GEORG-AUGUST-UNIVERSITÄT
GÖTTINGEN

Fakultät für
Physik

Ausbreitung und Eindämmung von Epidemien: Entwicklung eines XLAB- Kurses für die Gymnasiale Oberstufe

The Spread of Epidemics and their Containment: Developing an XLAB- Course for Upper Secondary Students (ISCED 34)

Masterarbeit
„Master of Education“ Lehramt an Gymnasien
an der Georg-August-Universität Göttingen

angefertigt von

Viola Schössow

aus Celle

am Institut für Theoretische Physik

vorgelegt am: 12. Oktober 2021

Erstgutachterin: Prof. Dr. Annette Zippelius

Zweitgutachter: Prof. Dr. Reiner Kree

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung

Am 27. Januar 2020 haben das Coronavirus SARS-CoV-2 und die damit einhergehende Atemwegserkrankung Covid-19 aus China Deutschland erreicht. Knappe zwei Wochen später erreichte das Virus weltweite Auswirkungen und es gab zahlreiche Erkrankungsfälle in vielen Ländern der Welt, unter anderem Deutschland und weiteren europäischen Ländern (Bundesministerium für Gesundheit, 2021). Einreisende aus Risikogebieten wurden als Vorsichtsmaßnahme isoliert, um ihr soziales Umfeld zu schützen. Neben der Quarantäne wurde verstärkt auf Kontaktverfolgung gesetzt, um die Infektionsketten rechtzeitig zu erkennen und zu unterbrechen, sowie eine zeitgleiche Vorbereitung des Gesundheitssystems auf einen bevorstehenden Ausbruch der Epidemie in Deutschland in Angriff genommen. Die Bevölkerung wurde aufgerufen, sich an die neue Hygieneetikette zu halten und private Kontakte zu reduzieren. „Je langsamer sich das Coronavirus ausbreitet, desto besser kann unser Gesundheitssystem damit umgehen. Je weniger Menschen sich gleichzeitig anstecken, desto besser können Ärzte schwerkranke Patienten behandeln. [...] Deshalb gilt es immer, die Balance zu halten – zwischen Einschnitten und dem Alltag“ sagte Bundesgesundheitsminister Jens Spahn (Bundesministerium für Gesundheit, 2021, 11. März). Neben der ersten Welle im Frühjahr 2020 musste Deutschland auch in den Wintermonaten 2020/21 eine zweite und dritte Welle, die fast nahtlos ineinander übergingen, überstehen. Die Folgen der Pandemie, neben den schweren Verläufen und Todesfällen der Menschen, sind die Veränderungen des alltäglichen Lebens. Das Tragen von medizinischen Masken, Ausgangssperren oder Lockdowns, die die Schließung aller Betriebe und Einrichtungen verordneten, die nicht notwendig für den täglichen Bedarf sind, wurden zur Eindämmung der Pandemie von der Politik verordnet. Viele Kindergärten, Schulen, Universitäten u.ä. mussten schließen und in der Lehre zu digitalem Lernen übergehen. Betriebe wurden geschlossen und wenn möglich im Home-Office weitergeführt, die sozialen Kontakte auf ein Minimum reduziert. In irgendeiner Form musste sich also jeder durch die Pandemie einschränken oder hat die Folge der Atemwegserkrankung im Umfeld mitbekommen.

Neben der SARS-CoV-2 Pandemie treten jedes Jahr viele weitere Epidemien in unserem Alltag auf. Bekannte Beispiele sind die Vogelgrippe, Schweinepest, Rinderwahn, Masern, Grippe (Influenza), Hepatitis B, AIDS (Acquired Immunodeficiency Syndrome), Ebola und viele mehr. In der Grippesaison 2017/18 wurden etwa neun Millionen Arztbesuche in Verbindung mit dem Grippevirus und etwa 25000 Influenza-Todesfälle vom Robert-Koch-Institut (RKI) verzeichnet (Robert-Koch-Institut, 2018, 2019).

Bei der Behandlung von Epidemien sind verschiedene Betrachtungen möglich. Beispielsweise könnten die biologischen Aspekte der Infektionsmöglichkeiten und der inneren Prozesse behandelt, das Sozialverhalten der Individuen während einer Epidemie aus psychologischer Sicht analysiert, oder die Ausbreitung in einer Population mathematisch betrachtet werden. Letzteres soll in dieser Arbeit den Schwerpunkt bilden. Aufbauend auf den Ergebnissen meiner Bachelorarbeit soll in einem XLAB-Kurs das epidemiologische SIR-Modell von Kermack und McKendrick, welches sich zur Modellierung der zeitlichen Entwicklung einer Epidemie und zur Evaluation der Effizienz von Eindämmungsmaßnahmen eignet, mit Hilfe von Programmen untersucht werden. Mit der entdeckenden Bearbeitung, die insbesondere den Schwerpunkt auf quantitative, numerische Arbeit legt, sollen die Schüler*innen die aktuelle Situation in der Gesellschaft besser verstehen, zum kritischen Denken angeregt werden und Wissen für mögliche künftig auftretende Epidemien entwickeln.
Der XLAB-Kurs gewinnt gerade durch die aktuell anhaltende Pandemie durch den Erreger SARS-CoV-2 an Relevanz. Oftmals schnappen Lernende Teilinformationen zur Ausbreitung der Infektion auf und sind genötigt, sich an die verordneten Maßnahmen zu halten. Gerade da die jungen Lernenden mit der Situation konfrontiert sind, und sie ihr Wissen aus den digitalen Medien beziehen beziehungsweise Fragen an ihr soziales Umfeld richten, deren Wissen sich größtenteils ebenfalls auf Informationen aus den Medien beschränkt, ist eine verständliche Auseinandersetzung mit der Ausbreitung von Infektionskrankheiten nicht nur interessant sondern auch förderlich.

Diese Arbeit beginnt mit einem Kapitel zur Erläuterung des verwendeten Vokabulars, das in Verbindung mit einer epidemiologischen Betrachtung als grundlegend erachtet wird (*Kp. 2*). Es folgt eine theoretische Betrachtung der Modellbildung und der Arbeit mit Modellen (*Kp. 3*). In Kapitel 4 werden die fachwissenschaftlichen Grundlagen geschaffen, darunter fallen unter anderem die Darstellung des einfachen SIR-Modells und die Erweiterung des Modells durch Kontrollmaßnahmen sowie die Ergebnisse meiner Bachelorarbeit von 2019. Anschließend soll der Fokus auf die Umsetzung des Fachwissens für einen XLAB-Kurs gelegt werden. Dafür wird die Idee des Projektes zunächst grob beschrieben (*Kp. 5.1*) und die einzelnen Zeitabschnitte des Kurses in ihrer Theorie und Umsetzung in Material und Programmen beschrieben (*Kp. 5.2ff.*). Am Ende des Kapitels 5 wird die didaktische Reduktion (*Kp. 5.6*), die bereits in den Erläuterungen der Umsetzung aufgegriffen wurde, zusammengestellt und der zeitliche Ablauf des Kurses in einem tabellarischen Verlaufsplan zusammengefasst (*Kp. 5.7*). Danach wird sich der didaktischen Konzeption bestehend aus der Betrachtung der Lerngruppe, der geplanten Methodik und den didaktischen Vorzügen gewidmet (*Kp. 6*), sodass anschließend die Lernziele formuliert werden können (*Kp. 7*). Weiterhin werden einige Nachbereitungsoptionen, die im Anschluss an den Kurs im schulischen Kontext durchgeführt werden können, aufgeführt und erläutert (*Kp. 8*). Die Realisierung des Kurses vom 20. September 2021 wird in *Kapitel 9* beschrieben und kritisch reflektiert. Am Ende dieser Arbeit werden mögliche Änderungen oder Erweiterungen in Ausblick gestellt (*Kapitel 10*).

2 Begriffsbildung

Unter dem Begriff einer *Population* wird eine Gruppe von Individuen derselben Art gefasst, die ein bestimmtes geographisches Gebiet bewohnen und sich untereinander fortpflanzen. Eine Population aus Menschen wird auch als Bevölkerung bezeichnet. Bei einer Population bestehend aus Tieren spricht man auch von einem Bestand (Birus et al., 2001).

Als *Krankheitserreger* werden verschiedene Mikroorganismen wie Viren, Bakterien, Pilze, oder Protozoen bezeichnet, die unter anderem Menschen als Wirt zur Vermehrung nutzen und pathogene (Krankheit verursachende) Wirkungen sowie Abwehrmechanismen auslösen können. Nach dem Infektionsschutzgesetz (IfSG) §2 gilt „die Aufnahme eines Krankheitserregers und seine nachfolgende Entwicklung oder Vermehrung im menschlichen Organismus“ (Kiehl, 2015, S. 67) als eine *Infektion*.

Das Wort *Epidemie* stammt vom griechischen *epidámos* ab, welches sich aus *epi* „in“ oder „mitten unter“ und *dēmos* „Volk“ zusammensetzt und übersetzt „im Volk [verbreitet]“ bedeutet (Wiktionary, 2021). In der Epidemiologie wird eine Epidemie als ein zeitlich und örtlich begrenztes, vermehrtes Auftreten von Krankheitsfällen einer gemeinsamen Ursache innerhalb einer Population, wobei die Erkrankungsfälle einen gewissen Wert übersteigen, definiert (Kiehl, 2015). Auslöser dieser Epidemien sind häufig Viren- oder Bakterienstämme, auf die das Immunsystem der Individuen einer Population nicht vorbereitet ist (Leopoldina, 2021).

Eine *Pandemie*, aus dem altgriechischen *pandemia* übersetzt „das ganze Volk“, ist eine globale Epidemie. Hierbei überschreitet die Übertragung des Erregers Länder- und Kontinentgrenzen (Leopoldina, 2021).

Wenn ein gewisser Anteil der Bevölkerung durch Impfungen oder überstandene Infektionen immunisiert ist, wird dadurch auch die nicht-immune Bevölkerung geschützt. Dieser Effekt ist auch als *Herdenimmunität* bekannt. Die Epidemie endet dann in einem infektionsfreien Zustand oder in einem zeitlich überdauernden Zustand, in dem der Erreger beziehungsweise die Krankheit ständig und konstant auftritt. Dieser Zustand wird dann *Endemie* genannt (Kiehl, 2015).

Während einer Epidemie oder Pandemie wird häufig die *Inzidenz* angegeben. Diese beschreibt die relativen Neuinfektionen oder Neuerkrankungen in einer Population innerhalb einer gewissen Zeitspanne. Sie bezeichnet damit das „absolute Risiko, unter bestimmten Bedingungen zu erkranken“ (Kiehl, 2015, S. 77). Um die Inzidenzrate besser vergleichen zu können, werden diese häufig auf 100000 Personen und sieben Tage normiert.

In einigen Teilen der Welt ist es gut möglich, dass Infektionen rechtzeitig erkannt und eingedämmt werden. Die Bekämpfung von übertragbaren Krankheiten hat dabei drei Ansatzoptionen (Kiehl, 2015, S. 21):

- Einflussnahme auf Erregerreservoire oder Infektionsquellen
- Einflussnahme auf mögliche Übertragungsvorgänge
- Schutz gefährdeter Personen

Zu diesen Optionen gehören unter anderem die Isolation der Infizierten, die Verringerung der Kontakte, ein Hygienekonzept aus Desinfektionsmaßnahmen, Gesichtsmasken und Abstandsregelungen, das regelmäßige Testen, Kontaktverfolgung zur Eindämmung der Infektionsketten, und Impfungen.

3 Modellbildung und das Arbeiten mit Modellen

Zentral für die Auseinandersetzung mit der Eindämmung von Infektionskrankheiten ist das Modell, welches den zeitlichen Verlauf und damit die Anhaltspunkte für einen Eingriff liefert, und das numerische Arbeiten. Im Folgenden soll der Blick auf das theoretische Konstrukt eines Modells und auf das Modellieren gelenkt werden. Als Praxisbezug wird an einigen Stellen bereits auf die Thematik des geplanten Projektes zurückgegriffen.

In unserem Alltag begegnen uns viele verschiedene *Modelle*, beispielsweise präsentiert ein Modell (oder Model) neue Kleider, ein Architekt baut ein Modell zur Visualisierung eines geplanten Baues, ein Modellauto zeigt die prägnanten Eigenschaften eines Autos, in der Biologie wird mit einem Anatomiemodell das Aussehen der inneren Organe widergespiegelt, das Atomteilchenmodell aus der Physik und Chemie dient zur Beschreibung von Materie, und (Wachstums-)Funktionen aus der Mathematik fungieren als Modell für die Beschreibung eines Prozesses beziehungsweise einer Abhängigkeit. All diese Beispiele haben eines gemeinsam: sie bilden einen Teil der Realität ab, nicht jedoch das gesamte, komplexe Objekt. Mikelskis-Seifert definiert den Modellbegriff wie folgt:

> „Ein Modell ist ein Gegenstand oder theoretisches Konstrukt, welches von einem Subjekt für einen bestimmten Zweck geschaffen bzw. verwendet wird. Dabei bestehen zwischen bestimmten Entitäten des Modells und bestimmten Entitäten des präsentierten Objektes Analogien.“ (Mikelskis-Seifert, In: Leisner, 2005, S. 27)

Mit Hilfe eines Modells kann demnach ein Teil der Realität auf eine reduzierte Art betrachtet werden. Die Konzeption für das Modell und die Konstruktion des Modells geschieht dabei durch ein Subjekt.
Modelle werden besonders für die Objekte oder Zusammenhänge und Funktionen benutzt, die außerhalb des menschlichen Wahrnehmungsbereiches, dem sogenannten Mesokosmos, liegen. Der Mesokosmos umfasst die Strukturen in der Größenordnung unseres Körpers, sodass er direkt anschaulich und zugänglich für uns ist. Außerhalb dieses Kosmos müssen Hilfsmittel zur Visualisierung oder Erklärung verwendet werden, insbesondere Modelle sind dafür sehr zentral. In Abbildung 1 ist eine exemplarische Begrenzung des Mesokosmos dargestellt (Mikelskis-Seifert & Kasper, 2011).
Eine besondere Unterkategorie stellen die mathematischen Modelle dar. Büchter & Henn (2015) formulieren nach der Idee von Weickert (1993), dass in einem mathe-

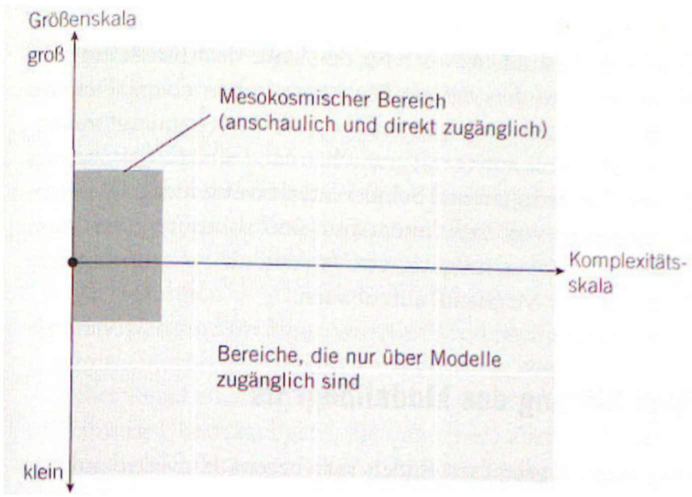


Abbildung 1: Darstellung des Mesokosmos, der Bereich der direkten Erfahrung, begrenzt durch verschiedene Dimensionen, hier exemplarisch Größe und Komplexität (Mikelskis-Seifert & Kasper, 2011, S. 5).

matischen Modell eine außermathematische Frage mit einem mathematischen Gebiet verbunden wird. Dafür wird der „potenziell relevante Ausschnitt der realen Welt irgendwie objektiviert, von für die Fragestellung unwesentlichen Details abstrahiert und den verschiedenen Aspekten des mathematischen Gebiets zugeordnet“ (Büchter & Henn, 2015, S. 32). Die wesentlichen Aspekte eines mathematischen Modells beschreibt Henze (2012): Ein mathematisches Modell sei eine „Nachbildung eines Vorganges oder einer Situation in der Sprache der Mathematik“ (In: Büchter & Henn, 2015, S. 32), die nicht alle Eigenschaften des Originals übernimmt, aber dennoch die wesentlichen Aspekte, die von der Fragestellung und dem Interesse abhängen, aufgreift. Neben der Fragestellung und dem Interesse spielen auch Annahmen eine zentrale Rolle, sodass der Prozess der Modellbildung zu einem subjektiven Akt wird. Die Modellierung ist „immer ein Prozess der Reduktion von Komplexität“ (Büchter & Henn, 2015, S. 32). Ein Modell kann im eigentlichen Sinne aber nicht als „richtig“ oder „falsch“ angesehen werden, vielmehr beschreibt es die Wirklichkeit „besser oder schlechter, mehr oder weniger passend, berücksichtigt mehr oder weniger Aspekte der Realität und führt zu mehr oder weniger zufriedenstellenden Lösungen des fraglichen Problems“ (Büchter & Henn, 2015, S. 33). Allein die Anzahl der berücksichtigten Aspekte verbessert hierbei allerdings nicht notwendigerweise die Prognosekraft des Modells. Wie gut ein Modell mit seinen Annahmen letztendlich die Realität beschreibt, kann durch eine experimentelle Überprüfung der Vorhersagen erfolgen.

Es gibt viele Modelle, die ein komplexes Konstrukt stark vereinfachen beziehungsweise sehr einfach sind, dennoch funktionieren sie für ihren Zweck sehr gut. Ein gutes Modell „should be suited to its purpose [...], it should be as simple as possible, but no simpler – having an appropriate balance of accuracy, transparency, and flexibility." (Kelling & Rohani, 2008, S. 10). Die Präzision eines Modells kann insbesondere durch viele Schätzungen verloren gehen. Soll diese für ein komplexes Modell aufrechterhalten bleiben, so sind mehr Daten zur Kalibrierung der Parameter notwendig. Ein simples Modell bietet die Möglichkeit, mit wenigen Schätzungen oder wenigen zugrundeliegenden Daten ein gutes Modell zu generieren, welches in weiteren Schritten überarbeitet oder erweitert werden kann. Wenn das Modell jedoch zu sehr vereinfacht wird, beschreibt es die Realität nicht mehr in gewünschtem Maße. Wie gut ein Modell letztendlich passt, lässt sich durch einen Vergleich mit entsprechenden Daten evaluieren. Mit Hilfe von Mustern, die sich aus Daten erkennen lassen, können aus einfachen Modellen komplexere aufgebaut werden. Diese können uns helfen, Dynamiken und die größere Komplexität zu verstehen (Kelling & Rohani, 2008, S. 10).

Der Zweck zur Verwendung von Modellen ist vielseitig. Eine mögliche Unterscheidung der Ausprägung von Modellen ist in *normative* und *deskriptive* Modelle. Normative Modelle legen das Verfahren für bestimmte Situationen in der realen Welt fest und gestalten sie somit. Beispiele für diese Art eines Modells sind die Vorschriften für die Einkommenssteuer oder die Regeln bei einer Wahl. Deskriptive Modelle beschreiben die reale Welt. Sie finden häufig in der Naturwissenschaft ihre Anwendung, da sie unter günstigen Umständen für die Erkenntnisgewinnung verwendet werden können. Die deskriptiven Modelle lassen sich dabei weiter differenzieren in die Zwecke des Beschreibens, des Vorhersagens und des Erklärens (Büchter & Henn, 2015, S. 34f.). Modelle, die den Schwerpunkt auf das Beschreiben richten, eignen sich gut, um bisherige zeitliche Entwicklungen zu modellieren. Weiterführend kann dieses Modell für Vorhersagen erweitert werden, um eine mögliche Zukunft zu beschreiben und welchen Einfluss Änderungen in dem System haben könnten. Erklärende Modelle dienen zur Aufschlüsselung von Prozessen, sodass insbesondere Ergebnisse oder Ereignisse verstanden werden können. Für die Erstellung eines deskriptiven Modells können empirische Daten genutzt werden, um ein möglichst passendes Modell zu konzipieren. Modelle sollen damit Probleme lösen, Vorhersagen und weitere Untersuchungen ermöglichen (Mikelskis-Seifert & Kasper, 2011).

In den Bildungsstandards für das Fach Mathematik stellt das „mathematische Modellieren" eine der sechs grundlegenden prozessbezogenen Kompetenzen dar. Aber auch in den Bildungsstandards für Physik, Biologie und Chemie ist das Arbeiten mit Modellen als zu lernende Kompetenz aufgeführt. Mit dieser Kompetenz sollen Schüler*innen

(SuS) befähigt werden, Realobjekte oder Realsituationen durch Modellierung leichter verstehen beziehungsweise nachvollziehen zu können. Winter (1995) zählt die Kompetenz des Modellierens als wichtigen Beitrag zur Allgemeinbildung. Er formuliert deshalb die drei Grunderfahrungen, die im Mathematikunterricht angestrebt werden sollen. Dabei spricht er bewusst von Erfahrungen, da „das Lernen von Mathematik weit mehr sein muß als eine Entgegennahme und Abspeicherung von Informationen (und) [...] Mathematik erlebt [...] werden muß.“ (Winter, 1995, S. 38). Demnach ist die erste Grunderfahrung:

> „Erscheinungen der Welt um uns, die uns alle angehen oder angehen sollten, aus Natur, Gesellschaft und Kultur, in einer spezifischen Art wahrzunehmen und zu verstehen.“(Winter, 1995, S. 37)

Winter sieht gerade in Anwendungen die Unentbehrlichkeit für die Allgemeinbildung, wenn aus dem gelebten Leben erfahren wird, „wie mathematische Modellbildung funktioniert und welche Art von Aufklärung durch sie zustande kommen kann“ (Winter, 1995, S. 38). Die Lernenden sollen also eigenständig die Vorzüge erfahren und Entdeckungen tätigen, um ihre Fähigkeiten und damit ihre Allgemeinbildung zu fördern.
Für eine Untersuchung von Kontrollmöglichkeiten von Infektionskrankheiten spielen die deskriptiven Modelle die entscheidende Rolle. Das dafür verwendete Modell erlaubt die theoretische Beschreibung der Ausbreitung. Zusätzlich kann auch der Einfluss der verschiedenen Strategien zur Eindämmung einer Epidemie betrachtet und vorhergesagt werden. Damit ermöglicht das Modell eine Evaluation, welche Strategien ungünstig und welche für die Gesellschaft vorteilhaft sein können. Es sei dabei anzumerken, dass sich mit Hilfe des Modells nicht nur qualitative Aussagen sondern auch quantitative Ergebnisse erstellen lassen. Durch die quantitativen Daten können die Ergebnisse wesentlich aussagekräftiger evaluiert werden. Es sind nun Aussagen der Form „die Strategie ruft eine Verbesserung von xy% hervor“ möglich, damit ist die Effizienz leichter einzuordnen und ein Vergleich unterschiedlicher Strategien wird gehaltvoller. Das Projekt möchte genau dies erreichen, ein quantitativer Vergleich verschiedener Strategien zur Eindämmung von Infektionskrankheiten.
Um Probleme mit Hilfe von Modellen zu lösen, kann das Vorgehen grob beschrieben werden durch: Das Problem aus der reellen Situation wird modelliert, indem es auf die wichtigsten Informationen und Kenngrößen reduziert wird. Diese werden in mathematische Ausdrücke übersetzt, wodurch Berechnungen möglich werden. Die Ergebnisse des mathematischen Modells müssen dann zurückübersetzt, in den Kontext eingebunden und evaluiert werden. Für den Schulalltag beziehungsweise die Didaktik wird der

Modellierungsprozess, d.h. das Erstellen, Arbeiten und Auswerten von Modellen, etwas weiter aufgeschlüsselt. Die Aufschlüsselung soll den Schüler*innen eine bessere Orientierung geben, was sie beim Modellieren beachten müssen. Zusätzlich bietet eine genauere Unterteilung des Vorganges eine bessere Diagnosemöglichkeit, wenn konkret die Schwierigkeit benannt werden kann, und ermöglicht so auch eine gezielte Förderung. Das typische Vorgehen der Modellierung im Schulalltag beziehungsweise in der Mathematik-Didaktik orientiert sich an dem Modellierungskreislauf nach Blum und Leiß, der in Abbildung 2 dargestellt ist.

Eine Modellierung beginnt hierbei zunächst mit dem Verstehen der Ausgangssituation und der Problematik. In dem geplanten Kurs steht die Problemstellung „Wie kann eine Infektionsausbreitung effektiv bei begrenzten Einsatzmitteln reduziert werden?“ im Fokus. Um dieses Problem zu lösen, müssen die SuS in diesem Fall grob verstehen, wie es zur Ausbreitung der Infektion kommt. Die biologischen Übertragungswege können ergänzend im Unterricht behandelt werden, stellen in dieser Ausarbeitung aber nicht den Schwerpunkt dar. Vielmehr geht es hier um die Wahrscheinlichkeit der Ansteckung und damit Ausbreitung der Krankheit. Ebenfalls zentral sind die Strategien, die im Vorfeld qualitativ als Eindämmung der Infektionsübertragung verstanden sein sollten. Anschließend müssen Annahmen und Schätzungen bezüglich fehlender Größen getätigt werden. Sofern Realdaten vorliegen, können auch diese für die weitere Erstellung eines Modells zur Beschreibung der Situation verwendet werden. Das Modell ergibt sich dann aus der Übersetzung des Problems in mathematische Begriffe und Strukturen. Wenn das Modell erstellt ist, können anhand dessen Untersuchungen angestellt werden. Abschließend müssen die Untersuchungsergebnisse interpretiert und entsprechend validiert werden. In dieser Phase des Modellierungskreislaufes sollten die SuS ihre Annahmen, welche sie für das Modell verwendet haben, und die Ergebnisse hinterfragen. Stellt sich nun heraus, dass das Ergebnis nicht plausibel, realistisch oder passend zur Fragestellung ist, so muss der Kreislauf beginnend mit den Annahmen erneut durchlaufen werden. Da die Programme und die Aufgaben

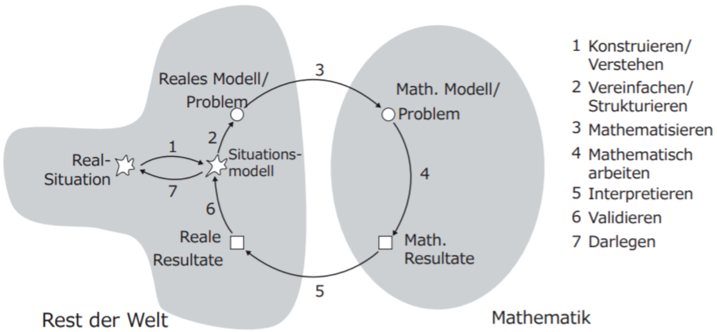


Abbildung 2: Modellierungskreislauf nach Blum und Leiß (In: Kaiser et al., 2015, S. 366)

zusammenhängend konzipiert wurden, sollte eine zielführende Bearbeitung bereits gegeben sein. Die Bearbeitung und die Freiheiten der SuS können dennoch zu nicht realistischen Ergebnissen führen, sodass diese hinterfragt werden sollten. Prinzipiell können auch das Modell an sich zur Beschreibung der Ausbreitung hinterfragt und Überlegungen angestellt werden, für welche Fälle das Modell angepasst werden müsste. Besonders dem abschließenden Reflektieren und Beurteilen kommt mit Hinblick auf die Anwendung im Alltag eine wichtige Rolle zu. Die SuS erfahren, dass Modelle sich gut eignen, um Prognosen zu erstellen, Strategien zu evaluieren und letztendlich Entscheidungen zu treffen oder zu reflektieren. Sie sollten aber zusätzlich ein „kritisches Bewusstsein gegenüber Aussagen und Behauptungen, die auf Modellannahmen basieren“ , ausbilden (Niedersächsisches Kultusministerium, 2015a, S. 7f.), da die Modelle nur eine Teilabbildung der Realität und nicht die exakte Wirklichkeit darstellen.

4 Fachwissenschaftliche Grundlagen

4.1 Das grundlegende SIR-Modell

Das SIR-Modell wurde von William Ogilvy Kermack und Anderson Gray McKendrick (1927) entwickelt und dient der Beschreibung des zeitlichen Verlaufes von Infektionskrankheiten (Kelling & Rohani, 2008, S. 16). Für die Beschreibung wird die betrachtete Population in drei Gruppen eingeteilt: die **S**uszeptiblen (Infizierbaren), die **I**nfizierten und die **R**esistenten (Genesene, Immune), wobei die Gesamtpopulationsgröße konstant ist, sodass $N(t) = S(t) + I(t) + R(t) = \text{konst.}$ gilt. Es ist anzumerken, dass die Gruppe der Resistenten neben den Genesenen und Immunen auch die Isolierten und Gestorbenen beinhaltet. Diese gelten allgemein als nicht mehr am Infektionsgeschehen teilnehmend. Die zeitlichen Funktionen $S(t), I(t), R(t)$ geben die Entwicklung der Individuenzahlen innerhalb der jeweiligen Gruppe wieder (Murray, 1990).
Die Individuen sind für jeden Zeitschritt eindeutig einer Gruppe zuzuordnen (Kermack & McKendrick, 1927). Zwischen den Gruppen können die Individuen nach folgendem Schema wechseln:

$$\boldsymbol{S} \longrightarrow \boldsymbol{I} \longrightarrow \boldsymbol{R}\,.$$

In jedem Zeitschritt $\mathrm{d}t$ werden sich $\beta \cdot S(t) \cdot \frac{I(t)}{N}$ Suszeptible neu infizieren. Der Faktor $\frac{I}{N}$ stellt die Wahrscheinlichkeit einer Begegnung eines Suszeptiblen mit einem Infizierten dar, und $\beta = M \cdot x$ beschreibt die Infektionsrate als Produkt aus der Anzahl der Sozialkontakte M und der Wahrscheinlichkeit einer Ansteckung x. Ist ein Individuum infiziert, wird dieses zu jedem Zeitschritt mit einer (Genesungs-)Wahrscheinlichkeit γ zu den Resistenten übergehen und dort verbleiben. Dabei entspricht γ dem Inversen der erwarteten Dauer eines durchschnittlichen Krankheitsverlaufes in Zeitschritten. Die Parameter β und γ sind zeitlich konstant und größer null. Die Änderungen der Gruppen lassen sich daher ausdrücken über die Differentialgleichungen (Murray, 1990; Kelling & Rohani, 2008):

$$\frac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}t} = -\beta \cdot S \cdot \frac{I}{N} \tag{1}$$

$$\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t} = \beta \cdot S \cdot \frac{I}{N} - \gamma \cdot I \tag{2}$$

$$\frac{\mathrm{d}R}{\mathrm{d}t} = \gamma \cdot I \tag{3}$$

Die Population zum Zeitpunkt null geht als Anfangswerte in die Differentialgleichungen ein:

$$S(0) = S_0 \quad I(0) = I_0 \quad R(0) = R_0 \ , \tag{4}$$

wobei $S_0, I_0 > 0$ und $R_0 \geq 0$ gilt. Die Änderung kann ebenfalls anstelle der absoluten Zahlen durch relative Zahlen ausgedrückt werden. Dazu werden die Differentialgleichungen mit der Populationsgröße N normiert. Zur Vereinfachung der Notation werden die Funktionen

$$s(t) = \frac{S(t)}{N(t)} \ , \quad i(t) = \frac{I(t)}{N(t)} \ , \quad r(t) = \frac{R(t)}{N(t)} \tag{5}$$

eingeführt; diese geben die zeitlichen Anteile der Suszeptiblen, Infizierten und Resistenten in der Population an. Die Änderungen ergeben sich aus:

$$\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} = -\beta \cdot s \cdot i \tag{6}$$

$$\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} = \beta \cdot s \cdot i - \gamma \cdot i \tag{7}$$

$$\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t} = \gamma \cdot i \tag{8}$$

mit den Anfangswerten $s(0) = s_0,\ i(0) = i_0,\ r(0) = r_0$, wobei $s_0, i_0 > 0$.
Die Dimension des Systems kann auf zwei reduziert werden, wenn der Anteil der Resistenten ausgedrückt wird durch die Suszeptiblen und Infizierten – unter der Voraussetzung einer konstanten Population. Es gilt $1 = s(t) + i(t) + r(t)$, woraus sich $r(t) = 1 - s(t) - i(t)$ ableitet.

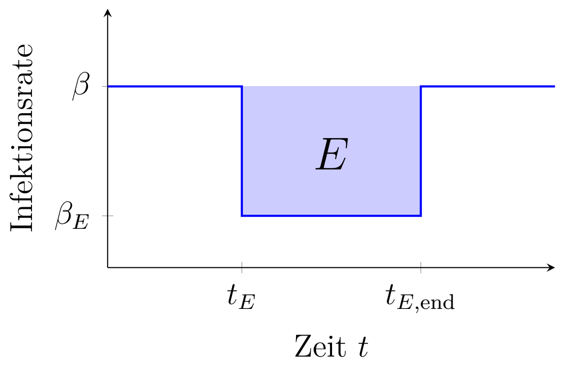
4.2 Kontrollmaßnahmen im SIR-Modell

Das SIR-Modell bietet viele Möglichkeiten der Erweiterung, so auch die Option des externen Eingriffs. Zentral für das Projekt soll das Absenken der Infektionsrate β sein und zum Vergleich eine Immunisierung durch beispielsweise Impfungen.

4.2.1 Absenken der Infektionsrate

Der externe Eingriff besteht darin, dass die Infektionsrate für einen gewissen Zeitraum reduziert wird. Die Reduktion kann praktisch durch verstärkte Hygienemaßnahmen oder den uns heute bekannten Lockdown umgesetzt werden. Der Startzeitpunkt des Eingriffs, im Weiteren Eingriffszeitpunkt genannt, wird als t_E bezeichnet. Die abgesenkte Infektionsrate $\beta_E = \rho \cdot \beta$ ergibt sich aus der Multiplikation eines Absenkfaktors ρ und der ursprünglichen Infektionsrate β. Der Faktor ρ gibt dabei die Absenkung auf einen prozentualen Teil und nicht um einen prozentualen Teil an. Eine Reduktion der

Infektionsrate $\beta = M \cdot x$, welche als Produkt der Zahl der Sozialkontakte M und der Wahrscheinlichkeit einer Ansteckung x bei Kontakt definiert ist, kann durch Absenken eines der Faktoren verringert werden. Der mathematische Absenkfaktor ρ beschreibt demnach eine Reduktion der Sozialkontakte, beispielsweise durch einen Lockdown oder Kontaktbeschränkungen, oder eine Reduktion der Ansteckungswahrscheinlichkeit, beispielsweise durch gehäuftes Desinfizieren oder das Tragen einer Maske. In dieser Untersuchung soll die Infektionsrate nur für einen Zeitraum gesenkt werden, dieser wird beschränkt durch Ressourcen und Einsatzmittel E. Zu den Ressourcen können die Materialien, Arbeitskräfte, finanzielle Unterstützung oder auch der Elan der Bevölkerung gezählt werden. Das Ende des externen Eingriffs tritt beim vollständigen Verbrauch der Einsatzmittel ein und lässt sich bestimmen über: $t_{E,\text{end}} = t_E + \frac{E}{\beta - \beta_E}$. Das Vorgehen ist im folgenden schematisch dargestellt:



4.2.2 Impfen

Als weitere Strategie ist das Immunisieren durch Impfungen anzubringen. In diesem Falle wird angenommen, dass die Individuen, die sich impfen lassen, direkt immun sind. Die Annahme stellt eine Idealisierung dar, für die Realität ist zu vermerken, dass die Wirkung einer Impfung nicht direkt und nicht immer zu 100 Prozent vorhanden ist. Durch die Impfung ergänzt sich das Schema der Übergänge wie folgt:

$$\begin{tikzcd} \boldsymbol{s} \arrow[r] \arrow[rr, bend left, "\text{Impfung}"] & \boldsymbol{i} \arrow[r] & \boldsymbol{r} \end{tikzcd}$$

Mathematisch spiegelt sich die Erweiterung des SIR-Modells durch den hervorgehobenen Term mit der Impfrate α wieder, der den Anteil der immunisierten Suszeptiblen pro Zeitschritt angibt:

$$\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} = -\beta si \boldsymbol{-\alpha s} \tag{9}$$
$$\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} = \beta si - \gamma i \tag{10}$$

Die Impfkampagne kann dabei ebenfalls zu verschiedenen Zeitpunkten t_E begonnen werden. Zum einen kann sie vor Ausbruch der Epidemie durchgeführt werden, es wird also gehandelt bevor es akut wird. Dieses Vorgehen wird als *vorbeugendes (prophylaktisches) Impfen* bezeichnet. In der mathematischen Umsetzung wird ab Zeitpunkt $t_E = 0$ geimpft. Zum anderen kann das Impfen als kurzfristige Strategie zur Eindämmung der Ausbreitung verwendet werden. Diese Strategie wird *eingreifendes (intervenierendes) Impfen* genannt. Die beiden Impfarten werden ab dem bestimmten Zeitpunkt t_E, aber von da an kontinuierlich, verabreicht.
Es ist anzumerken, dass auch Impfungen durch den notwendigen Impfstoff, weitere Materialien, Fach- und Hilfskräfte von Ressourcen abhängen. In der Untersuchung wurde die Impfung dennoch ohne zeitliche Einschränkung durch Einsatzmittel betrachtet, da die Kosten einer Impfung anders bemessen sind als die eines Lockdowns. Das Verhältnis zwischen diesen Kosten ist bisher nicht quantifizierbar und damit ein realistischer Vergleich nicht möglich.

4.3 Forschungsergebnisse aus der Bachelorarbeit

In diesem Teilkapitel sollen die Ergebnisse meiner Bachelorarbeit „Einfluss von Hygienemaßnahmen und Impfen auf den Verlauf von Epidemien“ von 2019 präsentiert werden.

4.3.1 Unkontrollierte Epidemie

Die Anwendung des grundlegenden SIR-Modells, welches in Kapitel 4.1 theoretisch erläutert wurde, entspricht einer unkontrollierten Epidemie. Aus der graphischen Darstellung können einige Eigenschaften der Parameter und der allgemeine Verlauf entnommen werden. Für eine Anwendung sei nun einmal die deutsche Bevölkerung mit $N = 80000000$ Einwohnern abgeschätzt, davon seien $S_0 = 79999000$ zu Beginn suszeptibel und $I_0 = 1000$ infiziert. In Anteilen ausgedrückt sind dann 0.02 ‰ (=0.002 %) der Bevölkerung infiziert. Die aktuelle SARS-CoV-2 Pandemie hat eine Infektionsrate $\beta = 2.85/7 = 0.407$ und eine Genesungsrate $\gamma = 1/7 = 0.143$. In Abbildung 3 sind die zeitlichen Entwicklungen der Gruppen in Prozent dargestellt.

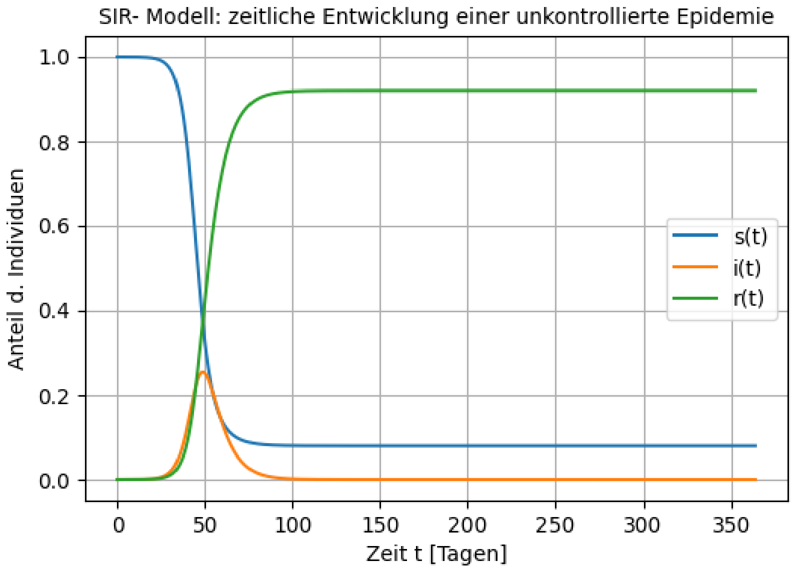


Abbildung 3: Darstellung des zeitlichen Verlaufes einer Epidemie in Anteilen auf Grundlage des SIR-Modells mit SARS-CoV-2 basierten Parametern: $N = 80000000, \; S_0 = 79999000, \; I_0 = 1000, \; \beta = 0.407, \; \gamma = 0.143$

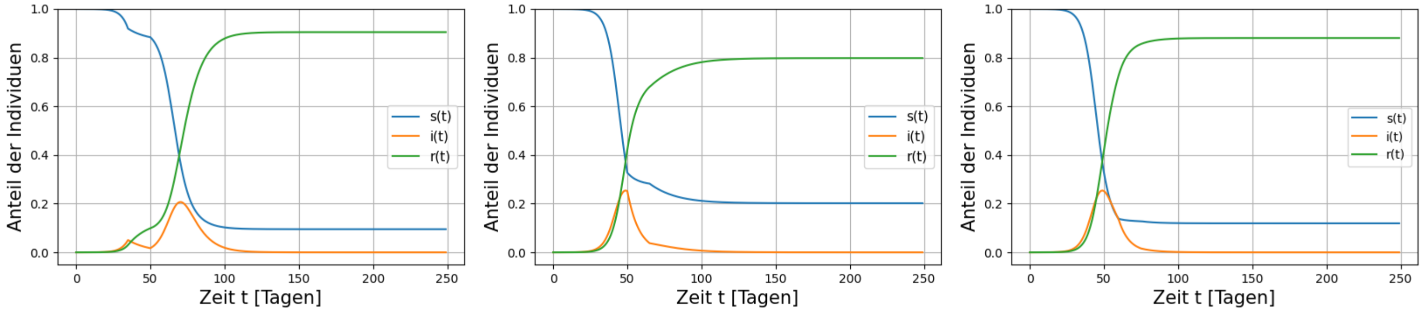
Mit dieser Darstellung kann die Konstanz der Populationsgröße gut visualisiert werden Zu jedem Zeitpunkt ist die Summe aus Suszeptiblen, Infizierten und Resistenten gleich der Bevölkerungsgröße N, entspricht also 100%.
Bei der Betrachtung der Infizierten lassen sich drei Phasen identifizieren. In der ersten Phase steigt der Anteil der Infizierten exponentiell an. Gleichzeitig fällt der Anteil der Suszeptiblen exponentiell ab. Die Anzahl der Infizierten, die zu den Resistenten übergehen, ist in dieser Phase noch eher klein, sodass die Infiziertenzahlen stark wachsen. Der Infiziertenanteil wächst bis zu einer gewissen Zeit t_{imax} (2. Phase), da sich bei sinkenden Suszeptiblenzahlen der Zufluss zu den Infizierten reduziert und der Abfluss von den Infizierten größer wird. In der dritten Phase klingt die Epidemie ab, die Anzahl der Infizierten sinkt nach dem Maximum auf null. Die Anzahl der Resistenten steigt stetig bis zum Grenzwert $\lim_{t \to \infty} N - S(t)$. Die Gesamtzahl der sich im Laufe der Zeit Infizierten, also aller jemals Erkrankten, kann am Grenzwert der Resistenten abgelesen werden.
In dem gewählten Beispiel werden sich am Ende der Epidemie rund 86% der Individuen angesteckt haben. Das Maximum tritt am 49. Tag auf, an dem etwa 25% der Bevölkerung gleichzeitig infiziert sind.
Eine Änderung der Anfangsbedingungen bei gleichbleibenden Raten verändert nicht nur den Schnittpunkt mit der y-Achse, sondern auch den zeitlichen Verlauf inklusi-

ve der Ausprägung des Maximums. Das Verhältnis von Infizierten und Suszeptiblen zu den verschiedenen Zeiten ist hier ausschlaggebend. Ein genauerer Zusammenhang wurde in diesem Rahmen nicht untersucht.
Über das Verhältnis von β und γ, auch *(Basis-)Reproduktionszahl* $\mathcal{R}_0 = \frac{\beta}{\gamma}$ genannt, lassen sich einige Aussagen zum Verlauf treffen. Die Reproduktionszahl ist definiert als „the average number of secondary cases arising from an average primary case in an entirely susceptible population“ (Kelling & Rohani, 2008, S. 20) und berechnet sich als Quotient aus Infektionsrate und Genesungsrate. Je größer die Reproduktionszahl, desto früher und stärker ausgeprägt tritt das Maximum der Infizierten ein. Außerdem ist auch der Anteil der Resistenten am Ende größer. Für größere Genesungsraten gegenüber der Infektionsrate, das heißt Reproduktionszahlen kleiner als 1 und nahe 0, sinkt die Anzahl der Infizierten direkt ab, es gibt insgesamt nur wenige Infizierte. Im Falle einer Reproduktionszahl gleich 1 sinkt die Infiziertenzahl ebenfalls direkt, aber langsamer ab. Je größer die Werte der Raten β und γ, desto schneller streben die Zahlen der Gruppen gegen ihren Grenzwert. Die Grenzwerte der Gruppen sind also abhängig vom Quotienten $\frac{\beta}{\gamma}$ und die Größe der Parameter beeinflussen den Verlauf.
Die Nettoreproduktionszahl $\mathcal{R}_0 \cdot s(t)$ gibt die zeitliche Entwicklung der durchschnittlichen Ansteckungen an. Mit Hilfe dieser Rate können auch die drei Phasen gut identifiziert werden. Liegt die Nettoreproduktionsrate über 1 so breitet sich die Infektion exponentiell aus, bei einem Wert von 1 ist ein konstanter Zustand eingetreten, es findet keine Änderung statt (entspricht dem Maximum) und Werte zwischen 0 und 1 deuten auf ein Abklingen der Epidemie hin.

4.3.2 Externer Eingriff in einer Epidemie durch Hygienemaßnahmen

Für die Untersuchung der Hygienemaßnahme wurde ebenfalls zu Beginn auf graphischer Grundlage der Einfluss der Parameter untersucht. Die Anfangswerte sowie die krankheitsspezifischen Raten wurden dabei wie zuvor entsprechend den SARS-CoV-2 Werte gewählt und konstant gehalten. Variiert wurden der Eingriffszeitpunkt t_E, die abgesenkte Infektionsrate β_E durch den Absenkfaktor ρ und die Einsatzmittel E.
Wird der Eingriff früh in Relation zum Maximum des unkontrollierten Verlaufes durchgeführt und alle anderen Größen konstant gehalten, reicht die Methode nicht aus, um die Infiziertenzahl mit dem Eingriff langfristig zu reduzieren. Nach dem Eingriff kommt es zu einer „zweiten Welle“ und die Infiziertenzahl steigt wieder an. Ein spätes Eingreifen in Relation zum Maximum des unkontrollierten Verlaufes hat nur einen kleinen, positiven Effekt auf den Verlauf, bemessen am Gesamtanteil der Erkrankten. In Ab-

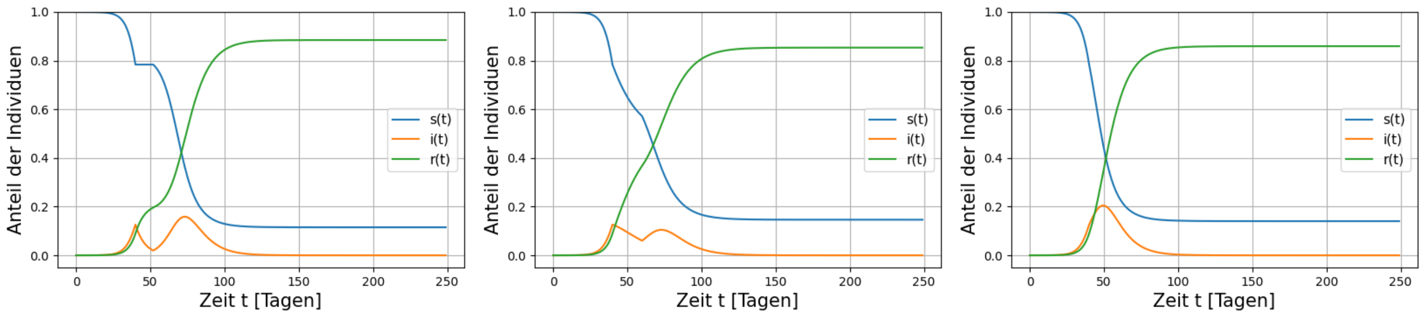
bildung 4 wurden drei Beispiele mit verschiedenen Eingriffszeitpunkten t_E gewählt, die anderen Parameter wurden konstant gehalten.



(a) $t_E = 35$ (b) $t_E = 50$ (c) $t_E = 60$

Abbildung 4: Einfluss des Eingriffszeitpunktes t_E. In jeder der Darstellungen ist $S_0 = 79999000$, $I_0 = 1000$, $\beta = 0.407$, $\gamma = 0.143$, $\rho = 0.2$, $E = 5$, sonstige Änderungen sind gekennzeichnet.

Für die Absenkung der Infektionsrate zeigt sich prinzipiell: je größer die Differenz zwischen krankheitsspezifischer und abgesenkter Infektionsrate, das heißt je größer die Absenkung, desto stärker sinkt der Infiziertenanteil und desto langsamer steigt der Anteil der Resistenten. Der Erfolg ist jedoch von der Eingriffszeit abhängig und die oben beschriebenen Effekte können auftreten. In Abbildung 5 sind drei Beispiele mit verschiedenen abgesenkten Infektionsraten $\beta_E = \rho \cdot \beta$ – ausgedrückt über ρ – dargestellt, die anderen Parameter wurden konstant gehalten.

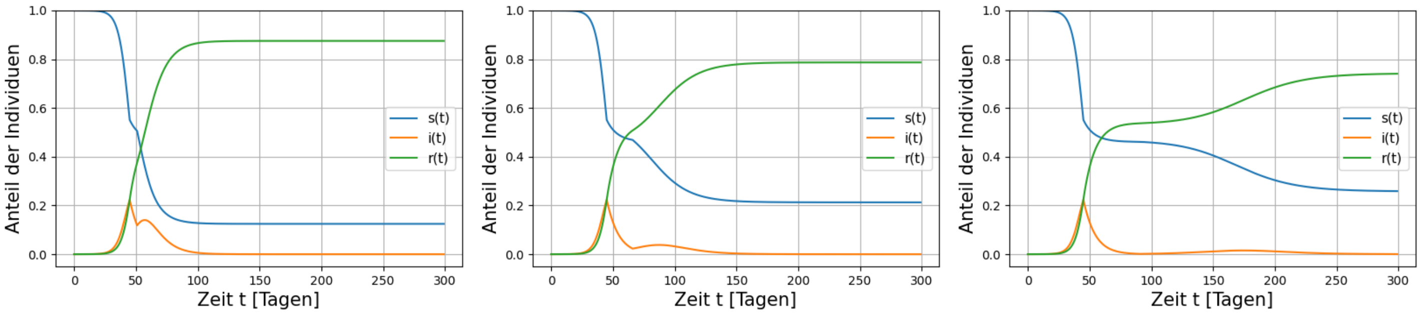


(a) ρ=0.0 $\Rightarrow$ $\beta_E = 0$ (b) ρ=0.4 $\Rightarrow$ $\beta_E = 0.1628$ (c) ρ=0.8 $\Rightarrow$ $\beta_E = 0.3256$

Abbildung 5: Einfluss der Infektionsratenabsenkung β_E. Variation über den Absenkfaktor ρ. In jeder der Darstellungen ist $S_0 = 79999000$, $I_0 = 1000$, $\beta = 0.407$, $\gamma = 0.143$, $t_E = 40$, $E = 5$, sonstige Änderungen sind gekennzeichnet.

Für die Variation des Einsatzmittels ergibt sich der triviale Zusammenhang: je mehr

Ressourcen zur Verfügung stehen, desto länger kann eingegriffen werden und daher infizieren sich weniger Individuen in der gleichen Zeit. Zu kleine Einsatzmittel beziehungsweise zu kurze Eingriffe können ebenfalls eine zweite Welle auslösen, wenn nach dem Eingriff noch genügend Infizierten vorhanden sind, sodass der Zufluss größer als der Abfluss ist. In Abbildung 6 sind drei Beispiele mit verschiedenen Einsatzmitteln E zu sehen, die anderen Parameter wurden konstant gehalten. Aus diesen Beispielen wird auch deutlich, dass eine größere Ressource neben dem Abflachen oder Vermeiden einer zweite Welle, diese weiter hinauszögert.



(a) $E = 2$ (b) $E = 7$ (c) $E = 15$

Abbildung 6: Einfluss des Einsatzmittels E. In jeder der Darstellungen ist $S_0 = 79999000$, $I_0 = 1000$, $\beta = 0.407$, $\gamma = 0.143$, $\rho = 0.2$, $t_E = 45$, sonstige Änderungen sind gekennzeichnet.

Zusammenfassend zeigte diese Untersuchung der externen Eingriffe durch Hygienemaßnahmen, dass die verschiedenen Hygieneeingriffe den Gesamtanteil aller Erkrankten reduziert. Die Stärke dieser Reduktion hängt jedoch stark von den gewählten Parametern ab. Bei Betrachtung des Grenzwertes der Resistenten, der den Gesamtanteil aller Erkrankten widerspiegelt, fällt auf, dass die Maßnahmen aus Abbildung 4 (b) und 5 (b) gegenüber denen aus (a) und (c) besser zu sein scheinen, da sie die Gesamtzahl der Erkrankten am Ende der Epidemie stärker reduzieren.

4.3.3 Analyse einer idealen Hygienemaßnahme

Eine Analyse aller Kombinationsmöglichkeiten aus abgesenkter Infektionsrate – ausgedrückt über den Absenkfaktor ρ – und Eingriffszeitpunkt t_E bei konstanter Ressource $E = 5$ ergibt den Zusammenhang aus Abbildung 7.

Die Ebene weist eine Berg-Tal-Struktur auf. Für jede Eingriffszeit gibt es eine ab-

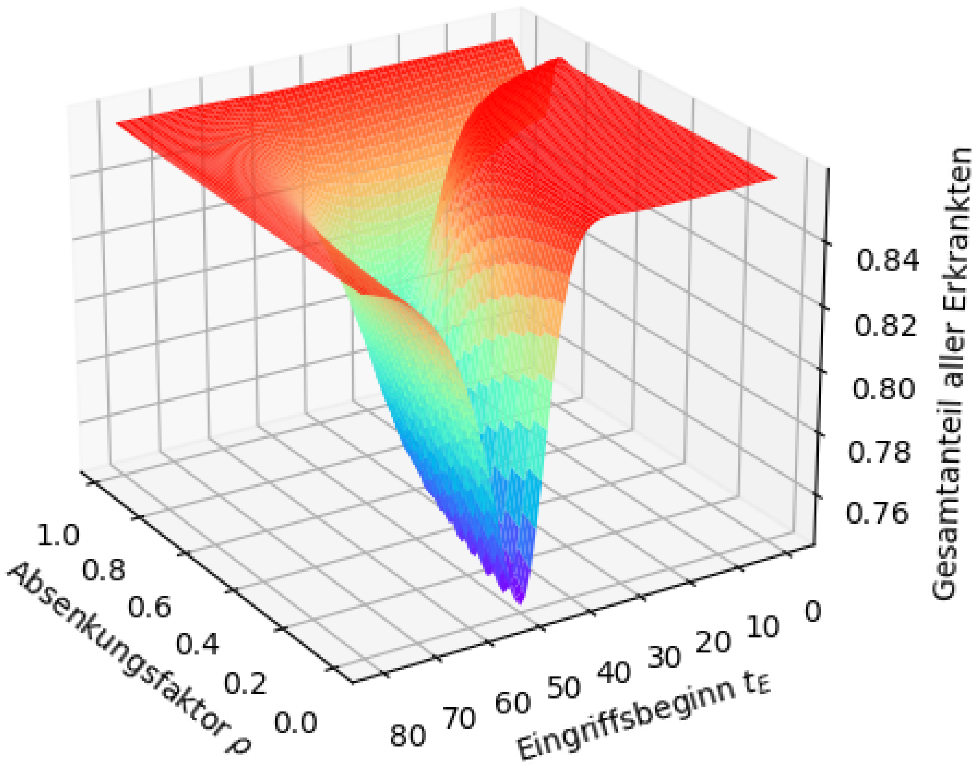
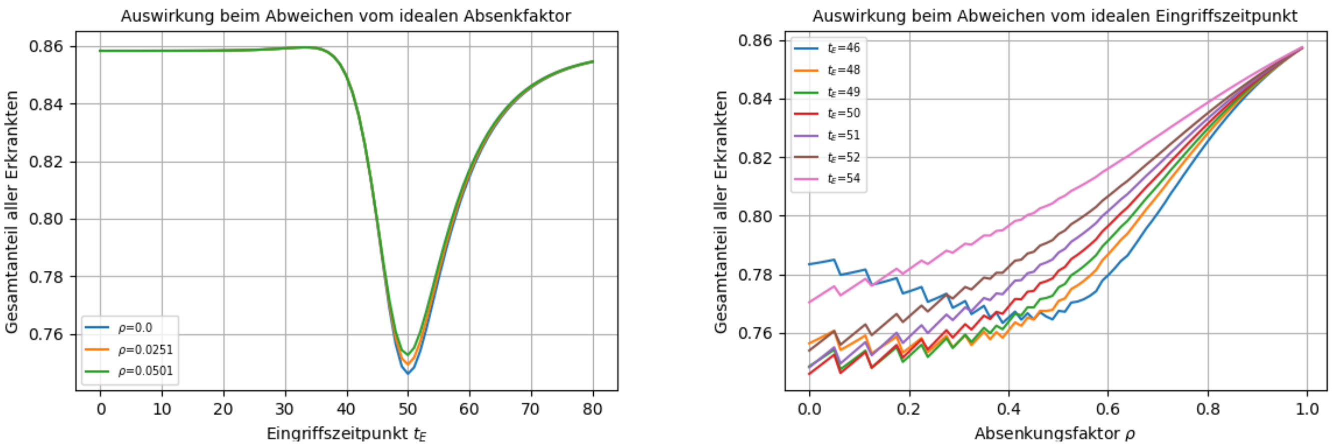


Abbildung 7: Darstellung des Gesamtanteils aller Erkrankten bis zur Zeit $T = 5000$ in Abhängigkeit des Eingriffszeitpunkts t_E und dem Absenkfaktor ρ für den SARS-CoV-2 Datensatz ($S_0 = 79999000,\ I_0 = 1000,\ \beta = 0.407,\ \gamma = 0.143$) und $E = 5$.

gesenkte Infektionsrate, die die Zahl der Gesamterkrankten gegenüber den anderen Absenkungen besser minimiert. Analog gilt ebenfalls: für jeden Absenkfaktor gibt es einen Eingriffszeitpunkt, der die Zahl der Gesamterkrankten gegenüber den andern Eingriffzeiten besser minimiert. Zum Beispiel zeigen die frühen Eingriffe für den Absenkfaktor $\rho = 0$ einen hohen Gesamtanteil aller Erkrankten, da der Infiziertenanteil nach dem Eingriff nochmals anwächst. Wird etwas später in die Epidemie mit der gleichen Absenkung $\rho = 0$ eingegriffen, so sinkt der Gesamtanteil der Erkrankten bis zu einem Minimum. Für Eingriffszeiten nach dem unkontrollierten Maximum der Infizierten steigt der Gesamterkranktenanteil wieder, da der Eingriff zu schwach ist und die Infektion sich nahezu ohne Effekt ausbreitet.
Die Berg-Tal-Struktur weist ein globales Minimum auf, woraus folgt, dass es eine ideale Maßnahme gibt. Das Minimum ist dabei abhängig von der Wahl der Einsatzmittel. Der niedrigste Gesamtanteil der Erkrankten wird erzielt durch die Maßnahme, bei der die Infektionsrate auf null abgesenkt wird, es wird also maximal eingegriffen. Der Eingriffszeitpunkt, der für diesen extremen Eingriff gewählt werden sollte, hängt von den

Ressourcen ab. Sind diese gering, so sollte in der Nähe des Maximums interveniert werden, da die Maßnahme nicht lange durchgesetzt werden kann. Je größer die Ressource, desto früher kann und sollte eingegriffen werden. Für das angegebene Beispiel mit einer Ressource $E = 5$ wäre die ideale Maßnahme eine maximale Absenkung ($\rho = 0$) ab dem Tag 50, was nahezu dem unkontrollierten Maximum von Tag 49 entspricht.

Eine Untersuchung darüber, wie ausschlaggebend kleine Abweichungen von dem idealen Eingriffszeitpunkt und der idealen Absenkung für den Gesamtanteil der Erkrankten sind, zeigte, dass kleine Abweichungen erwartungsgemäß den Gesamtanteil der Erkrankten erhöhen, der Effekt aber nur minimal schlechter ist. Betrachte für diese Auswertung Abbildung 8. Die Knicke und Stufen sind durch die numerische Betrachtung der Zeitschritte im Programm entstanden. Für größere Einsatzmittel E reagiert das Programm weniger empfindlich auf kleine Abweichungen, siehe dafür Abbildung 9 für die $E = 20$ gesetzt wurde.

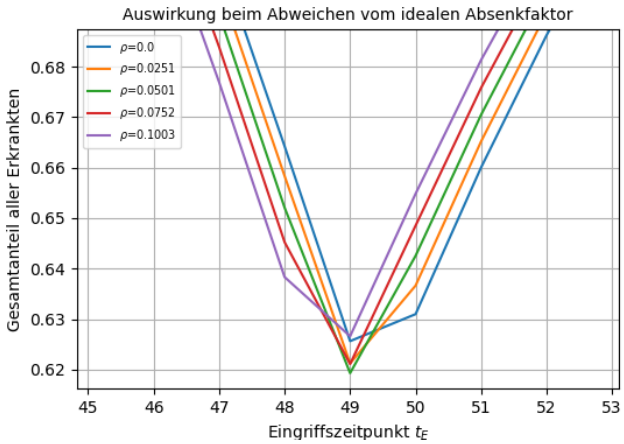


(a) Abweichung vom idealen Absenkfaktor ρ

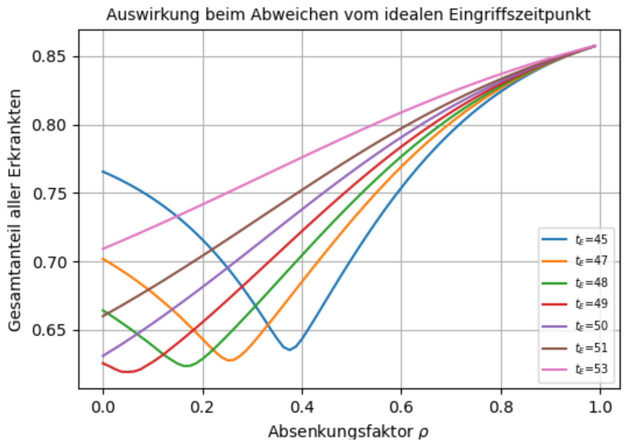
(b) Abweichung vom idealen Eingriffszeitpunkt t_E

Abbildung 8: Darstellung des Gesamtanteil der Erkrankten in Abhängigkeit von (a) t_E für verschiedene, fest gewählte Absenkfaktoren bzw. (b) ρ für verschiedene, fest gewählte Eingriffszeitpunkte. Die Auswahl der verschiedenen Kurven beschränken sich auf den Bereich um die ideale Maßnahme ($\rho = 0$, $t_E = 50$) für $E = 5$.

Eine Abweichung von der idealen Infektionsrate, wie in Abbildung 8 (a) und 9 (a), zeigt für den idealen Tag einen schwächeren Effekt – bis zu 1% mehr Erkrankte – als die ideale Maßnahme. Für kleine Einsatzmittel, wie in Abbildung 8 (a), sind kleine Abweichungen vom idealen Startzeitpunkt (±3 Tage) für die maximale Absenkung ($\rho = 0$) weniger effektiv als die ideale Maßnahme, es wird also insgesamt mehr Erkrankte geben. Im Vergleich zu anderen Abweichungen vom Absenkfaktor (siehe orangene und



(a) Abweichung vom idealen Absenkfaktor ρ. Vergrößerung des Minimums. Zeitliche Entwicklung ähnlich wie in Abb. 8 (a).



(b) Abweichung vom idealen Eingriffszeitpunkt t_E

Abbildung 9: Darstellung des Gesamtanteil der Erkrankten in Abhängigkeit von (a) t_E für verschiedene, fest gewählte Absenkfaktoren bzw. (b) ρ für verschiedene, fest gewählte Eingriffszeitpunkte. Die Auswahl der verschiedenen Kurven beschränken sich auf den Bereich um die ideale Maßnahme ($\rho \approx 0.05$, $t_E = 49$) für $E = 20$.

grüne Kurve) erzielt die maximal abgesenkte Maßnahme mit $\rho = 0$ für geringe zeitliche Abweichungen $t_E = 50 \pm 3$ einen geringeren Gesamtanteil der Erkrankten. Die Unterschiede im Gesamtanteil der Erkrankten zwischen den verschiedenen betrachteten Absenkfaktoren werden für größere Intervalle um den idealen Eingriffszeitpunkt immer kleiner. Die maximale Absenkung bleibt im Vergleich zu anderen Absenkfaktoren auch für zeitliche Abweichungen vom idealen Eingriffszeitpunkt die beste. Für etwas größere Einsatzmittel, wie in Abbildung 9 (a), sollte bei einer zeitlichen Abweichung vom idealen Eingriffszeitpunkt auch der Absenkfaktor verändert werden, um den geringsten Gesamtanteil der Erkrankten für den Eingriffszeitpunkt zu erzielen. Ein früheres Eingreifen sollte dann mit einer schwächeren Absenkung (ρ etwas größer), und ein späteres Eingreifen mit einer stärkeren Absenkung verbunden sein. Zwischen den Gesamtanteilen der Erkrankten der verschiedenen Absenkfaktoren entstehen Unterschiede von bis zu 2%.

Eine kleine Abweichung von dem idealem Eingriffszeitpunkt, siehe Abbildung 8 (b) und 9 (b), wobei die ideale Absenkung eingehalten wird, bringt eine Steigerung des Gesamterkranktenanteils von bis zu 5% (für Abb. 8 (b)) beziehungsweise 13% (für Abb. 9 (b)) hervor. Die Abweichungen sind durch ihre erhöhten Gesamterkranktenanteile als schlechter einzustufen. Kleine zeitliche Abweichungen (±2 Tage) vor und nach der idealen Maßnahme bilden für $E = 5$ in diesem Beispiel nur Änderungen unter 1% Für $E = 20$ sind Anstiege von bis zu 7% im Gesamtanteil der Erkrankten zu vermerken. Eine zusätzliche Abweichung von dem idealen Absenkfaktor ρ erzeugt für beide Ressourcenbeispiele einen Anstieg des Gesamtanteils der Erkrankten. Bei früheren Eingriffszeitpunkten fällt der Anstieg der Gesamterkrankten mit knapp 2% für Abweichungen von 40% im Absenkfaktor ρ zur idealen Maßnahme eher gering aus.

4.3.4 Analyse des Nutzen der externen Eingriffe

Mit dem Nutzen der Eingriffe können Aussagen über die Effizienz der Handlung getätigt werden. Diese Größe stellt damit die Basis für einen Vergleich der Effizienz der verschiedenen Maßnahmen dar. Der Nutzen wird berechnet aus der Differenz der Fläche unterhalb der Infiziertenkurve ohne $\left(\int i_0(t)\ \mathrm{d}t \approx \Sigma_t\ i_0(t)\right)$ und mit Eingriff $\left(\int i_+(t)\ \mathrm{d}t \approx \Sigma_t\ i_+(t)\right)$ multipliziert mit γ, um Mehrfachzählungen zu vermeiden. Schreibe alternativ für den Nutzen die Differenz der Gesamtanteile der Erkrankten ohne $\nu_i^0 := \Sigma\, i_0 \cdot \gamma$ und mit Eingriff $\nu_i^+ := \Sigma\, i_+ \cdot \gamma$. Der *Nutzen* $(\nu_i^0 - \nu_i^+)$ drückt den Anteil der Individuen aus, um den die Gesamterkranktenzahl im Vergleich zum unkontrollierten Verlauf reduziert wird. Wird der Nutzen multipliziert mit der Bevölkerungsgröße N ergibt sich die absolute Anzahl an Individuen, die nicht erkranken werden.
Die Verbesserung beziehungsweise der *Erfolg* Φ ergibt sich aus der Division des Nutzens durch den Gesamtanteil der Erkrankten ohne Eingriff ν_i^0. Je näher dieser Wert $\Phi = \left(\frac{\nu_i^0 - \nu_i^+}{\nu_i^0}\right)$ an 1 liegt, desto erfolgreicher ist die Maßnahme. Ein Wert nahe null bedeutet, dass die Maßnahme keinen bis kaum einen Erfolg gezeigt hat.
In Abbildung 10 sind vergleichsweise die unkontrollierte Epidemie und die durch die ideale Maßnahme mit $E = 5$ eingedämmte Epidemie dargestellt. Zusätzlich ist in blau die zeitliche Abweichung abgebildet, welche als Differenz $(i_0(t) - i_+(t))$ definiert wurde. Die ideale Maßnahme generiert eine Verbesserung von Φ=13.081%, sodass sich 8982590 Personen im gewählten Corona-Beispiel weniger infizieren. Mit einer Erhöhung der Einsatzmittel E, die während der Analyse konstant gehalten wurden, wäre ein stärkerer Erfolg möglich.

4.3.5 Impfung als externer Eingriff

Für Impfungen ergibt sich ebenfalls ein trivialer Zusammenhang: je mehr Individuen sich früh impfen lassen, desto niedriger ist der Gesamtanteil an Erkrankten. Anders als bei den Hygienemaßnahmen ist die zeitliche Abweichung zwischen unkontrollierter

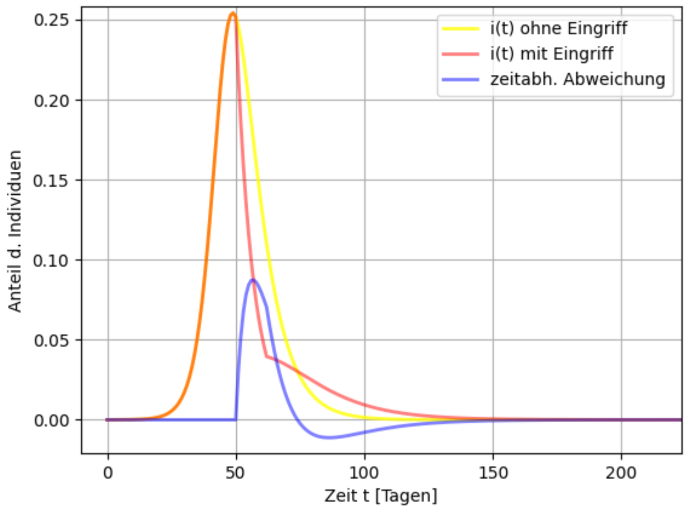


Abbildung 10: Vergleich des zeitlichen Verlaufes der ideal eingedämmten und unkontrollierten Epidemie. Die zeitliche Abweichung als zeitabhängige Differenz von $i_0(t) - i_+(t)$ verdeutlicht den Unterschied zwischen den Verläufen.

und kontrollierter Epidemie für die meisten Impfkampagnen zu jedem Zeitpunkt positiv, da für das Impfen keine Ressource festgelegt wurde und damit das System stets positiv beeinflusst wird. Ausnahmen bilden sehr frühe Impfungen in Kombination mit sehr kleinen Impfraten unter 1.8%. In Abbildung 11 ist ein beispielhafter zeitlicher Verlauf der Infizierten ohne und mit Impfungen sowie die daraus resultierende zeitliche Abweichung zu sehen. Die Impfkampagne beginnt ab dem 30. Tag und hat eine Impfrate von α=5%. Sie erzielt einen Erfolg von Φ =71.18%, sodass sich 48876961 Personen weniger infizieren. Weiterhin zeigt sich erwartungsgemäß, dass die Impfrate, um den gleichen Effekt zu erzielen, umso höher sein muss, je später mit den Impfungen begonnen wird.

In der Bachelorarbeit wurde abschließend untersucht, wie hoch die Impfrate gewählt werden muss, wenn der gleiche Erfolg wie bei der idealen Hygienemaßnahme erzielt werden soll. Für diese Untersuchung wurden fünf Startzeitpunkte für die Impfungen gewählt: zu Beginn der Betrachtung zum Zeitpunkt $t_E = 0$, vor dem Maximum, zum Zeitpunkt des Maximums, sowie zu zwei Zeitpunkten nach dem Maximum der unkontrollierten Epidemie. Die Impfraten für die verschiedenen Eingriffszeitpunkte, die für den gleichen Nutzen benötigt werden, sind in Tabelle 1 zu sehen. Die Zeitpunkte vor und nach dem Maximum wurden frei gewählt.

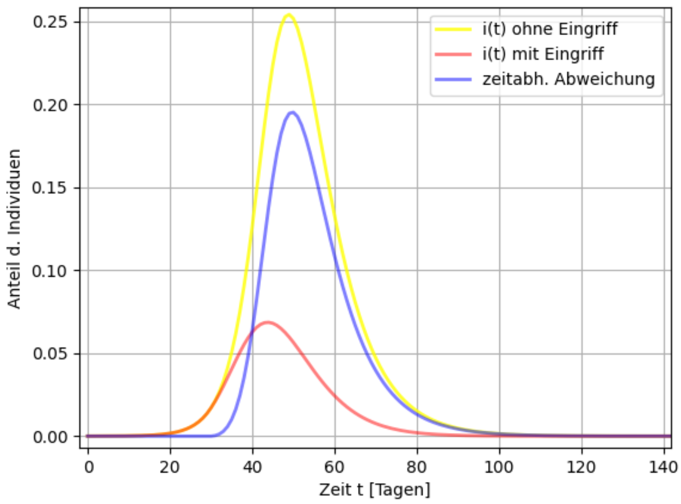


Abbildung 11: Darstellung des zeitlichen Verlaufs des Infiziertenanteil ohne und mit Impfungen ($t_E = 30$, $\alpha = 0.05$) und der zeitlichen Abweichung zwischen den epidemischen Verläufen $i_0(t) - i_+(t)$.

Maßnahme	**Eingriffs-zeitpkt.**	**Intensität**	**Nutzen in Personen**	**Erfolg Φ [%]**
Hygiene mit $E = 5$	$t_E = 50$	$\rho = 0$	8982590	13.081
vorbeugendes Impfen	$t_E = 0$	$\alpha = 0.00236$	8972548	13.067
Impfen vor i_{max}	$t_E = 25$	$\alpha = 0.00509$	8984279	13.084
Impfen bei i_{max}	$t_E = 50$	$\alpha = 0.09055$	8982488	13.081
Impfen nach i_{max}	$t_E = 55$	$\alpha = 0.921$	8981397	13.08
Impfen nach i_{max}	$t_E = 70$	$\alpha = 1$	1240072	1.806

Tabelle 1: Auflistung der verschiedenen Methoden. Die Impfraten α sind so angepasst, dass der Erfolg zur Hygienemaßnahme eine sehr kleine Abweichung aufweist. Der Nutzen in Personen ergibt sich über: $N \cdot (\nu_i^0 - \nu_i^+)$ mit $N = 80 \cdot 10^6$.

5 Umsetzung des Fachwissens in ein XLAB Projekt

5.1 Beschreibung des Projektes

Der geplante Kurs basiert inhaltlich auf den Erkenntnissen meiner Bachelorarbeit, welche bereits im vorangegangenen Kapitel erläutert wurden. Zentral ist das Arbeiten mit dem SIR-Modell, um verschiedene Szenarien rund um das Thema Ausbreitung und Eindämmung einer Epidemie zu untersuchen. Dafür werden die Teilnehmenden zunächst an das Modell herangeführt, um dann mit ihrem neuen Wissen eigenständig Hypothesen aufzustellen und Untersuchungen durchzuführen. Neben dem unkontrollierten Verlauf einer Epidemie werden auch die Kontrollmaßnahmen des Absenkens der Infektionsrate, was Hygienemaßnahmen wie das Tragen von Masken, Desinfizieren von Händen und Oberflächen, Abstandsregeln und Kontaktbeschränkungen im Sinne eines Lockdowns einschließt, und der Impfung betrachtet. Die Teilnehmenden sollen dabei der Frage nachgehen „Wie kann eine Infektionskrankheit am effizientesten bei gegebenenfalls eingeschränkten Ressourcen eingedämmt werden?“ . Die Bearbeitung des SIR-Modells gleicht dabei der modernen, epidemiologischen Arbeit und bietet damit die Möglichkeit, einen Einblick in wissenschaftliche Forschung zu erhalten. Die Teilnehmenden sollen neben der Erfahrung, welchen Einfluss die Eingriffe haben, auch die Effizienz und Umsetzbarkeit evaluieren. Die inhaltliche Einbettung in den Alltag, der derzeit von der Corona-Pandemie geprägt ist, bietet dabei einen Lebensweltbezug und verknüpft die Theorie mit der Praxis. Ihre Ergebnisses gewährleisten eine gute Grundlage für eine Diskussion.

Das Modell wird dabei mit mathematischen Werkzeugen bearbeitet, die die Teilnehmenden bereits aus der Schule kennen, ohne dabei Verlust der Genauigkeit beziehungsweise Korrektheit verzeichnen zu müssen. Die Untersuchungen führen die Teilnehmenden eigenständig am Computer mit vorbereiteten Programmen durch, welche ebenfalls in abgewandelter Form aus der Bachelorarbeit stammen. Das eigenständige Schreiben der Programme in der Programmiersprache Python wird in diesem Projekt nicht thematisiert oder benötigt. Die Teilnehmenden werden im Kurs befähigt, die Programme zu nutzen. Dies wird unter anderem durch kurze Anleitungen mit Hilfestellungen und einer benutzerfreundlichen Oberfläche umgesetzt. In diesen Programmen können sie die verschiedenen Parameter einer Epidemie variieren und deren Einfluss auf den zeitlichen Verlauf untersuchen. Auch die Effekte der Eindämmungsmaßnahmen werden visualisiert und mit quantitativen Daten ausgegeben. Das Arbeiten auf der quantitativen Ebene ermöglicht den Teilnehmenden, Aussagen über die Größe des Einflusses

zu treffen und damit auch quantitative Vergleiche zwischen unterschiedlichen Vorgehensweisen durchzuführen.
Am Ende des Kurses sollen die Teilnehmenden ihr alltägliches Wissen über Epidemien wissenschaftlich erweitern und begründet Strategien evaluieren. Zusätzlich sollen ihre Modellierungs- und Digitalkompetenz ausgebaut sein. Die genaueren Lernziele werden in Kapitel 7 behandelt.

5.2 Umsetzung der Theorieeinführung

Die fachwissenschaftliche Theorie aus Kapitel 4 kann den Teilnehmenden nicht wie in der Bachelorarbeit nahegelegt werden. Der Umgang mit dem SIR-Modell ist für sie vollkommen neu. Daher soll das SIR-Modell mit einer qualitativen Einführung und Beispielen quantitativ hergeleitet werden. Die folgenden Kapitel erläutern die fachlichen Inhalte schülergerecht und beinhalten die didaktische Reduktion. Ebenfalls wird das Material, welches im Anhang in Kapitel A.2.2 zu finden ist, vorgestellt und die Arbeitsumgebung beziehungsweise die Programme (siehe Kapitel A.2.1 und A.2.4) beschrieben. Für weitere Informationen zur Voraussetzung für die Lerngruppe und die didaktische Planung sei an dieser Stelle auf das Kapitel 6 verwiesen.

5.2.1 Herleitung des SIR-Modells

Das SIR-Modell, welches bereits 1927 von Kermack und McKendrick entwickelt wurde, ist ein wichtiger Bestandteil der modernen, epidemiologischen Forschung. Mit diesem Modell ist die Beschreibung einer Ausbreitung von Infektionskrankheiten innerhalb einer Population möglich. Besteht die Population aus Menschen, wird auch von Bevölkerung gesprochen.
Die Population wird in die Gruppen der Suszeptiblen S, der Infizierten/Infektiösen I und der Resistenten R unterteilt, sodass für jede Zeit die Populationsgröße $N(t) = S(t) + I(t) + R(t) = \text{konstant}$ gilt. In einem Zeitschritt, hier ein Tag, können die Individuen zwischen den Gruppen unter Einhaltung bestimmter Regeln wechseln. Im grundlegenden SIR-Modell mit konstanter Population sind zwei Übergänge möglich, die hier schematisch dargestellt sind:

$$\boldsymbol{S} \xrightarrow{\text{Zufluss}} \boldsymbol{I} \xrightarrow{\text{Abfluss}} \boldsymbol{R}$$

Die **S**uszeptiblen S, welche die gesunden aber nicht immunen Individuen darstellen, können sich anstecken und zählen dann zu den **I**nfizierten I, sie übertragen die Krank-

heit dann weiter. Da in der Regel für Untersuchungen hauptsächlich die Infiziertenzahlen interessant sind, bezeichnen wir den Wechsel von der suszeptiblen zur infizierten Gruppe als *Zufluss*. Ein weiterer möglicher Wechsel im Grundmodell liegt vor, wenn ein Infizierter resistent gegen die Infektion wird und das infizierte Individuum in die Gruppe der **R**esistenten R übergeht. Diesen Übergang bezeichnen wir als *Abfluss*. Die Bedeutung von resistent wird in erster Linie als nicht mehr am Infektionsgeschehen teilnehmend verstanden. Die Gruppe der Resistenten beinhaltet also neben den Genesenen und Immunen, auch die Isolierten und Gestorbenen, welche weiterhin mitgezählt werden.
Für jeden Zeitpunkt kann nun die Verteilung auf die Gruppen beschrieben werden, indem die Änderung beziehungsweise die Übergänge für einzelne Zeitschritte betrachtet werden. Dann sind Vorhersagen bezüglich des zeitlichen Verlaufes möglich. Für das mathematische Modellieren sind dabei einige Annahmen notwendig: Zum einen soll die Population/ Bevölkerung N konstant sein. Jedes Individuum der Population lässt sich eindeutig zu jedem Zeitpunkt einer Gruppe zuordnen. Zum anderen sollen die Gruppen in der Bevölkerung gleichmäßig durchmischt sein. In einem Kontaktkreis, das heißt in einer Gruppe aus mehreren Individuen, gilt also dasselbe Verhältnis zwischen den Gruppen der Suszeptiblen, Infizierten und Resistenten wie in der gesamten Bevölkerung. Die Betrachtung eines Kontaktkreises ist daher repräsentativ. Beispielhaft können wir als Bevölkerung Göttingen betrachten mit seinen circa 120000 Einwohnern, für den Kontaktkreis nehmen wir nun eine Schule (exemplarisch das Hainberg-Gymnasium) mit circa 1200 Schüler*innen.
Um den Zufluss mathematisch zu formulieren, betrachten wir die Sozialkontakte der Infizierten. Ein Infizierter hat in seinem Umfeld (Kontaktkreis) typischerweise M zufällig gewählte Kontakte pro Tag. Die Anzahl der täglichen Kontakte ist dabei gemittelt über alle Personen der Bevölkerung. Vergleichbar ist das zufällige Treffen mit dem Zufallsexperiment des Kugeln Ziehens. In einem Sack, der den Kontaktkreis darstelle, sei dann für jede Person des Kontaktkreises eine Kugel mit entsprechender Farbe seines Gesundheitszustandes (blau = suszeptibel,

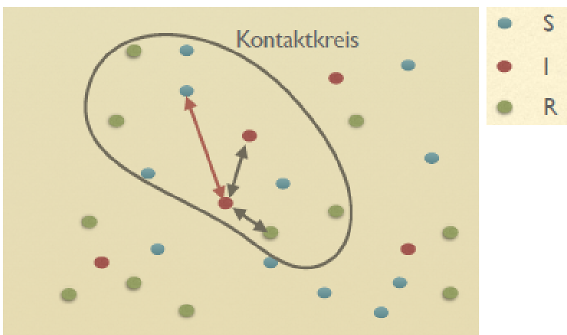


Abbildung 12: Visualisierung eines Kontaktkreises mit Suszeptiblen (blau), Infizierten (rot) und Resistenten (grün) dargestellt als Kugeln. (Kree, 2020)

rot = infektiös, grün = resistent). In Abbildung 12 ist der Kontaktkreis mit den Suszeptiblen, Infizierten und Resistenten als Kugeln schematisch dargestellt (Kree, 2020). Durch das zufällige Ziehen von M Kugeln wird entschieden, wen der Infizierte trifft. Zur Infektionsausbreitung sind jedoch nur die Kontakte zu Suszeptiblen relevant, da diese infizierbar sind. Kontakte zu anderen Infizierten oder Resistenten bewirken kein Verbreiten der Infektion. Ein Infizierter kann zwischen 0 und M blaue (suszeptible) Kugeln ziehen. Für sehr viele Experimentdurchläufe, was den einzelnen Realisierungen der Treffen entspricht, werden im Schnitt $\frac{S}{N}$ Suszeptible von Infizierten gezogen beziehungsweise getroffen. Diese Wahrscheinlichkeit entspricht genau dem Anteil der Suszeptiblen in der Bevölkerung. Sind zu Beginn nur sehr wenige Personen infiziert und die meisten (z.B. 99%) suszeptibel, so ist die Wahrscheinlichkeit einen Suszeptiblen zu treffen sehr hoch. Das heißt ein Infizierter hat durchschnittlich mit $M \cdot \frac{S}{N}$ Suszeptiblen Kontakt. Unter diesen Kontakten zwischen Suszeptiblen und Infizierten führt aber nicht jeder zu einer Infektionsübertragung. Ein Suszeptibler infiziert sich nur mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit. Die Ansteckungswahrscheinlichkeit kann man sich als Würfelexperiment vorstellen. Würfelt der Suszeptible als Ergebnis eine 6, so infiziert er sich, ansonsten bleibt er gesund. Für viele Betrachtungen infizieren sich mal mehr und mal weniger, im Schnitt infiziert sich dann je nach Krankheit ein Bruchteil x. Ein Infizierter steckt also im Schnitt $M \cdot x \cdot \frac{S}{N}$ Suszeptible an. Für die Betrachtung aller Infizierten folgt dann der Zufluss an Neuinfizierten als $Z = \beta \cdot \frac{S}{N} \cdot I$, wobei $\beta = M \cdot x$ als *Infektionsrate* bezeichnet wird.

Für den mathematischen Ausdruck des Abflusses betrachten wir die vereinfachte Entwicklung der Infizierten. Ähnlich wie beim Zufluss verwenden wir Durchschnittswerte. Zum einen gehen wir von einer zeitlich konstanten Übergangswahrscheinlichkeit aus. Aus biologischer Sicht werden zwei Phasen der Virenentwicklung unterschieden: die *proliferation phase*, in der sich die Viren bis zu einer Höchstlast vermehren, und die *clearance phase*, in der die Viren abgebaut werden. Die Wahrscheinlichkeit, resistent zu werden, ist zu Beginn nahezu null und steigt nach der *proliferation phase* an (Ciesek, 2021). Zum anderen mitteln wir die Dauer, bis ein Infizierter durch Genesung oder Ausschluss aus dem Kontaktkreis – sei dies durch Isolation oder durch seinen Tod – keinen Suszeptiblen mehr anstecken kann. Wir nehmen an, dass die Anzahl der Infizierten exponentiell abnimmt, wie bei einem radioaktiven Zerfall. Die Abnahme beschreiben wir dabei durch eine Genesungs- oder Abflussrate γ. Für den Übergang von I zu R ergibt sich dann ein Erwartungswert für die durchschnittliche Krankheitsdauer, bezeichnet als τ, von $\frac{1}{\gamma}$. Für Modellierungen schätzen wir die Krankheitsdauer τ ab und berechnen die Genesungsrate durch den Kehrwert der Krankheitsdauer: $\frac{1}{\tau} =: \gamma$.

Die Genesungsrate, die eine Übergangswahrscheinlichkeit darstellt, berücksichtigt damit unterschiedliche Verläufe der Erkrankten. Der Anteil der Infektiösen reduziert sich pro Zeitschritt demnach um den genesenen Anteil, sodass der Abfluss bestimmt ist als $A = \gamma \cdot I$.
Die Verwendung von Durchschnitten ist nach dem Gesetz der großen Zahlen legitim, da sich für große Mengen die relativen Häufigkeiten der Zufallsgrößen um die theoretische Wahrscheinlichkeit des Experimentes stabilisieren werden. Sie erleichtern uns zusätzlich das Arbeiten, da die Berechnung jeder Realisierung für größere Bevölkerungen nicht möglich wäre.
Das vollständige SIR-Modell für Infektionskrankheiten ergibt sich nun aus der zeitlichen Bilanz der einzelnen Gruppen. Zwischen zwei aufeinanderfolgenden Zeiteinheiten ($\Delta t = 1$) nimmt der Anteil der Suszeptiblen um Z ab. Die Änderung der Suszeptiblen beträgt $-Z$. Der Anteil der Infizierten nimmt für den gleichen Zeitschritt um Z zu und um A ab. Es ergibt sich eine Änderung bei den Infizierten von $+Z - A$. Die Resistenten nehmen in der gleichen Zeiteinheit um A zu, das heißt, die Änderung des Anteils ist gegeben durch $+A$. Werden nun andere Zeitschritte betrachtet, so werden die Terme Z und A mit entsprechendem Δt multipliziert. Das SIR-Modell ist dann von der Form:

$$S(t + \Delta t) = S(t) - \beta \cdot \frac{S(t)}{N} \cdot I(t) \cdot \Delta t \tag{11}$$

$$I(t + \Delta t) = I(t) + \left(\beta \cdot \frac{S(t)}{N} \cdot I(t) - \gamma \cdot I(t)\right) \cdot \Delta t \tag{12}$$

$$R(t + \Delta t) = R(t) + \gamma \cdot I(t) \cdot \Delta t \tag{13}$$

Für den Zeitpunkt $t = 0$ werden

$$S(0) = S_0, \quad I(0) = I_0, \quad R(0) = R_0 = 0 \qquad \text{mit} \;\; S_0, I_0 > 0 \tag{14}$$

verwendet. Diese Werte beschreiben die Verteilung der Individuen auf die Gruppen zu Beginn der Beobachtung. Alle weiteren Verteilungen können nun über die Gleichungen (11)-(13) modelliert werden. Die Parameter S, I, R müssen stets nicht-negativ sein, da es sich um abzählbare Individuen handelt, die nicht negativ sein können.
Es ist anzumerken, dass die Größe des Zeitschrittes Δt die Genauigkeit der Ergebnisse beeinflusst. Eine einfache Multiplikation mit beispielsweise $\Delta t = 2$ erzielt nicht das gleiche Ergebnis wie die zweifache Ausführung des Eulerverfahrens, da sich dabei weitere Terme ergeben.

Möchte man die Anteile der Gruppen anstelle der absoluten Zahlen wissen, so kann das Modell durch eine Division mit der Bevölkerungszahl N normiert werden. Um die Anzahlen von den Anteilen unterscheiden zu können, führen wir für die Anteile die Notation mit kleinen Buchstaben ein:

$$s(t) = \frac{S(t)}{N}\ , \qquad i(t) = \frac{I(t)}{N}\ , \qquad r(t) = \frac{R(t)}{N} \tag{15}$$

Der normierte Zufluss wird dann ausgedrückt über

$$z = \frac{Z}{N} = -\beta \cdot \frac{S}{N} \cdot \frac{I}{N} = -\beta \cdot s \cdot i \tag{16}$$

und der normierte Abfluss über

$$a = \frac{A}{N} = \gamma \cdot \frac{I}{N} = \gamma \cdot i\ . \tag{17}$$

Werden nun die normierten Parameter in das SIR-Modell eingesetzt, erhalten wir für die zeitliche Entwicklung in Anteilen die Gleichungen:

$$s(t + \Delta t) = s(t) - \beta \cdot s(t) \cdot i(t) \cdot \Delta t \tag{18}$$

$$i(t + \Delta t) = i(t) + (\beta \cdot s(t) \cdot i(t) - \gamma \cdot i(t)) \cdot \Delta t \tag{19}$$

$$r(t + \Delta t) = r(t) + \gamma \cdot i(t) \cdot \Delta t \tag{20}$$

mit den normierten Anfangswerten

$$s(0) = s_0, \quad i(0) = i_0, \quad r(0) = r_0 = 0\ , \tag{21}$$

wobei $s_0, i_0 > 0$ gilt. Auch hier gilt, dass die Parameter s, i, r aus den gleichen Gründen wie oben nicht-negativ sein müssen. In der normierten Darstellung werden nun Anteile verwendet, das bedeutet auch, dass die Änderungen in Prozent angegeben sind. Diese können sehr klein ausfallen, jedoch eine große Individuenzahl bedeuten. So sind beispielsweise 0.1% der deutschen Bevölkerung immer noch rund 80000 Menschen.
Über die Voraussetzung, dass die Gruppen zusammen der gesamten Bevölkerung entsprechen, kann die Gleichung der Resistenten ebenfalls durch:

$$r(t + \Delta t) = 1 - s(t + \Delta t) - i(t + \Delta t) \tag{3'}$$

ausgedrückt werden. Durch einfaches Einsetzen kann man sich von der Äquivalenz

überzeugen.
Eine Epidemie bricht in der Bevölkerung aus, wenn die Verbreitung der Krankheit stärker ist als die Reduktion der Infektiösen. Die Basisreproduktionsrate $\mathcal{R}_0$ beschreibt, wie viele Sekundärfälle sich im Schnitt aus einem Primärfall ergeben. Sie berechnet sich aus $\mathcal{R}_0 = \frac{\beta}{\gamma} \cdot s_0$. Ist die Basisreporduktionszahl kleiner eins, so bricht keine Epidemie aus. Ist der Wert größer eins, so bricht eine Epidemie aus, die am Ende einen infektionsfreien Zustand in der Bevölkerung hat. Das heißt, dass es für große Zeiten keinen Infizierten mehr gibt und die Krankheit nicht mehr existiert.
Wie schwer die Krankheit die Bevölkerung getroffen hat, kann über den Gesamtanteil der Erkrankten ausgedrückt werden. Der Gesamtanteil entspricht allen Individuen der Bevölkerung, die sich mit der Krankheit infiziert haben oder hatten. Berechnet wird er als Aufsummierung der Infizierten über alle Zeitpunkte $\sum_t i(t) = \; i(0) + i(\Delta t) + i(2\Delta t) + \ldots$. Um Mehrfachzählung auszuschließen, wird mit der Genesungsrate γ multipliziert beziehungsweise durch die durchschnittliche Krankheitsdauer τ dividiert. Der Gesamtanteil der Erkrankten für die vollständige, unkontrollierte Epidemie gleicht dabei dem Grenzwert der Resistenten, da alle Personen in R zu einem früheren Zeitpunkt infiziert waren. Die Entwicklung des Gesamtanteils erhält man über die zeitabhängige Summierung. Hierfür wird für jeden Zeitpunkt der Anteil der bisherigen Erkrankten bestimmt.

5.2.2 Material zur Theorieeinführung

Die Teilnehmenden des XLAB-Kurses erhalten begleitend zur Theorie-Einführung Arbeitsblätter, auf denen sie ihre Erkenntnisse festhalten und die ihnen das spätere Arbeiten erleichtern sollen (siehe A.2.2).
Auf dem ersten Arbeitsblatt befindet sich eine Abbildung, in der die Kontakte zwischen den Individuen aus der Population visualisiert werden. Die Teilnehmenden sollen mit Hilfe dieser Visualisierung erläutern, was passieren muss, damit sich die Zahl der Infizierten erhöht. Ihre Antwort können sie in ein vorgedrucktes Antwortfeld schreiben. Nach den qualitativen Überlegungen zum Zufluss sollen diese mathematisiert werden. Auch dafür ist ein Feld vorgedruckt. Die einzelnen Argumente aus der qualitativen Erklärung werden dafür in Faktoren übersetzt. Falls die Teilnehmenden beim Übersetzen der qualitativen Informationen in die quantitative Form Schwierigkeiten haben, kann die Frage auch umgedreht werden und sie sollen erklären, wieso der entsprechende Ausdruck der richtige ist. Analoges Vorgehen wird für den Abfluss gewählt. Zunächst soll qualitativ verstanden und festgehalten werden, was passiert, und anschließend wird

der Vorgang mathematisiert. Danach werden die quantitativen Bausteine zu Gleichungen zur Beschreibung der zeitlichen Entwicklung der drei Gruppen zusammengefügt. Wenn das Grundmodell entwickelt wurde, wird es das erste Mal an einem kleinen Zahlenbeispiel angewendet. Die Teilnehmenden sollen für eine Bevölkerung von 100 Personen die Entwicklung der Suszeptiblen und Infizierten für vier Tage eigenständig berechnen. Tag eins ist bereits zur Orientierung und für den leichteren Einstieg gegeben, so haben die Teilnehmenden eine Richtlinie für die Notation und einen Wert mehr für die Auswertung. Der exponentielle Anstieg der Infizierten ist erst ab fünf bis sechs Werten von einem linearen Wachstum zu unterscheiden, die Berechnung kostet jedoch viel Zeit und ist an sich nicht komplex und monoton. Mit der Berechnung der Gruppenverteilung für die Tage zwei bis fünf entwickeln die Teilnehmenden ein Gefühl für das Prinzip, ohne den Aufwand der Aufgabe zu sehr auszuweiten. Ebenfalls wird eine gute Auswertung bezüglich der Entwicklung der Infiziertenzahl ermöglicht. Die Berechnung der Resistentenzahl ist ebenfalls nicht komplex, da sie für den nächsten Schritt jedoch nicht relevant ist, wurde sie aus Zeitgründen weggelassen. Nach der Berechnung sollen die Teilnehmenden die Werte der Infiziertenzahlen in ein Diagramm einzeichnen, um so das exponentielle Wachstum zu erkennen. Weiterhin ist ein Antwortfeld für Beobachtungen zum Graphen vorhanden. Die Daten der Aufgabe sind dabei nicht an ein konkretes Beispiel gebunden, sondern eher so gewählt, dass sie gut zum Rechnen geeignet sind und man den exponentiellen Anstieg in der ersten Phase gut erkennen kann.

Neben den interaktiv zu bearbeitenden Arbeitsblättern erhalten die Teilnehmenden ein Glossar, auf dem die Variablen und Parameter mit einer kurzen Bedeutung sowie der Einheit aufgeführt sind. Das Glossar soll ihnen helfen, die Aufgaben schneller zu verstehen und den Überblick über alle Größen zu behalten. Gleichzeitig kann es ihnen Sicherheit für die Kommunikation geben, dass sie die richtigen Zusammenhänge wiedergeben können. Ebenfalls erhalten die Teilnehmenden ein Handout, auf dem die Möglichkeiten des SIR-Modells sowie eine ausformulierte Erklärung verschriftlicht sind. Mit Hilfe einer Marginalspalte neben den Absätzen des Handouts sollen die Teilnehmenden schneller die benötigten Informationen finden und sich besser orientieren können. Bei Bedarf können die Teilnehmenden eigenständig nachlesen. Für die Bearbeitung der folgenden Aufgaben ist das Lesen jedoch nicht notwendig, da die Informationen und Erklärungen zuvor erarbeitet und auf dem interaktiven Arbeitsblatt weitestgehend festgehalten wurden.

5.3 Umsetzung des 1. Themenblocks in ein Praktikum

Nachdem das grundlegende SIR-Modell erklärt wurde, sollen die Teilnehmer nun eigene Erfahrungen in der Anwendung machen und ihr Wissen festigen. In dem ersten Praktikumsblock soll das grundlegende SIR-Modell am Beispiel einer unkontrollierten Epidemie untersucht werden. Die dafür verwendeten Daten richten sich in erster Linie nach denen der SARS-CoV-2 Pandemie. Die nachfolgende Ausführung dient eher einer Beschreibung, die Vorteile sowie die Gründe für die Verwendung von Programmen sind in Kapitel 6.3 und 6.4.3 zu finden.

5.3.1 Material für die Bearbeitung

Die Teilnehmenden erhalten auch für diese Phase des XLAB-Kurses ein Arbeitsblatt, welches ihnen zur Orientierung und als Motivation dienen soll. Das Arbeitsblatt beginnt mit einem Zeitungsartikel aus „Der Standard“ , einer österreichischen Tageszeitung, mit dem Titel „Brasilien zeigt, was es bedeutet, wenn Corona nahezu ungebremst wüten kann“ vom 16. April 2021 (Escher & Taschwer, 2021). In dem Artikel wird die Lage von Brasilien kurz beschrieben und als Grund unter anderem der Präsident Jair Bolsonaro, der sich weigere Maßnahmen zur Eindämmung umzusetzen, benannt. Die Teilnehmenden werden dann aufgefordert, ein ähnliches Szenario für Deutschland zu untersuchen. Was wäre, wenn Deutschland nicht in die Ausbreitung der SARS-CoV-2 Pandemie eingegriffen hätte, und was könnten andere Erreger beziehungsweise andere Epidemien für Schäden anrichten? Mit diesen Fragen im Hinterkopf sollen die Teilnehmenden dann ihre Untersuchung beginnen. Im ersten Schritt sollen die Teilnehmenden das Programm „A- unkontrollierte Epidemie.py“ ausführen und beobachten. Die erste Ausführung ist somit bei allen gleich und kann leichter verglichen werden, sie beinhaltet den SARS-CoV-2 Datensatz für anfangs 1000 Infizierte. Für die Ergebnisse siehe Kapitel 4.3.1. Anschließend sollen die Teilnehmenden die Parameter variieren und die Ergebnisse mit dem mathematischen Modell interpretieren. Bei der Bearbeitung sollen die Teilnehmenden darauf achten, zunächst Hypothesen bezüglich der Einflüsse der verschiedenen variablen Parameter zu formulieren. Auf diese Weise soll ein strukturiertes, kontrolliertes Arbeiten begünstigt und ein willkürliches Ausprobieren vermieden werden. Die Ergebnisse einschließlich der von dem Programm generierten Graphen, der erarbeiteten Beobachtungen und der Deutungen beziehungsweise Interpretationen werden in einem Textdokument festgehalten. Das erstellte Untersuchungs-Protokoll dient den Teilnehmenden als Sicherung und als Basis zum Vergleich zwischen den verschiedenen Parameter-/Variablensätzen. Ebenfalls auf dem Arbeitsblatt ist eine Orien-

tierung für das Bearbeiten zu finden, in der darauf hingewiesen wird, dass zunächst die Anfangsbedingungen verändert werden sollen, anschließend einzeln die Infektionsrate und die Genesungsrate.
Für die Interpretation der Ergebnisse und Zusammenhänge sind auf den zwei folgenden Seite Aufgaben und Merksätze, die zu vervollständigen sind, gestellt, die helfen sollen, die einzelnen Ergebnisse zielführend zu vergleichen und zu verallgemeinern. Die Fragen lenken die Aufmerksamkeit nach dem Entdecken auf die wichtigsten Zusammenhänge und bieten Platz zur Sicherung. Unter anderem sollen die Phasen des zeitlichen Verlaufes der Infizierten benannt und erklärt werden. Auch wird nach den Auswirkungen der Anfangsbedingungen wie beispielsweise einer großen Zahl an Infizierten zu Beginn der Epidemie gefragt. Weiterhin erarbeiten sich die Teilnehmenden eigenständig die Bedeutung der Basisreproduktionszahl, indem sie das Verhältnis der Infektionsrate zur Genesungsrate in Verbindung mit den Verläufen setzten. Der Quotient aus Infektionsrate und Genesungsrate kann drei qualitativ unterschiedliche Entwicklungen einer Epidemie beschreiben. Ist er größer als 1, spricht dies für eine stärkere Ausbreitung der Krankheit. Eine Basisreproduktionszahl von 1 stellt einen konstanten Zustand dar, bei dem die Infiziertenzahlen langsam zurückgehen. Bei einer Rate kleiner als 1 entsteht keine Epidemie und die Krankheit stirbt schnell aus. Alle drei Verhältnisse werden über Teilfragen abgefragt, sodass eine Zusammenfassung anschließend möglich ist.
Je nach Fortschritt der Zeit könnten die Teilnehmenden nach der ersten Untersuchung ihre Ergebnisse mit reellen Daten der SARS-CoV-2 Pandemie vergleichen. Im Fokus steht hier die Passung des verwendeten Modells zur Realität und die Frage, wie die Abweichungen erklärt werden könnten beziehungsweise was das Modell vernachlässigt.

5.3.2 Digitale Arbeitsumgebung der Teilnehmenden

Die Teilnehmenden nutzen für die Untersuchung Programme in der Programmiersprache Python, die über das Terminal der Computer benutzt werden. Die Codes der Programme bekommen sie jedoch in dieser Phase nicht zu sehen. Sie können auf Wunsch aber nach dem Kurs an die Interessierten ausgehändigt werden. Beim Ausführen der Programme über das Terminal öffnet sich eine Benutzeroberfläche zur Bedienung des Programmes, die in Abbildung 13 zu

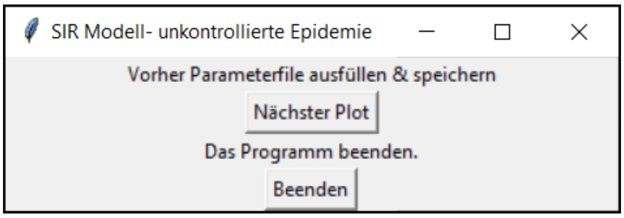
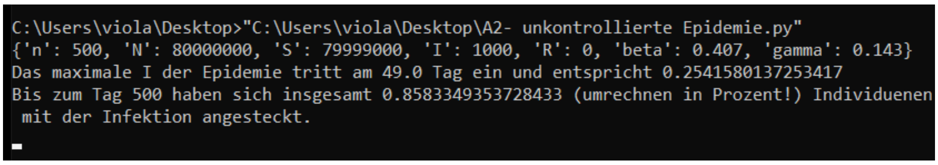


Abbildung 13: Benutzeroberfläche zur Kontrolle des ersten Programmes.

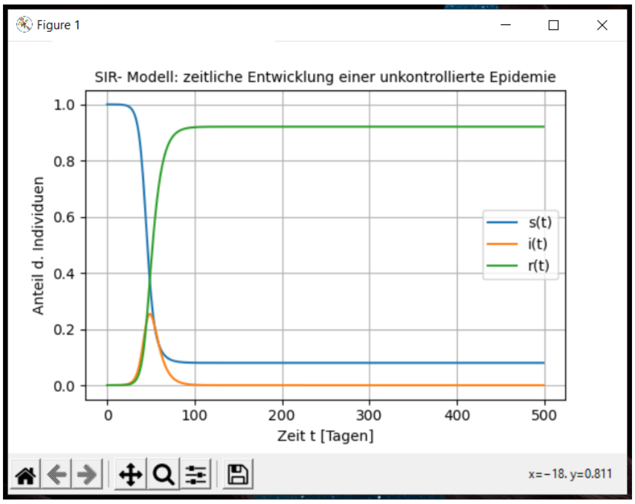
sehen ist. Die Variablen und Parameter werden über ein Parameterfile in Form einer einfachen Textdatei verändert und eingelesen. Das Parameterfile ist im Anhang in Kapitel A.2.1 zu sehen. In dem Parameterfile befindet sich für jede Größe eine Beschreibung zur inhaltlichen Bedeutung sowie eine Beispielgröße, eine *range*, in der sich der Wert befinden sollte, oder eine empfohlene Schrittweite für Veränderungen. Die Kommentare sind dabei mit einer Raute (#) markiert. Für den ersten Praktikumsblock sind nur die Werte bis zur Markierung, eine lange Kette aus mehreren Rauten, zu beachten. Die Werte der Variablen und Parameter müssen die Teilnehmenden manuell ändern. Der Bereich, in dem Änderungen erlaubt sind, ist durch eine Art Rahmen hervorgehoben und in der Anleitung, die die Teilnehmenden vor Ort finden, dargestellt und erläutert. Wenn die Teilnehmenden die Daten im Parameterfile geändert und gespeichert haben, können sie auf der Benutzteroberfläche den Button „Nächster Plot“ drücken und die Ausgabe wird (neu) generiert.
Mit dem Programm „A- unkontrollierte Epidemie.py“ werden drei Graphen generiert: Zum einen erhalten die Teilnehmenden die zeitliche Entwicklung der Suszeptiblen, Infizierten und Resistenten für eine unkontrollierte Epidemie. Zu diesem Graphen gibt das Terminal ebenfalls die Größe des Maximum der Infizierten und den dazugehörigen Tag an. Zum anderen wird ein Graph zur Entwicklung der 7-Tage-Inzidenz pro 100000 Einwohner dargestellt. An diesem Graphen können die Teilnehmenden ablesen, wie viele Menschen sich innerhalb der letzten sieben Tage für eine normierte und damit vergleichbare Gruppe infiziert haben. Gerade dieser Kontext und die Werte tauchen in den Medien momentan sehr gehäuft auf, sodass sie in diesem Graphen wahrscheinlich in erster Linie den stärksten Bezug zum Alltag darstellen. Der dritte Graph stellt die Entwicklung des Gesamtanteils der Infizierten dar. Er zeigt, wie viele Menschen sich im Laufe der Epidemie angesteckt haben und auf natürlichem Wege resistent geworden sind. Im Terminal ist der Gesamtanteil der Erkrankten am letzten betrachteten Tag (letzter Wert aus dem Graphen) abzulesen. In Abbildung 14 ist die beispielhafte Ausgabe des verwendeten Programmes zu sehen.
Die Arbeitsoberfläche der Graphen erlaubt es den Teilnehmenden, sich über eine Zoom-Funktion (Lupen-Symbol) einen Ausschnitt genauer anschauen zu können. Hierdurch kann beispielsweise der Verlauf der Infizierten auch dann betrachtet werden, wenn die Werte im Vergleich zu den Werten der Suszeptiblen oder Resistenten sehr gering sind. Zusätzlich wird mit dieser Funktion auch das Ablesen von präzisen Werten möglich. Neben dem Zoomen ist auch ein Verschieben des Bildausschnittes (Achsen-Symbol) möglich. Dieses Option generiert nicht mehr Datenpunkte, kann aber hilfreich sein wenn in die Graphik hineingezoomt wurde. Die Verschiebungen und Vergrößerungen

können über den Home-Button (Haus-Symbol) vollständig rückgängig gemacht werden. Die Pfeil-Buttons erlauben das Aufheben oder Wiederholen der jeweils letzten Aktion. Ebenfalls möglich ist das direkte Speichern (Disketten-Symbol) der Graphiken, um sie dann in die digitalen Protokolle einzufügen. Die Buttons für die Bildoptionen sind ebenfalls in Abbildung 14 abgebildet.

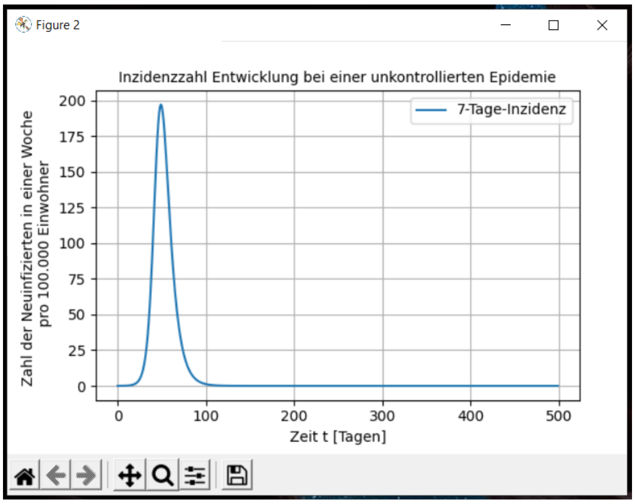


```
C:\Users\viola\Desktop>"C:\Users\viola\Desktop\A2- unkontrollierte Epidemie.py"
{'n': 500, 'N': 80000000, 'S': 79999000, 'I': 1000, 'R': 0, 'beta': 0.407, 'gamma': 0.143}
Das maximale I der Epidemie tritt am 49.0 Tag ein und entspricht 0.2541580137253417
Bis zum Tag 500 haben sich insgesamt 0.8583349353728433 (umrechnen in Prozent!) Individuenen
 mit der Infektion angesteckt.
```

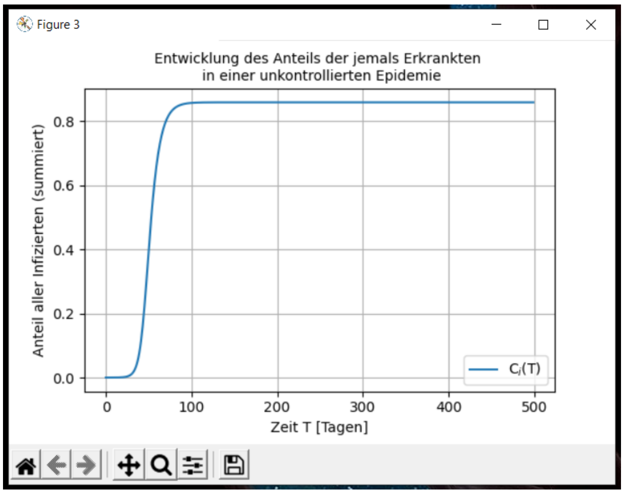
(a) Terminal Ein- und Ausgabe



(b) zeitliche Entwicklung



(c) 7-Tage-Inzidenz Entwicklung



(d) zeitl. Verauf des Gesamtanteil der Infizierten

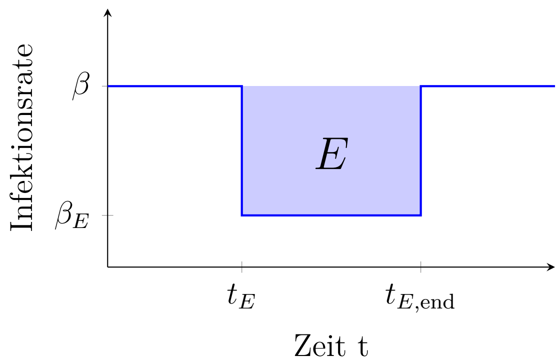
Abbildung 14: Beispielhafte Ausgabe des Programmes des ersten Praktikumsblocks mit den Daten aus Kapitel 4.3.1

5.4 Umsetzung der weiterführenden Theorie

In einer zweiten, kürzeren Theorieeinheit sollen die Teilnehmenden an die Kontrollmaßnahmen einer Epidemie herangeführt werden und verstehen, wie diese in das Modell einzubetten sind.

5.4.1 Theoretische Grundlagen über Kontrollmaßnahmen

Das Eindämmen einer Pandemie ist wichtig, um Menschenleben zu retten und andere Schäden in den Ländern möglichst gering zu halten. Dabei gibt es verschiedene Möglichkeiten, wie diese Abschwächung der Ausbreitung umgesetzt werden kann.
Eine Maßnahme ist allen aus dem eigenen Alltag seit längerem bekannt: die Umsetzung durch ausgeprägte Hygienekonzepte und Kontaktbeschränkungen beispielsweise durch einen Lockdown. Die Maßnahmen sollen die Infektionsrate absenken. Eine Reduktion der Kontaktpersonen, zuvor als M bezeichnet, und der Ansteckungswahrscheinlichkeit, zuvor als x bezeichnet, senkt im Schnitt die Infektionsrate β ab. Die Absenkung auf die neue Infektionsrate β_E wird berechnet durch $\rho \cdot \beta$, wobei ρ die Absenkung auf und nicht um einen prozentualen Teil angibt[1]. Den Zeitpunkt, ab dem diese Maßnahme in Kraft tritt, bezeichnen wir als t_E [2]. Ein Lockdown beschränkt sich auf einen begrenzten Zeitraum, da die Wirtschaft unter dem Stopp leidet und der Elan der Bevölkerung schwindet, sodass allgemein die Umsetzung durch eine Ressource oder ein Einsatzmittel E begrenzt werden soll. Je nach Intensität des Eingriffs sind diese Einsatzmittel schneller verbraucht und der Eingriff muss beendet werden. Mathematisch können wir dies über eine Stufenfunktion ausdrücken. Ab einem Zeitpunkt wird die Infektionsrate abgesenkt und nach einer gewissen Zeit sind die Ressourcen verbraucht und die Infektionsrate steigt wieder auf die vorherige Größe an. Schematisch kann das Vorgehen wie folgt dargestellt werden:



[1] Im Programm wird der Absenkfaktor ρ als ‚reduce' bezeichnet.
[2] Im Programm wird der Eingriffszeitpunkt des Lockdowns - zur besseren Unterscheidung zum Eingriffszeitpunkt der Impfung - mit ‚nlockdown' bezeichnet.

Für die Berechnung des Endzeitpunktes nutzen wir eine Eigenschaft der Stufenfunktion. Die eingeschlossene Fläche entspricht einem Rechteck, dessen Flächeninhalt direkt aus dem Produkt der Seitenlängen hervorgeht. Für unseren Fall bedeutet dies: $t_{E,\text{end}} = t_E + \frac{E}{\beta - \beta_E}$.
Eine weitere Maßnahme zur Eindämmung ist das Impfen, bei dem suszeptible Personen immunisiert werden. Für das Modell wird dabei angenommen, dass die Impfung vollständig und direkt wirksam ist, auch wenn dies einer Idealisierung entspricht. Das Impfen wird mit einer Rate von α durchgeführt[3]. Das heißt, jeden Tag werden α der verbliebenen Suszeptiblen geimpft. Den Zeitpunkt, an dem die Impfungen beginnen, nennen wir t_E [4]. Eine Impfung direkt zu Beginn der Epidemie ($t_E = 0$) würde einem vorbeugenden (prophylaktischen) Impfen und ein späteres Impfen einem eingreifenden (intervenierenden) Impfen entsprechen. In unserem Modell ergänzen wir bei der Gleichung der Suszeptiblen den Impfterm, sodass sich folgende Gleichung ergibt:

$$s(t + \Delta t) = s(t) - (\beta si \boldsymbol{- \alpha \cdot s}) \cdot \Delta t \; . \tag{22}$$

Für die Untersuchung endet das Impfen nach dem Start nicht mehr, es wird hier als ressourcenunabhängig betrachtet. Für viele Krankheiten sind die Kosten einer Impfung gering und können daher fast vernachlässigt werden. Die Kosten für eine Impfung gegen Corona hingegen sind vergleichsweise hoch. Der Vergleich der Kosten eines Lockdowns und einer Impfungkampagne im Falle der SARS-CoV-2 Pandemie sind jedoch nicht vergleichbar, da zu wenig Daten dazu vorliegen. Um den Effekt der Begrenzung des Impfstoffes oder anderweitiger Kosten zu berücksichtigen, könnte eine prinzipiell geringere Impfrate verwendet werden, sodass die reellen, zeitlich schwankenden, begrenzten Impfungen quasi im Durchschnitt betrachtet werden.
Um die Effizienz dieser Eingriffe zu bestimmen, betrachten wir den Unterschied zwischen der unkontrollierten Epidemie und der eingedämmten Epidemie. Für den Nutzen bestimmen wir den Gesamtanteil aller jemals Erkrankten für die unkontrollierte (ν_i^0) und für die kontrollierte (ν_i^+) Epidemie. Zur Bestimmung des Gesamtanteils summieren wir den Infiziertenanteil für alle Zeitpunkte auf und dividieren durch die Zeit τ, in der die Individuen infektiös sind, um die Personen nicht mehrfach zu zählen. Die Differenz dieser Gesamtanteile gibt an, wie viele Individuen sich prozentual weniger angesteckt haben werden. Ebenfalls interessant zu wissen ist, welche Verbesserung die Maßnahme mit sich bringt. Für die prozentuale Verbesserung wird der Anteil derer,

[3] In den Programmen wird ‚vaccrate‘ zu Vereinfachung verwendet.
[4] Im Programm wird der Eingriffszeitpunkt des Impfens - zur besseren Unterscheidung zum Eingriffszeitpunkt des Lockdowns - mit ‚nvacc‘ bezeichnet.

die sich weniger angesteckt haben $(\nu_i^0 - \nu_i^+)$, durch den Gesamtanteil der Erkrankten der unkontrollierten Epidemie (ν_i^0) dividiert, der Quotient gibt dann den Erfolg an. Je dichter der Wert an 1 liegt, desto erfolgreicher war der Eingriff. Über den Nutzen und die Verbesserung können die Maßnahmen bestmöglich verglichen und ihr Einfluss beziffert werden.

5.4.2 Material zur weiterführenden Theorie

Wie in der vorherigen Theorieeinheit erhalten die Teilnehmenden ein begleitendes Arbeitsblatt im gleichen Stil. Zunächst sollen die Teilnehmenden qualitative Überlegungen anstellen, wie eine Epidemie im realen Leben eingedämmt oder kontrolliert werden könnte, die Ergebnisse werden an der Tafel gesammelt. Die Teilnehmenden können hierbei all ihre alltäglichen Erfahrungen oder Strategien, von denen sie in den Medien gehört haben, nennen. Das Projekt fokussiert sich auf zwei spezielle Strategien, welche kurz vorgestellt werden: das Absenken der Infektionsrate und das Immunisieren/ Impfen als Übergang von der Gruppe der Suszeptiblen zu den Resistenten. Auf dem Arbeitsblatt befindet sich für die Absenkungsstrategie eine beschriftete Graphik einer Stufenfunktion sowie eine Kurzbeschreibung dieser Maßnahme. Für den neuen Übergang von S zu R ist das den Teilnehmenden bekannte Schema erweitert dargestellt sowie die Annahmen und eine Kurzbeschreibung gegeben. Für diese Immunisierung müssen die Teilnehmenden das Gleichungssystem um den entsprechenden Term erweitern. Sie sollen hier ihre qualitativen Überlegungen mathematisieren und notieren. Nach Erarbeitung der mathematischen Grundlagen der Eindämmungsmaßnahmen sollen die Teilnehmenden ihre genannten qualitativen Kontrollmaßnahmen begründet der Infektionsratenabsenkung oder der Immunisierung zuordnen. Falls ihre Beispiele unpassend sein sollten, sollen sich die Teilnehmenden Maßnahmen überlegen, die mit der Mathematisierung untersucht werden können. Zum Beispiel wären jegliche Hygienemaßnahmen und Kontaktbeschränkungen zur Maßnahme der Absenkung zu nennen und Impfungen beim Übergang von Suszeptiblen zu Resistenten.
Der Nutzen und Erfolg werden an der Tafel kurz als Grundlage zur Evaluation der Strategie und als Vergleichsgröße vorgestellt. Eine verschriftlichte Zusammenfassung befindet sich auf dem Arbeitsblatt der Nutzenanalyse des zweiten Praktikumsblocks.

5.5 Umsetzung des 2. Themenblocks in ein Praktikum

Der zweite Themenblock behandelt den Einfluss und die Effizienz von externen Eingriffen in die Epidemie. Der Praxisblock zu diesem Thementeil wird sich in zwei Untersuchungen aufteilen. Zum einen wird der zeitliche Verlauf unter Einfluss der Eingriffe, bestehend aus Absenkung der Infektionsrate und Impfungen, betrachtet und zum anderen der Nutzen analysiert.

5.5.1 Material für die Bearbeitung

In Teil 1 des zweiten Blocks werden die Kontrollmaßnahmen generell kennengelernt. Auch hier gilt das Arbeitsblatt als eine Orientierung und Motivation. Das Arbeitsblatt beginnt mit zwei Karikaturen, die die Entscheidung über die Eindämmung visualisieren. Sie sollen die Situation auflockern, stellen aber auch einen Bezug zum Alltag der Teilnehmenden dar. Die Karikaturen bilden durch die zugespitzte Sichtweise einen Denkanstoß und leiten damit ideal in eine Untersuchung ein. Die Teilnehmenden sollen der Frage nachgehen, welche Maßnahmen zur Eindämmung am besten ergriffen werden sollten. Als Teil ihrer Überlegungen sollen die Teilnehmenden auch die Umsetzbarkeit in der Realität berücksichtigen, und daher eine Gesundheitssystemgrenze bedenken. Die Gesundheitssystemgrenze wird in unserem Alltag durch die Intensivbetten und Pflegekräfte begrenzt. In der Untersuchung wird eine Grenze von einem Prozent angenommen, was für Deutschland etwa 800000 Infizierten entsprechen würde. Die meisten Infizierten haben nach ersten Untersuchungen einen milden Verlauf, bei etwa 14% wurde ein schwerer Verlauf festgestellt und bei 5% ein kritischer (*Symptome erkennen und richtig handeln*, 2021). Für den theoretischen Fall von 800000 Infizierten sind also circa 16000 mit schwerem oder kritischem Verlauf zu erwarten. In Deutschland gibt es knapp 23000 Intensivstationsbetten, sodass eine solche Kalkulation die Gesellschaft herausfordern würde, sie aber für eine Untersuchung realistisch genug ist. Die Aufgaben und die Orientierung sind in ihrer Form analog zum ersten Praxisblock gestaltet. Die Teilnehmenden sollen ihre Ergebnisse unter einer neuen Überschrift mit Hypothesen, Graphiken, Beobachtungen und Interpretationen dokumentieren. Für ihre Untersuchung wird dabei empfohlen, zunächst Hygienemaßnahmen und Impfungen getrennt von einander zu untersuchen, bevor eine Mischstrategie betrachtet wird. Für die zwei verschiedenen Strategien sind dann die jeweiligen Variablen benannt.
Die folgenenden Seiten der Arbeitblätter dienen der Anregung für mögliche Untersuchungsschwerpunkte und Orientierungshilfen. Die Teilnehmenden werden auf den Arbeitsblättern mit verschiedenen Szenarien konfrontiert, welche beschrieben oder erläutert werden sollen. Exemplarisch ist das Beschreiben der Konsequenzen von zu frühem oder zu spätem Intervenieren und das Erklären des Einflusses der Ressourcen E zu nennen. Insbesondere bei der Impfung könnten die Teilnehmenden theoretische

Überlegungen anstellen, wie sich der zeitliche Verlauf ändern würde, wenn man doch eine begrenzte Ressource berücksichtigte, und inwiefern die Strategie sich ändern würde. Das Arbeitsblatt bietet ebenfalls den Platz, eine mögliche Strategie für das Gesundheitsamt zu entwickeln und eine mögliche Umsetzung näher zu beschreiben.
In Teil 2 wird dann der Nutzen der jeweiligen Strategien untersucht. Das Arbeitsblatt beginnt mit einem Bild eines alten Mannes, der kritisch äußert, dass alle Maßnahmen gar nichts bringen und wir es direkt sein lassen könnten. Die Aussage soll quasi die Einführung in die Untersuchung darstellen. Die Teilnehmenden werden in diesem Teil des Praktikumsblocks ihre gefundenen Strategien hinsichtlich ihrer genauen Vorteile untersuchen. Wie viele Individuen infizieren sich weniger und wie groß ist damit die Verbesserung? Ebenfalls sollen sie vergleichen, welche alternative Maßnahme verwendet werden müsste, wenn der gleiche Nutzen wie bei ihrer beliebig gewählten Maßnahme erzielt werden soll. Ihre Ergebnisse sollen die Teilnehmenden wieder in ihrem Protokoll dokumentieren. Wichtig in dieser Untersuchung ist das kritische Reflektieren. Es kann sein, dass je nach Parameterwahl nur kleine Verbesserungen von unter 10% erzielt werden. Die Untersuchungen sollen zeigen, dass je nach Wahl der Strategie unterschiedlich gute Erfolge zu erzielen sind, welche teils zusätzlich von einer Ressource beschränkt wurden. Ebenfalls auf dem Arbeitsblatt befindet sich eine Zusammenfassung der Theorie des Nutzens. Die wichtigsten Größen sind hier noch einmal mit einer Definition versehen, so wird die Theorie gefestigt und sorgt für eine einheitliche Kommunikation. Wenn die Teilnehmenden die Begriffe bereits aus der zweiten Theorieeinführung verstanden haben, können sie den Text überspringen.
Auch für Teil 2 des zweiten Blocks sind Anregungen und Orientierungshilfen in Form von Aufgaben formuliert worden. Die Teilnehmenden können hier den zeitlichen Verlauf der Abweichung der Infiziertenzahlen zwischen unkontrolliertem und eingedämmtem Verlauf der Epidemie beschreiben und skizzieren. Ebenfalls besteht der Platz, die beste gefundene Maßnahme des Teams zu verschriftlichen. In der Sicherung kann dann verglichen werden, welches Team die beste Methode der Klasse beziehungsweise des Kurses gefunden hat. Zum Schluss motiviert das Arbeitsblatt dazu, eine Begründung für die Relevanz der Größe der Einsatzmittel für die Effizienz einer Hygienemaßnahme zu finden, sowie Argumente dafür, wieso nicht jede Impfkampagne umgesetzt werden kann. Die Argumente können als Vorbereitung auf die offene Diskussion im Anschluss an die Sicherung dienen.

5.5.2 Digitale Arbeitsumgebung der Teilnehmenden

Für den zweiten Praktikumsblock gibt es für jeden Teil eigene Programme, deren Bedienung nahezu gleich zum ersten Praktikumsblock ist. Die Handhabung der Programme wird den Teilnehmenden durch den bekannten Aufbau erleichtert. Lediglich das Programm „B- Kontrollmaßnahmen zur Epidemieeindämmung.py“ aus dem ersten Teil besitzt auf der Benutzeroberfläche eine weitere Einstellungsoption, siehe Abbildung 15. Mit der Abfrage, ob die maximale Auslastung des Gesundheitssystems berücksichtigt oder vernachlässigt werden soll, kann der Teilnehmende entscheiden, ob eine Grenze in Form einer Geraden in der Graphik enthalten sein soll oder nicht. Die Benutzeroberfläche für die Nutzenanalyse sieht bis auf die Überschrift in der oberen linken Ecke äquivalent zur Abbildung 13 aus.

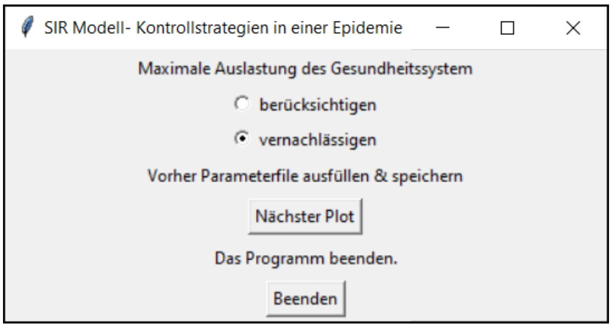
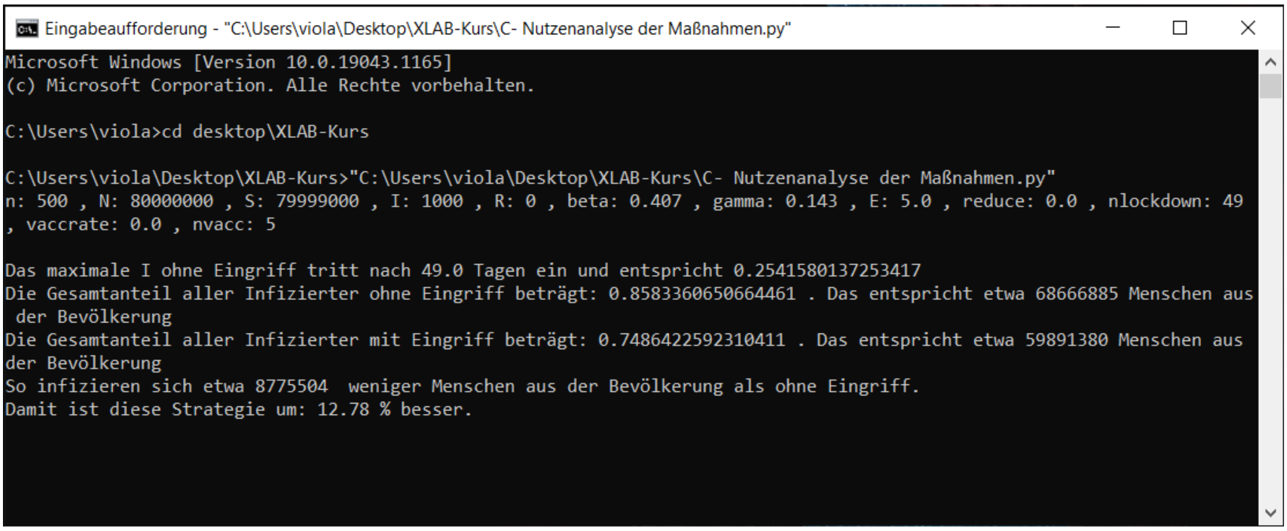


Abbildung 15: Benutzeroberfläche zur Kontrolle des zweiten Programmes.

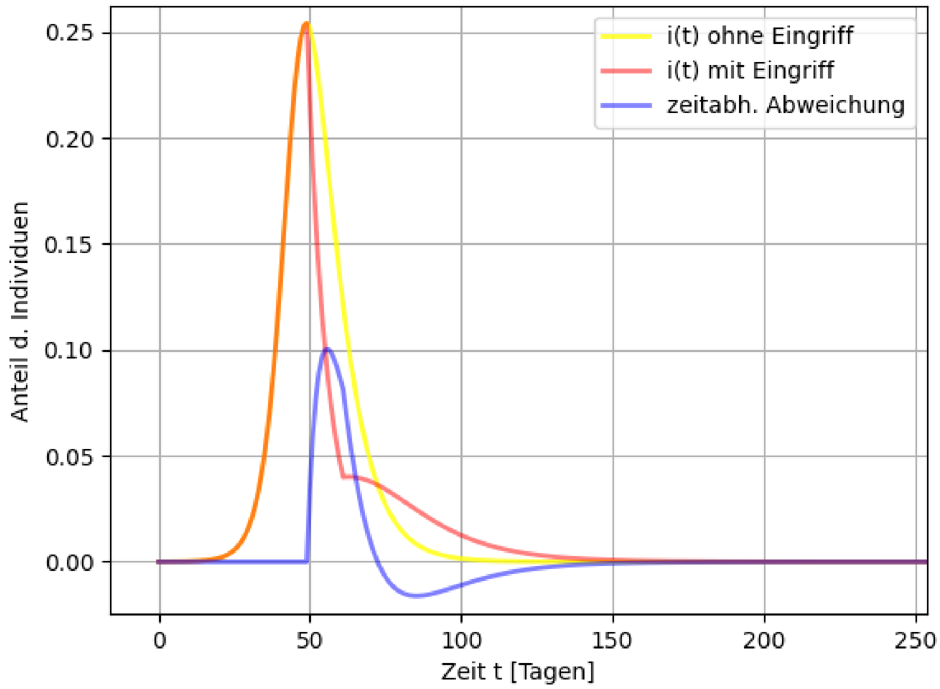
Das Parameterfile (siehe Anhang A.2.1) zur Änderung der Variablen und Parameter ist dasselbe wie aus dem ersten Themenblock, nun stehen aber die Werte unterhalb der Rauten-Kette im Fokus der Untersuchung. Für eine Untersuchung einer „reinen“ Hygienemaßnahme muss die Impfrate ($\alpha = vaccrate$) gleich null gesetzt werden, dann wird ausschließlich der Effekt der Hygiene abgebildet. Möchten die Teilnehmenden eine „reine“ Impfstrategie untersuchen, so muss das Einsatzmittel (E) gleich null gesetzt werden.

Für die Untersuchung der Kontrollmaßnahmen (Teil 1) wurde die gleiche Ausgabe wie im ersten Praktikumsblock gewählt. Die Teilnehmenden erhalten demnach die zeitliche Entwicklung der drei Gruppen, des 7-Tage-Inzidenzwertes und des Gesamtanteils der Infizierten. Insbesondere der dritte Graph ist nun von Bedeutung, da die Impfung als Übergang von Suszeptibilität zu Resistenz angelegt wurde, sodass anhand der Resistentenzahl nicht mehr ablesbar ist, wie viele Individuen insgesamt erkrankt sind. Damit die Teilnehmenden die Informationen einheitlich für alle Untersuchungen haben, wurde dieser Graph schon früh antizipiert. Die gleich aufgebaute Ausgabe ermöglicht den Teilnehmenden einen direkten Vergleich zur unkontrollierten Epidemie. In ihrem Protokoll sind die Abbildungen dann ebenfalls einheitlich und ermöglichen einen übersichtlichen Vergleich zur unkontrollierten Epidemie und zwischen den Stra-

tegien.
Die Nutzenanalyse (Teil 2) wird unterteilt in zwei Programme. Mit dem ersten Programm „C- Nutzenanalyse der Maßnahmen.py“ wird der zeitliche Verlauf des Infiziertenanteils für die unkontrollierte und eine eingedämmte Epidemie geplottet. Ebenfalls in dem Graphen enthalten ist die Abweichung zwischen den Verläufen, um die Stärke des Einflusses grob abzuschätzen. Dem Terminal können die Teilnehmenden entnehmen, wie groß der Anteil aller Infizierten ohne und mit Eingriff ist, wie viele Personen sich durch die gewählte Maßnahme weniger infizieren werden (Nutzen), sowie die prozentuale Verbesserung, die so erzielt wird. In Abbildung 16 ist eine beispielhafte Ausgabe des Terminals und des Graphen dargestellt.
Mit Hilfe des zweiten Programmes „C2- Vergleich der Erfolge durch Alternativmaßnahmen“ können die Teilnehmenden eigenständig einen vergleichbaren Nutzen zu ihrer Strategie aus verschiedenen Hygiene- und Impfstrategien ermitteln. Da die Hygienemaßnahme von drei Parametern maßgeblich abhängig ist (Absenkung, Eingriffszeit und Ressource), wurde die Zeit festgelegt und die übrigen zwei Parameter variiert. Eine Änderung von *nlockdown* im Parameterfile generiert weitere Alternativoptionen. Die Teilnehmenden können also mit der aus Teil 1 erhaltenen Verbesserung alternative Handlungsoptionen finden und abwägen, welche Handlung leichter umsetzbar oder realistischer ist. In Abbildung 17 sind 11 beziehungsweise 12 Alternativmaßnahmen durch Hygiene beziehungsweise Impfen mit ihrem Erfolg dargestellt.
Die allgemeinen Optionen zur Verbesserung der Ansicht der Graphen, wie im ersten Themenblock beschrieben, gelten auch für den zweiten Themenblock.

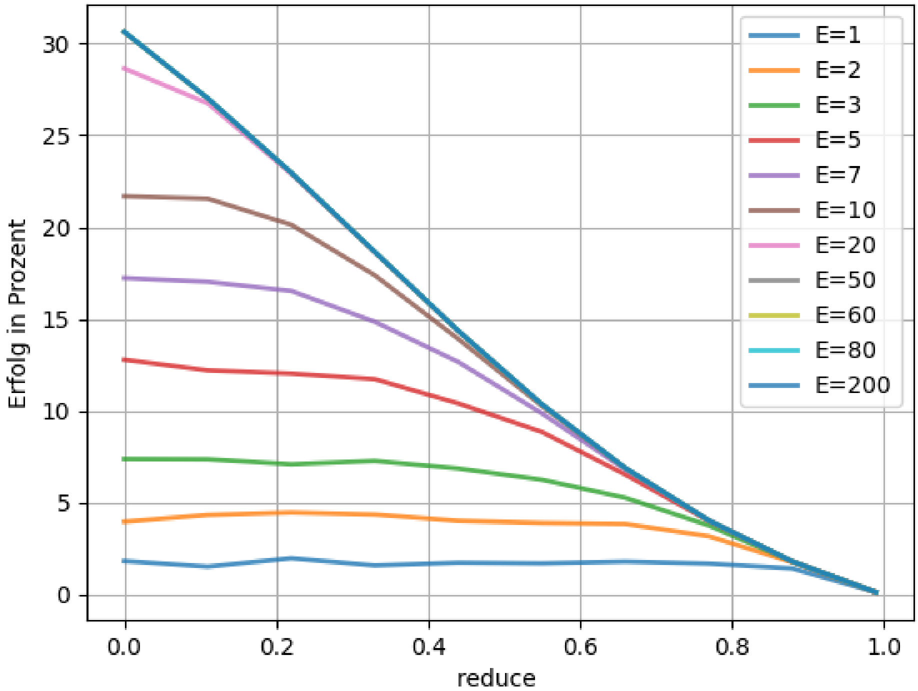


(a) Terminal Ein- und Ausgabe

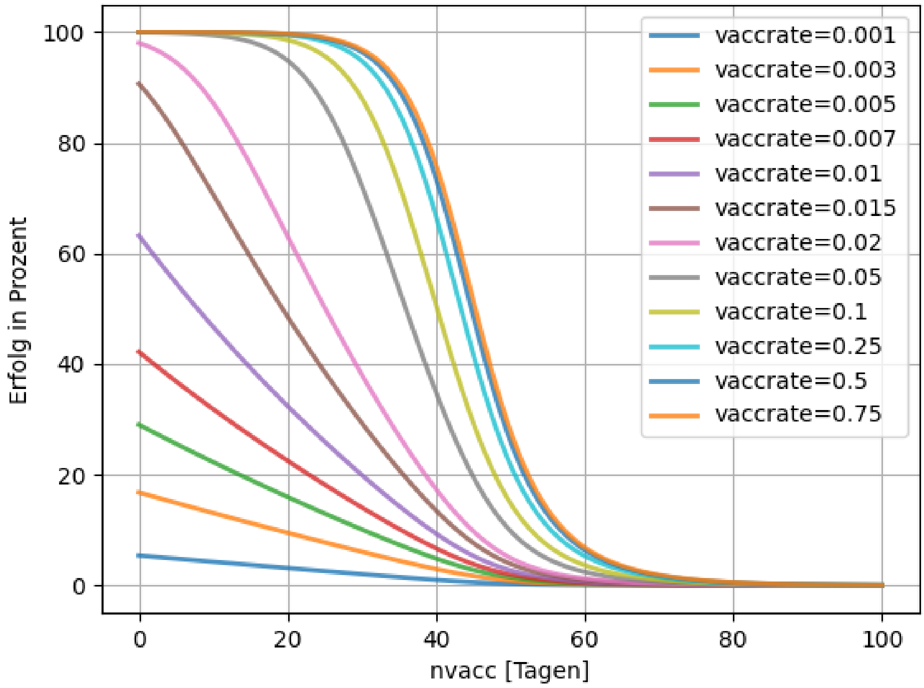


(b) zeitlicher Infiziertenanteil ohne und mit Eingriff sowie der zeitlichen Abweichung zwischen den Infiziertenanteilen ohne und mit Eingriff

Abbildung 16: Beispielhafte Ausgabe des Programmes des zweiten Praktikumsblock (Teil 2a) mit den Daten aus Kapitel 4.3.1 und der Strategie: $\rho = reduce = 0.0$, $t_E = nlockdown = 49\,,\; E{=}5$



(a) Erfolg von verschiedenen Hygienmaßnahmen für $t_E = nlockdown = 49$ in Abhängigkeit des Absenkfaktors $\rho = reduce$



(b) Erfolg von verschiedenen Impfkampagnen mit Impfrate $\alpha = vaccrate$ in Abhängigkeit des Eingriffszeitpunkts $t_E = nvacc$

Abbildung 17: Beispielhafte Ausgabe des Programmes des zweiten Praktikumsblock (Teil 2b) mit den Daten aus Kapitel 4.3.1 und verschiedenen Strategien

5.6 Didaktische Reserve

Als didaktische Reserve steht ein Programm zur Verfügung, in dem die ideale Hygienemaßnahme ermittelt werden kann. Die Bearbeitung dieses Programmes ist im Vergleich zu den anderen wesentlich theoretischer aufgebaut. Das Interpretieren der ausgegebenen Daten steht hier im Vordergrund.

5.6.1 Material für die Bearbeitung

Die Teilnehmenden erhalten auch für diese Phase ein Arbeitsblatt. Zu Beginn dessen wird die Erkenntnis aus dem Praxisblock 2 aufgegriffen, dass die Hygienemaßnahmen je nach Kombination der Eingriffszeit t_E und des Absenkfaktors ρ unterschiedlich erfolgreich sind. Mit dieser Untersuchung können die Teilnehmenden die ideale Hygienemaßnahme und die optimalen Kombinationen der Eingriffszeit und des Absenkfaktors für eine feste Ressource bestimmen. Die Teilnehmenden werden aufgefordert, ihr Vorgehen und die Ergebnisse wie in den vorherigen Praktikumsblöcken in einem neuen Abschnitt zu dokumentieren. Auf dem Arbeitsblatt befinden sich neben dieser Aufgabe Erläuterungen zu den Graphen der Ausgabe, da diese nicht auf den ersten Blick zu verstehen sind. Das Arbeitsblatt bietet ebenfalls Platz, die zusammenfassenden Ergebnisse strukturiert zu dokumentieren, sodass sie in der Sicherung präsentiert werden können.

5.6.2 Digitale Arbeitsumgebung der Teilnehmenden

Für diese Untersuchung wird das Programm „D- Ideale Hygienemaßnahme.py“ verwendet. Es hat die gleiche Benutzeroberfläche wie die bisherigen Programme und ist daher leicht zu öffnen. Aus dem Parameterfile werden im wesentlichen nur die Daten vor der Rautenkette sowie die Einsatzmittel E eingelesen. Das Programm generiert automatisch 40×40 Kombinationen aus Absenkungsfaktoren und Eingriffszeitpunkten. Das Programm gibt den Teilnehmenden zunächst einen dreidimensionalen Plot, in dem der Gesamtanteil der Erkrankten in Abhängigkeit zum Absenkfaktor (ρ) und zur Eingriffszeit (t_E) dargestellt ist. Dieser Plot dreht sich anfangs um 180 Grad, sodass die Teilnehmenden die Fläche beobachten können, anschließend können sie den Plot über die Benutzung der Computermaus eigenständig drehen und untersuchen. Im Terminal können die Teilnehmenden ablesen, wo sich das globale Minimum des Plots befindet und damit die ideale Hygienemaßnahme identifizieren. Mit dem Programm kann ebenfalls eine kleine Abweichung von der idealen Maßnahme untersucht werden.

Dafür werden zwei weitere Graphen ausgegeben, bei denen zum einen der Absenkfaktor für verschiedene Eingriffszeitpunkte, und zum anderen der Eingriffszeitpunkt für verschiedene Absenkfaktoren variiert wird. Ist der ideale Absenkfaktor nicht maximal (gleich null), was durch numerische Unsicherheiten des Programmes verursacht werden kann, gibt das Programm auch kleinere Absenkfaktoren zum Vergleich an.
Für eine beispielhafte Ausgabe betrachte die Graphiken aus Kapitel 4.3.3, diese sind jedoch zugeschnitten. In der originalen Ausgabe sind die Bildverarbeitungfunktionen (Vergrößern, Verschieben) wie bei den vorherigen Ausgaben auch vorhanden.

5.7 Didaktische Reduktion

Als didaktische Reduktion wird das Vereinfachen und Kürzen eines Themas auf eine Auswahl an Lerninhalten bezeichnet, die dann addressatengerecht sind. Häufig wird sich bei der Vereinfachung auf grundlegende Konzepte, Ideen oder Muster beschränkt. Die Hauptfrage ist ‚was wird vermittelt?' (Sorgalla, 2015).

Die inhaltlich vereinfachte Darstellung der Theorie wurde bereits in dem vorangegangenen Kapitel erläutert. Dieses Kapitel soll die wesentlichen Reduktionen verallgemeinern und zusammenfassen. Die Erklärung basiert dabei auf grundlegenden Entscheidungen, die durch das Konzept und die Idee für das Projekt (siehe Kapitel 5.1) notwendig waren. Lernende der gymnasialen Oberstufe des G9, das heißt 9 Jahre im gymnasialen Bildungsweg, sind wahrscheinlich zuvor nicht in den Kontakt mit dem SIR-Modell getreten. Weitere Details zur Lerngruppe befinden sich im Kapitel 6.1. Die Basis für die geplanten Untersuchungen muss also erst aufgebaut werden. Das SIR-Modell, wie es in der epidemiologischen Forschung verwendet wird, soll verwendet werden, da das Modell mit einigen kontextbezogenen Erklärungen gut zu verstehen ist und so der Bezug zur Wissenschaft aufrechterhalten werden kann. Daher beginnt die Einheit sehr qualitativ, um das Verständnis auf dieser Ebene zu festigen. Die qualitative Ebene des Modells ist dabei recht zugänglich und basiert auf alltäglichem Wissen bezüglich Infektionskrankheiten. Die quantitative Ebene wird dann in Verbindung mit dem qualitativem Kontext erarbeitet. Die Übergänge als Änderungen ergeben sich aus den einzelnen qualitativen Faktoren des Geschehens. Die Verwendung von Durchschnitten und Wahrscheinlichkeiten anstelle der Betrachtung von einzelnen Individuen erleichtert das Arbeiten enorm, das Grundwissen zu „Daten und Zufall" (Niedersächsisches Kultusministerium, 2015a) bringen die Schüler*innen bereits mit. Der verwendete Euler-Algorithmus zur Berechnung der zeitlichen Entwicklung hat den Vorteil, dass sowohl Änderungen als auch der direkte Bestand berechnet oder abgelesen werden können. Einzelne Berechnungsschrit-

te sind leicht händisch durchzuführen. Differentialgleichungen, wie sie in der gängigen Praxis verwendet werden, werden in der gymnasialen Ausbildung nur begrenzt gelehrt. Am Ende der Oberstufe sollen die Schüler*innen Lösungsfunktionen von Differentialgleichungen überprüfen und die drei bekannten Wachstumsmodelle (exponentielles, begrenztes und logistisches Wachstum) per Differentialgleichung beschreiben (Niedersächsisches Kultusministerium, 2019). Das allgemeine Aufstellen und Lösen von Differentialgleichungen wird nicht zwangsläufig thematisiert. Der sichere Umgang wäre somit nicht gewährleistet. Das iterative Rechnen, auch rekursives Rechnen genannt, welches im Euler-Algorithmus aufgegriffen wird, lernen die Schüler*innen in Klasse 10 (Niedersächsisches Kultusministerium, 2015a, S. 31), sodass man für die gymnasiale Oberstufe das Euler-Schrittverfahren voraussetzen kann. Die Untersuchung der Gesamterkrankten basiert auf einer Summierung aller Infizierten. Theoretisch könnte auch das Integral gebildet werden, da aber auch dies erst in der Qualifikationsphase der Oberstufe behandelt wird (Niedersächsisches Kultusministerium, 2019), ist eine sichere Verwendung nicht voraussetzbar. Außerdem ist das Summieren leichter mit dem Kontext verknüpfbar und damit leichter zu verstehen und zu deuten.
Das SIR-Modell bietet unzählige Erweiterungsmöglichkeiten, über die ganze Bücher verfasst werden. In diesem Projekt sollen aber nur das grundlegende Modell und die zwei Kontrollmaßnahmen als Abwandlung betrachtet werden. Beispielsweise der Aspekt der Demographie, der in unserer realen Welt und für die Ausbreitung von Infektionskrankheiten einen relevanten Anteil trägt, wird vernachlässigt. Die geplanten Untersuchungen geben einen guten Einblick in die realistische Modellierung von Epidemien durch quantitative Daten. Wenn der Kurs erfolgreich ist und die Teilnehmenden das Konzept verstehen, werden sie als Modellkritik ebensolche Faktoren wie die Demographie anbringen, welche komplexere Untersuchungen ermöglichen und die Wirklichkeit in mehr Aspekten widerspiegeln. Der Kontext des Kurses beschränkt sich in erster Linie auf die Corona-Pandemie. Die Teilnehmenden könnten die gleichen Daten und Ergebnisse ebenfalls durch die Vielseitigkeit des Modells in einem anderen Kontext wie beispielsweise Masern interpretieren. Die Bindung an ein konkretes Beispiel soll die kognitive Belastung vermeiden, die entstehen würde, wenn neben dem neuen Input auch zwischen mehreren Beispielen gewechselt werden würde. Für eine grundlegende Untersuchung und das Verständnis genügt das eine Beispiel. Die Untersuchung der Parameter und Variablen ermöglicht es, die theoretische Basis zu verstehen, welche dann auf weitere Beispiele angewendet werden kann.
Die verwendeten Programme zur Untersuchung müssen die Teilnehmenden nicht selbst schreiben, sondern sind benutzerfreundlich vorgefertigt. Da Informatik noch kein Pflicht-

fach ist und wenige Schüler*innen in ihrer Freizeit programmieren, kann nicht davon ausgegangen werden, dass alle Teilnehmenden ein Basisverständnis zum Implementieren besitzen. Insbesondere ist beim Programmieren die Syntax sehr entscheidend. Das fehlende gefestigte Wissen und die Übung dazu erschweren den Prozess und würden viel Zeit in Anspruch nehmen, wodurch die inhaltlichen Aspekte in den Hintergrund treten würden. Die Theorie hinter den verwendeten Programmen wie das Euler-Schrittverfahren erarbeiten sich die Teilnehmenden, sodass sie wissen, wie die Berechnungen funktionieren. Die Programme führen diese Berechnungen für die Teilnehmenden durch, wovon diese in Kenntnis gesetzt werden. Das bedeutet, dass, obwohl die Teilnehmenden die Programme nicht explizit lesen, sie wissen, was diese im Groben tun. Die Aufgabe der Programme stellt daher keine Black Box dar. Wenn der Wunsch zum Lesen der Programme besteht, können die vorhandenen Programme den Teilnehmenden ausgehändigt und entsprechend in der Schule oder zu Hause näher behandelt werden.

5.8 Verlaufsplan

In der folgenden Tabelle ist der geplante Ablauf für den XLAB-Kurs dargestellt. Der Plan enthält neben einer groben zeitlichen Orientierung die inhaltlichen Aspekte, welche in der jeweiligen Phase thematisiert werden, die Aktivitäten der Teilnehmenden und die Lernziele für die verschiedenen Phasen. Die Abkürzung Soz.-Form steht für die Sozialform, wobei ein Unterrichts-/Plenumsgespräch als UG, Partnerarbeit als PA und Schülervorträge als SV abgekürzt wurden. Der Kurs wird begleitend strukturiert durch Arbreitsblätter (AB), welche zusätzliches Lernmaterial, Arbeitsaufträge und Platz für die Ergebnissicherung beinhalten. Mit Hilfe eines Beamers wird eine Power Point Präsentation (PPP) gezeigt.

Zeit	Phase	Inhaltlicher Aspekt	Aktivität der Teilnehmenden	(Lern-)Ziel	Soz.-Form	Material
5'	Begrüßung	Vorstellung der Personen & Ablauf des Tages	Kommen an			
10'	Motivation	Vielseitigkeit & Einsatz des Modells herausstellen	ggf. stellen Fragen, nennen Epidemiebeispiele	Kennen die Einsatzbreite des Modells	UG	Beamer (PPP)
50'	Theorie I	Quali- & Quantitative Erklärung des Modellaufbaus	Erarbeiten das allgemeine SIR-Modell im qualitativen Kontext, stellen die Änderungen mathematisch auf	Erklären das qualitative Modell, entwickeln das math. SIR-Modell	UG	PPP, Tafel
25'	Sicherung I	Festigen und evaluieren des Modells	Berechnen den Anstieg der Infiziertenzahl für einige Zeitschritte, arbeiten händisch mit dem Modell	festigen die Theorie, hinterfragen das Modell		AB, ggf. Taschenrechner
Pause						
40'	Praktikums Block I	Variation der Parameter & Anfangswerte, Untersuchung der zeitl. Veränderung	arbeiten angeleitet mit Python Programmen, untersuchen den zeitlichen Verlauf für verschiedene Datensätze	Beschreiben & Erklären den Einfluss der Parameter	PA	AB, Computer
20'	Theorie II	Ergänzung des Modells um Kontrollstrategien: Hygiene & Impfungen	Kennen Möglichkeiten zur Kontrolle einer Epidemie und deren Einbindung ins Modell	Ergänzen & Verstehen das Modell mit Kontrollmaßnahmen	UG	PPP, Tafel

30’	Praktikums Block II	Variation der Kontrollstrategien, Untersuchung der zeitl. Veränderung	Variieren die Eingriffe (Eingriffszeitpunkt, Intensität, mit und ohne Ressourcenbegrenzung), vergleichen die Maßnahmen hinsichtlich ihrer Effizienz, untersuchen das Zustandekommen einer zweiten Welle	Erläutern den Einfluss von Kontrollmaßnahmen, vergleichen verschiedene Vorgehensweisen, reflektieren die Effizienz der Eingriffs, (erklären das Zustandekommen einer zweiten Welle)	PA	AB, Computer
Pause						
40’	Sicherung	Ergebnisse sammeln, Ergebnisse validieren, Modell/ Annahmen/ Ergebnisse evaluieren	präsentieren ihre Erkenntnisse, klären Schwierigkeiten, diskutieren über das Modell		SV, UG	
30’	offene Diskussion	Verbindung der Erkenntnisse mit dem aktuellen Geschehen, Anwendung des neuen allg. Wissens zu Epidemien	Diskutieren politische/ ökonomische Entscheidungen, reflektieren das aktuelle Geschehen		UG	
15’	Evaluation des Projekts	was war gut? & was fehlte? & was könnte besser sein? Zufriedenheit, Wissenserwerb etc	geben Feedback, Fragebogen ausfüllen			
5’	**Reserve**					

6 Didaktische Konzeption

In diesem Kapitel sollen die methodischen Überlegungen, die bei der Erstellung der Materialien und der Planung berücksichtigt wurden, ausführlich dargelegt werden. Dafür wird zunächst die Zielgruppe des Kurses näher betrachtet und anschließend die Umsetzung der Materialien begründet. Die didaktische Reduktion wurde bereits in Kapitel 5.7 behandelt.

6.1 Lerngruppe

Der Kurs ist auf eine gymnasiale Oberstufenklasse beziehungsweise einen Kurs aus Niedersachsen ausgelegt. Eine Klasse/ein Kurs weist dabei in vielerlei Hinsicht Heterogenitäten auf. Die Stärken und Schwächen der einzelnen Schüler*innen sind, anders als bei einer normalen Unterrichtsplanung, nicht bekannt. Die Planung des Kurses sollte die Heterogenität in verschiedenen Merkmalen berücksichtigen und auf diese eingehen.

Vorrangig werden dabei zwei Dimensionen der Heterogenität unterschieden: Die vertikale Heterogenität beschreibt die Unterschiede im Leistungsniveau, sie wird gerade dann deutlich, wenn „die Quantität und Komplexität der Anforderungen gesteigert wird“ (Scholz, 2010, S. 10). Das heißt, wie gut können die Schüler*innen in begrenzter Zeit Aufgaben, die in Umfang und Dichte der Denkoperationen variieren, lösen (Bildungsserver Rheinland-Pfalz, 2015). Das Spektrum des Leistungsniveaus und des Lernvermögens kann sich zwischen sehr leistungsschwach und sehr leistungsstark manifestieren (Spiegel & Walter, 2005). Für einen XLAB-Kurs außerhalb der gewohnten Räumlichkeiten der Schule kann die Kommunikationsbereitschaft zunächst geringer ausfallen, obwohl die Kompetenz bei den Schüler*innen vorhanden ist. Unter der horizontalen Heterogenität werden die Unterschiede im Interesse, in den Lernwegen, Zugangsweisen zu verschiedenen Themen und Aufgaben, verschiedene Strategien und Vorgehensweisen bei Bearbeitungen etc. verstanden (Scholz, 2010). Diese Dimension bezieht sich auf einen Vergleich der unterschiedlichen Reaktionen und Ansätze für eine Aufgabe. Ein „unangemessener Umgang mit horizontaler Heterogenität [kann] auch Ursache für die Entstehung von Leistungsunterschieden im Sinne vertikaler Heterogenität werden“ (Spiegel & Walter, 2005, S. 220). Das Leistungsniveau der Schüler*innen kann also insbesondere durch die horizontale Heterogenität beeinflusst werden. Im XLAB-Kurs können die Motivation und das Engagement zur Teilnahme ebenfalls breit gestreut sein, insbesondere dann, wenn der Entscheidung zur Teilnahme eine Mehr-

heitsabstimmung zugrunde lag. Fehlende Motivation, die einhergeht mit Interesse und damit zur horizontalen Heterogenität zählt, kann also die Leistung einschränken.
Die teilnehmenden Schüler*innen aus Niedersachsen haben bis zur Oberstufe Mathematik, Biologie, Chemie und Physik als Pflichtfächer. Ab 2023 wird auch Informatik ein Pflichtfach für die Sekundarstufe I werden (Schönberger, 2020). In der Einführungsphase der Oberstufe können die Schüler*innen eine der Naturwissenschaften (Biologie, Chemie oder Physik) durch Informatikunterricht ersetzen und in der Qualifikationsstufe sind je nach Schule unterschiedliche Profile mit entsprechenden Kursen wählbar. Es hat also nicht jede/r Schüler*in verpflichtend Biologie-, Chemie- und/oder Physikunterricht. Mathematik als Hauptfach muss von allen Schüler*innen belegt werden. Die Kurse der Pflicht- und Wahlfächer in der Qualifikationsphase werden auf zwei verschiedenen Anforderungsniveaus *gA* (grundlegendes Anforderungsniveau) und *eA* (erhöhtes Anforderungsniveau) angeboten. Es ist also möglich, dass das naturwissenschaftliche Vorwissen der Schüler*innen auf Stand der Sekundarstufe I oder durch Fachinhalte und Kompetenzen der Sekundarstufe II auf unterschiedlichen Niveaus (gA oder eA) ausgebildet ist.

6.2 Vorwissen der Lerngruppe

Das Vorwissen der Teilnehmenden aus der Sekundarstufe II kann nur ausgehend von den Kerncurricula für die gymnasiale Sekundarstufe I in Niedersachsen abgeschätzt und analysiert werden. Meine Expertise basiert dabei teils ausschließlich auf den Kerncurricula, da sie nicht Teil meiner Lehramtsausbildung sind oder waren.
Im Fach Biologie werden in der 10. Jahrgangsstufe unter anderem modellhaft die Mechanismen hinter Infektionskrankheiten behandelt. Darunter fällt die Antigen-Antikörper-Reaktion, bei der eine Vermehrung und Verbreitung von Antigenen (Oberflächenmoleküle von körperfremden Substanzen wie Erreger) durch Antikörper (passgenaue Proteine) verhindert wird (Reme et al., 2010). Zusätzlich wird zur Förderung der Bewertungskompetenz die „Verantwortung für sich selbst, für andere und gegenüber der Gesellschaft [am Beispiel] Impfen [und] Schutz vor sexuell übertragbaren Krankheiten (u.a. HIV)“ (Niedersächsisches Kultusministerium, 2015b, S. 79) behandelt. Die dafür benötigten Informationen zu Viren, Übertragungswegen, Folgen der Infektion sowie der Prozess und die Auswirkung von Impfungen müssen für eine erfolgreiche Diskussion oder Bewertung vermittelt werden. Ebenfalls in Jahrgang 10 wird der Aufbau von pro- und eukaryotischen Zellen gelernt (Vgl. Niedersächsisches Kultusministerium, 2015b, S. 81f.). Die Schüler*innen haben also durch den Unterricht ein Basiswissen zu Infekti-

onskrankheiten. In der Sekundarstufe II war bis vor ein paar Jahren auch Immunologie eines der Hauptthemen zur Vorbereitung auf das Abitur. Mit dem Wechsel zu G9 wurde dieses Thema nahezu herausgenommen. Die Behandlung findet nur noch optional in Anknüpfung an die Neurologie statt.

In den naturwissenschaftlichen Fächern (Biologie, Chemie und Physik) und Mathematik wird regelmäßig mit Modellen gearbeitet. Wie Modelle aufgebaut sind, wie mit ihnen gearbeitet wird und die Diskussion über deren Grenzen sollte den Schüler*innen ebenfalls nicht neu sein. Die Schwerpunkte der prozessbezogenen Kompetenz unterscheidet sich zwischen den genannten Fächern; im Mathematikunterricht wird „mathematisch[es] modellieren“ (Niedersächsisches Kultusministerium, 2015a, S. 7f., 19) gefordert, während in Biologie und Physik das „mit Modellen [A]rbeiten“ (Niedersächsisches Kultusministerium, 2015b, S. 22, 77f.) und in Chemie das „Modell [K]ennen und [A]nwenden [sowie der] Umgang mit Modellen“ (Niedersächsisches Kultusministerium, 2015b, S. 47f.) vermittelt werden soll. Im Kerncurriculum für Mathematik steht für Ende der 8. Jahrgangsstufe, die Lernenden sollten in der Lage sein, Einflussfaktoren zu bewerten, begründet Modelle zur Beschreibung einer Realsituation zu wählen, innerhalb des mathematischen Modells „Terme mit Variablen, Gleichungen, Funktionen oder Wahrscheinlichkeiten zur Ermittlung von Lösungen“ (Niedersächsisches Kultusministerium, 2015a, S. 19) zu verwenden, sowie die gewonnenen Ergebnisse zu interpretieren und die Annahmen zu reflektieren und gegebenenfalls zu validieren. In den Naturwissenschaften sollen die Schüler*innen Modelle zur Erklärung heranziehen und verwenden, sowie „die Prognosefähigkeit von Modellen und deren Grenzen“ (Niedersächsisches Kultusministerium, 2015b, S.22) erkennen.

Das Arbeiten mit Durchschnittswerten und das Gesetz der großen Zahlen lernen die Schüler*innen in der Sekundarstufe I. Unter anderem kennen die Schüler*innen, wie zufällige, beobachtbare Vorgänge durch Modelle beziehungsweise durch Wahrscheinlichkeiten ausgedrückt werden können.Der Ausgang eines Vorgangs oder eines Experiments kann durch Wahrscheinlichkeiten beschrieben und diese als relative Häufigkeiten interpretiert werden. Ebenfalls ist ihnen aus der 8. Jahrgangsstufe bekannt, was ein- und mehrstufige Zufallsexperimente sind und können diese mit Baumdiagrammen darstellen (Vgl. Niedersächsisches Kultusministerium, 2015a, S. 10, 32).

Neben der Variablen x, die im Mathematikunterricht nahezu ausschließlich verwendet wird, kennen die Schüler*innen seit der 8. Jahrgangsstufe die Variable t aus dem Physikunterricht, die für funktionale Zusammenhänge in Abhängigkeit der Zeit verwendet wird. Sie können diese unter anderem zur Beschreibung von geradliniger Bewegung Weg-Zeit- oder Geschwindigkeit-Zeit-Diagramme verwenden.Weiterhin können Schüler*innen mit dem Beenden der 10. Jahrgangsstufe radioaktive Zerfälle über die Halbwertszeit beschreiben und die Abklingkurve graphisch darstellen (Vgl. Niedersächsisches Kultusministerium, 2015b, S. 36, 41).Die zeitliche Variable t ist ihnen also bekannt. Ebenfalls kennen sie exponentielle Zu- und Abnahme und können zwischen verschiedenen Darstellungsformen (Gleichung, Graph, Tabelle) wechseln (Vgl. Niedersächsisches Kultusministerium, 2015a, S. 30f.).

An einigen wenigen Schulen wird bereits Multimediaunterricht gegeben oder AGs angeboten, ab 2023 soll Informatik zum Pflichtfach werden. Das Implementieren, dass heißt der „Prozess, eine Lösungsidee bzw. ein abstraktes Modell in eine konkrete technische Realisierung umzusetzen“ (Niedersächsisches Kultusministerium, 2014, S. 11) oder das eigenständige Entwickeln von algorithmischen Problemlösungen sind noch eher seltene Kompetenzen unter den Schüler*innen. Ebenso wird die Kenntnis über die Nutzung verschiedener „Informatiksysteme als Werkzeuge“ (Niedersächsisches Kultusministerium, 2014, S. 12) zur optimalen Problemlösung gering sein. Das Strukturieren von realen Problemen mit anschließendem Modellieren ist eine Kompetenz in der Informatik, die Parallelen zu den Kompetenzen des Mathematikunterrichts aufweist. Die Schüler*innen lernen das Modellieren im Mathematikunterricht. Das „Strukturieren und Modellieren“ (Niedersächsisches Kultusministerium, 2014, S. 10) wird in naher Zukunft durch die Umstellung Informatik als Pflichtfach vermittelt, sodass in der Kombination das Modellieren stärker ausgebildet werden wird.

Der Umgang mit digitalen Werkzeugen wurde 2016 von der Kultusministerkonferenz als Teil des Bildungsauftrages von Schulen festgelegt. Mit der Strategie „Bildung in der digitalen Welt“ sollen die notwendigen Kompetenzen im Umgang mit der digitalen Welt in den einzelnen Fächern vermittelt werden, indem jedes Fach „mit seinen spezifischen Zugängen zur digitalen Welt seinen Beitrag für die Entwicklung der (...) Anforderungen leistet“ (KMK, 2017, S. 15f.). So werden die sechs Teilaspekte

1. Suchen, Verarbeiten und Aufbewahren,
2. Kommunizieren und Kooperieren,
3. Produzieren und Präsentieren,
4. Schützen und sicher Agieren,
5. Problemlösen und Handeln und
6. Analysieren und Reflektieren

aufgegriffen (Vgl. KMK, 2017, S. 16-19). Für das Projekt werden die Punkte 3, 5 und 6 relevant werden, wenn mit Daten gearbeitet werden soll und Medienberichte einbezogen werden.

Besonders hervorzuheben ist momentan das Alltagswissen, welches die Schüler*innen zum Kurs mitbringen, welches sie durch die aktuelle Pandemie und die Medien erlernt haben. Eine Infektion hatte vermutlich schon jede/-r Schüler*in bereits einmal und weiß, wie es sich anfühlt und es sich entwickelt. Mit zu den Benimmregeln der Kindererziehung zählt das Niesen und Husten in die Armbeuge, um andere nicht anzustecken. Jetzt durch die Corona-Pandemie wird vermehrt über das spezielle Virus gesprochen und in den Medien über die landesweite Entwicklung berichtet. Gegebenenfalls sind im sozialen Umfeld der Schüler*innen Personen infiziert gewesen, welche über die Symptome, den Verlauf und die verordneten Maßnahmen aus erster Hand berichten konnten. Die Beschlüsse der Politik, wie die drei Lockdowns in Deutschland, die Maskenpflicht im öffentlichen Raum, die Quarantänevorschrift bei einer Positivtestung oder der Nachweis einer Genesung, Impfung oder Testung, um am öffentlichen Leben teilzunehmen, ist nach eineinhalb Jahren Leben mit der Pandemie zur Normalität übergegangen. Insbesondere die Schüler*innen sind verpflichtet, sich mehrfach die Woche zu testen, um am Präsenzunterricht teilzunehmen. In den Medien wird täglich über Mutationen, die Inzidenzwerte, die Hospitalisierung und teils von Demonstrationen gegen die Auflagen informiert. Die Teilnehmenden haben also bereits ein ausgeprägtes Grundlagenwissen, welches für mehr Fragen bei der Modellerstellung sorgen kann, gleichzeitig sind sie aber auch offener für die Modellerweiterung oder Kritik, da sie den reellen Verlauf kennen.

6.3 Methodik

Als Methodik wird die Wissenschaft der Verfahrensweise bezeichnet. Sie beinhaltet die Verwendung von Methoden als Werkzeuge für den Unterricht, die eingesetzt und wirksam sein sollen. Die Methoden können unabhängig vom Fach und Thema eingesetzt werden. Die Wahl der Methode ist dennoch keineswegs willkürlich, sie sollte zu den Zielen und Inhalten aber besonders zu den Schüler*innen passen. Je nach Methode werden unterschiedliche Kompetenzen und Lerngelegenheiten begünstigt. Im Fokus steht ‚wie?' werden die Inhalte umgesetzt, die Ziele erreicht und die Schüler*innen adressiert und eingebunden. Zusammen mit der Wahl der Medien und Sozialform, welche ebenfalls im folgenden erläutert werden soll, bildet sich ein Arrangement für den Unterricht (Peterßen, 2001).

Der XLAB-Kurs wird mit Schulklassen oder -kursen durchgeführt, deren Ausprägung der Heterogenität im Vorfeld nur geschätzt werden kann. Die Wahl der Methoden in Abstimmung auf die Lerngruppe ist also nicht konkret möglich. Sie basiert also ebenfalls nur auf einer Schätzung der Passung, um alle Schüler*innen zu aktivieren und zu fördern.
Eine wichtige Entscheidung für ein besseres Verständnis der Inhalte ist die Verwendung verschiedener Darstellungsformen. Nach dem EIS (Enaktiv-Ikonisch-Symbolisch)- Prinzip vom Psychologen Jérôme Bruner ist eine Verknüpfung der Ebenen lernförderlich und „Triebkraft für die geistige Entwicklung“ (Bruner, 1971, S. 33). Unter dem enaktiven Lernen wird das Arbeiten und Lernen am konkreten Objekt oder Material verstanden. Begriffe, mathematische Zusammenhänge oder Verfahren (Algorithmen) erhalten konkrete Aneignungshandlungen, sodass der Lernende eine eigene Erfahrung mit der Theorie erschafft. Das enaktive Lernen ermöglicht eine ganzheitliche Auseinandersetzung mit den Lerninhalten, welche nicht nur mit dem Kopf überdacht, sondern mit dem ganzen Körper eigenständig erarbeitet werden muss (Hilgers, o. J.; Peterßen, 2001). Diese Ebene wird im XLAB-Kurs durch das eigenständige Berechnen der Infektionsentwicklung und anschließender Zeichnung umgesetzt. Durch die eigenständige Handlung soll der Algorithmus verinnerlicht werden. Viel stärker wird diese Ebene aber im Arbeiten mit den Computer-Programmen deutlich. Diese Form der enaktiven Arbeit, die sich durch die Digitalisierung etabliert, wird als virtuell-enaktiv bezeichnet. Die Programme ermöglichen den Schüler*innen ein freies Handeln und Beobachten der Auswirkung. Die ikonische Ebene stellt den Sachzusammenhang in Bildern und Graphiken dar, und visualisiert oder imitiert ein Objekt oder Geschehen (Hilgers, o. J.; Peterßen, 2001). In dem XLAB-Kurs wird die Ebene sowohl bei der begleitenden Präsentation als auch auf den Arbeitsblättern verwendet. Das SIR-Modell wird beispielsweise durch eine Graphik mit farbigen Bällen für die Individuen dargestellt, die Infektionsdynamik wird dann kontinuierlich erweitert und erarbeitet. Die verwendeten Programme geben ihre Ergebnisse ebenfalls als Graphiken aus. Die dritte Darstellungsebene stellt nach Bruner die symbolische Form dar. Sie beinhaltet neben den formal-algebraischen Ausdrücken auch – wie der Name verrät – eine Darstellung durch Symbole (Hilgers, o. J.). Nach Bruner zählt unsere Sprache und Wörter ebenfalls zu den Symbolen (Bruner, 1971). Ein Beschreiben der Zusammenhänge oder des Objektes ist damit ebenfalls symbolisches Lernen. In dem XLAB-Kurs sollen die Teilnehmenden die Verläufe beschreiben, die Gleichungen erstellen, die Graphiken deuten und mit Hilfe der Gleichungen interpretieren. Die beschriebenen Aufgaben gehen einher mit der ikonischen und enaktiven Arbeit. In dem Kurs sollen alle Ebenen verknüpft

werden, da ein bewusster Wechsel zwischen den Ebenen „ein verstehendes Lernen und verstandenes Können" (Hilgers, o. J.) ermöglicht, dass auf weitere Situationen und Beispiele langfristig angewendet werden kann. Die verschiedenen Darstellungsformen ermöglichen außerdem den verschiedenen Lerntypen, einen Zugang zum Inhalt zu finden. Gemäß der horizontalen Heterogenität gibt es verschiedene Lernzugänge, einigen liegt das analytische Denken mehr, anderen der visuelle Ansatz. Die Verwendung verschiedener Darstellungsformen durch das EIS-Prinzip greift damit die Heterogenität des unbekannten Kurses auf, und ermöglicht trotz der unbekannten Zusammensetzung der Lerntypen einen Zugang für die verschiedenen Schüler*innen.

Eine weitere Heterogenität stellt das Leistungsniveau dar (vertikale Heterogenität). Die leistungsschwächeren und langsameren Schüler*innen werden durch die Arbeitsblätter von Kalkül entlastet. Auf diesen werden beispielsweise Koordinatensysteme für Skizzen vorgedruckt oder Antwort- beziehungsweise Merksätze gegeben, die nur beendet werden müssen, siehe dafür die Arbeitsmaterialien im Anhang A.2.2. Die Arbeitsblätter beginnen mit Aufgaben, die auf die grundlegenden Erkenntnisse der Untersuchungseinheit abzielen, im weiteren werden Aufgaben aus dem erhöhten Anforderungsbereich gestellt, bei denen Zusammenhänge begründet oder verallgemeinert werden sollen. Die grundlegenden Aufgaben sollte jeder am Ende des Kurses beantworten können. Die leistungsstärkeren und schnelleren Schüler*innen können alle gegebenen Aufgaben bearbeiten und in der Sicherung von ihren Ergebnissen berichten. Zusätzlich gibt es für den zweiten Praktikumsblock eine didaktische Reserve, in der die ideale Hygienemaßnahme ermittelt werden soll, siehe für die Beschreibung Kapitel 5.6 und für die Materialien Kapitel A.2.2 Arbeitsblatt 17/18. Je nach Kommunikationsfähigkeit und dem sozialen Gefüge ist es auch möglich, die Leistungsstärkeren auf diejenigen mit Schwierigkeiten aufzuteilen, sodass diese Hilfe zur Selbsthilfe erhalten. Die Leistungsstarken sollen dabei den leistungsschwächeren Schüler*innen nicht die Arbeit abnehmen oder die Lösung erklären, sondern ihnen Hilfestellungen geben, worauf sie achten sollen, oder konkrete, leitende Frage stellen, damit diese eigenständig zur Lösung gelangen (Peterßen, 2001; Scholz, 2010).

Die zentralste Entscheidung hinter dem Projekt ist das eigenständige Arbeiten der Teilnehmenden. Der Kurs wird darauf ausgelegt, dass sie die fachlichen Inhalte angeleitet erarbeiten und die nachfolgenden Untersuchungen eigenständig lenken können. Die Theorieeinführung wird daher als Fragen-entwickelnder Unterricht, oder auch Lehrgespräch genannt, durchgeführt. Der Lehrende lenkt die Schüler*innen via Erklärungen, Visualisierungen, Impulse und Fragen durch die Thematik (Mattes, 2009). Die Schüler*innen sollen dabei aktiv mitdenken und sich durch eigene Fragen und das Beantworten der gestellten Fragen beteiligen. Auch Anmerkungen zum behandelten Modell sind im Sinne einer Modellkritik erwünscht. Das bedeutet, dass den Teilnehmenden des Kurses durch gezielte Fragen und kurze Inputs zu den gewünschten Erkenntnissen verholfen wird. Eine starke Interaktion und ständiger Austausch mit den Teilnehmenden wird dabei gefordert. Das Lehrergespräch bietet dabei die Möglichkeit, in kurzer Zeit strukturiert Inhalte in Zusammenarbeit mit den Schüler*innen zu erarbeiten. Die Schüler*innen erhalten Gelegenheit, durch ihre Fragen und Antworten den Lernprozess mitzugestalten und können sich, anders als bei einem Lehrervortrag, aktiv einbringen. Das Mitdenken und die Interaktion mit den Schüler*innen im Lehrergespräch soll zusätzlich für eine höhere Reflexion und eine bessere Verarbeitung der Information sorgen (Vgl. Brenner & Brenner, 2010, S. 50f.). Bei Fragen, die mehr als eine Antwort zulassen, kann eine Redekette gebildet werden, sodass die Schüler*innen das Gespräch steuern und die Frage gemeinsam durch Ausrichtung der Beiträge auf Vorangegangenes beantworten (Brenner & Brenner, 2010). Je nach zeitlicher Entwicklung des Kurses kann der Anteil an Interaktionen gesteuert werden, um das grundlegende Verständnis am Ende der Theorieeinführung zu sichern.

Die Praktikumsblöcke sind nach der Methode des entdeckenden Lernen geschaltet. Das bedeutet, dass Lernende sich ein subjektives, primäres Wissen erarbeiten, statt Wissen auf Sekundärerfahrungen, wie sie im Unterricht vermittelt werden, aufzubauen. Konkret sollen die Teilnehmenden selbstständig Untersuchungen durchführen, experimentieren und entdecken, um dabei die Erkenntnisse zu Epidemien und ihre Eindämmung nachvollziehen und nachentdecken zu können (Peterßen, 2001). Zur Unterstützung wird ihnen eine offene Frage gestellt und Orientierungshinweise gegeben, diese müssen die Teilnehmenden jedoch nicht ausschließlich bearbeiten oder berücksichtigen. Die Entdeckungen sollen sie möglichst frei steuern, ohne dabei das Ziel aus den Augen zu verlieren. Das Ziel der Blöcke, die letztendlich Teilziele darstellen, wird in der Frage oder in den Materialien (Zeitungsartikel, Karikaturen) indirekt vorgeben, ohne daraus aber einen konkreten Weg vorzugeben oder strenge Aufgaben zu diktieren. Der Begriff *entdeckendes Lernen* wurde ebenfalls von Jérôme Bruner geprägt und beeinflusst noch heute die pädagogischen Diskussionen. Das eigenständige Arbeiten ermöglicht den Teilnehmenden eine Lernform, bei der die „Erlebnisse und Erfahrungen in konkretem Bezug zur eigenen Lebenswelt (...) stehen“ (*Entdeckendes Lernen*, 2020). Gleichzeitig kommt das entdeckende Lernen den Grundbedürfnissen, die in der Selbstbestimmungstheorie von Ryan und Deci beschrieben werden, nach. Demnach wollen Lernende beim Arbeiten und Lernen Kompetenz, Autonomie und soziale Eingebundenheit erleben (in: Lewalter & Willems, 2009). In der geplanten entdeckenden Arbeitsphase werden

die psychologischen Grundbedürfnisse des Kompetenz- und Autonomieerlebens aufgegriffen. Autonomie erfahren die Teilnehmenden durch das eigenständige Steuern der Untersuchung (Selbstbestimmtheit). Ebenso kann das Gefühl der Autonomie durch eine schlüssige und transparent dargelegte Vorgehensweise erreicht werden, wenn das Vorgehen die Teilnehmenden überzeugt und sie freiwillig den vorgeschlagenen Weg einhalten wollen (Passung zwischen Lernsituation und den persönlichen Zielen) (Lewalter & Willems, 2009). Erreichen die Teilnehmenden die Teilziele, beantworten die Fragen der Aufgaben oder arbeiten eigenständig beziehungsweise wissen, wie sie sich bei Schwierigkeiten und Fragen selbst helfen können, beweisen sich die Teilnehmenden selbst ihre Kompetenz und stärken so ihre Motivation und ihr Selbstbewusstsein (Lewalter & Willems, 2009). Das Erleben und Erfahren der Inhalte durch eigens geführte Untersuchungen fördert nach Winter (1995) ein tieferes Verständnis, als wenn die Inhalte rein theoretisch vermittelt werden. Das entdeckende und forschende Lernen unter Einsatz von digitalen Medien wirkt sich zusätzlich positiv auf die Lernmotivation der Schüler*innen aus (Hillmayr et al., 2017).
Das entdeckende Lernen wird erst durch die Verwendung von Programmen möglich. Durch die benutzerfreundliche Oberfläche, die in der Programmiersprache Python programmiert werden kann, können die Lernenden das Programm nach einer kurzen Eingewöhnung selbstständig nutzen. Ohne die Programme könnten die Lernenden die Untersuchung nicht in dem Maß ausführen, da ihnen die notwendigen Kompetenzen fehlen und auch die Menge der Daten für eine realistische Betrachtung manuell nicht handhabbar ist. Die Verwendung der Programme ermöglicht ein schnelleres Arbeiten, als es per Hand möglich wäre, und direkten Zugang zu bildlichen Darstellungen (Kaiser et al., 2015). Insbesondere Veränderungen an den Datensätzen können leichter untersucht werden. Für weitere Vorteile von digitalen Werkzeugen, wie Python-Programme, siehe Kapitel 6.4.3. Für die einzelnen inhaltlichen Abschnitte (unkontrollierte Epidemie, Kontrollmaßnahmen und Nutzenanalyse) werden unterschiedliche Programme verwendet, um die Ausgaben der Programme zu kontrollieren, da die Teilnehmenden die Programme selbst nicht verändern können und eine komplexe Ausgabe sie kognitiv überlasten könnte. Die Ausgabe der einzelnen Programme ist auf eine Untersuchung speziell ausgelegt. Die Schwierigkeit der Inhalte steigt zwischen den Programmen, es kommen weitere Variablen hinzu und neue Zusammenhänge müssen betrachtet werden. Erweiterungen in der Untersuchungen gehen mit einem Wechsel zu einem anderen Programm einher.
Die Praxisphasen sollen in Partnerarbeit oder zu dritt durchgeführt werden. Die Paare oder Gruppen sollen die Teilnehmenden dabei selbst bilden, da ich nicht über das

Wissen über ihre Kompetenzen verfüge und eine Zuteilung daher das soziale Gefüge aufbrechen könnte, ohne eine bessere Kompetenzverteilung zu erzielen. Wichtig in den Gruppen ist der Kommunikationsaspekt, denn die Teilnehmenden sollen über ihre Ergebnisse diskutieren und das Gesehene im kleinen Austausch hinterfragen (Hillmayr et al., 2017). Die Partnerarbeit fördert durch „das mündliche Formulieren, Erklären und Nachfragen im Zweierteam [das] tiefer[e] Durchdringen und Verstehen komplexer Sachverhalte“ (Scholz, 2010, S. 41) und bedingt damit die kognitive Leistungsfähigkeit. In Einzelarbeit kann es durchaus dazu kommen, dass Ergebnisse nicht vollständig verstanden und durch Überforderung einfach hingenommen werden. Durch den Austausch im Kleinen soll dies verhindert werden. Versteht ein Teammitglied die Ausgabe nicht, kann er sie mit seinem Partner beziehungsweise seinen Partnern besprechen (Mattes, 2009). Versteht es das gesamte Team nicht, ist die Hemmschwelle zum Fragen bei der Lehrperson geringer, weil das Problem als größer angesehen wird. Gerade für die Sicherung fällt ebenfalls die Hemmschwelle, Ergebnisse zu präsentieren, wenn sie als Team erarbeitet wurden. Es gibt ein Gefühl von Sicherheit, zu wissen, andere haben den selben Gedankengang gehabt und die Chance, für falsche Ergebnisse bloßgestellt zu werden, wird geringer. Zusätzlich ist eine Partner- oder Kleingruppenarbeit für neue Arbeitsmethoden beispielsweise mit Computer und Programmen vorteilhafter, denn die Teilnehmenden können sich gegenseitig ergänzen und im Bestfall minimieren sich technische Schwierigkeiten oder können gemeinsam gelöst werden (Scholz, 2010). Dadurch kann das inhaltliche Entdecken wieder in den Vordergrund rücken. Das gemeinsame Arbeiten entlastet ebenfalls die Lehrperson, da die bereits genannten Schwierigkeiten zunächst im Kleinen gelöst werden können. Das Arbeiten in Teams/Kleingruppen ermöglicht im Vergleich zu Gruppenarbeiten ein angemessenes Einbringen von allen Teilnehmenden und damit das Durchführen von eigenen Untersuchungsideen. Es sind individuelle Denkvorgänge möglich (Mattes, 2009; Scholz, 2010). Der Aspekt der sozialen Eingebundenheit aus der Selbstbestimmungstheorie wird hier ebenfalls aufgegriffen. In der neuen Umgebung des XLABs mit neuen Inhalten kann ein Gefühl der Verunsicherung aufkommen, das Arbeiten im Team mit den bekannten Klassen-/Kurskameraden, bei dem sich jeder gleichermaßen beteiligen oder einbringen kann, kann die gegenseitige Wertschätzung und damit die soziale Eingebundenheit stärken (Mattes, 2009).

Die Sicherung der Forschungsergebnisse soll erst in der dritten Doppelstunde stattfinden, um den Teilnehmenden das selbstbestimmte Arbeiten zu ermöglichen. Während der Praxisphasen können die Teilnehmenden ihr Tempo selbst bestimmen und gegebenenfalls nochmal das vorherige Programm betrachten. Die Sicherung soll von den

Teilnehmenden gesteuert und durchgeführt werden, indem die Moderationsmethode angewendet wird (Brenner & Brenner, 2010). Dafür wird zunächst ein Moderator gewählt. Falls die Schüler*innen der Klasse beziehungsweise des Kurses sich der Aufgabe nicht gewachsen sehen, kann die Rolle des Moderators notfalls auch von der Lehrperson (mir) übernommen werden. Der Moderator sammelt im ersten Schritt im Plenum, bei welchen Fragen und Aufgaben es Schwierigkeiten gab beziehungsweise welche Aufgaben vorgestellt werden wollen. Anschließend wählt er Gruppen, die ihre Ergebnisse präsentieren. Der Moderator darf auch seine eigene Gruppe für eine Aufgabe auswählen. Danach diskutiert das Plenum Unstimmigkeiten oder klärt offene Fragen. Falls das Plenum sich bezüglich eines Ergebnisses einig ist, sie vielleicht aber einen Aspekt missachtet oder ähnliches haben, kann ich durch Fragen oder Anregungen die Diskussion lenken. Auch können so Untersuchungsaspekte, die nicht präsentiert wurden, zur Sprache kommen und diskutiert werden. Die Moderationstechnik fördert durch die erhöhte Selbstbeteiligung das Verantwortungsbewusstsein der Schüler*innen und gleichzeitig die Kommunikationskompetenz aller Beteiligten(Peterßen, 2001; Mattes, 2009).

Nach der Besprechung soll eine Plenumsdiskussion, in der eine neue Epidemie thematisiert wird und die Teilnehmenden aus Sicht von Führungskräften und Wissenschaftlern Stellung nehmen sollen, stattfinden. Die Diskussion wird eingeleitet durch eine Überschrift, die mit dem Beamer projiziert wird: ‚2025- Forscher entdecken in Deutschland neuen, höchst ansteckenden Erreger. Wie geht ihr vor?‘ Die Teilnehmenden sollen mit ihrem erarbeiteten Wissen begründet über das Vorgehen und Maßnahmen diskutieren und überlegen, welche Grenzen sie berücksichtigen und dann umgehen müssen. Neben der wissenschaftlichen Sicht sollen sie auch die finanzielle und politische Umsetzbarkeit berücksichtigen. Im Plenum sollen die Teilnehmenden eine Strategie zur Verhinderung der Ausbreitung und Eindämmung der Epidemie entwickeln. Diese Form der Diskussion fördert die Entscheidungsfähigkeit und Selbstständigkeit der Teilnehmenden (Brenner & Brenner, 2010). Bei stockender oder einseitiger Argumentation können Argumente von wirtschaftlichen Schäden, Vereinsamung, Hospitalisierung, Impfgegnern, Produktionsverzögerung etc. als Input gegeben werden. In der Diskussion wird das Wissen nochmal anders gefestigt als bei einer Besprechung von Lösungen, denn das Wissen muss in den neuen Kontext eingebunden und die Argumente aufeinander abgestimmt werden (Brenner & Brenner, 2010).

Für die Steigerung der Kommunikationsbereitschaft können Murmelphasen oder die Think-Pair-Share Methode verwendet werden. Dabei geht es darum, dass die Teilnehmenden zunächst Zeit haben, sich selbst Gedanken über die Frage zum machen

(*Think*). Bevor diese Gedanken in der großen Runde geäußert werden (*Share*), werden die Ideen zu Zweit besprochen (*Pair*). So können neue Anregungen zu dieser Sichtweise ausgetauscht werden, auf fehlerhaftes Denken verwiesen oder durch Übereinstimmung die Idee gefestigt werden (Sander, 2012; Hänsel, o. J.). Die Methode verbindet die Vorteile der drei Sozialformen, das eigenständige Überlegen, das korrigierende, ergänzende, absichernde Austauschen und die gemeinsame Diskussion (Mattes, 2009). Die Methode gibt dabei den unsicheren Schüler*innen Sicherheit, da sie nicht allein für die Lösung verantwortlich sind und Fehler nicht grundlegend auf ihre Kompetenz zurückgeführt werden, sodass sich das Selbstwertgefühl gesund entwickeln kann (Sedding, 2004). Neben der gesteigerten Kommunikation werden die Schüler*innen in der ersten Phase aufgefordert, aktiv selbst über die Fragestellung nachzudenken und nach eigenen Fähigkeiten zu beantworten. Sie bestimmen ihr Lerntempo dabei ganz individuell (Hänsel, o. J.; Weller, o. J.).
Zusammenfassend kann gesagt werden, dass die Entscheidungen zur Methodik stets darauf ausgelegt sind, dass ein erfolgreiches eigenständiges Erforschen möglich wird. Der Kurs kann durch seinen alltagsbezogenen Kontext überzeugen. Die Fachinhalte und Kompetenzen werden nicht einfach nur mit Kalkül erlernt, sondern das bestehende Wissen wird angewendet und macht die Schüler*innen handlungsfähig, die Situationen zu erkunden und zu evaluieren. Eine weitere Besonderheit ist das virtuell-enaktive Arbeiten, was bisher im Unterricht auch eher selten umgesetzt wird. Meine Rolle wird eher eine unterstützende und lenkende sein, sodass die Teilnehmenden sich im Material nicht verlieren und bei Fragen entsprechende Antworten beziehungsweise Hilfen erhalten.

6.4 Besonderheiten dieses XLAB-Kurses

Die im folgenden behandelten Aspekte stellen Besonderheiten des XLAB-Kurses dar, die nochmals extra hervorgehoben werden sollen. Sie ermöglichen dem Kurs einen vielseitigen Zugang und fördern die Motivation der Schüler*innen.

6.4.1 Lebensweltbezug und Mathematik im Kontext

Die Meinungen zur Mathematik sind sehr zwiegespalten, einerseits gilt sie als unumstritten wichtig für die Forschung und Technik und andererseits wird sie von Vielen auch "als Inbegriff des Abstrakten, Schwierigen, Blutleeren und Langweiligen" (EDK, 2011, S. 5) wahrgenommen. Aufgabe des Mathematikunterrichts ist es, diesen negativen Konnotationen durch entsprechendes Lehren und Lernen entgegen zu wirken.

Unter anderem kann dies durch Aufgaben mit Kontext beziehungsweise mit Lebensweltbezug umgesetzt werden. Als *Kontext* definiert das Programme for International Student Assessment (PISA)- Konsortium entsprechend der Mathematikdidaktik

> „ein[en] außer-mathematische[n] oder inner-mathematische[n] Rahmen, in dem die Elemente eines komplexen mathematischen Zusammenhangs (z.B. eines Problems, einer Aufgabe oder einer Ansammlung mathematischer Objekte, Beziehungen, Phänomene usw.) interpretiert werden sollen. Es handelt sich entweder um einen Rahmen, in dem der jeweilige mathematische Komplex bereits enthalten ist (inner-mathematischer Kontext), oder um einen Rahmen, der sich zur Aktivierung dieses mathematischen Komplexes eignet und in den dieser Komplex dann eingebettet wird (außer-mathematischer Kontext).“ (OECD/Deutsches PISA-Konsortium, 2000, S. 57).

Der XLAB-Kurs greift einen außer-mathematischen Kontext auf, die Behandlung der Corona-Pandemie bietet die Möglichkeit, Mathematik in die Problematik einzubetten und zu verwenden. Es sei anzumerken, dass nicht jede Aufgabe im Kontext einen Lebensweltbezug für Schüler*innen darstellt. Besonders deutlich wird dies am Beispiel des radioaktiven Zerfalls von Uran, eine Aufgabe zur Modellierung kann durchaus im außer-mathematischen Kontext gestellt sein, jedoch ist das Wissen im direkten Alltag der Schüler*innen nicht anwendbar (Kioulafas, 2015). Für ein Lernen mit Lebensweltbezug müssen also drei Komponenten gegeben sein, die in Abbildung 18 dargestellt sind. Die Erfahrungen der Schüler*innen hängen von ihrem sozialen Umfeld ab, sodass

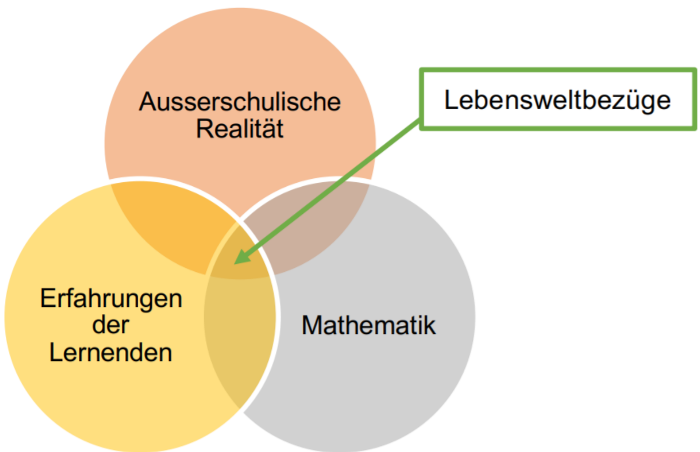


Abbildung 18: „Lebensweltbezug als Schnittmenge von Realität, Mathematik und Erfahrung“ (Kioulafas, 2015, S. 7)

auch hier auf eine übergreifende Relevanz für möglichst viele Schüler*innen geachtet werden sollte. Die durch den SARS-CoV-2 Erreger ausgelöste Pandemie ist durch ihre weitreichenden Folgen, einschließlich der Einschränkung im Alltag, momentan für alle Schüler*innen relevant und jeder von ihnen hat direkte oder indirekte Erfahrungen gemacht. Die Pandemie hat dabei nicht nur Einfluss auf den Alltag der Schüler*innen, sondern auch weitreichende Konsequenzen für die Gesellschaft. Die Behandlung der Ausbreitung und Eindämmung von Epidemien beziehungsweise Pandemien in dem XLAB-Kurs soll die Notwendigkeit einer Auseinandersetzung für die Gesellschaft verdeutlichen. Mit dem Lebensweltbezug soll der Alltag der Schüler*innen in den Unterricht geholt und Teil der Auseinandersetzung werden, sodass die eigenen Erfahrungen mit neuem Wissen verknüpft werden (Dewey 1897, in: Wespi & Senn Keller, 2014, S. 58). Neben dem motivationssteigernden Effekten und der Relevanz der Naturwissenschaften soll der Lebensweltbezug in Aufgaben insbesondere die Schüler*innen befähigen, reale Probleme zu verstehen und zu lösen. Die Fähigkeit, Probleme im Kontext zu lösen, ist für die Zukunft der Schüler*innen wichtig, da sie im Alltag und im beruflichen oder akademischen Werdegang gerade mit dieser Aufgabe konfrontiert werden. „Wenn die Aufgaben aus dem Leben gegriffen sind, sehen die Schüler deren Nutzen und finden die Aufgaben auch sinnvoll und interessant“ (Woolfolk, 2014, S. 417). Gerade das Interesse ist ein wesentlicher Einflussfaktor auf das Verstehen und Behalten von Informationen. Auch das Verstehen des Zwecks der Lerneinheit, die hier durch den Alltagsbezug und die Anwendbarkeit hergestellt wird, liefert den Schüler*innen Anknüpfungspunkte, um sich die Fachinhalte besser merken zu können (Woolfolk, 2014). Die Theorie beziehungsweise Mathematik wird dadurch anschaulicher und kann schneller verstanden und behalten werden (Büchter & Henn, 2015). Es zeigt sich, dass ein langfristig erhöhtes Interesse positiv mit der Lernleistung korreliert (Vgl. Lewalter & Willems, 2009, S. 244).

6.4.2 Interdisziplinarität der Fächer

Nach Labudde (2004) ist ein interdisziplinärer Unterricht, als Variante des fächerübergreifenden Unterrichts (FüU), die Behandlung eines Themas, bei dem „fast immer Bezüge zu mehreren Fächern auftreten“ (S. 59). Das Thema Epidemie kombiniert in der geplanten Form des XLAB-Kurses durch den Einsatz von digitalen Medien und der Thematik an sich hauptrangig Biologie, Informatik und Mathematik. Weitere Verknüpfungen zu Politik (Maßnahmen zur Eindämmung durchsetzen), Geschichte (Historie von Epidemien/Pandemien), Physik (Vektorfelder und Trajektorien) und

Chemie (Medikamententwicklung) wären möglich. Wie in Kapitel 6.1 beschrieben, gilt das Interesse zu der vertikalen Heterogenitätsdimension. Innerhalb eines Kurses oder einer Klasse sind verschiedene Interessen der Schüler*innen zu erwarten (Scholz, 2010). Mit Hilfe des fächerübergreifenden Unterrichts werden verschiedene Interessengebiete verknüpft, sodass mehr Schüler*innen einen Zugang zur Thematik finden. Der fächerübergreifende Unterricht ist damit eine Möglichkeit, auf die Heterogenität der Schüler*innen einzugehen. "Ein konstruktivistisch orientierter Unterricht, in dem die drei Grundelemente ‚Lernen als aktiver Prozess', ‚Integrieren des Vorverständnisses' und ‚Kontextbezug' berücksichtigt werden, führt konsequenterweise zu FüU (...), da Konstruktionsprozesse (...) – im positiven Sinn – noch weitgehend undiszipliniert, d.h. Fächer übergreifend [sind]." (Labudde, 2004, S. 57). Die Interdisziplinarität mit Kontextbezug verdeutlicht den Schüler*innen zusätzlich das gemeinsame Zusammenwirken der verschiedenen Fächer. Am Beispiel des XLAB-Kurses erfahren die Schüler*innen, wie durch mathematische Modellierungen, die mit Programmen durchgeführt werden können, weitreichende politische Entscheidungen beeinflusst werden. Durch dieses Beispiel werden exemplarisch sowohl die Notwendigkeit und Relevanz der Interdisziplinarität als auch die Reichweite vor Augen geführt. Durch den fächerübergreifenden Unterricht können insbesondere „die Denk- und Arbeitsweisen, die Chancen und Grenzen eines Fachs" (Labudde, 2004, S. 57) verdeutlicht werden. Das Aufzeigen der Grenzen eines Faches zeigt, wieso zur Lösung gewisser Probleme die Verbindung verschiedener Fächer und Disziplinen notwendig ist. Mit dem fächerübergreifenden Unterricht können ebenfalls Schlüsselkompetenzen vermittelt werden, die die Schüler*innen neben dem Problemlösen in ihrem Alltag oder im späteren Beruf auch in der gesellschaftlichen Rolle benötigen werden (Schatz, 2009). Die epochaltypischen Schlüsselprobleme unserer Gesellschaft lassen sich laut Klafki nur interdisziplinär lösen, sodass eine entsprechende Förderung der Kompetenz notwendig sei (in: Labudde, 2004).

6.4.3 Nutzung digitaler Werkzeuge

Mit dem Einzug der Digitalisierung in die Schulen und den Berufsalltag ergeben sich immer mehr Vorteile, die für verschiedenste Settings verwendet werden können. Auch für den XLAB-Kurs sollen die Vorteile der digitalen Werkzeuge genutzt und den Schüler*innen verdeutlicht werden.

Die Abbildung 19 zeigt in kursiver Schrift einige Einsatzoptionen digitaler Tools zur Unterstützung und Erleichterung des Modellierungskreislaufes (Kaiser et al., 2015). In dem XLAB-Kurs werden die Computerprogramme in der Programmiersprache Py-

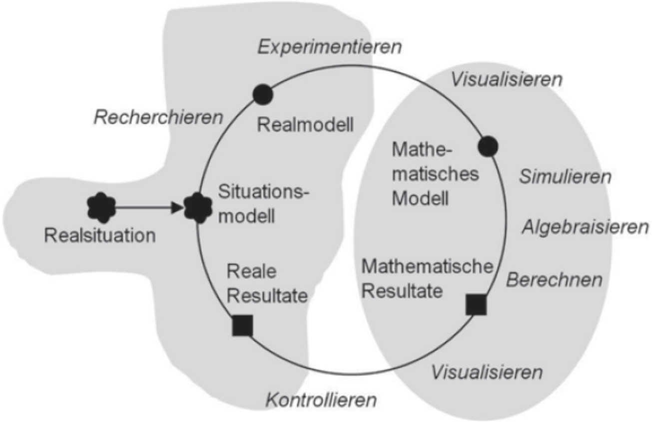


Abbildung 19: Möglichkeiten eines Einsatzes digitaler Tools (kursiv) im Modellierungskreislauf (In: Kaiser et al., 2015, S. 373)

thon für das Modellieren[5] beziehungsweise das Arbeiten mit dem Modell, insbesondere für die Berechnungen, die Simulation verschiedener Szenarien und die Visualisierung verwendet. Um den zeitlichen, epidemischen Verlauf für verschiedene Datensätze zu untersuchen, müssten die Teilnehmenden für jeden Datensatz etwa 100 Zeitpunkte berechnen und anschließend in einem Koordinatensystem auftragen, ehe sie Aussagen über den Einfluss der Parameter treffen könnten. Die Berechnung liefert währenddessen keinen großen Lernzuwachs und kostet viel Zeit. Durch den gezielten Einsatz der Programme verringert sich die Zeit zwischen den Hypothesen der Teilnehmenden zum Verlauf oder zur Änderung und dem Ergebnis, sodass mögliche Fehlvorstellungen schnell aufgelöst und Konzeptwechsel angeregt werden (Schecker et al., 2018). Die gewonnene Zeit kann effektiver für Entdeckungen und Erforschungen genutzt werden. Für die Untersuchungsziele des Kurses sind die Programme notwendig, da eine zeitliche Umsetzung der Untersuchung beziehungsweise des Kurses andernfalls nicht möglich wäre. Auch sind mit dem Programm komplexe Berechnungen möglich, exemplarisch die Bestimmung der idealen Hygienemaßnahme, deren Ergebnis die Schüler*innen nicht erhalten könnten, obwohl die Auswertung der Ergebnisse durchaus von ihnen durchgeführt werden kann (Kaiser et al., 2015). Die Verwendung der digitalen Werkzeuge ermöglicht außerdem ein einfaches Wiederholen der Untersuchungsschritte und ein Speichern der Ergebnisse, sodass die Schüler*innen flexibel zu einem späteren Zeitpunkt darauf zurück greifen können (Hillmayr et al., 2017). Die Nutzung der di-

[5] Modellieren als Prozess des Nachnachvollziehens der Modellbildung des SIR-Modells, des Arbeiten mit dem Modell sowie der Interpretation und Evaluierung der Ergebnisse, mit anschließender Modellkritik.

gitalen Werkzeuge ermöglicht den Schüler*innen eine individuelle Interaktion mit den Inhalten, bei der sie ihr eigenes Tempo und eigene Schwerpunkte wählen können. Sie können eigene „Hypothesen überprüfen, Prozesse beobachten, Theorien formulieren und Entscheidungen treffen“ (Urhahne & Harms, 2006, S. 361). Durch den direkten Vergleich von eingestellten Parametern und den Ergebnissen kann der Lernende die direkten Auswirkungen seiner Änderungen erkennen (Hillmayr et al., 2017), sodass das „Denken in Ursache-Wirkung-Zusammenhängen“ (Brenner & Brenner, 2010, S. 173) erlernt wird. Das schülerzentrierte Arbeiten übergibt die Verantwortung an diese, sie werden sowohl mit den neuen Inhalten als auch mit der Bedienung der digitalen Werkzeuge, in diesem Falle den Programmen, konfrontiert. Die Bewältigung der Aufgaben, ohne dabei eine Überforderung bei den Schüler*innen zuzulassen, sorgt für ein erhöhtes Autonomieerleben und damit erhöhte Motivation für den Lernprozess. Mit einer Sicherung der Ergebnisse kann eine gesteigerte Lernleistung erzielt werden (Urhahne & Harms, 2006; Hillmayr et al., 2017).

7 Lernziele

Da die Inhalte und Zielgruppe bereits am Anfang der Planung festgelegt wurden, mussten die Methoden und die entsprechenden Lernziele auf diese angepasst werden. Denn nach dem Berliner Modell beeinflussen sich die Unterrichtsvariablen Ziele, Inhalt, Methoden und Medien gegenseitig und werden eine oder mehrere Variablen festgelegt, so sind die anderen Variablen nur noch eingeschränkt – nicht unbedingt negativ – wählbar (Peterßen, 2001; Kirchner, 2015).

Zusammengefasst soll in dem XLAB-Kurs der Umgang mit einem (speziellen) Modell im lebensweltlichen Kontext auf qualitativer und quantitativer Ebene gefördert werden.

Auf der inhaltlichen Ebene sollen die Teilnehmenden lernen, dass SIR-Modell zur Beschreibung des zeitlichen Verlaufes einer Epidemie zu nutzen. Dazu zählt unter anderem die Kompetenz, die Parameter und eine Form der Gleichungen (Euler-Schrittverfahren oder DGL) qualitativ erklären zu können. Aufbauend auf dem Grundmodell, das die unkontrollierte Epidemie darstellt, sollen die Teilnehmenden beschreiben, wie beispielhafte Kontrollmaßnahmen in das Modell eingebracht werden können, erläutern deren Einfluss und evaluieren ihre Effizienz.

Auf der prozessbezogenen Ebene wurden drei wesentliche Kompetenzen gewählt. Zum einen soll das Modellieren beziehungsweise das Arbeiten mit Modellen zentral gefördert werden. Als Modellieren wird hier das Nachvollziehen eines Modells mit anschließendem mathematischen Arbeiten und Validieren und Evaluieren der Ergebnisse verstanden. Es werden daher nur Teile des Modellierungskreislaufes, der in Kapitel 3 beschrieben ist, eigenständig und individuell von den Teilnehmenden bearbeitet. Das Nachvollziehen des Modells wird durch die schrittweise Erarbeitung vom Qualitativen zum Quantitativen hin ermöglicht. Anschließende arbeiten die Teilnehmenden eigenständig mit dem Modell, um das Problem „Wie kann eine Epidemie am effizientesten eingedämmt werden?“ zu lösen. Die Ergebnisse der Bearbeitung können dabei je nach Fokus der Teilnehmenden individuell ausfallen. Zur Modellierungskompetenz gehört auch das Reflektieren der Annahmen und das Validieren der Ergebnisse. Die Teilnehmenden sollen dafür konkrete Einschränkungen in den Annahmen und mögliche Erweiterungen beziehungsweise Änderungen benennen.

Zum anderen wird das Arbeiten mit digitalen Werkzeugen beziehungsweise technischen Elementen für quantitative Berechnungen gefördert. Nach dem GI-Dagstuhl Seminar ist das Lernziel konkret in der anwendungsbezogenen Perspektive, siehe Abbildung 20, einzuordnen, in der es um eine „effektive und effiziente Nutzung zur Umsetzung indi-

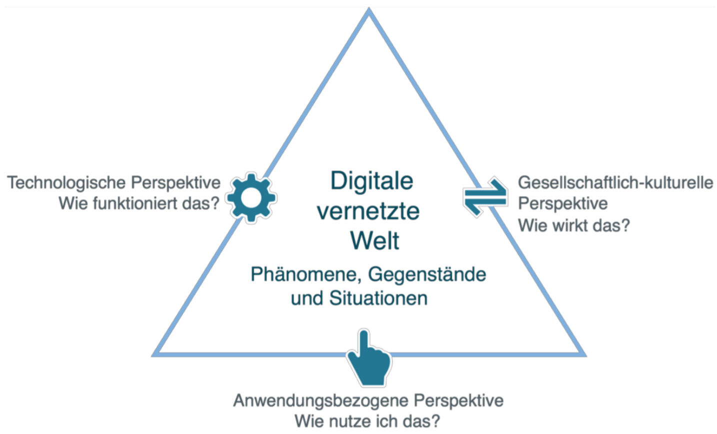


Abbildung 20: Perspektivische Betrachtung der Erscheinungsformen von Digitalisierung (Brinda et al., 2016, S. 3)

vidueller und kooperativer Vorhaben“ (Brinda et al., 2016) geht. Die Teilnehmenden nutzen für ihre Bearbeitungen Computerprogramme und sollen diese nach einer kurzen Einweisung beherrschen können. Insbesondere die Informationen und Inhalte der verschiedenen Materialien und Programme sollen zusammengeführt, weiterverarbeitet und präsentierbar gestaltet werden (KMK, 2017, S. 17). Die Teilnehmenden erlernen durch die Anwendung, wie ein spezifisches Werkzeug verwendet wird (Brinda et al., 2016).

Das dritte prozessbezogene Lernziel ist die Kommunikationskompetenz. Das Dokumentieren der Ergebnisse im Protokoll und auf den Arbeitsblättern gilt hier sogar als Brücke zwischen der Digital- und Kommunikationskompetenz. Die Kommunikationskompetenz wird gefördert, indem die Teilnehmenden Überlegungen, Strategien und Ergebnisse dokumentieren und ihre Erkenntnisse angemessen in der Sicherung präsentieren. Für ihre Beschreibungen und Erläuterungen sollen sie neben den richtigen Bezeichnungen auch quantitative Daten nutzen.

Die gewählten prozessbezogenen Lernziele schmiegen sich dabei an die Kerncurricula der Fächer Mathematik, Biologie und Physik (Niedersächsisches Kultusministerium, 2015a,b, 2017, 2019), in denen das Modellieren beziehungsweise Arbeiten mit Modellen und die Kommunikationskompetenz direkt verankert sind, und an die Vorgaben der Kultusministerkonferenz zur Ausbildung der Digitalkompetenz an. Die Ziele des XLAB-Kurses stellen daher eine gute Erweiterung der schulischen Kompetenzausbildung dar.

8 Nachbereitungsoptionen für den Schulunterricht

Nach diesem Kurs kann das Thema ‚Epidemien & Pandemien‘ weiterführend im Unterricht behandelt werden. Im Folgenden sind ein paar Ideen für verschiedene Fächer aufgeführt. Eine genauere Behandlung von theoretischen Modellen ist ebenfalls denkbar, hier aber nicht weiter aufgeführt.

Analyse der Computerprogramme

Die Teilnehmenden haben sich bislang nur mit der Ausgabe der Programme beschäftigt. Mit einer genaueren Betrachtung der Programme in der Programmiersprache Python könnten die Kompetenzen des Informatikunterrichts umgesetzt werden. Eine Teilkompetenz ist beispielsweise das Implementieren. Mit einer Untersuchung der Programme können die Schüler*innen beispielsweise Bausteine kennenlernen und versuchen, die Implementierung zu erläutern und gegebenenfalls Alternativen bei entsprechendem Grundwissen umzusetzen (Niedersächsisches Kultusministerium, 2014, S. 11).

Mathematische Umsetzung weiterer Eindämmungsmaßnahmen

Die Programme bieten mit ihrem Aufbau die notwendigen Bausteine, um weitere mathematische Umsetzungen von Eindämmungsmaßnahmen zu programmieren. Beispielsweise wäre eine Ressourcenbeschränkung der Impfungen oder eine zeitlich variable Impfrate möglich, ein zusätzlicher medikamentös eingeleiteter Übergang von I zu R oder die Betrachtung von gleichzeitig auftretenden Mutationen eines Virus mit entsprechenden Infektionsraten denkbar.

Immunologie

Falls die Behandlung von Impfungen noch nicht erfolgt ist, kann diese im Biologieunterricht behandelt werden. Die Betrachtung der inneren Prozesse und die Unterscheidung von aktiver und passiver Impfung sind dabei möglich. Ebenfalls möglich wäre vielleicht die Betrachtung der Auswirkungen einer Virusinfektion auf die verschiedenen Ebenen des menschlichen Körpers: Zellen, Organe, Gesamtsystem. Außerdem ist eine Betrachtung eines Ökosystems vorstellbar, wie sich dieses durch eine Pandemie verändert oder generell, welche Einflüsse Seuchen in einer oder mehreren Population haben. Das Wirken des Menschens, welches sich durch eine Pandemie verändert, auf andere Tierpopulationen, auf das Land durch Landwirtschaft oder Industrie oder auf die Qualität von Gewässern könnten thematisiert werden. Der Vergleich von vor, während und nach einer Pandemie könnte dabei die Unterschiede deutlich hervorheben (Vgl. Niedersächsisches Kultusministerium, 2017, FW3).

Ökonomische Diskussion

Im Politikunterricht könnte das Versorgungssystem verschiedener Länder in Notlagen, wie bei einer Pandemie, betrachtet werden. Darunter fallen unter anderem die Finanzierung der Ressourcen, der Umgang mit den Schäden, die Bereitstellung der Arbeitskräfte und Materialien, aber auch die generellen Kapazitäten des Gesundheitswesens und die Dauer bis zu einer Einigung über eine Maßnahme. Nach der theoretischen Betrachtung der Strukturen ist dann ein weiteres Rollenspiel mit Diskussion möglich, bei dem es um die Umsetzung von Maßnahmen geht. Dabei könnten beispielsweise das Gesundheitswesen und Bildungswesen, die Wirtschaft mit kleineren und größeren Firmen und private Personen als Rollen vergeben werden. Interessant wäre es ebenfalls, eine Diskussion für verschiedene Länder durchzuführen, da diese unterschiedliche Strukturen im Land und Ressourcen zu Verfügung haben. Ebenfalls könnten die (aktuellen) Wahlprogramme oder Statements der Parteien mit Blick auf die Pandemie(-eindämmung) analysiert und hinterfragt werden.

Projekt zur Aufklärung von Jüngeren

Die Informationen, die die Teilnehmenden erhalten und sich gegebenenfalls in weiteren Fächern erarbeiten, könnten in einer Projektarbeit für jüngere Schüler*innen der Sekundarstufe I aufbereitet werden. Eine Behandlung von Epidemien am Beispiel Corona oder anderen Infektionskrankheiten inklusive dem individuellen Verlauf, den Infektionswegen und der Ausbreitung in einem Land wären dabei denkbar. Die Schwierigkeit läge in der Reduktion der Informationen, sodass sie für jüngere Schüler*innen verständlich werden. Am Ende des Projektes könnten dann Plakate zur Aufklärung mit den Informationen und möglichen Maßnahmen zur Verbesserung der Lage und Eindämmung von Infektionskrankheiten gestaltet werden.

9 Testlauf des Kurses am 20. September

9.1 Durchführung

Am 20. September 2021 wurde der geplante Kurs mit einem Physikleistungskurs der 13. Jahrgangsstufe des Hainberg-Gymnasiums Göttingen durchgeführt. Um 10 Uhr begrüßte Carsten Nowak die 16 anwesenden Schüler*innen und die begleitende Lehrkraft und übergab anschließend das Wort an mich. Die Motivation und das grundlegende Modell wurden unter der geplanten Zeit nach knapp 40 Minuten erarbeitet, die Beteiligung des Kurses hielt sich jedoch in Grenzen. Die Schüler*innen nannten unter anderem einige biologische Aspekte wie spezielle Übertragungswege (Aerosole, Tröpfchen) oder die Virenlast. Diese konnten gut in allgemeine Faktoren, wie die Wahrscheinlichkeit der Ansteckung oder eine theoretische Erweiterung des Modells, überführt werden. Die Mathematisierung der qualitativen Faktoren erfolgte mit Hilfe von Hilfestellungen schnell durch ein paar Schüler. Die anschließende Rechenaufgabe (siehe Arbeitsblatt 3 im Anhang A.2.2) wurde von allen Schüler*innen unter der vorgegebenen Zeit von 20 Minuten gelöst, nach 15 Minuten der Zeit konnte bereits verglichen werden. Eine Schüler*innen präsentierte am Smartboard ihren Graphen mit den berechneten Werten und erklärte den Zusammenhang. Die verbliebene Theorie der Normierung und der Begrifflichkeiten des Gesamtanteils und der 7-Tage-Inzidenz wurde anschließend ebenfalls gut angenommen. Bei den wiederholten Nachfragen, ob es Fragen gäbe oder etwas unklar geblieben wäre, gab es keine entsprechende Rückmeldung. Die erste Pause konnte um 15 Minuten vorverlegt werden, sodass mehr Zeit für das Arbeiten mit den Programmen entstand.

Zu Beginn der ersten Praxisphase gab es ein paar technische Schwierigkeiten in den Gruppen. Durch die Unterstützung von Carsten Nowak und Alexander Mußfeldt konnten wir die Probleme recht schnell beheben. Nach etwa 10 Minuten konnte jedes Team mit den Untersuchungen beginnen. Die Kommunikation innerhalb der Teams klappte sehr gut und sie diskutierten angeregt über das Gesehene. Das Arbeitstempo und Leistungsniveau der Schüler*innen war, wie erwartet, heterogen gemischt. Ich habe mich dazu entschieden, den zeitlichen Verlauf nach 40 Minuten einmal gemeinsam mit den Schüler*innen zu besprechen und die Phasen der Infizierten zu erläutern. Wieder waren es nur einige wenige Schüler*innen, die sich im Plenumsgespräch beteiligten. Diese konnten die Aufgaben unter Bezug auf die Gleichung erläutern. Da die ersten Schüler*innen alle Aufgaben beantwortet hatten und begannen, sich zu langweilen, ging ich nach dem zwischengeschobenen Vergleich zum zweiten Theorieblock über. Das Sam-

meln verschiedener Kontrollmaßnahmen aktivierte den Kurs und mehr Schüler*innen beteiligten sich. Es wurden unter anderem Quarantäne, Masken, Hygieneregeln, Testungen, Reiseverbote, Ausgangssperren, Kontaktbeschränkungen, Impfungen/ Medikamente benannt. Eine Zuordnung der Maßnahmen zu den vorgestellten mathematischen Umsetzungen war durch die Schüler*innen schnell und begründet möglich. Die nachfolgende Arbeitsphase zur Eindämmung begann teils wieder mit technischen Umsetzungsschwierigkeiten einiger Gruppen, andere setzten ihre Untersuchung direkt fort. Während der Untersuchungen ging ich zu den einzelnen Teams und fragte sie, ob es inhaltliche Schwierigkeiten gäbe und wie weit sie denn seien. Inhaltliche Fragen wurden mir dabei von den Schüler*innen nicht gestellt. Die meisten Schüler*innen orientierten sich an den Aufgaben, was sie untersuchen wollen oder können. Ein Team zeigte größere Schwächen im Umgang mit dem Computer und den Programmen, sodass es stark bei den Untersuchungen eingeschränkt war und die Arbeit nahezu einstellte. Das Team hatte sich jedoch nicht gemeldet und nach Hilfe gefragt, beim Herumgehen nahm ich ihre Überforderung wahr und erklärte ihnen schrittweise das Vorgehen. Bis zur Pause arbeiteten die Teams konzentriert weiter.
Nach der größeren Mittagspause gab ich den Schüler*innen nochmals Zeit, mit den Programmen zu arbeiten und stellte ihnen frei, die Lücken auf den Arbeitsblättern zu füllen oder eigene Untersuchungen durchzuführen. Ein Vergleichen der Aufgaben wäre an dieser Stelle nicht sinnvoll gewesen, da nur wenige die Aufgaben vollständig beantwortet hatten. Nach 45 Minuten weiterer Arbeitszeit sollten die Ergebnisse besprochen werden. Ich fragte, ob es bei bestimmten Aufgaben Schwierigkeiten gab oder welche speziell besprochen werden sollten. Nur ein Schüler, der sehr engagiert gearbeitet hatte, stellte eine Frage zu den Graphen. Ansonsten erhielt ich keine Resonanz vom Plenum, sodass ich spezifische Fragen vom Arbeitsblatt aufgriff, welche dann auch korrekt von den Schüler*innen beantwortet werden konnten. Am Ende ging ich zur Diskussion über, in der eine neue Epidemie behandelt werden sollte. Die Schüler*innen tuschelten über die Frage zunächst sehr motiviert, als ich die Diskussion ins Plenum öffnen wollte, schwiegen die Schüler*innen jedoch weitestgehend. Zusammenfassend wurde die Diskussion durch ‚wir müssten zunächst Daten sammeln, vielleicht ist der Erreger ja nicht so gefährlich, um dann zu schauen, ob eingegriffen werden muss.‘ mit Zustimmung durch Nicken der anderen Schüler*innen abgetan. Die Beiträge zu den Maßnahmen und dem Einsatz der Ressourcen wurden dann kurz und knapp mit dem Programmen C und D von zwei Schülern begründet. Auf die Frage, was die Politik in der aktuellen Corona-Pandemie hätte verändern sollen, antwortete ein Schüler, dass er sich gewünscht hätte, dass sie die Situation mit mehr Ernsthaftigkeit behandelt und

die Bevölkerung besser aufklärt hätten. Als keine weiteren Fragen oder Anmerkungen folgten und die Kommunikation weiter stockte, beschloss ich, die Evaluation mit Hilfe eines Evaluationsbogens des XLABs vorgezogen durchzuführen. Anschließend schloss ich den Kurs und bedankte mich für die Teilnahme.

9.2 Reflexion

Zusammenfassend würde ich sagen, dass der Kurs für einen ersten Testlauf gut war. An einigen Stellen zeigten sich zwar leichte Schwächen, die jedoch mit etwas Nachbereitung und mehr Praxiserfahrung gut auszugleichen sind. Im ersten Unterkapitel sollen meine Einschätzungen bezüglich des Ablaufes dargestellt und mögliche Überarbeitungen benannt werden, bevor im zweiten Unterkapitel die Evaluationsbögen ausgewertet werden.

9.2.1 Meine Einschätzung

Eine maßgebliche Einschränkung stellte sowohl die geringe Beteiligung der Schüler*innen in den Plenumsgesprächen sowie meine geringe Praxiserfahrung, um solch einer Situation effizient zu begegnen, dar. Über die Gründe der Kommunikation kann ich nur Spekulationen anstellen. Zum einen könnte meine Geschwindigkeit ein Problem gewesen sein, da aber keine Fragen zum Verständnis gestellt oder meine Geschwindigkeit in dem Moment nicht angesprochen wurde, war mir das in dieser Situation nicht bewusst. Für einen weiteren Testlauf sollten konkrete Aufforderungen zur Wiederholung oder zur Anwendung des Gesagten an die Teilnehmenden gerichtet werden, statt nach Unklarheiten zu fragen. So sollte sich schnell herausstellen, ob die Inhalte wirklich verstanden wurden. In den Praxisphasen erfuhr ich von der Lehrkraft und auf Nachfrage bei den Schüler*innen, dass meine Geschwindigkeit zum Abschreiben der Ergebnisse schwierig war, durch die Rechnungen und die Programme konnte der Inhalt dennoch verstanden werden. Ich habe die Folien anschließend nochmal per Beamer gezeigt, sodass die Schüler*innen die Inhalte nachtragen konnten. Für einen weiteren Durchlauf sollte also ebenfalls mehr Zeit zum Sichern der Inhalte gegeben werden, damit keine Lücken in der Theorie durch Zeitmangel entstehen. Zum anderen könnte die geringe Beteiligung auf die neue Umgebung und die daraus entstehende Unsicherheit zurückgeführt werden. Eine weitere Option für dieses Problem könnte die Motivation der Teilnehmenden gewesen sein. Von der Lehrkraft habe ich erfahren, dass insbesondere die aktiven Schüler*innen des Kurses sich für eine freiwillige Teilnahme ausgesprochen haben, der Rest des Kurses stimmte erst nach Bedenkzeit und einer Gruppenabstim-

mung ebenfalls zu. Die inneren Motive für eine Zusage zur Teilnahme des restlichen Kurses könnten dabei vielfältig sein, sind mir jedoch unbekannt.
Das interaktive Arbeiten mit dem Smartboard funktionierte sehr gut. So bestand die Möglichkeit auf Vorangegangenes zurückzugreifen, spontane Ergänzungen zu tätigen oder den Bildausschnitt flexibel zu ändern. Die Bedienung des Smartboards war sowohl für mich als auch die Schülerin, die ihre Daten präsentierte, leicht verständlich. Über zusätzliche Optionen, wie eine Uhr oder einen Timer, konnten die Arbeitsphasen gut gemanagt werden und ermöglichte eine Transparenz der Planung. Eine Verwendung des Smartboards für weitere Durchführungen kann ich daher empfehlen.
Das selbstständige Arbeiten mit den Programmen hat bis auf das erste Öffnen gut geklappt. Gerade das Arbeiten mit dem Terminal, wie es in der Anleitung beschrieben war, wurde nicht von allen akkurat durchgeführt, sodass es zu Problemen kam. Um dieses Problem zu umgehen, sollte die Anleitung und die Aufgaben gegebenenfalls stärker verknüpft oder vorne am Beamer für alle einmal exemplarisch gezeigt werden. Nachdem die Programme geöffnet waren, konnten die Schüler*innen bis auf wenige Ausnahmen die Untersuchung gut durchführen. Die leistungsschwächeren Schüler*innen hatten neben technischen Problemen, die durch eine Zusatzerklärung oder eine verbesserte Version der Anleitung behoben werden könnten, scheinbar auch Schwierigkeiten mit dem strukturierten Arbeiten. Sie merkten an, dass sie nicht wüssten, welche Größen sie wo einsetzen sollten. Ich half ihnen dabei, eine Strategie zu entwickeln, sodass sie ihre Untersuchung beginnen beziehungsweise fortsetzen konnten. Neben den Erklärungen und Hilfen durch die leitende Person könnten hier auch Hilfskarten, die Beispielwerte für die Größen oder Änderungen im Sinne „Verdopple/ Halbiere den Parameter xy“ vorgeben, eine Option sein. Inwiefern diese von jeder Klasse beziehungsweise jedem Kurs angenommen werden, ist dabei unklar, da die Methode nicht in jedem Unterricht etabliert ist. Da nur wenige Teams Orientierungsprobleme hatten, könnte das Beantworten der Fragen oder das Helfen der leitenden Person ausreichen. Die leistungsstarken Schüler*innen haben sich in der letzten Praxisphase mit dem Zusatzprogramm D gut beschäftigt. Die Heterogenität der Leistung wurde im Testlauf gut berücksichtigt. Die Motivationsförderung könnte weiter ausgebaut werden.
Am Ende des Kurses musste ich feststellen, dass nur die wenigsten ein Textdokument, wie es gefordert war, vollständig angefertigt haben. Auf den Computern befanden sich am Ende des Kurses bei vielen nur ein paar Bilder ohne Dokument. Die zwei mir vorliegenden Exemplare[6] der Textdokumente zeigen nur die unkontrollierte Epidemie, wie sie vorgegeben wurde und eine Veränderung. In der zweiten Phase des Prakti-

[6]Sie sind dieser Arbeit aufgrund der knappen Ausführung nicht beigefügt.

kums wurden scheinbar die Beobachtungen und Ergebnisse direkt auf den Arbeitsblättern ohne Sicherung der Bilder im Protokoll vermerkt. Beim Herumgehen haben ich gesehen, das viele der Aufgaben beantwortet wurden. Die Arbeitsblätter haben die Teilnehmenden mitgenommen, sodass eine Auswertung der dort getätigten Antworten nicht möglich ist. In zukünftigen Durchführungen könnte die Erstellung des Dokumentes besser motiviert und durch kleine Änderungen am Programm (Legende mit verwendeten Daten/Parameter in den Plots) der Aufwand verringert werden, sodass der Transfer zwischen Daten und Deutung und der Vergleich verschiedener Daten in den Fokus rücken kann.
Das freie Wählen der Partner und die Partnerarbeit haben in diesem Kurs gut geklappt. Innerhalb der Gruppen wurde angeregt diskutiert und Beobachtungen interpretiert.

9.2.2 Ergebnisse aus dem Evaluationsbögen

Der Evaluationsbogen wurde von allen 16 Schüler*innen und der begleitenden Lehrkraft anonym ausgefüllt (N=17). Der Fragebogen wurde vom XLAB gestellt und beinhaltet Items zu den vermittelten Fähigkeiten und dem Wissen, sowie Fragen zur Entwicklung des Interesses bezüglich einer weiterführenden Ausbildung im naturwissenschaftlichen Bereich. Die Fragen sind mit einer vierstufigen Likert-Skala versehen. Eine gerade Anzahl an Auswahlmöglichkeiten zwingt den Teilnehmenden, seine Position einer Tendenz zuzuordnen und nicht die neutrale Mitte wählen zu können. Zusätzlich befinden sich auf der zweiten Seite des Evaluationsbogen drei Freitextfragen. In Kapitel A.3.1 und A.3.2 sind die Fragen des Evaluationsbogens mit den jeweils absoluten Anzahlen der Ankreuzung aufgeführt, die Antworten zu den Freitextfragen sind in Kapitel A.3.3 einzusehen. Es ist anzumerken, dass der Evaluationsbogen für alle Veranstaltungen des XLABs konzipiert ist, sodass zu erwarten ist, dass nicht alle Items mit großer Zustimmung beantwortet werden. Der Fragebogen zur Evaluation ist auf experimentelle Arbeiten ausgelegt. Die Berechnung der Mittelwerte und der Standardabweichung wurde ausschließlich durch die Antworten *in hohem Maß* (4), *in mittlerem Maß* (3), *in geringem Maß* (2) und *gar nicht* (1) berechnet. Fehlende Antworten oder Kreuze bei *weiß nicht/nicht relevant* wurde nicht mit einbezogen, sodass bei manchen Items nicht N=17 galt, die Abweichungen werden entsprechend angegeben.
Für den ersten Fragenblock[7] des Evaluationsbogen ergeben sich die in Abbildung 21

[7] Die Fragen des zweiten Blocks beziehen sich stärker auf das Interesse und die Zukunftspläne der Schüler*innen. Sie sind ausgewertet in Kapitel A.3.2 einsehbar, werden hier jedoch nicht weiter reflektiert.

dargestellten Mittelwerte inklusive der Standardabweichung für die 12 Items.

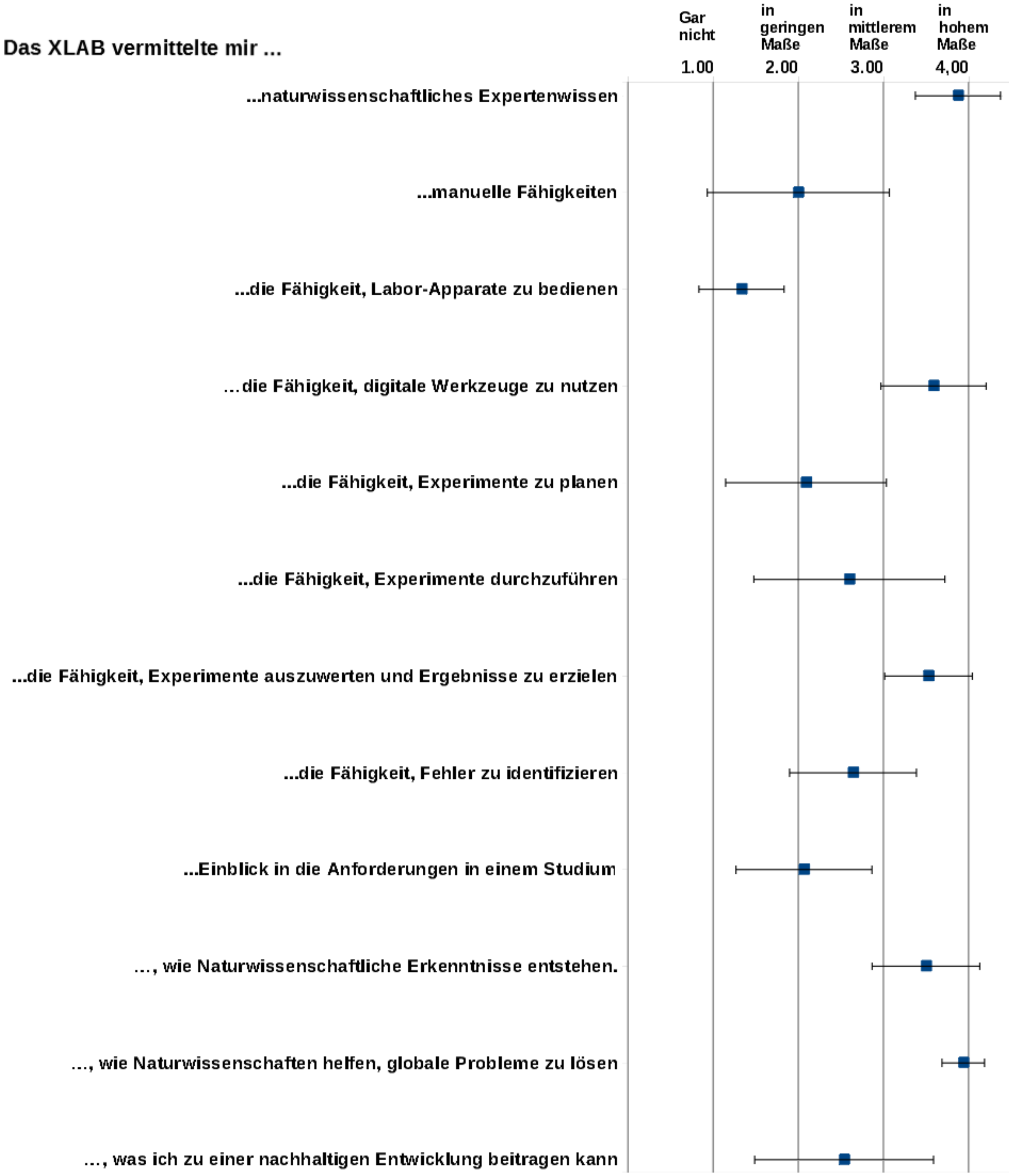


Abbildung 21: Evaluation des XLAB-Kurses. Mittelwert mit Standardabweichung.

Die höchsten Ausprägungen erhalten die Items „wie Naturwissenschaften helfen, globale Probleme zu lösen“ (MW= 3.94 ± 0.25, N=16), „naturwissenschaftliches Expertenwissen“ (MW=3.88 ± 0.50, N=15), „die Fähigkeit, digitale Werkzeuge zu nutzen“ (MW=3.59 ± 0.62, N=17), „die Fähigkeit, Experimente auszuwerten und Ergebnisse zu erzielen“ (MW=3.53 ± 0.51, N=17) und „wie Naturwissenschaftliche Erkenntnisse entstehen“ (MW=3.50 ± 0.63, N=16). Die größten Lernerfolge bei den Schüler*innen wurden demnach in den Bereichen erzielt, die der XLAB-Kurs fördern sollte. Im Fokus stand das Lösen eines gesellschaftlichen, globalen Problems, das mit Naturwissenschaften, insbesondere mit dem Einsatz von digitalen Werkzeugen, behandelt werden sollte. Die geforderte Interaktion der Schüler*innen lag dabei auf der Durchführung einer Untersuchung mit (eigens) entwickelter Strategie und der anschließenden Auswertung der Daten. Da das Thema nicht im Kontext Schule in diesem Maß behandelt wird, kann in diesem Falle gut von naturwissenschaftlichem Expertenwissen gesprochen werden.
Eine mittlere Ausprägung erhielten die Items „die Fähigkeit, Fehler zu identifizieren“ (MW=2.64 ± 0.74, N=14), „die Fähigkeit, Experimente durchzuführen“ (MW=2.60 ± 1.12, N=15) und „Nachhaltigkeit“ (MW=2.54 ± 1.05, N=13). Das Fehleridentifizieren ist Teil des Untersuchungsprozesses. So können die Teilnehmenden Fehler bei der Ausführung der Programme oder in der Anwendung des Parameterfiles gemacht haben. Eine unerwartete Ausgabe des Programmes kann als Anregung zur kritischen Reflektion und zur Ursachensuche dienen. Das Durchführen der Untersuchung wurde durch Orientierungshilfen und Leitaufgaben vereinfacht. Die Teilnehmenden konnten diese zur Hilfe nehmen, waren aber nicht an diese gebunden. Die methodisch angelegte, empirische Untersuchung zur Gewinnung neuer Erkenntnisse und Daten kann aus Sicht der Schüler*innen als Experiment angesehen werden. Das Experiment des XLAB-Kurses ist eher als ein theoretisches und nicht als klassisches Experiment zu verstehen. Während die Auswertung des Experimentes von vielen Schüler*innen als geförderte Fähigkeit gewertet wurde, erhält die Förderung der Durchführung des Experimentes nur eine mittlere Ausprägung. Möglicherweise wurde die getätigte Untersuchung durch die Orientierungshilfen und die Aufgaben auf dem Material nicht als experimentieren wahrgenommen. Die Streuung der Antworten, erkenntlich durch die Standardabweichung, deutet auf eine unterschiedliche Wahrnehmung des Kurses hin. Das Item zur nachhaltigen Entwicklung könnte auf die Ergebnisse für das gesellschaftliche Verhalten in einer Epidemie zurückgeführt werden.
Die schwächsten Ausprägungen erhielten die Fragen „die Fähigkeit, Experimente zu planen“ (MW= 2.09 ± 0.94, N=11), „Einblick in die Anforderungen in einem Studium “ (MW= 2.07 ± 0.8, N=15),„manuelle Fähigkeiten “ (MW= 2.00 ± 1.07, N=8) und

„die Fähigkeit, Labor-Apparte zu bedienen" (MW= 1.33 ± 0.5, N=9). Die genannten Kompetenzen lagen in der Planung nicht im Fokus des Projektes, sodass eine geringe Ausprägung zu erwarten war. Die Planung des Experimentes war weitestgehend durch das Stellen der Programme abgeschlossen. Der Einblick in das Studium könnte möglicherweise in Verbindung mit den Fachinhalten oder mit dem Rahmen des Kurses – meine Bachelor- und Masterarbeit – erzeugt worden sein. Die Benutzung von Labor-Apparaten und manuelle Fähigkeiten waren keine Aspekte des Kurses. Etwa die Hälfte des Kurses haben diese zwei Items mit *weiß nicht/ nicht relevant* beantwortet.
Die Rückmeldung aus dem Ankreuzteil des Evaluationsbogens kann als positiv bewertet und als ein wenn auch nicht in allen Punkten Erreichen der Ziele gesehen werden. Die Auswertung der Freitexte soll nun Aufschluss über die Stärken (was war gut) und die Schwäche (was kann verbessert werden) bieten.
Als Verbesserungsvorschlag wurden zum einen eine abwechslungsreichere Gestaltung des Kurses und zum anderen die Zeiteinteilung genannt. Die Gestaltung des Kurses war maßgeblich von der Interaktion des Kurses abhängig und Diskussionen, Fragen und Besprechungen fanden nur sehr knapp statt. Da diese Anmerkung nur von einer Person geäußert wurde und zwei Personen die gute Aufteilung des Kurses lobten, ist eine generelle Umstrukturierung nicht notwendig. Gleiche Gegensätzlichkeit zeigt sich für die Zeit. Es wurde sowohl als Kritik geäußert, dass es zu viel Zeit zum eigenständigen Arbeiten gab als auch zu wenig. Unter den positiven Anmerkungen schreiben andere, dass sie das freie Arbeiten und die Zeit zum Ausprobieren gut gefunden haben. Die zeitliche Einteilung würde ich daher ebenfalls so belassen und die Personen, die sich zum Ende hin gelangweilt haben, auf die Anregungen für Untersuchungen verweisen.
Die positiven Freitexte beinhalten häufig das Thema an sich, welches durch seinen Bezug zur Realität und der momentanen Relevanz interessant sei. Dass die Thematik eigenständig untersucht werden konnte und die Zeit für freies Ausprobieren und Experimentieren gegeben wurde, wurde ebenfalls als positiv aufgeführt. Die Fragen zur Orientierung und die Hilfestellung, die ich gegeben habe, sind positiv vermerkt worden. Sechs Personen benannten explizit, dass ihnen die Arbeit mit den Programmen beziehungsweise mit dem Computer gut gefallen hat. Die Theorie wurde ebenfalls als gut dargestellt und erklärt wahrgenommen und passend zur Praxis empfunden.
Für die weitere Nutzung des Fragebogens für diesen Kurs könnte die Frage nach der Einschätzung der zeitlichen Aufteilung und dem Anforderungsniveau ergänzt werden, um ein ganzheitliches Bild der Klasse zur Verständlichkeit und zur Gestaltung des freien Arbeitens zu erhalten.
Zusammenfassend kann auf Grundlage der Evaluation von einer guten Durchführung

und einer zielführenden Konzeption des Kurses ausgegangen werden.

9.3 Fazit

Auf Grundlage des Verlaufes des Kurses, meiner Einschätzung und den Ergebnissen der Evaluation soll in diesem Kapitel das Erreichen der Lernziele reflektiert werden.
Auf der inhaltlichen Ebene sollten die Teilnehmenden das SIR-Modell in der Grundform und in der Erweiterung durch Eindämmungsmaßnahmen anwenden und erklären können. Die Kompetenz des Beschreibens und Erklärens der Inhalte wurde während der Praxisphase und der Sicherung zwischen den Praxisblöcken geprüft. Das Erreichen des Lernziels ist dabei abhängig vom Fortschritt der Bearbeitung. Das grundlegende Wissen über Epidemien und deren Ausbreitung sowie Eindämmung, welches durch das Modell beschrieben werden kann, wurde in den Gruppen verstanden. Auch die Antworten auf den Evaluationsbögen deuten auf ein Verstehen des Modells und seiner Anwendung hin. Dieses inhaltsbezogene Ziel kann als erreicht angesehen werden. Einige Teams haben darüber hinaus durch ihren Fortschritt in der Untersuchung weiteres Wissen generieren können.
Als prozessbezogene Kompetenz sollte zum einen das Arbeiten mit Modellen gefördert werden. Die Generierung des Modells zu Beginn des Kurses wurde durch einige Wenige getätigt, das Arbeiten mit dem Modell funktionierte in der Praxisphase in allen Gruppen. Die Teams konnten eigenständig mit dem Modell Ergebnisse generieren und die mathematischen Ergebnisse übersetzen und reflektieren. Zur Modellierungskompetenz beziehungsweise zum Arbeiten mit Modellen gehört auch das Reflektieren des Modells, dies wurde beim Herumgehen und am Ende des Kurses angesprochen und geprüft. Durch die geringe Beteiligung wurden leider im Plenum nicht so viele Erweiterungsvorschläge oder Grenzen des Modells benannt, wie es möglich gewesen wäre. Die Modellkompetenz wurde daher in einzelnen Aspekten gut gefördert, könnte durch gesteigerte Kommunikation in weiteren Teilen aber noch verbessert werden.
Zum anderen wurde als prozessbezogene Kompetenz das Arbeiten mit digitalen Werkzeugen angestrebt. Hauptfokus dieser Kompetenz lag auf dem Bedienen der Programme zur Steuerung der Untersuchung. Am Ende des Kurses konnten alle Schüler*innen das Programm eigenständig bedienen, sodass das Erreichen des Lernziels in dieser Hinsicht als erreicht angesehen werden kann. Zusätzlich sollten die Teilnehmenden die Ergebnisse ihrer Untersuchung in einem Protokoll sichern und damit die einzelnen Programme verknüpfen. Inwiefern diese Teilkompetenz beherrscht wird, kann aufgrund fehlender Rückmeldung und Dokumentation nicht beurteilt werden. Es ist zu

vermuten, dass das generelle Erstellen einer Textdatei von den Schüler*innen einer 13. Klasse grundlegend möglich ist, es aber für manche als mühsam und zeitaufwendig wahrgenommen wird, sodass die Dokumentation vernachlässigt wurde. Das Dokumentieren der Ergebnisse galt als Brücke zwischen Digital- und Kommunikationskompetenz. Wie bereits mehrfach erwähnt, war die Kommunikation deutlich eingeschränkt. Das Erreichen des Lernziels der Kommunikationskompetenz, durch Dokumentation und Präsentation der Ergebnisse, kann für diesen Testlauf nicht bestätigt werden. Die Kommunikationsbereitschaft und meine Praxiserfahrung waren zu gering, um die Lernsituation zur Förderung der Kompetenzen erfolgreich zu nutzen. Es ist davon auszugehen, dass die Kompetenz nicht maßgeblich gefördert wurde.
Insgesamt kann der Kurs als Testlauf der Planung als positiv betrachtet werden. Bis auf die Kommunikationskompetenz wurden die Ziele des Kurses erreicht. Durch eine Steigerung der Kommunikationskompetenz könnte auch weiteres inhaltliches Wissen etabliert und die Modellkompetenz durch bessere Reflexion stärker gefördert werden. Ich bin mit dem Testlauf sehr zufrieden und auch das Feedback zum Kurs war positiv. Die Planung des Kurses ist bis auf kleine Anpassungen gut ausgearbeitet.

10 Erweiterungen und Ausblick

In dieser Arbeit soll sich dieses Kapitel abschließend den möglichen Erweiterungen widmen, die für mögliche Ausarbeitungen eines Kurses oder Überarbeitungen des beschriebenen Kurses denkbar wären. Die Erweiterungen werden unterschieden in Inhalt und Konzeption.

10.1 Inhaltliche Erweiterung des Kurses

10.1.1 SIR-Modell mit Demographie

In dem Projekt wurde eine konstante Bevölkerung N angenommen und lediglich eine Dynamik zwischen den Gruppen von suszeptibel zu infiziert zu resistent betrachtet. Eine mögliche Erweiterung ist die Betrachtung von Demographien durch Geburten- und Sterberate. Gerade Geburten, bei denen von suszeptiblen Individuen ausgegangen wird, verändern die zeitliche Entwicklung der Suszeptiblen und beeinflussen damit auch die Entwicklung der Infizierten. Die Sterberate gilt für alle Individuen der Bevölkerung, sprich in jeder Gruppe S, I und R, und ist unabhängig von der Krankheit. Für eine Modellierung kann die Geburten- und Sterberate gleich gesetzt werden, sodass die Bevölkerungszahl N zeitlich konstant bleibt (Vgl. Kelling & Rohani, 2008, S. 26ff.). Alternativ können diese Raten auch als Ein- und Auswanderung beschrieben werden, jedoch sollen ausschließlich Suszeptible in das System neu hinzu kommen. Schematisch ergibt sich folgender Zusammenhang:

$$
\begin{tikzcd}
{} \arrow[d, "\text{Geburten}"'] & & \\
\boldsymbol{s} \arrow[r, "\text{Zufluss}"] \arrow[d, "\text{Tote}"'] & \boldsymbol{i} \arrow[r, "\text{Abfluss}"] \arrow[d, "\text{Tote}"] & \boldsymbol{r} \arrow[d, "\text{Tote}"] \\
{} & {} & {}
\end{tikzcd}
$$

Mathematisch ergänzt sich das Gleichungssystem um die Anteile multipliziert mit der Geburten-Sterbe-Rate μ:

$$s(t+\Delta t) = s(t) - (\beta \cdot s(t) \cdot i(t) \boldsymbol{+\mu \cdot (1 - s(t))})\Delta t \tag{23}$$

$$i(t+\Delta t) = i(t) + (\beta \cdot s(t) \cdot i(t) - \gamma \cdot i(t) \boldsymbol{-\mu \cdot i(t)})\Delta t \tag{24}$$

$$r(t+\Delta t) = 1 - s(t) - r(t) \tag{25}$$

In vorherigen Untersuchung des SIR-Modells ohne Demographie endete unsere Epidemie in einem infektionsfreien Zustand, das heißt die Krankheit verschwand und die übrigen Suszeptiblen infizierten sich nicht. Durch die Berücksichtigung der Demographie wird nun neben diesem infektionsfreien Ausgang der Epidemie ein endemisches Ende möglich. Im endemischen Fall wird sich mit der Zeit ein konstanter Anteil an Infizierten ausbilden, die Krankheit existiert weiterhin und wird dauerhaft auf (niedrigem Niveau) in der Bevölkerung verbreitet. Der Endzustand, auch stabiler Fixpunkt in der Mathematik genannt, kann über die zeitliche Änderung[8] berechnet werden. Ist diese Änderung für alle drei Gruppen gleich Null, so ist der Fixpunkt erreicht.

10.1.2 Epidemiologische Gruppen

Neben der Betrachtung der Dynamik im SIR-Modell können auch weitere epidemiologische Gruppen oder Verläufe der Infektion betrachtet werden.

SI-Modell

Mit dem SI-Modell werden Krankheiten modelliert, bei denen ein Individuum sich wie im SIR-Modell ansteckt und im Schnitt $\frac{1}{\gamma}$ Tage lang infektiös ist. Der Unterschied besteht darin, dass das Individuum nicht genesen wird, sondern zuvor an der Krankheit zugrunde geht. Es gibt viele Beispiele für Krankheiten in der Flora und Fauna, die für die Individuen tödlich enden: „Feline Infectious Peritonitis (FIP), Spongiform Encephalopathy (BSE), Leishmaniasis, Rabbit Haemorrhagic Disease, and Highly Pathogenic Avian Influenza (H5N1)“ (Kelling & Rohani, 2008, S. 38).

SIS-Modell

Es gibt auch viele Krankheiten, bei denen das Individuum nach einer Infektion nicht immun ist, sondern wieder empfänglich für den Erreger ist. Das Individuum genest und ist wieder suszeptibel. Beispiele zur Anwendung dieses Modells sind das Rotavirus, Tripper, andere sexuell übertragbare Infektionen so wie viele bakterielle Infektionen (Kelling & Rohani, 2008; Murray, 1990).

SIRS-Modell

Eine Erweiterung des zuvor genannten Modells stellt das SIRS-Modell dar. Ein Individuum genest nach einer Infektion nach durchschnittlich $\frac{1}{\gamma}$ Tagen und wird resistent.

[8] Die „Änderung“ wird erst in Jahrgangsstufe 11 nach dem Schulsystem G9 behandelt (Niedersächsisches Kultusministerium, 2019, S. 22), die Erweiterung ist daher erst für die Qualifikationsstufe (Klasse 12/13) umsetzbar.

Die Immunität gegen den Erreger hält aber anders als im SIR-Modell nicht lebenslänglich, sondern nur für eine gewissen Zeit $\frac{1}{\omega}$. Nach Ablauf der Immunität ist das Individuum wieder suszeptibel (Kelling & Rohani, 2008). Schematisch spiegelt sich die Dynamik zwischen den epidemiologischen Gruppen damit wie folgt wieder:

$$\begin{tikzcd} \boldsymbol{S} \arrow[r] & \boldsymbol{I} \arrow[r] & \boldsymbol{R} \arrow[ll, bend left] \end{tikzcd}$$

SEIR-Modell

Eine Verfeinerung des SIR-Modells ist durch das SEIR-Modell gegeben. Das SEIR-Modell berücksichtigt die Latenzzeit, sprich die Zeit, in der ein Individuum zwar infiziert aber noch nicht infektiös ist. Die anfänglich aufgenommene Anzahl an Erregern ist im Regelfall sehr gering, diese vermehren sich in der Latenzzeit schnell und relativ uneingeschränkt durch das Immunsystem. Die Wahrscheinlichkeit, das ein Individuum in der Latenzphase jemand anderes infiziert ist eher gering. Die Individuen, in denen der Erreger bereits vorhanden ist, können nicht mehr als suszeptibel bezeichnet werden, sie sind aber auch noch nicht infektiös, nur infiziert, daher wird das Modell um die epidemiologische Gruppe der *Exposed* ergänzt (Kelling & Rohani, 2008). Die Übergänge zwischen den Gruppen ist nachfolgend visualisiert.

$$\boldsymbol{S} \longrightarrow \boldsymbol{E} \longrightarrow \boldsymbol{I} \longrightarrow \boldsymbol{R}$$

Wenn angenommen wird, dass die durchschnittliche Dauer der Latenzphase $\frac{1}{\sigma}$ beträgt, wird das Infektionsgeschehen durch (Kelling & Rohani, 2008, S. 41)

$$s(t + \Delta t) = s(t) - (\beta \cdot s(t) \cdot i(t) + \mu \cdot (1 - s(t))) \cdot \Delta t \tag{26}$$
$$e(t + \Delta t) = e(t) + (\beta \cdot s(t) \cdot i(t) - \sigma \cdot e(t) - \mu \cdot e(t)) \cdot \Delta t \tag{27}$$
$$i(t + \Delta t) = i(t) + (\sigma \cdot e(t) - \gamma \cdot i(t) - \mu \cdot i(t)) \cdot \Delta t \tag{28}$$
$$r(t + \Delta t) = r(t) - (\gamma \cdot i(t) + \mu \cdot r(t)) \cdot \Delta t = 1 - s(t) - e(t) - i(t) \tag{29}$$

mathematisch beschrieben.

10.1.3 Örtliche Ausbreitung

Bisher wurde nur die zeitliche Entwicklung von Epidemien betrachtet. Eine räumliche Betrachtung ist dabei durchaus auch möglich, diese ist aber weniger gut erforscht als die zeitliche. In unserem zeitlichen Modell wird angenommen, dass unsere Population

homogen durchmischt ist. In der Realität bündeln sich die Fälle aber um eine Infiziertengruppe, sodass ein Infektionsherd oder Cluster entsteht. Insbesondere gibt es in unserem Alltag Orte, an denen sich mehr Personen begegnen; exemplarisch sind Einkaufsläden oder Schulen zu nennen. An diesen Orten ist die Wahrscheinlichkeit durch die erhöhte Anzahl an Kontakten höher als zu Hause. Weiterhin ist der weltweite Flugverkehr und das generelle Mobilitätsnetz als ein möglicher Einflussfaktor zur Ausbreitung der Epidemie zu nennen, der genaue Zusammenhang wird von Prof. Dr. Dirk Brockmann und seinem Team untersucht (Brockmann et al., 2020). Eine Möglichkeit der räumlichen Auflösung ist die Beschreibung durch ein Diffusionsmodell. Die epidemiologischen Gruppen sind dann sowohl vom Ort als auch von der Zeit abhängig, das heißt es werden partielle Differentialgleichungen verwendet (Murray, 1990).
Für eine ausführlichere Behandlung verweise ich an dieser Stelle auf Kapitel 20 in Murray (1990), in dem die geographische Ausbreitung von Epidemien beschrieben und am Beispiel der mittelalterlichen Pest und Tollwut angewendet wird (S.651-696).

10.2 Erweiterung der Konzeption

Neben den beschriebenen Adaptionen, die aus der Reflexion des Testlaufs hervorgingen, sind weitere Änderungen am Konzept des XLAB-Kurses denkbar.

Aktualität und Relevanz bewahren

Der XLAB-Kurs ist sehr zentral auf die aktuelle Corona-Pandemie ausgerichtet. Momentan sind die Thematik und das Beispiel sehr aktuell, inwiefern diese Ausrichtung in Zukunft noch als attraktiv und relevant angesehen wird, kann derzeit nicht mit Sicherheit gesagt werden. Da Epidemien und Pandemien unsere Gesellschaft immer wieder betreffen und Schüler*innen momentan deutschlandweit äußern, dass die aktuelle Pandemie sie überfordere und sie sich mehr Aufklärung zu Beginn gewünscht hätten, ist eine Überarbeitung des Kurses zu einer allgemeineren Gültigkeit durch verschiedene Krankheitsbeispiele wie Masern oder Grippe oder eine Überarbeitung der Materialien für einen flexiblen Einsatz bei zukünftigen Epidemien möglich. Auch wäre die Behandlung von zeitlich überdauernden Krankheit (Endemien) eine Möglichkeit, um die Aktualität zu bewahren.

Ausarbeitung einer digitalen Lerneinheit

Durch Corona mussten viele Angebote des öffentlichen Lebens auf eine digitale Onlineversion umgestellt werden. Wo diese Umstellung nicht möglich war, konnte das

Angebot für die vorgeschriebene Zeit gezwungenermaßen nicht oder nur in reduzierter Form angeboten werden. Auch das XLAB war mit den Einschränkungen konfrontiert. Eine mögliche Überarbeitung des XLAB-Kurses zur Ausbreitung und Eindämmung von Epidemien könnte daher eine Digitalisierung der Inhalte für eine digitale Lerneinheit sein. So könnte das Projekt unabhängig von Einschränkungen des öffentlichen Lebens durchgeführt werden. Es hätte zusätzlich den Vorteil, dass die Schüler*innen die Inhalte zeitlich flexibel erarbeiten können und nicht an einen Ort gebunden wären. Für die Umsetzung müssten entsprechend die Theorie beispielsweise in kurzen Lernvideos oder Texten aufgearbeitet und ein mögliches Portal für die Nutzung der Programme gefunden werden, sodass die Schüler*innen sich nicht aufwendig mit einer Installation von Programmen und ähnlichem beschäftigen müssten. In dem entsprechenden Programmportal wäre auch eine Einbindung von Hilfskarten, Anleitungsvideos zur Programmnutzung sowie Quiz und Tests zur Überprüfung des Wissens möglich. Das Onlineangebot könnte durch den flexiblen Zugang auch mehr Personen erreichen, die an dem Programm interessiert sind.

Modellierungsprozess ausweiten

Im geplanten Kurs sollen die Schüler*innen das SIR-Modell nachvollziehen und sie erhalten für die erste Ausführung des Programmes Daten für die Parameter. Es wäre durchaus vorstellbar, den Kurs dahingehend auszurichten, dass die Teilnehmenden aus den Daten des Robert-Koch-Instituts (RKI) zur Corona-Pandemie die Parameter selbst schätzen müssen und ein Modell generieren. Im Anschluss wäre ein Vergleich der Modelle mit dem SIR-Modell möglich. Anhand der Daten des RKI könnten die Teilnehmenden ihre Modellierung verifizieren oder falsifizieren.

Ausrichtung auf einen Informatik-Schwerpunkt

Studierende oder Lehrende mit Informatik-Kompetenzen können sich einer Überarbeitung des Schwerpunktes widmen. So könnte der XLAB-Kurs darauf ausgelegt werden, gemäß der Kompetenz „P2 Implementieren“ (Niedersächsisches Kultusministerium, 2014, S. 11) das Implementieren des Euler-Schrittverfahrens zu fördern. Dafür könnten die Teilnehmenden entweder die gegebenen Programme untersuchen oder (unter Hilfestellung) eigene Programme zur Problemlösung implementieren.

Danksagung

Ich möchte mich bei Prof. Dr. Annette Zippelius für den Vorschlag und die Betreuung dieser Masterarbeit bedanken. Ebenso gilt ein besonderer Dank Prof. Dr. Reiner Kree, der mir während der Betreuung besonders bei technischen Fragen mit Rat zur Seite stand. Ich möchte euch beiden danken, dass ihr mich sowohl bei der Bachelorarbeit als auch bei der Masterarbeit herzlich und offen begleitet habt. Für die fachdidaktische Betreuung bedanke ich mich außerdem bei Prof. Dr. Kerstin Strecker.
Dem XLAB und im besonderen Dr. Carsten Nowak danke ich für die gute Zusammenarbeit und die Ermöglichung einer Realisierung des Kurses, die meine Arbeit gehaltvoller und mich reicher an Erfahrungen gemacht hat.
Ich danke Marie Ahlig, Jonathan Kolle und Marco Occhionero für die Ratschläge und Diskussionen sowie den ersten Testlauf der Planung.
Ein herzliches Dankeschön richtet sich an Alexander Mußfeldt, der mit mir über die Erklärungen und Berechnungen diskutiert hat, mich beim XLAB-Testlauf unterstützt, mit Marie und Marco meine Arbeit korrigiert hat und mich über die ganze Zeit mental gestärkt hat.
Weiteren Dank gilt all denjenigen, die mich während der Erarbeitung meiner Masterarbeit durch Gespräche und Diskussionen inhaltlich und moralisch unterstützt haben.

Literaturverzeichnis

Bildungsserver Rheinland-Pfalz. (2015). *Differenzierung nach Aufgabenschwierigkeit: allgemeine Aspekte.* Pädagogisches Landesinstitut Rheinland Pfalz. Zugriff auf https://heterogenitaet.bildung-rp.de/fileadmin/user_upload/lernen-in-vielfalt.bildung-rp.de/03_Materialien/3_3_Differenzieren/3_3_1_Differenzieren_nach_Aufgabenschwierigkeit/Differnezierung_nach_Aufgabenschwierigkeit_Download.pdf (Letzter Zugriff 28.09.2021)

Birus, T., Dreesmann, D., Drossé, I., Dzieyk, M., Eisenbeis, G., Larbolette, O., … Wichard, W. (2001). *KOMPAKTLEXIKON DER BIOLOGIE: Population.* Spektrum der Wissenschaft Verlagsgesellschaft mbH. Zugriff auf https://www.spektrum.de/lexikon/biologie-kompakt/population/9282 (Letzter Zugriff 18.07.2021)

Brenner, G. & Brenner, K. (2010). *Fundgrube Methoden I. Für alle Fächer.* (Bd. 5). Berlin: Cornelsen Verlag Scriptor GmbH & Co.KG.

Brinda, T., Diethelm, I., Gemulla, R., Romeike, R., Schöning, J., Schulte, C. & et al. (2016, 3). *Dagstuhl-Erklärung. Bildung in der digitalen vernetzten Welt.* Gesellschaft für Informatik e.V. Zugriff auf https://dagstuhl.gi.de/fileadmin/GI/Hauptseite/Aktuelles/Projekte/Dagstuhl/Dagstuhl-Erklaerung_2016-03-23.pdf (Letzter Zugriff 01.10.2021)

Brockmann, D., Maier, B., Schlosser, F., Rose, A., Zachariae, A., Hinrichs, D., … Burdinski, A. (2020). *P 4: Epidemiologische Modellierung von Infektionskrankheiten.* Robert-Koch-Institut. Zugriff auf https://www.rki.de/DE/Content/Forsch/Projektgruppen/Projektgruppe_4/P4_node.html (28.09.2021)

Bruner, J. S. (1971). Über kognitive Entwicklung I und II. In J. S. Bruner, R. R. Olver & P. M. Greenfield (Hrsg.), *Studien zur kognitiven Entwicklung* (Bd. 1, S. 21–96). Stuttgart: Ernst Klett Verlag.

Bundesministerium für Gesundheit. (2021, 6). *Coronavirus-Pandemie (SARS-CoV-2): Chronik bisheriger Maßnahmen und Ereignisse.* Website. Zugriff auf https://www.bundesgesundheitsministerium.de/coronavirus/chronik-coronavirus.html (zuletzt besucht am 17.07.2021)

Büchter, A. & Henn, H.-W. (2015). Schulmathematik und realität- verstehen durch anwenden. In R. Bruder, L. Hefendehl-Hebeker, B. Schmidt-Thieme & W. H.-G. (Hrsg.), *Handbuch der mathematikdidaktik* (S. 19–49). Heidelberg: Springer Verlag.

Ciesek, S. (2021, 2). *Coronavirus-Update: Mutante, Schnelltests, Medikamente.* NDR Info Podcast (77). (Verschriftlichte Version einsehbar unter https://www.ndr.de/nachrichten/info/77-Coronavirus-Update-Mutante-Schnelltests-Medikamente,podcastcoronavirus290.html, Letzter Zugriff 16.09.2021)

EDK. (2011, 6). *Grundkompetenzen für die Mathematik. Nationale Bildungsstandards.* Schweizerische Konferenz der kantonalen Erziehungsdirektoren (EDK) -Plenarversammlung. Zugriff auf http://edudoc.ch/record/96784/files/grundkomp_math_d.pdf (Letzter Zugriff 03.10.2021)

Entdeckendes Lernen. (2020). Fachhochschule Kiel, Hochschule für Angewandte Wissenschaft. Zugriff auf https://www.fh-kiel.de/wir/zentrale-einrichtungen/institut-fuer-weiterbildung/programm/naturspielpaedagogik/entdeckendes-lernen/ (Letzter Zugriff 03.10.2021)

Escher, M. & Taschwer, K. (2021, 4). *Brasilien zeigt, was es bedeutet, wenn Corona nahezu ungebremst wüten kann.* Der Standard. International. Zugriff auf https://www.derstandard.de/story/2000125916318/brasilien-zeigt-was-es-bedeutet-wenn-corona-nahezu-ungebremst-wueten (Letzter Zugriff 04.08.2021)

Hilgers, A. (o. J.). *Enaktiv – ikonisch – symbolisch konkret. DARSTELLUNGSEBENEN BEWUSST WECHSELN.* Friedrich Verlag. Zugriff auf https://www.friedrich-verlag.de/mathematik/konzepte-methoden/das-eis-prinzip-sinnvoll-im-matheunterricht-umsetzen/ (Letzter Zugriff 02.10.2021)

Hillmayr, D., Reinhold, F., Ziernwald, L. & Reiss, K. (2017). *Digitale Medien im mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterricht der Sekundarstufe - Einsatzmöglichkeiten, Umsetzung und Wirksamkeit.* Waxmann Verlag GmbH. Zugriff auf https://www.waxmann.com/index.php?eID=download&buchnr=3766 (Letzter Zugriff 06.10.2021)

Hänsel, M. (o. J.). *Kooperatives Lernen.* Michael Hänsel. Zugriff auf http://www.mhaensel.de/unterrichtsmethoden/kooperative_methoden/Kooperatives%20Lernen-Uebersicht.pdf (Letzter Zugriff 04.10.2021)

Kaiser, G., Blum, W., Borromeo Ferri, R. & Greefrath, G. (2015). Anwendungen und modellieren. In R. Bruder, L. Hefendehl-Hebeker, B. Schmidt-Thieme & W. H.-G. (Hrsg.), *Handbuch der mathematikdidaktik* (S. 357–383). Heidelberg: Springer Verlag.

Kelling, M. J. & Rohani, P. (2008). *Modeling Infectious Diseases in Humans and Animals.* Princeton, Oxford: Princeton University Press.

Kermack, W. & McKendrick, A. (1927). A contribution to the mathematical theory of epidemics. In *Containing papers of a mathematical and physical character* (Bd. 115, S. 700–721). London: Royal Society of London.

Kiehl, W. (2015). *Infektionsschutz und Infektionsepidemiologie Fachwörter – Definitionen – Interpretationen.* Robert Koch-Institut. Zugriff auf https://www.rki.de/DE/Content/Service/Publikationen/Fachwoerterbuch_Infektionsschutz.pdf?__blob=publicationFile (Letzter Zugriff 18.07.2021)

Kioulafas, E. (2015). *Die Bedeutung der Lebensweltbezüge im Mathematikunterricht* (Diplomarbeit, Pädagogischen Hochschule Zürich, Pestalozzianum). Zugriff auf https://pestalozzianum.ch/globalassets/pestalozzianum/preise/studienpreise/masterarbeit.pdf (Letzter Zugriff 03.10.2021)

Kirchner, E. (2015). Planung und Analyse von Physikunterricht. In E. Kirchner, R. Girwidz & P. Häußler (Hrsg.), *Physikdidaktik* (3. Aufl., S. 295–319). Berlin: Springer.

KMK. (2017, 12). *Bildung in der digitalen Welt. Strategie der Kultusministerkonferenz.* Kultusministerkonferenz. Berlin. Zugriff auf https://www.kmk.org/fileadmin/pdf/PresseUndAktuelles/2018/Digitalstrategie_2017_mit_Weiterbildung.pdf (Zugriff am 06.08.2021)

Kree, R. (2020, 6). *Das SIR Modell für Epidemien als Entscheidungshilfe.* Universität Göttingen. Zugriff auf https://www.youtube.com/watch?v=6kuzDkQ_nJg&list=PLgoiCMgV-zrfxjtVZsUMDp3fM986Y0NGw&index=9 (Letzter Zugriff 10.10.2021)

Labudde, P. (2004). Fächer übergreifender Unterricht in Naturwissenschaften: ‚Bausteine' für die Aus- und Weiterbildung von Lehrpersonen. *Beiträge zur Lehrerbildun*, *22* (1), 54–68. (Zugang unter https://www.pedocs.de/volltexte/2017/13539/pdf/BZL_2004_1_54_68.pdf, Letzter Zugriff 04.10.2021)

Leisner, A. (2005). *Entwicklung von Modellkompetenz im Physikunterricht. Eine Evaluationsstudie in der Sekundarstufe I.* Berlin: Logos Verlag.

Leopoldina. (2021). *Entstehung von Pandemien.* Deutsche Akademie der Naturforscher Leopoldina – Nationale Akademie der Wissenschaften. Zugriff auf https://www.leopoldina.org/themen/pandemien/entstehung-von-pandemien/ (Letzter Zugriff 18.07.2021)

Lewalter, D. & Willems, A. S. (2009). Die Bedeutung des motivationsrelevanten Erlebens und des individuellen Fachinteresses für das situationale Interesse im Mathematikunterricht. *Psychologie in der Erziehung und Unterrichten* (56), 243–257. (Ernst Reinhardt Verlag)

Mattes, W. (2009). *Methoden für den Unterricht. 75 kompakte Übersichten für Lehrende und Lernende* (Bd. 13). Paderborn: Schöningh Verlag.

Mikelskis-Seifert, S. & Kasper, L. (2011, 4). Modellieren in der Physik, im Alltag und im Unterricht. Hintergründe und unterrichtliche Orientierung zum Thema Modelle. *Unterricht Physik* (122), 4–11.

Murray, J. (1990). *Mathematical Biology* (2. Aufl., Bd. 19). Berlin, Heidelberg, New York: Springer Verlag.

Niedersächsisches Kultusministerium. (2014). *Kerncurriculum für die Schulformen des Sekundarbereichs I. Schuljahrgänge 5-10. Informatik.* Niedersächsischer Bildungsserver (NIBIS). Zugriff auf https://cuvo.nibis.de/cuvo.php?p=download&upload=185 (Zugriff am 08.08.2021)

Niedersächsisches Kultusministerium. (2015a). *Kerncurriculum für das Gymnasium. Schuljahrgänge 5-10. Mathematik.* Niedersächsischer Bildungsserver (NIBIS). Zugriff auf https://cuvo.nibis.de/cuvo.php?p=download&upload=63 (Zugriff am 09.06.2021)

Niedersächsisches Kultusministerium. (2015b). *Kerncurriculum für das Gymnasium. Schuljahrgänge 5-10. Naturwissenschaften.* Niedersächsischer Bildungsserver (NIBIS). Zugriff auf https://cuvo.nibis.de/cuvo.php?p=download&upload=71 (Zugriff am 07.08.2021)

Niedersächsisches Kultusministerium. (2017). *Kerncurriculum für das Gymnasium – gymnasiale Oberstufe, die Gesamtschule – gymnasiale Oberstufe, das Berufliche Gymnasium, das Abendgymnasium, das Kolleg. Biologie.* Niedersächsischer Bildungsserver (NIBIS). Zugriff auf https://cuvo.nibis.de/cuvo.php?p=download&upload=20 (Zugriff am 07.08.2021)

Niedersächsisches Kultusministerium. (2019). *Kerncurriculum für das Gymnasium – gymnasiale Oberstufe, die Gesamtschule – gymnasiale Oberstufe, das Berufliche Gymnasium, das Abendgymnasium, das Kolleg. Mathematik.* Niedersächsischer Bildungsserver (NIBIS). Zugriff auf https://cuvo.nibis.de/cuvo.php?skey_lev0_0=Fach&svalue_lev0_0=Mathematik&skey_lev0_1=Schulbereich&svalue_lev0_1=Sek+I&skey_lev0_2=Dokumentenart&svalue_lev0_2=Erg%C3%A4nzende+Materialien&fulltextsearch_lev0_ov=&skey_lev0_2_ov=Dokumentenart&svalue_lev0_2_ov=Kerncurriculum&skey_lev0_1_ov=Schulbereich&svalue_lev0_1_ov=Sek+II&skey_lev0_1002_ov=Schulform&svalue_lev0_1002_ov=&skey_lev0_0_ov=Fach&svalue_lev0_0_ov=Mathematik&p=search (Zugriff am 19.02.2021)

OECD/Deutsches PISA-Konsortium. (2000). *Schülerleistungen im internationalen Vergleich. EIne neue Rahmenkonzeption für die Erfassung von Wissen und Fhigkeiten.* Zugriff auf http://www.gaebler.info/pisa/ergebnisse.pdf (Letzter Zugriff 03.10.2021)

Peterßen, W. H. (2001). *Kleines Methoden-Lexikon* (Bd. 2). München, Düsseldorf, Stuttgart: Oldenbourg Schulbuchverlag GmbH.

Reme, R., Sach, G., Schäfer, M. & Steinert, C. (2010). *NATURA 11/12. Biologie für Gymansien. Niedersachsen G8* (Bd. 1). Stuttgart, Leipzig: Ernst Klett Verlag.

Robert-Koch-Institut. (2018). *Bericht zur Epidemiologie der Influenza in Deutschland Saison 2017/18.* Arbeitsgemeinschaft Influenza des RKI. Zugriff auf https://influenza.rki.de/Saisonberichte/2017.pdf (zuletzt besucht am 17.07.2021)

Robert-Koch-Institut. (2019). *Bericht zur Epidemiologie der Influenza in Deutschland Saison 2018/19.* Arbeitsgemeinschaft Influenza des RKI. Zugriff auf https://influenza.rki.de/saisonberichte/2018.pdf (zuletzt besucht am 17.07.2021)

Sander, W. (2012, 11). *Think-Pair-Share.* Bundeszentrale für politische Bildung. Zugriff auf https://www.bpb.de/lernen/grafstat/grafstat-bundestagswahl-2013/148908/think-pair-share (Letzter Zugriff 04.10.2021)

Schatz, W. (2009). Forschungsorientierter, interdisziplinärer Unterricht in einem multidisziplinären Umfeld. In H.-P. Voss, J. Wildt & B. Berendt (Hrsg.), *Neues Handbuch Hochschullehre. Lehren und Lernen effizient gestalten.* (Kap. E 1.6). Berlin: Raabe. (Zugang unter https://zenodo.org/record/1288626/files/E_1.6__37._EL__Schatz.pdf?download=1, Letzter Zugriff 04.10.2021)

Schecker, H., Wilhelm, T., Hopf, M. & Duit, R. (2018). Schülervorstellungen und Physikunterricht- Ein Lehrbuch für Studium, Referendariat und Unterrichtspraxis. In (S. 225–242). Springer Spektrum Heidelberg.

Scholz, I. (2010). *Pädagogische Differenzierung.* Göttingen: Vandenhoeck & Ruprecht GmbH & Co.KG.

Schönberger, J. (2020, 2). *Informatik wird ab dem Schuljahr 2023/2024 Pflichtfach – Weitere Qualifizierungskurse für Lehrkräfte starten.* Niedersächsische Kultusministerium. Zugriff auf https://www.mk.niedersachsen.de/startseite/aktuelles/presseinformationen/informatik-wird-ab-dem-schuljahr-2023-2024-pflichtfach-weitere-qualifizierungskurse-fur-lehrkrafte-starten-184807.html (Letzter Zugriff 28.09.2021)

Sedding, M. (2004). *Think-Pair-Share.* Lehrerinnenfortbildung Baden-Württemberg. Zugriff auf https://lehrerfortbildung-bw.de/u_sprachlit/englisch/bs/weiteres/bej/uebung/ (Letzter Zugriff 04.10.2021)

Sorgalla, M. (2015, 12). *Didaktische Reduktion.* Deutsches Institut für Erwachsenenbildung (DIE). Zugriff auf https://www.die-bonn.de/wb/2015-didaktische-reduktion-01.pdf (Letzter Zugriff 05.08.2021)

Spiegel, H. & Walter, M. (2005). Heterogenität im Mathematikunterricht der Grundschule. In K. Bräu & U. Schwerdt (Hrsg.), *Heterogenität als Chance. Vom produktiven Umgang mit Gleicheit und Differenz in der Schule* (Bd. 9, S. 219–238). Münster: LIT Verlag. (Paderborner Beiträge zur Unterrichtsforschung und Lehrerbildung herausgegeben vom PLAZ (Paderborner Lehrerausbildungszentrum der Universität Paderborn))

Symptome erkennen und richtig handeln. (2021). Bundesministerium für Gesundheit. Zugriff auf https://www.zusammengegencorona.de/informieren/sich-und-andere-schuetzen/symptome-erkennen-und-richtig-handeln/ (Letzter Zugriff 09.09.2021)

Urhahne, D. & Harms, U. (2006). Instraktionale Unterstützung beim Lernen mit Computersimulationen. *Unterrichtswissenschaft*, *34* (4), 358–377.

Weller, D. (o. J.). *Think-Pair-Share.* Lehrerinnenfortbildung Baden-Württemberg. Zugriff auf https://lehrerfortbildung-bw.de/st_if/bs/if/unterrichtsgestaltung/methodenblaetter/thinkpairshare.html (Letzter Zugriff 04.10.2021)

Wespi, C. & Senn Keller, C. (2014). Subjektorientiertes Lernen und Lehren in einer kompetenzorientierten Unterrichtskonzeption. *Haushalt in Bildung & Forschung*, *3*, 54–74. (Zugang unter https://www.pedocs.de/volltexte/2020/20426/pdf/HiBiFo_2014_3_Wespi_Senn-Keller_Subjektorientiertes_Lernen.pdf, Letzter Zugriff 03.10.2021)

Wiktionary. (2021). *Epidemie.* wikimedia. Zugriff auf https://de.wiktionary.org/wiki/Epidemie (Letzter Zugriff 10.08.2021)

Winter, H. (1995, Dezember). Mathematikunterricht und Allgemeinbildung. *Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik* (61), 37–46. (Zugang unter https://ojs.didaktik-der-mathematik.de/index.php/mgdm/article/view/69/80, Letzter Zugriff 19.06.2021)

Woolfolk, A. (2014). *Pädagogische Psychologie* (12. Aufl.). Hallbergmoos: Pearson Deutschland. (Bearbeitet und übersetzt von Ute Schönpflug)

A Anhang

A.1 Einladungsflyer zum XLAB-Kurs

Mathematisches Modellieren der Ausbreitung und Eindämmung von Epidemien

Motivation

Was ist eine Epidemie? Eine Epidemie oder Seuche ist ein zeitlich und örtlich begrenztes, vermehrtes Auftreten von Krankheitsfällen einer gemeinsamen Ursache innerhalb einer Population. Überschreiten die Erkrankungsfälle einen gewissen Wert, wird in der Epidemiologie von einer Epidemie gesprochen. Eine Pandemie entspricht einer länder- und kontinentübergreifenden Ausbreitung. In der Veterinärmedizin wird von Epizootie bzw. Panzootie gesprochen.

Das Auftreten einer Epidemie/Epizootie ist dabei keine Seltenheit. Bekannte Beispiele sind die Vogelgrippe, Masern, Grippe (Influenza), Pest, Ebola oder das aktuelle SARS-CoV-2 Virus. Die Behandlungskosten eines Masern-Patienten belaufen sich durchschnittlich auf 520 € (WHO, 2009) und für etwa ein Promille der Erkrankten kommt es zu lebensbedrohlichen Komplikationen. Eine Impfung gegen Masern kostet lediglich 30 €. An der Grippe starben im Jahre 2012/13 mehr als 20.000 Menschen (RKI) und 2015 entstand durch die Grippewelle ein wirtschaftlicher Schaden von 2,2 Milliarden € (RWI). Auch in der Tierwelt sorgen Epizootien für große wirtschaftliche Schäden. In der aktuellen Corona-Pandemie sind bisher mehr als 3,7 Millionen bestätigte Fälle bekannt, durch die Symptomfreien oder Nicht-getesteten wird die Dunkelziffer deutlich höher sein. Allein in Deutschland starben rund 91.000 Menschen an dem Virus (RKI, Juni 2021) und die Wirtschaft verzeichnet einen Schaden von mehr als 250 Milliarden € (IW, März 2021). In anderen Ländern sind die Schäden deutlich höher.

Es ist im Sinne der Gesellschaft, solche Infektionskrankheiten möglichst schnell zu erkennen und sie einzudämmen, um die Zahl der Leidenden und die Schäden klein und handhabbar zu halten. Der zeitliche Verlauf der Ausbreitung sowie eine Einschätzung der Wirksamkeit von Kontrollmaßnahmen einer Epidemie lassen sich sehr gut modellieren.

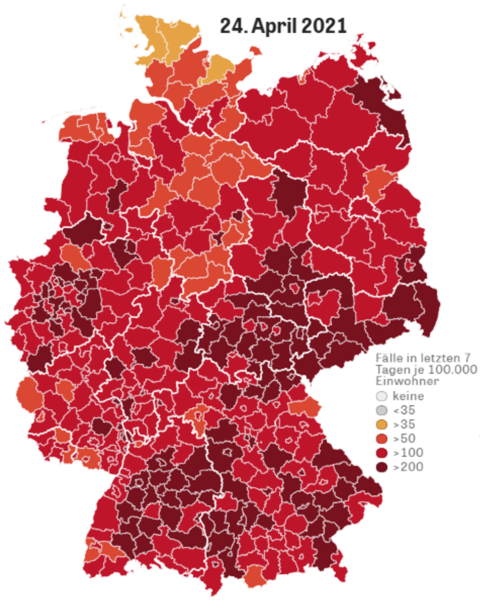


Abb. 1: Coronakarte (ZEIT, 2021)

Das Projekt

Für wen: 11. Klasse oder höher

⇒ für Interessierte oder Klassen/ Kurse
⇒ ggf. Beschränkung der Teilnehmerzahlen durch Coronaauflagen

Wo: X-Lab Göttingen

Wann: 37./38. KW (Mitte September) 2021

Montag bis Samstag, vor- oder nachmittags möglich

Wie lange: 3 Doppelstunden (270 Minuten + Pausen) als Blockveranstaltung

Zur Modellierung wird das SIR-Modell von Kermack und McKendrick verwendet, welches die Grundlage moderner, epidemiologischer Arbeit darstellt. Im X-LAB Kurs werden die Teilnehmenden an das SIR-Modell herangeführt und können anschließend eigenständig Untersuchungen durchführen. Im Projekt soll neben dem allgemeinen zeitlichen Verlauf der Epidemie auch die Eindämmung durch Hygienemaßnahmen und durch Impfungen betrachtet werden. Die Teilnehmenden sollen dabei der Frage nachgehen: „Wie kann eine Infektionskrankheit am effizientesten eingedämmt werden?“. Ihre Ergebnisse bieten dann Grundlage für eine Diskussion. Besonders zentral in diesem Projekt ist der Einsatz des Computers. Die Teilnehmenden arbeiten auf der quantitativen Ebene und sollen erfahren, wie groß der Einfluss bei Änderungen im System ist. Die Verwendung des Computers erlaubt es den Teilnehmenden, selbständig entdeckende Untersuchungen in vielen verschiedenen Szenarien durchzuführen. Die Teilnehmenden werden befähigt, die Programme zu kontrollieren, und können dann eigene Hypothesen überprüfen und selbstständig das Problem lösen. Die einfachen Programme in der Programmiersprache Python können als Grundlage für weitere Arbeiten an der Schule zur Verfügung gestellt werden.

Lernziele
Die Teilnehmenden...

- erklären mit Hilfe des SIR-Modells die zeitliche Entwicklung einer Epidemie
- erläutern den Einfluss von Kontrollstrategien auf den zeitlichen Verlauf von Epidemien
- vergleichen verschiedene Kontrollmaßnahmen hinsichtlich ihrer Effizienz
- reflektieren die Effizienz der Kontrollstrategien
- arbeiten angeleitet mit Modellen und reflektieren diese
- lösen ein Problem mathematisch
- gehen mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik um

Kontaktdaten

Viola Schössow
Masterstudentin an der Fakultät für Physik Göttingen
E-Mail: viola.schoessow@stud.uni-goettingen.de

Betreuung der Masterarbeit:
Prof. Dr. Annette Zippelius
Tel.: 0551- 39 7678
E-Mail: annette@theorie.physik.uni-goettingen.de

Prof. Dr. Reiner Kree
Tel.: 0551- 39 29565
E-Mail: kree@theorie.physik.uni-goettingen.de

XLAB
Göttinger Experimentallabor für junge Leute
Justus-von-Liebig-Weg 8, 37077 Göttingen
Tel.: 0551- 39 28840
Fax.: 0551- 39 28843
Email: xlab@xlab-goettingen.de
http://www.xlab-goettingen.de

A.2 Materialien

A.2.1 Parameterfile

```
# Maximale Anzahl der Zeitschritte (natürliche Zahl), über die die Epidemie
#   (und die Maßnahmen) verfolgt werden soll. Ein Zeitschritt entspricht 1 Tag.
#   Ein Jahr ist also n=365.

#------------------#
n= 500
#------------------#


# Anzahl aller Individuen in der Population (natürliche Zahl), oder auch
#   Bevölkerungsgröße genannt. Dies könnte beispielsweise alle Menschen
#   in Deutschland (grober Richtwert 80 Millionen) sein.

#------------------#
N= 80000000
#------------------#


# Anzahl der Suszeptiblen (gesund, aber infizierbar) in der Bevölkerung
#   (natürliche Zahl) zum Startzeitpunkt der Rechnung.
#   Zu Beginn einer Epidemie ist die Anzahl der Suszeptiblen fast so groß wie
#   die ganze Bevölkerung. Andere Betrachtungen sind jedoch ebenfalls möglich.

#------------------#
S= 79999000
#------------------#


# Anzahl der Infizierten (Infektiösen) in der Bevölkerung (natürliche Zahl)
#   zum Startzeitpkt der Rechnung.
#   Zu Beginn einer Epidemie ist die Anzahl der Infizierten recht klein. Andere
#   Betrachtungen sind jedoch ebenfalls möglich.
#   Variiere in Zehnerpotenzen (1, 10, 100, 1000 usw)
#  !Passe S entsprechend an, dassN nicht überschritten wird!

#------------------#
I= 1000
#------------------#


# Anzahl der Resistenten R in der Bevölkerung (natürliche Zahl) zum Startzeitpkt.
#    muss nicht festgelegt werden. Sie ergibt sich automatisch aus S+I+R =N.


# Infektionsrate für einen Tag. Sie ergibt sich aus der Anzahl der Kontakte M
#   (natürliche Zahl) einer Person und der Wahrscheinlichkeit der Ansteckung p
#   (zwischen 0% [=0] und 100% [=1.0]). Multipliziere M und p für beta.
#   Bsp. Corona hat beta= 0.407 (2.85/7)

#------------------#
```

```
beta= 0.407
#------------------#


# Genesungs-/Resistentsrate, mit der der Anteil der Genesenen/ nicht mehr
#   Infektiösen pro Tag angegeben wird. Ein Prozentanteil zwischen 0% [=0]
#   und 100% [=1.0]
#   Bsp. Corona hat gamma= 0.143 (1/7)

#------------------#
gamma= 0.143
#------------------#


################################################################################
################################################################################


# Reduktion der ursprünglichen Infektionsrate durch Lockdown, Maskentragen etc.
#   auf ...%. Die Angabe erfolgt wieder als Dezimalzahl (0% [=0] und 100% [=1.0]).
#   Je kleiner der Wert, desto stärker wird abgesenkt/ eingegriffen.
#   Bsp. reduce= 0.7 bedeutet, dass die Infektionsrate um 30% geschwächt
#        wird. Das Programm berechnet "reduce mal beta" für die neue Infektions-
#        rate.

#------------------#
reduce= 0.3
#------------------#


# Der Tag, an dem der Lockdown (das Absenken der Infektionsrate) startet.

#------------------#
nlockdown=  45
#------------------#


# Die Einsatzmittel/ Ressourcen für den Lockdown begrenzen die Länge des
#   Einsatzes. Wenn sie aufgebraucht sind, steigt die Infektionsrate wieder auf
#   beta an.
#   Wähle E bis maximal 100

#------------------#
E= 5
#------------------#


# Der Tag, an dem das Impfen startet. Die Impfaktion endet nie und ist hier
#   unabhängig von den Ressourcen!

#------------------#
nvacc= 5
#------------------#
```

```
# Impfrate, die die Suszeptiblen resistent gegenüber der Krankheit macht. Die
#   Rate ergibt sich aus dem Anteil, der sich pro Tag impfen lässt. Die
#   Angabe erfolgt wieder als Dezimalzahl (0% [=0] und 100% [=1.0]).
#   Je höher der Wert, desto größer der tägliche Anteil der Impfwilligen.
# Wenn nicht geimpft werden soll, stelle diese Rate auf Null (0)!

#------------------#
vaccrate= 0
#------------------#
```

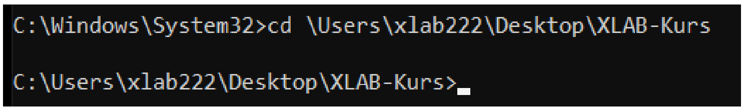
A.2.2 Arbeitsblätter

Zunächst ist die Anleitung zum Öffnen der Programme und zum weiterführenden Arbeiten mit diesen angeführt. Es folgen die Arbeitsblätter, welche begleitend zu den Theorieeinheiten und zur Anleitung, Anregung und Orientierung der Praxisblöcke eingesetzt werden; zu erst als Musterlösung, wobei die kursiv geschriebenen Anmerkungen in den Antwortkästen den erwarteten Antworten teils inklusive Erklärungen entsprechen, und anschließend in der Version für die Schüler*innen beziehungsweise Teilnehmenden.

Anleitung zum Öffnen der Programme

1. Öffne auf deinem Computer das Terminal - Doppelklick auf das Terminalfenster.

2. Dateien einlesen
   - Gib im Terminal folgenden Befehl ein: *cd \Users\xlab222\Desktop\XLAB-Kurs* Bestätige mit ENTER.



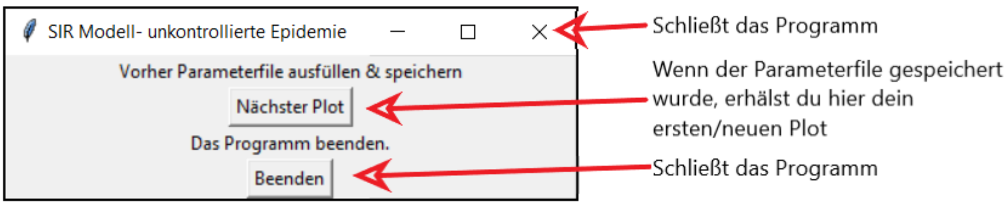
3. Datei öffnen
   - Ziehe das gewünschte Programm (siehe Aufgabenblatt) mit deiner Maus aus dem „XLAB-Kurs“-Ordner ins Terminalfenster, der Name sollte nun automatisch ergänzt werden. Bestätige mit ENTER.

Arbeiten mit den Programmen

- Öffne die Datei „*Parameterfile.txt*“ aus dem Ordner ganz normal mit Doppelklick.
- Die Daten, die du verändern sollst, sind wie folgt gekennzeichnet:

```
#-------------------#
Name=Wert
#-------------------#
```

  Ändere **nur** den „Wert“ und **nicht** den „Namen“, da die Programme sehr eigenwillig beim Einlesen sind und es sonst zu unerwünschten Fehlern kommen wird. **Wichtig: Dezimalzahlen werden mit Punkt statt mit Komma geschrieben. Bsp: 0.5** Bitte beachte die empfohlene Größe oder Schrittweite der Werte.
- Damit der neue Datensatz verarbeitet werden kann, **musst** du die Textdatei **speichern**. Drücke Strg und S oder speichere unter Datei → Speichern.
- Wenn du zuvor die Anleitung zum Datei öffnen richtig ausgeführt hast, ist ein kleines Fenster mit Knöpfen zu sehen:



- Wenn dir das Programm die Graphen ausgegeben hat, speichere sie in XLAB-Kurs/Ergebnisse. Oder erstelle einen Screenshot (Drücke ⊞, Shift und S) und füge ihn durch Strg+V in dein Textdokument ein.

XLAB Göttinger Experimentallabor für junge Leute

GEORG-AUGUST-UNIVERSITÄT GÖTTINGEN

Ausbreitung und Eindämmungsmöglichkeiten von Epidemien

MUSTERLÖSUNG

X-LAB Kurs 2021

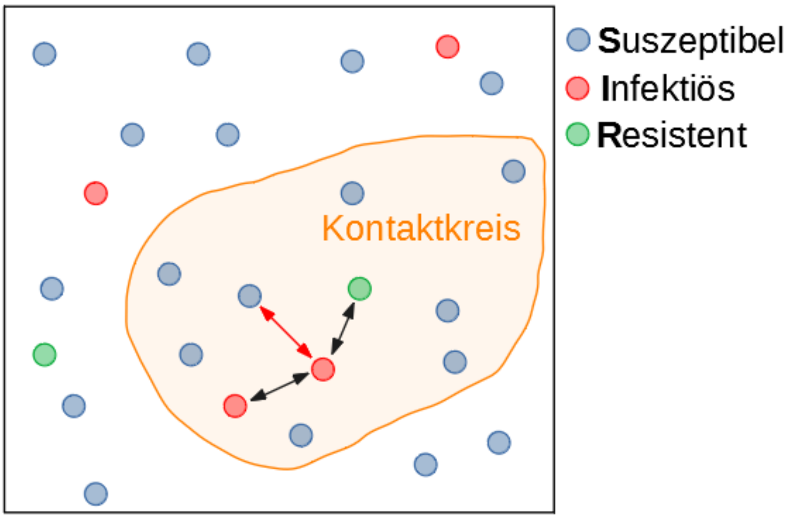
Name:

Inhaltsverzeichnis

Glossar- Überblick über die Variablen

Variable	Bedeutung	Einheit
n	Anzahl der Zeitschritte, bzw. die betrachtete Zeit	Zeit
N	Gesamtanzahl der Individuen einer Population	Individuen
S	Anzahl der suszeptiblen Individuen	Individuen
I	Anzahl der infizierten Individuen	Individuen
R	Anzahl der resistenten Individuen	Individuen
s	Anteil der Suszeptiblen in der Population	–
i	Anteil der Infizierten in der Population	–
r	Anteil der Resistenten in der Population	–
β (beta)	Infektionsrate	$\frac{1}{\text{Zeit}}$
γ (gamma)	Genesungsrate	$\frac{1}{\text{Zeit}}$
betaold	krankheitstypische Infektionsrate $\mathrel{\hat{=}} \beta$	$\frac{1}{\text{Zeit}}$
reduce	Prozentteil der alten Infektionsrate bei Kontrollmaßnahme	–
β_E	durch Kontrollmaßnahmen abgesenkte Infektionsrate $\mathrel{\hat{=}} \text{reduce} \cdot \beta$	$\frac{1}{\text{Zeit}}$
nlockdown	Eingriffszeitpunkt der Hygienemaßnahme/ Lockdown	Zeit
E	Einsatzmittel für die externe Maßnahme	–
nvacc	Startzeitpunkt der Impfungen	Zeit
vaccrate	Impfrate	$\frac{1}{\text{Zeit}}$
T	Integrationszeit	Zeit
$\nu_i(T)$	Gesamtanteil der Individuen, die bis zur Zeit T infiziert wurden	–
7-Tage-Inzidenz	Anzahl der Individuen pro 100.000 die sich in einer Woche neu infiziert haben	Individuen

Das SIR-Modell



Was muss passieren, damit sich die Zahl der Infizierten erhöht?

- *Suszeptible müssen sich anstecken!*
- *dafür müssen sich ein Infizierter und ein Suszeptibler treffen*
- *der Suszeptible muss sich anstecken- dies passiert mit gewisser Wahrscheinlichkeit*
- *die Anzahl der Suszeptiblen sinkt um den gleichen Anteil wie die Anzahl der Infizierten steigt*

Der Zufluss wird mathematisch ausgedrückt über:

$$Zufluss = \beta \cdot \frac{S}{N} \cdot I$$

Was muss passieren damit, ein Infizierter nicht mehr infektiös ist?

- *sie müssen genesen und zu R übergehen!*
- *dafür ist eine gewisse Genesungszeit τ notwendig. Pro Zeitschritt wird also ein Bruchteil der Infizierten gesund*
- *die Anzahl der Infizierten sinkt um den gleichen Anteil, um den die Anzahl der Resistenten steigt*

Der Abfluss wird mathematisch ausgedrückt über:

$$Abfluss = \gamma \cdot I$$

Mathematisch ergibt sich dann die zeitliche Verteilung der Gruppen:

$$S(t+1) = S(t) - \beta \cdot \frac{S(t)}{N} \cdot I(t)$$

$$I(t+1) = I(t) + \beta \cdot \frac{S(t)}{N} \cdot I(t) - \gamma \cdot I(t)$$

$$R(t+1) = R(t) + \gamma \cdot I(t)$$

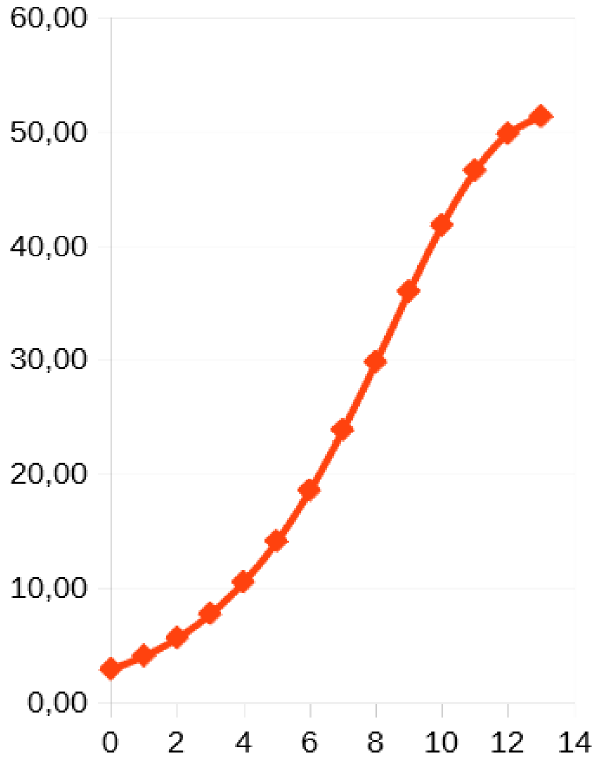
Nun ein kleines Zahlenbeispiel:
Angenommen, unsere Bevölkerung besteht aus 100 Menschen. Zu Beginn sind davon 97 Personen suszeptibel und 3 Personen infiziert. Unsere Infektionskrankheit hat eine Infektionsrate β von 0.5 (im Durchschnitt 3.5 Personen pro Woche neuinfiziert) und eine Genesungsrate γ von 0.1 (im Durchschnitt 0.7 Personen pro Woche genesen).

Berechne die Anzahl der Suszeptiblen und Infizierten für die ersten fünf Tage nach dem Ausbruch. Die Berechnung für Tag 1 ist bereits gegeben. Führe sie für Tag 2 bis 5 fort.

gegeben $t = 0 : N = 100,\ S_0 = 97,\ I_0 = 3,\ \beta = 0.5,\ \gamma = 0.1$

$$\begin{aligned}
\textit{Für } t = 1: \quad & \textit{Zufluss} = 0.5 \cdot \frac{97}{100} \cdot 3 = 1.455 \approx 1, \quad \textit{Abfluss} = 0.1 \cdot 3 = 0.3 \approx 0 \\
& S_1 = S_0 - Zufluss = 95.545 \approx 96 \\
& I_1 = I_0 + Zufluss - Abfluss = 4.155 \approx 4 \\
& R_1 = R_0 + Abfluss = 0.3 \approx 0 \\
\textit{Für } t = 2: \quad & \textit{Zufluss} = 0.5 \cdot \frac{95.55}{100} \cdot 4.16 = 1.99 \approx 2, \quad \textit{Abfluss} = 0.1 \cdot 4.16 = 0.416 \approx 0 \\
& S_2 = S_1 - Zufluss = 93.56 \approx 94 \\
& I_2 = I_1 + Zufluss - Abfluss = 5.72 \approx 6 \\
& R_2 = R_1 + Abfluss = 0.72 \approx 1 \\
\textit{Für } t = 3: \quad & \textit{Zufluss} = 0.5 \cdot \frac{93.56}{100} \cdot 5.72 = 2.68 \approx 3, \quad \textit{Abfluss} = 0.1 \cdot 5.72 = 0.572 \approx 1 \\
& S_3 = S_2 - Zufluss = 90.88 \approx 91 \\
& I_3 = I_2 + Zufluss - Abfluss = 7.83 \approx 8 \\
& R_3 = R_2 + Abfluss = 1.29 \approx 1 \\
\textit{Für } t = 4: \quad & \textit{Zufluss} = 0.5 \cdot \frac{90.88}{100} \cdot 7.83 = 3.56 \approx 4, \quad \textit{Abfluss} = 0.1 \cdot 7.83 = 0.783 \approx 1 \\
& S_4 = S_3 - Zufluss = 87.32 \approx 87 \\
& I_4 = I_3 + Zufluss - Abfluss = 10.60 \approx 11 \\
& R_4 = R_3 + Abfluss = 2.07 \approx 2 \\
\textit{Für } t = 5: \quad & \textit{Zufluss} = 0.5 \cdot \frac{87.32}{100} \cdot 10.60 = 4.63 \approx, 5 \quad \textit{Abfluss} = 0.1 \cdot 10.60 = 1.060 \approx 1 \\
& S_5 = S_4 - Zufluss = 82.69 \approx 83 \\
& I_5 = I_4 + Zufluss - Abfluss = 14.17 \approx 14 \\
& R_5 = R_4 + Abfluss = 3.13 \approx 3
\end{aligned}$$

Zeichne die Anzahl der Infizierten in Abhängigkeit der Zeit in das Diagramm ein.



Notiere deine Beobachtung:

Die Infizierten-Zahl steigt am Anfang stark an. Es liegt ein exponentielles Wachstum vor

Platz für Notizen:

Das SIR-Modell - Handout

Allgemeines zum SIR-Modell

Das **SIR-Modell** wurde 1927 von William Ogilvy Kermack und Anderson Gray McKendrick entwickelt und wird auch heute noch zur Beschreibung des zeitlichen Verlaufes von verschiedenen Infektionskrankheiten verwendet. Es können sowohl Infektionskrankheiten zwischen Menschen als auch zwischen Tieren untersucht werden. Allgemein spricht man bei der Betrachtung der Träger von Population, bei Menschen auch von Bevölkerung.
Im einfachen SIR-Modell nimmt man an, dass sich die Populations-/Bevölkerungszahl während der Epidemie nicht verändert. Es werden also Zu- oder Abnahme durch Immigration oder Emigration, Geburten, natürliche Todesfälle etc. vernachlässigt. Das SIR Modell kann leicht um solche demographischen Änderungen erweitert werden.
Im SIR-Modell unterteilt man die Gesamtbevölkerung in 3 Gruppen: S, I und R.

Gruppen der Individuen

- **S** (vom engl. susceptible) besteht aus allen Gesunden, die infiziert werden können (Immune Gesunde gehören also nicht dazu).
- **I** (vom engl. infected) ist die Gruppe der Infizierten. Es werden nur die gezählt, die die Krankheit auch weitergeben können, man könnte sie also auch als „Infektiöse“ bezeichnen. Selbst erkrankte Infizierte sind manchmal nicht mehr infektiös.
- **R** (vom engl. recovered/resistent) ist die Gruppe aller Individuen, die sich nicht mehr infizieren und die die Krankheit auch nicht mehr übertragen können. Dazu zählen z.B. die Gesunden, die die Krankheit durchlaufen haben und dadurch immun geworden sind, aber auch die an der Krankheit Gestorbenen, die schon immer immun Gewesenen, die durch Impfung Immunen, die Personen in strenger Quarantäne etc. Das R steht für „resistent“ oder auch (englisch) für „removed“ (d.h., aus dem Infektionsgeschehen entfernt).

Variablen

Die **Infektionsrate $\boldsymbol{\beta}$** gibt an, wie viele Personen ein durchschnittlich Infizierter pro Zeiteinheit ansteckt. Sie ergibt sich aus der durchschnittlichen Anzahl der Sozialkontakte eines Infizierten M und dem durchschnittlichen Anteil der sich wirklich nach dem Kontakt infiziert x, das heißt $\beta = M \cdot x$.
Die **Genesungs-/Austrittsrate $\boldsymbol{\gamma}$** gibt den Anteil der resistent Werdenden an. Sie berechnet sich aus dem Kehrwert der Zeit τ, bis ein Individuum genesen ist oder aus dem Kontaktkreis entfernt wird (isoliert oder gestorben).

Anteile statt Anzahlen

Möchte man mit relativen Zahlen (Anteilen statt Anzahlen) arbeiten, muss man die Anzahlen normieren. Dafür dividiert man die Zahl der Gruppen S, I, R durch die Bevölkerungszahl. Man erhält dann den prozentualen Anteil der einzelnen Gruppen an der Bevölkerung. Die Anteile haben Werte zwischen 0 (0%) und 1 (100%). Man beachte, dass die Änderungen der Gruppen ausgedrückt in Anteilen sehr klein sein kann: Wenn in Deutschland 0.1% der 80 Millionen Bürger infiziert sind, sind das 80 Tausend (80000) Infizierte. 1000 Infizierte entsprechen in Deutschland einem Anteil von 0.002%.

Beispiele für Krankheiten

	SARS-CoV-2	Masern	Influenza (Grippe)
β	$\approx \frac{2.58}{7} \approx 0.407$	$\approx \frac{14}{7} = 2$	$\approx \frac{1.75}{7} = 0.25$
γ	$\approx \frac{1}{7} \approx 0.143$	$\approx \frac{1}{7} \approx 0.143$	$\approx \frac{1}{8} = 0.125$

Die unkontrollierte Epidemie

DRAMATISCHE NEUE DATEN

Brasilien zeigt, was es bedeutet, wenn Corona nahezu ungebremst wüten kann

Ärzte ohne Grenzen und neue wissenschaftliche Studien weisen auf die katastrophale Lage hin – und auf die Gefährlichkeit der "brasilianischen" Virusvariante P.1

Manuel Escher, Klaus Taschwer 16. April 2021, 21:01 1.574 Postings

Brasilia/Wien – Was passiert, wenn eine Regierung der Corona-Pandemie einfach zusieht, statt harte Maßnahmen zu ergreifen? Was in vielen Staaten Gegenstand hitziger Diskussionen ist, teils auf Demos von Maßnahmengegnern auch gefordert wird, das ist in Brasilien zu erahnen. Zwar ist das Nichtstun der Regierung auch dort nicht absolut, zwar gibt es auch dort Politikerinnen und Politiker, die gegenzusteuern versuchen – meist auf regionaler Ebene.

Doch der rechtsextreme Präsident Jair Bolsonaro weigert sich, strikte Maßnahmen in seinem Land umzusetzen. Immer wieder lobte er – auch noch in jüngster Vergangenheit – jene Landsleute, die keine Maßnahmen gegen die Pandemie ergriffen haben und die nicht "herumheulen" würden, wie Bolsonaro es formulierte.

Das Resultat ist verheerend. Brasilien wird gegenwärtig von einer weiteren Welle des Virus heimgesucht. Und auch wenn die Kurve seit vergangenem Jahr nie wirklich abgeflacht ist: So schlimm wie zuletzt war es nie zuvor. Vor einer Woche wurde mit 4.249 Toten an einem Tag ein neuer trauriger Rekord vermeldet. 26 Prozent aller weltweiten Corona-Todesfälle seien vergangene Woche auf Brasilien entfallen, das nur drei Prozent der Weltbevölkerung stellt, rechnete die Organisation "Ärzte ohne Grenzen" jüngst in einer Aussendung vor. Ihnen stehen "nur" elf Prozent aller weltweiten Infektionen gegenüber. Insgesamt sind es mehr als 360.000 Tote – das sind aber nur die offiziell bestätigten.

Quelle: https://www.derstandard.de/story/2000125916318/brasilien-zeigt-was-es-bedeutet-wenn-corona-nahezu-ungebremst-wueten

Stell dir vor, auch Deutschland hätte nicht eingegriffen. Welche Situation hätte uns erwartet? Welche Ausmaße könnten andere Epidemien verursachen?

Aufgaben:

a) Öffne das Programm: „*A- unkontrollierte Epidemie.py*“ und führe es aus. Halte dein Ergebnis fest. Erstelle dafür ein Textdokument, welches du mit Bildern, Beobachtungen und den verwendeten Daten versiehst.

b) Stelle kurze Hypothesen darüber auf, welche Auswirkungen auf den Verlauf der Epidemie du bei Veränderung der Parameter (im Parameterfile bis zur Rautenkette) erwartest. Variiere die Parameter und dokumentiere deine Beobachtungen und Ergebnisse ebenfalls im Textdokument.

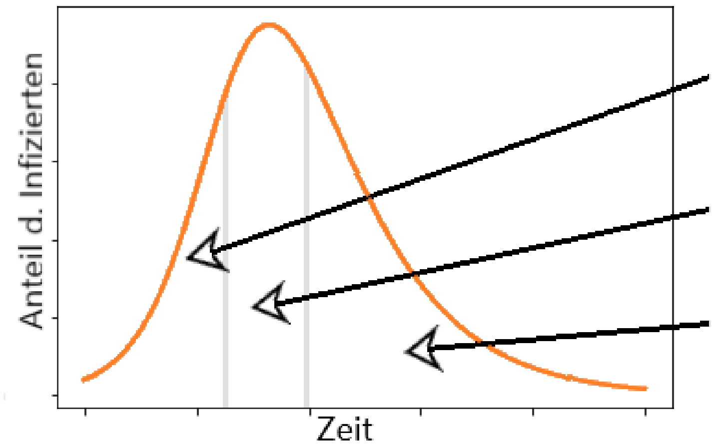
c) Interpretiere die Ergebnisse mit Hilfe des mathematischen Modells. Siehe dazu die Fragen auf den nächsten Seiten.

Zur Orientierung:

- Variiere die Anfangsbedingung N, S und I. Beobachte die Auswirkung einer Epidemie für verschiedene Länder (N) und verschiedene Startszenarien (S, I)
- Variiere die Infektionsrate β (beta). Beobachte die Auswirkung der Ansteckungswahrscheinlichkeit.
- Variiere die Genesungsrate γ (gamma). Beobachte die Auswirkung der Genesung.

Fragen zur Interpretation:

Beschreibung des *zeitlichen Verlaufes der Infizierten*: Benenne dazu die drei Phasen im Diagramm



und erkläre mit Hilfe der Gleichung für die Infizierten $i(t+1) = i(t) + \beta \cdot s(t) \cdot i(t) - \gamma \cdot i(t)$ wie diese Zustande kommen.

- *zunächst wächst i exponentiell, da sich viele Suszeptible anstecken und der Abfluss nahezu null ist*
- *wenn die Suszeptiblen knapper werden, wird der Zufluss kleiner*
- *irgendwann sind keine Suszeptiblen mehr da, der Zufluss ist nun sehr klein und der Abfluss überwiegt, die Epidemie klingt ab*

Vervollständige die Merksätze. Beachte dabei, dass alle anderen Parameter konstant gehalten werden.

Je größer der Anteil der Infizierten zu Beginn der Epidemie, desto...

früher tritt das Maximum ein. Eine Veränderung des Gesamtanteils oder der Ausprägung des Maximums ist nur minimal zu erkennen (3 oder 4 Nachkommastelle), da die Angaben in Prozent sind, entsprechen diese Nachkommastellen dennoch ein paar Tausenden Infizierten mehr.

Wenn die Infektionsrate größer ist als die Genesungsrate, dann...

tritt das Maximum der Infizierten früher und stärker ein und am Ende der Epidemie gibt es mehr Resistente

Wenn die Genesungsrate größer ist als die Infektionsrate, dann...

sinkt der Anfangsbestand der Infizierten direkt ab. Es gibt insgesamt nur sehr wenige Erkrankte.

Wenn die Infektions- und Genesungsrate gleich sind, dann...

sinken die Infiziertenzahlen ebenfalls ab. Je nach Größe der Parameter dauert das Absenken länger bzw. weniger lang. Es läuft jedoch immer auf den gleichen Grenzwert hinaus.

Den Quotienten aus Infektions- und Genesungsrate $\frac{\beta}{\gamma}$ nennt man **Basisreproduktionszahl**. Mit Hilfe dieser Größe lassen sich Aussagen zum zukünftigen Verlauf einer Epidemie treffen.

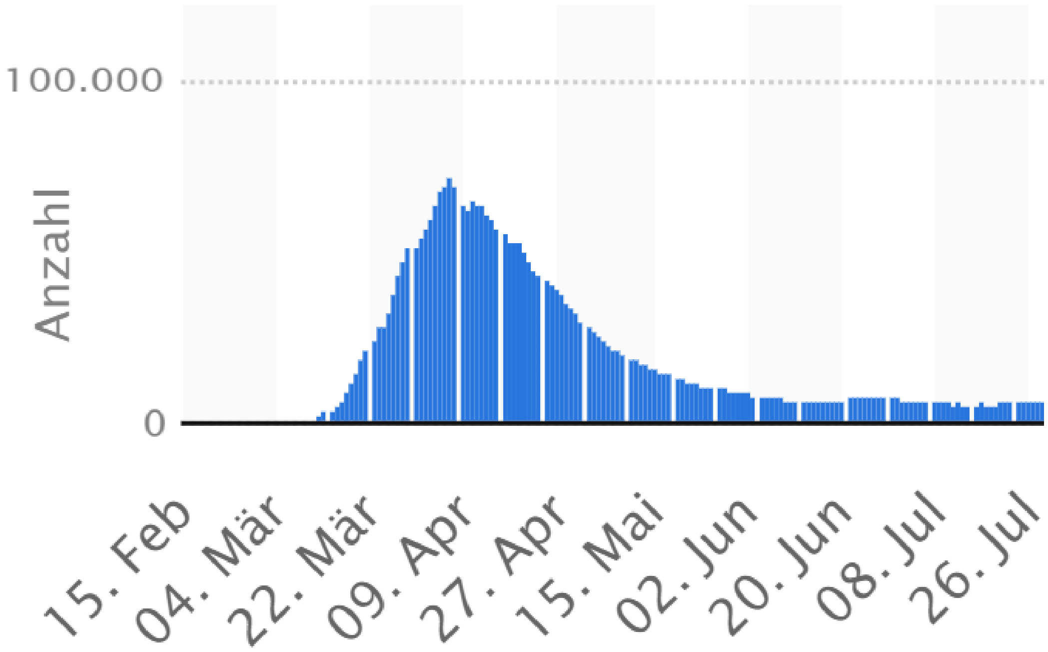
Ist er größer 1: *bricht die Epidemie aus.*

Ist er gleich 1: *ist die Epidemie konstant. Die Krankheit geht langsam zurück.*

Ist er kleiner 1 *bricht keine Epidemie aus. Die Zahl der Infizierten baut sich direkt ab.*

Vergleich der Ergebnisse zu reellen Daten (Zusatz)

Vergleiche die Fallzahlen aus Februar-April 2020 von Deutschland [1] mit deinen Ergebnissen aus der Modellierung.



⇒ 25. Februar: 2 Infizierte, 6. April: 72865 Infizierte (Maximum), 16.Juni: 6372 Infizierte

Quelle: https://de.statista.com/statistik/daten/studie/1181971/umfrage/aktive-faelle-des-coronavirus-in-deutschland/#professional

Notiere deine Beobachtung:

- *Verlauf sieht qualitativ sehr ähnlich aus*
- *70.000 Personen entsprechen in Deutschland nur 0.09%, in unserem Verlauf ist Maximum bei 25%*
- *Reelle Daten sind nicht ganz ruckfrei*

Was ist deine Kritik?

Die reellen Daten sind wesentlich niedriger! Im betrachteten Zeitraum (ab Mitte März) wurden bereits erste Maßnahmen ergriffen, ein unkontrollierter Verlauf lag also nicht vor. Zum Vergleich müssen also Maßnahme berücksichtigt werden.

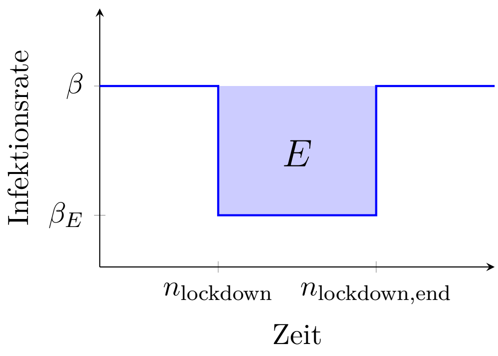
[1] Ab Mitte März beschloss das Land Einschränkungen des öffentlichen Lebens.

Kontrollmaßnahmen zur Eindämmung einer Epidemie

Es gibt viele Kontrollmaßnahmen, die in das mathematische Modell eingebaut werden können. Hier sollen nun zwei mathematische Umsetzungen von Kontrollmaßnahmen genauer betrachtet werden:

1. Absenkung der Infektionsrate

Umsetzung/Interpretation:
Masken, Desinfizieren, Abstand halten, Niesettikette, Lockdown, Beschränkung der Sozialkontakte, keine Feiern/Partys, Beschränkung der Personen pro Laden/Raum etc.



Mathematisch kann diese Maßnahme ausgedrückt werden über eine zeitlich veränderte Infektionsrate. Für die Umsetzung haben wir jedoch nur eine gewisse Kapazität, die wir E nennen. Wir senken die Infektionsrate auf β_E, die (reduce) Prozent der krankheitsspezifischen Infektionsrate β ist: $\beta_E = \text{reduce} \cdot \beta$. Der Zeitpunkt, an dem wir mit dem Absenken beginnen, heißt n_{lockdown}. Die Maßnahme endet automatisch, wenn E aufgebraucht ist, der Zeitpunkt ergibt sich über $n_{\text{lockdown, end}} = n_{\text{lockdown}} + \frac{E}{\beta - \beta_E}$.

2. Neuer Übergang von den Suszeptiblen S zu den Resistenten R

Umsetzung/ Interpretation:
Impfungen, noch nicht entdeckte Medikamente

<u>Annahmen:</u> Immunisierung wirkt sofort und zu 100% . Die Übergangsrate ist zeitlich konstant. Für diese Umsetzung werden die Ressource oder Kapazität **nicht beschränkt !**

Mathematisch müssen für diese Maßnahme die Gleichungen erweitert werden:

$$s(t+1) = s(t) - \beta \cdot s(t) \cdot i(t) \boldsymbol{- \alpha \cdot s(t)}$$

$$i(t+1) = i(t) + \beta \cdot s(t) \cdot i(t) - \gamma \cdot i(t)$$

$$r(t+1) = r(t) + \gamma \cdot i(t) \boldsymbol{+ \alpha \cdot s(t)}$$

$$\begin{tikzcd} \boldsymbol{s} \arrow[r, "\text{Zufluss}"'] \arrow[rr, bend left] & \boldsymbol{i} \arrow[r, "\text{Abfluss}"'] & \boldsymbol{r} \end{tikzcd}$$

Die Maßnahme der Immunisierung wird ab einem Zeitpunkt nvacc und dann durchgehend (ohne Ende) angewendet. Wird ab dem Zeitpunkt $t = 0$ gehandelt, nennen wir die Maßnahme vorbeugend oder prophylaktisch. Für spätere Zeitpunkte ($t > 0$) sprechen wir von einer eingreifenden oder intervenierenden Maßnahme.

Kontrollmaßnahmen zur Eindämmung einer Epidemie

(a) RABE (Ralf Böhme)
https://de.toonpool.com/cartoons/Merkel%20gelassen355062

(b) Tommy Schwarwel
https://twitter.com/TSchwarwel/status/1376476050650243075

Welche Maßnahme zur Eindämmung einer Epidemie ist am erfolgversprechendsten? Wie unterscheidet sich das Vorgehen, wenn man die Kapazität des Gesundheitssystem bedenkt?

Aufgaben:
Nutze das Programm: „*B- Kontrollmaßnahmen zur Epidemieeindämmung.py*“ für deine Untersuchung der Auswirkung:

a) von Hygienemaßnahmen/Lockdowns.

b) von Impfkampagnen.

Stelle zunächst kurze Hypothesen darüber auf, welche Auswirkung du von den Maßnahmen (Änderung der Parameter im Parameterfile unterhalb der Rautenkette) erwartest. Erweitere dein Textdokument um den Abschnitt „Kontrollmaßnahmen“ und dokumentiere deine Untersuchung wie bei der unkontrollierten Epidemie.

Zur Orientierung:

- Für nur Hygiene: setzte Impfrate vaccrate=0; für nur Impfen: setzte Einsatzmittel E=0.
- Variiere den Absenkfaktor, die Eingriffszeit und die Einsatzmittel für die Hygiene-/Lockdown-maßnahme.
- Variiere die Impfrate und den Startzeitpunkt für die Impfkampagne.
- Kombiniere beide Maßnahmen.

Auf den nächsten Seiten findest du Orientierungshilfen und Anregungen, was du untersuchen könntest. Du **musst** die Fragen **nicht** alle beantworten.

Anregungen, Untersuchungsfragen & Orientierungshilfen:

● Fragen zur reinen Hygiene-Maßnahme:

Was passiert, wenn man zu früh eingreift?

Da die Maßnahme relativ schnell vorbei geht, kommt nach dem Ende der Maßnahme eine zweite Welle. Die Werte steigen wieder an.

Wieso bringt ein sehr spätes Eingreifen nichts?

Beim späten Eingreifen (nach dem Maximum) klingt die Epidemie sowieso ab, große Veränderungen lassen sich nicht mehr erreichen. Die Epidemie ist quasi unkontrolliert verlaufen

Der Einsatz von mehr Ressourcen (größeres E) hat einen
[Kreuze an] ☒ positiven ☐ negativen ☐ keinen
Effekt auf die Entwicklung der Infiziertenzahl, wenn alle anderen Größen gleich gelassen werden, weil

die Maßnahmen durch größere Ressourcen länger durchgeführt werden können und die Infiziertenzahlen daher kleiner bleiben.

● Fragen zur reinen Impf-Maßnahme:

Beschreibe den zeitlichen Verlauf für eine Impfkamagne:

nvacc= vaccrate=

Der Verlauf der Infiziertenkurve ist je nach Impfrate deutlich schwächer/niedriger als bei der unkontrollierten Epidemie. Für sehr frühe und starke Impfkampagnen gibt es nur ein kleines Infizierten-Maximum (am Tag nvacc), danach nimmt der Infiziertenteil stark ab. Es gibt keine zweite Welle, da die Maßnahme nach Beginn unbegrenzt fortgeführt wird. Der Anteil der Suszeptiblen nimmt ab nvacc je nach vaccrate stark ab, da sie immunisiert werden, und der Anteil der Resistenten entsprechend zu.

Die Impfkampagne wird umso besser, ... : [Kreuze an]
☒ je mehr Leute sich impfen lassen. ☐ je später geimpft wird.
☒ je höher die Impfrate. ☒ je früher geimpft wird.
☐ je kleiner die Impfrate.

Beachte: Für das Impfen wurde keine Ressource festgelegt! Die Aussage stimmt also nur begrenzt!

Wenn wir nun eine theoretische Ressource annehmen, würden die Aussagen immer noch stimmen? Begründe.

Ja, da schnellst möglichst viele Person immun werden, die Suszeptiblenzahl wird schneller kleiner und damit ist der Zufluss zu den infizierten (Faktor s) früher kleiner?!

- Fragen zur Auslastung des Gesundheitssystem:

Wie kann die Grenze des Gesundheitamts unterschritten werden?

Man muss die beste Maßnahme mit sehr großer Ressource durchführen und früh mit guten (hohen) Rate impfen

Nutzen der Kontrollmaßnahmen

Das bringt doch alles gar nichts. Dieses ewige hin und her!
Da können wir das doch gleich lassen!

Wie erfolgreich sind die Kontrollmaßnahmen denn nun wirklich?

Nutzenanalyse-Theorie

Um Aussagen darüber, wie erfolgreich eine Maßnahme ist, beantworten zu können, muss der Eingriff mit der unkontrollierten Epidemie verglichen werden. Dafür wird der Gesamtanteil aller Erkrankten betrachtet, da natürlich möglichst wenige Personen erkrankt sein sollten. Wir bilden die Differenz des Gesamtanteils der Erkrankten der unkontrollierten Epidemie ν_i^0 und dem Gesamtanteil der Erkrankten der kontrollierten Epidemie ν_i^+ $\Longrightarrow$ $\nu_i^0 - \nu_i^+$ und erhalten den Anteil, der sich nicht infizieren würde. Diese Differenz nennen wir auch **Nutzen**.
Teilen wir das Ergebnis durch den Gesamtanteil der Erkrankten der unkontrollierten Epidemie $\Longrightarrow$ $\frac{\nu_i^0 - \nu_i^+}{\nu_i^0}$, können wir sagen, wie groß der Anteil der Nun-Nicht-Erkrankten an den Gesamterkrankten ist oder leichter gesagt, was die **Verbesserung**/ der **Erfolg** durch die Maßnahme ist.
Der Unterschied, der sich zu jedem Zeitpunkt zwischen den Infiziertenanteilen ergibt, nennen wir **Abweichung**. In den Programmen ist diese blau dargestellt. Mit der Abweichung können wir sagen, wie viele Prozentpunkte zum Zeitpunkt t weniger/mehr infiziert sind.
Beispiel: In der unkontrollierten Epidemie sind zur Zeit $t = 15$ 18% der Menschen infiziert, mit einem theoretischen Eingriff wären es zur gleichen Zeit nur 7%. Die Abweichung wären also 11%, d.h. 11% der Bevölkerung wären zu dieser Zeit zusätzlich noch suszeptibel (nicht infiziert).

Aufgaben:

a) Nutze das Programm: „*C- Nutzenanalyse der Maßnahmen.py*“ , um den Nutzen und Erfolg deiner gefundenen Strategien zu untersuchen.

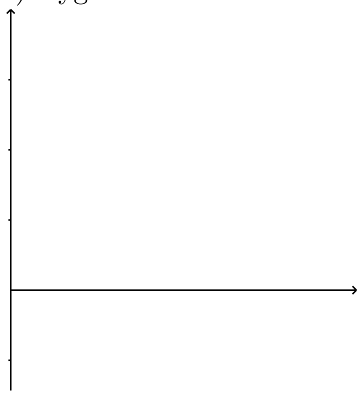
b) Vergleiche den Erfolg mit Alternativmaßnahmen. Nutze dafür das Programm „*C2-Vergleich der Erfolge durch Alternativmaßnahmen*“ . Es zeigt dir den Erfolg für verschiedene Hygienemaßnahmen und Impfkampagnen. Was ist leichter umsetzbar oder realistischer?

Dokumentiere deine Ergebnisse.
Auf der nächsten Seite findest du Orientierungshilfen und Anregungen, was du untersuchen könntest. Du **musst** die Fragen **nicht** alle beantworten.

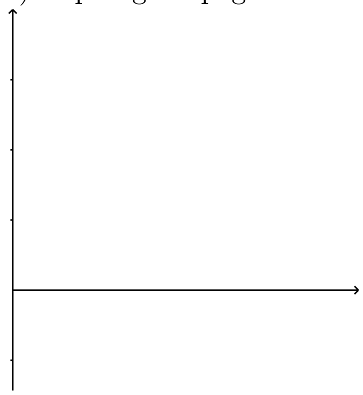
Anregungen & Orientierungshilfen:

Skizziere die *Abweichung* zwischen unkontrollierter Epidemie und einer beliebigen...

a) Hygienemaßnahme



b) Impfungkampagne



Beschreibe die Abweichung zwischen unkontrollierter und kontrollierter Epidemie für deine Hygienemaßnahme:

nlockdown=	reduce=	E=

Vor nlockdown ist die Abweichung gleich null, es gibt keinen Unterschied. Ab nlockdown steigt die Abweichung an, der Unterschied zwischen unkontrollierter und kontrollierter Epidemie ist hier positiv. Kurz nachdem die Ressourcen E aufgebraucht sind, ist die Abweichung negativ, es gibt also bei der kontrollierten Epidemie zu dieser Zeit mehr Infizierte als es bei der unkontrollierten Epidemie zur gleichen Zeit geben würde. Die Abweichung nähert sich wieder Null beim Abklingen der Epidemie.

Beschreibe die Abweichung zwischen unkontrollierter und kontrollierter Epidemie für deine Impfkampagne:

nvacc=	vaccrate=

Für vorbeugendes Impfen steigt die Abweichung direkt an. Für eingreifende Impfungen beginnt der Anstieg der Abweichung erst ab nvacc und ist zuvor null. Nach dem Maximum (größter positiver Effekt im direkten zeitlichen Vergleich) sinkt die Abweichung ab. Da es keine Ressource gibt, wird die Abweichung nicht negativ. Für sehr frühe und starke Impfkampagnen gleicht die Abweichung der unkontrollierten Epidemiekurve.

Was war dein bester Nutzen bzw. Erfolg und welche Methode hast du verwendet? Gib dazu auch die Größe deiner Variablen an.

Nutzen=	Verbesserung=

Begründe, wieso die Wahl der Größe der Einsatzmittel entscheidend/ausschlaggebend für den Nutzen ist.

Die Einsatzmittel beschränken die Dauer. Ein kurzer Eingriff ist dabei nicht so effizient wie die selbe Strategie mit mehr Ressourcen. Der Nutzen wird größer, je mehr Ressourcen zur Verfügung stehen.

Ist jede Impfkamagne wirklich durchsetzbar? Notiere dir Argumente dafür bzw. dagegen.

Beteiligung der Bevölkerung und die tägliche Kapazität der Umsetzung sind beschränkt.
Beschränkung durch Materialien (Impfstoff), Lokalitäten, Personal

Optimierung der Hygienemaßnahme

Vielleicht ist dir schon aufgefallen, dass je nachdem, wie du die Eingriffzeit ‚nlockdown' und die Absenkung ‚reduce' kombinierst, Unterschiede beim Gesamtanteil der Erkrankten zu erkennen sind.
Untersuche die verschiedenen Kombinationen auf ihre Effizienz.

Aufgaben:
Nutze das Programm: „*D- Ideale Hygienemaßnahme.py*" für deine Untersuchung.
Speichere den/die Graphen in dein Textdokument in einem neuen Abschnitt „Ideale Hygienemaßnahme". Halte deine Erkenntnisse in den Aufgabenfeldern fest, sodass du sie später gut präsentieren kannst.

Figure 1 ist ein dreidimensionaler Plot. Der Gesamtanteil der Erkrankten am Ende der Epidemie ist hier in Abhängigkeit des Eingriffszeitpunkts und der Absenkung dargestellt. Du kannst also für „alle" Kombinationsmöglichkeiten den Gesamtanteil der Erkrankten ablesen.
Notiere deine Beobachtung zum 3D-Plot (Figure 1):

- *zu sehen ist eine Berg-Tal-Struktur*
- *für nlockdown=0 sind die Werte für starke Eingriffe (reduce klein) sehr hoch, bei schwächerem Eingriffen (reduce≈ 0.8) sinkt der Gesamtanteil der Infizierten bis auf ein Minimum, für ganz schwache Eingriffe steigt der Gesamtanteil wieder*
- *für reduce=1 ergibt sich keine Veränderung des Gesamtanteils unabhängig vom Eingriffszeitpunkt, da gar nicht eingegriffen wird (trivial)*
- *aus dem Tal wird ersichtlich, dass jede Eingriffszeit eine optimale Absenkung hat*
- *Es gibt ein globales Minimum = ideale Maßnahme*

Das Programm zeigt dir ebenfalls, wie sich der Gesamtanteil der Erkrankten entwickelt, wenn die ideale Maßnahme nicht getroffen wird.
Figure 2: Wir wählen eine Absenkung fest und betrachten den Gesamtanteil für verschiedene Eingriffzeiten.
Figure 3: Diesmal wählen wir den Eingriffzeitpunkt fest und betrachten den Gesamtanteil, wenn wir die Absenkung verändern.

Was passiert, wenn wir minimal von der idealen Maßnahme abweichen (Figure 2 & 3)?

- *eine Abweichung erhöht zwar den Gesamtanteil, aber dies nur minimal*
- *Figure 2:*
  - *wird die Absenkung getroffen, sollte nicht verfrüht eingegriffen werden (eher etwas später)*
  - *wird früher eingegriffen, sollte die Absenkung minimal schwächer ausfallen (reduce etwas größer)*
- *Figure 3*
  - *wird die Tag eingehalten, kann die Rate dennoch minimal abweichen und es bleibt die bessere Wahl*
  - *wird die Rate größer gewählt, sollte früher eingegriffen werden*

XLAB
Göttinger Experimentallabor
für junge Leute

GEORG-AUGUST-UNIVERSITÄT
GÖTTINGEN

Ausbreitung und Eindämmungsmöglichkeiten von Epidemien

X-LAB Kurs 2021

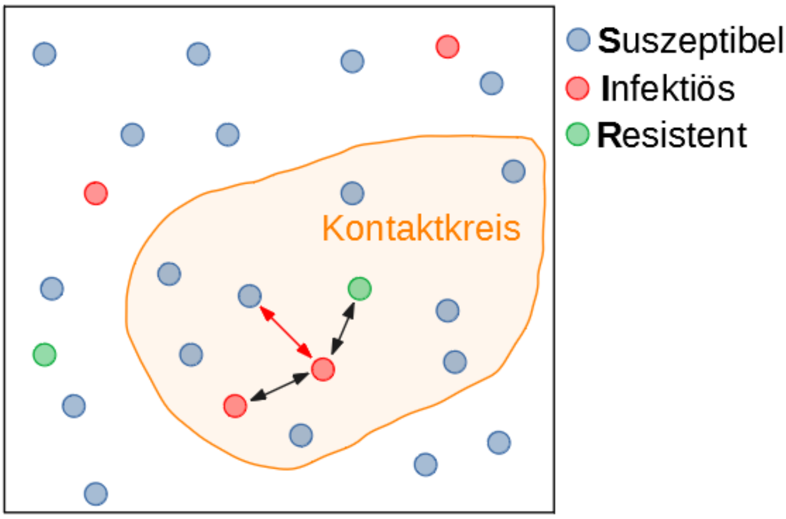
Name:

Inhaltsverzeichnis

Glossar- Überblick über die Variablen

Variable	Bedeutung	Einheit
n	Anzahl der Zeitschritte, bzw. die betrachtete Zeit	Zeit
N	Gesamtanzahl der Individuen einer Population	Individuen
S	Anzahl der suszeptiblen Individuen	Individuen
I	Anzahl der infizierten Individuen	Individuen
R	Anzahl der resistenten Individuen	Individuen
s	Anteil der Suszeptiblen in der Population	–
i	Anteil der Infizierten in der Population	–
r	Anteil der Resistenten in der Population	–
β (beta)	Infektionsrate	$\frac{1}{\text{Zeit}}$
γ (gamma)	Genesungsrate	$\frac{1}{\text{Zeit}}$
betaold	krankheitstypische Infektionsrate $\hat{=}\ \beta$	$\frac{1}{\text{Zeit}}$
reduce	Prozentteil der alten Infektionsrate bei Kontrollmaßnahme	–
β_E	durch Kontrollmaßnahmen abgesenkte Infektionsrate $\hat{=}$ reduce $\cdot\ \beta$	$\frac{1}{\text{Zeit}}$
nlockdown	Eingriffszeitpunkt der Hygienemaßnahme/ Lockdown	Zeit
E	Einsatzmittel für die externe Maßnahme	–
nvacc	Startzeitpunkt der Impfungen	Zeit
vaccrate	Impfrate	$\frac{1}{\text{Zeit}}$
T	Integrationszeit	Zeit
$\nu_i(T)$	Gesamtanteil der Individuen, die bis zur Zeit T infiziert wurden	–
7-Tage-Inzidenz	Anzahl der Individuen pro 100.000, die sich in einer Woche neu infiziert haben	Individuen

Das SIR-Modell



Was muss passieren, damit sich die Zahl der Infizierten erhöht?

Der Zufluss wird mathematisch ausgedrückt über:

$Z =$

Was muss passieren damit, ein Infizierter nicht mehr infektiös ist?

Der Abfluss wird mathematisch ausgedrückt über:

$A =$

Mathematisch ergibt sich dann die zeitliche Verteilung der Gruppen:

$S(t+1) =$

$I(t+1) =$

$R(t+1) =$

Nun ein kleines Zahlenbeispiel:
Angenommen, unsere Bevölkerung besteht aus 100 Menschen. Zu Beginn sind davon 97 Personen suszeptibel und 3 Personen infiziert. Unsere Infektionskrankheit hat eine Infektionsrate β von 0.5 (im Durchschnitt 3.5 Personen pro Woche neuinfiziert) und eine Genesungsrate γ von 0.1 (im Durchschnitt 0.7 Personen pro Woche genesen).

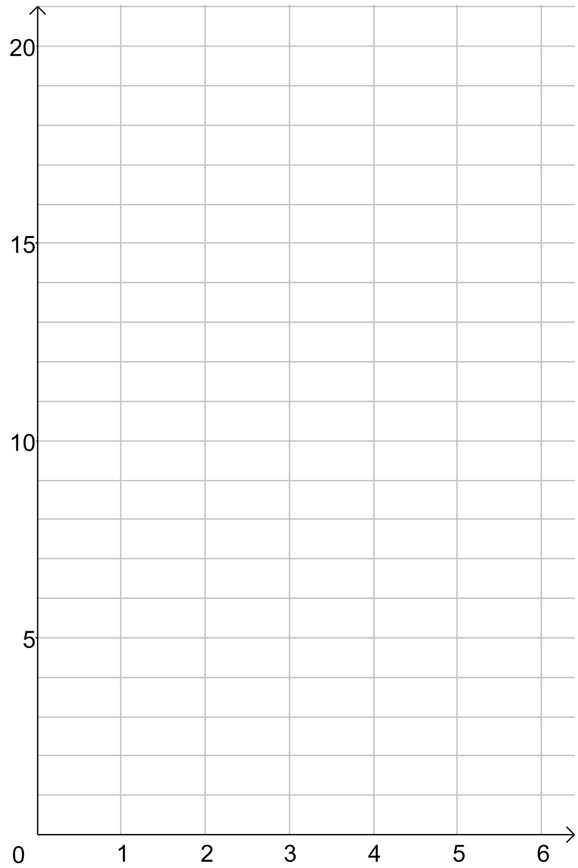
Berechne die Anzahl der Suszeptiblen und Infizierten für die ersten fünf Tage nach dem Ausbruch. Die Berechnung für Tag 1 ist bereits gegeben. Führe sie für Tag 2 bis 5 fort.

gegeben $t = 0 : N = 100,\ S_0 = 97,\ I_0 = 3,\ \beta = 0.5,\ \gamma = 0.1$

Für $t = 1$: Zufluss $\text{Z} = 0.5 \cdot \frac{97}{100} \cdot 3 = 1.455 \approx 1$ $\quad S_1 = S_0 - Z = 95.545 \approx 96$

Abfluss $\text{A} = 0.1 \cdot 3 = 0.3 \approx 0$ $\quad I_1 = I_0 + Z - A = 4.155 \approx 4$

Zeichne die Anzahl der Infizierten in Abhängigkeit der Zeit in das Diagramm ein.



Notiere deine Beobachtung:

Platz für Notizen:

Das SIR-Modell - Handout

Allgemeines zum SIR-Modell

Das **SIR-Modell** wurde 1927 von William Ogilvy Kermack und Anderson Gray McKendrick entwickelt und wird auch heute noch zur Beschreibung des zeitlichen Verlaufes von verschiedenen Infektionskrankheiten verwendet. Es können sowohl Infektionskrankheiten zwischen Menschen als auch zwischen Tieren untersucht werden. Allgemein spricht man bei der Betrachtung der Träger von Population, bei Menschen auch von Bevölkerung.
Im einfachen SIR-Modell nimmt man an, dass sich die Populations-/Bevölkerungszahl während der Epidemie nicht verändert. Es werden also Zu- oder Abnahme durch Immigration oder Emigration, Geburten, natürliche Todesfälle etc. vernachlässigt. Das SIR Modell kann leicht um solche demographischen Änderungen erweitert werden.
Im SIR-Modell unterteilt man die Gesamtbevölkerung in 3 Gruppen: S, I und R.

Gruppen der Individuen

- **S** (vom engl. susceptible) besteht aus allen Gesunden, die infiziert werden können (Immune Gesunde gehören also nicht dazu).
- **I** (vom engl. infected) ist die Gruppe der Infizierten. Es werden nur die gezählt, die die Krankheit auch weitergeben können, man könnte sie also auch als „Infektiöse“ bezeichnen. Selbst erkrankte Infizierte sind manchmal nicht mehr infektiös.
- **R** (vom engl. recovered/resistent) ist die Gruppe aller Individuen, die sich nicht mehr infizieren und die die Krankheit auch nicht mehr übertragen können. Dazu zählen z.B. die Gesunden, die die Krankheit durchlaufen haben und dadurch immun geworden sind, aber auch die an der Krankheit Gestorbenen, die schon immer immun Gewesenen, die durch Impfung Immunen, die Leute in strenger Quarantäne etc. Das R steht für „resistent“ oder auch (englisch) für „removed“ (d.h., aus dem Infektionsgeschehen entfernt).

Variablen

Die **Infektionsrate $\boldsymbol{\beta}$** gibt an, wie viele Personen ein durchschnittlich Infizierter pro Zeiteinheit ansteckt. Sie ergibt sich aus der durchschnittlichen Anzahl der Sozialkontakte eines Infizierten M und dem durchschnittlichen Anteil der sich wirklich nach dem Kontakt infiziert x, das heißt $\beta = M \cdot x$.
Die **Genesungs-/Austrittsrate $\boldsymbol{\gamma}$** gibt den Anteil der resistent Werdenden an. Sie berechnet sich aus dem Kehrwert der Zeit τ, bis ein Individuum genesen ist oder aus dem Kontaktkreis entfernt wird (isoliert oder gestorben).

Anteile statt Anzahlen

Möchte man mit relativen Zahlen (Anteilen statt Anzahlen) arbeiten, muss man die Anzahlen normieren. Dafür dividiert man die Zahl der Gruppen S, I, R durch die Bevölkerungszahl. Man erhält dann den prozentualen Anteil der einzelnen Gruppen an der Bevölkerung. Die Anteile haben Werte zwischen 0 (0%) und 1 (100%). Man beachte, dass die Änderungen der Gruppen ausgedrückt in Anteilen sehr klein sein kann: Wenn in Deutschland 0.1% der 80 Millionen Bürger infiziert sind, sind das 80 Tausend (80000) Infizierte. 1000 Infizierte entsprechen in Deutschland einem Anteil von 0.002% .

<u>Beispiele für Krankheiten</u>

	SARS-CoV-2	Masern	Influenza (Grippe)
β	$\approx \frac{2.58}{7} \approx 0.407$	$\approx \frac{14}{7} = 2$	$\approx \frac{1.75}{7} = 0.25$
γ	$\approx \frac{1}{7} \approx 0.143$	$\approx \frac{1}{7} \approx 0.143$	$\approx \frac{1}{8} = 0.125$

Die unkontrollierte Epidemie

DRAMATISCHE NEUE DATEN

Brasilien zeigt, was es bedeutet, wenn Corona nahezu ungebremst wüten kann

Ärzte ohne Grenzen und neue wissenschaftliche Studien weisen auf die katastrophale Lage hin – und auf die Gefährlichkeit der "brasilianischen" Virusvariante P.1

Manuel Escher, Klaus Taschwer 16. April 2021, 21:01 1.574 Postings

Brasilia/Wien – Was passiert, wenn eine Regierung der Corona-Pandemie einfach zusieht, statt harte Maßnahmen zu ergreifen? Was in vielen Staaten Gegenstand hitziger Diskussionen ist, teils auf Demos von Maßnahmengegnern auch gefordert wird, das ist in Brasilien zu erahnen. Zwar ist das Nichtstun der Regierung auch dort nicht absolut, zwar gibt es auch dort Politikerinnen und Politiker, die gegenzusteuern versuchen – meist auf regionaler Ebene.

Doch der rechtsextreme Präsident Jair Bolsonaro weigert sich, strikte Maßnahmen in seinem Land umzusetzen. Immer wieder lobte er – auch noch in jüngster Vergangenheit – jene Landsleute, die keine Maßnahmen gegen die Pandemie ergriffen haben und die nicht "herumheulen" würden, wie Bolsonaro es formulierte.

Das Resultat ist verheerend. Brasilien wird gegenwärtig von einer weiteren Welle des Virus heimgesucht. Und auch wenn die Kurve seit vergangenem Jahr nie wirklich abgeflacht ist: So schlimm wie zuletzt war es nie zuvor. Vor einer Woche wurde mit 4.249 Toten an einem Tag ein neuer trauriger Rekord vermeldet. 26 Prozent aller weltweiten Corona-Todesfälle seien vergangene Woche auf Brasilien entfallen, das nur drei Prozent der Weltbevölkerung stellt, rechnete die Organisation "Ärzte ohne Grenzen" jüngst in einer Aussendung vor. Ihnen stehen "nur" elf Prozent aller weltweiten Infektionen gegenüber. Insgesamt sind es mehr als 360.000 Tote – das sind aber nur die offiziell bestätigten.

Quelle: https://www.derstandard.de/story/2000125916318/brasilien-zeigt-was-es-bedeutet-wenn-corona-nahezu-ungebremst-wueten

Stell dir vor, auch Deutschland hätte nicht eingegriffen. Welche Situation hätte uns erwartet? Welche Ausmaße könnten andere Epidemien verursachen?

Aufgaben:

a) Öffne das Programm: „*A- unkontrollierte Epidemie.py*“ und führe es aus. Halte dein Ergebnis fest. Erstelle dafür ein Textdokument, welches du mit Bildern, Beobachtungen und den verwendeten Daten versiehst.

b) Stelle kurze Hypothesen darüber auf, welche Auswirkungen auf den Verlauf der Epidemie du bei Veränderung der Parameter (im Parameterfile bis zur Rautenkette) erwartest. Variiere die Parameter und dokumentiere deine Beobachtungen und Ergebnisse ebenfalls im Textdokument.

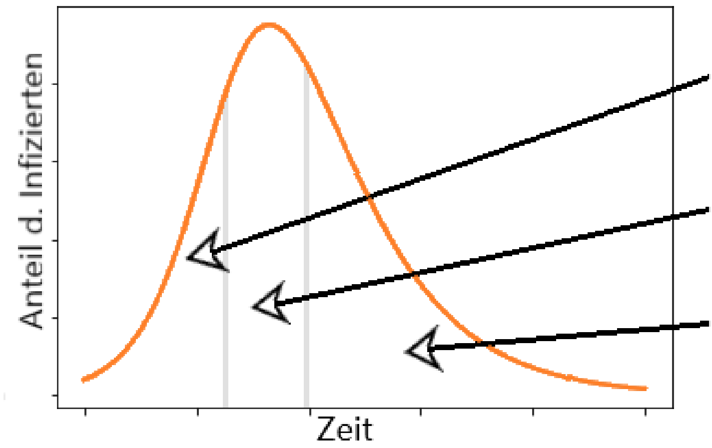
c) Interpretiere die Ergebnisse mit Hilfe des mathematischen Modells. Siehe dazu die Fragen auf den nächsten Seiten.

Zur Orientierung:

- Variiere die Anfangsbedingung N, S und I. Beobachte die Auswirkung einer Epidemie für verschiedene Länder (N) und verschiedene Startszenarien (S, I)
- Variiere die Infektionsrate β (beta). Beobachte die Auswirkung der Ansteckungswahrscheinlichkeit.
- Variiere die Genesungsrate γ (gamma). Beobachte die Auswirkung der Genesung.

Fragen zur Interpretation:

Beschreibung des *zeitlichen Verlaufes der Infizierten*: Benenne dazu die drei Phasen im Diagramm



und erkläre mit Hilfe der Gleichung für die Infizierten $i(t+1) = i(t) + \beta \cdot s(t) \cdot i(t) - \gamma \cdot i(t)$ wie diese Zustande kommen.

Vervollständige die Merksätze. Beachte dabei, dass alle anderen Parameter konstant gehalten werden.

Je größer der Anteil der Infizierten zu Beginn der Epidemie, desto...

Wenn die Infektionsrate größer ist als die Genesungsrate, dann...

Wenn die Genesungsrate größer ist als die Infektionsrate, dann...

Wenn die Infektions- und Genesungsrate gleich sind, dann...

Den Quotienten aus Infektions- und Genesungsrate $\frac{\beta}{\gamma}$ nennt man **Basisreproduktionszahl**. Mit Hilfe dieser Größe lassen sich Aussagen zum zukünftigen Verlauf einer Epidemie treffen.

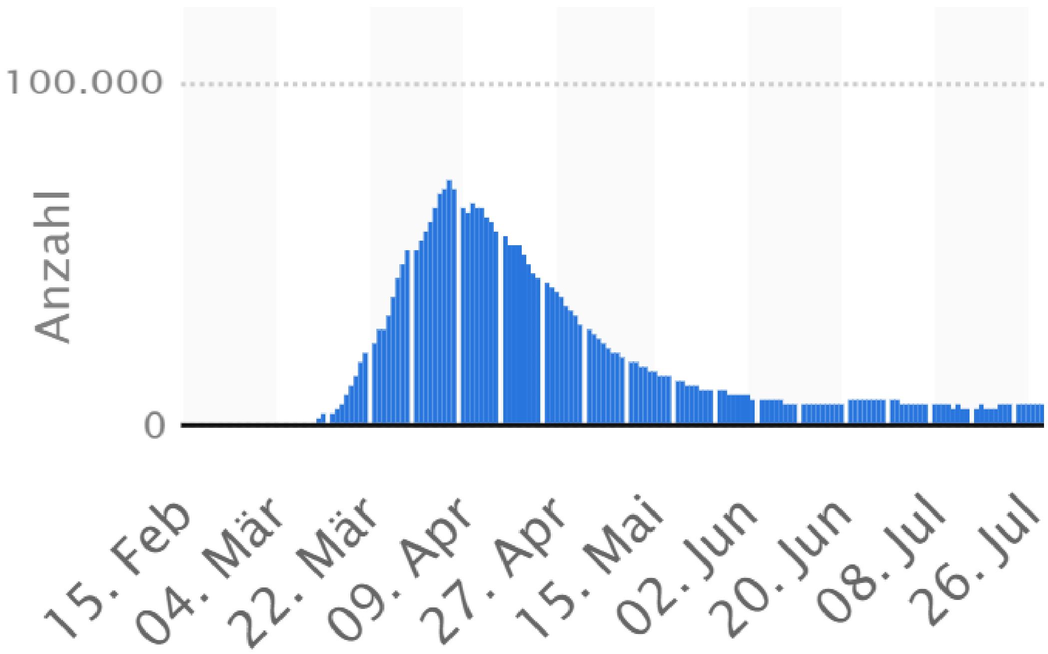
Ist er größer 1:

Ist er gleich 1:

Ist er kleiner 1:

Vergleich der Ergebnisse zu reellen Daten (Zusatz)

Vergleiche die Fallzahlen aus Februar-April 2020 von Deutschland [1] mit deinen Ergebnissen aus der Modellierung.



⇒ 25. Februar: 2 Infizierte, 6. April: 72865 Infizierte (Maximum), 16.Juni: 6372 Infizierte

Quelle: https://de.statista.com/statistik/daten/studie/1181971/umfrage/aktive-faelle-des-coronavirus-in-deutschland/#professional

Notiere deine Beobachtung:

Was ist deine Kritik?

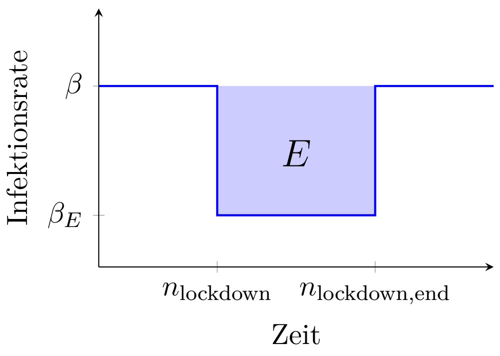
[1] Ab Mitte März beschloss das Land Einschränkungen des öffentlichen Lebens.

Kontrollmaßnahmen zur Eindämmung einer Epidemie

Es gibt viele Kontrollmaßnahmen, die in das mathematische Modell eingebaut werden können. Hier sollen nun zwei mathematische Umsetzungen von Kontrollmaßnahmen genauer betrachtet werden:

1. Absenkung der Infektionsrate

Umsetzung/Interpretation:



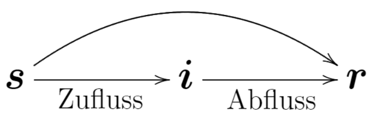
Mathematisch kann diese Maßnahme ausgedrückt werden über eine zeitlich veränderte Infektionsrate. Für die Umsetzung haben wir jedoch nur eine gewisse Kapazität, die wir E nennen. Wir senken die Infektionsrate auf β_E, die (reduce) Prozent der krankheitsspezifischen Infektionsrate β ist: $\beta_E = \text{reduce} \cdot \beta$. Der Zeitpunkt, an dem wir mit dem Absenken beginnen, heißt n_{lockdown}. Die Maßnahme endet automatisch, wenn E aufgebraucht ist, der Zeitpunkt ergibt sich über $n_{\text{lockdown, end}} = n_{\text{lockdown}} + \frac{E}{\beta - \beta_E}$.

2. Neuer Übergang von den Suszeptiblen S zu den Resistenten R

Umsetzung/ Interpretation:

Annahmen: Immunisierung wirkt sofort und zu 100% . Die Übergangsrate ist zeitlich konstant. Für diese Umsetzung werden die Ressource oder Kapazität **nicht beschränkt !**

Mathematisch müssen für diese Maßnahme die Gleichungen erweitert werden:



Die Maßnahme der Immunisierung wird ab einem Zeitpunkt nvacc und dann durchgehend (ohne Ende) angewendet. Wird ab dem Zeitpunkt $t = 0$ gehandelt, nennen wir die Maßnahme vorbeugend oder prophylaktisch. Für spätere Zeitpunkte ($t > 0$) sprechen wir von einer eingreifenden oder intervenierenden Maßnahme.

Kontrollmaßnahmen zur Eindämmung einer Epidemie

(a) RABE (Ralf Böhme)
https://de.toonpool.com/cartoons/Merkel%20gelassen355062

(b) Tommy Schwarwel
https://twitter.com/TSchwarwel/status/1376476050650243075

Welche Maßnahme zur Eindämmung einer Epidemie ist am erfolgversprechendsten? Wie unterscheidet sich das Vorgehen, wenn man die Kapazität des Gesundheitssystem bedenkt?

Aufgaben:
Nutze das Programm: „*B- Kontrollmaßnahmen zur Epidemieeindämmung.py*“ für deine Untersuchung der Auswirkung:

a) von Hygienemaßnahmen/Lockdowns.
b) von Impfkampagnen.

Stelle zunächst kurze Hypothesen darüber auf, welche Auswirkung du von den Maßnahmen (Änderung der Parameter im Parameterfile unterhalb der Rautenkette) erwartest. Erweitere dein Textdokument um den Abschnitt „Kontrollmaßnahmen“ und dokumentiere deine Untersuchung wie bei der unkontrollierten Epidemie.

Zur Orientierung:

- Für nur Hygiene: setzte Impfrate vaccrate=0; für nur Impfen: setzte Einsatzmittel E=0.
- Variiere den Absenkfaktor, die Eingriffszeit und die Einsatzmittel für die Hygiene-/Lockdown-maßnahme.
- Variiere die Impfrate und den Startzeitpunkt für die Impfkampagne.
- Kombiniere beide Maßnahmen.

Auf den nächsten Seiten findest du Orientierungshilfen und Anregungen, was du untersuchen könntest. Du **musst** die Fragen **nicht** alle beantworten.

<u>Anregungen, Untersuchungsfragen & Orientierungshilfen:</u>

- Fragen zur reinen Hygiene-Maßnahme:

Was passiert, wenn man zu früh eingreift?

Wieso bringt ein sehr spätes Eingreifen nichts?

Der Einsatz von mehr Ressourcen (größeres E) hat einen
[Kreuze an] ☐ positiven ☐ negativen ☐ keinen
Effekt auf die Entwicklung der Infiziertenzahl, wenn alle anderen Größen gleich gelassen werden, weil

- Fragen zur reinen Impf-Maßnahme:

Beschreibe den zeitlichen Verlauf für eine Impfkamagne:

nvacc= vaccrate=

Die Impfkampagne wird umso besser, ... : [Kreuze an]

☐ je mehr Leute sich impfen lassen.
☐ je höher die Impfrate.
☐ je kleiner die Impfrate.
☐ je später geimpft wird.
☐ je früher geimpft wird.

Beachte: Für das Impfen wurde keine Ressource festgelegt! Die Aussage stimmt also nur begrenzt!

Wenn wir nun eine theoretische Ressource annehmen, würden die Aussagen immer noch stimmen? Begründe.

- Fragen zur Auslastung des Gesundheitssystem:

Wie kann die Grenze des Gesundheitamts unterschritten werden?

Nutzen der Kontrollmaßnahmen

Das bringt doch alles gar nichts. Dieses ewige hin und her!
Da können wir das doch gleich lassen!

Wie erfolgreich sind die Kontrollmaßnahmen denn nun wirklich?

Nutzenanalyse-Theorie

Um Aussagen darüber, wie erfolgreich eine Maßnahme ist, beantworten zu können, muss der Eingriff mit der unkontrollierten Epidemie verglichen werden. Dafür wird der Gesamtanteil aller Erkrankten betrachtet, da natürlich möglichst wenige Personen erkrankt sein sollten. Wir bilden die Differenz des Gesamtanteils der Erkrankten der unkontrollierten Epidemie ν_i^0 und dem Gesamtanteil der Erkrankten der kontrollierten Epidemie ν_i^+ $\Longrightarrow \nu_i^0 - \nu_i^+$ und erhalten den Anteil, der sich nicht infizieren würde. Diese Differenz nennen wir auch **Nutzen**.
Teilen wir das Ergebnis durch den Gesamtanteil der Erkrankten der unkontrollierten Epidemie $\Longrightarrow \frac{\nu_i^0 - \nu_i^+}{\nu_i^0}$, können wir sagen, wie groß der Anteil der Nun-Nicht-Erkrankten an den Gesamterkrankten ist oder leichter gesagt, was die **Verbesserung**/ der **Erfolg** durch die Maßnahme ist.
Der Unterschied, der sich zu jedem Zeitpunkt zwischen den Infiziertenanteilen ergibt, nennen wir **Abweichung**. In den Programmen ist diese blau dargestellt. Mit der Abweichung können wir sagen, wie viele Prozentpunkte zum Zeitpunkt t weniger/mehr infiziert sind. Beispiel: In der unkontrollierten Epidemie sind zur Zeit $t = 15$ 18% der Menschen infiziert, mit einem theoretischen Eingriff wären es zur gleichen Zeit nur 7%. Die Abweichung wären also 11%, d.h. 11% der Bevölkerung wären zu dieser Zeit zusätzlich noch suszeptibel (nicht infiziert).

Aufgaben:

a) Nutze das Programm: „*C- Nutzenanalyse der Maßnahmen.py*“ , um den Nutzen und Erfolg deiner gefundenen Strategien zu untersuchen.

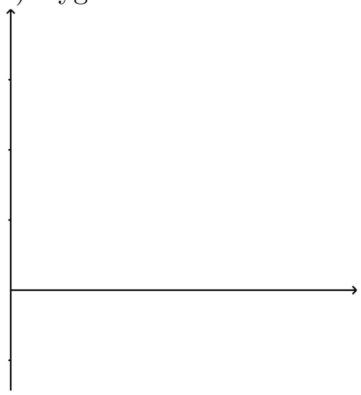
b) Vergleiche den Erfolg mit Alternativmaßnahmen. Nutze dafür das Programm „ *C2-Vergleich der Erfolge durch Alternativmaßnahmen*“ . Es zeigt dir den Erfolg für verschiedene Hygienemaßnahmen und Impfkampagnen. Was ist leichter umsetzbar oder realistischer?

Dokumentiere deine Ergebnisse.
Auf der nächsten Seite findest du Orientierungshilfen und Anregungen, was du untersuchen könntest. Du **musst** die Fragen **nicht** alle beantworten.

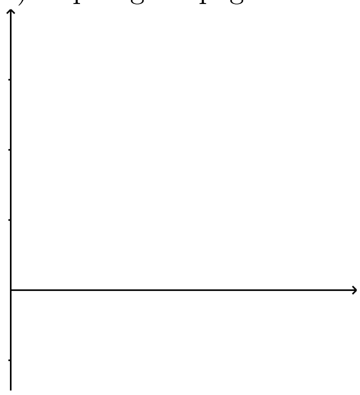
Anregungen & Orientierungshilfen:

Skizziere die Abweichung zwischen unkontrollierter Epidemie und einer beliebigen...

a) Hygienemaßnahme



b) Impfungkampagne



Beschreibe die Abweichung zwischen unkontrollierter und kontrollierter Epidemie für deine Hygienemaßnahme:

nlockdown=	reduce=	E=

Beschreibe die Abweichung zwischen unkontrollierter und kontrollierter Epidemie für deine Impfkampagne:

nvacc=	vaccrate=

Was war dein bester Nutzen und welche Methode hast du verwendet? Gib dazu auch die Größe deiner Variablen an.

Nutzen=	Verbesserung=

Begründe, wieso die Wahl der Größe der Einsatzmittel entscheidend/ausschlaggebend für den Nutzen ist.

Ist jede Impfkamagne wirklich durchsetzbar? Notiere dir Argumente dafür bzw. dagegen.

Optimierung der Hygienemaßnahme

Vielleicht ist dir schon aufgefallen, dass je nachdem, wie du die Eingriffzeit ‚nlockdown' und die Absenkung ‚reduce' kombinierst, Unterschiede beim Gesamtanteil der Erkrankten zu erkennen sind.
Untersuche die verschiedenen Kombinationen auf ihre Effizienz.

Aufgaben:
Nutze das Programm: „*D- Ideale Hygienemaßnahme.py*" für deine Untersuchung.
Speichere den/die Graphen in dein Textdokument in einem neuen Abschnitt „Ideale Hygienemaßnahme". Halte deine Erkenntnisse in den Aufgabenfeldern fest, sodass du sie später gut präsentieren kannst.

Figure 1 ist ein dreidimensionaler Plot. Der Gesamtanteil der Erkrankten am Ende der Epidemie ist hier in Abhängigkeit des Eingriffszeitpunkts und der Absenkung dargestellt. Du kannst also für „alle" Kombinationsmöglichkeiten den Gesamtanteil der Erkrankten ablesen.
Notiere deine Beobachtung zum 3D-Plot (Figure 1):

Das Programm zeigt dir ebenfalls, wie sich der Gesamtanteil der Erkrankten entwickelt, wenn die ideale Maßnahme nicht getroffen wird.
Figure 2: Wir wählen eine Absenkung fest und betrachten den Gesamtanteil für verschiedene Eingriffzeiten.
Figure 3: Diesmal wählen wir den Eingriffzeitpunkt fest und betrachten den Gesamtanteil, wenn wir die Absenkung verändern.

Was passiert, wenn wir minimal von der idealen Maßnahme abweichen (Figure 2 & 3)?

A.2.3 Begleitende Präsentation

Insbesondere die Theorieeinheiten werden durch eine Beamer-Präsentation visuell gestützt. Sie enthält unter anderem Lösungsfolien für die gestellten Fragen beziehungsweise Impulse, sodass diese bei Zeitmangel oder Schwierigkeiten der Schüler*innen einfach gezeigt und kommentiert werden können, statt sie zeitaufwendig anzuschreiben. Die technischen Voraussetzungen im XLAB ermöglichen ein interaktives Arbeiten mit den Folien, inklusive dem nachträglichen beziehungsweise spontanen Beschriftungen, Ergänzungen etc. auf den Folien.

Ausbreitung und Eindämmung von Epidemien

XLAB
Göttinger Experimentallabor für junge Leute

Viola Schössow

Zeitplan

10:00 Uhr	Theorie I
11:30 Uhr	Pause (15min)
11:45 Uhr	Praxisblock I Theorie II Praxisblock II
13:15 Uhr	Pause (45min)
14:00 Uhr	Freies Arbeiten Diskussion
15:20 Uhr	Umfrage/ Evaluation

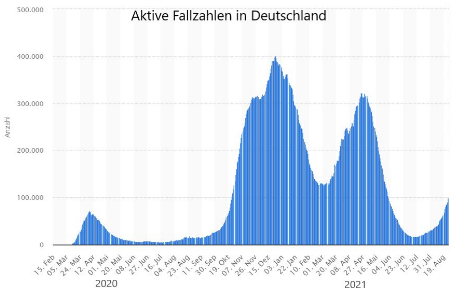
Motivation

Epidemien

SARS-CoV-2
Ebola
Vogelgripppe
Masern
Rinderwahn
Grippe (Influenza)
Schweinegrippe
AIDS
Pest

SARS- CoV-2 in Deutschland

(Stand: 31.8.21)



bestätigte Fälle:
ca. 4 Mio.

bestätigte Todesfälle:
ca. 90000

Ziel: Erkennen und Eindämmen von Epidemien

Bild: Statista

SIR-Modell

William Ogilvy Kermack

Anderson Gray McKendrick

1927: *A contribution to the mathematical theory of epidemics I*

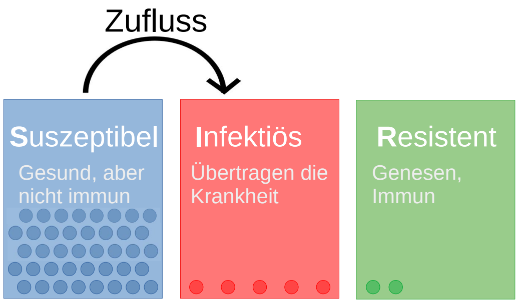
Bild: Link.Springer

Bevölkerung N

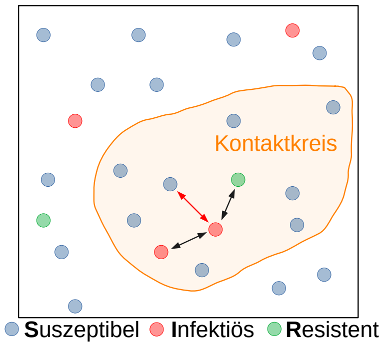
Suszeptibel	**I**nfizierend/ Infektiös	**R**esistent
Gesund, aber nicht immun	Übertragen die Krankheit	Genesen, Immun

S+ I+ R = N = Konstant

Übergänge

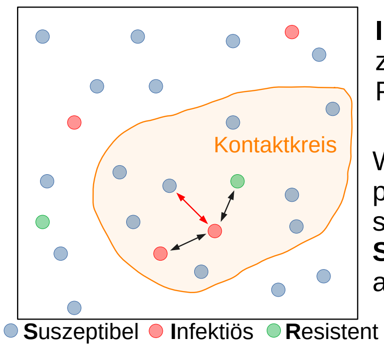


Der Zufluss



Annahme:
Perfekt gemischter Kontaktkreis, Verhältnis von S,I,R wie in Bevölkerung

Der Zufluss

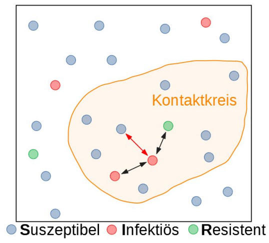


Infektiöser trifft z.B. M= 3 Personen pro Tag

Was muss passieren, damit sich ein **S**uszeptibler ansteckt?

Der Zufluss

Was muss passieren, damit sich ein **S** ansteckt?

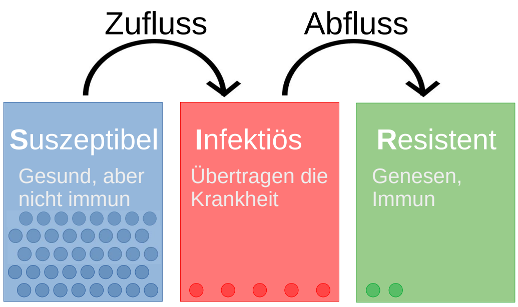


- Treffen zwischen **I** & **S**
  → *Wahrscheinlichkeit*

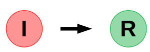
$$M \cdot \frac{S}{N}$$

- Kontakt muss ansteckend sein
  → *Wahrscheinlichkeit* x

Übergänge

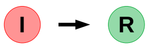


Der Abfluss



Was muss passieren, damit ein Infizierter nicht mehr infektiös ist?

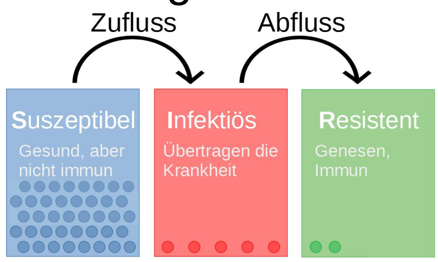
Der Abfluss



Was muss passieren, damit ein Infizierter nicht mehr infektiös ist?

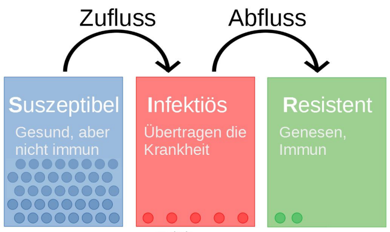
- Er muss genesen oder isoliert werden
  → Wahrscheinlichkeit, resistent zu werden, liegt bei $\gamma = 1/\tau$
  → im Durchschnitt ist dann jeder τ Tage krank

Vollständiges SIR-Modell



S(t+ 1)= S(t) – Zufluss
I(t+ 1)= I(t) + Zufluss – Abfluss
R(t+ 1)= R(t) + Abfluss

Vollständiges SIR-Modell



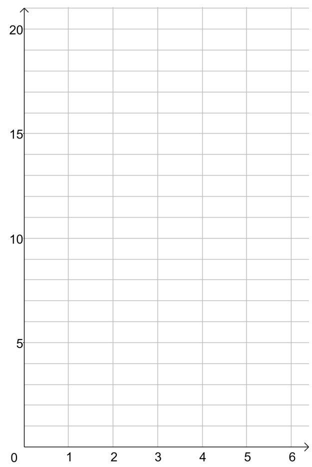
$$S(t+1) = S(t) - \beta \cdot \frac{S(t)}{N} \cdot I(t)$$

$$I(t+1) = I(t) + \beta \cdot \frac{S(t)}{N} \cdot I(t) - \gamma \cdot I(t)$$

$$R(t+1) = R(t) + \gamma \cdot I(t)$$

Vergleich

Zeitlicher Verlauf der Infizierten



Normiertes SIR-Modell

Notation:

$$s(t) = \frac{S(t)}{N} \qquad i(t) = \frac{I(t)}{N} \qquad r(t) = \frac{R(t)}{N}$$

Normierung über Division mit N:

Zufluss: $z = \frac{Z}{N}$

Abfluss: $a = \frac{A}{N}$

Normiertes SIR-Modell

Notation:

$$s(t) = \frac{S(t)}{N} \qquad i(t) = \frac{I(t)}{N} \qquad r(t) = \frac{R(t)}{N}$$

Normierung über Division mit N:

Zufluss: $z = \frac{Z}{N} = \beta \cdot \frac{S}{N} \cdot \frac{I}{N} = \beta \cdot s \cdot i$

Abfluss: $a = \frac{A}{N} = \gamma \cdot \frac{I}{N} = \gamma \cdot i$

Normiertes SIR-Modell

$$s(t+1) = s(t) - \beta \cdot s(t) \cdot i(t)$$
$$i(t+1) = i(t) + \beta \cdot s(t) \cdot i(t) - \gamma \cdot i(t)$$
$$r(t+1) = r(t) + \gamma \cdot i(t)$$

Begründe:

$$r(t+1) = 1 - s(t+1) - i(t+1)$$

Beweis für Richtigkeit

Setzen wir einfach mal ein:

r(t+1)

= 1 – s(t+1) – i(t+1)

= 1 – [s(t) – β·s(t)·i(t)] – [i(t) + β·s(t)·i(t) - γ·i(t)]

= 1 – s(t) + β·s(t)·i(t) – i(t) – β·s(t)·i(t) + γ·i(t)

Beweis für Richtigkeit

Setzen wir einfach mal ein:

r(t+1)

= 1 – s(t+1) – i(t+1)

= 1 – [s(t) – β·s(t)·i(t)] – [i(t) + β·s(t)·i(t) - γ·i(t)]

= 1 – s(t) + β·s(t)·i(t) – i(t) – β·s(t)·i(t) + γ·i(t)

= 1 – s(t) – i(t) + γ·i(t)

= r(t) + γ·i(t)

S+I+R =N
s+ i+ r =1

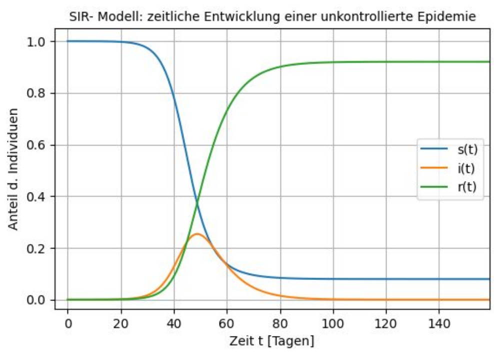
Wichtige Größen

- Gesamtanteil aller Erkrankten ν_i :
  - Alle Infizierten aufsummiert und mit γ multipliziert (keine Mehrfachzählung)
- 7-Tage-Inzidenz :
  - Alle Infizierten, die sich in einer Woche pro 100.000 Personen neu infiziert haben
  - Zufluss aus einer Woche pro 100.000

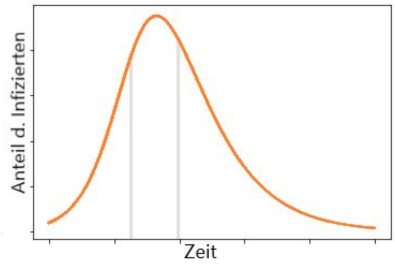
Praktikumsblock I

- Logt euch im Computer ein.
  Passwort: startstart
- Bearbeitet Blatt 6
- Hinweise zum Öffnen & Verwenden der Programme siehe Anleitung
- Zeit:

Epidemischer Verlauf



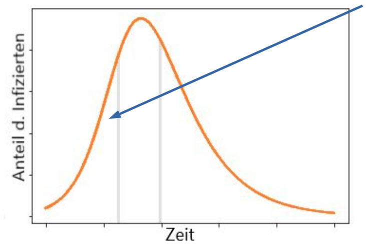
Wieso hat I ein Maximum?



Erkläre mit Hilfe der Gleichung:

$i(t+1) = i(t) + \beta \cdot s(t) \cdot i(t) - \gamma \cdot i(t)$

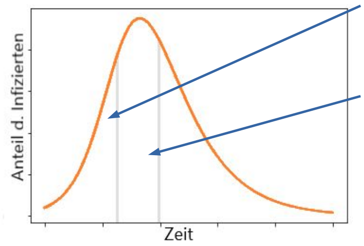
Wieso hat I ein Maximum?



Exponentielles Wachstum
- Viele S infizieren sich
- Wenig I genesen

$i(t+1) = i(t) + \beta \cdot s(t) \cdot i(t) - \gamma \cdot i(t)$

Wieso hat I ein Maximum?

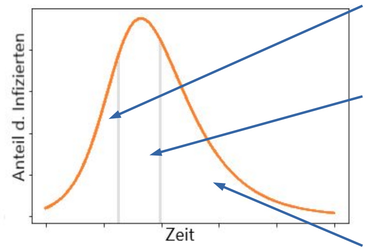


Exponentielles Wachstum
- Viele S infizieren sich
- Wenig I genesen

Maximum
- Immer weniger S, Wahrscheinlichkeit S zu treffen sinkt
- Gleichzeitig genesen I

$i(t+1) = i(t) + \beta \cdot s(t) \cdot i(t) - \gamma \cdot i(t)$

Wieso hat I ein Maximum?



Exponentielles Wachstum
- Viele S infizieren sich
- Wenig I genesen

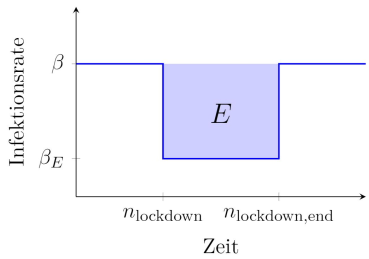
Maximum
- Immer weniger S, Wahrscheinlichkeit S zu treffen sinkt
- Gleichzeitig genesen I

Abklingen der Epidemie
- Kaum S mehr da
- Zufluss immer kleiner
- Abfluss überwiegt

$i(t+1) = i(t) + \beta \cdot s(t) \cdot i(t) - \gamma \cdot i(t)$

Welche Kontrollmaßnahmen zur Eindämmung kennt ihr?

Reduktion d. Infektionsrate



Zeitliche Begrenzung durch Einsatzmittel/ Ressourcen E

Infektionsrate wird abgesenkt auf

$\beta_E = \text{reduce} \cdot \beta$

Beginn der Maßnahme bei nlockdown.

Ende wird berechnet über: $n_{\text{lockdown, end}} = n_{\text{lockdown}} + \frac{E}{\beta - \beta_E}$

Übergang von S nach R

$$\begin{tikzcd} s \arrow[r, "\text{Zufluss}"'] \arrow[rr, bend left] & i \arrow[r, "\text{Abfluss}"'] & r \end{tikzcd}$$

Jeden Tag wird ein Teil der **S**uszeptiblen immunisiert/ resistent.

Annahmen:
- Immunisierung wirkt sofort und zu 100%
- ist von Ressourcen **unabhängig**
- Übergangsrate zeitlich konstant

Ab dem Tag nvacc werden jeden Tag α Prozent der Suszeptiblen immunisiert

Übergang von S nach R

$$\begin{tikzcd} s \arrow[r, "\text{Zufluss}"'] \arrow[rr, bend left] & i \arrow[r, "\text{Abfluss}"'] & r \end{tikzcd}$$

Ab dem Tag nvacc werden jeden Tag α Prozent der Suszeptiblen immunisiert

$$s(t+1) = s(t) - \beta \cdot s(t) \cdot i(t) \boldsymbol{- \alpha \cdot s(t)}$$
$$i(t+1) = i(t) + \beta \cdot s(t) \cdot i(t) - \gamma \cdot i(t)$$
$$r(t+1) = r(t) + \gamma \cdot i(t) \boldsymbol{+ \alpha \cdot s(t)}$$

Nutzen

Um die Maßnahmen evaluieren zu können, definieren wir uns den Nutzen:

Die Anzahl/ der Anteil der Menschen, der sich durch die Maßnahme nicht mehr infizieren wird.

$\Rightarrow$ $\boxed{\text{Nutzen} = \nu_i^0 - \nu_i^+}$

Gesamtanteil der Erkrankten ohne Eingriff ν_i^0
Gesamtanteil der Erkrankten mit Eingriff ν_i^+

Praktikumsblock II

- Ggf. Login über: startstart
- Bearbeitet Blatt 11 und 14
- Zeit:

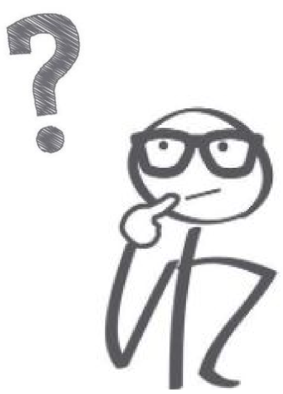


Bild: Trueffelpix- Fotolia

Diskussion

2025

Forscher entdecken in Deutschland neuen, höchst ansteckenden Erreger

Wie geht ihr vor?

A.2.4 Python-Programme

A- unkontrollierte Epidemie:

```
# -*- coding: utf-8 -*-
"""
Created on Mon Jun 28 16:58:38 2021

@author: viola
"""
# Pakete, die für die Programmausführung notwendig sind
from scipy.integrate import odeint, cumtrapz
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
import math
from tkinter import *


#Funktion beim Anklicken des Buttons
def button_action():
    plt.close('all')
    anweisungs_label.config(text="Parameterfile ausfüllen & speichern")

    # Einlesen und Konvertieren des Parameterfiles
    fileName = "Parameterfile.txt"
    fileObj = open(fileName)
    params = {}
    for line in fileObj:
        line = line.strip()
        if not line.startswith("#"):
            key_value =line.split("=")
            if len(key_value) == 2:
                params[key_value[0].strip()] = key_value[1].strip()
            if key_value[0] == "gamma":
                break

    params["n"]= int(params["n"])
    params["S"]= int(params["S"])
    params["I"]= int(params["I"])
    params["N"]= int(params["N"])
    params["beta"]= float(params["beta"])
    params["gamma"]= float(params["gamma"])

    n = int(params["n"])
    s= int(params["S"])
    i= int(params["I"])
    N= int(params["N"])
    beta = float(params["beta"])
    gamma= float(params["gamma"])

    r= N-s-i

    # Ausgabe der verwendeten Parameter
    print('n:', n, ', N:', N, ', S:', params["S"], ', I:', params["I"],
```

```
      ', R:', r, ', beta:', params["beta"], ', gamma:',
      params["gamma"])


# Listen für die Ergebnissicherung
S=np.zeros(n)
I=np.zeros(n)
R=np.zeros(n)
T=np.zeros(n)


# Bestimmung des zeitlichen Verlaufs, über die Euler Iteration
for j in np.arange(0,n):
    s=s-beta*i*s/N
    i=i+(beta*i*s/N-gamma*i)
    r= N-s-i      #alternativ  r=r+(gamma*i)
    S[j]=s/N      #Umrechnung der Anzahlen in Anteile zur Zeit j
    I[j]=i/N
    R[j]=r/N
    T[j]=j


# Plotten der Anteile
plt.figure(figsize=[6, 4])    #figsize=[Breite, Höhe des Bildes]
plt.plot(T, S, label="s(t)") #plot(x-Achse, y-Achse, Beschriftung)
plt.plot(T, I, label="i(t)")
plt.plot(T, R, label= "r(t)")
plt.grid()                    #Gitter im Plot
plt.legend()                  #Legende im Plot
plt.xlabel("Zeit t [Tagen]", fontsize=10) #x-Achsen Beschriftung
plt.ylabel("Anteil d. Individuen", fontsize=10) #y-A. Beschriftung
plt.title(r"SIR- Modell: zeitliche Entwicklung einer unkontrollierte Epidemie",
          fontsize= 10) #Titel
axes = plt.gca()
axes.set_ylim([-0.05,1.05])
plt.show(block=False)


# Berechnung des Maximus der Infizierten
itmax= T[np.argmax(I)]
imax= I.max()
print('Das maximale I der Epidemie tritt am', itmax,
      'Tag ein und entspricht', imax)


# Berechnung einer 7-Tages Inzidenz
incidence= np.convolve(I, np.ones(7)/7, mode='same')
incidence= N/100000*incidence
plt.figure(figsize=[6.5, 4])
plt.plot(T, incidence, label= "7-Tage-Inzidenz")
plt.grid()
plt.legend()
plt.xlabel("Zeit t [Tagen]", fontsize=10)
```

```
    plt.ylabel("Zahl der Neuinfizierten in einer Woche \n pro 100.000 Einwohner",
               fontsize=10)
    plt.title("Inzidenzzahl Entwicklung bei einer unkontrollierten Epidemie",
              fontsize= 10)


    # Berechnung der Gesamtzahl der Infizierten bis zur Zeit T
    gi =cumtrapz(I, dx=1, initial=0 )

    # Plotten des Gesamtanteils aller jemals Infizierten
    #   (Multiplikation mit Gamma, um mehrfach Zählung zu verhindern)
    plt.figure(figsize=[6, 4])
    plt.plot(T,gi*gamma,label=r'$\nu_i$ (T)')

    axes = plt.gca()
    plt.grid()
    plt.legend()
    plt.xlabel("Zeit T [Tagen]", fontsize=10)
    plt.ylabel("Anteil aller Infizierten (summiert)", fontsize=10)
    plt.title("Entwicklung des Anteils der jemals Erkrankten \n in"
              "einer unkontrollierten Epidemie",
              fontsize=10)

    plt.show(block=False)

    print('Bis zum Tag', n, 'haben sich insgesamt', gi[-1]*gamma,
          '(umrechnen in Prozent!) Individuenen mit der Infektion angesteckt.')



'''
GUI Code: Ei
'''

# Ein Fenster erstellen
fenster = Tk()

# Den Fenstertitle erstellen
fenster.title("SIR Modell- unkontrollierte Epidemie")

# Label und Buttons erstellen.
change_button = Button(fenster, text="Nächster Plot", command=button_action)
exit_button = Button(fenster, text="Beenden", command=fenster.quit)

anweisungs_label = Label(fenster, text="Vorher Parameterfile ausfüllen & speichern")
info_label = Label(fenster, text="Das Programm beenden.")


# Nun fügen wir die Komponenten unserem Fenster in der gewünschten Reihenfolge hinzu.
anweisungs_label.pack()
change_button.pack()
info_label.pack()
```

```
exit_button.pack()

# In der Ereignisschleife auf Eingabe des Benutzers warten.
fenster.mainloop()
```

B- Kontrollmaßnahmen zur Epidemieeindämmun

```
# -*- coding: utf-8 -*-
"""
Created on Mon Jun 28 16:58:38 2021

@author: viola
"""
# Pakete, die für die Programmausführung notwendig sind
from scipy.integrate import odeint, cumtrapz
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
import math
from tkinter import *


# Funktion beim Anklicken des Buttons
def button_action():
    plt.close('all')
    anweisungs_label.config(text="Vorher Parameterfile ausfüllen & speichern")

    # Einlesen und Konvertieren des Parameterfiles
    fileName = "Parameterfile.txt"
    fileObj = open(fileName)
    params = {}
    for line in fileObj:
        line = line.strip()
        if not line.startswith("#"):
            key_value =line.split("=")
            if len(key_value) == 2:
                params[key_value[0].strip()] = key_value[1].strip()

    params["n"]= int(params["n"])
    params["S"]= float(params["S"])
    params["I"]= float(params["I"])
    params["N"]= float(params["N"])
    params["beta"]= float(params["beta"])
    params["gamma"]= float(params["gamma"])
    params["reduce"]= float(params["reduce"])
    params["nlockdown"]= float(params["nlockdown"])
    params["E"]= float(params["E"])
    params["nvacc"]= float(params["nvacc"])
    params["vaccrate"]= float(params["vaccrate"])

    n = int(params["n"])
    s= float(params["S"])
    i= float(params["I"])
```

```python
N= float(params["N"])
beta = float(params["beta"])
gamma= float(params["gamma"])
reduce = float(params["reduce"])
nlockdown= float(params["nlockdown"])
E= float(params["E"])
nvacc= float(params["nvacc"])
vaccrate= float(params["vaccrate"])

r=N-s-i

# Ausgabe der verwendeten Parameter
print('n:', n, ', N:', N, ', S:', params["S"], ', I:', params["I"],
      ', R:', r, ', beta:', params["beta"], ', gamma:',
      params["gamma"], ', E:', params["E"], ', reduce:', reduce,
      ', nlockdown:', nlockdown, ', vaccrate:', params["vaccrate"],
      ', nvacc:', params["nvacc"])


# Listen für die Ergebnissicherung
S=np.zeros(n)
I=np.zeros(n)
R=np.zeros(n)
T=np.zeros(n)

betaold= beta # krankheitsspezifische Infektionsrate für vor & nach Eingriff
vaccon=0 #Impfung aus, bei eingestellter Impfrate und Zeitpkt dann an

#Def. Ende des Hygiene-Eingriffs:
nlockdownend= nlockdown + E/(betaold-reduce*betaold)


# Bestimmung des zeitlichen Verlaufs, über die Euler Iteration
for j in np.arange(0,n):
    # Starte den Lockdown/Hygiene ab
    if j > nlockdown and j < nlockdownend:
        beta= reduce*betaold
    # Start der Impfung, endet aber nie
    if j > nvacc:
        vaccon=1
    # Ende der Hygienemaßnahme erreicht,
    #   Änderung der Infektionsrate zum alten Wert
    if j > nlockdownend:
        beta= betaold
    # Start der Euler-Iteration
    s=s-beta*i*s/N -vaccon*vaccrate*s
    i=i+(beta*i*s/N-gamma*i)
    r= N-s-i        # alternativ  r=r+(gamma*i)+vaccon*vaccrate*s
    S[j]=s/N        # Umrechnung der Anzahlen in Anteile zur Zeit j
    I[j]=i/N
    R[j]=r/N
    T[j]=j
```

```
# Plotten der Anteile
plt.figure(figsize=[6, 4])        #figsize=[Breite, Höhe des Bildes]
plt.plot(T, S, label="s(t)")      #plot(x-Achse, y-Achse, Beschriftung)
plt.plot(T, I, label="i(t)")
plt.plot(T, R, label= "r(t)")

plt.grid()            #Gitter im Plot
plt.legend()          #Legende im Plot
plt.xlabel("Zeit t [Tagen]", fontsize=10)        #x-Achsen Beschriftung
plt.ylabel("Anteil der Individuen", fontsize=10)#y-Achsen Beschriftung
plt.title("Zeitlicher Verlauf einer kontrollierten Epidemie",
          fontsize= 10)
axes = plt.gca()
axes.set_ylim([-0.05,1.05])

# Einstellung für die Grenze des Gesundheitssystem
if v.get()==1:
    plt.axhline(y=0.01, color='r', linestyle='--',
                label="Gesundheitssystemgrenze")

plt.show(block=False)
print('Zur Zeit', n , 'sind', I[-1]* N, 'Menschen infiziert.')

itmax= T[np.argmax(I)]
imax= I.max()
print('Das maximale I tritt mit diesem Eingriff am', itmax,
      'Tag ein und entspricht', imax)


# Berechnung einer 7-Tages Inzidenz
incidence= np.convolve(I, np.ones(7)/7, mode='same')
incidence= N/100000*incidence
plt.figure(figsize=[6, 4])
plt.plot(T, incidence, label= "7-Tage-Inzidenz")
plt.grid()
plt.legend()
plt.xlabel("Zeit t [Tagen]", fontsize=10)
plt.ylabel("Zahl der Neuinfizierten in einer Woche \n pro 100.000 Einwohner",
           fontsize=10)
plt.title("Inzidenzzahl Entwicklung bei einer kontrollierten Epidemie",
          fontsize= 10)
plt.show(block=False)


# Berechnung der Gesamtzahl der Infizierten bis zur Zeit T
gi =cumtrapz(I, dx=1, initial=0 )

# Plotten des Gesamtanteils aller jemals Infizierten
#   (Multiplikation mit Gamma, um mehrfach Zählung zu verhindern)
plt.figure(figsize=[6, 4])
plt.plot(T,gi*gamma,label= r'$\nu_i$ (T)')
```

```
    axes = plt.gca()
    plt.grid()
    plt.legend()
    plt.xlabel("Zeit T [Tagen]", fontsize=10)
    plt.ylabel("Anteil aller Infizierten (summiert)", fontsize=10)
    plt.title("Entwicklung des Anteils der jemals Erkrankten \n in"
              "einer kontrollierten Epidemie", fontsize= 10)
    plt.rc('xtick', labelsize=10)    # fontsize of the tick labels
    plt.rc('ytick', labelsize=10)
    plt.rc('legend', fontsize=11)
    plt.show(block=False)

    print('Bis zum Tag', n, 'haben sich insgesamt', gi[-1]*gamma,
          '(umrechnen in Prozent!) Individuenen mit der Infektion angesteckt.')


'''
GUI Code: Ei
'''

# Ein Fenster erstellen
fenster = Tk()

# Den Fenstertitle erstellen
fenster.title("SIR Modell- Kontrollstrategien in einer Epidemie")

# Label und Buttons erstellen.
change_button = Button(fenster, text="Nächster Plot", command=button_action)
exit_button = Button(fenster, text="Beenden", command=fenster.quit)

anweisungs_label = Label(fenster, text="Vorher Parameterfile ausfüllen & speichern")
info_label = Label(fenster, text="Das Programm beenden.")

v = IntVar()
radio_label= Label(fenster, text="Maximale Auslastung des Gesundheitssystem",
                   justify = LEFT, padx = 20)
radio_button1= Radiobutton(fenster, text="berücksichtigen",  variable=v, value=1)
radio_button2= Radiobutton(fenster, text="vernachlässigen",  variable=v, value=0)


# Nun fügen wir die Komponenten unserem Fenster in der gewünschten
#   Reihenfolge hinzu.
radio_label.pack(side=TOP, pady=3)
radio_button1.pack(side=TOP)
radio_button2.pack(side=TOP)

anweisungs_label.pack(side=TOP, pady=3)
change_button.pack(side=TOP, pady=3)
info_label.pack(side=TOP, pady=3)
exit_button.pack(side=TOP, pady=3)

# In der Ereignisschleife auf Eingabe des Benutzers warten.
fenster.mainloop()
```

C- Nutzenanalyse der Maßnahmen

```
# -*- coding: utf-8 -*-
"""
Created on Mon Jun 28 16:58:38 2021

@author: viola
"""
# Pakete, die für die Programmausführung notwendig sind
from scipy.integrate import odeint, cumtrapz
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
import math
from tkinter import *


# Funktion beim Anklicken des Buttons
def button_action():
    plt.close('all')
    anweisungs_label.config(text="Vorher Parameterfile ausfüllen & speichern")

    # Einlesen und Konvertieren des Parameterfiles
    fileName = "Parameterfile.txt"
    fileObj = open(fileName)
    params = {}
    for line in fileObj:
        line = line.strip()
        if not line.startswith("#"):
            key_value =line.split("=")
            if len(key_value) == 2:
                params[key_value[0].strip()] = key_value[1].strip()

    params["n"]= int(params["n"])
    params["S"]= int(params["S"])
    params["I"]= int(params["I"])
    params["N"]= int(params["N"])
    params["beta"]= float(params["beta"])
    params["gamma"]= float(params["gamma"])
    params["reduce"]= float(params["reduce"])
    params["nlockdown"]= int(params["nlockdown"])
    params["E"]= float(params["E"])
    params["nvacc"]= int(params["nvacc"])
    params["vaccrate"]= float(params["vaccrate"])

    n = int(params["n"])
    s= int(params["S"])
    i= int(params["I"])
    N= int(params["N"])
    beta = float(params["beta"])
    gamma= float(params["gamma"])
    reduce = float(params["reduce"])
    nlockdown= int(params["nlockdown"])
    E= float(params["E"])
    nvacc= int(params["nvacc"])
```

```
vaccrate= float(params["vaccrate"])

r= N-s-i

# Ausgabe der verwendeten Parameter
print('n:', n, ', N:', N, ', S:', params["S"], ', I:', params["I"],
        ', R:', r, ', beta:', params["beta"], ', gamma:',
        params["gamma"], ', E:', params["E"], ', reduce:', reduce,
        ', nlockdown:', nlockdown, ', vaccrate:', params["vaccrate"],
        ', nvacc:', params["nvacc"])


#Definition der Euler Iteration in Abhängigkeit der Parameter
def f(E, vaccrate, args):
    n, s, i, r, N, beta, gamma, reduce, nlockdown, nvacc = args

    S=np.zeros(n)
    I=np.zeros(n)
    R=np.zeros(n)
    T=np.zeros(n)

    vaccon=0
    betaold= beta
    nlockdownend= nlockdown + E/(betaold-reduce*betaold)

    for j in np.arange(0,n):
        # Starte den Lockdown/Hygiene ab
        if j > nlockdown and j < nlockdownend:
            beta= reduce*betaold
        # Start der Impfung, endet aber nie
        if j > nvacc:
            vaccon=1
        # Ende der Hygienemaßnahme erreicht,
        #    Änderung der Infektionsrate zum alten Wert
        if j > nlockdownend:
            beta= betaold
        # Start der Euler-Iteration
        s=s-beta*i*s/N -vaccon*vaccrate*s
        i=i+(beta*i*s/N-gamma*i)
        r= N-s-i  # alternativ  r=r+(gamma*i)+vaccon*vaccrate*s
        S[j]=s/N  # Umrechnung der Anzahlen in Anteile zur Zeit j
        I[j]=i/N
        R[j]=r/N
        T[j]=j

    return(S,I,R,T)

args= n, s, i, r, N, beta, gamma, reduce, nlockdown, nvacc

# Ergebnis für die unkontrollierte Epidemie
#   (keine Ressource= kein Einsatz, keine Impfrate= kein Impfen)
S,I,R,T= f(0, 0, args)
```

```
    # Ergebnis für die Kontrollmaßnahme
    Sm, Im, Rm, T= f(E, vaccrate, args)


    # Bestimmung des Maximums der gleichzeitig infizierten
    print('')
    itmax= T[np.argmax(I)]
    imax= I.max()
    print('Das maximale I ohne Eingriff tritt nach', itmax,
          'Tagen ein und entspricht', imax)


    # Plotten des Nutzens: Die Differenz aus ohne Eingriff
    #   und mit Eingriff verdeutlicht den Unterschied
    fig = plt.figure(facecolor='w')
    ax = fig.add_subplot(111, axisbelow=True)
    ax.plot( T, I, 'yellow', alpha=0.8, lw=2,
             label='i(t) ohne Eingriff')
    ax.plot( T, Im, 'red', alpha=0.5, lw=2,
             label='i(t) mit Eingriff')
    ax.plot( T, I-Im, 'blue', alpha=0.5, lw=2,
             label='zeitabh. Abweichung')
    ax.grid()
    ax.set_xlabel("Zeit t [Tagen]", fontsize=10)
    ax.set_ylabel("Anteil d. Individuen", fontsize=10)
    plt.title("Nutzenanalyse der Kontrollstrategie", fontsize=10)
    axes = plt.gca()
    ax.legend(loc='best')
    plt.show(block=False)


    # Nutzen wird nun identifiziert über die Differenz der
    #   Gesamtanteile aller Infizierten
    g = np.sum(I)        #alternativ np.trapz(I, dx=1)
    G = np.sum(Im)       #alternativ np.trapz(Im, dx=1)
    gi = np.sum(I-Im)    #alternativ np.trapz(I-Im, dx=1)
    print('Die Gesamtanteil aller Infizierter ohne Eingriff beträgt:',
          g*gamma, '. Das entspricht etwa', int(g*gamma*N),
          'Menschen aus der Bevölkerung')
    print('Die Gesamtanteil aller Infizierter mit Eingriff beträgt:',
          G*gamma, '. Das entspricht etwa', int(G*gamma*N),
          'Menschen aus der Bevölkerung')
    print('So infizieren sich etwa', int(gi*gamma*N),
          ' weniger Menschen aus der Bevölkerung als ohne Eingriff.')
    print('Damit ist diese Strategie um:', round((1-G/g)*100, 3),
          '% besser.')
    print('')


'''
GUI Code: Ei
'''
```

```
# Ein Fenster erstellen
fenster = Tk()

# Den Fenstertitle erstellen
fenster.title("SIR Modell- Nutzenanalyse der Kontrollmaßnahmen")

# Label und Buttons erstellen.
change_button = Button(fenster, text="Nächster Plot",
                       command=button_action)
exit_button = Button(fenster, text="Beenden",
                     command=fenster.quit)

anweisungs_label = Label(fenster,
                         text="Vorher Parameterfile ausfüllen & speichern")
info_label = Label(fenster, text="Das Programm beenden.")


# Nun fügen wir die Komponenten unserem Fenster
#  in der gewünschten Reihenfolge hinzu.
anweisungs_label.pack()
change_button.pack()
info_label.pack()
exit_button.pack()

# In der Ereignisschleife auf Eingabe des Benutzers warten.
fenster.mainloop()
```

C2- Vergleich der Erfolge durch Alternativmaßnahmen

```
# -*- coding: utf-8 -*-
"""
Created on Mon Jun 28 16:58:38 2021

@author: viola
"""
# Pakete, die für die Programmausführung notwendig sind
from scipy.integrate import odeint, cumtrapz
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
import math
from tkinter import *


# Funktion beim Anklicken des Buttons
def button_action():
    plt.close('all')
    anweisungs_label.config(text="Vorher Parameterfile ausfüllen & speichern")

    # Einlesen und Konvertieren des Parameterfiles
    fileName = "Parameterfile.txt"
    fileObj = open(fileName)
    params = {}
```

```
for line in fileObj:
    line = line.strip()
    if not line.startswith("#"):
        key_value =line.split("=")
        if len(key_value) == 2:
            params[key_value[0].strip()] = key_value[1].strip()


params["n"]= int(params["n"])
params["S"]= int(params["S"])
params["I"]= int(params["I"])
params["N"]= int(params["N"])
params["beta"]= float(params["beta"])
params["gamma"]= float(params["gamma"])
params["reduce"]= float(params["reduce"])
params["nlockdown"]= int(params["nlockdown"])
params["E"]= float(params["E"])
params["nvacc"]= int(params["nvacc"])
params["vaccrate"]= float(params["vaccrate"])

n = int(params["n"])
s= int(params["S"])
i= int(params["I"])
N= int(params["N"])
beta = float(params["beta"])
gamma= float(params["gamma"])
reduce = float(params["reduce"])
nlockdown= int(params["nlockdown"])
E= float(params["E"])
nvacc= int(params["nvacc"])
vaccrate= float(params["vaccrate"])

r= N-s-i

# Ausgabe der verwendeten Parameter
print('n:', n, ', N:', N, ', S:', params["S"], ', I:', params["I"],
      ', R:', r, ', beta:', params["beta"], ', gamma:',
      params["gamma"], ', nlockdown:', nlockdown)



#Definition der Euler Iteration in Abhängigkeit der Parameter
def f(E, vaccrate, args):
    n, s, i, r, N, beta, gamma, reduce, nlockdown, nvacc = args

    S=np.zeros(n)
    I=np.zeros(n)
    R=np.zeros(n)
    T=np.zeros(n)

    vaccon=0
    betaold= beta
    nlockdownend= nlockdown + E/(betaold-reduce*betaold)
```

```
    nlockdownend= int(nlockdownend)

    for j in np.arange(0,n):
        # Starte den Lockdown/Hygiene ab
        if j > nlockdown and j < nlockdownend:
            beta= reduce*betaold
        # Start der Impfung, endet aber nie
        if j > nvacc:
            vaccon=1
        # Ende der Hygienemaßnahme erreicht,
        #    Änderung der Infektionsrate zum alten Wert
        if j > nlockdownend:
            beta= betaold
        # Start der Euler-Iteration
        s=s-beta*i*s/N -vaccon*vaccrate*s
        i=i+(beta*i*s/N-gamma*i)
        r= N-s-i  # alternativ  r=r+(gamma*i)+vaccon*vaccrate*s
        S[j]=s/N  # Umrechnung der Anzahlen in Anteile zur Zeit j
        I[j]=i/N
        R[j]=r/N
        T[j]=j

    return(S,I,R,T)

args=  n, s, i, r, N, beta, gamma, reduce, nlockdown, nvacc

# Ergebnis für die unkontrollierte Epidemie
#   (keine Ressource= kein Einsatz, keine Impfrate= kein Impfen)
S,I,R,T= f(0, 0, args)

# Gesamtanteil der Erkrankten für unkontrollierte Epidemie
g = np.sum(I)        #alternativ np.trapz(I, dx=1)


# Prozentualer Erfolg für verschiedene Hygienemaßnahmen (+Plot)
RESSOURCE = [1, 2, 3, 5, 7, 10, 20, 50, 60, 80, 200]
REDUCE = np.linspace(0,0.99,10)
GI_E = []

fig = plt.figure(facecolor='w')
ax = fig.add_subplot(111, axisbelow=True)
ax.grid()
ax.set_xlabel("reduce ",  fontsize=10)
ax.set_ylabel("Erfolg in Prozent", fontsize=10)
plt.title("Erfolg von verschiedene Hygienemaßnahmen"
          "für nlockdown={}".format(nlockdown),
          fontsize=10)

for E in RESSOURCE:
    GI_reduce = []
    for reduce in REDUCE:
        args= [n, s, i, r, N, beta, gamma, reduce, nlockdown, nvacc]
        Sr,Ir,Rr,T= f(E, 0, args)
```

```
            gi_r = np.sum(I-Ir)/g*100
            GI_reduce.append(gi_r)
        GI_E.append(GI_reduce)
        ax.plot(REDUCE, GI_reduce, alpha=0.8, lw=2, label='E={}'.format(E))

    axes = plt.gca()
    ax.legend(loc='best')
    plt.show(block=False)


    # Prozentualer Erfolg für verschiedene Impfkampagnen (+Plot)
    VACCRATE = [0.001, 0.003, 0.005, 0.007 ,0.01, 0.015,
                0.02, 0.05, 0.1, 0.25, 0.5, 0.75]
    NVACC = np.linspace(0,100,100)
    GI_VACCRATE = []

    fig = plt.figure(facecolor='w')
    ax = fig.add_subplot(111, axisbelow=True)
    ax.grid()
    ax.set_xlabel("nvacc [Tagen]", fontsize=10)
    ax.set_ylabel("Erfolg in Prozent", fontsize=10)
    plt.title("Erfolg von verschiedenen Impfkampagnen", fontsize=10)

    for vaccrate in VACCRATE:
        GI_NVACC = []
        for nvacc in NVACC:
            args= [n, s, i, r, N, beta, gamma, reduce, nlockdown, nvacc]
            Si,Ii,Ri,T= f(0, vaccrate, args)
            gi_v = np.sum(I-Ii)/g*100
            GI_NVACC.append(gi_v)
        GI_VACCRATE.append(GI_NVACC)
        ax.plot(NVACC, GI_NVACC, alpha=0.8, lw=2,
                label='vaccrate={}'.format(vaccrate))

    axes = plt.gca()
    ax.legend(loc='best')
    plt.show(block=False)



'''
GUI Code: Ei
'''

# Ein Fenster erstellen
fenster = Tk()

# Den Fenstertitle erstellen
fenster.title("SIR Modell- Erfolg verschiedener Alternativmaßnahmen")

# Label und Buttons erstellen.
change_button = Button(fenster, text="Nächster Plot", command=button_action)
exit_button = Button(fenster, text="Beenden", command=fenster.quit)
```

```
anweisungs_label = Label(fenster, text="Vorher Parameterfile ausfüllen & speichern")
info_label = Label(fenster, text="Das Programm beenden.")


# Nun fügen wir die Komponenten unserem Fenster in der gewünschten Reihenfolge hinzu.
anweisungs_label.pack()
change_button.pack()
info_label.pack()
exit_button.pack()

# In der Ereignisschleife auf Eingabe des Benutzers warten.
fenster.mainloop()
```

D- Ideale Hygienemaßnahme

```
# -*- coding: utf-8 -*-
"""
Created on Mon Jun 28 16:58:38 2021

@author: viola
"""
# Pakete, die für die Programmausführung notwendig sind
from scipy.integrate import odeint, cumtrapz
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
import math
from mpl_toolkits import mplot3d
from tkinter import *


#Funktion beim Anklicken des Buttons
def button_action():
    plt.close('all')
    anweisungs_label.config(text="Vorher Parameterfile ausfüllen & speichern")

    # Einlesen und Konvertieren des Parameterfiles
    fileName = "Parameterfile.txt"
    fileObj = open(fileName)
    params = {}
    for line in fileObj:
        line = line.strip()
        if not line.startswith("#"):
            key_value =line.split("=")
            if len(key_value) == 2:
                params[key_value[0].strip()] = key_value[1].strip()


    params["n"]= int(params["n"])
    params["S"]= int(params["S"])
    params["I"]= int(params["I"])
    params["N"]= int(params["N"])
```

```
params["beta"]= float(params["beta"])
params["gamma"]= float(params["gamma"])
params["E"]= float(params["E"])
params["reduce"]= float(params["reduce"])
params["nlockdown"]= int(params["nlockdown"])
params["nvacc"]= int(params["nvacc"])
params["vaccrate"]= float(params["vaccrate"])

n = int(params["n"])
s0= int(params["S"])
i0= int(params["I"])
N= int(params["N"])
beta = float(params["beta"])
gamma= float(params["gamma"])
E= float(params["E"])
reduce = float(params["reduce"])
nlockdown= int(params["nlockdown"])
nvacc= int(params["nvacc"])
vaccrate= float(params["vaccrate"])

r0= N-s0-i0

print('N:', N, ',S:', params["S"], ', I:', params["I"],
      ', R:', r0, ', beta:', params["beta"], ', gamma:',
      params["gamma"], ', E:', params["E"], ', vaccrate:',
      params["vaccrate"], ', nvacc:', params["nvacc"])


# Gitter mit je p Werten für die Intensität und Zeit des Hygiene-Eingriffs
n=5000
p=40
Reduce = np.linspace(0,0.99,p)
Nlockdown= np.linspace(0,80,p, dtype=int)
(X,Y) = np.meshgrid(Nlockdown, Reduce)
totalI=[]

# Bestimmung des Gesamtanteils der Infizierten für jede
#   Kombination (Reduce, Nlockdown)
for reduce in Reduce:
    for nlockdown in Nlockdown:

        S=np.zeros(n)
        I=np.zeros(n)
        R=np.zeros(n)
        T=np.zeros(n)
        s=s0
        i=i0
        r=r0

        vaccon=0
        betaold= beta
        nlockdownend= nlockdown + E/(betaold-reduce*betaold)
        #nlockdownend= int(nlockdownend)
```

```
        for j in np.arange(0,n):
            # Starte den Lockdown/Hygiene ab
            if j > nlockdown and j < nlockdownend:
                beta= reduce*betaold
            # Start der Impfung ab, endet nie
            if j > nvacc:
                vaccon=1
            # Ende der Hygienemaßnahme erreicht,
            #    Änderung der Infektionsrate zum alten Wert
            if j > nlockdownend:
                beta= betaold
            # Start der Euler Iteration
            s=s-beta*i*s/N -vaccon*vaccrate*s
            i=i+(beta*i*s/N-gamma*i)
            r= N-s-i    # alternativ  r+(gamma*i)+vaccon*vaccrate*s
            S[j]=s/N    # Umrechnung der Anzahlen in Anteile zur Zeit j
            I[j]=i/N
            R[j]=r/N
            T[j]=j

        intI=np.sum(I)*gamma
        totalI.append(intI)

totalInp=np.array(totalI)
totalInpgrid=totalInp.reshape((p,p))


# Plotten der Gesamtanteile in Abhängigkeit des Absenkungsfaktors
#   UND Startzeitpkt
fig = plt.figure(figsize=[8, 5])
ax = fig.add_subplot(111, projection='3d')
ax.plot_surface(Y, X,totalInpgrid,cmap='rainbow', rstride=1,
                cstride=1,linewidth=1 )
ax.set_xlabel('Absenkungsfaktor reduce', fontsize=10)
ax.set_ylabel('Eingriffsbeginn nlockdown', fontsize=10)
ax.set_zlabel('Anteil aller Infizierten (summiert)', fontsize=10)
plt.title("Auswirkung der verschiedenen Kombination von Absenkungsfaktor und \n"
          "Zeitpunkt auf den Gesamtinfiziertenanteil", fontsize= 10)

for angle in range(0, 180):  # Option zum eigenständigen drehen des Plots
    ax.view_init(30, angle)
    plt.draw()
    plt.pause(.001)

plt.show(block=False)


# Ausgabe des Minimums
# Bestimmung des minimalen Gesamtanteils aller Infizierten:
minI=min(totalI)
# Bestimmung des Indexes dieses Wertes, um dazugehörige Parameter zu finden:
Indexmin=totalI.index(min(totalI))
```

```
# Bestimmung des reduce-Parameter:
ReduceminIndex=int((Indexmin-(Indexmin % len(Reduce)))/len(Reduce))
# Bestimmung des nlockdown-Parameter:
NlockdownminIndex=Indexmin % len(Nlockdown)

Reducemin= Reduce[ReduceminIndex]
Nlockdownmin= Nlockdown[NlockdownminIndex]

print('Das Minimum der Fläche und damit die ideale Hygiene-Strategie',
      ' ist bei einer Absenkung auf',Reducemin, 'ab dem Tag', Nlockdownmin)
print('Dann werden sich insgesamt:', round(minI*100,2),
      '% der Population infizieren.')


# Abweichung von der idealen Maßnahme
#   für die Absenkung
plt.figure(figsize=[6, 4])  #figsize=[Breite, Höhe des Bildes]
plt.grid() #Gitter im Plot
plt.xlabel("Eingriffszeitpunkt nlockdown", fontsize=10)
plt.ylabel("Anteil aller Infizierten (summiert)", fontsize=10)
plt.title("Auswirkung beim Abweichen vom idealen Absenkfaktor", fontsize= 10)

Reducelist=Reduce.tolist()
for var in [-4,-2,0,2,4]:
    X=Nlockdown
    k=int(ReduceminIndex+var)
    if k>=0:
        Y=totalInpgrid[k]
        plt.plot(X,Y,label='reduce={}'.format(round(Reducelist[k], 4)))

axes = plt.gca()
plt.legend(fontsize='x-small')
plt.show(block=False)


# Abweichung von der idealen Maßnahme
#   in der Startzeit
plt.figure(figsize=[6, 4])
plt.subplots_adjust(right=0.75)
plt.grid()
plt.xlabel("Absenkungsfaktor reduce", fontsize=10)
plt.ylabel("Anteil aller Infizierten (summiert)", fontsize=10)
plt.title("Auswirkung beim Abweichen vom idealen Eingriffzeitpunkt",
          fontsize= 10)

Lockdownlist=Nlockdown.tolist()
for var in [-4,-2,-1,0,1,2,4]:
    X=Reduce.tolist()
    Y=[]
    k=int(NlockdownminIndex+var)
    if k >= 0:
        for x in X:
```

```
                Y.append(totalInpgrid[X.index(x)][k])
            plt.plot(X,Y, label='nlockdown={}'.format(round(Lockdownlist[k], 2)))

    axes = plt.gca()
    plt.legend(fontsize='x-small')
    plt.show(block=False)


'''
GUI Code: Ei
'''

# Ein Fenster erstellen
fenster = Tk()

# Den Fenstertitle erstellen
fenster.title("SIR Modell- ideale Hygienemaßnahme")

# Label und Buttons erstellen.
change_button = Button(fenster, text="Nächster Plot", command=button_action)
exit_button = Button(fenster, text="Beenden", command=fenster.quit)

anweisungs_label = Label(fenster, text="Vorher Parameterfile ausfüllen & speichern")
info_label = Label(fenster, text="Das Programm beenden.")


# Nun fügen wir die Komponenten unserem Fenster in der gewünschten Reihenfolge hinzu.
anweisungs_label.pack()
change_button.pack()
info_label.pack()
exit_button.pack()

# In der Ereignisschleife auf Eingabe des Benutzers warten.
fenster.mainloop()
```

A.3 Evaluation

A.3.1 Erster Fragenblock des Evaluationsbogens

Evaluationsbogen mit absoluten Anzahlen der Ankreuzungen mit $N = 17$:

Das XLAB vermittelte mir … *(Bitte kreuzen Sie an)*	*In hohem Maße*	*In mittlerem Maße*	*In geringem Maße*	*Gar nicht*	*Weiß nicht/ nicht relevant*	
… naturwissenschaftliches Expertenwissen.	15		1		1	1.02
… manuelle Fähigkeiten (z.B. Pipettieren).		4		4	9	1.03
… die Fähigkeit, Labor-Apparate zu bedienen (z.B. Geiger-Müller-Zähler, Rückflusskühler, Zentrifuge).			3	6	8	1.04
… die Fähigkeit, digitale Werkzeuge zu nutzen.	11	5	1			1.14
… die Fähigkeit, Experimente zu planen.		5	2	4	6	1.05
… die Fähigkeit, Experimente durchzuführen.	4	4	4	3	2	1.06
… die Fähigkeit, Experimente auszuwerten und Ergebnisse zu erzielen.	9	8				1.07
… die Fähigkeit, Fehler zu identifizieren.	1	8	4	1	3	1.09
… Einblick in die Anforderungen in einem Studium.	1	2	9	3	2	1.10
…, wie naturwissenschaftliche Erkenntnisse entstehen.	9	6	1		1	1.11
…, wie Naturwissenschaften helfen, globale Probleme zu lösen.	15	1			1	1.15
…, was ich zu einer nachhaltigen Entwicklung (z.B. in Bezug auf Umwelt, Gesundheit oder Gerechtigkeit) beitragen kann.	3	3	5	2	4	1.16

Auswertung der Antworten:

Item	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Median	4	2	1	4	2	3	4	3	2	4	4	2
MW	3.88	2.00	1.33	3.59	2.09	2.60	3.53	2.64	2.07	3.50	3.94	2.54
σ	0.50	1.07	0.50	0.62	0.94	1.12	0.51	0.74	0.80	0.63	0.25	1.05

Tabelle 3: Evaluation der vermittelten Fähigkeiten & Kenntnisse. Auswertung: 4= in hohem Maße, 3= in mittlerem Maße, 2= in geringem Maße, 1= Gar nicht. Die Antwort ‚Weiß nicht/ nicht relevant' wurden in die Berechnung des Medians, des Mittelwertes MW und der Standardabweichung σ nicht einbezogen und N entsprechend reduziert.

A.3.2 Zweiter Fragenblock des Evaluationsbogens

Evaluationsbogen mit absoluten Anzahlen der Ankreuzungen mit $N = 16$:

<u>Nur Schüler*innen</u> *(Bitte kreuzen Sie an)* ***Durch das XLAB...***	*In hohem Maße*	*In mittlerem Maße*	*In geringem Maße*	*Gar nicht*	*Weiß nicht/ nicht relevant*	
... interessiere ich mich mehr für Naturwissenschaften als zuvor.	4	6	5		1	2.01
... halte ich Naturwissenschaften für komplexer als zuvor.	4	5	4	1	2	2.02
... wurde mein vorheriger Studienwunsch bestätigt und gefestigt.	2		3	3	8	2.03
... rückten andere Studienfächer in mein Interesse.	1	1	5	3	6	2.04
... habe ich mich für ein Studienfach/einen Studiengang entschieden.				9	7	2.05
... habe ich Göttingen als Studienort kennengelernt.	1	1	1	6	7	2.06
... bin ich stärker motiviert, mich im mathematisch- naturwissenschaftlichen Schulunterricht anzustrengen.	3	3	7	1	2	2.07
... bin ich motiviert, an weiteren außerschulischen und/oder praxisorientierten naturwissenschaftlichen Aktivitäten teilzunehmen.	6	4	2	2	2	2.08
... wurde Wissenschaftler*in mein berufliches Ziel.	1	2	2	3	8	2.09
... bin ich stärker motiviert, meine Entscheidungen im Sinne einer nachhaltigen Entwicklung zu treffen.	2	4	4	3	2	2.10

Item 10 wurde von einem Teilnehmer inkorrekt (zwischen hohem und mittlerem Maß-Kästchen) angekreuzt, sodass die Antwort nicht gewertet wurde.

Auswertung der Antworten:

Item	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Median	3	3	2	2	1	1	2	3	2	2
MW	2.93	2.86	2.13	2.00	1.00	1.67	2.57	3.00	2.13	2.38
σ	0.80	0.95	1.25	0.94	0.00	1.12	0.94	1.11	1.13	1.04

Tabelle 4: Evaluation der vermittelten Fähigkeiten & Kenntnisse. Auswertung: 4= in hohem Maße, 3= in mittlerem Maße, 2= in geringem Maße, 1= Gar nicht. Die Antwort ‚Weiß nicht/ nicht relevant‘ wurden in die Berechnung des Medians, des Mittelwertes MW und der Standardabweichung σ nicht einbezogen und N entsprechend reduziert.

A.3.3 Freitext-Fragen

Alle Antworten, die auf die drei Fragen mit Freitext-Feld gegeben wurden, sind hier zitiert. Stichwortartige Aufzählungen in den Freitexten werden in der Darstellung über einen Punkt getrennt.

Auf die Frage ‚Was hat Ihnen gut gefallen?' gab es – ohne besondere Reihenfolge – folgende Antworten:

- Anbindung an die Realität und Schüler:innenwelt. viel selbst gearbeitet (Schüler:innen).
- selbst Experimentieren zu können. mein (Grund)wissen über Corona wurde verbessert.
- Man hat ein mathematisches Modell kennengelernt, welches noch aktuelle Relevanz hat und auch so verwendet wird (nur in ein bisschen umfangreicher).
- Der Einblick in das mathematische Modellieren von Sachen, die in der Realität passieren.
- Arbeit mit digitalen Geräten. die Theorie an einem aktuellen Beispiel anzuwenden. viel Zeit sich selber mit dem Programm auseinander zu setzen und viel ausprobieren zu können. den Fragenkatalog als Leitfaden durchs Thema.
- Vortrag: Erklärung der Theorie. selbstständiges Rechnen/Experimentieren mit den Parametern. Veranschulichung der Sachverhalte durch die Diagramme.
- Interessantes/aktuelles Thema. Grundlagen gut erklärt.
- Das offene Arbeiten mit dem Laptop. Der Vortrag im allgemeinen, man hat sich nich unter Druck gefühlt.
- Aktuelle Themen. gute Präsentation. selbständiges Arbeiten am PC.
- Eigenständige arbeit mit den Modellen am PC.
- Vortragsweise/ Erklärweise. Engagement.
- Die gute Mischung zwischen Praxis und Theorie führten zu einer spannenden Gestaltung.
- Gute Aufteilung von theoretischer und praktischer Arbeit. für die Praxis notwendige Theorie wurde gut erklärt.
- Vortragsart/-weise und Erklärweise. hilfestellung → umher gehen, fragen etc.
- Der Umgang mit Programmen, die Prognosen für reale Situation und Probleme stellen

- praktisches Arbeiten am PC. Präsentation über Smartboard.
- freies Arbeiten und Ausprobieren. fragen konnten gut beantwortet werden.

Folgende Antworten wurden zu der Frage ‚Was nehmen Sie aus dem Kurs mit?' gegeben:

- Etwas neues Wissen zur Modellierung.
- Das eine Epidemie berechenbar ist.
- Ich weiß mehr über Modellierungen und wie man sie darstellen lässt, berechnen kann und was man berücksichtigen kann.
- Dass es möglich ist, Prognosen von realitätsnahen Geschehennisse mathematisch Formulieren zu können, um damit zukünftige Probleme zu vermindern oder sogar zu verhindern.
- (nicht) wirkungsvolle Maßnahmen in Bezug auf Epidemien. viel neues Wissen in Bezug auf das Thema → Knowhow um diskutieren zu können. die Arbeit mit den Programmen.
- neue Erkenntnisse über die Epidemie (durch das Verändern der Parameter). auf welche Statistiken sich die Corona-Politik bezieht. die vielen Maßnahmen, welche über den Eingriff in die Epidemie entscheiden. Arbeit mit dem Program.
- Wie gut sich reelle Sachverhalte modellieren lassen.
- Wie gefährlich Epidemien sind und wie schnell sie sich ausbreiten. Die diversen Aspekte die bei der Eindammung eine Rolle spielen.
- Ausbreitung und Eindämmung von Epidemien.
- wissenschaftliche Erkentnisse.
- Neue Erkenntnisse zum Thema Epidemien und mathematische Anwendungsfähigkeiten für solche Felder/Bereiche.
- Besserer Einblick auf die Ausbreitung und Eindämmung von Epidemien und besseres Verständnis und über die mathematischen Grundlagen zur Modellierung dieser.
- bessere Einschätzung/Verständnis für epidemische Ausbrüche/Verteilung und Maßnahmen. Auswertung von Grafiken. differenzierbarkeit von Epidemien.
- Dass Prognosen sehr komplex und anfällig für fehler sind.
- Wie Epidemien bzw. deren Maßnahmen grundlegend mathematisch berechnet werden.

- wie man Mathematik auf globale Dinge (wie eine Epidemie) anwenden kann.

Als Verbesserungsvorschläge wurden folgende Aspekte im Freifeld angegeben:

- Etwas mehr Bezug zum „Lehrplan“ bzw. bekannten Modellen (ist hier schwer, weil das je nach Klasse und Jahrgang wechselt)
- nicht zu lange freies Arbeiten → wirkt einschläfernt
- Mehr selber rechnen, Aufgaben selbstständig lösen. Mehr Zeit für die Aufgaben
- Es war alles sehr gut. Der einzige Kritikpunkt, wenn man es als einen beschreiben kann, ist, dass das 3D-Modell sehr lange gebraucht hat zu laden.
- Abwechslungsreichere Gestaltung des Kurses.
- Eine bessere Einteilung der Arbeitsphasen.
- Sitzkissen/bequemere Stühle.
- Einige Aufgaben waren unklar formuliert. Einige Arbeitsphasen waren zu lang.
- zu lang (zu viele Aufgaben). Mehr händische Rechnungen.
- „etwas trocken“ → nicht böse gemeint, aber so ist Mathe.
- Raumtemperatur.
- Arbeitsphasen waren zum Ende hin zu lang.

Erklärung

Ich versichere, dass ich die Arbeit selbständig verfasst habe und keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt habe. Alle Stellen, die wörtlich oder sinngemäß aus Veröffentlichungen entnommen sind, sind als solche kenntlich gemacht.

Göttingen, 12.10.2021 Viola Schössow