithmisch aufgetragen.	31
4.2.3	Zu sehen ist sowohl der Mittelwert $\langle I \rangle$ (durchgezogene Linie) in <i>a. u.</i> wie auch die Varianz $\text{Var}(I)$ (gestrichelte Linie) über der Anzahl der Platten N aufgetragen. Der Code hierzu befindet sich in Appendix A.4.	31
4.3.1	Zu sehen sind 6 Histogramme, die Histogramme in einer Reihe beziehen sich auf die selben Messdaten (<i>link</i> : Auswertungsradius $R = 2\sigma$, <i>rechts</i> : Auswertungsradius $R = \sigma$). In der ersten Reihe sind die Histogramme für Messungen von 5 bis 49 Platten bei 0 T. Der eingebaute Analysator fungiert als Filter für Störlicht. Die zweite Reihe zeigt die Histogramme für die gleiche Messreihe bei 18 T Magnetfeldstärke. Der Analysator ist in maximale Durchlassrichtung gedreht. In der dritten Reihe, wird zu voriger Messung auf den Analysator verzichtet. Die Legende rechts oben ist für alle Histogramme gültig.	33
4.3.2	Im Diagramm ist die mittlere Intensität $\langle I \rangle$ (<i>a.u.</i>) über der Plattenanzahl N aufgetragen. Die durchgezogenen Linien ergeben sich aus der Auswertung mit Kreisradius $R = 2\sigma$ und die gestrichelten aus $R = \sigma$	34
4.3.3	Im Diagramm ist die normierte Varianz $\text{Var}(I/\langle I \rangle)$ über der Plattenanzahl N aufgetragen. Die durchgezogenen Linien ergeben sich aus der Auswertung mit Kreisradius $R = 2\sigma$ und die gestrichelten aus $R = \sigma$	35
4.3.4	Links, bzw. in rot ist die mittlere Intensität $\langle I \rangle$ (<i>a.u.</i>) und rechts, bzw. in blau ist die normierte Varianz $\text{Var}(I/\langle I \rangle)$ über dem Magnetfeld B in Tesla aufgetragen. Die Messung wurde mit Analysator und 20 Platten durchgeführt.	36
4.3.5	Links, bzw. in rot ist die mittlere Intensität $\langle I \rangle$ (<i>a.u.</i>) und rechts, bzw. in blau ist die normierte Varianz $\text{Var}(I/\langle I \rangle)$ über dem Magnetfeld B in Tesla aufgetragen. Die Messung wurde ohne Analysator und 20 Platten durchgeführt.	36
4.3.6	Links, bzw. in rot ist die mittlere Intensität $\langle I \rangle$ (<i>a.u.</i>) und rechts, bzw. in blau ist die normierte Varianz $\text{Var}(I/\langle I \rangle)$ über den Winkel ϕ in Grad aufgetragen. Die Messung wurde 0 Tesla und 20 Platten durchgeführt.	37
4.3.7	Links, bzw. in rot ist die mittlere Intensität $\langle I \rangle$ (<i>a.u.</i>) und rechts, bzw. in blau ist die normierte Varianz $\text{Var}(I/\langle I \rangle)$ über den Winkel ϕ in Grad aufgetragen. Die Messung wurde 18 Tesla und 20 Platten durchgeführt.	38
4.3.8	Links, bzw. in rot ist die mittlere Intensität $\langle I \rangle$ (<i>a.u.</i>) und rechts, bzw. in blau ist die normierte Varianz $\text{Var}(I/\langle I \rangle)$ über der Plattenanzahl N aufgetragen. Die Messung wurde bei 0 Tesla durchgeführt.	39

4.3.9	Links, bzw. in rot ist die mittlere Intensität $\langle I \rangle$ (<i>a.u.</i>) und rechts, bzw. in blau ist die normierte Varianz $\text{Var}(I/\langle I \rangle)$ über der Plattenanzahl N aufgetragen. Die Messung wurde bei 18 Tesla mit Analysator durchgeführt.	39
4.4.1	3D Bild der Bildverarbeitung. Auf der z -Achse ist die Intensität (<i>a.u.</i>) aufgetragen. Die x und y -Achse sind die Koordinaten des Bildes in Pixeln. Zusätzlich sind auf den Seitenwänden der Bilder einzelne Funktionslinien als eine Art Schattenwurf aufgetragen. <i>oben links</i> : Orginalbild (16 bit), <i>oben rechts</i> : GAUSS-Funktion, <i>unten links</i> : Ellipsenförmiger Zuschnitt, <i>unten rechts</i> : Gewichtetes Bild.	42
4.4.2	Zu sehen sind 8 Bilder der CCD Kamera aus den Messreihen zu 0, 1, 2, 5, 10, 20, 30 und 50 Platten bei 0 T und mit Analysator. Die Normierung auf 12 bit (Gleichung 4.4.1) hat bereits stattgefunden. Dabei gibt die <i>colorbar</i> an der Seite die Intensität (<i>a.u.</i>) an.	43
4.4.3	Zu sehen sind 8 Bilder der CCD Kamera aus den Messreihen zu 0, 1, 2, 5, 10, 20, 30 und 50 Platten bei 18 T und mit Analysator. Die Normierung auf 12 bit (Gleichung 4.4.1) hat bereits stattgefunden. Dabei gibt die <i>colorbar</i> an der Seite die Intensität (<i>a.u.</i>) an.	45
4.4.4	Zu sehen sind 8 Bilder der CCD Kamera aus den Messreihen zu 0, 1, 2, 5, 10, 20, 30 und 50 Platten bei 18 T und ohne Analysator. Die Normierung auf 12 bit (Gleichung 4.4.1) hat bereits stattgefunden. Dabei gibt die <i>colorbar</i> an der Seite die Intensität (<i>a.u.</i>) an.	46
4.4.5	Zu sehen ist die normierten Häufigkeit $P(I)/P(\langle I \rangle)$ logarithmisch aufgetragen über der ebenfalls normierten Intensität $I/\langle I \rangle$. Im <i>inset</i> ist der Anfangsteil linear aufgetragen. Zu sehen ist die Messung bei 0 Tesla mit Analysator. Der Quellcode kann unter A.6 nachgesehen werden.	47
4.4.6	Zu sehen ist die normierten Häufigkeit $P(I)/P(\langle I \rangle)$ logarithmisch aufgetragen über der ebenfalls normierten Intensität $I/\langle I \rangle$. Im <i>inset</i> ist der Anfangsteil linear aufgetragen. Zu sehen ist die Messung bei 18 Tesla mit Analysator.	49
4.4.7	Zu sehen ist die normierten Häufigkeit $P(I)/P(\langle I \rangle)$ logarithmisch aufgetragen über der ebenfalls normierten Intensität $I/\langle I \rangle$. Im <i>inset</i> ist der Anfangsteil linear aufgetragen. Zu sehen ist die Messung bei 18 Tesla ohne Analysator.	50
4.4.8	Zu sehen ist die mittlere logarithmische Konduktivität $\langle \ln(g) \rangle$ über der Plattenanzahl N . Zusätzlich sind zwei Fits $-N/\xi$ zu sehen. Der Quellcode kann unter Appendix A.6 nachgesehen werden.	51
4.4.9	Numerische Simulation G.A.: Zu sehen ist die mittlere logarithmische Konduktivität $\langle \ln(g) \rangle$ über der Plattenanzahl N . Zusätzlich sind zwei Fits $-N/\xi$ zu sehen.	51
4.4.10	Hierbei ist die mittlere logarithmische Konduktivität $\langle \ln(g) \rangle$ über dem Magnetfeld B in Tesla aufgetragen. Die Messung wurde mit Analysator durchgeführt.	52
4.4.11	Numerische Simulation G.A.: Zu sehen ist die mittlere logarithmische Konduktivität $\langle \ln(g) \rangle$, sowie die Varianz der logarithmischen Konduktivität $\text{Var}(\ln(g))$ über der FARADAY-Rotation. Hierbei wurde mit Analysator simuliert.	53
4.4.12	Hierbei ist die mittlere logarithmische Konduktivität $\langle \ln(g) \rangle$ über dem Magnetfeld B in Tesla aufgetragen. Die Messung wurde ohne Analysator durchgeführt. Der gestrichelte Teil bei 25 Platten ist eine zweite Referenz Messung.	54

4.4.13 Numerische Simulation <i>G.A.</i> : Zu sehen ist die mittlere logarithmische Konduktivität $\langle \ln(g) \rangle$, sowie die Varianz der logarithmischen Konduktivität $\text{Var}(\ln(g))$ über der FARADAY-Rotation. Hierbei wurde ohne Analysator simuliert.	54
4.4.14 Im Diagramm zu sehen, ist die Varianz der logarithmischen Konduktivität $\text{Var}(\ln(g))$ über der Plattenanzahl N . Der Fehler wird durch die Standardabweichung der Werte ab 20 Platten abgeschätzt.	55
4.4.15 Numerische Simulation <i>G.A.</i> : Im Diagramm die Varianz der logarithmischen Konduktivität $\text{Var}(\ln(g))$ über der Plattenanzahl N aufgetragen.	56
4.4.16 Zu sehen ist die Varianz der logarithmischen Konduktanz $\text{Var}(\ln(g))$ über dem Magnetfeld B in Tesla. Die Messreihe wurde mit Analysator durchgeführt.	57
4.4.17 Zu sehen ist die Varianz der logarithmischen Konduktanz $\text{Var}(\ln(g))$ über dem Magnetfeld B in Tesla. Die Messreihe wurde ohne Analysator durchgeführt. Der gestrichelte Teil bei 25 Platten ist eine zweite Referenz Messung.	57
4.4.18 Im Diagramm ist die normierte Varianz $\text{Var}(I/\langle I \rangle)$ über der Plattenanzahl N zu sehen. Für die Fehler wurde die Standardabweichung der Varianzwerte ab Plattenanzahl 30 genutzt. Der Quellcode kann unter Appendix A.6 nachgesehen werden.	58
4.4.19 Numerische Simulation <i>G.A.</i> : Im Diagramm die Varianz der normierten Intensität $\text{Var}(I/\langle I \rangle)$ über der Plattenanzahl N aufgetragen. Ebenso ist in rot das Lokalisationslimit $7/3$ zu sehen.	59
4.4.20 Zu sehen ist die Varianz der normierten Intensität $\text{Var}(I/\langle I \rangle)$ über dem Magnetfeld B in Tesla. Der Fehler wurde über die Standardabweichung der Varianzen abgeschätzt. Bei 25 Platten wurden nur die Werte ab 10 T berücksichtigt. Bei der Messreihe wurde ein Analysator verwendet.	59
4.4.21 Zu sehen ist die Varianz der normierten Intensität $\text{Var}(I/\langle I \rangle)$ über dem Magnetfeld B in Tesla. Der Fehler wurde über die Standardabweichung der Varianzen ab 6 T abgeschätzt. Bei 25 Platten (b) wurden alle Werte berücksichtigt. Bei der Messreihe wurde kein Analysator verwendet. Der gestrichelte Teil bei 25 Platten ist eine zweite Referenz Messung.	60
B.2.1 FERMATSches Prinzip, zu sehen ist der extremale Weg S_0 sowie andere Wege S_i , die verschiedenen Graustufen geben Aufschluss auf den Brechungsindex n an der Stelle im Medium[28].	77
B.2.2 <i>links:</i> In Schwarz sind die angeregten Wellenzentren zu sehen, welche Elementarwellen erzeugen die sich zu neuer Wellenfront überlagern. <i>rechts:</i> Beispiel einer ebenen Welle bei Ausbreitung in einem anderen Medium[28].	78
B.4.1 Zu sehen ist die Anzahl an Reflektronen an der jeweiligen Grenzfläche eines Photons. Simulation von <i>Geoffroy Aubry</i>	80
B.4.2 Im Histogramm ist die normierte Häufigkeit $P(x)/P(\langle x \rangle)$ über den normierten Werten $x/\langle x \rangle$ zu sehen. Simulation von <i>Geoffroy Aubry</i>	80

Literaturverzeichnis

- [1] D. J. und Abrahams E. und Fisher D. S. Anderson, P. W. und Thouless. New method for a scaling theory of localization. *Phys. Rev. B*, 22:3519–3526, Oct 1980.
- [2] P. W. Anderson. Absence of Diffusion in Certain Random Lattices. *Phys. Rev.*, 109(5):1492–1505, March 1958.
- [3] M V Berry and S Klein. Transparent mirrors: rays, waves and localization. *European Journal of Physics*, 18(3):222, 1997.
- [4] B. und Popoff S. M. und Cao H. Bromberg, Y. und Redding. Control of coherent backscattering by breaking optical reciprocity. *Phys. Rev. A*, 93:023826, Feb 2016.
- [5] M und Genack AZ Chabanov, AA und Stoytchev. Statistical signatures of photon localization. *Nature*, 404(6780):850–853, 2000.
- [6] Coherent. Verdi Family. http://www.vtpup.cz/common/manual/PrF_optilab_Coherent_VerdiV2_datasheet_EN.pdf. [Onlinezugriff; 08-08-2017].
- [7] F. A. Erbacher. *Licht-Vielfachstreuung in magneto-optisch aktiven Medien*. PhD thesis, Universität Konstanz, Konstanz, 1992.
- [8] J. D. He, Shanjin und Maynard. Detailed measurements of inelastic scattering in anderson localization. *Phys. Rev. Lett.*, 57:3171–3174, Dec 1986.
- [9] igus. xiros Radialrillenkugellager. <http://www.igus.de/iProsvc/Download.aspx?File=P02910300DEde.pdf&Name=xiros%2520B180.pdf>. [Onlinezugriff; 08-08-2017].
- [10] Moshe Kogan, Eugene und Kaveh. Random-matrix-theory approach to the intensity distributions of waves propagating in a random medium. *Phys. Rev. B*, 52:R3813–R3815, Aug 1995.
- [11] James Clerk Maxwell. A dynamical theory of the electromagnetic field. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, 155:459–513, 1865.
- [12] Gustav Mie. Beiträge zur optik trüber medien, speziell kolloidaler metallösungen. *Annalen der Physik*, 330(3):377–445, 1908.
- [13] M. C. W. Nieuwenhuizen, Th. M. und van Rossum. Intensity distributions of waves transmitted through a multiple scattering medium. *Phys. Rev. Lett.*, 74:2674–2677, Apr 1995.
- [14] Martin Ossmann. Red Pitaya. <https://www.elektormagazine.com/assets/upload/files/EN2014120381.pdf>. [Onlinezugriff; 08-08-2017].
- [15] Jongchul Park and Azriel Z. Zhang, Sheng und Genack. Intensity statistics and photon localization beyond one dimension. *Phys. Rev. E*, 82:045101, Oct 2010.
- [16] PI piezo technology. PD0xx Runde PICMA Chip Aktoren. <https://www.piceramic.de/de/produkte/piezokeramische-aktoren/linearaktoren/pd0xx-runde-picma-chip-aktoren-100850/#c9809>. [Onlinezugriff; 08-08-2017].

- [17] Laser Quantum. thorus 532. <http://www.laserquantum.com/download-ds.cfm?id=802>. [Onlinezugriff; 08-08-2017].
- [18] G. J. und Aegeuter C. M. und Maret G. Schertel, L. und Aubry. Coherent multiple light scattering in faraday active materials. *The European Physical Journal Special Topics*, 226(7):1409–1421, 2017.
- [19] Lukas Schertel. Magneto-optical Faraday effect in multiple-scattering media. Master's thesis, Universität Konstanz, 12 2014.
- [20] B. und Klosner J. M. und Genack A. Z. Sebbah, P. und Hu. Extended Quasimodes within Nominally Localized Random Waveguides. *Phys. Rev. Lett.*, 96:183902, May 2006.
- [21] Imaging Source. DMK 23UX174 Monochromkamera. https://s1.dl.theimagingsource.com/api/2.0/packages/publications/factsheets-single/fsdmk23ux174/c5f6835857/fsdmk23ux174.de_DE.pdf. [Onlinezugriff; 08-08-2017].
- [22] A. Z. Stoytchev, M. und Genack. Measurement of the probability distribution of total transmission in random waveguides. *Phys. Rev. Lett.*, 79:309–312, Jul 1997.
- [23] Ofer Shapira und Baruch Fischer. Localization of light in a random-grating array in a single-mode fiber. *J. Opt. Soc. Am. B*, 22(12):2542–2552, Dec 2005.
- [24] R Lenke und G Maret. Affecting weak light localization by strong magnetic fields. *Physica Scripta*, 1993(T49B):605, 1993.
- [25] F. A. Erbacher und R. Lenke und G. Maret. Multiple Light Scattering in Magneto-optically Active Media. *EPL (Europhysics Letters)*, 21(5):551, 1993.
- [26] Marvin J. Weber. *Handbook of Optical Materials*. Laser & Optical Science & Technology. CRC Press, Boca Raton, 2003.
- [27] Jongchul und Milner Valery und Genack Azriel Z. Zhang, Sheng und Park. Photon delocalization transition in dimensional crossover in layered media. *Phys. Rev. Lett.*, 101:183901, Oct 2008.
- [28] U. Zinth, W. und Zinth. *Optik: Lichtstrahlen - Wellen - Photonen*. Oldenbourg Wissenschaftsverlag, 2013.