Formale Sprachen

Eine formale Sprache beschreibt die Syntax, jedoch nicht die Semantik

- Σ Alphabet (zugelassene Zeichen)
- ω Wort, $\omega \in \Sigma^*$
- L formale Sprache, $L \subset \Sigma^*$

Automaten I

DEA = deterministischer endlicher Automat
alle Übergänge eindeutig
→ Akzeptor: überprüft, ob ein Wort zur Sprache gehört

- Σ Eingabealphabet
- Q Zustände, $q1, q2, \dots$
- s Startzustand, $s \in Q$ → Verarbeitung beginnt hier
- F Endzustände, $F \subset Q$ → Wenn wir nach vollständiger Verarbeitung der Eingabe hier sind, ist die Eingabe akzeptiert
- $\delta: Q \times \Sigma \to Q$ Übergangsfunktion, dargestellt als Zustandsübergangsgraph

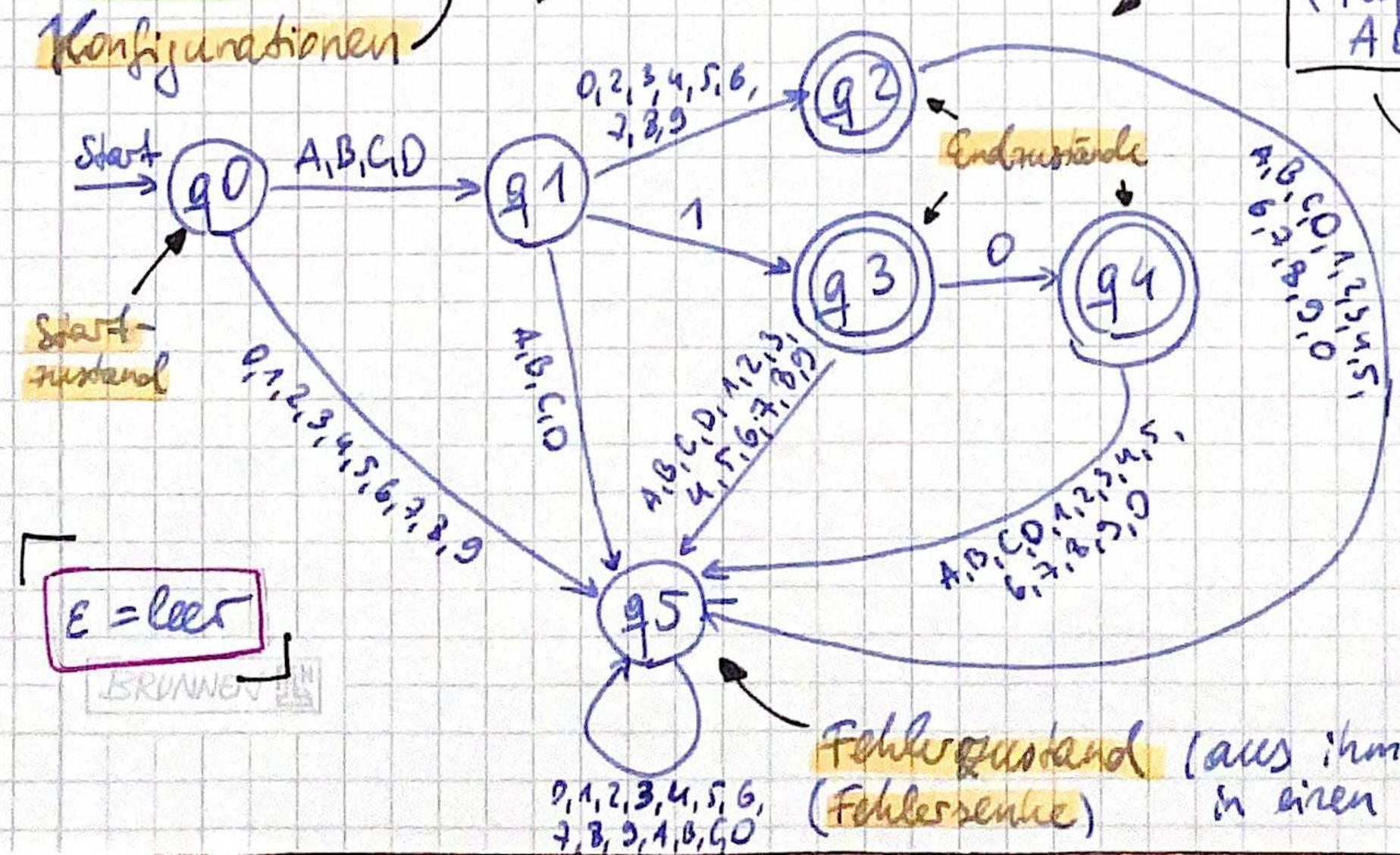
Zustand | Rest der Eingabe

$(q0, A4) \to$
$\to (q1, 4) \to$
$\to (q2, \varepsilon)$

Konfigurationen

(Papierformate A0-A10, B1-B10, ...)

$\Sigma = \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,A,B,C,D\}$
$Q = \{q1, q2, q3, q4, q5\}$
$s = q0$
$F = \{q2, q3, q4\}$



Fehlerzustand (aus ihm führt kein Weg in einen Endzustand)

Automaten II

DKA = deterministischer Kellerautomat

Keller = Stack

- Σ Eingabealphabet
- Q Zustände
- s Startzustand, $s \in Q$
- F Endzustände, $F \subset Q$

same wie bei DEA

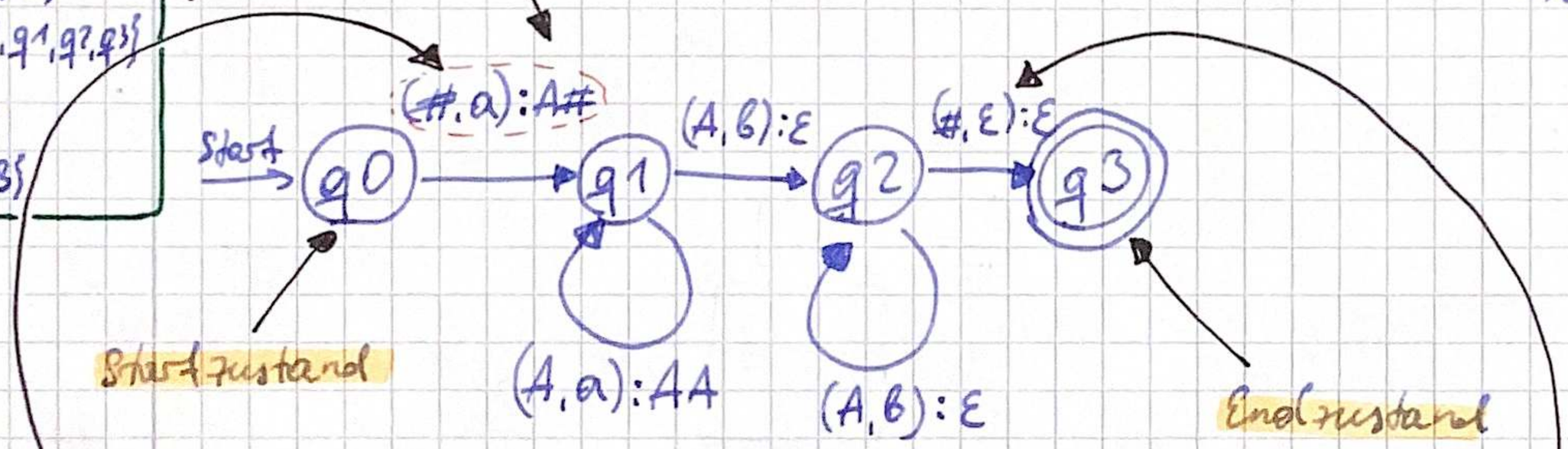
- K / Γ Kelleralphabet mit Kellerbelegungszeichen $\#$, $\# \in \Gamma$ → das Einzige, was zu Beginn auf dem Stack liegt
- δ Übergangsfunktion, ordnet einer Kombination aus Zustand, Eingabezeichen u. Kellerzeichen einen Nachfolgezustand und eine Kelleroperation zu

n-mal „a"
n-mal „b"

nicht Potenz!

Wörter der Form $a^n b^n$

$\Sigma = \{a, b\}$
$Q = \{q0, q1, q2, q3\}$
$s = q0$
$F = \{q3\}$
$\Gamma = \{\#, A, B\}$



lies:
„wenn auf dem Keller # liegt
und das Eingabezeichen a ist,
dann leg auf den Keller # und dann A"

Konfigurationen bestehen hier aus Zustand, Eingabe und aktueller Kellerbelegung

ε-Übergang:
nur Kellerzeichen wird berücksichtigt, Eingabezeichen kann beliebig sein

nicht eingezeichnete Übergänge führen hier (automatisch) zu einem Fehler

→ müssen nicht eingezeichnet werden

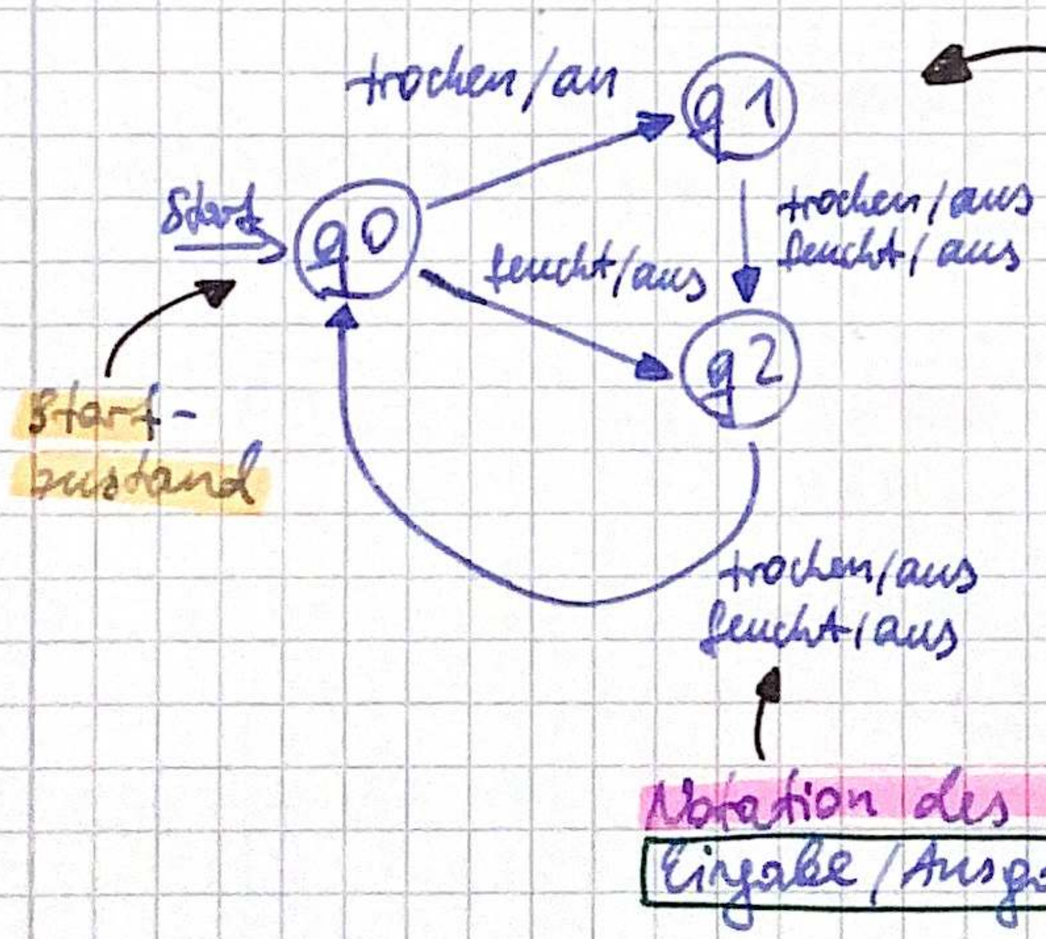
! müssen aber beim DEA eingezeichnet werden oder vermerkt werden

Automaten III

Mealy-Automat → „Aktor" (Bewässerungsanlage, Getränkeautomat)

→ Transduktor (Codierung)

- Σ Eingabealphabet
- Ω Ausgabealphabet
- Q Zustände
- s Startzustand, $s \in Q$
- kein Endzustand
- $\delta : Q \times \Sigma \to Q$ Übergangsfunktion (Zustand + Eingabe → Zustand)
- $\lambda : Q \times \Sigma \to \Omega$ Ausgabefunktion (Zustand + Eingabe → Ausgabe)



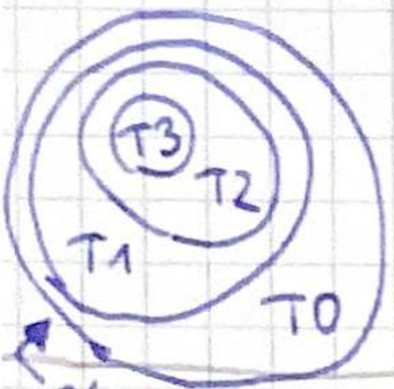
Bewässerungsanlage, Eingabe vom Sensor (feucht/trocken), Ausgabe an die Pumpe (an = „an für 15", aus = „aus für 1 min")

$\Sigma = \{$„feucht", „trocken"$\}$
$\Omega = \{$„an", „aus"$\}$
$Q = \{q0, q1, q2\}$
$s = q0$

Grammatiken

Eine Grammatik erzeugt eine Sprache, ein zugehöriger Automat erkennt diese

- V / N Nichtterminalsymbole (Variablen) → Großbuchstaben
- Σ / T Terminalsymbole (Alphabet) → Kleinbuchstaben, Zahlen, ...
- P Produktionsregeln
- S Startsymbol $S \in N$



Chomsky-Hierarchie	Grammatiktypen	
Typ 1	kontextsensitiv	auf der linken Seite der Produktionsregeln höchstens ein Nicht-Terminal, eins oder mehr Terminale, die den Kontext vorgeben $aBdc \rightarrow agdc$
Typ 2	kontextfrei	auf der linken Seite der Produktionsregeln genau ein Nicht-Terminal $A \rightarrow dBA$
Typ 3	regulär	auf der rechten Seite höchstens ein Nicht-Terminal $A \rightarrow dB$ → rechts → rechtsregulär $A \rightarrow Bd$ → links → linksregulär

Paplerstypen
! a1, a2, ..., B1, ...

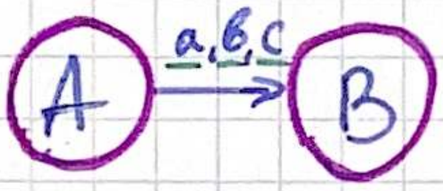
kontextfrei
(mehrere Nicht-Terminale)

$N = \{S, B, Z\}$
$T = \{a, B, c, d, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0\}$
$S = S$
P:
$S \rightarrow BZ$
$B \rightarrow a \mid B \mid c \mid d$
$Z \rightarrow 0 \mid 1 \mid 2 \mid 3 \mid 4 \mid 5 \mid 6 \mid 7 \mid 8 \mid 9 \mid 10$

Beziehung von Automaten zu Grammatiken

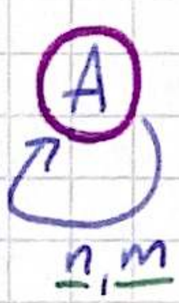
Zu einem DEA gehört immer eine reguläre Grammatik da zu

DEA		reguläre Grammatik
Σ	$\hat{=}$	T
Q	$\hat{=}$	N
δ	$\hat{=}$	S
F	$\hat{=}$	$F \to \varepsilon$ (Überführung des Endzustandes in ein leeres Terminal) s.u.
δ	$\hat{=}$	P



$\hat{=}$ $A \to aB \mid bB \mid cB$

$\hat{=}$ $F \to \varepsilon$ ↙ leer, sonst fände unser Wort kein Ende



$\hat{=}$ $A \to nA \mid mA$