Grundlagen der Volkswirtschaftslehre III (Mikroökonomische Theorie)

76318	Vorlesung	Di 16.15 - 17.45	1501-301	Bätje
76321	Übung	Mi 16.15 - 17.45 Beginn: 01.11.2017	1501-401	van der Spoel

Dr. Karola Bätje
Institut für Wirtschaftspolitik

Sprechstunde: Di 10 - 12 Uhr
Gebäude 1501 (Conti-Campus), Raum 264
Telefon: 0511 - 762 2767
Email: baetje@wipol.uni-hannover.de

Grundlagenmodule Volkswirtschaftslehre (Nebenfach)

Wintersemester	Sommersemester
Grundlagen der VWL I (Einführung) V2, K 60, 4 LP	Grundlagen der VWL I (Einführung) V2, K60, 4 LP
	Grundlagen der VWL II (Wirtschaftspolitik) V2, K 60, 4 LP

Grundlagenmodule Volkswirtschaftslehre (Nebenfach)

Wintersemester	Sommersemester
Grundlagen der VWL I (Einführung) V2, K 60, 4 LP	Grundlagen der VWL I (Einführung) V2, K60, 4 LP
	Grundlagen der VWL II (Wirtschaftspolitik) V2, K 60, 4 LP
Grundlagen der VWL III (Mikroökonomische Theorie) V2, Ü2, K 90, 8 LP	Grundlagen der VWL IV (Makroökonomische Theorie) V2, Ü2, K 90, 8 LP

Grundlagenmodule Volkswirtschaftslehre (Nebenfach)

Wintersemester	Sommersemester
Grundlagen der VWL I (Einführung) V2, K 60, 4 LP	Grundlagen der VWL I (Einführung) V2, K60, 4 LP
	Grundlagen der VWL II (Wirtschaftspolitik) V2, K 60, 4 LP
Grundlagen der VWL III (Mikroökonomische Theorie) V2, Ü2, K 90, 8 LP	Grundlagen der VWL IV (Makroökonomische Theorie) V2, Ü2, K 90, 8 LP

Grundlagenmodule Volkswirtschaftslehre (Nebenfach)

Einzelne Fakultäten bewerten Grundlagen der Volkswirtschaftslehre I und II mit jeweils 3 Leistungspunkten

Einzelne Fakultäten bewerten Grundlagen der Volkswirtschaftslehre III und IV mit jeweils 5 Leistungspunkten

Studium eines vertiefenden Wahlmoduls ist in einigen Masterstudiengängen möglich, wenn 16 LP aus dem Bereich der Grundlagenmodule erworben wurden

Klausur

am 30.01.2018, 16:15 bis 17:45 Uhr

Klausuranmeldung:
Je nach Studiengang beim jeweiligen Studiendekanat bzw. dem Prüfungsamt oder über das QIS.

Überblick über die Vorlesungsinhalte

1. Entscheidungstheorie
   - Grundmodell und “naive” Entscheidungsregeln
   - Entscheidungen unter Risiko
   - Dynamische Entscheidungen
2. Spieltheorie
   - Statische Spiele
   - Dynamische Spiele
3. Informationsökonomik
   - Gütermärkte mit unvollständiger Qualitätsinformation
   - Arbeitsmärkte
   - Versicherungsmärkte

1. Entscheidungstheorie

1.1. Grundmodell und "naive" Entscheidungsregeln

- Entscheidungsproblem in strategischer Form
- Entscheidungsprobleme unter Risiko
- Entscheidungsregeln bei Ungewissheit

1.2. Entscheidungen unter Risiko

- Lotterien
- Erwartungsnutzenmaximierung
- Maße für Risikoaversion

1.3. Dynamische Entscheidungen

- Einleitung und Definitionen
- Perfekte Information, keine Züge der Natur
- Perfekte Information, aber Züge der Natur
- Imperfekte Information

Einführung und ein Beispiel

Beispiel: Unternehmer erwägt Produktion von Regenschirmen oder Sonnenschirmen

Bei einem gutem Sommer sind Sonnenschirme profitabler, bei schlechtem Wetter natürlich die Regenschirme

		Umweltzustand	
		schlechte Witterung	gute Witterung
Strategie	Regenschirm-Produktion	100	81
	Sonnenschirm-Produktion	64	121

Auszahlungsmatrix. Quelle (hier und im Folgenden): Wiese (2002)

Vokabular

- Unternehmer verfügt über zwei **Strategien**
- Zwei **Umweltzustände** können eintreten
- **Auszahlungen** betragen 64, 81, 100 oder 121
- **Auszahlungsfunktion** verbindet Strategien und Umweltzustände auf der einen Seite mit den entsprechenden Auszahlungen auf der anderen Seite

Alles zusammen definiert die Entscheidungssituation/das Entscheidungsproblem

Entscheidungsproblem

Definition Ein **Entscheidungsproblem** ist eine Menge (genauer: ein Tupel)

$$\Delta = (S, Z, \Pi, \pi),$$

wobei S die Menge der Strategien, Z die Menge der Umweltzustände, Π die Menge der Auszahlungen und π eine Auszahlungsfunktion $S \times Z \to \Pi$ darstellen.

- Wenn Π einfach reelle Zahlen sind, also $\Pi = I\!R$, dann braucht man Π nicht extra zu erwähnen und kann das Entscheidungsproblem auch durch $\Delta = (S, Z, \pi)$ beschreiben

Beispiel

Zum Beispiel könnte es drei Umweltzustände geben, $Z = \{z_1, z_2, z_3\}$, und der Agent/Entscheider/Spieler könnte vier Wahlmöglichkeiten haben, $S = \{s_1, s_2, s_3, s_4\}$. Die Auszahlungsmatrix wäre dann

		Umwelt		
		z_1	z_2	z_3
Agent	s_1	$\pi(s_1, z_1)$	$\pi(s_1, z_2)$	$\pi(s_1, z_3)$
	s_2	$\pi(s_2, z_1)$	$\pi(s_2, z_2)$	$\pi(s_2, z_3)$
	s_3	$\pi(s_3, z_1)$	$\pi(s_3, z_2)$	$\pi(s_3, z_3)$
	s_4	$\pi(s_4, z_1)$	$\pi(s_4, z_2)$	$\pi(s_4, z_3)$

Auszahlungsmatrix

Entscheidungsprobleme unter Risiko

Definition: Sei Z eine endliche Menge von Umweltzuständen. Eine **endliche diskrete Wahrscheinlichkeitsverteilung** w auf Z lässt sich formal durch eine Wahrscheinlichkeitsfunktion $w : Z \to [0, 1]$ mit beschreiben, mit $\sum_{z \in Z} w(z) = 1$. Dabei ist $w(z)$ die Wahrscheinlichkeit, mit der sich der Zustand z realisiert.

Definition: Ein **Entscheidungsproblem bei Risiko** ist eine Menge

$$\Delta = (S, Z, w, \Pi, \pi),$$

wobei S, Z, Π und π wie bisher definiert sind, und w eine Wahrscheinlichkeitsverteilung auf Z ist.

Beispiel: Beispiel: Falls z_1 = schlechte Witterung und z_2 = gute W., dann könnte $w(z_1) = 25\%$ und $w(z_2) = 75\%$ sein.

Entscheidungsregeln bei Ungewissheit

Ungewissheit: Der Entscheider kennt die Wahrscheinlichkeiten nicht bzw. es ist zu aufwändig, sie herauszufinden

Daumenregeln zur Entscheidungsfindung

- Maximin-Regel
- Maximax-Regel
- Hurwics-Regel
- Regel des minimalen Bedauerns (Savage-Niehans)
- Laplace-Regel

Maximin-Regel

Gehe davon aus, dass eigentlich immer der schlimmste Fall eintritt (Pessimismus: Mindesterfolg zählt). Wähle daher die Strategie $s \in S$ mit dem grössten Zeilenminimum. Vorgehensweise:

1. Bestimme für jede Strategie s das Zeilenminimum

$$\min_{z \in Z} \pi(s, z)$$

2. Vergleiche diese Minima, wähle darunter das Maximum

$$\max_{s \in S} \min_{z \in Z} \pi(s, z)$$

3. Entscheide Dich für die Strategie (oder eine der Strategien), die dieses Maximum liefert

$$s^* = \operatorname*{argmax}_{s \in S} \min_{z \in Z} \pi(s, z)$$

Maximin-Regel: Beispiel

- Beispiel Schirmfabrikant:

$$\min_{z\in Z} \pi(s_1, z) = 81, \qquad \min_{z\in Z} \pi(s_2, z) = 64,$$
$$\max_{s\in S} \min_{z\in Z} \pi(s, z) = 81,$$
$$s^* = \operatorname*{argmax}_{s\in S} \min_{z\in Z} \pi(s, z) = s_1$$

- Wenn der Schirmhersteller die Wahrscheinlichkeiten nicht kennt und die Maximin-Regel anwendet (also **pessimistisch** ist), dann produziert er Regenschirme
- Erfolgschancen werden vernachlässigt

Maximax-Regel

Implizite Annahme: Bestimmt wird der günstigste Umweltzustand eintreten (Optimismus: Maximalerfolg zählt). Wähle daher

$$s^* = \operatorname*{argmax}_{s \in S} \max_{z \in Z} \pi(s, z)$$

- Beispiel Schirmfabrikant:

$$\max_{z \in Z} \pi(s_1, z) = 100, \qquad \max_{z \in Z} \pi(s_2, z) = 121,$$

$$\max_{s \in S} \max_{z \in Z} \pi(s, z) = 121,$$

$$s^* = \operatorname*{argmax}_{s \in S} \max_{z \in Z} \pi(s, z) = s_2$$

- Wenn der Schirmhersteller die Wahrscheinlichkeiten nicht kennt und die Maximax-Regel anwendet (also **optimistisch** ist), dann produziert er Sonnenschirme
- Risiken werden vernachlässigt

Hurwics-Regel

Zwischenform zwischen extremem Optimismus und Pessimusmus

$$s^* = \underset{s \in S}{\operatorname{argmax}} \left(\gamma \max_{z \in Z} \pi(s,z) + (1-\gamma) \min_{z \in Z} \pi(s,z) \right)$$

- Beispiel Schirmfabrikant:

$$s_1 : \gamma\, 100 + (1-\gamma)\, 81, \qquad s_2 : \gamma\, 121 + (1-\gamma)\, 64$$

- Wenn der Schirmhersteller die Wahrscheinlichkeiten nicht kennt und die Hurwics-Regel anwendet mit $\gamma > 17/38$, dann produziert er Sonnenschirme, bei $\gamma = 17/38$ ist er indifferent zwischen beiden Strategien
- $\gamma =$ "Optimismuskoeffizient"

Regel des minimalen Bedauerns (Savage-Niehans)

Halte den Nachteil, der aus einer Fehleinschätzung resultiert, möglichst gering. Vorgehensweise:

1. Überführe die Auszahlungsmatrix in einer "Bedauernsmatrix" (betrachte jeweils die Differenz zum Spaltenmaximum)
   Beispiel Schirmfabrikant:

		Umweltzustand	
		schechte Witterung	gute Witterung
Strategie	Regenschirme	0	40
	Sonnenschirme	36	0

2. Wähle die Strategie mit dem geringsten Bedauern
   Konkret: betrachte Zeilenmaxima, wähle dann die Zeile mit dem kleinstem Maximum
   Beispiel: $36 < 40$, also produziere Sonnenschirme

Laplace-Regel

Implizite Annahme: Alle Umweltzustände treten mit der gleichen Wahrscheinlichkeit auf

- Wähle die Strategie mit dem grössten Mittelwert
- Beispiel Schirmfabrikant: $(100 + 81)/2 = 90,5$, $(64 + 121)/2 = 92,5$, also produziere Sonnenschirme

1. Entscheidungstheorie

1.1. Grundmodell und “naive” Entscheidungsregeln

- Entscheidungsproblem in strategischer Form
- Entscheidungsprobleme unter Risiko
- Entscheidungsregeln bei Ungewissheit

1.2. Entscheidungen unter Risiko

- Lotterien
- Erwartungsnutzenmaximierung
- Maße für Risikoaversion

1.3. Dynamische Entscheidungen

- Einleitung und Definitionen
- Perfekte Information, keine Züge der Natur
- Perfekte Information, aber Züge der Natur
- Imperfekte Information

Beispiel

Sei $w(z_1) = 50\%$ die Wahrscheinlichkeit für schlechte Witterung
"Bayes-Regel": Wähle die Strategie mit dem grössten Erwartungswert[1]

- Beispiel "risikoneutraler" Entscheider: $U(\pi) = \pi$
  - Regenschirmproduktion → "Regenschirmlotterie"
    $w(100) = 50\%$, $w(81) = 50\%$, Erwartungswert
    $$50\% \cdot 100 + 50\% \cdot 81 = 90,5$$
  - Sonnenschirmproduktion → "Sonnenschirmlotterie"
    $w(64) = 50\%$, $w(121) = 50\%$, Erwartungswert
    $$50\% \cdot 64 + 50\% \cdot 121 = 92,5$$

→ Produziere also Sonnenschirme

[1] Bayes-Regel: Nicht zu verwechseln mit dem Bayestheorem/Satz von Bayes zum Rechnen mit bedingten Wahrscheinlichkeiten

Beispiel

- Beispiel "risikoscheuer" Entscheider, **Wurzel-Nutzenfunktion**: $U(\pi) = \sqrt{\pi}$
  - Statt der Auszahlungen betrachtet der Entscheider die entsprechenden Wurzeln

$$50\% \cdot \sqrt{100} + 50\% \cdot \sqrt{81} = 9,5$$
$$50\% \cdot \sqrt{64} + 50\% \cdot \sqrt{121} = 9,5$$

  - Jetzt: Indifferenz zwischen Produktion von Regenschirmen und Sonnenschirmen
  - Grund: Sonnenschirmproduktion hat höheren Erwartungswert, ist aber riskanter

Begriff: Sicherheitsäquivalent

Sicherheitsäquivalent einer unsicheren Zahlung: sichere Zahlung mit identischem Nutzen (macht das Individuum indifferent zur Lotterie)

- Beispiel lineare Nutzenfunktion, $u(\pi) = \pi$

$$E[u(\pi)]_{\text{Regens.}} = 90,5 = u(\text{SÄ}_{\text{Regens.}}) = \text{SÄ}_{\text{Regens.}},$$
$$E[u(\pi)]_{\text{Sonnens.}} = 92,5 = \text{SÄ}_{\text{Sonnens.}}$$

- Beispiel Wurzel-Nutzenfunktion, $u(\pi) = \sqrt{\pi}$

$$E[u(\pi)]_{\text{Regens.}} = 9,5 = u(\text{SÄ}_{\text{Regens.}}) = \sqrt{\text{SÄ}_{\text{Regens.}}} \Longrightarrow$$
$$\text{SÄ}_{\text{Regens.}} = 9,5^2 = 90,25,$$

$$E[u(\pi)]_{\text{Sonnens.}} = 9,5 = u(\text{SÄ}_{\text{Sonnens.}}) = \sqrt{\text{SÄ}_{\text{Sonnens.}}} \Longrightarrow$$
$$\text{SÄ}_{\text{Sonnens.}} = 9,5^2 = 90,25$$

Begriff: Risikoprämie

Risikoprämie: Differenz zwischen Erwartungswert und Sicherheitsäquivalent (misst, wie viel dem Individuum die Eliminierung des Risikos in der Lotterie wert ist)

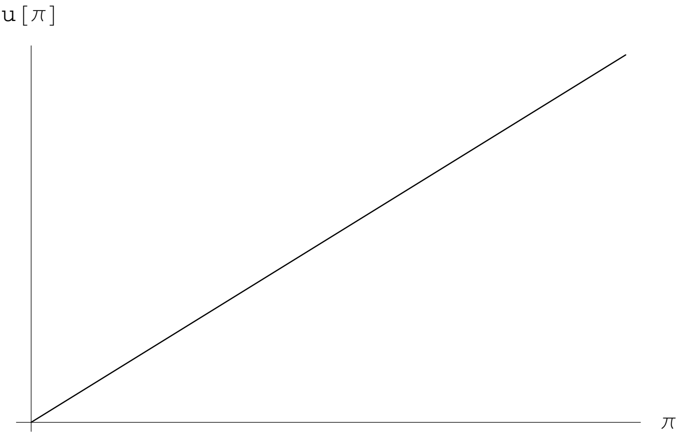
- Beispiel lineare Nutzenfunktion, $u(\pi) = \pi$

  Sicherheitsäquivalent = Erw.wert, also Risikoprämie = 0 (risikoneutral)
- Beispiel Wurzel-Nutzenfunktion, $u(\pi) = \sqrt{\pi}$

$$\mathrm{RP}_{\mathrm{Regens.}} = 90,5 - 90,25 = 0,25$$
$$\mathrm{RP}_{\mathrm{Sonnens.}} = 92,5 - 90,25 = 2,25$$

  - Die Risikoprämie für die Regenschirm-Strategie ist deutlich geringer (Zahlungen liegen ja auch deutlich näher beieinander)
  - Erwartungswert für Sonnenschirm-Strategie ist um 2 höher, aber die Risikoprämie für **Sonnen**schirm-Strategie ist auch um 2 höher, das führt gerade zur Indifferenz

Graphisches Beispiel
Lineare Nutzenfunktion



Graphisches Beispiel
Wurzel-Nutzenfunktion

Lotterien

Definition: Eine Wahrscheinlichkeitsverteilung für die Menge der Auszahlungen ist eine **Lotterie** w. Schreibweise:

$$w = [\pi_1, \ldots, \pi_n; w_1, \ldots, w_n]$$

wobei sich Auszahlung π_1 mit Wahrscheinlichkeit $w_i = w(\pi_i)$ realisiert.

- Achtung: Die Resultate einer Lotterie können selbst wieder Lotterien sein
- Beispiel: Münzwurf. Bei Kopf erhält man €1. Bei Zahl wirft man wieder eine Münze. Bei Kopf erhält man €2, bei Zahl nichts.

Erwartungsnutzenmaximierung

Das Bernoulli-Prinzip

- Alleinige Orientierung an Erwartungswerten (Bayes-Regel) kann unintuitiv sein
- Beispiel: Das **St. Petersburger Paradox**
- Ein Spieler wirft eine Münze so lange, bis das erste Mal Kopf erscheint. Braucht er dafür n Würfe, so erhält er einen Betrag von 2^{n-1}. Also
  - €1, wenn direkt Kopf kommt
  - €2, wenn beim zweiten Wurf Kopf kommt
  - €4, wenn beim dritten Wurf Kopf kommt
  - ...

  Wie viel wäre er bereit zu zahlen, um bei dieser Lotterie mitzuspielen?

- Bayes-Regel: Der erwartete Gewinn ist

$$E[\pi] = \frac{1}{2}\cdot 1 + \frac{1}{4}\cdot 2 + \frac{1}{8}\cdot 4 + \dots$$
$$= \sum_{n=0}^{\infty} 2^n \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \dots = \infty$$

- Ein Anwender der Bayes-Regel würde also beliebig viel für diese Lotterie ausgeben. Klingt das realistisch?
- **Alternative Annahme:** Der Spieler hat eine Wurzel-Nutzenfunktion $\rightarrow$ Erwarteter Nutzen ist

$$E[u(\pi)] = \frac{1}{2}\cdot\sqrt{1} + \frac{1}{4}\cdot\sqrt{2} + \frac{1}{8}\cdot\sqrt{4} + \dots = \sum_{n=0}^{\infty}\sqrt{2^n}\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}$$
$$= \frac{1}{2}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{2}^n} = \frac{1}{2}(2+\sqrt{2}) \approx 1,71$$

- Entspricht einer sicheren Zahlung von 2,91, da $\sqrt{2,91} = 1,71$
- Der Spieler ist nur bereit, endlich viel für diese Lotterie zu zahlen (realistischer?)

- Bayes-Regel: Der erwartete Gewinn ist

$$E[\pi] = \frac{1}{2}\cdot 1 + \frac{1}{4}\cdot 2 + \frac{1}{8}\cdot 4 + \dots$$
$$= \sum_{n=0}^{\infty} 2^n \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \dots = \infty$$

- Ein Anwender der Bayes-Regel würde also beliebig viel für diese Lotterie ausgeben. Klingt das realistisch?
- **Alternative Annahme:** Der Spieler hat eine Wurzel-Nutzenfunktion $\rightarrow$ Erwarteter Nutzen ist

$$E[u(\pi)] = \frac{1}{2}\cdot\sqrt{1} + \frac{1}{4}\cdot\sqrt{2} + \frac{1}{8}\cdot\sqrt{4} + \dots = \sum_{n=0}^{\infty}\sqrt{2^n}\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}$$
$$= \frac{1}{2}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{2}^n} = \frac{1}{2}(2+\sqrt{2}) \approx 1,71$$

- Entspricht einer sicheren Zahlung von 2,91, da $\sqrt{2,91} = 1,71$
- Der Spieler ist nur bereit, endlich viel für diese Lotterie zu zahlen (realistischer?)

Das Bernoulli-Prinzip, formal

- Es geht um die Wahl zwischen verschiedenen Lotterien
- Axiomatik entwickelt von von Neumann/Morgenstern (1944)
- **Präferenzrelation** $\prec$
  - $w \prec v$ bedeutet einfach, dass der Entscheider die Lotterie v besser findet als w (starke/strikte Präferenz)
  - $w \precsim v$ bedeutet, der Entscheider findet die Lotterie v besser oder mindestens genausogut wie w (schwache Präferenz)
  - $w \sim v$ bedeutet, der Entscheider ist indifferent zwischen v und w (kann sich nicht entscheiden)

Ordnungsaxiom

Axiom A1 (Ordnungsaxiom) Die schwache Präferenzrelation $\precsim$ ist vollständig und transitiv.

- **Vollständigkeit:** Man kann beliebige Lotterien v und w vergleichen, immer gilt entweder $v \precsim w$ oder $w \precsim v$. Lotterien können gleich gut sein (sodass man sich nicht entscheiden kann), aber sie können nicht "unvergleichlich" sein
- **Transitivität:** Ist r (schwach) besser als v und v ist (schwach) besser als w, dann ist r auch (schwach) besser als w. Formal

$$w \precsim v \text{ und } v \precsim r \implies w \precsim r$$

Stetigkeitsaxiom

Axiom A2 (Stetigkeitsaxiom) Für alle Lotterien w, v, r mit $w \prec v \prec r$ gibt es $\alpha \in (0, 1)$ mit $\alpha \cdot r + (1 - \alpha) \cdot w \sim v$

- Anders ausgedrückt: Man kann die gute Lotterie r und die schlechte Lotterie w so mischen, dass das Resultat so gut ist wie die mittlere Lotterie v
- Achtung: $\alpha \cdot r + (1 - \alpha) \cdot w$ ist eine zweistufige Lotterie
  - Zuerst würfelt man aus, ob man (mit Wahrsch. α) Lotterie r spielt oder (mit Wahrsch. $1 - \alpha$) Lotterie w
  - Dann dreht man entweder am “Glücksrad” r oder w

Unabhängigkeitsaxiom

Axiom A3 (Unabhängigkeitsaxiom) Für alle Lotterien w, v, r mit $w \prec v$ und $\alpha \in (0, 1)$ gilt

$$\alpha \cdot w + (1 - \alpha) \cdot r \prec \alpha \cdot v + (1 - \alpha) \cdot r$$

- Anders ausgedrückt: Wenn v besser ist als w, dann ist auch v gemischt mit r besser als w gemischt mit r (bei gleichem Mischungsverhältnis)
- Achtung: Wieder handelt es sich um zweistufige Lotterien

Darstellungssatz

Theorem (Darstellungssatz) Eine Präferenzrelation $\prec$ erfüllt die Axiome A1, A2 und A3 genau dann, wenn eine **Nutzenfunktion** $u : \Pi \to I\!R$ existiert mit

$$w \prec v \iff \sum_{\pi \in \Pi} u(\pi)\, w(\pi) < \sum_{\pi \in \Pi} u(\pi)\, v(\pi)$$

u ist bis auf positive affine Transformationen eindeutig bestimmt.

- "Positive affine Transformationen": Wenn u eine passende Nutzenfunktion ist, dann auch $u +$ Konstante, sowie $u \cdot$ Konstante eine
- Wenn ein Entscheider mit den Axiomen A1 bis A3 einverstanden ist (und diese sind relativ intuitiv), dann ist er auf jeden Fall automatisch "nutzenorientiert"

Ellsberg-Paradoxon

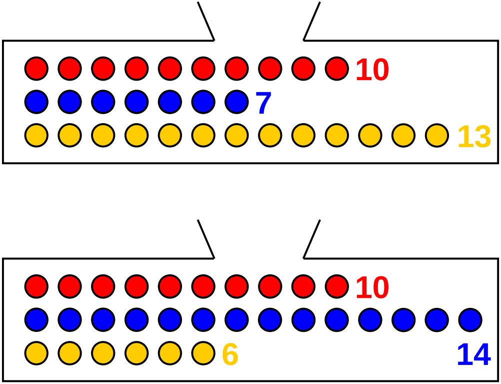
Einschub: Kritik am Bernoulli-Prinzip

- Bernoulli-Prinzip beruht auf einleuchtenden Axiomen, ist leicht zu handhaben
- Aber tatsächlich halten sich Entscheider oft nicht an Bernoulli
- Prominentes Beispiel: Ellsberg-Paradoxon
- Urne mit 30 Kugeln, 10 sind **rot**, die anderen **blau** und **gelb** (zufällig zusammengestellt)

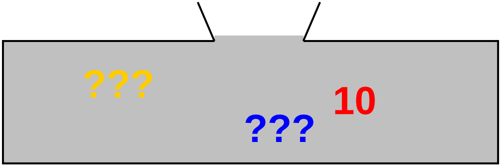
Ellsberg-Paradoxon

Einschub: Kritik am Bernoulli-Prinzip

Urne mit 30 Kugeln, 10 sind **rot**, die anderen **blau** und **gelb**



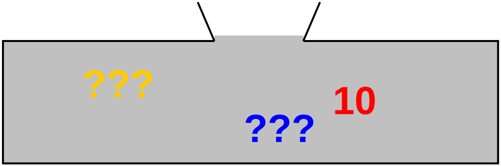
Ellsberg-Paradoxon



Sie dürfen eine Kugel ziehen. Sie müssen sich zwischen zwei Lotterien entscheiden:

- Lotterie A: Sie gewinnen €100 falls Sie eine **rote** Kugel ziehen
- Lotterie B: Sie gewinnen €100 falls Sie **blau** ziehen

Ellsberg-Paradoxon



Sie dürfen eine Kugel ziehen. Sie müssen sich zwischen zwei Lotterien entscheiden:

- Lotterie C: Sie gewinnen €100 falls Sie **rot** oder **gelb** ziehen
- Lotterie D: Sie gewinnen €100 falls Sie **blau** oder **gelb** ziehen

Allais-Paradoxon

- Weiteres prominentes Beispiel: Allais-Paradoxon
  - Sie dürfen zwischen zwei Lotterien wählen
    - Lotterie A: Sie gewinnen sicher €100.000
    - Lotterie B: Sie gewinnen €100.000 mit Wahrsch. 89% und €150.000 mit Wahrsch. 10%, sonst **nichts** (Wahrsch. 1%)
  - Sie dürfen wieder zwischen zwei Lotterien entscheiden
    - Lotterie C: Sie gewinnen €100.000 mit Wahrsch. 11%, sonst nichts (Wahrsch. 89%)
    - Lotterie D: Sie gewinnen €150.000 mit Wahrsch. 10%, sonst nichts (Wahrsch. 90%)
- Das Ellsberg-Paradoxon verstösst gegen das Unabhängigkeitsaxiom
- Viele weitere Beispiele

Allais-Paradoxon

- Weiteres prominentes Beispiel: Allais-Paradoxon
  - Sie dürfen zwischen zwei Lotterien wählen
    - Lotterie A: Sie gewinnen sicher €100.000
    - Lotterie B: Sie gewinnen €100.000 mit Wahrsch. 89% und €150.000 mit Wahrsch. 10%, sonst **nichts** (Wahrsch. 1%)
  - Sie dürfen wieder zwischen zwei Lotterien entscheiden
    - Lotterie C: Sie gewinnen €100.000 mit Wahrsch. 11%, sonst nichts (Wahrsch. 89%)
    - Lotterie D: Sie gewinnen €150.000 mit Wahrsch. 10%, sonst nichts (Wahrsch. 90%)
- Das Ellsberg-Paradoxon verstösst gegen das Unabhängigkeitsaxiom
- Viele weitere Beispiele

Jensens Ungleichung

Theorem (Jensens Ungleichung) Betrachte eine reellwertige, **konkave** Nutzenfunktion u und eine Lotterie w mit Auszahlungen π. Dann ist der Erwartungswert des Nutzens kleiner als der Nutzen des Erwartungswertes,

$$E(u(\pi)) < u(E(\pi))$$

Bei Konvexität gilt das Gegenteil und bei Linearität stimmen beide überein.

- Beispiel: obige "Sonnenschirmlotterie", Wurzel-Nutzen
  - $u(64) = 8$ und $u(121) = 11$, also $E(u(\pi)) = 9,5$
  - $E(\pi) = 92,5$, also $u(E(\pi)) = \sqrt{92,5} \approx 9,61$
- $9,5 < 9,61$ da $\sqrt{\cdot}$ konkav, das besagt Jensens Ungleichung

Interpretation

- Konkave Nutzenfunktion
  - $\Leftrightarrow$ $E(u(\pi)) < u(E(\pi))$
  - $\Leftrightarrow$ Der Entscheider findet eine sichere Zahlung in Höhe von $E(\pi)$ besser als eine Lotterie mit dem gleichen Erwartungswert (Erwartungswert > Sicherheitsäquivalent)
  - $\Leftrightarrow$ Positive Risikoprämie
  - $\Leftrightarrow$ Der Entscheider verabscheut das Risiko
  - $\Leftrightarrow$ Der Entscheider ist risikoavers
- Analog: Konvexe Nutzenfunktion $\rightarrow$ Risikofreude ($u''(\pi) > 0$)
- Grenzfall: Lineare Nutzenfunktion $\rightarrow$ Risikoneutralität ($u''(\pi) = 0$)

Interpretation

- Konkave Nutzenfunktion
  - $\Leftrightarrow$ $u''(\pi) < 0$
  - $\Leftrightarrow$ $u'(\pi)$ ist monoton fallend
- Interessant: Jensens Ungleichung verknüpft den Grenznutzen des Geldes mit der Risikoeinstellung
  - sinkender Grenznutzen bedeutet Risikoaversion
  - steigender Grenznutzen bedeutet Risikofreude
  - konstanter Grenznutzen bedeutet Risikoneutralität

Maße für Risikoaversion

Wir haben gesehen, $u''(\pi) < 0$ bedeutet Risikoaversion

Aber wie kann man die Stärke der Risikoaversion messen?

- (Naiver) Vorschlag: Stärker negatives $u''(\pi)$ bedeutet stärkere Risikoaversion
- Nein! Begründung:
  - Affine Transformationen von Nutzenfunktionen sind gleichwertig
  - Nutzenfunktionen $u(\pi)$ und $v(\pi) = 2\,u(\pi)$ führen zu gleichen Entscheidungen
  - Aber $v''(\pi) = 2\,u''(\pi)$, also "doppelt so konkav"?

Absolute Risikoaversion

- Vorschlag: Dividiere $u''(\pi)$ durch $u'(\pi)$
- Definiere die **absolute Risikoaversion** als $\text{ARA}(\pi) = -u''(\pi)/u'(\pi)$ (auch Arrow-Pratt-Maß)
- Beispiel Exponentialfunktion: $u(\pi) = -e^{(-\rho\,\pi)}$
  - $u'(\pi) = \rho\, e^{(-\rho\,\pi)}$
  - $u''(\pi) = -\rho^2\, e^{(-\rho\,\pi)}$
  - $\text{ARA}(\pi) = -\frac{-\rho^2\, e^{(-\rho\,\pi)}}{\rho\, e^{(-\rho\,\pi)}} = \rho$, konstant

  Ein Entscheider mit exponentieller Nutzenfunktion hat also **konstante** absolute Risikoaversion
  - Der Entscheider macht seine Entscheidung nicht vom Anfangsvermögen abhängig; Entscheidungen sind in diesem Sinne **absolut**

Relative Risikoaversion

- Alternativer Vorschlag: Dividiere $\pi\, u''(\pi)$ durch $u'(\pi)$
- **Relative Risikoaversion**: $\mathrm{RRA}(\pi) = -\pi\, u''(\pi)/u'(\pi)$
- Beispiel Logarithmus: $u(\pi) = \log \pi$
  - $u'(\pi) = 1/\pi$; $u''(\pi) = -1/\pi^2$
  - $\mathrm{RRA}(\pi) = 1$, konstant
- Beispiel $u(\pi) = \pi^{1-\rho}/(1-\rho)$
  - $u'(\pi) = \pi^{-\rho}$; $u''(\pi) = -\rho\, \pi^{-\rho-1}$
  - $\mathrm{RRA}(\pi) = \rho$, konstant
- Ein solcher Entscheider hat also konstante **relative** Risikoaversion
  - Die Risikowahrnehmung des Entscheiders wird durch sein Anfangsausstattung **relativiert**

1. Entscheidungstheorie

Einleitung und Definitionen

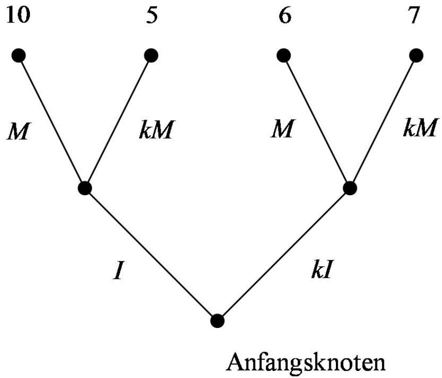
- Dynamische Entscheidungssituationen: Modelliert als Entscheidungsbaum
- Graphentheorie: Entscheidungsbaum = Baum mit Wurzel
- Baum = einfach zusammenhängender Graph, ohne Kreise
- Graph = mathematisches Gebilde aus Knoten und Kanten
- Analogie:
  - Wurzel = Ausgangssituation
  - Knoten = mögliche Situationen
  - Kanten = Entscheidungen, die von einer Situation in eine andere führen
  - Endknoten = Resultate

Beispiel

- Unternehmen kann Investition in neue Produktionsanlagen tätigen (Aktion I) oder dies unterlassen (Aktion kI)
- **Danach** kann das Unternehmen Marketing-Aktivitäten unternehmen (Aktion M) oder dies unterlassen (Aktion kM)
- Kombinationsmöglichkeiten

$$\langle I, M\rangle; \langle I, kM\rangle; \langle kI, M\rangle; \langle kI, kM\rangle$$

- Nutzen der einzelnen Entscheidungen
  - $u(\langle I, M\rangle) = 10$ und $u(\langle I, kM\rangle) = 5$; die Investition lohnt sich insbesondere dann, wenn das neue Produkt von einer grosszügigen Marketing-Aktivität begleitet wird, sonst ist die einfach nur teuer
  - $u(\langle kI, M\rangle) = 6$ und $u(\langle kI, kM\rangle) = 7$; wenn nicht investiert wird, werden die Kosten der Investition gespart, die Marketing-Aktivität macht dann fast keinen Unterschied

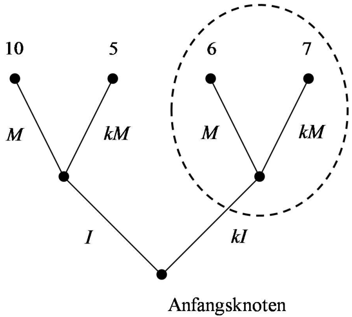


- Wurzel = Anfangsknoten = Anfangssituation
- Endknoten = Resultate (inkl. entspr. Nutzen)
- Kanten = Entscheidungen
- Knoten = Situationen

Perfekte Information, keine Züge der Natur

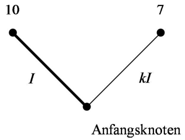
- Strategie = Angabe einer Entscheidung in **jedem** Knoten (außer den Endknoten)
- Im Beispiel: Strategie besteht aus Entscheidungen,
  - ob man investiert (z. B. I),
  - ob man Marketing betreibt, wenn man investiert hat (z. B. M), und
  - ob man Marketing betreibt, wenn man nicht investiert hat (z. B. kM)
- Beispielstrategie: $\lfloor I, M, kM \rfloor$
- Strategie = vollständiger Plan, was jeweils zu tun ist

Rückwärtsinduktion



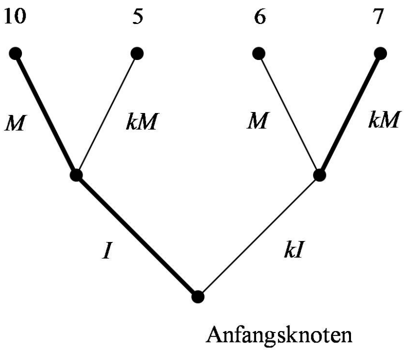
- Betrachte elementare Teilbäume des eigentlichen Entscheidungsbaums (nur einen Knoten mit den zugehörigen Kanten)
- So ein Teilbaum hat keine dynamische Struktur mehr → Lösung mit bereits bekannten Verfahren

Rückwärtsinduktion



- Dann lasse die Kanten fallen, schreibe stattdessen den erzielten Nutzen an den ursprünglichen Knoten
- Reduktion der Komplexität um eine Stufe
- Nach endlich vielen Schritten → Entscheidungsproblem gelöst
- Ökonomisch betrachtet bedeutet das, man bedenkt die Konsequenzen seiner Entscheidungen inklusive der auftauchenden neuen Handlungsmöglichkeiten
  - “Angenommen, ich entscheide mich jetzt für I. Wie werde ich mich dann im zweiten Schritt zwischen M und kM entscheiden? Was sind die entsprechenden Auszahlungen?”

Rückwärtsinduktion, graphisch

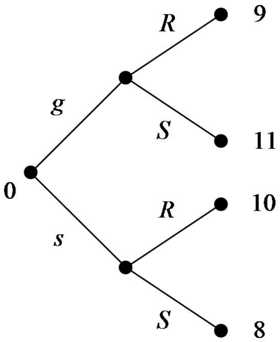


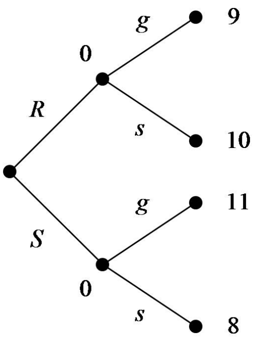
Die dicken Balken geben gleichzeitig die gesamte Strategie an (Strategie = Angabe einer Entscheidung in **jedem** Knoten)

Perfekte Information, aber Züge der Natur

- Konzeptionell genau identisch
- Einziger Unterschied: Natur zieht zwischendurch, bringt Unsicherheit/Risiko ins Spiel
- Spieler ist jederzeit über die Züge der Natur informiert
- Dadurch: Anwendung der Konzepte des Entscheidens unter Unsicherheit/Risiko am entsprechenden Knoten

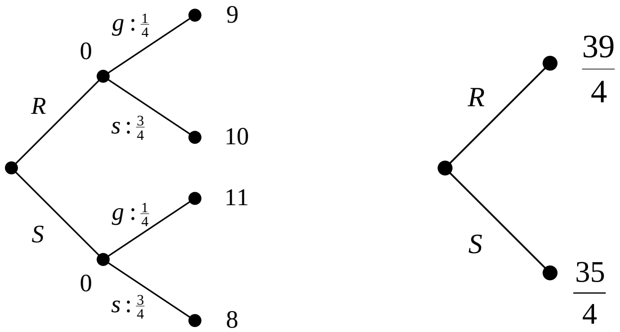
Zwei Beispiele – Schirmfabrikanten





- links: Die Natur zieht zuerst, der Spieler weiss also, ob gute oder schlechte Witterung eintritt (g oder s)
- rechts: Der Spieler zieht zuerst, muss sich also zwischen zwei Lotterien entscheiden

Rückwärtsinduktion



1. Ersetze die Lotterien durch ihren Erwartungsnutzen (an den Enden stehen ja bereits Nutzenniveaus)
2. Wähle Strategie mit dem höchsten erwarteten Nutzen

Imperfekte Information

Mögliche Quellen imperfekter Information

- Perfekte Erinnerung: Der Entscheider weiss genau, was bisher alles passiert ist; er kann aber einen Zug der Natur nicht beobachten

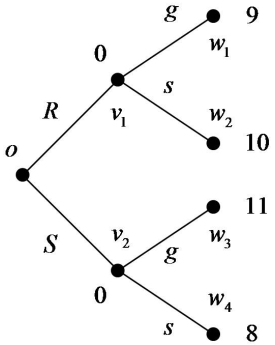
  Beispiel: Entscheidungssituation beim Skat: Soll ich eine Hand spielen? Die Natur hat die Karten bereits gemischt und zugeteilt, aber der Spieler kennt nur sein eigenes Blatt

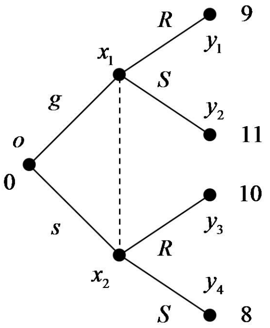
  Eng verwandt mit Entscheidungen unter Risiko

- Imperfekte Erinnerung: Der Entscheider kann sich nicht genau erinnern, was bisher passiert ist

  Beispiel: Ein Wanderer verirrt sich, findet nicht zurück

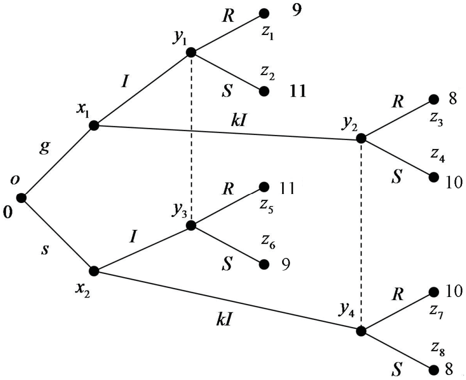
Darstellung von Unsicherheit





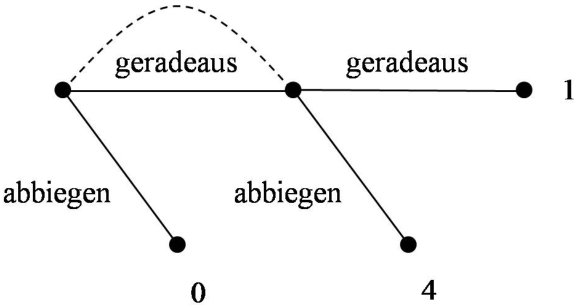
- links: Perfekte Information, Entscheider ist an jedem Knoten perfekt informiert
- rechts: Natur zieht zuerst, Entscheider weiss nicht ob er sich in x_1 oder x_2 befindet (dargestellt durch die gestrichelte Linie)

Imperfekte Erinnerung



Natur entscheidet zwischen g und s, dann entscheidet der Unternehmer zwischen I und kI und vergisst daraufhin, wie noch mal die Natur entschieden hatte

Beispiel: Der vergessliche Autofahrer



- Bekanntestes Beispiel für imperfekte Erinnerung (Piccione/**Rubinstein**, 1997)
- Autofahrer auf der Autobahn; Fahrer will die zweite Ausfahrt nehmen ($\rightarrow$ 4); führt er zu früh aus, bekommt er 0; fährt er durch, bekommt er 1
- A ist so müde, er wird sich nicht erinnern können, ob er schon an einer Ausfahrt vorbeigefahren ist (das weiss er schon jetzt)

1. Entscheidungstheorie

Fragen,
Kommentare,
Anregungen

2. Spieltheorie

Beispiel: Schirmproduzenten

		Strategie Unternehmen 2	
		Sonnenschirm-produktion	Regenschirm-produktion
Strategie Untern. 1	Regenschirm-produktion	(10, 5)	(9, 1)
	Sonnenschirm-produktion	(8, 4)	(11, 2)

- Einträge sind bereits Nutzengrössen
- Unsicherheit nicht über das Wetter, sondern über Strategie des anderen Spielers
- Regenschirmproduktion für Unternehmen 1 insb. dann lohnend, wenn Unternehmen 2 sich auf Sonnenschirme konzentriert

Die "Bimatrix"

		Spieler 2		
		s_2^1	s_2^2	s_2^3
Spieler 1	s_1^1	$u_1(s_1^1, s_2^1)$ $u_2(s_1^1, s_2^1)$	$u_1(s_1^1, s_2^2)$ $u_2(s_1^1, s_2^2)$	$u_1(s_1^1, s_2^3)$ $u_2(s_1^1, s_2^3)$
	s_1^2	$u_1(s_1^2, s_2^1)$ $u_2(s_1^2, s_2^1)$	$u_1(s_1^2, s_2^2)$ $u_2(s_1^2, s_2^2)$	$u_1(s_1^2, s_2^3)$ $u_2(s_1^2, s_2^3)$
	s_1^3	$u_1(s_1^3, s_2^1)$ $u_2(s_1^3, s_2^1)$	$u_1(s_1^3, s_2^2)$ $u_2(s_1^3, s_2^2)$	$u_1(s_1^3, s_2^3)$ $u_2(s_1^3, s_2^3)$
	s_1^4	$u_1(s_1^4, s_2^1)$ $u_2(s_1^4, s_2^1)$	$u_1(s_1^4, s_2^2)$ $u_2(s_1^4, s_2^2)$	$u_1(s_1^4, s_2^3)$ $u_2(s_1^4, s_2^3)$

Unterschied zur Auszahlungsmatrix aus Vorlesungsteil 1 (Entscheidungstheorie): Für beide Spieler müssen nun die Auszahlungen angegeben werden

Daher benötigt man zwei Matrizen (oder eine mit doppelten Einträgen), also eine "Bimatrix"

Hirschjagd/Stag Hunt

		Jäger 2	
		Hirsch	Hase
Jäger 1	Hirsch	(5, 5)	(0, 4)
	Hase	(4, 0)	(4, 4)

- Geht zurück auf Parabel von Jean-Jacques Rousseau
- Jäger müssen ihre Kräfte vereinen, um den Hirsch zu fangen
- Ein paar Hasen schafft ein Jäger auch allein

? Welche Strategie wählt ein Jäger, wenn er die Entscheidungsregel Maximin, Maximax oder Minimales Bedauern anwendet?

Matching Pennies/Kopf oder Zahl

		Spieler 2	
		Kopf	Zahl
Spieler 1	Kopf	(1, −1)	(−1, 1)
	Zahl	(−1, 1)	(1, −1)

- Jeder Spieler legt (unbeobachtbar für den anderen Spieler) eine Münze in seine Hand (entweder Kopf oder Zahl)
- Stimmen die Bilder überein, gewinnt Spieler 1 die Münzen, sonst Spieler 2
- Nullsummenspiel: $E(\pi) = 0$

Kampf der Geschlechter/Battle of the Sexes

		Er	
		Theater	Fussball
Sie	Theater	(4, 3)	(2, 2)
	Fussball	(1,1)	(3, 4)

- "Sie" und "Er" möchten zusammen ausgehen
- Können sich leider nicht mehr absprechen
- Sie möchte lieber ins Theater, er lieber zu Hannover 96
- In jedem Fall möchten beide lieber zusammen ausgehen

Chicken/Hasenfussspiel

		Fahrer 2	
		geradeaus	ausweichen
Fahrer 1	geradeaus	(0, 0)	(4, 2)
	ausweichen	(2, 4)	(3, 3)

- Adaption von der Mutprobe aus **"...denn sie wissen nicht, was sie tun"**: Jim (James Dean) und Buzz (Corey Allen) rasen in gestohlenen Autos auf eine Klippe zu; wer zuerst aussteigt ist das Chicken (der Feigling)
- Hier: Die Autos rasen aufeinander zu; jeder kann nach rechts ausweichen (oder durchziehen)

Gefangenendilemma/Prisoner's Dilemma

		Spieler 2	
		schweigen	gestehen
Spieler 1	schweigen	(4, 4)	(0, 5)
	gestehen	(5, 0)	(1, 1)

- Zwei Angeklagte werden getrennt befragt
- Jeder kann den anderen decken ("schweigen") oder aussagen ("gestehen") und von einer Strafminderung profitieren
- Wenn beide gestehen, fällt die Strafminderung gering aus

Formale Definition: Spiele in strategischer Form

Definition: Ein **Spiel in strategischer Form** ist ein Tripel

$$\Gamma = \big(I, (S_i)_{i \in I}, (u_i)_{i \in I}\big),$$

wobei I die endliche, nichtleere Menge der Spieler ist, S_i für jeden Spieler die Strategiemenge bezeichnet, und u_i dessen Auszahlungsfunktion

$$u_i : S \to I\!R$$

wobei

$$S = S_1 \times S_2 \times \ldots \times S_I$$

die Menge der Strategiekombinationen bezeichnet

- "Strategische Form" $\cong$ statisches Spiel, keine Dynamik
- ? Unterschiede zu normalem **Entscheidungsproblem?**

Altbekanntes Beispiel: Die Schirmproduzenten

- $I = \{\text{Unternehmen } 1, \text{Unternehmen } 2\}$
- $S_1 = \{s_1^1, s_1^2\} = \{\text{Regensch.}, \text{Sonnensch.}\}$,
  $S_2 = \{s_2^1, s_2^2\} = \{\text{Sonnensch.}, \text{Regensch.}\}$
- $S = S_1 \times S_2 = \Big\{ \{\text{ R, S }\}, \{\text{ R, R }\}, \{\text{ S, S }\}, \{\text{ S, R }\} \Big\}$
- Funktion $u_1 : S \to I\!R$

$$u_1(R,S) = 10; \qquad u_1(R,R) = 9;$$
$$u_1(S,S) = 8; \qquad u_1(S,R) = 11$$

- Funktion $u_2 : S \to I\!R$

$$u_2(R,S) = 5; \qquad u_2(R,R) = 1;$$
$$u_2(S,S) = 4; \qquad u_2(S,R) = 2$$

2. Spieltheorie

Beste-Antwort-Korrespondenz

Definition: Sei S_{-i} eine Menge von Strategien aller anderen Spieler außer Spieler i. Dann liefert die **Beste-Antwort-Korrespondenz** B_i die Menge aller Strategien von Spieler i, die potenziell beste Antworten sein könnten. Formal

$$B^{(S_{-i},S_i)} : S_{-i} \rightrightarrows S_i, \qquad s_{-i} \mapsto \operatorname*{argmax}_{s_i \in S_i} u_i(s_i, s_{-i})$$

- Anders ausgedrückt: Eine beste Antwort auf eine Strategie ist die Menge aller optimalen Reaktionen (möglicherweise mehrere)
- Gibt es mehrere mögliche gegnerische Strategien, dann gibt es dementsprechend auch mehrere mögliche beste Antworten
- Die Korrespondenz sagt immer, welche Reaktionen möglicherweise optimal sein könnten

Beispiele

- "Hirschjagd"
  - $B_1(\text{Hirsch}) = \text{Hirsch}$; und $B_1(\text{Hase}) = \text{Hase}$
  - $B_2(\text{Hirsch}) = \text{Hirsch}$; und $B_2(\text{Hase}) = \text{Hase}$
  - For completeness: $B_1(\{\text{Hirsch}, \text{Hase}\}) = \{\text{Hirsch}, \text{Hase}\}$; B_2 ebenso
- "Chicken"

Beispiele

- "Hirschjagd"
  - $B_1(\text{Hirsch}) = \text{Hirsch}$; und $B_1(\text{Hase}) = \text{Hase}$
  - $B_2(\text{Hirsch}) = \text{Hirsch}$; und $B_2(\text{Hase}) = \text{Hase}$
  - For completeness: $B_1(\{\text{Hirsch}, \text{Hase}\}) = \{\text{Hirsch}, \text{Hase}\}$; B_2 ebenso
- "Chicken"
  - $B_1(\text{geradeaus}) = \text{ausweichen}$; und $B_1(\text{ausweichen}) = \text{geradeaus}$
  - $B_2(\text{geradeaus}) = \text{ausweichen}$; und $B_2(\text{ausweichen}) = \text{geradeaus}$
- "Schirmproduzenten"

Beispiele

- "Hirschjagd"
  - $B_1(\text{Hirsch}) = \text{Hirsch}$; und $B_1(\text{Hase}) = \text{Hase}$
  - $B_2(\text{Hirsch}) = \text{Hirsch}$; und $B_2(\text{Hase}) = \text{Hase}$
  - For completeness: $B_1(\{\text{Hirsch}, \text{Hase}\}) = \{\text{Hirsch}, \text{Hase}\}$; B_2 ebenso
- "Chicken"
  - $B_1(\text{geradeaus}) = \text{ausweichen}$; und $B_1(\text{ausweichen}) = \text{geradeaus}$
  - $B_2(\text{geradeaus}) = \text{ausweichen}$; und $B_2(\text{ausweichen}) = \text{geradeaus}$
- "Schirmproduzenten"
  - $B_1(\text{S}) = \text{R}$; und $B_1(\text{R}) = \text{S}$
  - $B_2(\text{S}) = \text{S}$; und $B_2(\text{R}) = \text{S}$

Beispiele

- "Hirschjagd"
  - $B_1(\text{Hirsch}) = \text{Hirsch}$; und $B_1(\text{Hase}) = \text{Hase}$
  - $B_2(\text{Hirsch}) = \text{Hirsch}$; und $B_2(\text{Hase}) = \text{Hase}$
  - For completeness: $B_1(\{\text{Hirsch}, \text{Hase}\}) = \{\text{Hirsch}, \text{Hase}\}$; B_2 ebenso
- "Chicken"
  - $B_1(\text{geradeaus}) = \text{ausweichen}$; und $B_1(\text{ausweichen}) = \text{geradeaus}$
  - $B_2(\text{geradeaus}) = \text{ausweichen}$; und $B_2(\text{ausweichen}) = \text{geradeaus}$
- "Schirmproduzenten"
  - $B_1(\text{S}) = \text{R}$; und $B_1(\text{R}) = \text{S}$
  - $B_2(\text{S}) = \text{S}$; und $B_2(\text{R}) = \text{S}$

Dominanz

Definition: Die Strategie s_i **dominiert (schwach)** eine andere Strategie s_i', falls s_i für alle gegnerischen Strategien einen mindestens gleichhohen Nutzen wie s_i' liefert, formal

$$u_i(s_i, s_{-i}) \geq u_i(s_i', s_{-i}) \quad \text{für alle} \quad s_{-i} \in S_{-i},$$

und die Ungleichung für mindestens eine gegnerische Strategie s_{-i} strikt ist.

- **Strenge** Dominanz: '$>$' für alle gegnerischen Strategien
- ? Gibt es eine Entscheidungsregel, bei dem ein Spieler eine dominierte Strategie wählen könnte?
- Ergo: Man kann also davon ausgehen, dass auch der Gegner keine dominierten Strategien wählen wird $\rightarrow$ Entscheidungsproblem verkleinert sich!

Dominanz

Definition: Die Strategie s_i **dominiert (schwach)** eine andere Strategie s_i', falls s_i für alle gegnerischen Strategien einen mindestens gleichhohen Nutzen wie s_i' liefert, formal

$$u_i(s_i, s_{-i}) \geq u_i(s_i', s_{-i}) \quad \text{für alle} \quad s_{-i} \in S_{-i},$$

und die Ungleichung für mindestens eine gegnerische Strategie s_{-i} strikt ist.

- **Strenge** Dominanz: '$>$' für alle gegnerischen Strategien
- ? Gibt es eine Entscheidungsregel, bei dem ein Spieler eine dominierte Strategie wählen könnte?
- Ergo: Man kann also davon ausgehen, dass auch der Gegner keine dominierten Strategien wählen wird $\rightarrow$ Entscheidungsproblem verkleinert sich!

Beispiel: Das Gefangenendilemma

		Spieler 2	
		schweigen	gestehen
Spieler 1	schweigen	(4, 4)	(0, 5)
	gestehen	(5, 0)	(1, 1)

- Für Spieler 2 ist "schweigen" dominiert, denn $5 > 4$ und $1 > 0$
- Spieler 1 antizipiert also, dass Spieler nicht "schweigen" spielen wird, also dass er "gestehen" wird
- Er muss also nur zwischen 0 und 1 entscheiden, wird also 1 wählen, also "gestehen"

Beispiel: Das Gefangenendilemma

		Spieler 2	
		schweigen	gestehen
Spieler 1	schweigen	(4, 4)	(0, 5)
	gestehen	(5, 0)	(1, 1)

- Für Spieler 2 ist “schweigen” dominiert, denn $5 > 4$ und $1 > 0$
- Spieler 1 antizipiert also, dass Spieler nicht “schweigen” spielen wird, also dass er “gestehen” wird
- Er muss also nur zwischen 0 und 1 entscheiden, wird also 1 wählen, also “gestehen”

Das Ultimatum-Spiel/Friss oder Stirb

- Ein Spieler macht ein Angebot, dass der andere nur annehmen oder ablehnen kann (friss oder stirb)
- Keine Gegenangebote möglich
- Konkret: eine Geldsumme (z. B. €3) ist aufzuteilen; Spieler 1 macht einen Teilungsvorschlag an Spieler 2; nimmt dieser an so bekommt jeder seinen Anteil; lehnt dieser ab, verfällt die Summe
- Spieler 2 überlegt schon im Voraus welche Angebote er annehmen soll (sonst hätte man Dynamik im Spiel → Kapitel 2.4)

Das Ultimatum-Spiel

		Spieler 2 nimmt an, falls ihm mindestens so viele Euro angeboten werden				Spieler 2 nimmt nicht an
		0	1	2	3	
Spieler 1	0	(3, 0)	(0, 0)	(0, 0)	(0, 0)	(0, 0)
bietet	1	(2, 1)	(2, 1)	(0, 0)	(0, 0)	(0, 0)
so viele	2	(1, 2)	(1, 2)	(1, 2)	(0, 0)	(0, 0)
Euro an	3	(0, 3)	(0, 3)	(0, 3)	(0, 3)	(0, 0)

- Betrachte Spieler 2: Welche Strategien sind streng oder schwach dominiert?
- Angenommen, Spieler 1 geht davon aus, dass Spieler 2 keine (schwach) dominierten Strategien spielt. Welche Strategie wird er dann wählen?

Iterierte Undominiertheit

Das Basu-Spiel

- Zwei Reisende, haben jeweils eine Antiquität gleichen Werts im Gepäck
- Beide Gepäckstücke gehen verloren
- Fluggesellschaft bietet Kompensation an
  - Beide Reisenden sollen den Wert (in ganzen Euro, zwischen 2 und 100) des Gepäcks angeben
  - Beide Reisenden bekommen die niedrige der beiden Angaben ausgezahlt
  - Zusätzlicher Anreiz zur Ehrlichkeit: Der Reisende mit der niedrigeren Angabe bekommt zusätzlich €2, der andere einen Abzug von €2

Das Basu-Spiel: Bimatrix

2 verlangt so viele Euro

		2	3	4	...	98	99	100
1	2	(2, 2)	(4, 0)	(4, 0)	(4, 0)	(4, 0)	(4, 0)	(4, 0)
ver-	3	(0, 4)	(3, 3)	(5, 1)	(5, 1)	(5, 1)	(5, 1)	(5, 1)
langt	4	(0, 4)	(1, 5)	(4, 4)	(6, 2)	(6, 2)	(6, 2)	(6, 2)
so	...	(0, 4)	(1, 5)	(2, 6)	...	...	...	...
viele	98	(0, 4)	(1, 5)	(2, 6)	...	(98,98)	(100,96)	(100,96)
Euro	99	(0, 4)	(1, 5)	(2, 6)	...	(96,100)	(99,99)	(101,97)
	100	(0, 4)	(1, 5)	(2, 6)	...	(96,100)	(97,101)	(100,100)

- Welche Strategien von Spieler 2 sind dominiert (können gestrichen werden)?
- Welche Strategien von 1 sind dann dominiert?
- Welche Strategien von 2 sind dann dominiert?
- ...

Beste Antworten auf Wahrscheinlichkeitsverteilungen

Definition: Angenommen, die Gegenspieler haben gemischte Strategien. Dann liefert die **Beste-Antwort-Korrespondenz** B_i die Menge aller Beste-Antwort-Strategien. Formal

$$B^{(W(S_{-i}),S_i)} : W(S_{-i}) \rightrightarrows S_i, \qquad w \mapsto \underset{s_i \in S_i}{\operatorname{argmax}}\, u_i(s_i, w)$$

- Es ändert sich eigentlich nichts, nur dass der Spieler i jetzt auf einen “unberechenbaren” Gegenspieler reagiert und die optimale Reaktion suchen muss

Beste Antworten bei Gemischten Strategien

- Genau wie beste Antworten auf W'verteilungen
- Beispiel "Kopf oder Zahl"

		Spieler 2	
		Kopf (σ_2)	Zahl ($1-\sigma_2$)
Spieler 1	Kopf (σ_1)	$(1, -1)$	$(-1, 1)$
	Zahl ($1-\sigma_1$)	$(-1, 1)$	$(1, -1)$

- Angenommen, Spieler 1 spielt Kopf mit Wahrsch. σ_1, Spieler 2 spielt Kopf mit Wahrsch. σ_2
- Erwarteter Nutzen von Spieler 1

$$\begin{aligned} u_1(\sigma_1, \sigma_2) = {} & 1 \cdot \sigma_1 \, \sigma_2 + 1 \cdot (1-\sigma_1)\,(1-\sigma_2) \\ & + (-1)\,(1-\sigma_1)\,\sigma_2 + (-1)\,\sigma_1\,(1-\sigma_2) \end{aligned}$$

- Wie kann Spieler 1 seinen Nutzen maximieren?

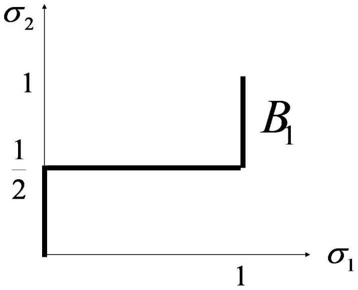
Kopf oder Zahl – Beste Antwort

- Antwort durch Ableiten

$$\begin{aligned}
u_1(\sigma_1, \sigma_2) &= 1 \cdot \sigma_1 \, \sigma_2 + 1 \cdot (1 - \sigma_1)\,(1 - \sigma_2) \\
&\quad + (-1)\,\sigma_1\,(1 - \sigma_2) + (-1)\,(1 - \sigma_1)\,\sigma_2 \\
\frac{\partial u_1(\sigma_1, \sigma_2)}{\partial \sigma_1} &= \sigma_2 - (1 - \sigma_2) - (1 - \sigma_2) + \sigma_2 \\
&= 4\,\sigma_2 - 2
\end{aligned}$$

- $\sigma_2 > 1/2 \Rightarrow \partial u_1 / \partial \sigma_1 > 0$ beste Antwort ist $\sigma_1 = 100\%$
- $\sigma_2 < 1/2 \Rightarrow \partial u_1 / \partial \sigma_1 < 0$ beste Antwort ist $\sigma_1 = 0\%$
- $\sigma_2 = 1/2 \Rightarrow \partial u_1 / \partial \sigma_1 = 0$ beste Antwort ist unbestimmt, $\sigma_1 \in [0, 1]$

Kopf oder Zahl – Beste Antwort



- Beste Antwort von Spieler 1 auf Spieler 2
- Beste-Antwort-Korrespondenz $\sigma_1(\sigma_2)$
- Achtung: σ_1 ist hier “Funktion” von σ_2!

2. Spieltheorie

Das Nash-Gleichgewicht

- Frage: Welche Strategien werden letzten Endes gespielt? Welche Strategien sollten gespielt werden?
- Bisher teilweise Antwort: dominierte Strategien werden nicht gespielt, sollten nicht gespielt werden
- Iterierte Elimination dominierter Strategien: Reduktion, Vereinfachung des Spiels
- Aber die Antwort (die Menge der übrigbleibenden Strategien) muss nicht eindeutig sein
- Beispiel Hirschjagd

		Jäger 2	
		Hirsch	Hase
Jäger 1	Hirsch	(5, 5)	(0, 4)
	Hase	(4, 0)	(4, 4)

- Frage: Kann man die Menge der Antworten weiter einschränken?

Nash-Gleichgewicht – Definition

Definition: Die Strategienkombination

$$s^* = (s_1^*, s_2^*, \ldots, s_n^*) \in S$$

ist ein **Nash-Gleichgewicht** (in reinen Strategien), wenn für alle $i \leq n$ gilt

$$s_i^* \in B_i(s_{-i}^*)$$

- Anders ausgedrückt: Ein Nash-GG ist eine Kombination von Strategien (Strategie von Spieler 1, Strategie von Spieler 2, ...) so dass jede Strategie wieder beste Antwort auf die Strategie aller Gegenspieler ist
- Mit dem Nash-GG "kommt man weiter" als mit dem Aussortieren dominierter Strategien, denn die Strategie eines Nash-GG wird nie (strikt) dominiert

Beispiele
Hirschjagd

		Jäger 2	
		Hirsch	Hase
Jäger 1	Hirsch	(5, 5)	(0, 4)
	Hase	(4, 0)	(4, 4)

- Nash-GG, in dem beide Jäger auf Hirsch gehen, denn

$$B_1(\text{Hirsch}) = \text{Hirsch} \quad \text{und} \quad B_2(\text{Hirsch}) = \text{Hirsch}$$

- Aber: Wenn beide Jäger auf Hasen gehen, ist das auch ein Nash-GG, denn

$$B_1(\text{Hase}) = \text{Hase} \quad \text{und} \quad B_2(\text{Hase}) = \text{Hase}$$

- Das Nash-GG muss also nicht eindeutig sein (schade!)
- Aber die Strategienkombinationen (Hirsch, Hase) und (Hase, Hirsch) sind keine Nash-GG

Beispiele

- "Gefangenendilemma"

		Spieler 2	
		schweigen	gestehen
Spieler 1	schweigen	(4, 4)	(0, 5)
	gestehen	(5, 0)	(1, 1)

- "Kampf der Geschlechter"

		Er	
		Theater	Fussball
Sie	Theater	(4, 3)	(2, 2)
	Fussball	(1, 1)	(3, 4)

Beispiele

- "Chicken"

Fahrer 2

Fahrer 1		geradeaus	ausweichen
	geradeaus	(0, 0)	(4, 2)
	ausweichen	(2, 4)	(3, 3)

- "Kopf oder Zahl"

Spieler 2

Spieler 1		Kopf	Zahl
	Kopf	(1, −1)	(−1, 1)
	Zahl	(−1, 1)	(1, −1)

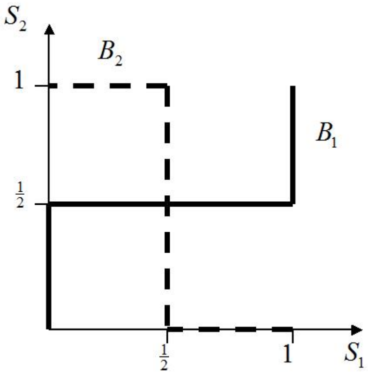
Nash-Gleichgewichte in Gemischten Strategien

- Kopf oder Zahl: Gibt es etwa kein Gleichgewicht? Irgendeine Strategie müssen die Spieler doch spielen
- Bereits gelernt: Auch gemischte Strategien können beste Antworten sein
- Also leichte Definitionsänderung: Lasse auch gemischte Strategien für das Nash-GG zu
- Beispiel "Kopf oder Zahl":

$$B_1(\sigma_2) = \begin{cases} 0 & \text{für } \sigma_2 < 1/2 \\ [0;1] & \text{für } \sigma_2 = 1/2 \\ 1 & \text{für } \sigma_2 > 1/2 \end{cases},$$

$$B_2(\sigma_1) = \begin{cases} 1 & \text{für } \sigma_1 < 1/2 \\ [0;1] & \text{für } \sigma_1 = 1/2 \\ 0 & \text{für } \sigma_1 > 1/2 \end{cases}$$

Kopf oder Zahl – Wechselseitig Beste Antworten



- Nash-GG: Wechselseitig beste Antworten; also dort wo sich die Beste-Antwort-Korrespondenzen schneiden, $\sigma_1 = 50\%, \sigma_2 = 50\%$
- Bei anderer Wahrsch. würde ein Spieler zu "berechenbar"

Beispiel: “Kampf der Geschlechter”

- Zwei Nash-GG bereits bekannt: (Theater, Theater) und (Fussball, Fussball)
- Gibt es noch weitere - vielleicht ausgeglichenere - Nash-GGs?

		Er	
		Theater	Fussball
Sie	Theater	(4, 3)	(2, 2)
	Fussball	(1, 1)	(3, 4)

- Seien σ_1, σ_2 die Wahrscheinlichkeiten für das Theater

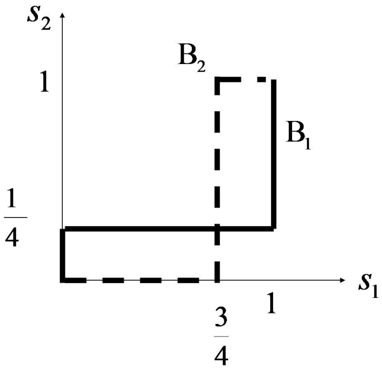
$$u_1 = 4\sigma_1\sigma_2 + 2\sigma_1(1-\sigma_2) + 1(1-\sigma_1)\sigma_2 + 3(1-\sigma_1)(1-\sigma_2)$$
$$u_2 = 3\sigma_1\sigma_2 + 2\sigma_1(1-\sigma_2) + 1(1-\sigma_1)\sigma_2 + 4(1-\sigma_1)(1-\sigma_2)$$

- Ableitungen nach der eigenen Strategie (die des anderen kann man nicht beeinflussen)

$$\partial u_1/\partial\sigma_1 = 4\sigma_2 + 2(1-\sigma_2) - 1\sigma_2 - 3(1-\sigma_2) = -1 + 4\sigma_2$$
$$\partial u_2/\partial\sigma_2 = 3\sigma_1 - 2\sigma_1 + 1(1-\sigma_1) - 4(1-\sigma_1) = -3 + 4\sigma_1$$

Beispiel: "Kampf der Geschlechter"

- Sie geht zum Theater, wenn sie glaubt, dass er mit Wahrsch. $\sigma_2 > 1/4$ auch im Theater ist. Bei $\sigma_2 = 1/4$ ist sie indifferent
- Er geht zum Theater, wenn er glaubt, dass sie mit Wahrsch. $\sigma_1 > 3/4$ auch im Theater ist. Bei $\sigma_1 = 3/4$ ist er indifferent



Beispiel: "Kampf der Geschlechter"

- Drei Schnittpunkte, drei Nash-GG
- Zwei in reinen, eines in gemischten Strategien
- Gemischte Strategien: Jeder tendiert zu seiner Lieblingsbeschäftigung
- Erwartete Nutzenniveaus der drei Nash-GG
  - (Theater, Theater): $E(u_1) = 4; E(u_2) = 3$
  - (Fussball, Fussball): $E(u_1) = 3; E(u_2) = 4$
  - Gemischte Strategie:

$$\begin{aligned} u_1 &= 4\sigma_1\sigma_2 + 2\sigma_1(1-\sigma_2) + 1(1-\sigma_1)\sigma_2 + 3(1-\sigma_1)(1-\sigma_2) \\ &= 4\frac{3}{4}\frac{1}{4} + 2\frac{3}{4}(1-\frac{1}{4}) + 1(1-\frac{3}{4})\frac{1}{4} + 3(1-\frac{3}{4})(1-\frac{1}{4}) = 2,5 \\ u_2 &= 3\sigma_1\sigma_2 + 2\sigma_1(1-\sigma_2) + 1(1-\sigma_1)\sigma_2 + 4(1-\sigma_1)(1-\sigma_2) \\ &= 3\frac{3}{4}\frac{1}{4} + 2\frac{3}{4}(1-\frac{1}{4}) + 1(1-\frac{3}{4})\frac{1}{4} + 4(1-\frac{3}{4})(1-\frac{1}{4}) = 2,5 \end{aligned}$$

- Die gemischte Strategie ist zwar "gerechter", bringt aber jedem der Spieler einen geringeren Nutzen

Beispiel: "Gefangenendilemma"

Spieler 2

Spieler 1		schweigen	gestehen
	schweigen	(4, 4)	(0, 5)
	gestehen	(5, 0)	(1, 1)

- Frage: Gibt es Nash-GG in gemischten Strategien?
- Strategie "schweigen" ist streng dominiert
- Seien σ_1, σ_2 die Wahrsch. für "schweigen", Bsp. Spieler 1:

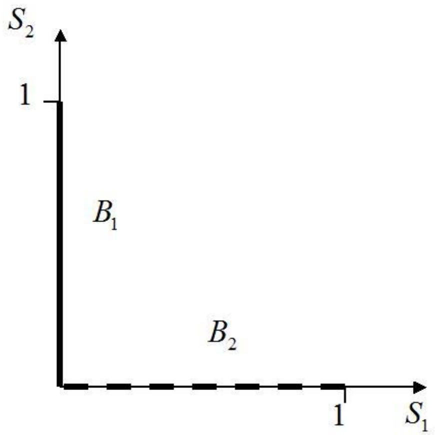
$$u_1 = 4\sigma_1\sigma_2 + 0\sigma_1(1-\sigma_2) + 5(1-\sigma_1)\sigma_2 + 1(1-\sigma_1)(1-\sigma_2)$$

- Ableitung nach der eigenen Strategie

$$\partial u_1/\partial\sigma_1 = 4\sigma_2 - 5\sigma_2 - 1(1-\sigma_2) = -1$$

- $\partial u_1/\partial\sigma_1 < 0$, also spiele $\sigma_1 = 0$
- Das ist das bereits bekannte Nash-GG, (gestehen, gestehen)

Beispiel: "Gefangenendilemma"



- "Triviale" beste Antworten beim Gefangenendilemma
- Dominierte Strategien werden nie (!) gespielt

Polizeispiel

		Straftäter Betrug	kein B.
Behörde	Kontrolle	$(4-C, 1-F)$	$(4-C, 0)$
	keine K.	$(0, 1)$	$(4, 0)$

- Behörde versucht, den (potenziellen) Straftäter zu kontrollieren
- Behörde: Nutzen 4, falls die Straftat abgeschreckt oder aufgedeckt wird, Kosten von C der Kontrolle
- Straftäter: Nutzen von 1, falls der die Straftat begehen kann, aber Strafe von $F > 1$, falls er gefasst wird

Polizeispiel – Gleichgewicht

- Keine Gleichgewichte in reinen Strategien $\rightarrow$ man kann sich auf die Suche nach gemischten GG beschränken
- Abkürzung der Rechnung: in GG in gemischten Strategien sind alle Spieler indifferent zwischen den Handlungsalternativen
- Sei σ_1 die Kontrollwahrscheinlichkeit der Behörde, σ_2 die Betrugswahrscheinlichkeit des Straftäters
- Nutzen der Behörde bei Kontrolle: $4 - C$
- Nutzen der Behörde ohne Kontrolle: $\sigma_2 \, 0 + (1 - \sigma_2) \, 4$
- Indifferenz der Behörde bei

$$4 - C = \sigma_2 \, 0 + (1 - \sigma_2) \, 4 \Rightarrow \sigma_2 = C/4$$

Polizeispiel – Gleichgewicht

- Nutzen des Straftäters bei Betrug: $\sigma_1 (1 - F) + (1 - \sigma_1) 1$
- Nutzen des Straftäters ohne Betrug: 0
- Indifferenz des Straftäters

$$\sigma_1 (1 - F) + (1 - \sigma_1) 1 = 0 \Rightarrow \sigma_1 = 1/F$$

- Erwartete Nutzen beider "Spieler" im Gleichgewicht

$$u_1 = 4 - C, \qquad u_2 = 0$$

- Interpretation: Behörde kann durch drakonischere Strafen keinen höheren Nutzen erzielen. Warum nicht?
- C beeinflusst Kontrollwahrsch. σ_1 nicht. Warum nicht?

Theorie

- Anzahl der Nash-Gleichgewichte
  - Kopf oder Zahl: 1 (gem. Strat.)
  - Geschlechterkampf: 2 (reine Strat.) $+$ 1 (gem. Strat.) $=$ 3
  - Gefangenendilemma: 1 (reine Strat.)
- Regelmässigkeiten?

Satz von Nash: Jedes endliche Spiel hat mindestens ein Gleichgewicht, wenn man gemischte Strategien zulässt.

Satz von Wilson: **Fast alle**[2] endlichen Spiele haben eine endliche, ungerade Anzahl von Gleichgewichten.

? Hirschjagd?

? Chicken?

[2] Vgl.: **Fast alle** Geraden in der Ebene haben genau eine Nullstelle.

"Zahlenraten"

- Jeder Student überlegt sich eine Zahl zwischen 0 und 100 (in $I\!R$, Brüche sind also erlaubt), schreibt sie auf einen kleinen Zettel
- Ich sammle die Zettel am Ende der Vorlesung ein
- Bitte jeder nur einen Zettel abgeben!
- Ich bilde den Durchschnitt aller Einreichungen
- Derjenige Student, der am nächsten an $\mathbf{2/3}$ des Durchschnitts liegt, gewinnt
- Es gibt einen (kleinen) Preis, dazu natürlich Ruhm und Ehre
- Preisverleihung in der kommenden Veranstaltung

Beauty Contest

- Schönheitswettbewerb (in Kombination mit Preisausschreiben): Jede Einsendung nennt einen Kandidaten. Die Kandidatin mit dem meisten Stimmen wird zur "Miss X" ernannt. Alle Einsendungen, die für diese Miss X gestimmt haben, nehmen an einer Verlosung teil
- Zitat J. M. Keynes: "**It is not a case of choosing those [faces] which, to the best of one's judgment, are really the prettiest, nor even those which average opinion genuinely thinks the prettiest. We have reached the third degree where we devote our intelligences to anticipating what average opinion expects the average opinion to be. And there are some, I believe, who practise the fourth, fifth and higher degrees.**" (Keynes, General Theory of Employment Interest and Money, 1936)
- Beauty Contest als Metapher für z. B. Finanzmärkte, wo es nicht immer darauf ankommt, auf den besten Wert zu setzen, sondern auf den Wert den alle anderen für den besten halten

2. Spieltheorie

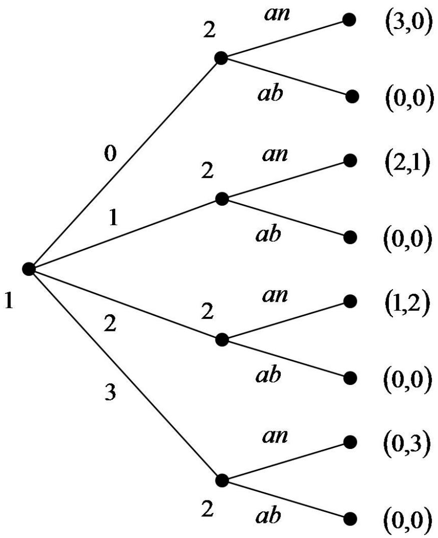
Dynamische Spiele bei perfekter Information

Ohne Züge der Natur (Schocks)

Perfekte Information: Sämtliche bisherigen Spielzüge sind bekannt

- Beispiele: Schach, Go, Dame, Mühle
- Leicht erweiterbar auf Spiele mit perfekter Information mit Zügen der Natur (Backgammon, Mensch-Ärgere-dich-nicht)
- Beispiel: Ultimatum-Spiel
    - Aufteilung von drei Münzen zwischen zwei Spielern
    - Spieler 1 macht einen Vorschlag, Spieler 2 nimmt an oder lehnt ab
    - Bei Ablehnung bekommt keiner der Spieler etwas
    - Keine Nachverhandlungen
- Später: Spiele mit imperfekter Information (Skat, Rommee)

Ultimatumspiel
Dynamische Struktur



Ultimatumspiel
Strategien

- Strategie: **Vollständiger** Plan eines Spielers, was zu tun ist
- Strategien Spieler 1: $\lfloor 0 \rfloor$, $\lfloor 1 \rfloor$, $\lfloor 2 \rfloor$, $\lfloor 3 \rfloor$
- Strategien Spieler 2:
  - **nicht** ⌊annehmen⌋, ⌊ablehnen⌋!
  - Vielmehr (z. B.): $\lfloor 0 \rfloor$ annehmen, $\lfloor 1 \rfloor$ annehmen, $\lfloor 2 \rfloor$ ablehnen, $\lfloor 3 \rfloor$ ablehnen als **eine** mögliche Strategie
  - Kurz: ⌊an, an, ab, ab⌋
  - Menge der Strategien ($2^4 = 16$ Stück):
    - ⌊an, an, an, an⌋
    - ⌊an, an, an, ab⌋
    - ⌊an, an, ab, an⌋
    - ⌊an, an, ab, ab⌋
    - ...
- Rein technisch: **grosse** Anzahl von Strategien, da Spieler 2 auf Spieler 1 reagieren kann

Ultimatumspiel
Strategische Schreibweise

Strategische Form = nicht-dynamische Form als Matrix

Spieler 2

		$\begin{bmatrix}\text{an, an,}\\ \text{an, an}\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}\text{an, an,}\\ \text{an, ab}\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}\text{an, an,}\\ \text{ab, an}\end{bmatrix}$	...	$\begin{bmatrix}\text{ab, ab,}\\ \text{ab, ab}\end{bmatrix}$
Spieler 1	0	(3, 0)	(3, 0)	(3, 0)	...	(0, 0)
bietet	1	(2, 1)	(2, 1)	(2, 1)	...	(0, 0)
so viele	2	(1, 2)	(1, 2)	(0, 0)	...	(0, 0)
Euro an	3	(0, 3)	(0, 0)	(0, 3)	...	(0, 0)

- Spieler 1 hat 4 Strategien, Spieler 2 hat 16
- Nash-Gleichgewichte?

Ultimatumspiel

Nash-Gleichgewichte

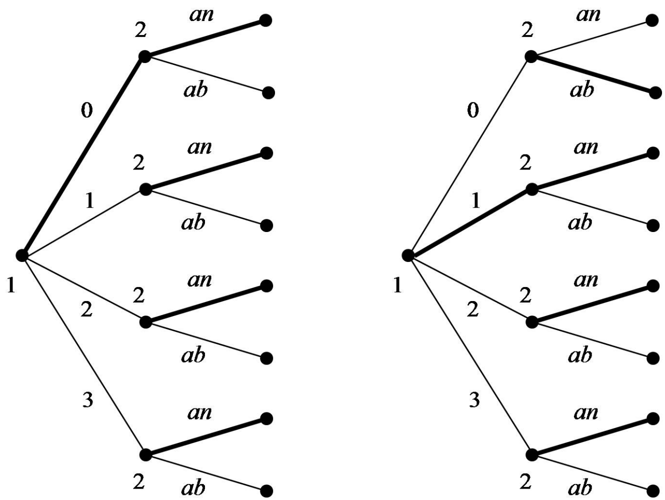
- Bereits "bekannte" Nash-Gleichgewichte:
  - $\lfloor 0 \rfloor$; $\lfloor$an, an, an, an$\rfloor$
  - $\lfloor 1 \rfloor$; $\lfloor$ab, an, an, an$\rfloor$
- Weitere Nash-Gleichgewichte (Auszug):
  - $\lfloor 2 \rfloor$; $\lfloor$ab, ab, an, an$\rfloor$
  - $\lfloor 3 \rfloor$; $\lfloor$ab, ab, ab, an$\rfloor$
  - $\lfloor 1 \rfloor$; $\lfloor$ab, an, ab, an$\rfloor$
  - $\lfloor 2 \rfloor$; $\lfloor$ab, ab, an, ab$\rfloor$
- Fazit: Durch die Dynamik kann die Zahl der Strategien wachsen, und insb. auch die Zahl der Nash-Gleichgewichte

Ultimatumspiel

Teilspielperfektheit/Rückwärtsinduktion

- Bekannt aus Entscheidungstheorie: Rückwärtsinduktion
- Äquivalent Teilbaumperfektheit: Jede “vernünftige” (d. h. mit Rückwärtsinduktion konsistente) Entscheidung ist auch auf Teilen des ursprünglichen Entscheidungsbaumes optimal
- Hier: Rückwärtsinduktion ebenso sinnvoll (und sehr hilfreich)
- Ultimatumspiel: $\lfloor$ab, ab, ab, ab$\rfloor$ ist als Strategie nicht optimal, wenn man nur die letzte Periode betrachtet $\rightarrow$ kann gestrichen werden
- Verbleibende Strategien: $\lfloor$an, an, an, an$\rfloor$ und $\lfloor$ab, an, an, an$\rfloor$
- Spieler 1 braucht nur diese möglichen Antworten von Spieler 2 in Betracht zu ziehen

Ultimatum-Spiel: Rückwärtsinduktion



Genau diese GG sind auch teilspielperfekt

Definitionen

Definition Ein **Spiel in extensiver Form bei perfekter Information ohne Züge der Natur** besteht aus

- einem gerichteten Graphen (Spielbaum)
- der Menge der Spieler
- der Angabe, welcher Spieler an welchem Knoten entscheidet
- den letztendlichen Nutzenniveaus

vgl. Ultimatumspiel, Seite 105

Definition Bei gegebenem Spiel in extensiver Form ist eine **Strategie** eine Vorschrift, die an jedem Knoten (ausser den Endknoten) eine Entscheidung des entsprechenden Spielers festlegt.

- Achtung: Wie immer können Strategien auch gemischt sein.

Weitere Definitionen

Definition Ein **Teilspiel** eines Spiels in extensiver Form beinhaltet einen Knoten und alle darauffolgenden Knoten (plus natürlich die Menge der Spieler, Nutzenniveaus, ...).

Definition Ein **teilspielperfektes Gleichgewicht** ist ein Nash-GG, das auch auf jedem Teilspiel ein Nash-GG ist.

- Anders ausgedrückt: Teilspielperfektheit = kein Spieler möchte an einem seiner Entscheidungsknoten seine Strategie revidieren
- Rückwärtsinduktion
  - Methode zur Ermittlung **aller** teilspielperfekten GG
  - Prozedur wie bei Rückwärtsinduktion in der Entscheidungstheorie: Starte mit elementaren Teilspielen, ermittle die Nash-GG (oder optimalen Strategien), fahre dann mit den nächsthöheren Teilspielen fort

Weitere Beispiele

Mengenwettbewerb: Stackelberg vs. Cournot

- Bekannt aus Mikro: Cournot-Dyopol
  - Zwei Unternehmen bedienen den gleichen Absatzmarkt, treffen gleichzeitige Mengenentscheidungen (über Q_1 und Q_2)
  - Fallende Nachfrage nach dem Produkt
  - Spiel ohne zeitliche Struktur: strategische Form ausreichend
- Bekannt aus Mikro: Stackelberg-Dyopol
  - Zuerst wählt Unternehmen 1 (der Stackelberg**führer**) seine Produktionsmenge Q_1, dann Unternehmen 2 (der Stackelberg**folger**) die Menge Q_2
  - Ausgeprägte dynamische Struktur: Modellierung in dynamischer/extensiver Form angemessen
  - Lösung per Rückwärtsinduktion
    - Betrachte zuerst den S'folger, nehme Q_1 als bereits gegeben an und optimiere Q_2
    - Betrachte dann den S'führer, optimiere Q_1 und berücksichtige die folgende Reaktion von Q_2

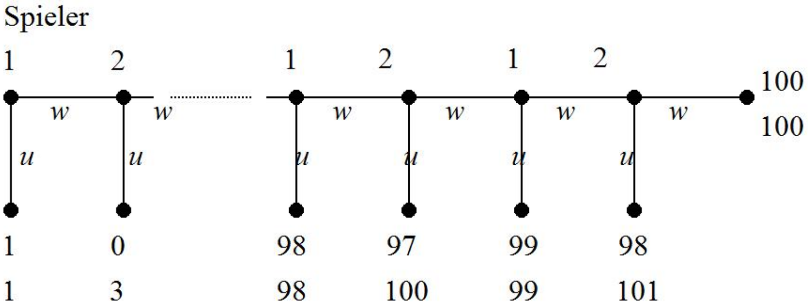
Weitere Beispiele

Das Hundertfüsslerspiel

- Zwei Spieler, starten je mit einem Euro
- Spieler 1 kann aussteigen (u), dann bekommt jeder seinen **1** Euro, oder er macht weiter (w)
- Jetzt kann Spieler 2 aussteigen (u), dann bekommt er zwei zusätzliche Euro ($u_2 = 1 + 2 = 3$), und Spieler 1 bekommt einen Euro abgezogen ($u_1 = 1 - 1 = 0$), oder er macht weiter (w), dann erhöht sich der Grundbetrag um einen Euro
- Spieler 1 kann aussteigen (u), dann bekommt jeder seine **2** Euro, oder er macht weiter (w)
- Jetzt kann Spieler 2 aussteigen (u), dann bekommt er zwei zusätzliche Euro ($u_2 = 2 + 2 = 4$), und Spieler 1 bekommt einen Euro abgezogen ($u_1 = 2 - 1 = 1$), oder er macht weiter (w), dann erhöht sich der Grundbetrag um einen Euro
- Spieler 1 kann aussteigen (u), dann bekommt jeder seine **3** Euro, oder er macht weiter (w) . . . Obergrenze: **100** Euro

Weitere Beispiele

Das Hundertfüsslerspiel



Teilspielperfektes Gleichgewicht?

Weitere Beispiele

Das Polizeispiel, revisited

		Straftäter	
		Betrug	kein B.
Behörde	Kontrolle	$(4 - C, 1 - F)$	$(4 - C, 0)$
	keine K.	$(0, 1)$	$(4, 0)$

- Modifikation: Zunächst legt die Behörde die Überwachungswahrscheinlichkeit σ_1 fest und macht diese öffentlich bekannt; dann entscheidet der Straftäter
- **Commitment** = Möglichkeit verbindlicher Zusagen notwendig
- Rückwärtsinduktion: Betrachte zuerst den Straftäter
- Gesetzeskonformes Verhalten ist lohnend falls

$$\sigma_1 \cdot 0 + (1 - \sigma_1) \cdot 0 \geq \sigma_1 \cdot (1 - F) + (1 - \sigma_1) \cdot 1 \Rightarrow \sigma_1 \geq 1/F$$

Weitere Beispiele

Das Polizeispiel, revisited

- Rückwärtsinduktion Teil 2: Betrachte nun die Behörde
- Kontrollkosten $\sigma_1 \cdot C$, daher wähle σ_1 (bei gleichen Konsequenzen) so klein wie möglich, also entweder $\sigma_1 = 0$ oder $\sigma_1 = 1/F$
- Fall $\sigma_1 = 0$: Nutzen der Behörde $= 0$
- Fall $\sigma_1 = 1/F$: Nutzen der Behörde $=$ $\sigma_1 (4 - C) + (1 - \sigma_1) 4 = 4 - C/F > 0$ (ist positiv da $C < 4$)
- $\sigma_1 = 1/F$ wird gewählt, da höherer Nutzen
- Teilspielperfektes GG mit völlig anderen Eigenschaften
  - Nutzen der Behörde reagiert positiv auf Abschreckung F
  - **Erhöhung von C kann durch Erhöhung von F ausgeglichen werden**
  - Straftäter indifferent bzgl. Commitment

2. Spieltheorie

Dynamische Spiele bei imperfekter Information

Mit Zügen der Natur

Züge der Natur: ein Grund für imperfekte Information

Imperfekte Information: möglicherweise assymetrisch verteilte Information

- Beispiel: Austauschspiel (exchange game)

Beispiel: Das Austauschspiel

- Zwei Spieler haben jeweils ein Gut im Wert von entweder €1 oder €2, Wahrscheinlichkeit je 50% (Lotterie)
- Jeder kennt den Wert seines Gutes, entscheidet ob er ein Tauschangebot machen will
- Bei Tausch: Jeder Spieler erhält zusätzlich €0.20
- Strategiemenge für jeden Spieler: **b**ehalten oder **a**ustauschen (oder zumindest den Tausch anbieten), für jeden der beiden Fälle (€1 oder €2)
  Kurz: $\lfloor$a, a$\rfloor$, $\lfloor$a, b$\rfloor$, $\lfloor$b, a$\rfloor$, $\lfloor$b, b$\rfloor$
- Erwartete Zahlung für Spieler 1 bei Kombination ($\lfloor$a, b$\rfloor$, $\lfloor$a, a$\rfloor$):

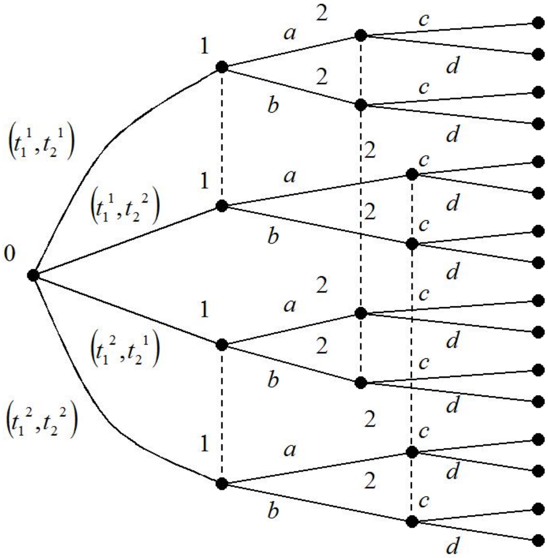
$$50\%\,(50\% \cdot €\,1.20 + 50\% \cdot €\,2.20) + 50\% \cdot €\,2 = 1.85$$

Austauschspiel

		Spieler 2			
		$\lfloor$a, a$\rfloor$	$\lfloor$a, b$\rfloor$	$\lfloor$b, a$\rfloor$	$\lfloor$b, b$\rfloor$
	$\lfloor$a, a$\rfloor$	(1.70, 1.70)	(1.35, 1.85)	(1.85, 1.35)	(1.50, 1.50)
S.	$\lfloor$a, b$\rfloor$	**(1.85, 1.35)**	(1.55, 1.55)	(1.80, 1.30)	(1.50, 1.50)
1	$\lfloor$b, a$\rfloor$	(1.35, 1.85)	(1.30, 1.80)	(1.55, 1.55)	(1.50, 1.50)
	$\lfloor$b, b$\rfloor$	(1.50, 1.50)	(1.50, 1.50)	(1.50, 1.50)	(1.50, 1.50)

- Nash-Gleichgewichte?
- Wesentlicher Unterschied zu bisher diskutierten Spielen: mindestens einer der Spieler hat Information, die ein anderer Spieler nicht hat (imperfekte Information)
- Züge der Natur (dadurch entsteht die Asymmetrie in der Informationsverteilung)

Austauschspiel



Definitionen

Definition Ein **Spiel in extensiver Form bei imperfekter Information mit Zügen der Natur** besteht aus

- einem gerichteten Graphen (Spielbaum)
- der Menge der Spieler
- der Angabe, welcher Spieler an welchem Knoten entscheidet
- der "Verhaltensstrategie" der Natur (Wahrscheinlichkeitsverteilungen)
- den letztendlichen Nutzenniveaus
- technischen Hilfskonstrukten

Spezialfall **Bayes'sches Spiel:** Spieler haben verschiedene "Typen", Natur entscheidet über die Typen

- Im Beispiel: Typ 1 hat ein Gut von Wert €1, Typ 2 hat Wert €2

Bayes'sches Gleichgewicht

- Anfangs entsprechen die Informationsstände der Spieler den von der Natur vorgegebenen Wahrscheinlichkeiten
- Beispiel: Die Wahrsch. eines 1-Euro-"Typen" ist 50%
- Aber bei längeren/dynamischen Spielen können Spieler durch ihre Entscheidungen ihren Typen (teilweise) offenbaren
- Beispiel Bridge: Durch geschicktes Reizen und Spielen kann man dem Partner Details des eigenen Blattes offenbaren

Definition In einem **perfekten Bayes'schen Gleichgewicht**

1. sind die Strategien der Spieler jederzeit optimal, gegeben die aktuellen Informationsstände
2. werden die Informationsstände jederzeit rational aktualisiert

Bei der Aktualisierung der Informationsstände kommt oft die Formel von Bayes zum Einsatz

Beispiele

- Auktionen
  - Jeder Bieter hat seine eigene Zahlungsbereitschaft (Typ), diese ist den anderen Bietern unbekannt
  - Bei offenen Auktionen wird der Typ teilweise offenbar
- Mengenwettbewerb a la Cournot mit Kostenunsicherheit
  - Unsicherheit über die Kostenstruktur des Konkurrenten kann einseitig oder beidseitig sein
- Viele weitere Beispiele in Teil 3 der Vorlesung
  1. Qualitätsunsicherheit
  2. Arbeitsverträge
  3. Versicherungsverträge

2. Spieltheorie

Fragen,
Kommentare,
Anregungen

3. Informationsökonomik

3.1. Gütermärkte mit unvollständiger Qualitätsinformation

- Adverse Selektion
- Garantien

3.2. Arbeitsmärkte

- Effizienzlöhne
- Adverse Selektion
- Moralisches Risiko
- Ausbildung als Signal

3.3. Versicherungsmärkte

- Adverse Selektion

Das Gleichgewicht bei adverser Selektion

- Originalquelle: Akerlof: "The Market for 'Lemons' " ("Lemons" = Montagsautos)
- Betrachtung eines Marktes für Güter, bei denen die Qualität nur schwer zu beobachten ist: Gebrauchtwagen; gebrauchte Güter, die über das Internet verkauft werden (z. B. über Ebay); Aktien bei Erstemission

Ausgangsbeispiel

Beobachtung: Ein 6 Monate altes Auto wird deutlich unter Neupreis verkauft

- Warum?
- Problem: Ein 6 Monate altes Auto ist nicht dasselbe wie ein 6 Monate altes Auto, **das verkauft wird**

Ausgangsbeispiel

Beobachtung: Ein 6 Monate altes Auto wird deutlich unter Neupreis verkauft

- Warum?
- Problem: Ein 6 Monate altes Auto ist nicht dasselbe wie ein 6 Monate altes Auto, **das verkauft wird**
- Zentrale Hypothese: Der Umstand des Verkaufens enthält Informationen
  - Mögliche Gründe des Verkaufs: Auto ist zu klein, weil Nachwuchs unterwegs ist (nicht preisrelevant), Auto hatte gleich zu Beginn viele Schäden (preisrelevant)
  - Bei einem neuen Auto ist es relativ unwahrscheinlich, dass jemand das Auto "einfach so" verkauft, daher ist ein grosser Preisabschlag hinzunehmen
    (bei alten Gebrauchtwagen ist dies ein kleineres Problem)

Ausgangsbeispiel

Beobachtung: Ein 6 Monate altes Auto wird deutlich unter Neupreis verkauft

- Warum?
- Problem: Ein 6 Monate altes Auto ist nicht dasselbe wie ein 6 Monate altes Auto, **das verkauft wird**
- Zentrale Hypothese: Der Umstand des Verkaufens enthält Informationen
  - Mögliche Gründe des Verkaufs: Auto ist zu klein, weil Nachwuchs unterwegs ist (nicht preisrelevant), Auto hatte gleich zu Beginn viele Schäden (preisrelevant)
  - Bei einem neuen Auto ist es relativ unwahrscheinlich, dass jemand das Auto "einfach so" verkauft, daher ist ein grosser Preisabschlag hinzunehmen
    (bei alten Gebrauchtwagen ist dies ein kleineres Problem)

Grundthese von Akerlof

- Die Verkaufsentscheidung enthält Information über die Qualität des angebotenen Gutes
  - Der Preis spiegelt diese Information wider → Preis hat neben einer **Allokationsfunktion** auch eine **Informationsfunktion**
  - Dies hat wiederum eine Auswirkung auf die Qualität des Angebots
- These von Akerlof: Dieser Rückkopplungseffekt kann zu **adverser Selektion** führen: Die durchschnittlich gehandelte Qualität ist schlechter als die durchschnittliche vorhandene Qualität
- In bestimmten Situationen kann dies sogar zu einem völligen Zusammenbruch des Marktes führen
  → Widerspruch zum **1. Hauptsatz der Wohlfahrtstheorie** (Wettbewerbsgleichgewichte sind paretoeffizient)

Annahmen des Modells

- Markt mit einem Verkäufer und einem (potentiellen) Käufer
- Verkäufer besitzt eine Einheit eines (unteilbaren) Gutes
- Käufer will maximal eine Einheit des Gutes kaufen
- Güter können unterschiedliche Qualitäten q haben (Kontinuum)
- Verkäufer kann dem Käufer ein Angebot machen, dass dieser entweder annehmen oder ablehnen kann (vgl. Ultimatumspiel, Seite 105)

Der Käufer

- Wert eines Gutes der Qualität q für den Käufer: q
- Nutzen des Käufers bei Kauf: $q - p$
- Nutzen des Käufers ohne Kauf: 0
- Folge: Käufer ist bereit, für ein Gut der Qualität q einen Preis $p \leq q$ zu zahlen (q heisst **Reservationspreis** des Käufers)

Der Verkäufer

- Wert eines Gutes der Qualität q für den Verkäufer: $\alpha\, q$, wobei $0 < \alpha < 1$
  - Beachte: Der Wert eines Gutes der Qualität q ist für den Käufer also höher als für den Verkäufer
  - Ein Verkauf des Gutes führt also zu einem Wohlfahrtsgewinn
  - Alternative $\alpha \geq 1$: Handel nicht möglich (vgl. Austauschspiel)
- Nutzen des Verkäufers bei Verkauf: p
- Nutzen des Verkäufers ohne Verkauf: $\alpha\, q$
- Folge: Verkäufer ist bereit, sein Gut zu verkaufen, wenn er einen Preis von $p \geq \alpha\, q$ erzielt ($\alpha\, q$ heisst **Reservationspreis** des Verkäufers)
- Die Nutzenfunktion des Verkäufers ist dem potentiellen Käufer bekannt (**common knowledge**)

Informationsverteilung

Perfekte Information: Die Qualität q des Gutes kann von Käufer und Verkäufer gleichermassen beobachtet werden

- Konsequenz: dynamisches Spiel mit perfekter Information $\rightarrow$ per Rückwärtsinduktion lösbar

Imperfekte Information: Die Qualität q des Gutes wird nur vom Verkäufer beobachtet

- Verschiedene mögliche Qualitäten $\rightarrow$ verschiedene "Typen" von möglichen Verkäufern $\rightarrow$ Bayes-Spiel
- Lösung mit dem perfekten Bayes'schen Gleichgewicht
  1. Strategie der (verschiedenen Typen von) Verkäufer muss optimal sein, für gegebene Erwartungen (und damit Reaktionen) der Käufer
  2. Erwartungen des Käufers müssen rational sein, gegeben die Strategien der (verschiedenen Typen von) Verkäufer

Spielstruktur bei vollständiger Qualitätsinformation

Das Gleichgewicht bei vollständiger Qualitätsinformation

Im Gleichgewicht werden die Preise p von der Qualität q abhängen: $p(q)$

- Gleichgewichtsfindung per Rückwärtsinduktion
  - Spielphase 2:
    Jede Preisforderung $p(q) > q$ lehnt der Käufer ab, jeden Preis $p(q) < q$ akzeptiert der Käufer, Indifferenz[3] bei $p(q) = q$
  - Spielphase 1:
    Der Verkäufer verlangt $p(q) = q$, da
    - Höherer Preis: kein Handel
    - Geringerer Preis: für den Verkäufer wäre mehr drin gewesen
  - Gut wechselt den Besitzer, Nutzen des Käufers ist gleich 0
  - Verkauf erhöht den Nutzen der Verkäufer (und damit die Wohlfahrt) um $q - \alpha\, q = (1 - \alpha)\, q$

[3] Annahme: Der Käufer will den Verkäufer nicht ärgern, er akzeptiert ein Angebot wenn er selbst indifferent ist

Das Gleichgewicht bei vollständiger Qualitätsinformation

Im Gleichgewicht werden die Preise p von der Qualität q abhängen: $p(q)$

- Gleichgewichtsfindung per Rückwärtsinduktion
  - Spielphase 2:
    Jede Preisforderung $p(q) > q$ lehnt der Käufer ab, jeden Preis $p(q) < q$ akzeptiert der Käufer, Indifferenz[3] bei $p(q) = q$
  - Spielphase 1:
    Der Verkäufer verlangt $p(q) = q$, da
    - Höherer Preis: kein Handel
    - Geringerer Preis: für den Verkäufer wäre mehr drin gewesen
  - Gut wechselt den Besitzer, Nutzen des Käufers ist gleich 0
  - Verkauf erhöht den Nutzen der Verkäufer (und damit die Wohlfahrt) um $q - \alpha\, q = (1 - \alpha)\, q$

[3] Annahme: Der Käufer will den Verkäufer nicht ärgern, er akzeptiert ein Angebot wenn er selbst indifferent ist

Spielstruktur bei unvollständiger Qualitätsinformation

Das Gleichgewicht bei unvollständiger Qualitätsinformation

Verkäufer kennt die Qualität q seines Gutes

Käufer kann die wahre Qualität des Gutes nicht beobachten, er kennt nur die **Verteilung** der Qualität

Folge:

- Preis des Gutes kann nicht mehr von der Qualität abhängen, d. h., Güter verschiedener Qualitäten werden zu **demselben Preis** verkauft
- Entscheidung des Verkäufers genau so wie zuvor
- Entscheidung des Käufers hängt nun von der **erwarteten** Qualität ab

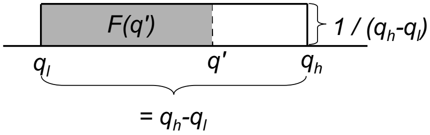
Bedingungen des perfekten Bayes'schen Gleichgewichts:

1. Preis ist optimal aus Sicht des Verkäufers
2. Erwartungen der Käufer entsprechen der tatsächlichen durchschnittlichen Qualität

Verteilung der Qualität

$F(q')$ = **Verteilungsfunktion** von q = Wahrscheinlichkeit, dass $q \leq q'$

Qualität q der zum Verkauf stehenden Güter ist im Intervall $[q_l, q_h]$ gleichverteilt, wobei $0 < q_l < q_h$



Anteil der Verkäufer, deren Gut eine Qualität q' nicht übersteigt: $F(q') = \frac{q'-q_l}{q_h-q_l}$ für $q' \in [q_l, q_h]$

- Für $q' < q_l$ gilt: $F(q') = 0$
- Für $q' > q_h$ gilt: $F(q') = 1$

Durchschnittliche Qualität im Markt: $(q_l + q_h)/2$

Angebotsentscheidung des Verkäufers

Notation

Angebot der (verschiedenen Typen von) Verkäufer: $x(p)$

Durchschnittliche Qualität des Angebots: $\bar{q}(p)$

- Fall 1: $p < \alpha\, q_l$
  - Keiner der Verkäufer will verkaufen: $x(p) = 0$
  - Durchschnittsqualität: nicht definiert (es wird nichts verkauft, also gibt es keinen Durchschnitt)
- Fall 2: $p > \alpha\, q_h$
  - Alle Verkäufer wollen verkaufen: $x(p) = 1$
  - Durchschnittsqualität: $\bar{q}(p) = (q_l + q_h)/2$

Angebotsentscheidung des Verkäufers

- Fall 3: $p \in [\alpha\, q_l, \alpha\, q_h]$
  - Es sind nur diejenigen Verkäufer bereit zu verkaufen, für die gilt: $p \geq \alpha\, q$
  - Also: Es werden alle Qualitäten angeboten, für die gilt: $q \leq \frac{p}{\alpha}$, d. h. alle Qualitäten im Intervall $[q_l, \frac{p}{\alpha}]$
  - Marginaler Anbieter besitzt gerade die Qualität $\frac{p}{\alpha}$

$\Rightarrow$ Folge: Ein Anteil $F(\frac{p}{\alpha})$ der (verschiedenen Typen von) Verkäufer ist zum Verkauf bereit

Angebotsentscheidung des Verkäufers

Die marginale Qualität hängt **positiv** vom Preis ab

- Je höher der Preis, desto mehr Verkäufer höherer Qualität sind bereit, ihr Gut zu verkaufen

Die marginale Qualität hängt **negativ** von α ab

- α misst die Wertschätzung des Gutes durch den Verkäufer (relativ zu derjenigen des Käufers)
- Wenn diese gross ist, sind (bei einem gegebenen Preis) nur Verkäufer mit Gütern relativ geringer Qualität bereit zu verkaufen
- Wenn diese gering ist, sind auch Verkäufer mit Gütern höherer Qualität zum Verkauf bereit

Angebotsentscheidung des Verkäufers

Gesamtangebot: $x(p) = F(\frac{p}{\alpha}) \cdot 1 = \frac{\frac{p}{\alpha} - q_l}{q_h - q_l}$

- Das Gesamtangebot hängt also **positiv** vom Preis p ab (wenig überraschend)
- Das Gesamtangebot hängt **negativ** von α ab: Je höher die eigene Wertschätzung, desto geringer das Angebot (bei einem gegebenen Preis)

Durchschnittsqualität: $\bar{q}(p) = E[q|q \leq \frac{p}{\alpha}] = (q_l + \frac{p}{\alpha})/2$

- Auch die Durchschnittsqualität hängt **positiv** vom Preis ab!
- Grund: Qualität des marginalen Anbieters steigt im Preis
- Die Durchschnittsqualität hängt **negativ** von α ab
- Grund: Qualität des marginalen Anbieters fällt in α

Adverse Selektion

Beachte: Für $\frac{p}{\alpha} < q_h \Leftrightarrow p < \alpha\, q_h$ gilt: $\bar{q}(p) < (q_l + q_h)/2$

Also: Sobald der Preis kleiner ist als die Wertschätzung des Gutes durch den Verkäufer mit der höchsten Qualität, ist die Durchschnittsqualität des Angebots geringer als die Durchschnittsqualität der im Markt befindlichen Güter
$\rightarrow$ **Adverse Selektion**

Allgemeines Ergebnis: In Märkten mit asymmetrischer Qualitätsinformation ist die Qualität der gehandelten Güter schlechter als bei vollständiger Information

Grund: Manche Anbieter höherer Qualität ziehen sich aus dem Markt zurück, weil alle Qualitäten zu demselben Preis gehandelt werden

Nachfrageentscheidung des Käufers

Der Käufer kann die angebotenen Güter hinsichtlich ihrer Qualität nicht unterscheiden, er kennt aber die Verteilungsfunktion $F(q)$ und die Präferenzen des Verkäufers

Folge: Er kann/muss das Verhalten des Verkäufers **antizipieren** und Erwartungen über die Qualität der bei einem Preis p angebotenen Güter bilden: $q^e(p)$

- Fall 1: $q^e(p) > p \rightarrow$ der Käufer will das Gut kaufen
- Fall 2: $q^e(p) < p \rightarrow$ der Käufer will das Gut **nicht** kaufen
- Fall 3: $q^e(p) = p \rightarrow$ der Käufer ist indifferent zwischen Kauf und Nichtkauf

Gleichgewicht

Wir betrachten nur Gleichgewichte, in denen tatsächlich Handel stattfindet, d. h. in denen $x(p) > 0 \Leftrightarrow p > \alpha\, q_l$

Der Verkäufer wird wieder die gesamte Zahlungsbereitschaft des Käufers abschöpfen: $p = q^e(p)$ (Fall 3)

- $p < q^e(p)$ (Fall 1) kann kein Gleichgewicht sein, da der Verkäufer einen höheren Preis festlegen könnte und der Käufer trotzdem noch kaufen würde
- $p > q^e(p)$ (Fall 2) kann kein Gleichgewicht sein, da kein Handel zustande käme

Weiterhin muss gelten, dass die Erwartungen der Käufer im Gleichgewicht **"korrekt"** sind: $q^e(p) = \bar{q}(p) \rightarrow$ im Gleichgewicht gilt also:

$$q^e(p^*) = \bar{q}(p^*) = p^*$$

Gleichgewicht

Wir betrachten nur Gleichgewichte, in denen tatsächlich Handel stattfindet, d. h. in denen $x(p) > 0 \Leftrightarrow p > \alpha\, q_l$

Der Verkäufer wird wieder die gesamte Zahlungsbereitschaft des Käufers abschöpfen: $p = q^e(p)$ (Fall 3)

- $p < q^e(p)$ (Fall 1) kann kein Gleichgewicht sein, da der Verkäufer einen höheren Preis festlegen könnte und der Käufer trotzdem noch kaufen würde
- $p > q^e(p)$ (Fall 2) kann kein Gleichgewicht sein, da kein Handel zustande käme

Weiterhin muss gelten, dass die Erwartungen der Käufer im Gleichgewicht **"korrekt"** sind: $q^e(p) = \bar{q}(p) \rightarrow$ im Gleichgewicht gilt also:

$$q^e(p^*) = \bar{q}(p^*) = p^*$$

Gleichgewicht

Es können zwei verschiedene Arten von Gleichgewichten auftreten:

1. **Gleichgewicht ohne adverse Selektion**
   - Durchschnittsqualität von gehandelten Gütern entspricht der Durchschnittsqualität aller vorhandenen Güter
   - Alle Güter wechseln den Besitzer
   - Einziger Unterschied zum Fall mit vollständiger Information: Preis hängt nicht von der Qualität ab
2. **Gleichgewicht mit adverser Selektion**
   - Durchschnittsqualität von gehandelten Gütern ist geringer als die Durchschnittsqualität der vorhandenen Güter
   - Wahrscheinlichkeit eines Handels ≤ 1
   - Markt führt zu einem ineffizienten Ergebnis

Welches Gleichgewicht sich einstellt, hängt von der (relativen) Wertschätzung α und von der Verteilung der Qualitäten ab

Gleichgewicht

Es können zwei verschiedene Arten von Gleichgewichten auftreten:

1. **Gleichgewicht ohne adverse Selektion**
   - Durchschnittsqualität von gehandelten Gütern entspricht der Durchschnittsqualität aller vorhandenen Güter
   - Alle Güter wechseln den Besitzer
   - Einziger Unterschied zum Fall mit vollständiger Information: Preis hängt nicht von der Qualität ab
2. **Gleichgewicht mit adverser Selektion**
   - Durchschnittsqualität von gehandelten Gütern ist geringer als die Durchschnittsqualität der vorhandenen Güter
   - Wahrscheinlichkeit eines Handels ≤ 1
   - Markt fährt zu einem ineffizienten Ergebnis

Welches Gleichgewicht sich einstellt, hängt von der (relativen) Wertschätzung α und von der Verteilung der Qualitäten ab

Gleichgewicht **ohne** adverse Selektion

- Der Gleichgewichtspreis entspricht der Durchschnittsqualität vorhandener Güter: $p^* = (q_l + q_h)/2$
- Es werden nur dann alle Qualitäten angeboten, wenn $p^* \geq \alpha\, q_h \Leftrightarrow \alpha \leq \frac{p*}{q_h} \Leftrightarrow \alpha \leq \frac{(q_l+q_h)/2}{q_h}$
- Gleichgewichtsmenge: $x(p^*) = 1$ (marginaler Anbieter hat die Qualität q_h)
- Also: Wenn die (relative) Wertschätzung der Verkäufer für das Gut gering ist (d. h., wenn der Wunsch zu verkaufen stark ist) oder wenn $q_l \approx q_h$, spielt die asymmetrische Information keine Rolle für die Güterallokation

Gleichgewicht **ohne** adverse Selektion

- Der Gleichgewichtspreis entspricht der Durchschnittsqualität vorhandener Güter: $p^* = (q_l + q_h)/2$
- Es werden nur dann alle Qualitäten angeboten, wenn $p^* \geq \alpha\, q_h \Leftrightarrow \alpha \leq \frac{p*}{q_h} \Leftrightarrow \alpha \leq \frac{(q_l+q_h)/2}{q_h}$
- Gleichgewichtsmenge: $x(p^*) = 1$ (marginaler Anbieter hat die Qualität q_h)
- Also: Wenn die (relative) Wertschätzung der Verkäufer für das Gut gering ist (d. h., wenn der Wunsch zu verkaufen stark ist) oder wenn $q_l \approx q_h$, spielt die asymmetrische Information keine Rolle für die Güterallokation
- Aber: Die asymmetrische Information schadet Anbietern hoher Qualität, weil diese einen relativ niedrigen Preis erzielen

Gleichgewicht **ohne** adverse Selektion

- Der Gleichgewichtspreis entspricht der Durchschnittsqualität vorhandener Güter: $p^* = (q_l + q_h)/2$
- Es werden nur dann alle Qualitäten angeboten, wenn $p^* \geq \alpha\, q_h \Leftrightarrow \alpha \leq \frac{p*}{q_h} \Leftrightarrow \alpha \leq \frac{(q_l+q_h)/2}{q_h}$
- Gleichgewichtsmenge: $x(p^*) = 1$
  (marginaler Anbieter hat die Qualität q_h)
- Also: Wenn die (relative) Wertschätzung der Verkäufer für das Gut gering ist (d. h., wenn der Wunsch zu verkaufen stark ist) oder wenn $q_l \approx q_h$, spielt die asymmetrische Information keine Rolle für die Güterallokation
- Aber: Die asymmetrische Information schadet Anbietern hoher Qualität, weil diese einen relativ niedrigen Preis erzielen

Gleichgewicht **mit** adverser Selektion

- Hier gilt $p^* < \alpha\, q_h$, so dass $\bar{q}(p^*) = p^* = (q_l + \frac{p^*}{\alpha})/2 < (q_l + q_h)/2$
- Als Lösung ergibt sich: $p^* = \frac{\alpha\, q_l}{2\,\alpha - 1}$
- Dieser Fall tritt genau dann ein, wenn $\alpha > \frac{p*}{q_h} \Leftrightarrow \alpha > \frac{(q_l + q_h)/2}{q_h}$
- Gleichgewichtsmenge: $x(p^*) < 1$ (marginaler Anbieter hat eine Qualität $q < q_h$)

Gleichgewicht mit adverser Selektion

- Der Preis und die Qualität der gehandelten Güter sind geringer als die vorhandene Durchschnittsqualität
- Höchste gehandelte Qualität: $q = \frac{p^*}{\alpha} = \frac{q_l}{2\,\alpha - 1}$ (fällt in α)
- Die gehandelte Menge ist ineffizient (zu gering), es werden nicht alle vorteilhaften Tauschmöglichkeiten ausgeschöpft
- Im Extremfall könnte der Markt ganz zusammenbrechen

Gleichgewicht mit adverser Selektion

- Bedingung für adverse Selektion: $\alpha > \frac{(q_l+q_h)/2}{q_h}$
- Auftreten adverser Selektion hängt also von zwei Faktoren ab
  1. Präferenzen (α): Grösse des Tauschbedürfnisses
  2. Verteilung der Qualitäten ($F(q)$): Grösse der Qualitätsunterschiede und damit der Informationsasymmetrie
- Der Markt funktioniert umso schlechter, je
  1. geringer das Tauschbedürfnis (d. h., je höher α)
  2. grösser die Qualitätsunterschiede (d. h., je grösser der Unterschied zwischen q_l und q_h)
- Beachte: Für $\alpha = 1$ findet gar kein Handel statt, hieraus entsteht aber keine Ineffizienz (warum nicht?)

Fazit

- In Märkten mit unvollständiger Qualitätsinformation kann es zu **adverser Selektion** kommen, d. h., die durchschnittlich gehandelte Qualität ist geringer als die durchschnittlich vorhandene Qualität
- In diesem Fall können nicht alle vorteilhaften Tauschmöglichkeiten ausgeschöpft werden
- Grund: Der Preis kann nicht von der tatsächlichen, sondern nur von der erwarteten Qualität abhängen, und Verkäufer hoher Qualitäten ziehen sich aus dem Markt zurück
- Wichtige Erkenntnis: Preise bestimmen nicht nur die bei einem Kauf entstehenden Kosten, sondern auch die zu erwartende Qualität

Fazit

- Adverse Selektion tritt vor allem dann auf, wenn das Tauschbedürfnis gering und die Qualitätsunterschiede gross sind
- Asymmetrische Information schadet den Anbietern hoher Qualität: Diese können entweder gar nicht oder nur zu einem relativ geringen Preis verkaufen
- Asymmetrische Information nutzt den Anbietern niedriger Qualität: Diese können zu einem relativ hohen Preis verkaufen
- Adverse Selektion führt zu einem **Wohlfahrtsverlust**, da vorteilhafte Tauschmöglichkeiten nicht ausgeschöpft werden $\rightarrow$ **Erster Hauptsatz der Wohlfahrtstheorie gilt nicht**
- Frage: Wie kann das Problem asymmetrischer Qualitätsinformation behoben werden?

Fazit

- Adverse Selektion tritt vor allem dann auf, wenn das Tauschbedürfnis gering und die Qualitätsunterschiede gross sind
- Asymmetrische Information schadet den Anbietern hoher Qualität: Diese können entweder gar nicht oder nur zu einem relativ geringen Preis verkaufen
- Asymmetrische Information nutzt den Anbietern niedriger Qualität: Diese können zu einem relativ hohen Preis verkaufen
- Adverse Selektion führt zu einem **Wohlfahrtsverlust**, da vorteilhafte Tauschmöglichkeiten nicht ausgeschöpft werden $\rightarrow$ **Erster Hauptsatz der Wohlfahrtstheorie gilt nicht**
- Frage: Wie kann das Problem asymmetrischer Qualitätsinformation behoben werden?

Garantien

- Letztes Kapitel: Asymmetrische Qualitätsinformation benachteiligt die Anbieter höherer Qualität
- Diese Anbieter haben daher einen Anreiz, Mechanismen zu entwickeln, mit denen sie ihre Information kommunizieren können
- Hier: **Qualitätsgarantie**, die der Käufer in Anspruch nehmen kann, wenn das erstandene Gut nicht der versprochenen Qualität entspricht

Annahmen des Modells

- Leichte Modifikation des Modells aus dem vorangegangenen Kapitel
- $q =$ Wahrscheinlichkeit, dass das gekaufte Gut funktionsfähig ist, wobei $0 \leq q \leq 1$
- q ist eine private Information des Verkäufers
- Nutzen eines funktionsfähigen Gutes für den Käufer $= 1$, Nutzen eines defekten Gutes für den Käufer $= 0$
- Nutzen eines funktionsfähigen Gutes für den Verkäufer $= \alpha < 1$, Nutzen eines defekten Gutes für den Verkäufer $= 0$
- Sonstige Annahmen wie im Kapitel “Adverse Selektion”

Garantie

Falls sich herausstellt, dass das Gut defekt ist, erhält der Käufer vom Verkäufer eine Zahlung in Höhe von 1

Zusätzliche Annahmen:

- Die tatsächliche Qualität des Gutes ist nach dem Kauf objektiv feststellbar/verifizierbar (d. h. vor Gericht beweisbar)
- Der Verkäufer kann nach dem Kauf haftbar gemacht werden (d. h., er muss noch am Markt sein und über ausreichende finanzielle Mittel verfügen)
- Bei der Durchsetzung von Garantieansprüchen entstehen keine Transaktionskosten

Spielstruktur mit Garantien

Angebotsentscheidung der Verkäufer

- Erwarteter Wert eines Gutes der Qualität q für den Verkäufer: $q \cdot \alpha + (1-q) \cdot 0 = \alpha\, q$
- Erwarteter Erlös eines Verkäufers: $p - (1-q) \cdot 1$ (abhängig von q!)
- Folge: Verkäufer ist bereit, sein Gut zu verkaufen, wenn gilt: $p - (1-q) \geq \alpha\, q \Leftrightarrow p \geq \alpha\, q + (1-q) = 1 - (1-\alpha)\, q$
- Vergleich mit vorangegangenen Kapitel (dort: $p \geq \alpha\, q$): Verkäufer muss für die erwartete Garantieleistung durch einen höheren Preis entschädigt werden!

Nachfrageentscheidung des Käufers

- Erwarteter Wert eines Gutes der Qualität q für den Käufer: $q \cdot 1 + (1 - q) \cdot 0 = q$
  - Beachte: Auch hier ist der Wert eines Gutes der Qualität q für den Käufer höher als für den Verkäufer
- Käufer ist bereit, das Gut zu kaufen, wenn $q - p + (1 - q) \cdot 1 \geq 0 \Leftrightarrow 1 - p \geq 0 \Leftrightarrow p \leq 1$
- Vergleich mit 3.1.1 (dort: $p \leq q$):
  Zahlungsbereitschaft des Käufers ist hier unabhängig von der tatsächlichen Qualität, da der Verkäufer ihn gegen den Schadensfall versichert

Gleichgewicht mit Garantien

- Im Gleichgewicht gilt: $p^* = 1$
  - Für alle $p < 1$ wäre höherer Preis erzielbar
  - Käufer ist indifferent zwischen Kaufen und Nichtkaufen
- Gut wechselt den Besitzer mit Wahrscheinlichkeit 1
- Verkauf erhöht den Nutzen des Verkäufers um $p^* - (1 - q) - \alpha\, q = (1 - \alpha)\, q$
  - Nutzengewinn hängt positiv von q ab (genau so wie bei **vollständiger** Information)
- Gleichgewichtsergebnis (bis auf die Preise) ist dasselbe wie bei vollständiger Information!

Wer bietet Garantien an?

Im Gleichgewicht werden alle Verkäufer mit $q > q_l$ Qualitätsgarantien anbieten

Grund:

- Alle Verkäufer mit einer Qualität $q > (q_l + q_h)/2$ bieten eine Garantie an, um einen höheren Preis zu erzielen als den Durchschnittspreis
- Verbleibende Verkäufer: $q \in [q_l; (q_l + q_h)/2]$

Wer bietet Garantien an?

Im Gleichgewicht werden alle Verkäufer mit $q > q_l$ Qualitätsgarantien anbieten

Grund:

- Alle Verkäufer mit einer Qualität $q > (q_l + q_h)/2$ bieten eine Garantie an, um einen höheren Preis zu erzielen als den Durchschnittspreis
- Verbleibende Verkäufer: $q \in [q_l; (q_l + q_h)/2]$
- Durchschnittsqualität (= maximal erzielbarer Preis): $(q_l + (q_l + q_h)/2)/2$
- Jetzt können sich alle Verkäufer mit einer Qualität $q > (q_l + (q_l + q_h)/2)/2$ verbessern, indem sie eine Garantie anbieten
- Man kann dieses Argument fortführen, bis man zum obigen Ergebnis gelangt

Wer bietet Garantien an?

Im Gleichgewicht werden alle Verkäufer mit $q > q_l$ Qualitätsgarantien anbieten

Grund:

- Alle Verkäufer mit einer Qualität $q > (q_l + q_h)/2$ bieten eine Garantie an, um einen höheren Preis zu erzielen als den Durchschnittspreis
- Verbleibende Verkäufer: $q \in [q_l; (q_l + q_h)/2]$
- Durchschnittsqualität (= maximal erzielbarer Preis): $(q_l + (q_l + q_h)/2)/2$
- Jetzt können sich alle Verkäufer mit einer Qualität $q > (q_l + (q_l + q_h)/2)/2$ verbessern, indem sie eine Garantie anbieten
- Man kann dieses Argument fortführen, bis man zum obigen Ergebnis gelangt

Diskussion

Garantien stellen unter den genannten Annahmen die Effizienz des Gleichgewichts wieder her

Offene Fragen:

- Warum bieten Privatpersonen selten Garantien an (z. B. bei Ebay)?

Diskussion

Garantien stellen unter den genannten Annahmen die Effizienz des Gleichgewichts wieder her

Offene Fragen:

- Warum bieten Privatpersonen selten Garantien an (z. B. bei Ebay)?
- Warum sind Gebrauchtwagen bei Privatpersonen häufig billiger als beim Autohändler?

Diskussion

Garantien stellen unter den genannten Annahmen die Effizienz des Gleichgewichts wieder her

Offene Fragen:

- Warum bieten Privatpersonen selten Garantien an (z. B. bei Ebay)?
- Warum sind Gebrauchtwagen bei Privatpersonen häufig billiger als beim Autohändler?
- Wieso lassen sich gebrauchte Autos ohne TÜV-Plakette nur schlecht verkaufen?

Diskussion

Garantien stellen unter den genannten Annahmen die Effizienz des Gleichgewichts wieder her

Offene Fragen:

- Warum bieten Privatpersonen selten Garantien an (z. B. bei Ebay)?
- Warum sind Gebrauchtwagen bei Privatpersonen häufig billiger als beim Autohändler?
- Wieso lassen sich gebrauchte Autos ohne TÜV-Plakette nur schlecht verkaufen?
- Welches Problem besteht beim Kauf sehr billiger Güter, selbst wenn eine Garantie besteht?

Diskussion

Garantien stellen unter den genannten Annahmen die Effizienz des Gleichgewichts wieder her

Offene Fragen:

- Warum bieten Privatpersonen selten Garantien an (z. B. bei Ebay)?
- Warum sind Gebrauchtwagen bei Privatpersonen häufig billiger als beim Autohändler?
- Wieso lassen sich gebrauchte Autos ohne TÜV-Plakette nur schlecht verkaufen?
- Welches Problem besteht beim Kauf sehr billiger Güter, selbst wenn eine Garantie besteht?
- Welche Relevanz haben Garantien für Güter, deren Qualität sich erst durch den Verbrauch herausstellt (z. B. Kinobesuch, Rotwein)?

Diskussion

Garantien stellen unter den genannten Annahmen die Effizienz des Gleichgewichts wieder her

Offene Fragen:

- Warum bieten Privatpersonen selten Garantien an (z. B. bei Ebay)?
- Warum sind Gebrauchtwagen bei Privatpersonen häufig billiger als beim Autohändler?
- Wieso lassen sich gebrauchte Autos ohne TÜV-Plakette nur schlecht verkaufen?
- Welches Problem besteht beim Kauf sehr billiger Güter, selbst wenn eine Garantie besteht?
- Welche Relevanz haben Garantien für Güter, deren Qualität sich erst durch den Verbrauch herausstellt (z. B. Kinobesuch, Rotwein)?
- Welches Problem besteht, wenn man unter Berufung auf eine Garantie eine CD zurückgeben möchte, die einen Kratzer hat?

Diskussion

Garantien stellen unter den genannten Annahmen die Effizienz des Gleichgewichts wieder her

Offene Fragen:

- Warum bieten Privatpersonen selten Garantien an (z. B. bei Ebay)?
- Warum sind Gebrauchtwagen bei Privatpersonen häufig billiger als beim Autohändler?
- Wieso lassen sich gebrauchte Autos ohne TÜV-Plakette nur schlecht verkaufen?
- Welches Problem besteht beim Kauf sehr billiger Güter, selbst wenn eine Garantie besteht?
- Welche Relevanz haben Garantien für Güter, deren Qualität sich erst durch den Verbrauch herausstellt (z. B. Kinobesuch, Rotwein)?
- Welches Problem besteht, wenn man unter Berufung auf eine Garantie eine CD zurückgeben möchte, die einen Kratzer hat?

Garantien und “moralisches Risiko”

Jede Versicherung birgt auf der Seite des Versicherten ein Problem des **moralischen Risikos** (**moral hazard**) $\rightarrow$ wenn der Konsument gegen den Schaden versichert ist, hat er keinen Anreiz mehr, sorgsam mit dem Gut umzugehen

- Lösung: Konsument wird nicht vollständig versichert, sondern er muss einen Teil des Risikos selber tragen
- In diesem Fall lässt sich das Qualitätsrisiko des Konsumenten **nicht vollständig** beseitigen, und die effiziente Lösung kann **nicht** erreicht werden
  $\rightarrow$ Es kommt weiterhin zu **adverser Selektion**

Fazit

- Garantien können nur unter sehr restriktiven Annahmen das Problem der Qualitätsunsicherheit **vollständig** beseitigen, können es aber abmildern
- Wenn der Konsument selbst einen Einfluss auf die Schadenswahrscheinlichkeit hat, ist eine vollständige Versicherung aufgrund von **Moral-hazard-Problemen** im Allgemeinen nicht möglich

3.1. Gütermärkte mit unvollständiger Qualitätsinformation

Fragen,
Kommentare,
Anregungen

3. Informationsökonomik

Arbeitsmärkte

Arbeitsmärkte sind in grossem Masse durch **asymmetrische Informationen** gekennzeichnet

Beispiele:

- Arbeitgeber können die Produktivität/Fähigkeiten potentieller Arbeitnehmer nicht beobachten
- Arbeitgeber können das Anstrengungsniveau ihrer Arbeitnehmer nicht beobachten

Frage: Welche Auswirkungen hat dies auf die gezahlten Löhne?

Wichtige Erkenntnis: Bei Vorliegen einer asymmetrischen Informationsverteilung werden möglicherweise Löhne gezahlt, die höher sind als der markträumende Lohn
(sog. **Effizienzlöhne**)

Folge: Es kommt im Gleichgewicht zu einer **Rationierung**
= **unfreiwillige Arbeitslosigkeit**

Arbeitsmärkte

Arbeitsmärkte sind in grossem Masse durch **asymmetrische Informationen** gekennzeichnet

Beispiele:

- Arbeitgeber können die Produktivität/Fähigkeiten potentieller Arbeitnehmer nicht beobachten
- Arbeitgeber können das Anstrengungsniveau ihrer Arbeitnehmer nicht beobachten

Frage: Welche Auswirkungen hat dies auf die gezahlten Löhne?

Wichtige Erkenntnis: Bei Vorliegen einer asymmetrischen Informationsverteilung werden möglicherweise Löhne gezahlt, die höher sind als der markträumende Lohn
(sog. **Effizienzlöhne**)

Folge: Es kommt im Gleichgewicht zu einer **Rationierung**
= **unfreiwillige Arbeitslosigkeit**

Neoklassische Theorie vs. Keynesianische Theorie

- Krasser Gegensatz zur Vorhersage der **Neoklassischen Theorie**
  - Dort: Löhne passen sich so an, dass Angebot und Nachfrage sich ausgleichen → **Markträumung**
  - Folge: Es kann im Gleichgewicht **keine** unfreiwillige Arbeitslosigkeit geben, d. h., es gibt niemanden, der bereit wäre, zu einem Lohn zu arbeiten, der geringer ist, als der gleichgewichtige Lohn
- **Keynesianische Theorie** besagt hingegen, dass es **unfreiwillige Arbeitslosigkeit** geben kann, weil die Löhne starr sind
- Aber: Es wird nicht erklärt, woher diese Preisstarrheit kommt

Neu-keynesianische Theorien

Neu-keynesianische Theorien versuchen zu erklären, warum es in bestimmten Märkten zu **Preisrigiditäten** und damit zu Abweichungen von der Markträumung kommen kann

Beispiele:

- Theorie der **Effizienzlöhne** (hier)
- **Preisanpassungskosten (small menu costs)**
- Theorie der **Kreditrationierung** (später)

Theorie der **Effizienzlöhne** zeigt, dass es aus Sicht der Arbeitgeber optimal (gewinnmaximierend) sein kann, Löhne zu setzen, bei denen **unfreiwillige Arbeitslosigkeit** entsteht

Zwei Gründe:

1. Durch höhere Löhne werden Arbeitnehmer mit einer höheren Produktivität angezogen (Adverse Selektion)
2. Durch höhere Löhne werden die Arbeitnehmer veranlasst, sich mehr anzustrengen (Moralisches Risiko)

Effizienzlöhne

Zwei Modelle:

1. **Adverse Selektion**: Arbeitnehmer unterscheiden sich hinsichtlich ihrer Produktivität (**exogene** Produktivitätsunterschiede)
2. **Moralisches Risiko**: Arbeitnehmer sind identisch und können ihr Anstrengungsniveau wählen (**endogene** Produktivitätsunterschiede)

Vergleiche Modelle über Gütermärkte mit unvollständiger Qualitätsinformation: Exogene Qualitätsunterschiede vs. endogene Wahl der Qualität

Annahmen des Modells

- m Firmen, die maximal einen Arbeiter einstellen möchten
- $n > m$ Arbeiter $\rightarrow$ es werden mindestens $(n - m)$ Arbeiter arbeitslos sein
- Firmen zahlen einen Lohn von w
- Arbeiter unterscheiden sich hinsichtlich ihrer **Produktivität**
  - Anteil λ der Arbeiter hat eine hohe Produktivität x_h, wobei $0 < \lambda < 1$
  - Anteil $1 - \lambda$ der Arbeiter hat eine niedrige Produktivität x_l, wobei $0 < x_l < x_h$

Annahmen des Modells

Arbeiter mit Produktivität x_i hat einen **Reservationslohn** von u_i

Es gilt: $u_h > u_l$, d. h., die produktiveren Arbeiter haben einen höheren Reservationslohn

- Begründung: Arbeiter mit höherer Produktivität haben bessere Alternativoptionen (**outside options**)
- Beispiel: Arbeiter können sich selbständig machen, dies ist für produktivere Arbeiter attraktiver

Annahmen des Modells

Arbeiter mit Produktivität x_i erzielt einen Nutzen von...

- w, falls er eingestellt wird
- u_i, falls er nicht eingestellt wird
- Folge: Ein Arbeiter will nur dann arbeiten, wenn $w \geq u_i$

Firmen erzielen einen Gewinn von...

- $x_i - w$, wenn sie einen Arbeiter mit Produktivität x_i einstellen
- 0, wenn sie keinen Arbeiter einstellen
- Folge: Eine Firma will nur dann einen Arbeiter einstellen, wenn $w \leq x_i$ (bzw. x^e)

Annahmen des Modells

Es gelte weiterhin: $x_h - u_h > x_l - u_l > 0$

- Aus Wohlfahrtssicht ist es effizienter, Arbeiter mit hoher Produktivität zu beschäftigen

Aber: $\lambda\, n < m$

- Nicht alle Firmen können Arbeiter mit hoher Produktivität einstellen, da es mehr Firmen als Arbeiter mit hoher Produktivität gibt

Ausserdem gelte: $(1 - \lambda)\, n > m$

- Es gibt mehr Arbeiter mit niedriger Produktivität als Arbeitsplätze

Gleichgewicht bei vollständiger Information

Annahme: Die Firmen **können** die Produktivität x_i der Arbeiter beobachten

Folge: Im Gleichgewicht werden die Löhne von der Produktivität der Arbeit abhängen:
$w(x_h) = w_h$ und $w(x_l) = w_l$, wobei diese Löhne mindestens so hoch sein müssen wie die entsprechenden Reservationslöhne u_h bwz. u_l

Frage: Wie hoch sind die **gleichgewichtigen Löhne**?

Gleichgewicht bei vollständiger Information

Annahme: Die Firmen **können** die Produktivität x_i der Arbeiter beobachten

Folge: Im Gleichgewicht werden die Löhne von der Produktivität der Arbeit abhängen:
$w(x_h) = w_h$ und $w(x_l) = w_l$, wobei diese Löhne mindestens so hoch sein müssen wie die entsprechenden Reservationslöhne u_h bwz. u_l

Frage: Wie hoch sind die **gleichgewichtigen Löhne**?

Gleichgewicht bei vollständiger Information

1. Wenn $x_h - w_h > x_l - w_l$, dann möchten alle Firmen die Arbeiter mit hoher Produktivität einstellen
   - Da es mehr Firmen als Arbeiter mit hoher Produktivität gibt, werden die Firmen sich gegenseitig überbieten, um die Arbeiter mit hoher Produktivität zu bekommen $\rightarrow$ w_h muss steigen
2. Wenn $x_h - w_h < x_l - w_l$, dann möchten alle Firmen die Arbeiter mit niedriger Produktivität einstellen und die Arbeiter mit hoher Produktivität werden arbeitslos
   - Aus $w_h - w_l > x_h - x_l > u_h - u_l$ folgt $w_h > u_h + (w_l - u_l)$
   - Da $w_l \geq u_l$, ergibt sich $w_h > u_h$ $\rightarrow$ Überschussangebot an Arbeitern mit hoher Produktivität $\rightarrow$ w_h muss fallen

Gleichgewicht bei vollständiger Information

Ergebnis: Das einzige Gleichgewicht ist $x_h - w_h^* = x_l - w_l^* \Leftrightarrow w_h^* - w_l^* = x_h - x_l$, d. h., die Lohndifferenz entspricht gerade der Differenz der Produktivitäten $\rightarrow$ die Arbeitgeber sind **indifferent** zwischen Arbeitern mit hoher und Arbeitern mit niedriger Produktivität!

Gleichgewicht bei vollständiger Information

- Für $w_l > u_l$ würde ein Überschussangebot an Arbeitern der niedrigen Produktivität bestehen, da es weniger Arbeitsplätze als Arbeiter niedriger Produktivität gibt
- Also muss gelten: $w_l^* = u_l$
- Folge: Die Arbeiter mit niedriger Produktivität sind **indifferent**, ob sie arbeiten oder nicht
- Im Gleichgewicht ist ein Teil der Arbeiter mit niedriger Produktivität beschäftigt und ein Teil ist **(freiwillig) arbeitslos**

Gleichgewicht bei vollständiger Information

- Hieraus folgt (unter Verwendung des Ergebnisses der vorletzten Folie):
  $w_h^* = w_l^* + (x_h - x_l) = u_l + (x_h - x_l)$
- Da $x_h - u_h > x_l - u_l$, folgt $w_h^* = u_l + (x_h - x_l) > u_h$
- Die Arbeiter mit hoher Produktivität erhalten also einen Lohn, der **höher** liegt als ihr Reservationslohn
- Damit **Markträumung** besteht, müssen **alle** Arbeiter hoher Produktivität im Gleichgewicht beschäftigt sein

Zusammenfassung

Im Gleichgewicht sind alle $\lambda\, n$ Arbeiter hoher Produktivität und $m - \lambda\, n$ Arbeiter niedriger Produktivität beschäftigt

$n - m$ Arbeiter mit niedriger Produktivität sind **(freiwillig) arbeitslos**

- Diese Arbeiter wären nicht bereit, zu einem niedrigeren Lohn als dem Gleichgewichtslohn zu arbeiten

Der Gleichgewichtslohn für die Arbeiter niedriger Produktivität lautet $w_l^* = u_l$, so dass diese Arbeiter **indifferent** sind zwischen Arbeiten und Nicht-Arbeiten

Der Gleichgewichtslohn für die Arbeiter hoher Produktivität lautet $w_h^* = u_l + (x_h - x_l) > u_h$, so dass diese Arbeiter eine **positive Rente** erzielen

Die Firmen sind indifferent, welche Arbeiter sie einstellen, da die Lohndifferenz der Differenz der Produktivitäten entspricht

Beachte: Es besteht in beiden Märkten **Markträumung** (für hohe und für niedrige Produktivität)!

Zusammenfassung

Im Gleichgewicht sind alle $\lambda\, n$ Arbeiter hoher Produktivität und $m - \lambda\, n$ Arbeiter niedriger Produktivität beschäftigt

$n - m$ Arbeiter mit niedriger Produktivität sind **(freiwillig) arbeitslos**

- Diese Arbeiter wären nicht bereit, zu einem niedrigeren Lohn als dem Gleichgewichtslohn zu arbeiten

Der Gleichgewichtslohn für die Arbeiter niedriger Produktivität lautet $w_l^* = u_l$, so dass diese Arbeiter **indifferent** sind zwischen Arbeiten und Nicht-Arbeiten

Der Gleichgewichtslohn für die Arbeiter hoher Produktivität lautet $w_h^* = u_l + (x_h - x_l) > u_h$, so dass diese Arbeiter eine **positive Rente** erzielen

Die Firmen sind indifferent, welche Arbeiter sie einstellen, da die Lohndifferenz der Differenz der Produktivitäten entspricht

Beachte: Es besteht in beiden Märkten **Markträumung** (für hohe und für niedrige Produktivität)!

Gleichgewicht bei unvollständiger Information

Annahme: Die Arbeiter kennen ihre eigene Produktivität, die Firmen können die Produktivität x_i der Arbeiter hingegen **nicht** beobachten

- Sie kennen jedoch die Parameter des Modells $(x_l, x_h, u_l, u_h, \lambda)$

Folge: Im Gleichgewicht können die Löhne nicht von der Produktivität der Arbeit abhängen $\rightarrow$ einheitlicher Lohn w

Arbeiter mit niedriger Produktivität könnten sich ansonsten als Arbeiter mit hoher Qualität ausgeben

Gleichgewicht bei unvollständiger Information

- Firmen bilden in Abhängigkeit von w rationale Erwartungen $x^e(w)$ über die Produktivität der Arbeiter
- Ein Arbeiter der Produktivität x_i bietet Arbeit an, wenn $w \geq u_i$
- Das **Gesamtangebot** beträgt also:

$$\begin{array}{rll} 0, & \text{wenn} & w < u_l \\ (1-\lambda)\, n, & \text{wenn} & u_l < w < u_h \\ n, & \text{wenn} & w > u_h \end{array}$$

- Für $w = u_l$ bzw. $w = u_h$ ist die Gruppe mit dem entsprechenden Reservationslohn gerade indifferent zwischen Arbeiten und Arbeitslosigkeit

Gleichgewicht bei unvollständiger Information

- Firmen bilden in Abhängigkeit von w rationale Erwartungen $x^e(w)$ über die Produktivität der Arbeiter
- Ein Arbeiter der Produktivität x_i bietet Arbeit an, wenn $w \geq u_i$
- Das **Gesamtangebot** beträgt also:

$$\begin{array}{rll} 0, & \text{wenn} & w < u_l \\ (1-\lambda)\,n, & \text{wenn} & u_l < w < u_h \\ n, & \text{wenn} & w > u_h \end{array}$$

- Für $w = u_l$ bzw. $w = u_h$ ist die Gruppe mit dem entsprechenden Reservationslohn gerade indifferent zwischen Arbeiten und Arbeitslosigkeit

Gleichgewicht bei unvollständiger Information

- Damit die Erwartungen **konsistent** sind (Bayes'sches Gleichgewicht), muss $x^e(w)$ der Durchschnittsproduktivität entsprechen
- Die Durchschnittsproduktivität des Arbeitsangebots beträgt:

$$\begin{array}{rll} \text{nicht definiert}, & \text{wenn} & w < u_l \\ x_l, & \text{wenn} & u_l < w < u_h \\ \lambda\, x_h + (1-\lambda)\, x_l, & \text{wenn} & w > u_h \end{array}$$

- Bei $w = u_l$ bzw. $w = u_h$ hängt die Durchschnittsproduktivität davon ab, wie viele tatsächlich arbeiten

Gleichgewicht bei endogenem Lohn

Annahme: Wenn es beim gewinnmaximierenden Lohn mehr Bewerber gibt als Stellen, wählen die Firmen die Bewerber zufällig aus

- **Gewinnmaximierung** der Firmen:

$$\max_{w} \quad x^e(w) - w \quad \text{s. t.} \quad w \geq u_l$$

- Den Lohn, der sich aus dieser Optimierung ergibt, bezeichnet man als **Effizienzlohn** (**efficiency wage**)

Gleichgewicht bei endogenem Lohn

Annahme: Wenn es beim gewinnmaximierenden Lohn mehr Bewerber gibt als Stellen, wählen die Firmen die Bewerber zufällig aus

- **Gewinnmaximierung** der Firmen:

$$\max_{w} \quad x^e(w) - w \quad \text{s. t.} \quad w \geq u_l$$

- Den Lohn, der sich aus dieser Optimierung ergibt, bezeichnet man als **Effizienzlohn (efficiency wage)**
- Die **erwartete Produktivität** entspricht (so wie oben)
  - x_l, wenn $u_l \leq w < u_h$ und mindestens ein Arbeiter beschäftigt wird
  - $\lambda x_h + (1 - \lambda) x_l$, wenn $w \geq u_h$ und alle Arbeiter mit hoher Produktivität sich bewerben

Gleichgewicht bei endogenem Lohn

Annahme: Wenn es beim gewinnmaximierenden Lohn mehr Bewerber gibt als Stellen, wählen die Firmen die Bewerber zufällig aus

- **Gewinnmaximierung** der Firmen:

$$\max_{w} \quad x^e(w) - w \quad \text{s. t.} \quad w \geq u_l$$

- Den Lohn, der sich aus dieser Optimierung ergibt, bezeichnet man als **Effizienzlohn** (**efficiency wage**)
- Die **erwartete Produktivität** entspricht (so wie oben)
    - x_l, wenn $u_l \leq w < u_h$ und mindestens ein Arbeiter beschäftigt wird
    - $\lambda x_h + (1 - \lambda) x_l$, wenn $w \geq u_h$ und alle Arbeiter mit hoher Produktivität sich bewerben

Gleichgewicht bei unvollständiger Information

Es gibt zwei Möglichkeiten:

1. Wenn der Lohn relativ gering gesetzt wird, bewerben sich nur die Arbeiter mit niedriger Produktivität (**adverse Selektion**)
2. Wenn der Lohn relativ hoch gewählt wird, bewerben sich alle Arbeiter

In beiden Fällen gibt es mehr Bewerber als Stellen → die Firmen werden den jeweiligen **Reservationslohn** setzen: u_l bzw. u_h

- Gewinn bei $w = u_l$: $x_l - u_l$
- Gewinn bei $w = u_h$: $\lambda x_h + (1 - \lambda) x_l - u_h$

Gleichgewicht bei unvollständiger Information

Die Firmen wählen $w^* = u_l$, wenn gilt:

$$
\begin{aligned}
x_l - u_l &\geq \lambda\, x_h + (1-\lambda)\, x_l - u_h \\
\Leftrightarrow u_h - u_l &\geq \lambda\,(x_h - x_l) \\
\Leftrightarrow \lambda &\leq \frac{u_h - u_l}{x_h - x_l} = \lambda^* < 1
\end{aligned}
$$

In diesem Fall erhält man also dasselbe Ergebnis, wie wenn die Firmen sich als **Preisnehmer** verhalten

Der Arbeitsmarkt ist **geräumt**:

- Die Arbeiter mit niedriger Produktivität sind indifferent, ob sie arbeiten oder nicht
- Die Arbeiter mit hoher Produktivität sind beim gegebenen Lohn nicht bereit zu arbeiten

Gleichgewicht bei unvollständiger Information

Die Firmen wählen $w^* = u_l$, wenn gilt:

$$\begin{aligned} x_l - u_l &\geq \lambda\, x_h + (1-\lambda)\, x_l - u_h \\ \Leftrightarrow u_h - u_l &\geq \lambda\,(x_h - x_l) \\ \Leftrightarrow \lambda &\leq \frac{u_h - u_l}{x_h - x_l} = \lambda^* < 1 \end{aligned}$$

In diesem Fall erhält man also dasselbe Ergebnis, wie wenn die Firmen sich als **Preisnehmer** verhalten

Der Arbeitsmarkt ist **geräumt**:

- Die Arbeiter mit niedriger Produktivität sind indifferent, ob sie arbeiten oder nicht
- Die Arbeiter mit hoher Produktivität sind beim gegebenen Lohn nicht bereit zu arbeiten

Gleichgewicht bei unvollständiger Information

Aber: Wenn $\lambda > \lambda^*$, wählen die Firmen den Lohn $w^* = u_h$

- Bei diesem Lohn beträgt das Arbeitsangebot n, die Arbeitsnachfrage aber nur m
  $\rightarrow$ Jeder Arbeiter erhält mit Wahrscheinlichkeit m/n eine Stelle, $n - m$ Arbeiter sind arbeitslos (wie oben)

Gleichgewicht bei unvollständiger Information

Aber: Wenn $\lambda > \lambda^*$, wählen die Firmen den Lohn $w^* = u_h$

- Bei diesem Lohn beträgt das Arbeitsangebot n, die Arbeitsnachfrage aber nur m
  $\rightarrow$ Jeder Arbeiter erhält mit Wahrscheinlichkeit m/n eine Stelle, $n - m$ Arbeiter sind arbeitslos (wie oben)
- Unterschied zu oben: Ein Teil der arbeitslosen Arbeiter ist **unfreiwillig arbeitslos**: Die arbeitslosen Arbeiter mit niedriger Qualität wären bereit, zu einem niedrigeren Lohn als u_h zu arbeiten, sofern der Lohn mindestens u_l beträgt

Gleichgewicht bei unvollständiger Information

Aber: Wenn $\lambda > \lambda^*$, wählen die Firmen den Lohn $w^* = u_h$

- Bei diesem Lohn beträgt das Arbeitsangebot n, die Arbeitsnachfrage aber nur m
  $\rightarrow$ Jeder Arbeiter erhält mit Wahrscheinlichkeit m/n eine Stelle, $n - m$ Arbeiter sind arbeitslos (wie oben)
- Unterschied zu oben: Ein Teil der arbeitslosen Arbeiter ist **unfreiwillig arbeitslos**: Die arbeitslosen Arbeiter mit niedriger Qualität wären bereit, zu einem niedrigeren Lohn als u_h zu arbeiten, sofern der Lohn mindestens u_l beträgt

Gleichgewicht bei unvollständiger Information

Der Arbeitsmarkt ist hier also **nicht geräumt**, es besteht ein **Überschussangebot** und damit eine **Rationierung**

Dies stellt jedoch trotzdem ein **Gleichgewicht** dar, da keine Firma bereit ist, den Lohn zu senken

Grund: Bei einer Lohnsenkung unter u_h verschlechtert sich die durchschnittliche Produktivität der Arbeiter auf x_l (**adverse Selektion**)

Zentrales Argument: Der von einer Firma gesetzte Lohnsatz beeinflusst nicht nur die Menge des Arbeitsangebots, sondern auch die Qualität

Bei einer Senkung des Lohnes findet eine **adverse Selektion** statt

Gleichgewicht bei unvollständiger Information

Der Arbeitsmarkt ist hier also **nicht geräumt**, es besteht ein **Überschussangebot** und damit eine **Rationierung**

Dies stellt jedoch trotzdem ein **Gleichgewicht** dar, da keine Firma bereit ist, den Lohn zu senken

Grund: Bei einer Lohnsenkung unter u_h verschlechtert sich die durchschnittliche Produktivität der Arbeiter auf x_l (**adverse Selektion**)

Zentrales Argument: Der von einer Firma gesetzte Lohnsatz beeinflusst nicht nur die Menge des Arbeitsangebots, sondern auch die Qualität

Bei einer Senkung des Lohnes findet eine **adverse Selektion** statt

Gleichgewicht bei unvollständiger Information

Wenn λ hoch genug ist, lohnt es sich für die Firmen nicht, den Lohn zu senken, obwohl keine Markträumung besteht

Intuition: Je höher λ, desto stärker verringert sich die Durchschnittsproduktivität bei einem Senken des Lohnes

Das kritische λ^* hängt...

1. **positiv** von $u_h - u_l$ ab:

Gleichgewicht bei unvollständiger Information

Wenn λ hoch genug ist, lohnt es sich für die Firmen nicht, den Lohn zu senken, obwohl keine Markträumung besteht

Intuition: Je höher λ, desto stärker verringert sich die Durchschnittsproduktivität bei einem Senken des Lohnes

Das kritische λ^* hängt...

1. **positiv** von $u_h - u_l$ ab: Je grösser die Differenz der Reservationslöhne, desto höher muss der Anteil der Arbeiter mit hoher Produktivität sein, damit es sich lohnt, den hohen Lohn (u_h) zu bezahlen
2. **negativ** von $x_h - x_l$ ab:

Gleichgewicht bei unvollständiger Information

Wenn λ hoch genug ist, lohnt es sich für die Firmen nicht, den Lohn zu senken, obwohl keine Markträumung besteht

Intuition: Je höher λ, desto stärker verringert sich die Durchschnittsproduktivität bei einem Senken des Lohnes

Das kritische λ^* hängt...

1. **positiv** von $u_h - u_l$ ab: Je grösser die Differenz der Reservationslöhne, desto höher muss der Anteil der Arbeiter mit hoher Produktivität sein, damit es sich lohnt, den hohen Lohn (u_h) zu bezahlen
2. **negativ** von $x_h - x_l$ ab: Je grösser die Differenz der Produktivitäten, desto eher lohnt es sich bereits bei einem relativ geringen Anteil der produktiveren Arbeiter, den hohen Lohn zu bezahlen

Gleichgewicht bei unvollständiger Information

Wenn λ hoch genug ist, lohnt es sich für die Firmen nicht, den Lohn zu senken, obwohl keine Markträumung besteht

Intuition: Je höher λ, desto stärker verringert sich die Durchschnittsproduktivität bei einem Senken des Lohnes

Das kritische λ^* hängt...

1. **positiv** von $u_h - u_l$ ab: Je grösser die Differenz der Reservationslöhne, desto höher muss der Anteil der Arbeiter mit hoher Produktivität sein, damit es sich lohnt, den hohen Lohn (u_h) zu bezahlen
2. **negativ** von $x_h - x_l$ ab: Je grösser die Differenz der Produktivitäten, desto eher lohnt es sich bereits bei einem relativ geringen Anteil der produktiveren Arbeiter, den hohen Lohn zu bezahlen

Zusammenfassung

- Bei **asymmetrischer Information** über die Produktivität von Arbeitern kann es aus Sicht der Firmen optimal sein, einen relativ hohen, **nicht-markträumenden** Lohn (**Effizienzlohn**) zu setzen
- Grund: Der Lohn bestimmt nicht nur die angebotene Menge an Arbeit, sondern auch die durchschnittliche Produktivität (Problem der **adversen Selektion**)
- Eine Senkung des Lohn in Richtung des markträumenden Lohns findet nicht statt, wenn die damit einhergehende Verschlechterung der Durchschnittsproduktivität so gross ist, dass sie den Effekt der Lohnsenkung auf den Gewinn überkompensiert
- Folge: Es gibt **unfreiwillige Arbeitslosigkeit**, d. h., es gibt Arbeiter, die bereit wären, zu einem niedrigeren Lohn zu arbeiten

Moralisches Risiko

Bislang: Produktivitätsunterschiede waren **exogen**

Jetzt: Arbeiter unterscheiden sich nicht in ihrer Produktivität, aber: Arbeiter können ihr **Anstrengungsniveau** wählen

Bei Unbeobachtbarkeit der Anstrengungswahl besteht ein Problem des **moralischen Risikos** (**moral hazard**)

Frage: Kann es auch hier zu **Rationierung** kommen?

Annahmen des Modells

- m Firmen, die maximal einen Arbeiter einstellen möchten
- $n > m$ identische Arbeiter
- Firmen zahlen einen Lohn von w
- Arbeiter können ihr Anstrengungsniveau wählen
- Bei einer Anstrengung von $e \in \{e_l, e_h\}$ entstehen ihnen Kosten von e
- Der produzierte Output beträgt x_h, falls $e = e_h$, und x_l, falls $e = e_l$

Annahmen des Modells

- Nutzen eines beschäftigten Arbeiters: $w - e$, $e \in \{e_l, e_h\}$
- Nutzen bei Arbeitslosigkeit: 0
- Gewinn einer Firma: $x - w$, $x \in \{x_l, x_h\}$
- Zusätzlich soll gelten: $x_h - e_h > x_l - e_l > 0$

Annahmen des Modells

- Nutzen eines beschäftigten Arbeiters: $w - e$, $e \in \{e_l, e_h\}$
- Nutzen bei Arbeitslosigkeit: 0
- Gewinn einer Firma: $x - w$, $x \in \{x_l, x_h\}$
- Zusätzlich soll gelten: $x_h - e_h > x_l - e_l > 0$
  - $x - e$ entspricht dem Wohlfahrtsgewinn aus der Beschäftigung
  - Dieser ist höher, wenn der Arbeiter das hohe Anstrengungsniveau wählt
    $\rightarrow$ Aus Wohlfahrtssicht sollten alle Arbeiter das hohe Anstrengungsniveau wählen

Annahmen des Modells

- Nutzen eines beschäftigten Arbeiters: $w - e$, $e \in \{e_l, e_h\}$
- Nutzen bei Arbeitslosigkeit: 0
- Gewinn einer Firma: $x - w$, $x \in \{x_l, x_h\}$
- Zusätzlich soll gelten: $x_h - e_h > x_l - e_l > 0$
  - $x - e$ entspricht dem Wohlfahrtsgewinn aus der Beschäftigung
  - Dieser ist höher, wenn der Arbeiter das hohe Anstrengungsniveau wählt
    $\rightarrow$ Aus Wohlfahrtssicht sollten alle Arbeiter das hohe Anstrengungsniveau wählen

Gleichgewicht bei vollständiger Information

Annahme: Die Firmen können das Anstrengungsniveau der Arbeiter beobachten, d. h., die Löhne können vom Anstrengungsniveau abhängen

Frage: Welches Anstrengungsniveau maximiert den Gewinn der Firmen?

Beobachtung: Da es mehr Arbeiter als Firmen gibt, werden die Firmen für das **gewinnmaximierende Anstrengungsniveau** den Reservationslohn setzen: e_l bzw. e_h

- $e = e_l$: Gewinn beträgt $x_l - w(e_l) = x_l - e_l$
- $e = e_h$: Gewinn beträgt $x_h - w(e_h) = x_h - e_h$

Gleichgewicht bei vollständiger Information

Annahme: Die Firmen können das Anstrengungsniveau der Arbeiter beobachten, d. h., die Löhne können vom Anstrengungsniveau abhängen

Frage: Welches Anstrengungsniveau maximiert den Gewinn der Firmen?

Beobachtung: Da es mehr Arbeiter als Firmen gibt, werden die Firmen für das **gewinnmaximierende Anstrengungsniveau** den Reservationslohn setzen: e_l bzw. e_h

- $e = e_l$: Gewinn beträgt $x_l - w(e_l) = x_l - e_l$
- $e = e_h$: Gewinn beträgt $x_h - w(e_h) = x_h - e_h$

Folge: Das hohe Anstrengungsniveau maximiert den Firmengewinn, da $x_h - e_h > x_l - e_l \rightarrow w(e_h) = e_h$

Gleichgewicht bei vollständiger Information

Annahme: Die Firmen können das Anstrengungsniveau der Arbeiter beobachten, d. h., die Löhne können vom Anstrengungsniveau abhängen

Frage: Welches Anstrengungsniveau maximiert den Gewinn der Firmen?

Beobachtung: Da es mehr Arbeiter als Firmen gibt, werden die Firmen für das **gewinnmaximierende Anstrengungsniveau** den Reservationslohn setzen: e_l bzw. e_h

- $e = e_l$: Gewinn beträgt $x_l - w(e_l) = x_l - e_l$
- $e = e_h$: Gewinn beträgt $x_h - w(e_h) = x_h - e_h$

Folge: Das hohe Anstrengungsniveau maximiert den Firmengewinn, da $x_h - e_h > x_l - e_l \rightarrow w(e_h) = e_h$

Frage: Wie hoch werden die Firmen $w(e_l)$ setzen?

- Lohn muss so niedrig gesetzt werden, dass die Arbeiter einen Anreiz haben, das hohe Anstrengungsniveau zu wählen
- Bedingung: $w_h - e_h > w_l - e_l \Leftrightarrow w_l < e_l$
- Der Lohn könnte also beispielsweise einfach gleich 0 gesetzt werden

Ergebnis:

- Alle Arbeiter, die eingestellt werden, wählen das hohe Anstrengungsniveau
- Der Lohn für das im Gleichgewicht gewählte Anstrengungsniveau entspricht gerade dem Anstrengungsniveau
- Alle Arbeiter sind indifferent zwischen Arbeiten und Arbeitslosigkeit $\rightarrow$ **Markträumung**

Frage: Wie hoch werden die Firmen $w(e_l)$ setzen?

- Lohn muss so niedrig gesetzt werden, dass die Arbeiter einen Anreiz haben, das hohe Anstrengungsniveau zu wählen
- Bedingung: $w_h - e_h > w_l - e_l \Leftrightarrow w_l < e_l$
- Der Lohn könnte also beispielsweise einfach gleich 0 gesetzt werden

Ergebnis:

- Alle Arbeiter, die eingestellt werden, wählen das hohe Anstrengungsniveau
- Der Lohn für das im Gleichgewicht gewählte Anstrengungsniveau entspricht gerade dem Anstrengungsniveau
- Alle Arbeiter sind indifferent zwischen Arbeiten und Arbeitslosigkeit $\rightarrow$ **Markträumung**

Gleichgewicht bei unvollständiger Information

Annahme: Das Anstrengungsniveau der Arbeiter und der produzierte Output können von Aussenstehenden nicht beobachtet werden.

- Folge: Es können keine Verträge geschrieben werden, bei denen der Lohn vom Anstrengungsniveau oder vom Output abhängt, da diese Variablen von keinem Gericht verifiziert werden können

Gleichgewicht bei unvollständiger Information

Annahme: Das Anstrengungsniveau der Arbeiter und der produzierte Output können von Aussenstehenden nicht beobachtet werden.

- Folge: Es können keine Verträge geschrieben werden, bei denen der Lohn vom Anstrengungsniveau oder vom Output abhängt, da diese Variablen von keinem Gericht verifiziert werden können

Folge: Der Lohn kann nicht vom gewählten Anstrengungsniveau abhängen

Problem: Für jeden gegebenen Lohn hat der Arbeiter den Anreiz, das niedrige Anstrengungsniveau zu wählen

Frage: Wie kann der Arbeiter dazu gebracht werden, das hohe Anstrengungsniveau zu wählen?

Gleichgewicht bei unvollständiger Information

Annahme: Das Anstrengungsniveau der Arbeiter und der produzierte Output können von Aussenstehenden nicht beobachtet werden.

- Folge: Es können keine Verträge geschrieben werden, bei denen der Lohn vom Anstrengungsniveau oder vom Output abhängt, da diese Variablen von keinem Gericht verifiziert werden können

Folge: Der Lohn kann nicht vom gewählten Anstrengungsniveau abhängen

Problem: Für jeden gegebenen Lohn hat der Arbeiter den Anreiz, das niedrige Anstrengungsniveau zu wählen

Frage: Wie kann der Arbeiter dazu gebracht werden, das hohe Anstrengungsniveau zu wählen?

Gleichgewicht bei unvollständiger Information

Annahmen:

- Firmen und Arbeiter stehen in einer langfristigen Beziehung: $t = 0, 1, 2, \ldots$
- Firmen entlassen einen Arbeiter, der in der Vorperiode den niedrigen Output produziert hat
- Ein einmal entlassener Arbeiter bleibt in allen Folgeperioden arbeitslos
- Die Arbeiter diskontieren die Zukunft mit dem Faktor $0 < \delta < 1$

Frage: Unter welcher Bedingung ist die Drohung einer Entlassung hinreichend, um die Arbeiter dazu zu bewegen, das hohe Anstrengungsniveau zu wählen?

Gleichgewicht bei unvollständiger Information

Gegenwartswert des zukünftigen Nutzens eines Arbeiters, der in jeder Periode das hohe Anstrengungsniveau wählt:

$$\begin{aligned} &(w - e_h) + \delta (w - e_h) + \delta^2 (w - e_h) + \dots \\ &= \sum_{t=0}^{\infty} \delta^t (w - e_h) \\ &= \frac{w - e_h}{1 - \delta} \end{aligned}$$

Gegenwartswert des zukünftigen Nutzens eines Arbeiters, der in der betrachteten Periode das niedrige Anstrengungsniveau wählt:

$$\begin{aligned} &(w - e_l) + 0 + 0 + \dots \\ &= w - e_l \end{aligned}$$

Gleichgewicht bei unvollständiger Information

Gegenwartswert des zukünftigen Nutzens eines Arbeiters, der in jeder Periode das hohe Anstrengungsniveau wählt:

$$\begin{aligned}
&(w - e_h) + \delta (w - e_h) + \delta^2 (w - e_h) + \ldots \\
&= \sum_{t=0}^{\infty} \delta^t (w - e_h) \\
&= \frac{w - e_h}{1 - \delta}
\end{aligned}$$

Gegenwartswert des zukünftigen Nutzens eines Arbeiters, der in der betrachteten Periode das niedrige Anstrengungsniveau wählt:

$$\begin{aligned}
&(w - e_l) + 0 + 0 + \ldots \\
&= w - e_l
\end{aligned}$$

Gleichgewicht bei unvollständiger Information

Der Arbeiter wählt in allen Perioden e_h, wenn gilt:

$$\frac{w - e_h}{1 - \delta} \geq (w - e_l)$$

$$\Leftrightarrow w \geq w^{crit} = \frac{e_h - e_l\,(1 - \delta)}{\delta} = \frac{e_h - e_l}{\delta} + e_l > e_h$$

Beobachtungen:

- Damit der Arbeiter in allen Perioden e_h wählt, muss ein Lohn gezahlt werden, der **strikt grösser** ist als der Lohn bei vollständiger Information
- Der kritische Lohn **fällt** in δ:

Gleichgewicht bei unvollständiger Information

Der Arbeiter wählt in allen Perioden e_h, wenn gilt:

$$\frac{w - e_h}{1-\delta} \geq (w - e_l)$$

$$\Leftrightarrow w \geq w^{crit} = \frac{e_h - e_l\,(1-\delta)}{\delta} = \frac{e_h - e_l}{\delta} + e_l > e_h$$

Beobachtungen:

- Damit der Arbeiter in allen Perioden e_h wählt, muss ein Lohn gezahlt werden, der **strikt grösser** ist als der Lohn bei vollständiger Information
- Der kritische Lohn **fällt** in δ: Je grösser δ, desto wichtiger sind dem Arbeiter die zukünftigen Einkommen und desto leichter kann man ihn durch zusätzliche Lohnzahlungen dazu bringen, das hohe Anstrengungsniveau zu wählen
- Der kritische Lohn **steigt** in der Differenz $e_h - e_l$:

Gleichgewicht bei unvollständiger Information

Der Arbeiter wählt in allen Perioden e_h, wenn gilt:

$$\frac{w - e_h}{1 - \delta} \geq (w - e_l)$$

$$\Leftrightarrow w \geq w^{crit} = \frac{e_h - e_l\,(1 - \delta)}{\delta} = \frac{e_h - e_l}{\delta} + e_l > e_h$$

Beobachtungen:

- Damit der Arbeiter in allen Perioden e_h wählt, muss ein Lohn gezahlt werden, der **strikt grösser** ist als der Lohn bei vollständiger Information
- Der kritische Lohn **fällt** in δ: Je grösser δ, desto wichtiger sind dem Arbeiter die zukünftigen Einkommen und desto leichter kann man ihn durch zusätzliche Lohnzahlungen dazu bringen, das hohe Anstrengungsniveau zu wählen
- Der kritische Lohn **steigt** in der Differenz $e_h - e_l$: Je grösser die zusätzliche Anstrengung, desto höher muss der Lohn sein, um dem Arbeiter einen Anreiz zu geben, hart zu arbeiten

Gleichgewicht bei unvollständiger Information

Der Arbeiter wählt in allen Perioden e_h, wenn gilt:

$$\frac{w - e_h}{1 - \delta} \geq (w - e_l)$$

$$\Leftrightarrow w \geq w^{crit} = \frac{e_h - e_l\,(1 - \delta)}{\delta} = \frac{e_h - e_l}{\delta} + e_l > e_h$$

Beobachtungen:

- Damit der Arbeiter in allen Perioden e_h wählt, muss ein Lohn gezahlt werden, der **strikt grösser** ist als der Lohn bei vollständiger Information
- Der kritische Lohn **fällt** in δ: Je grösser δ, desto wichtiger sind dem Arbeiter die zukünftigen Einkommen und desto leichter kann man ihn durch zusätzliche Lohnzahlungen dazu bringen, das hohe Anstrengungsniveau zu wählen
- Der kritische Lohn **steigt** in der Differenz $e_h - e_l$: Je grösser die zusätzliche Anstrengung, desto höher muss der Lohn sein, um dem Arbeiter einen Anreiz zu geben, hart zu arbeiten

Gleichgewicht bei unvollständiger Information

Erwartete Produktivität in Abhängigkeit vom Lohn:

$$x^e(w) = x_l, \quad \text{wenn} \quad e_l \leq w < w^{crit}$$
$$x^e(w) = x_h, \quad \text{wenn} \quad w \geq w^{crit}$$

Gewinnmaximierung der Firmen:

$$\max_w \quad x^e(w) - w \quad \text{s. t.} \quad w \geq e_l$$

Gleichgewicht bei unvollständiger Information

Erwartete Produktivität in Abhängigkeit vom Lohn:

$$x^e(w) = x_l, \quad \text{wenn} \quad e_l \leq w < w^{crit}$$
$$x^e(w) = x_h, \quad \text{wenn} \quad w \geq w^{crit}$$

Gewinnmaximierung der Firmen:

$$\max_w \quad x^e(w) - w \quad \text{s. t.} \quad w \geq e_l$$

Der gewinnmaximierende Lohn beträgt entweder e_l oder $w^{crit} = \frac{e_h - e_l(1-\delta)}{\delta} > e_h$ (warum?)

Gleichgewicht bei unvollständiger Information

Erwartete Produktivität in Abhängigkeit vom Lohn:

$$x^e(w) = x_l, \quad \text{wenn} \quad e_l \leq w < w^{crit}$$
$$x^e(w) = x_h, \quad \text{wenn} \quad w \geq w^{crit}$$

Gewinnmaximierung der Firmen:

$$\max_w \quad x^e(w) - w \quad \text{s. t.} \quad w \geq e_l$$

Der gewinnmaximierende Lohn beträgt entweder e_l oder $w^{crit} = \frac{e_h - e_l(1-\delta)}{\delta} > e_h$ (warum?)

Beträgt der Lohn e_l, so besteht **Markträumung**, da alle Arbeiter indifferent zwischen Arbeiten und Arbeitslosigkeit sind, **keine** unfreiwillige Arbeitslosigkeit

Gleichgewicht bei unvollständiger Information

Erwartete Produktivität in Abhängigkeit vom Lohn:

$$x^e(w) = x_l, \quad \text{wenn} \quad e_l \leq w < w^{crit}$$
$$x^e(w) = x_h, \quad \text{wenn} \quad w \geq w^{crit}$$

Gewinnmaximierung der Firmen:

$$\max_w \quad x^e(w) - w \quad \text{s. t.} \quad w \geq e_l$$

Der gewinnmaximierende Lohn beträgt entweder e_l oder $w^{crit} = \frac{e_h - e_l\,(1-\delta)}{\delta} > e_h$ (warum?)

Beträgt der Lohn e_l, so besteht **Markträumung**, da alle Arbeiter indifferent zwischen Arbeiten und Arbeitslosigkeit sind, **keine** unfreiwillige Arbeitslosigkeit

Gleichgewicht bei unvollständiger Information

Frage: Unter welcher Bedingung lohnt es sich für die Firmen, den **hohen** Lohn zu zahlen?

$$x_h - \frac{e_h - e_l\,(1-\delta)}{\delta} > x_l - e_l$$
$$\Leftrightarrow w^{crit} < e_l + (x_h - x_l)$$
$$\Leftrightarrow \delta > \frac{e_h - e_l}{x_h - x_l} = \delta^*, \quad \text{wobei} \quad \delta^* < 1$$

Wenn δ hoch genug ist, lohnt es sich für die Firmen, den hohen Lohn (**Effizienzlohn**) zu zahlen

Beachte: In diesem Fall besteht **keine Markträumung**, da die beschäftigten Arbeiter eine positive Rente erzielen
$\rightarrow$ **Unfreiwillige Arbeitslosigkeit**

Gleichgewicht bei unvollständiger Information

Frage: Unter welcher Bedingung lohnt es sich für die Firmen, den **hohen** Lohn zu zahlen?

$$x_h - \frac{e_h - e_l\,(1-\delta)}{\delta} > x_l - e_l$$
$$\Leftrightarrow w^{crit} < e_l + (x_h - x_l)$$
$$\Leftrightarrow \delta > \frac{e_h - e_l}{x_h - x_l} = \delta^*, \quad \text{wobei} \quad \delta^* < 1$$

Wenn δ hoch genug ist, lohnt es sich für die Firmen, den hohen Lohn (**Effizienzlohn**) zu zahlen

Beachte: In diesem Fall besteht **keine Markträumung**, da die beschäftigten Arbeiter eine positive Rente erzielen
$\rightarrow$ **Unfreiwillige Arbeitslosigkeit**

Gleichgewicht bei unvollständiger Information

Interpretation der Bedingung:

- Ein hohes δ senkt den kritischen Lohn w^{crit} und erleichtert damit die Implementierung des hohen Anstrengungsniveaus
- Ein hohes $e_h - e_l$ erhöht den kritischen Lohn w^{crit} und erschwert damit die Implementierung des hohen Anstrengungsniveaus
- Bei einer hohen Differenz $x_h - x_l$ lohnt es sich selbst bei einem hohen w^{crit}, den hohen Lohn zu zahlen; dies erleichtert die Implementierung des hohen Anstrengungsniveaus

Gleichgewicht bei unvollständiger Information

Ergebnis: Auch bei **Unbeobachtbarkeit des Anstrengungsniveaus** kann das hohe Anstrengungsniveau (und damit die **First-best-Lösung**) im Falle einer **wiederholten Beziehung** implementiert werden, wenn. . .

- die zukünftigen Löhne für die Arbeiter hinreichend wichtig sind,
- die Differenz der Anstrengungsniveaus nicht zu hoch ist und
- der Unterschied in den Produktivitäten hinreichend gross ist

Aber: Hierbei entsteht **unfreiwillige Arbeitslosigkeit**

Zusammenfassung

- Asymmetrische Information in Arbeitsmärkten kann dazu führen, dass **unfreiwillige Arbeitslosigkeit** entsteht, d. h., dass der Arbeitsmarkt **nicht geräumt** ist
- Grund: Unter bestimmten Bedingungen lohnt es sich für die Unternehmen, einen Lohn (**Effizienzlohn**) zu setzen, der **höher** ist als der markträumende Lohn
- Zwei Fälle:
    1. Höherer Lohn verhindert **adverse Selektion**
    2. Höherer Lohn erhöht den Anreiz der Arbeiter, sich anzustrengen (Problem des **moralischen Risikos**)
- Bei asymmetrischer Informationsverteilung kann man also nicht mehr von Markträumung ausgehen, **Rationierung** kann auftreten

Ausbildung als Signal

Jetzt: Rückkehr zum Modell mit **exogenen Produktivitätsunterschieden**

Ergebnis war dort:

- Im Gleichgewicht mit **vollständiger** Information erzielen die Arbeiter mit hoher Produktivität eine positive Rente
- Im Gleichgewicht mit **unvollständiger** Information erzielen die Arbeiter mit hoher Produktivität eine Rente von Null
- Grund: Unternehmen können nicht zwischen Arbeitern hoher und niedriger Produktivität unterscheiden

Signalisieren (**signaling**)

Folge: Arbeiter mit hoher Produktivität haben einen Anreiz, den Unternehmen durch bestimmte Signale ihre Fähigkeiten mitzuteilen $\rightarrow$ **Signaling**

Problem: Arbeiter mit niedriger Produktivität haben den Anreiz, die Arbeiter mit hoher Produktivität zu **imitieren**

Daher wird ein Signal nur dann **glaubwürdig** sein, wenn die weniger produktiven Arbeiter keinen Anreiz haben, dasselbe Signal zu senden

Da die Arbeiter selbst entscheiden, ob sie das Signal senden oder nicht und hierdurch ihre Produktivität offenbaren, spricht man von **Sortieren durch Selbstselektion**

Zentrale Voraussetzung: Sendung des Signals muss für die produktiveren Arbeiter leichter (billiger) sein als für die weniger produktiven Arbeiter

Ausbildung als Signal

Signal bei **Spence (1973)**: Ausbildungsentscheidung

Idee: Wenn den produktiveren Arbeitern bei der Ausbildung geringere Kosten entstehen als den weniger produktiven, dann kann die Ausbildungsentscheidung als **Sortiermechanismus** verwendet werden

Unternehmen sind bereit, den besser ausgebildeten Arbeitern einen höheren Lohn zu zahlen, weil sie wissen, dass sich die Ausbildung nur für die produktiveren Arbeiter lohnt

Beachte: Die Ausbildung hat hier **keinen** Einfluss auf die Produktivität (exogen), sie dient lediglich als **Sortiermechanismus**!

Ausbildung als Signal

Signal bei **Spence (1973)**: Ausbildungsentscheidung

Idee: Wenn den produktiveren Arbeitern bei der Ausbildung geringere Kosten entstehen als den weniger produktiven, dann kann die Ausbildungsentscheidung als **Sortiermechanismus** verwendet werden

Unternehmen sind bereit, den besser ausgebildeten Arbeitern einen höheren Lohn zu zahlen, weil sie wissen, dass sich die Ausbildung nur für die produktiveren Arbeiter lohnt

Beachte: Die Ausbildung hat hier **keinen** Einfluss auf die Produktivität (exogen), sie dient lediglich als **Sortiermechanismus**!

Annahmen des Modells

- n Arbeiter, die sich hinsichtlich ihrer **Produktivität** unterscheiden:
  - Anteil λ der Arbeiter hat eine hohe Produktivität x_h, wobei $0 < \lambda < 1$
  - Anteil $1 - \lambda$ der Arbeiter hat eine niedrige Produktivität x_l, wobei $0 < x_l < x_h$
- Alle Arbeiter haben einen **Reservationslohn** von $u_h = u_l = 0$
  - Hier wird also vom Problem adverser Selektion abstrahiert
- $m \geq 2$ Unternehmen, die beliebig viele Arbeiter einstellen möchten
- Unternehmen zahlen einen Lohn von w

Annahmen des Modells

- n Arbeiter, die sich hinsichtlich ihrer **Produktivität** unterscheiden:
  - Anteil λ der Arbeiter hat eine hohe Produktivität x_h, wobei $0 < \lambda < 1$
  - Anteil $1 - \lambda$ der Arbeiter hat eine niedrige Produktivität x_l, wobei $0 < x_l < x_h$
- Alle Arbeiter haben einen **Reservationslohn** von $u_h = u_l = 0$
  - Hier wird also vom Problem adverser Selektion abstrahiert
- $m \geq 2$ Unternehmen, die beliebig viele Arbeiter einstellen möchten
- Unternehmen zahlen einen Lohn von w

Annahmen des Modells

Zeitliche Abfolge:

1. Unternehmen bieten Lohnkontrakte an
2. Arbeiter wählen aus, bei welchem Unternehmen sie arbeiten wollen

Bei dieser Modellierung des Wettbewerbs wird bereits bei nur zwei Firmen das Ergebnis erreicht, das man bei vollständigem Wettbewerb erreichen würde (vergl. **Bertrand-Wettbewerb**) → Unternehmen erzielen **Nullgewinne**

Annahmen des Modells

Zeitliche Abfolge:

1. Unternehmen bieten Lohnkontrakte an
2. Arbeiter wählen aus, bei welchem Unternehmen sie arbeiten wollen

Bei dieser Modellierung des Wettbewerbs wird bereits bei nur zwei Firmen das Ergebnis erreicht, das man bei vollständigem Wettbewerb erreichen würde (vergl. **Bertrand-Wettbewerb**) → Unternehmen erzielen **Nullgewinne**

Annahmen des Modells

Arbeiter mit Produktivität x_i erzielt einen Nutzen von...

- w, falls er eingestellt wird
- $u_i = 0$, falls er nicht eingestellt wird
- Folge: Ein Arbeiter will bei jedem positiven Lohn arbeiten

Unternehmen erzielen einen Gewinn von...

- $x_i - w$, wenn sie einen Arbeiter mit Produktivität x_i einstellen
- 0, wenn sie keinen Arbeiter einstellen
- Folge: Ein Unternehmen will nur dann einen Arbeiter einstellen, wenn $w \leq x_i$ (bzw. x^e)

Annahmen des Modells

Arbeiter mit Produktivität x_i erzielt einen Nutzen von...

- w, falls er eingestellt wird
- $u_i = 0$, falls er nicht eingestellt wird
- Folge: Ein Arbeiter will bei jedem positiven Lohn arbeiten

Unternehmen erzielen einen Gewinn von...

- $x_i - w$, wenn sie einen Arbeiter mit Produktivität x_i einstellen
- 0, wenn sie keinen Arbeiter einstellen
- Folge: Ein Unternehmen will nur dann einen Arbeiter einstellen, wenn $w \leq x_i$ (bzw. x^e)

Gleichgewicht bei vollständiger Information

Annahme: Die Unternehmen können die Produktivität x_i der Arbeiter beobachten

Unternehmen überbieten sich gegenseitig, um die Arbeiter zu bekommen

Folge: Die Löhne entsprechen den Produktivitäten: $w(x_h) = x_h$ und $w(x_l) = x_l$

Im Gleichgewicht werden alle Arbeiter eingestellt, und die Unternehmen erzielen Nullgewinne

GG bei unvollständiger Information ohne Signaling

Annahme: Die Arbeiter kennen ihre eigene Produktivität, die Firmen können die Produktivität x_i der Arbeiter hingegen **nicht** beobachten

Folge: Im Gleichgewicht können die Löhne **nicht** von der Produktivität der Arbeit abhängen $\rightarrow$ einheitlicher Lohn w

Firmen bilden rationale Erwartungen $x^e(w)$ über die Produktivität der Arbeiter: $x^e(w) = \bar{x} = \lambda\, x_h + (1 - \lambda)\, x_l$ für alle $w > 0$

- Da die Reservationslöhne hier für beide Typen identisch sind, bieten bei jedem strikt positiven Lohn alle n Arbeiter Arbeit an

GG bei unvollständiger Information ohne Signaling

Annahme: Die Arbeiter kennen ihre eigene Produktivität, die Firmen können die Produktivität x_i der Arbeiter hingegen **nicht** beobachten

Folge: Im Gleichgewicht können die Löhne **nicht** von der Produktivität der Arbeit abhängen $\rightarrow$ einheitlicher Lohn w

Firmen bilden rationale Erwartungen $x^e(w)$ über die Produktivität der Arbeiter: $x^e(w) = \bar{x} = \lambda\, x_h + (1-\lambda)\, x_l$ für alle $w > 0$

- Da die Reservationslöhne hier für beide Typen identisch sind, bieten bei jedem strikt positiven Lohn alle n Arbeiter Arbeit an

GG bei unvollständiger Information ohne Signaling

Ergebnis: Im Gleichgewicht werden alle n Arbeiter zu einem einheitlichen Lohn $w = \bar{x} = \lambda\, x_h + (1 - \lambda)\, x_l$ eingestellt, die Unternehmen erzielen im Erwartungswert Nullgewinne

Beachte: Aufgrund des einheitlichen Reservationslohns findet **keine adverse Selektion** statt!

Die Arbeiter mit hoher Produktivität verlieren relativ zur Situation mit vollständiger Information, die Arbeiter mit niedriger Produktivität gewinnen (Wohlfahrt identisch)

Frage: Was können die Arbeiter mit hoher Produktivität tun, um ihre Produktivität zu "**signalisieren**"?

Zusätzliche Annahmen des Modells mit Signaling

Arbeiter können vor Aufnahme ihrer Beschäftigung eine Ausbildung durchführen (dies ist beobachtbar)

Zur Erreichung eines Ausbildungsniveaus y entstehen einer Person mit Produktivität x_i **Kosten** in Höhe von $c_i\, y$

Die Ausbildung hat **keinerlei** Einfluss auf die Produktivität des Arbeiters

- Extreme Annahme, um zu zeigen, dass eine Ausbildung selbst dann sinnvoll sein kann, wenn sie keinen Produktivitätseffekt hat
- Grund: Sie kann als **Sortiermechanismus** dienen
- Beispiele: Lernen von Latein, Schach, ...

Zusätzliche Annahmen des Modells mit Signaling

Arbeiter können vor Aufnahme ihrer Beschäftigung eine Ausbildung durchführen (dies ist beobachtbar)

Zur Erreichung eines Ausbildungsniveaus y entstehen einer Person mit Produktivität x_i **Kosten** in Höhe von $c_i\,y$

Die Ausbildung hat **keinerlei** Einfluss auf die Produktivität des Arbeiters

- Extreme Annahme, um zu zeigen, dass eine Ausbildung selbst dann sinnvoll sein kann, wenn sie keinen Produktivitätseffekt hat
- Grund: Sie kann als **Sortiermechanismus** dienen
- Beispiele: Lernen von Latein, Schach, ...

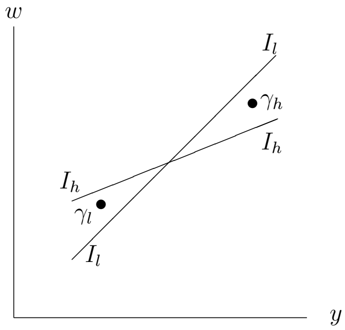
Zusätzliche Annahmen des Modells mit Signaling

Zentrale Annahme: $c_h < c_l$

- Produktivere Arbeiter müssen zum Erreichen eines bestimmten Ausbildungsniveaus geringere Kosten aufwenden als weniger produktive
- Beispiel: Produktivere Arbeiter können ein gegebenes Ausbildungsniveau in kürzerer Zeit erreichen
- Diese Bedingung ist die **zentrale Voraussetzung** für die Möglichkeit des **Sortierens**!

Nutzen eines Arbeiters mit Produktivität x_i und Ausbildung y:
$U_i(w, y) = w - c_i\, y$

Indifferenzkurven



Indifferenzkurven bei unterschiedlicher Produktivität

- Es gilt: $w = U_i + c_i\, y$
- Folge: **Indifferenzkurven** sind Geraden mit einer Steigung c_i
- Das Nutzenniveau entspricht dem Achsenabschnitt, d. h., höhere Kurven entsprechen einem höheren Nutzen

Indifferenzkurven

Zentrale Eigenschaften der Indifferenzkurven:

- Indifferenzkurve der produktiveren Arbeiter ist weniger steil als die der weniger produktiven Arbeiter
- Interpretation: Ein produktiverer Arbeiter ist bereits bei einer relativ geringen Lohnsteigerung bereit, in Ausbildung zu investieren
- Oder: Ein produktiverer Arbeiter ist bereit, für eine gegebene Lohnsteigerung mehr in Ausbildung zu investieren als ein weniger produktiver Arbeiter

Folge: Die Indifferenzkurven produktiverer und weniger produktiver Arbeiter schneiden sich höchstens einmal
→ Sog. **Single-crossing property**

Kontrakte

Firmen können nun Kontrakte $\gamma(w, y)$ anbieten: Ein Arbeiter mit Ausbildungsniveau y erhält einen Lohn w

Zwei Arten von Kontrakten:

1. **Misch-Kontrakt**: Beide Typen von Arbeitern erhalten denselben Vertrag
2. **Trenn-Kontrakt**: Die beiden Typen erhalten unterschiedliche Verträge γ_h und γ_l

Anreizverträglichkeit

Damit ein Trenn-Kontrakt zu einem Sortieren der beiden Typen durch **Selbstselektion** führt, muss gewährleistet sein, dass jeder Typ den Anreiz hat, den ihm zugedachten Vertrag auch tatsächlich zu wählen $\rightarrow$ Vertrag muss **anreizverträglich** (**incentive compatible** sein

Ein Kontrakt**paar** (γ_h, γ_l) ist **anreizverträglich**, wenn gilt:

$$\begin{aligned} U_h(\gamma_h) &\geq U_h(\gamma_l) \quad \textbf{und} \\ U_l(\gamma_l) &\geq U_l(\gamma_h) \end{aligned}$$

Beachte: Ein Misch-Kontrakt ist **immer** anreizverträglich, da $\gamma_h = \gamma_l$

Anreizverträglichkeit

Beispiel (Abbildung Seite 216):

- Das abgebildete Kontraktpaar (γ_h, γ_l) ist anreizverträglich, weil...

$$U_h(\gamma_h) > U_h(\gamma_l) \quad \underline{\text{und}}$$
$$U_l(\gamma_l) > U_l(\gamma_h)$$

Wenn $c_h = c_l$ wäre, könnte man solche Kontraktpaare nicht finden

Anreizverträglichkeit

Beispiel (Abbildung Seite 216):

- Das abgebildete Kontraktpaar (γ_h, γ_l) ist anreizverträglich, weil...

$$U_h(\gamma_h) > U_h(\gamma_l) \quad \underline{\text{und}}$$
$$U_l(\gamma_l) > U_l(\gamma_h)$$

Wenn $c_h = c_l$ wäre, könnte man solche Kontraktpaare nicht finden

Wenn es bei einem Trenn-Kontrakt zum **Sortieren durch Selbstselektion** kommt, wird hierdurch die Produktivität der Arbeiter offenbart $\rightarrow$ **Ausbildung als Produktivitätssignal**

Anreizverträglichkeit

Beispiel (Abbildung Seite 216):

- Das abgebildete Kontraktpaar (γ_h, γ_l) ist anreizverträglich, weil. . .

$$U_h(\gamma_h) > U_h(\gamma_l) \quad \underline{\text{und}}$$
$$U_l(\gamma_l) > U_l(\gamma_h)$$

Wenn $c_h = c_l$ wäre, könnte man solche Kontraktpaare nicht finden

Wenn es bei einem Trenn-Kontrakt zum **Sortieren durch Selbstselektion** kommt, wird hierdurch die Produktivität der Arbeiter offenbart → **Ausbildung als Produktivitätssignal**

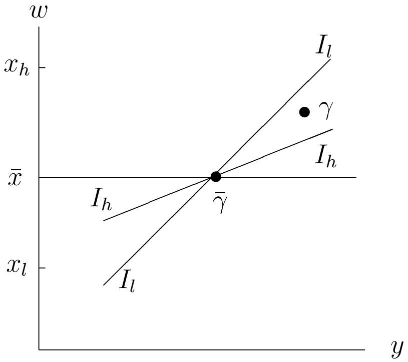
Gleichgewicht bei unvollständiger Information mit Signaling

Ein Gleichgewicht muss die folgenden Bedingungen erfüllen:

1. (γ_h^*, γ_l^*) muss **anreizverträglich** sein
2. Jedes Unternehmen erzielt **Nullgewinne**
3. Es gibt keinen Kontrakt γ, durch den ein einzelnes Unternehmen einen positiven Gewinn erzielen könnte

Gleichgewicht bei unvollständiger Information mit Signaling

Misch-Kontrakt



Ein Mischkontrakt $\bar{\gamma}$

Frage: Kann der Misch-Kontrakt $\bar{\gamma}$ ein Gleichgewicht sein?

Gleichgewicht bei unvollständiger Information mit Signaling

Überprüfe die drei Bedingungen:

1. Ein Misch-Kontrakt ist immer anreizverträglich.
2. Die Nullgewinnbedingung erfordert:
   $w = x^e = \bar{x} = \lambda\, x_h + (1 - \lambda)\, x_l$
   $\rightarrow$ Lohnsatz entspricht der Durchschnittsproduktivität
3. Aber: Durch das Angebot des Vertrags γ (s. Abbildung Seite 222) würde ein Unternehmen einen strikt positiven Gewinn erzielen
   - Alle Arbeiter mit niedriger Produktivität wählen $\bar{\gamma}$
   - Alle Arbeiter mit hoher Produktivität wählen γ
   - Da $w < x_h$, wird das Unternehmen einen strikt positiven Gewinn erzielen

Ergebnis: Ein **Misch-Kontrakt** kann **nie** ein Gleichgewicht sein.

Gleichgewicht bei unvollständiger Information mit Signaling

Folge: Wenn ein Gleichgewicht existiert, dann ist es ein **Trenn-Kontrakt**

Frage: Kann ein Trenn-Kontrakt (γ_h, γ_l) ein Gleichgewicht sein?

Bedingung 2 und 3 erfordern, dass sowohl γ_h als auch γ_l zu Nullgewinnen führen:

- Folge: $w_h^* = x_h$ und $w_l^* = x_l \rightarrow$ Nullgewinne
- Wäre der Lohn für einen Typ kleiner als die Produktivität, könnte ein Unternehmen diesem Typ einen besseren Vertrag anbieten und positive Gewinne machen

Gleichgewicht bei unvollständiger Information mit Signaling

Folge: Wenn ein Gleichgewicht existiert, dann ist es ein **Trenn-Kontrakt**

Frage: Kann ein Trenn-Kontrakt (γ_h, γ_l) ein Gleichgewicht sein?

Bedingung 2 und 3 erfordern, dass sowohl γ_h als auch γ_l zu Nullgewinnen führen:

- Folge: $w_h^* = x_h$ und $w_l^* = x_l \rightarrow$ Nullgewinne
- Wäre der Lohn für einen Typ kleiner als die Produktivität, könnte ein Unternehmen diesem Typ einen besseren Vertrag anbieten und positive Gewinne machen

Gleichgewicht bei unvollständiger Information mit Signaling

Die Ausbildung ist für die Arbeiter teuer, daher wird die Ausbildung im Gleichgewicht **so niedrig wie möglich** sein

- Der Vertrag für die weniger produktiven Arbeiter wird daher gar keine Ausbildung ($y_l^* = 0$) vorsehen
- Grund: Ansonsten könnte ein Unternehmen diesen Arbeitern einen Vertrag anbieten, der keine Ausbildung vorsieht, aber einen etwas geringeren Lohn bietet
- Beispiel: Vertrag $\gamma_l = (x_l, y_l)$ mit $y_l > 0$ wird verdrängt durch Vertrag $\gamma_l' = (w_l', 0)$, sofern $w_l' > x_l - c_l\, y_l$, also z. B. $w_l' = x_l - 0,5\, c_l\, y_l$
- Bei diesem Vertrag würde das Unternehmen positive Gewinne erzielen, da $w_l' < x_l$

Ergebnis: $y_l^* = 0$

Gleichgewicht bei unvollständiger Information mit Signaling

Die Ausbildung ist für die Arbeiter teuer, daher wird die Ausbildung im Gleichgewicht **so niedrig wie möglich** sein

- Der Vertrag für die weniger produktiven Arbeiter wird daher gar keine Ausbildung ($y_l^* = 0$) vorsehen
- Grund: Ansonsten könnte ein Unternehmen diesen Arbeitern einen Vertrag anbieten, der keine Ausbildung vorsieht, aber einen etwas geringeren Lohn bietet
- Beispiel: Vertrag $\gamma_l = (x_l, y_l)$ mit $y_l > 0$ wird verdrängt durch Vertrag $\gamma_l' = (w_l', 0)$, sofern $w_l' > x_l - c_l\, y_l$, also z. B. $w_l' = x_l - 0,5\, c_l\, y_l$
- Bei diesem Vertrag würde das Unternehmen positive Gewinne erzielen, da $w_l' < x_l$

Ergebnis: $y_l^* = 0$

Gleichgewicht bei unvollständiger Information mit Signaling

Da $w_h^* = x_h > w_l^* = x_l$, muss das Ausbildungserfordernis für die produktiveren Arbeiter so hoch sein, dass die weniger produktiven Arbeiter keinen Anreiz haben, die produktiven Arbeiter zu imitieren (**Anreizverträglichkeit**):

- Es muss gelten: $x_l \geq x_h - c_l\, y_h^* \Leftrightarrow x_h - x_l \leq c_l\, y_h^* \Leftrightarrow y_h^* \geq \frac{x_h - x_l}{c_l}$
- Aus dem gleichen Grund wie oben muss die Ausbildungserfordernis minimal sein, d. h. in diesem Fall gerade so gross, dass sie die Anreizverträglichkeitsbedingung erfüllt
- Ansonsten könnte ein Unternehmen den produktiveren Arbeitern einen Vertrag anbieten, der eine geringere Ausbildung vorsieht, aber einen etwas geringeren Lohn bietet, und könnte so positive Gewinne erzielen

Ergebnis: $y_h^* = \frac{x_h - x_l}{c_l}$

Gleichgewicht bei unvollständiger Information mit Signaling

Beachte: Die produktiveren Arbeiter haben nie den Anreiz, die weniger produktiven Arbeiter zu imitieren:

$$
\begin{aligned}
& w_h^* - c_h\, y_h^* > w_l^* \\
& \Leftrightarrow x_h - c_h\, y_h^* > x_l \\
& \Leftrightarrow x_h - x_l > c_h\, y_h^* \\
& \Leftrightarrow c_l\, y_h^* > c_h\, y_h^* \\
& \Leftrightarrow c_l > c_h
\end{aligned}
$$

Ergebnis: Der **Trenn-Kontrakt** lautet:

$$\gamma_h^* = \left(x_h, \frac{x_h - x_l}{c_l}\right), \quad \gamma_l^* = (x_l, 0)$$

Gleichgewicht bei unvollständiger Information mit Signaling

Beachte: Die produktiveren Arbeiter haben nie den Anreiz, die weniger produktiven Arbeiter zu imitieren:

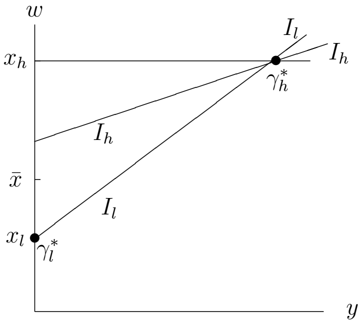
$$\begin{aligned} & w_h^* - c_h\, y_h^* > w_l^* \\ & \Leftrightarrow x_h - c_h\, y_h^* > x_l \\ & \Leftrightarrow x_h - x_l > c_h\, y_h^* \\ & \Leftrightarrow c_l\, y_h^* > c_h\, y_h^* \\ & \Leftrightarrow c_l > c_h \end{aligned}$$

Ergebnis: Der **Trenn-Kontrakt** lautet:

$$\gamma_h^* = \left(x_h, \frac{x_h - x_l}{c_l}\right), \quad \gamma_l^* = (x_l, 0)$$

Gleichgewicht bei unvollständiger Information mit Signaling

Trenn-Kontrakt



Gleichgewicht (γ_h^*, γ_l^*)

Überprüfe, dass (γ_h^*, γ_l^*) die Anreizverträglichkeit erfüllt!

Existenz des Gleichgewichts

Frage: Existiert ein solches Trenn-Gleichgewicht immer?

Antwort: Nein!

- Damit der gegebene Trenn-Kontrakt ein Gleichgewicht ist, muss zusätzlich gelten: $U_h(\gamma_h^*) \geq \bar{x}$ (in Abbildung Seite 228 erfüllt)
- Grund: Ansonsten könnte ein Unternehmen durch das Angebot eines Misch-Kontraktes positive Gewinne erzielen
- Dieser Vertrag wäre für die weniger produktiven Arbeiter attraktiv, da $\bar{x} > x_l$
- Der Vertrag wäre bei Verletzung der obigen Bedingung auch für die produktiveren Arbeiter attraktiv, da $\bar{x} > U_h(\gamma_h^*)$
- Sofern der Lohn minimal unter $\bar{x}$ liegt, würde das Unternehmen positive Gewinne machen

Existenz des Gleichgewichts

Frage: Existiert ein solches Trenn-Gleichgewicht immer?

Antwort: Nein!

- Damit der gegebene Trenn-Kontrakt ein Gleichgewicht ist, muss zusätzlich gelten: $U_h(\gamma_h^*) \geq \bar{x}$ (in Abbildung Seite 228 erfüllt)
- Grund: Ansonsten könnte ein Unternehmen durch das Angebot eines Misch-Kontraktes positive Gewinne erzielen
- Dieser Vertrag wäre für die weniger produktiven Arbeiter attraktiv, da $\bar{x} > x_l$
- Der Vertrag wäre bei Verletzung der obigen Bedingung auch für die produktiveren Arbeiter attraktiv, da $\bar{x} > U_h(\gamma_h^*)$
- Sofern der Lohn minimal unter $\bar{x}$ liegt, würde das Unternehmen positive Gewinne machen

Existenz des Gleichgewichts

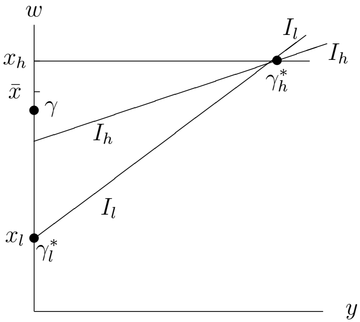
Folge: Ein Trenn-Gleichgewicht existiert nur dann, wenn

$$
\begin{aligned}
& U_h(\gamma_h^*) \geq \bar{x} \\
& \Leftrightarrow x_h - c_h\, y_h^* \geq \bar{x} \\
& \Leftrightarrow x_h - \frac{c_h\,(x_h - x_l)}{c_l} \geq \lambda\, x_h + (1-\lambda)\, x_l \\
& \Leftrightarrow \lambda \leq 1 - \frac{c_h}{c_l} < 1
\end{aligned}
$$

Also: Der Anteil der produktiveren Arbeiter darf nicht zu hoch sein

Ansonsten ist der Misch-Kontrakt so attraktiv, dass auch die produktiveren Arbeiter ihn dem Trenn-Kontrakt vorziehen

Existenz des Gleichgewichts



Nichtexistenz eines Gleichgewichts

Frage: Was passiert, wenn $U_h(\gamma_h^*) < \bar{x}$?

In diesem Fall existiert überhaupt **kein Gleichgewicht**

- Grund: Trenn-Kontrakt wird durch Misch-Kontrakt dominiert
- Aber: Misch-Kontrakt auch kein Gleichgewicht (siehe oben)

Existenz des Gleichgewichts

Was bedeutet das?

- Gleichgewichtskonzept muss modifiziert werden!

Beispiel: **Dynamische** Erweiterung

- Betrachte Abbildung Seite 222: Misch-Kontrakt würde langfristig zu Verlusten führen, weil die produktiveren Arbeiter den Vertrag nicht wählen
- Wenn der Misch-Kontrakt nicht mehr angeboten würde, würden auch die weniger produktiven Arbeiter Vertrag γ wählen, der dann für das Unternehmen zu Verlusten führt, da der Lohn höher ist als die Durchschnittsproduktivität
- Derartige Dynamiken können durch ein statisches Modell nicht erfasst werden

Alternative Modifikation: Zulassen **gemischter Strategien**

Wohlfahrt

Im Trenn-Gleichgewicht werden alle n Arbeiter beschäftigt (so wie bei vollständiger Information)

Aber: Die Ausbildungskosten in Höhe von $\lambda \, n \, c_h \frac{(x_h - x_l)}{c_l}$ stellen einen **Wohlfahrtsverlust** dar, da die Ausbildung nicht die Produktivität erhöht und lediglich der (für die Wohlfahrt nicht relevanten) Umverteilung dient

Wohlfahrt

Die weniger produktiven Arbeiter stellen sich schlechter als im Fall mit unvollständiger Information ohne Signaling (aber genau so gut wie bei vollständiger Information), da $w_l^* = x_l < \bar{x}$

Die produktiveren Arbeiter stellen sich besser als im Fall mit unvollständiger Information ohne Signaling, aber schlechter als bei vollständiger Information, da
$U_h(\bar{x}, 0) = \bar{x} \leq U_h(x_h, y_h^*) < U_h(x_h, 0) = x_h$

Die Unternehmen erzielen in jedem Fall Nullgewinne

Die Ausbildungskosten werden in vollem Umfang von den produktiveren Typen getragen

Diskussion

Ausbildung hat im Modell von Spence einen reinen **Signalisierungseffekt** und hat **keinen** Effekt auf die Produktivität

Alternative Sichtweise der Ausbildung: Theorie von **Gary Becker** (1964): Ausbildung als eine Investition in **Humankapital** zur Erhöhung der zukünftigen Produktivität

- Individuum verzichtet vorübergehend auf Lohn, um in Ausbildung zu investieren
- Nach der Ausbildung erzielt es aufgrund der höheren Produktivität höhere Löhne
- Ausbildung wird so gewählt, dass der Grenzertrag der Ausbildung den Grenzkosten der Ausbildung entspricht

Diskussion

Ausbildung hat im Modell von Spence einen reinen **Signalisierungseffekt** und hat **keinen** Effekt auf die Produktivität

Alternative Sichtweise der Ausbildung: Theorie von **Gary Becker** (1964): Ausbildung als eine Investition in **Humankapital** zur Erhöhung der zukünftigen Produktivität

- Individuum verzichtet vorübergehend auf Lohn, um in Ausbildung zu investieren
- Nach der Ausbildung erzielt es aufgrund der höheren Produktivität höhere Löhne
- Ausbildung wird so gewählt, dass der Grenzertrag der Ausbildung den Grenzkosten der Ausbildung entspricht

Beachte jedoch: Hauptergebnisse des Modells von Spence bleiben erhalten, wenn man es um Produktivitätseffekte der Ausbildung ergänzt!

Diskussion

Ausbildung hat im Modell von Spence einen reinen **Signalisierungseffekt** und hat **keinen** Effekt auf die Produktivität

Alternative Sichtweise der Ausbildung: Theorie von **Gary Becker** (1964): Ausbildung als eine Investition in **Humankapital** zur Erhöhung der zukünftigen Produktivität

- Individuum verzichtet vorübergehend auf Lohn, um in Ausbildung zu investieren
- Nach der Ausbildung erzielt es aufgrund der höheren Produktivität höhere Löhne
- Ausbildung wird so gewählt, dass der Grenzertrag der Ausbildung den Grenzkosten der Ausbildung entspricht

Beachte jedoch: Hauptergebnisse des Modells von Spence bleiben erhalten, wenn man es um Produktivitätseffekte der Ausbildung ergänzt!

Diskussion

- **Sortieren durch Selbstselektion** führt bei Spence zu einem **Effizienzverlust**
- Da die Ausbildungswahl als Signal verwendet werden kann, kommt es zu einer **Überinvestition in Bildung**
- Wirtschaftspolitische Implikation: Ausbildung sollte besteuert und nicht subventioniert werden!
  - Überinvestition in Ausbildung würde reduziert
  - Ungleichheit der Löhne würde reduziert
- Also: Besteuerung der Ausbildung wäre sowohl aus Effizienz-, als auch aus Verteilungsgesichtspunkten heraus wünschenswert!

Diskussion

- Wirtschaftspolitische Schlussfolgerung ist in dieser extremen Form natürlich nicht zulässig
- Modell vernachlässigt viele wichtige Aspekte, die dazu führen würden, dass zu wenig in Ausbildung investiert wird (z. B. positive **Externalitäten** der Ausbildung, **Finanzierungsrestriktionen** potentieller Studierender)
- Also: Modell erfasst nicht die gesamte Komplexität der Welt, weist aber auf eine interessante Funktion der Ausbildung hin, die zuvor vernachlässigt wurde

Diskussion

Empirische Evidenz:

- Es ist empirisch gut belegt, dass Ausbildung sich lohnt: Höhere Löhne, geringere Arbeitslosenquoten, Rendite der Ausbildung in Deutschland ca. 8%
- Das heisst aber nicht, dass die Ausbildung die Produktivität erhöht!
- Aber: Evidenz für positiven Zusammenhang zwischen Humankapital und Wirtschaftswachstum $\rightarrow$ Hinweis auf Produktivitätseffekte der Ausbildung

Evidenz für Signalisierungeffekte?

Diskussion

Beispiel für Signalisierungseffekte: Studieren/Promotion "wegen des Titels" (und nicht, um etwas zu lernen oder zu erforschen)

- Aus Wohlfahrtssicht ist so ein Verhalten schädlich
  $\rightarrow$ Personen sollten lieber arbeiten gehen
- Verhalten kann aber aus individueller Sicht rational sein, wenn man für den "Titel" einen höheren Lohn erhält
- "Titeleffekte" sind empirisch gut belegt
- Wenn die Ausbildung die Produktivität allmählich erhöhen würde, sollte man zum Zeitpunkt des Abschlusses keinen starken Anstieg der Löhne findet
- Tatsächlich zeigt sich aber, dass sich die Löhne z. B. während eines Studiums kaum erhöhen und erst nach dem Abschluss in die Höhe schnellen (sog. **Sheepskin-Effekt**)

Fazit

- Unvollständige Information über die Produktivität von Arbeitern führt dazu, dass die produktiveren Arbeiter einen Lohn erhalten, der geringer ist als ihre Produktivität
- Produktivere Arbeiter können sich ausbilden lassen, um so ihre Produktivität zu **signalisieren**
- Dies funktioniert nur dann, wenn die Ausbildung für die produktiveren Arbeiter weniger teuer ist (**single crossing**)

Fazit

- Unter bestimmten Bedingungen kommt ein **Trenn-Gleichgewicht** zustande, in dem die Arbeiter durch **Selbstselektion** ihren Typ offenbaren
- Die produktiveren Arbeiter stellen sich durch die Ausbildung besser, doch die Wohlfahrt fällt, weil eine **Überinvestition** in Ausbildung stattfindet
- Die **First-best-Lösung** kann **nicht** mehr erreicht werden

3.2. Arbeitsmärkte

**Fragen,
Kommentare,
Anregungen**

3. Informationsökonomik

Versicherungsmärkte

Idee: Wenn die Versicherungsnehmer **risikoavers** sind und die Versicherer **risikoneutral**, dann sind **Effizienzgewinne** durch Versicherung möglich

Problem: Versicherungsmärkte sind in grossem Masse durch **Informationsasymmetrien** gekennzeichnet

Probleme der **adversen Selektion** (und des **moralischen Risikos**) schränken die Funktionsfähigkeit der Versicherungsmärkte ein

Motivation

Informationsasymmetrien in Versicherungsmärkten:

- Versicherer können das Risiko des Versicherungsnehmers nicht beobachten (z. B. Gesundheitszustand bei Vertragsabschluss, Fahrstil eines Autofahrers) $\rightarrow$ **Adverse Selektion**
- Versicherungsnehmer ändern ihr Verhalten nach Vertragsabschluss, weil sie versichert sind (z. B. riskantere Fahrweise, sorgloserer Umgang mit Feuer im Haushalt) $\rightarrow$ **Moralisches Risiko**

Frage: Wie können diese Probleme asymmetrischer Information gelöst oder zumindest abgemildert werden?

Adverse Selektion

Zentrale Informationsannahme: Versicherungsnehmer kennen die Wahrscheinlichkeit, mit der bei ihnen ein Schaden eintritt

Versicherer können diese Wahrscheinlichkeit nicht beobachten und kennen nur die **Verteilung** der Wahrscheinlichkeiten in der Bevölkerung

Frage: Kann ein Versicherer die Versicherungsnehmer durch das Angebot verschiedener Verträge in verschiedene Gruppen einteilen, so dass im Gleichgewicht die private Information offenbart wird? → **Sortieren durch Selbstselektion**

Im Gegensatz zum Abschnitt "Ausbildung als Signal" (**Signalisieren**/**signaling**) wird hier die **uninformierte** Seite aktiv: Lösung des Problems der **adversen Selektion** durch **Sortieren** (**screening**)

Annahmen des Modells

- *n* **risikoaverse** Individuen (mit *n* gross)
- Jedes Individuum besitzt einen Vermögensgegenstand, der einem Schadensrisiko ausgesetzt ist
- Wert des Gegenstands:
  - ω_1, falls kein Schaden eintritt
  - $\omega_2 = \omega_1 - s < \omega_1$, falls ein Schaden eintritt

Annahmen des Modells

- Zwei Gruppen von Individuen, die sich nur hinsichtlich der Wahrscheinlichkeit p unterscheiden, mit der **kein** Schaden eintritt:
  - "**Sichere**" Typen (Typ h): $p = p_h$ (Anteil $0 < \lambda < 1$) (gute Risiken)
  - "**Riskante**" Typen (Typ l): $p = p_l$ (Anteil $1 - \lambda$) (schlechte Risiken)
  - Es gilt: $0 < p_l < p_h < 1$
- Schadenswahrscheinlichkeiten sind über die Individuen hinweg **unabhängig** verteilt
- Im Aggregat besteht daher keine Unsicherheit bezüglich des Auftretens von Schäden (**Gesetz der Grossen Zahlen**)

Annahmen des Modells

- Individuen maximieren ihren **Erwartungsnutzen**
- Erwartungsnutzen eines **unversicherten** Individuums:

$$U_i(\omega_1, \omega_2) = p_i \cdot u(\omega_1) + (1 - p_i) \cdot u(\omega_2)$$

- Mit Hilfe dieser Nutzenfunktionen kann man die Präferenzen von Individuen über **Lotterien** abbilden
- Annahmen bezüglich $u(\cdot)$ wie üblich:
  - $u'(\cdot) > 0$: Positiver Grenznutzen des Geldes
  - $u''(\cdot) < 0$ (Konkavität): Abnehmender Grenznutzen des Geldes, **Risikoaversion**
- Ein risikoaverses Individuum möchte die Auszahlungen über die verschiedenen Zustände der Welt **glätten**

Versicherung

- Viele Versicherer $\rightarrow$ Bertrand-Wettbewerb $\rightarrow$ Nullgewinne
- Versicherer bieten den folgenden Vertrag an:
  - Individuum zahlt eine Prämie $\pi > 0$
  - Individuum erhält eine Leistung $d > 0$, wenn ein Schaden eintritt
- Einkommen des Individuums bei Abschluss eines Versicherungsvertrags $\gamma(w_1, w_2)$:
  - $w_1 = \omega_1 - \pi$, falls kein Schaden eintritt
  - $w_2 = \omega_1 - s - \pi + d$, falls ein Schaden eintritt, wobei gelten muss $d > \pi$
- Idee des Versicherungsvertrags: Transfer von Einkommen zwischen den beiden Zuständen führt zu einer **Glättung des Einkommens** und damit zu einer Erhöhung des Erwartungsnutzens eines risikoaversen Individuums

Erwartungsnutzen des Individuums

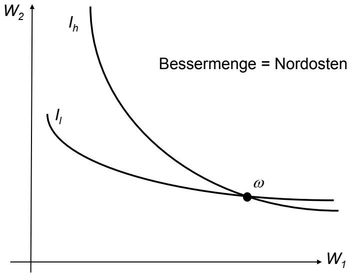
- Erwartungsnutzen eines versicherten Individuums mit Versicherungsvertrag $\gamma(w_1, w_2)$:

$$U_i(w_1, w_2) = p_i \cdot u(w_1) + (1 - p_i) \cdot u(w_2)$$

- Frage: Wie sehen die **Indifferenzkurven** des Individuums aus?
- Berechne die Steigung der Indifferenzkurven (sog. **Grenzrate der Substitution**) über das **Totale Differential** $\rightarrow$ Betrachte alle Punkte, bei denen die Veränderung des Nutzens gleich 0 ist:

$$\delta U_i(w_1, w_2) = p_i \cdot u'(w_1)\delta w_1 + (1 - p_i) \cdot u'(w_2)\delta w_2 = 0$$
$$\Leftrightarrow \frac{\delta w_2}{\delta w_1} = -\frac{p_i \cdot u'(w_1)}{(1 - p_i) \cdot u'(w_2)} < 0$$

Indifferenzkurven



- Sichere Typen haben überall eine **steilere** Indifferenzkurve → **Single-crossing-Eigenschaft** (bereits bekannt)
- Interpretation: Ein sicherer Typ ist bereit, für eine Einheit zusätzlichen Einkommens im Zustand 2 auf **weniger** Einkommen im Zustand 1 zu verzichten als ein riskanter Typ, da Zustand 2 bei dem sicheren Typen seltener auftritt

Gewinn des Versicherers

- Erwarteter Gewinn des Versicherers aus einem Vertrag $\gamma(w_1, w_2)$ mit einem Individuum der Risikoklasse i:

$$\begin{aligned}\Pi_i(\gamma) &= \pi_i - (1 - p_i)\, d \\ &= p_i \cdot (\omega_1 - w_1) + (1 - p_i) \cdot (\omega_2 - w_2)\end{aligned}$$

- Versicherer versichert eine grosse Anzahl von Individuen
- Folge: Gewinn der Versicherung ist (näherungsweise) keinen Schwankungen ausgesetzt: In jeder Risikoklasse erleidet gerade ein Anteil $(1 - p_i)$ einen Schaden (**Gesetz der Grossen Zahlen**)
- Ergebnis: Aufgrund der Risikostreuung verhält der Versicherer sich so, als ob er **risikoneutral** wäre, d. h., er betrachtet nur seinen **erwarteten Gewinn**

Isogewinnlinien der Versicherer

- **Isogewinnlinien** = Kombinationen von w_1 und w_2, die bei einem Versicherer zu demselben Gewinn führen:

$$p_i \cdot (\omega_1 - w_1) + (1 - p_i) \cdot (\omega_2 - w_2) = \bar{\Pi}$$

- Auflösen nach w_2 ergibt die Gleichung für die Isogewinnlinie bei einem Gewinn von $\bar{\Pi}$
- Steigung der Isogewinnlinie lässt sich einfacher über das **Totale Differential** bestimmen:

$$\delta \Pi_i = -p_i \cdot \delta w_1 - (1 - p_i) \cdot \delta w_2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{\delta w_2}{\delta w_1} = -\frac{p_i}{1 - p_i}$$

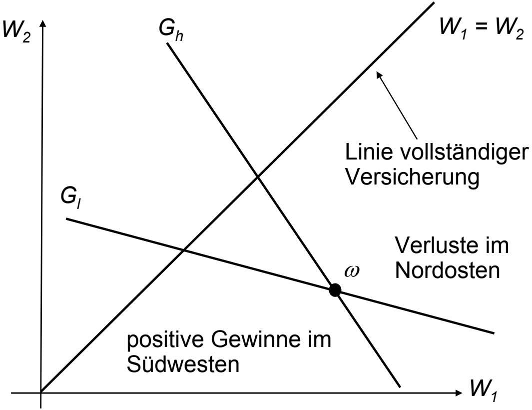
Isogewinnlinien der Versicherer

- Beobachtungen:
  1. Der Gewinn beträgt gerade Null, wenn gilt: $w_1 = \omega_1$ und $w_2 = \omega_2$ (keine Versicherung)
  2. Folge: Die Isogewinnlinie mit $\bar{\Pi} = 0$ läuft durch den Punkt (ω_1, ω_2)
  3. Die Isogewinnlinien des sicheren Typs sind **steiler** als die des riskanten Typs:

$$-\frac{p_h}{1-p_h} < -\frac{p_l}{1-p_l}$$
$$\Leftrightarrow p_h\,(1-p_l) > p_l\,(1-p_h)$$
$$\Leftrightarrow p_h > p_l$$

  4. Je höher w_1 oder w_2, desto geringer sind die Gewinne eines Versicherers

Isogewinnlinien der Versicherer



Im Falle eines Gleichgewichts mit **Sortieren** (**Trenn-Gleichgewicht**) müssen die Kontrakte auf den jeweiligen Nullgewinnlinien liegen (G_h bzw. G_l)

Gleichgewicht bei vollständiger Information

Annahme: Die Versicherer können den Typ der Individuen beobachten

Folge: Die Versicherer werden den verschiedenen Typen unterschiedliche Verträge γ_h und γ_l anbieten

Aufgrund des **Wettbewerbs** werden die Versicherer den Individuen den **besten** Vertrag anbieten, der gerade noch zu **Nullgewinnen** führt

Ansonsten könnte ein Versicherer durch ein attraktiveres Angebot einen positiven Gewinn erzielen

Gleichgewicht bei vollständiger Information

Formal: Die Versicherer maximieren (separat für jeden Typ) den Nutzen der Individuen unter der Nebenbedingung, dass die Versicherung auf den einzelnen Vertrag Nullgewinne erzielt (Index wird zur Vereinfachung weggelassen):

$$\max_{w_1, w_2} U(w_1, w_2) \quad \text{s. t.} \quad \Pi(w_1, w_2) = 0$$

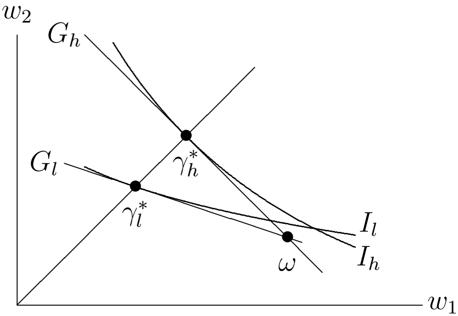
Gleichgewicht bei vollständiger Information

Graphisch: Vertrag $\gamma^*(w_1^*, w_2^*)$ entspricht dem **Tangentialpunkt** der Indifferenzkurve des entsprechenden Typs mit der entsprechenden Nullgewinnlinie

Optimalbedingung:
Steigung der Indifferenzkurve = Steigung der Isogewinnlinie

$$-\frac{p_i \cdot u'(w_1^*)}{(1-p_i)\cdot u'(w_2^*)} = -\frac{p_i}{1-p_i}$$
$$\Leftrightarrow u'(w_1^*) = u'(w_2^*)$$
$$\Leftrightarrow w_1^* = w_2^*$$

Gleichgewicht bei vollständiger Information



Ergebnis: Beide Typen werden im Gleichgewicht bei vollständiger Information **vollständig versichert** (Wohlfahrtsoptimum)

Gleichgewicht bei unvollständiger Information

- Annahme: Die Individuen kennen ihren eigenen Typ, aber der Versicherer kann den Typ **nicht** beobachten, er kennt nur die **Verteilung** der Typen in der Bevölkerung
- Die zuvor hergeleitete Lösung kann kein Gleichgewicht sein, da der riskante Typ den Anreiz hat, so zu tun, als sei er der sichere Typ $\rightarrow$ Vertrag γ_h^* ist **nicht anreizverträglich**
- Um ein **Sortieren durch Selbstselektion** zu erreichen, muss der Versicherer **anreizverträgliche** Kontrakte anbieten
- Da die Indifferenzkurven der beiden Typen die **Single-crossing-Eigenschaft** besitzen, ist **Sortieren durch Selbstselektion** möglich

Gleichgewicht bei unvollständiger Information

Analyse ist ähnlich wie im Abschnitt "Ausbildung als Signal"

Ein Gleichgewicht muss also wieder die folgenden Bedingungen erfüllen:

1. (γ_h^*, γ_l^*) muss **anreizverträglich** sein
2. Jeder Versicherer erzielt **Nullgewinne**
3. Es gibt keinen Kontrakt γ, durch den ein einzelner Versicherer einen positiven Gewinn erzielen könnte

Gleichgewicht bei unvollständiger Information

Ebenso wie im Modell von Spence kann ein **Mischvertrag** mit $\gamma_h = \gamma_l$ **nie** ein Gleichgewicht sein

Grund: Ein einzelner Versicherer könnte einen Vertrag anbieten, durch den er nur die sicheren Typen anzieht, und so positive Gewinne erzielen (**Rosinenpicken**)

Folge: Wenn ein Gleichgewicht existiert, dann ist es ein **Trennkontrakt**

Frage: Kann ein Trennkontrakt (γ_h, γ_l) ein Gleichgewicht sein?

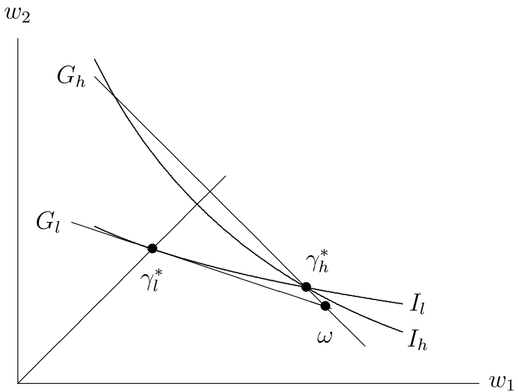
Gleichgewicht bei unvollständiger Information

Im Gleichgewicht werden die Versicherer versuchen, die Individuen möglichst stark zu versichern, sofern dies nicht zu einer Verletzung der Anreizverträglichkeitsbedingungen führt

Folge:

- Die **riskanten** Typen werden **vollständig** versichert ($w_{1l}^* = w_{2l}^*$) und erhalten denselben Vertrag γ_l^* wie bei vollständiger Information
- Grund: Die sicheren Typen haben keinen Anreiz, die riskanten Typen zu imitieren
- Bei den **sicheren** Typen ist hingegen **keine vollständige** Versicherung möglich: $w_{1h}^* > w_{2h}^*$
- Grund: Die riskanten Typen haben einen Anreiz, die sicheren Typen zu imitieren $\Rightarrow$ Anreizverträglichkeitsbedingung der riskanten Typen **bindet** im Gleichgewicht

Gleichgewicht bei unvollständiger Information



Ergebnis: Nur die **riskanten** Typen werden vollständig versichert, die Anreizverträglichkeitsbedingung der riskanten Typen bindet, Versicherer machen auf jeden Vertrag Nullgewinne

Gleichgewicht bei unvollständiger Information

Im Gleichgewicht bei **unvollständiger** Information stellen sich die **riskanten** Typen genau so gut wie bei **vollständiger** Information, die **sicheren** Typen stellen sich hingegen schlechter, da sie nicht vollständig versichert werden

Sichere Typen wählen eine niedrigere Versicherung (Selbstbeteiligung), um sich von den riskanten Typen zu unterscheiden

Beachte: Aus der **unvollständigen Versicherung** der sicheren Typen ergibt sich ein **Wohlfahrtsverlust** relativ zum Fall mit vollständiger Information

Gleichgewicht bei unvollständiger Information

Frage: Unter welcher Bedingung existiert ein solches Trenngleichgewicht?

- Ein Trenngleichgewicht existiert nur dann, wenn ein einzelner Versicherer durch das Angebot eines Mischvertrages keinen Gewinn erzielen kann
- Siehe Abbildung: Betrachte die Fläche zwischen den Linien I_h und G_h
    - Jeder Mischvertrag innerhalb dieser Fläche würde von beiden Typen vorgezogen
    - Ein solcher Vertrag würde beim Versicherer für die riskanten Typen zu Verlusten führen, für die sicheren Typen hingegen zu Gewinnen

Gleichgewicht bei unvollständiger Information

- Folge: Wenn λ (der Anteil der sicheren Typen) **hoch genug** ist, kann das Angebot eines solchen Vertrags für einen einzelnen Versicherer profitabel sein $\Rightarrow$ Trenngleichgewicht wird zerstört
- Ergebnis: Ein Trenngleichgewicht existiert nur, wenn der Anteil der sicheren Typen λ **hinreichend klein** ist
- Andernfalls existiert überhaupt **kein** Gleichgewicht

Fazit

- **Sortieren durch Selbstselektion**
- Im Falle unvollständiger Information der **sichere** Typ **nicht vollständig** versichert werden, weil sonst die **Anreizverträglichkeitsbedingung** des riskanten Typen verletzt ist
- Der riskante Typ stellt sich hier genau so gut wie im Fall vollständiger Information
- Der sichere Typ stellt sich hingegen schlechter
- Auch hier entsteht aufgrund der unvollständigen Information ein **Wohlfahrtsverlust**, der in diesem Fall von den sicheren Typen (nicht von den Versicherern) getragen wird

Fazit

- Ein **Trenngleichgewicht** kommt im Modell von Rothschild und Stiglitz nur dann zustande, wenn der Anteil der sicheren Typen **nicht zu hoch** ist
- Ein **Mischgleichgewicht** kommt **nie** zustande
- Gleichgewicht sieht ähnlich aus wie im Signaling-Modell von Spence

3.3. Versicherungsmärkte

Fragen,
Kommentare,
Anregungen

Literaturübersicht

Basisliteratur

- Bester: "Informationsökonomie", siehe `StudIP.de`
  - Gütermärkte mit unvollständiger Qualitätsinformation, S. 13–16
  - Garantien, S. 17–18
  - Arbeitsmärkte, S. 23–26
  - Ausbildung als Signal, S. 26–32
  - Versicherungsmärkte, S. 34–44
- Holler, Illing: "Einführung in die Spieltheorie", 7. Aufl., Springer 2009
- Wiese: "Entscheidungs- und Spieltheorie", Springer 2002

Literaturübersicht
wissenschaftliche Artikel

- Akerlof, George (1970): "The Market for 'Lemons': Quality Uncertainty and the Market Mechanism", Quarterly Journal of Economics, 84(3), 488–500
- Rothschild, M., und Joseph E. Stiglitz (1976): "Equilibrium in Competitive Insurance Markets: An Essay on the Economics of Imperfect Information", Quarterly Journal of Economics, 90, 629–650
- Shapiro, Carl, und Joseph Stiglitz (1984): "Equilibrium Unemployment as a Worker Discipline Device", American Economic Review, 74, 433–444